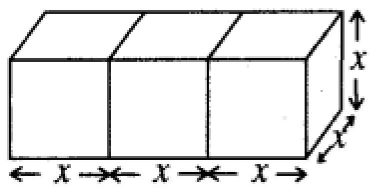
पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

In Text Exercise

पृष्ठ 180: करो और सीखो

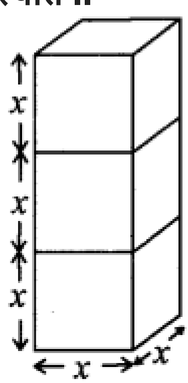
प्रश्न: यदि x भुजा वाले तीन घनों को चिपकाकर घनाभ बनाया गया है तो घनाभ की विमाएँ क्या होंगी?

स्थिति I



लम्बाई = ...
चौड़ाई = ...
चौड़ाई = ...

स्थिति II



लम्बाई = ...
चौड़ाई = ...
चौड़ाई = ...

हल:
स्थिति I
लम्बाई = 3x
चौड़ाई = x
ऊँचाई = x

स्थिति II
लम्बाई = x
चौड़ाई = x
ऊँचाई = 3x

पृष्ठ 181: करो और सीखो

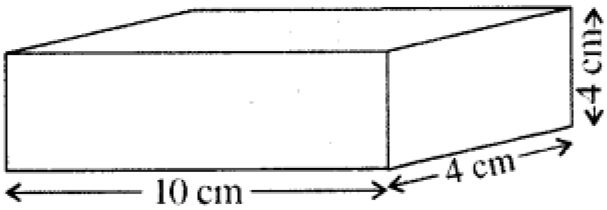
प्रश्न 1: एक 3 सेमी. भुजा वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ऐसे 5 घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

हल: 3 सेमी. भुजा वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= $6a^2$
= $6(3)^2$
= 54 वर्ग सेमी.
ऐसे 5 घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 54 x 5
= 270 वर्ग सेमी. या 270 सेमी.

प्रश्न 2: 3 सेमी. भुजा वाले 5 घनों का स. पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा? यदि इन्हें एक के बाद एक चिपका दें तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितनी कमी हो जाएगी?

हल: 3 सेमी. भुजा वाले 5 घनों का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 270 वर्ग सेमी. (देखें हल प्रश्न 1)
यदि इन्हें एक के बाद एक चिपका दें तो हमें एक घनाभ प्राप्त होगा जिसकी लम्बाई (l)
= 3 सेमी. + 3 सेमी. + 3 सेमी. + 3 सेमी. + 3 सेमी.
= 15 सेमी.
चौड़ाई (b) = 3 सेमी.
ऊँचाई (h) = 3 सेमी.
∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + hl)
= 2 (15 x 3 + 3 x 3 + 3 x 15)
= 2 (45 +9+ 45)
= 198 वर्ग सेमी.
अतः पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी आएगी तथा कमी
= 270 वर्ग सेमी. – 198 वर्ग सेमी.
= 72 वर्ग सेमी.

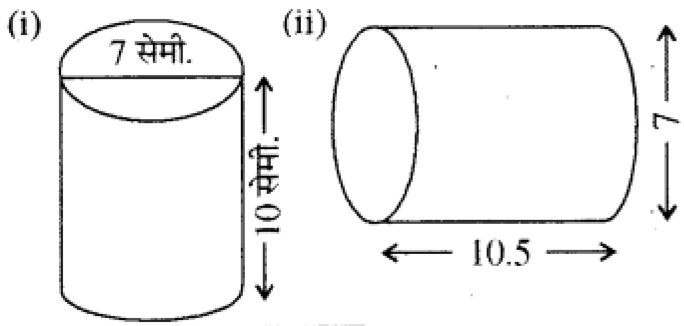
प्रश्न 3: नीचे दिए गए घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल: यहाँ, l = 10 सेमी.
b = 4 सेमी.
h = 4 सेमी.
∴ घनाभ का पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (l + b) h
= 2 (10 +4) 4
= 112 वर्ग सेमी.

पृष्ठ 182: करो और सीखो

प्रश्न: निम्नलिखित बेलनों का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए



हल: (i) यहाँ $r = \frac{7}{2}$ सेमी.
h = 10 सेमी.
∴ बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
$= 2\pi r\ (h + r)$
$= 2.\frac{22}{7}.\frac{7}{2}(10+\frac{7}{2})$
$= 22(\frac{27}{2})$
= 297 वर्ग सेमी.

(ii) यहाँ, $r = \frac{7}{2}$ सेमी.
h = 10.5 सेमी.
$= \frac{21}{2}$ सेमी.

∴ बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r\ (h + r)$

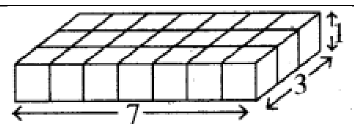
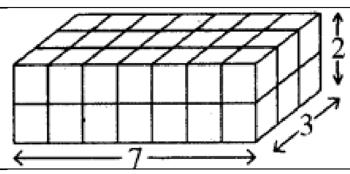
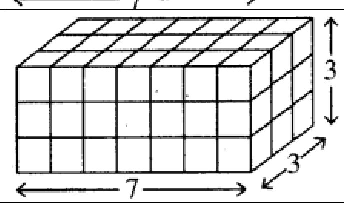
$= 2.\frac{22}{7}.\frac{7}{2}(\frac{21}{2}+\frac{7}{2})$

$= 22 \times 14$

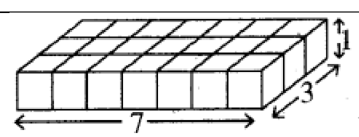
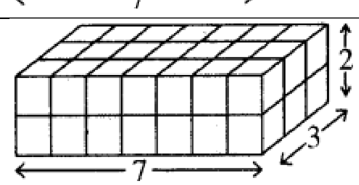
= 308 वर्ग सेमी.

