1. **જે બિંદુ ડાઇપોલની ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$ છે તેનાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ચકાસો. બંધગાળો C સમઘડી દિશામાં લો : $z = a > 0$ થી $z = R$ ને z-અક્ષ લો.**

➠ P થી Q સુધીના તમામ બિંદુઓ z-અક્ષ પર છે અને ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M}$ ની અક્ષ પર છે. આ ચુંબકીય મોમેન્ટના કારણે z અંતરે આવેલાં બિંદુ (0, 0, Z)
ચુંબકીય પ્રેરણ,

$$B = 2\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{z^3}\right)$$

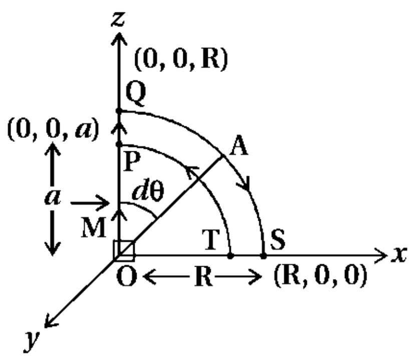
$$B = \frac{\mu_0 M}{2\pi z^3}$$

ઍમ્પિયરના નિયમ પરથી,
z-અક્ષ પરના P થી Q બિંદુ પાસે

$$\int_P^Q \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_P^Q B\,dl\cos 0^\circ = \int_a^R B\,dz$$

$$= \int_a^R \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M}{z^3}dz = \frac{\mu_0 M}{2\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{a^2}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{R^2}\right)$$



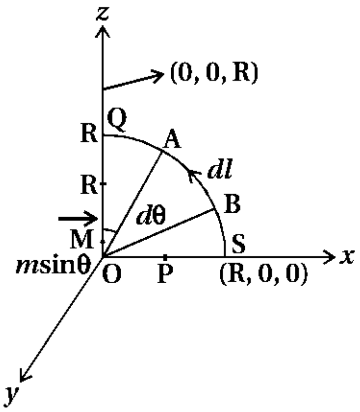
2. **જે બિંદુ ડાઇપોલની ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$ છે તેનાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ચકાસો. બંધગાળો C સમઘડી દિશામાં લો : ઊગમબિંદુ પર જેનું કેન્દ્ર છે, ત્રિજ્યા R છે તેવાં વર્તુળના ચતુર્થ ભાગ માટે.**

➠ આકૃતિમાં દર્શાવેલા વર્તુળના ચોથા ભાગ QS માટે, બિંદુ A ચુંબકીય ડાઇપોલની વિષુવરેખા પર ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $M\sin\theta$ વિચારો.

$\Rightarrow$ વર્તુળની ચાપ પર A બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{R^3}dl \text{ અને } dl = R\,d\theta$$

$$\therefore \ d\theta = \frac{dl}{R}$$



એમ્પિયરના નિયમ પરથી,

$$\therefore \ \int \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int B \, dl \cos\theta$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M\sin\theta}{R^3} \right) R \, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi R^2} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta$$

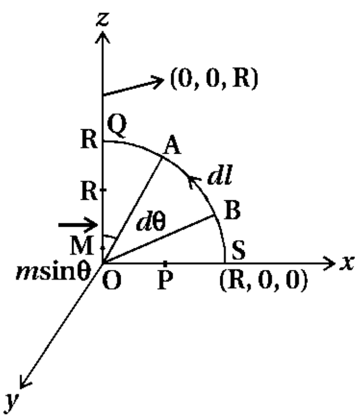
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{R} \left[-\cos\theta \right]_0^{\pi/2}$$

➠ આકૃતિમાં દર્શાવેલા વર્તુળના ચોથા ભાગ QS માટે, બિંદુ A ચુંબકીય ડાઇપોલની વિષુવરેખા પર ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $M\sin\theta$ વિચારો.