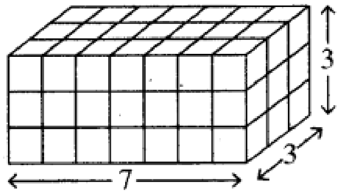
पृष्ठ 186

प्रश्न" : इकाई लम्बाई वाले कुछ घनों को निम्नानुसार व्यवस्थित कर इससे बने घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए

	घनाभ	आयतन	लम्बाई l	चौड़ाई b	ऊँचाई h	L x b x h
(i)		21 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	1 इकाई	7 x 3 x 1 = 21 घन इकाई
(ii)		42 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	2 इकाई	....
(iii)		63 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	3 इकाई	....

हल:

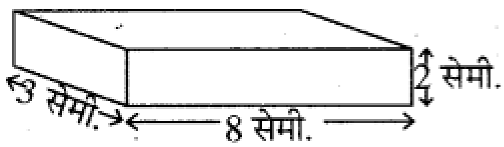
	घनाभ	आयतन	लम्बाई l	चौड़ाई b	ऊँचाई h	L x b x h
(i)		21 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	1 इकाई	7 x 3 x 1 = 21 घन इकाई
(ii)		42 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	2 इकाई	7 x 3 x 2 = 42 घन इकाई

(iii)		63 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	3 इकाई	7 x 3 x 3 = 63 घन इकाई

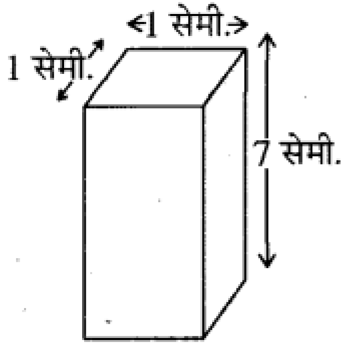
पृष्ठ 187: करो और सीखो

प्रश्न: दिए गए मापों के आधार पर घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए

(i)



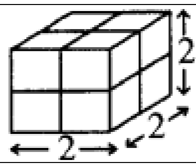
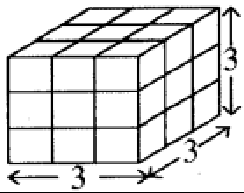
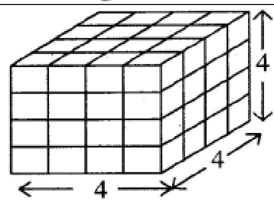
(ii)



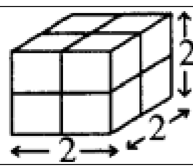
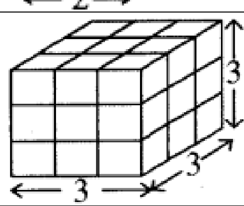
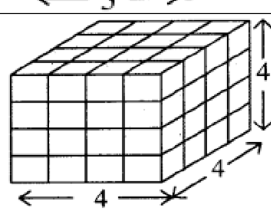
हल: (i) यहाँ l = 8 सेमी.
b = 3 सेमी.
h = 2 सेमी.
∴ घनाभ का आयतन
= l x b x h
= 8 x 3 x 2
= 48 घन सेमी. या 48 सेमी.^{2}

(ii) यहाँ, l = 1 सेमी.
b = 1 सेमी.
h = 7 सेमी.
∴ घनाभ का आयतन
= l x b x h
= 1 x 1 x 7
= 7 घन सेमी. या 7 सेमी.^{3}

पृष्ठ 187

	घन	इकाई घनों की संख्या भुजा	भुजा	भुजा x भुजा x भुजा	(भुजा)³
(i)		8	2 इकाई	2 इ. x 2 इ. X 2 इ.	8 घन इकाई
(ii)		27	……	……..	……..
(iii)		64	……	…..	…….

हल:

	घन	इकाई घनों की संख्या भुजा	भुजा	भुजा x भुजा x भुजा	(भुजा)³
(i)		8	2 इकाई	2 इ. x 2 इ. X 2 इ.	8 घन इकाई
(ii)		27	3 इकाई	3 इ. x 3 इ. X 3 इ.	27 घन इकाई
(iii)		64	4 इकाई	4 इ. x 4 इ. X 4 इ.	64 घन इकाई

पृष्ठ 188: करो और सीखो

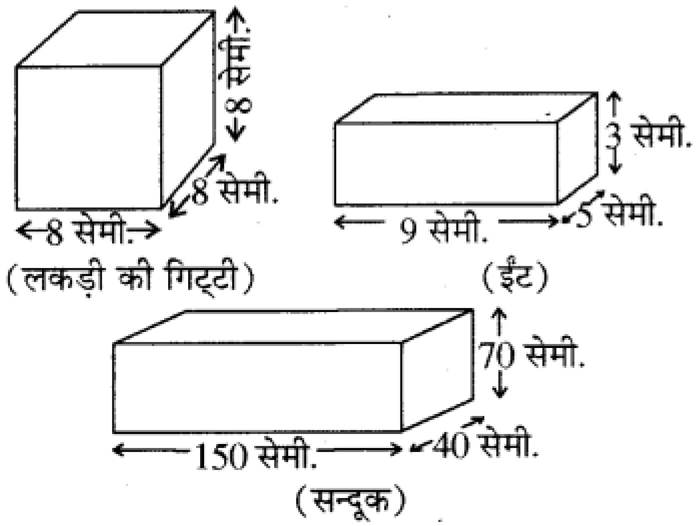
प्रश्न: निम्नलिखित भुजा वाले घनों का आयतन ज्ञात कीजिए
(i) 1.5 cm
(ii) 4 m

हल: (i) 1.5 cm
यहाँ a = 1.5 cm
∴ घन का आयतन = a^3
= $(1.5)^3$
= 1.5 x 1.5 x 1.5 = 3.375 cm^3

(ii) 4 cm
यहाँ a = 4 cm
∴ घन का आयतन = a^3
= $(4)^3$
= 4 x 4 x 4 = 64 cm^3

Exercise 15.1

प्रश्न 1: दिए गए मापों के आधार पर-घनाकार लकड़ी की गिट्टी, घनाभकार ईंट व सन्दूक को पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल: (i) लकड़ी की गिट्टी का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 64
= 6 x $(8)^2$
= 6 x 64
= 384 वर्ग सेमी.

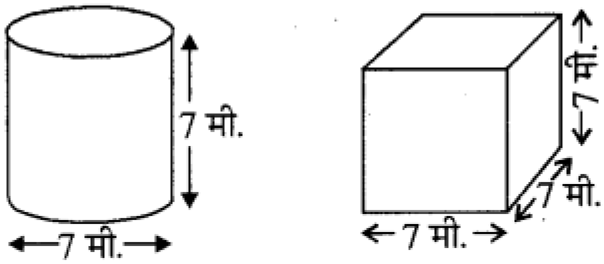
(ii) ईंट का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (lb + bh + hl)
= 2 (9 x 5 +5 x 3 +3 x 9)
= 2 (45 + 15 + 27)
= 2 (87)
= 174 वर्ग सेमी.

(iii) सन्दूक का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (lb + bh + hl)
= 2 (150 x 40 + 40 x 70 + 70 x 150)
= 2 (6000 + 2800 + 10500)
= 2 (19300)
= 38600 वर्ग सेमी.

प्रश्न 2: ऐसे घन की भुजा ज्ञात कीजिए, जिसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 600 वर्ग सेमी. है।

हल: माना घन की भुजा a सेमी. है। तब, घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$ वर्ग सेमी.
प्रश्नानुसार,
$6a^2 = 600$
$\Rightarrow a^2 = \frac{600}{6} = 100$
$\Rightarrow a = \sqrt{100} = 10$ सेमी.
अत: घन की भुजा 10 सेमी. है।

प्रश्न 3: चित्र में दिखाई गई आकृतियों में से किस आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है। ($\pi = \frac{22}{7}$)



हल: पहली आकृति (बेलन) के लिए
$r = \frac{7}{2}$ = मीटर
h = 7 मीटर
∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r (h + r)$
$= 2. \frac{22}{7}. \frac{7}{2} (7 + \frac{7}{2})$
$= 22(\frac{21}{2})$
= 231 वर्ग मीटर
दूसरी आकृति (घन) के लिए
a = 7 मीटर
∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 a^2$
$= 6 (7)^2$
= 6 x 49
= 294 वर्ग मीटर
अतः दूसरी आकृति (घन) का पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

प्रश्न 4: एक बेलनाकार टैंक के आधार की परिधि 176 सेमी. तथा ऊँचाई 30 सेमी. हो तो उसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना आधार की त्रिज्या r सेमी. है
तब, आधार की परिधि = $2\pi r$ सेमी.
प्रश्नानुसार,
$2\pi r = 176$
$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$
$\Rightarrow r = \frac{176\times7}{2\times22}$

⇒ r = 28 सेमी.
⇒ h = 30 सेमी.
∴ वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = 2πrh
= $2 . \frac{22}{7} . 28 . 30$
= 5280 वर्ग सेमी.

प्रश्न 5: 8 वर्ग मीटर धातु की एक चादर से 1 मीटर ऊँची और 140 सेमी. व्यास वाली एक बन्द बेलनाकार टंकी बनाई जाती है। टंकी बनने के पश्चात् कितनी चादर शेष बचेगी?

हल: बेलनाकार टंकी के लिए।
व्यास = 140 सेमी.
∴ त्रिज्या (R) = $\frac{140}{2}$ सेमी. = 70 सेमी.
ऊँचाई (H) = 1 मीटर = 100 सेमी.
∴ टंकी का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 πR (H + R)
= $2 . \frac{22}{7} . 70 (100 + 70)$
= $\frac{74800}{10000}$ वर्ग सेमी.
= 7.48 वर्ग मीटर
धातु की चादर का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 8 वर्ग मीटर
∴ शेष चादर का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 8 – 7.48
= 0.52 वर्ग मीटर

प्रश्न 6: 80 सेमी. x 50 सेमी. x 25 सेमी. विमा वाले सन्दूक के बाहरी पृष्ठ पर पेन्ट करना है, तो 100 सेमी^{2} फैलाव क्षमता वाले कितने पेन्ट के डिब्बों की आवश्यकता होगी?

हल: सन्दूक के बाहरी पृष्ठ का क्षेत्रफल
= 2 (lb + bh + hl)
= 2 (80 x 50 + 50 x 25 + 25 x 80)
= 2 (4000 + 1250 + 2000)
= 2 (7250)
= 14500 वर्ग सेमी.
1 डिब्बे की फैलाव क्षमता = 100 सेमी.^{2}

$$= \frac{\text{सन्दूक के बाहरी पृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{1 डिब्बे की फैलाव क्षमता}}$$

$$= \frac{14500}{100}$$

$$= 145$$

प्रश्न 7: एक भवन में 25 बेलनाकार खम्भे हैं। प्रत्येक खम्भे की त्रिज्या 28 सेमी. और ऊँचाई 4 मी. है। 8 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से सभी खम्भों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल पर पेन्ट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: एक बेलनाकार खम्भे के लिए
क्रिज्या (r) = 28 सेमी.
ऊँचाई (h) = 4 मी. = 4 x 100 सेमी.
= 400 सेमी.
∴ 1 खम्भे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$ x 28 x 400
= 70,400 वर्ग सेमी.
∴ 25 बेलनाकार खम्भों का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 70400 x 25
= 1760000 वर्ग सेमी.
= $\frac{176000}{10000}$ वर्ग मी. = 10000
= 176 वर्ग मीटर
∴ 25 बेलनाकार खम्भों पर पेन्ट कराने का व्यय
= 176 x 8
= 1408 रुपये

प्रश्न 8: एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4224 सेमी.^{2} है। इसे इसकी ऊँचाई के अनुदिश काटकर 33 सेमी, चौड़ी एक आयताकार चादर बनाई गई है। इस चादर का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल: माना बेलन के आधार की क्रिज्या r सेमी. तथा ऊँचाई h सेमी. है। तब,
पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh वर्ग मीटर
प्रश्नानुसार,
2πrh = 4224
⇒ 2πr (33) = 4224 ∵ h = 33 सेमी.
⇒ 2πr = $\frac{4224}{33}$
⇒ 2πr = 128
⇒ आधार की परिमाप = 128 सेमी.
⇒ आयताकार चादर की लम्बाई (l) = 128 सेमी.
आयताकार चादर की चौड़ाई (b) = 33 सेमी.
∴ आयताकार चादर का परिमाप
= 2 (l + b)
= 2 (128 + 33)
= 2 (161)
= 322 सेमी.

प्रश्न 9: किसी सड़क को एक बार में समतल करने के लिए एक रोलर को 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। यदि रोलर का व्यास 84. सेमी और लम्बाई 1 मीटर है तो सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: रोलर के लिए
व्यास = 84 सेमी.
∴ त्रिज्या (r) = $\frac{84}{2}$ सेमी. = 42 सेमी.
लम्बाई (h) = 1 मीटर = 100 सेमी.
∴ वक्रपृष्ठ = 2πrh ,
= 2. $\frac{22}{7}$. 42. 100
= 26400 वर्ग सेमी.
∴ 1 चक्कर में समतल किया गया क्षेत्रफल
= 26400 वर्ग सेमी.
∴ सड़क का क्षेत्रफल = 26400 x 750
= 19800000 वर्ग सेमी.
= $\frac{19800000}{10000}$ वर्ग मीटर
= 1980 वर्ग मीटर

प्रश्न 10. 1 सेमी. भुजा वाले 64 घनों को जमाकर एक घन बनाया गया है, इस प्रकार बने घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: घन की दी गई भुजा (a) = 1 सेमी.
घन का आयतन (a^3) = 1^3 = 1 सेमी.^{3}
इस तरह के 64 घनों का आयतन =1x 64 = 64 सेमी.^{3}
64 घनों को बनाकर एक घन बनाया गया है।
माना नए घन की एक भुजा x सेमी. है।
∴ 64 घनों का आयतन = नए घन का आयतन
⇒ 64 = x^3
⇒ x = 4 सेमी.
अतः नए घन की भुजा (x) = 4 सेमी.
नए घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6x^2$ = 6 x 4^2
= 96 सेमी.^{2}

Exercise 15.2

प्रश्न 1: एक घनाभ की विमाएँ 60 सेमी. x 54 सेमी. x 30 सेमी. हैं। इस घनाभ के अन्दर 6 सेमी. भुजा वाले कितने घन रखे जा सकते हैं?

हल: घनाभ का आयतन = 60 x 54 x 30 घन सेमी.
= 97200 घन सेमी.
6 सेमी. भुजा वाले एक घन का आयतन = $(6)^3$
= 216 घन सेमी.
∴ रखे जा सकने वाले घनों की संख्या

$$= \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{6 सेमी. भुजा वाले एक घन का आयतन}}$$

$$= \frac{97200}{216}$$

= 450 घन

प्रश्न 2: 3 मीटर लम्बे, 50 सेमी. चौड़े तथा 25 सेमी. ऊँचे लकड़ी के लट्ठ में से 25 सेमी. भुजा वाले घनाकार लकड़ी के कितने गुटके काटे जा सकते हैं?

हल: लट्ठे का आयतन = 300 x 50 x 25 [1 मीटर = 100 सेमी.]
= 375000 घन सेमी.
1 गुटके का आयतन = 25 x 25 x 25
= 15625 घन सेमी

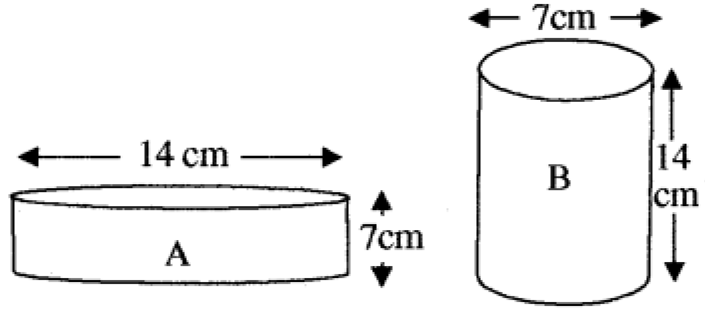
$$\therefore \text{गुटकों की अभीष्ट संख्या} = \frac{\text{लट्ठे का आयतन}}{\text{1 गुटके का आयतन}}$$

$$= \frac{37500}{15625}$$

= 24 गुटके

प्रश्न 3: बेलन A का व्यास 14 सेमी. और ऊँचाई 7 सेमी. है और बेलन B का व्यास 7 सेमी. और ऊँचाई 14 सेमी. है। परिकलन किए बिना बताएँ, किस बेलन का आयतन अधिक है? परिकलन से

अपने उत्तर की सत्यता की। जाँच कीजिए।



हल: बेलन A के लिए आधार की त्रिज्या (r) = $\frac{14}{2}$ cm. = 7 cm.
ऊँचाई (h) = 7 cm.
∴ आयतन = $\pi r^2 h$
= $\frac{22}{7}$ $(7)^2$ (7)
= 1078 घन सेमी.
बेलन B के लिए
आधार की त्रिज्या (R) = $\frac{7}{2}$ सेमी.
ऊँचाई (H) = 14 सेमी.
∴ आयतन = $\pi r^2 h$
= $\frac{22}{7}. \frac{7}{2}. \frac{7}{2}$. 14
= 539 घन सेमी.
अतः बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन से 1078 – 539 = 539 घन सेमी. अधिक है।

प्रश्न 4: त्रिज्या 1.5 मीटर और लम्बाई 7 मीटर वाले बेलनाकार दूध के टैंकर से 1 लीटर वाले कितने पॉलीपैक (थैली) भरी जा सकती हैं? (1 मी. ^{3} = 1000 लीटर)

हल: टैंकर के लिए
त्रिज्या (r) = 1.5 मीटर
लम्बाई (h) = 7 मीटर
नोट – यहाँ पर लम्बाई का अर्थ ऊँचाई से है।
∴ आयतन = $\pi r^2 h$
= $\frac{22}{7}$. (1.5) (1.5) x 7
= 49.5 मी. = 49.5 x 1000 लीटर
= 49500 लीटर।
अतः 1 लीटर वाली 49500 थैली भरी जा सकती हैं।

प्रश्न 5: त्रिज्या 3.5 मीटर और गहराई 3 मीटर वाले एक बेलनाकार कुण्ड को 60 लीटर प्रति मिनट पानी देने वाला नल कितने समय में पूरा भर देगा?

हल: कुण्ड के लिए।
त्रिज्या (r) = 3.5 मीटर
गहराई (h) = 3 मीटर
∴ आयतन = $\pi r^2 h$
= $\frac{22}{7}$ x 3.5 x 3.5 x 3
= 115.5 मीटर^3
= 115.5 x 1000 लीटर
= 115500 लीटर

अभीष्ट समय = $\frac{\text{कुण्ड का आयतन}}{\text{प्रति मिनट दिए जाने वाले पानी का आयतन}}$

$= \frac{115500}{60}$

= 1925 मिनट

प्रश्न 6: एक घनाभाकार बर्फ की सिल्ली की विमाएँ 50 सेमी. x 30 सेमी. x 20 सेमी. हैं। इसका वजन किग्रा. में ज्ञात कीजिए। यदि 1000 घन सेमी. बर्फ का तौल 900 ग्राम हो।

हल: बर्फ की सिल्ली का आयतन = 50 x 30 x 20
= 30000 घन सेमी.
∵ 1000 घन सेमी. बर्फ का वजन = 900 ग्राम
∴ 1 घन सेमी. बर्फ का वजन = $\frac{900}{1000}$ ग्राम
∴ 30000 घन सेमी. बर्फ की सिल्ली का अभीष्ट वजन

$= 30000 \times \frac{900}{1000}$

= 27000 ग्राम

= $\frac{27000}{1000}$ किग्रा.

= 27 किग्रा.

प्रश्न 7: यदि किसी घन की भुजा को दुगुना कर दिया जाए तो
(i) इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि हो जाएगी?
(ii) इसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी?

हल: (i) माना घन की भुजा a सेमी. है। तब,
पृष्ठीय क्षेत्रफल $S_1 = 6a^2$ सेमी.^{2}
नई भुजा = 2a सेमी.
∴ नया पृष्ठीय क्षेत्रफल $S_2 = 6 (2a)^2$

$= 24a^2$ सेमी.
हम पाते हैं।

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{24a^2}{6a^2} = 4$$

$$\Rightarrow \quad S_2 = 4\ S_1$$

अत: 4 गुना वृद्धि हो जाएगी।

(ii) मूल आयतन $V_1 = a^3$ सेमी.^{3}
नया आयतन $V_2 = (2a)^3$सेमी.^{3}
$= 8a^3$ सेमी.^{3}
हम पाते हैं।

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{8a^3}{a^3} = 8$$

$V_2 = 8\ v_1$
अतः 8 गुना वृद्धि हो जाएगी।

प्रश्न 8: एक 7 मीटर व्यास वाली बेलनाकार टंकी का आयतन 770 घन मीटर है तो टंकी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: टंकी के लिए
त्रिज्या (r) = $\frac{7}{2}$ मीटर
माना ऊँचाई h मीटर है। तब,
आयतन = $\pi r^2 h = \pi(\frac{7}{2})^2 h$
(2) घन मीटर
प्रश्नानुसार,

प्रश्नानुसार, $$\pi\left(\frac{7}{2}\right)^2 h = 770$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4a\pi h}{4} = 770$$

$$\Rightarrow \quad \frac{49}{4}\cdot\frac{22}{7}\cdot h = 770$$

$$\Rightarrow \quad \frac{77}{2}h = 770$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{770 \times 2}{77} = 20$$

अतः टंकी की ऊँचाई 20 मीटर है।

Additional Questions

I. बहुविकल्पात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: एक बॉक्स की लम्बाई 20 सेमी., चौड़ाई 10 सेमी. व ऊँचाई 5 सेमी. है। बॉक्स का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है

(a) 20 x 10 x 5
(b) 2(20 x 10 + 10 x 5 + 5 x 20)
(c) 2(20 + 10 + 5)
(d) 2(20 x 10 x 5)

प्रश्न 2: एक घन की भुजा 10 मी. है। घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा

(a) 600 मी.^{2}
(b) 100 मी.^{2}
(c) 500 मी.^{2}
(d) 400 मी.^{2}

प्रश्न 3: एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 36 सेमी. है। घन की भुजा है

(a) $\sqrt{9}$ सेमी.
(b) $\sqrt{8}$ सेमी.
(c) $\sqrt{6}$ सेमी.
(d) $\sqrt{10}$ सेमी.

प्रश्न 4: एक घनाभ के आधार का क्षेत्रफल 140 मी. तथा ऊँचाई 3 मी. है तो घनाभ का आयतन होगा

(a) 140 x 3 मी.^{3}
(b) $\frac{140}{3}$ मी^{3}
(c) (140 + 3) मी.^{3}
(d) [$(140)^2 – (3)^2$] मी.^{3}

प्रश्न 5: एक घन की भुजा 4 सेमी. हो तो घन का आयतन (सेमी.^{3} में) है

(a) $(4)^2$
(b) $(4)^3$

(c) $(4)^4$
(d) $(4)^5$

प्रश्न 6: बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल है

(a) $\pi r^2 h$
(b) $2\pi r(h + r)$
(c) $2\pi rh$
(d) $2\pi r$

प्रश्न 7: बेलन की त्रिज्या 3 सेमी. व ऊँचाई 10 सेमी. हो तो आयतन होगा

(a) $\pi(3)^2 \times (10)$ सेमी.^{3}
(b) $2\pi(3)\ (10)$ सेमी.^{2}
(c) $2\pi(3)^2\ (10)$ सेमी.^{3}
(d) $\pi(3)^2$ सेमी.^{2}

प्रश्न 8: एक घन की भुजा 1 सेमी. है। इस प्रकार के दो घनों को चिपकाने से बनी आकृति का सम्पूर्ण क्षेत्रफल है

(a) 6 वर्ग सेमी.
(b) 10 वर्ग सेमी.
(c) 12 वर्ग सेमी.
(d) 20 वर्ग सेमी.

उत्तरमाला: 1. (b) 2. (a) 3. (c) 4. (a) 5. (b) 6. (c) 7. (a) 8. (b)

II. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. किसी ठोस द्वारा घेरी गई जगह की मात्रा उसका .... कहलाती है।
2. किसी त्रिविमीय पात्र में भरी जा सकने वाली द्रव की मात्रा उसकी .... कहलाती है।
3. कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = 2 x (l + b) x .... होता है।
4. किसी ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके सभी फलकों के क्षेत्रफलों का .... होता है।
5. 1 मी.^{3} = ... लीटर।

उत्तरमाला: 1. आयतन 2. धारिता 3. H 4. योग 5. 1000

III. सत्य/असत्य

1. 1 cm^3 = 1 mL
2. 1L = 1000 cm^3
3. एक टैंक 6 m x 5 m x 4 m के है भाग का $\frac{2}{3}$ आयतन 80^3 m है।
4. 7 m ऊँचे और 12 cm व्यास वाले एक बेलनाकार खम्भे का आयतन $\pi(6)^2$ x 7 cm^3 है।

उत्तरमाला 1. सत्य 2. सत्य 3. सत्य 4. असत्य।

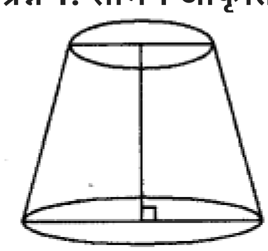
IV. मिलान/सुमेलन वाले प्रश्न

खण्ड (1)	खण्ड (2)
1. घन के शीर्षों की संख्या	(a) 6 मी.
2. घन की कोरों की संख्या	(b) 2
3. बेलन के सिरों की संख्या	(c) 12
4. 216 मी.^{3} आयतन वाले घन की भुजा	(d) 8

उत्तरमाला: 1. ↔ (d) 2. ↔ (c) 3. ↔ (b) 4. ↔ (a)

V. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: सामने आकृति में दिये गये ठोस को बेलन कहना क्यों गलत है?



हल: बेलन के दो सिरे होते हैं। जो सर्वांगसम वृत्त होते हैं। यहाँ सिरे सर्वांगसम वृत्त नहीं हैं। इसीलिए इस आकृति को बेलन कहना गलत है।

प्रश्न 2: दो बेलनाकार खम्भों की त्रिज्याओं में अनुपात 3 : 2 है, जबकि उनकी ऊँचाइयों में अनुपात 2 : 3 है। खम्भों के वक्र-पृष्ठों में अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi r_1 h_1}{2\pi r_2 h_2}$$
$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$$
$$= \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$$
$$= \frac{1}{1}$$
$$= 1 : 1$$

प्रश्न 3: एक घनाभ के तीन संलग्न फलकों के क्षेत्रफल p, q और r हैं। घनाभ का आयतन V है। सिद्ध कीजिए। कि V^2 = pqr

हल: माना घनाभ की विमायें l, b और h हैं। तब,
p = lb
q = bh
r = hl
∴ pqr = (lb) (bh) (hl)
= $l^2b^2h^2$
= $(lbh)^2 = V^2$
⇒ V^2 = pqr

VI. लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: यदि विमाओं a, b और c वाले एक घनाभ का आयतन V तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

हल:

$$\text{LHS} = \frac{1}{V} = \frac{1}{abc} \quad .....(1)$$
$$\text{RHS} = \frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$
$$= \frac{2}{2(ab+bc+ca)} \cdot \frac{bc+ca+ab}{abc}$$
$$= \frac{1}{abc} \quad .....(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

प्रश्न 2: एक गाँव की जनसंख्या 2000 है। प्रत्येक नागरिक को प्रतिदिन 150 लीटर पानी की आवश्यकता पड़ती है। कितने दिनों तक 20 मी. x 15 मी. x 6 मी. विमाओं वाला जलाशय गाँव की जनसंख्या की पानी की आवश्यकता पूर्ति करेगा?

हल: जलाशय का आयतन = 20 x 15 x 6 मी.^{3}
= 1800 मी.^{3}
= 1800 x 1000 लीटर
गाँव की जनसंख्या को प्रतिदिन पानी की आवश्यकता
= 150 x 2000
= 3,00,000 लीटर
∴ अभीष्ट दिनों की संख्या

$$= \frac{\text{जलाशय का आयतन}}{\text{प्रतिदिन आवश्यक पानी का आयतन}}$$

$$= \frac{1800 \times 1000}{300000}$$

= 6 दिन

प्रश्न 3: एक ठोस घन को दो समान आयतन वाले घनों में काटा जाता है। तब दिए गए घन और काटे गए एक घनाभ के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करो।

हल: माना घन की एक भुजा a इकाई है। चूंकि घने को दो समान आयतन वाले घनों में काटा जाता है इसलिए प्रत्येक घनाभ की विमाएँ
लम्बाई = a इकाई
चौड़ाई = a इकाई
ऊँचाई = $\frac{a}{2}$ इकाई
S = घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$ वर्ग इकाई
S_1 = एक घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= $2(a \times a + a \times \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \times a)$
= $4a^2$ वर्ग इकाई
∴ $S : S_1 = 6a^2 : 4a^2 = 3 : 2$

प्रश्न 4: 12 मी. लम्बी, 6 डेसीमीटर चौड़ी और 4.5 मी. ऊँची दीवार बनाने के लिए 18 सेमी. x 12 सेमी. x 10 सेमी. माप वाली कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी, यदि $\frac{1}{10}$ आयतन गारे के द्वारा घेर लिया जाता है।

हल: 1 ईंट का आयतन = 18 x 12 x 10
= 2160 सेमी.^{3}
दीवार का आयतन = 12 x 0.6 x 4.5
= 32.4 मी.^{3}

6 डेसीमीटर = $\frac{6}{10}$ मीटर = 0.6 मीटर
गारे के द्वारा घेरा गया आयतन = $\frac{1}{10}$ x 32.4 = 3.24 मी.^{3}
∴ ईंटों के द्वारा घेरा गया आयतन
= 32.4 – 3.24
= 29.16 मी.
= 29.16 x 1000000 सेमी.^{3}

$$\therefore \text{ईंटों की संख्या} = \frac{\text{ईंटों के द्वारा घेरा गया आयतन}}{\text{1 ईंट का आयतन}}$$
$$= \frac{29.16 \times 1000000}{2160}$$
$$= 13500$$

प्रश्न 5: 12 मी. लम्बा, 9 मी. चौड़ा और 4 मीटर गहरा लोहे का एक बंद टैंक बनवाना है। प्रयोग की जाने वाली लोहे की चादर का मूल्य 50 रुपए प्रति मीटर की दर से ज्ञात कीजिए, जबकि चादर 2 मी. चौड़ी है।

हल: टैंक का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (12 x 9 + 9 x 4 + 4 x 12)
= 2 (108 + 36 + 48)
= 2 (192)
= 384 मी.^{2}
लोहे की चादर की चौड़ाई
∴ लोहे की चादर की लम्बाई = $\frac{384}{2}$
= 192 मीटर
∴ लोहे की चादर को मूल्य = 192 x 50
= 9600 रुपए

प्रश्न 6: एक बेलन जो 3 मी. ऊँचा है, ऊपर की ओर खुला हुआ है। इसके आधार की परिधि 22 मी. है। उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना आधार की त्रिज्या r मी. है। तब, $2\pi r = 22$
⇒ 2 x $\frac{22}{7}$ x r = 22
⇒ r = $\frac{7}{2}$
h = 3 मी.
∴ सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= $2\pi rh + \pi r^2$
= $2.\frac{22}{7}.\frac{7}{2}.3 + \frac{22}{7}.\frac{7}{2}.\frac{7}{2}$

= 66 + 38.5
= 1045 मी.^{2}

प्रश्न 7: 12 मी. x 9 x 8 मी. विमाओं वाले कमरे में 'रखी जा सकने वाली सबसे लम्बी छड़ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: कमरे के लिए l = 12 मी.
b = 9 मी.
h = 8 मी.
∴ सबसे लम्बी छड़ की लम्बाई = विकर्ण की लम्बाई

$$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$
$$= \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (8)^2}$$
$$= \sqrt{144 + 81 + 64}$$
$$= \sqrt{289} \quad = 17 \text{ मी.}$$

प्रश्न 8: एक 4 मीटर ऊँची बेलनाकार टंकी का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल 440 मी. है। टंकी का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलने की ऊँचाई (h) = 4 मी.
बेलन का वैक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 440 मी.^{2}
बेलन का आयतन ज्ञात करना है।
बेलनाकार टंकी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 440 मी.^{2}

$$\Rightarrow \quad 2\pi r h = 440$$
$$\Rightarrow \quad 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 4 = 440$$
$$\Rightarrow \quad r = \frac{440 \times 7}{2 \times 22 \times 4} = \frac{35}{2}$$
$$= 17.5 \text{ मीटर}$$
$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2} \times 4$$
$$= 22 \times 5 \times 35$$
$$= 3850 \text{ मी.}^2$$

प्रश्न 9: एक बेलन की त्रिज्या 7 सेमी. तथा ऊँचाई 10 सेमी. है। बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन की त्रिज्या (r) = 7 सेमी.
ऊँचाई (h) = 10 सेमी.
बेलन को वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10$$
$$= 44 \times 10$$
$$= 440 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10$$
$$= \frac{22 \times 7 \times 7 \times 10}{7}$$
$$= 22 \times 7 \times 10$$
$$= 1540 \text{ सेमी.}^3 \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 10: एक बेलने का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 880 वर्ग मीटर है, जिसकी ऊँचाई 10 मीटर है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए। (π = 22/7 उपयोग करें)

हल: बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 880 वर्गमीटर तथा ऊँचाई (h) = 10 मीटर
अतः $2\pi rh = 880 \text{ मी.}^2$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10 = 880 \text{ मी.}^2$$
$$r = \frac{880 \times 7}{2 \times 22 \times 10} \text{ मी.}$$
$$= \frac{880 \times 7}{440} = 14 \text{ मी.}$$
$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 10$$
$$= 6160 \text{ मी.}^3$$

प्रश्न 11: एक घने की भुजा ज्ञात कीजिए, जिसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1014 वर्ग सेमी. है। इसका आयतन भी ज्ञात कीजिए।

हल: माना घन की भुजा a सेमी. है। तब घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $6a^2$ वर्ग सेमी.
प्रश्नानुसार,
$6a^2 = 1014$
$a^2 = \frac{1014}{6} = 169$
$a = \sqrt{169} = 13$ सेमी.

अतः घन की भुजा = 13 सेमी.
घन का आयतन = $भुजा^3$
अतः 13 x 13 x 13 = 2197 $सेमी.^3$

प्रश्न 12: एक बेलन की त्रिज्या 7 सेमी. और सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 वर्ग सेमी. है, तो बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$)

हल: दिया है,
बेलन की त्रिज्या (r) = 7 सेमी.
सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 968 वर्ग सेमी.
ऊँचाई (h) = ?
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πr(h + r)
मान रखने पर

$$968 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7(h + 7)$$

$$\Rightarrow \quad 968 = 44(h + 7)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{968}{44} = h + 7$$

$$\Rightarrow \quad 22 = h + 7$$

$$\Rightarrow \quad h = 22 - 7$$

$$\Rightarrow \quad h = 15 \text{ सेमी.}$$

अत: बेलन की ऊँचाई = 15 सेमी.।