$\Rightarrow$ વર્તુળની ચાપ પર A બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M\sin\theta}{R^3} dl \quad \text{અને} \quad dl = R d\theta$$

$$\therefore \ d\theta = \frac{dl}{R}$$



એમ્પિયરના નિયમ પરથી,

$$\therefore \int \vec{B}\cdot \vec{dl} = \int B\, dl \cos\theta$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{R^3}\right) R\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi R^2}\int_0^{\pi/2} \sin\theta\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2}$$

3. **જે બિંદુ ડાઇપોલની ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$ છે તેનાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ચકાસો. બંધગાળો C સમઘડી દિશામાં લો : $x = R$ થી $x = a$ સુધીની x-અક્ષ માટે**

➠ ઍમ્પિયરના નિયમ પરથી, x-અક્ષ પર $x = R$ થી $x = a$ પથ (ST) માટે નીચે દર્શાવેલી આકૃતિ ધ્યાનમાં લો. આકૃતિમાં દર્શાવેલ દરેક બિંદુ ડાઈપોલની વિષુવરેખા પર છે. ડાઈપોલથી x અંતરે ચુંબકીય પ્રેરણ,

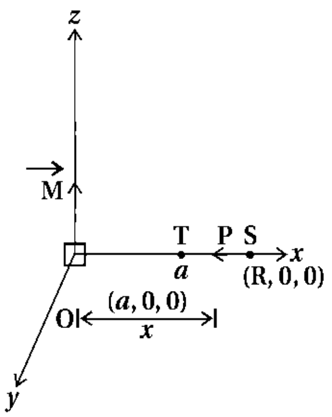
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{x^3}$$

$$\therefore \int_S^T \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_R^a -\frac{\mu_0 \vec{M}}{4\pi x^3}\cdot\vec{dl} = 0$$

($\because$ $\vec{M}$ અને $\vec{dl}$ વચ્ચેનો ખૂણો 90° છે.)

$$\int_S^T \vec{B}\cdot\vec{dl} = \frac{-\mu_0}{4\pi x^3}\int_R^a M\, dl \cos 90^\circ$$

$$= 0$$

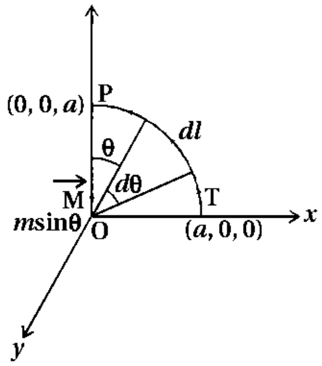


4. **જે બિંદુ ડાઇપોલની ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$ છે તેનાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ચકાસો. બંધગાળો C સમઘડી દિશામાં લો : ઊગમબિંદુ પર જેનું કેન્દ્ર છે, ત્રિજ્યા a છે તેવાં વર્તુળના ચતુર્થ ભાગ માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ચકાસો.**

➠ a ત્રિજ્યાના ચતુર્થ ભાગના વર્તુળ માટે નીચે દર્શાવેલી આકૃતિ ધ્યાનમાં લો.

ઉપરના કિસ્સા (ii) પરથી $\vec{B}$ નું ચતુર્થ ભાગના વર્તુળ TP પર રેખા સંકલન,

z



$$\int \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_{\pi/2}^{0} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{a^3}\, a\,d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{a^2}\int_{\pi/2}^{0}\sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi a^2}\left[-\cos\theta\right]_{\pi/2}^{0}$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi a^2}\left[-\cos 0^\circ + \cos\frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi a^2}\left[-1+0\right]$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{a^2}$$

∴ સમગ્ર બંધગાળા PQST માટે,

$$\therefore \oint_{PQST} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_{P}^{Q}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{Q}^{S}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{S}^{T}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{T}^{P}\vec{B}\cdot\vec{dl}$$

$$= \frac{\mu_0 M}{4\pi}\left[\frac{1}{a^2}-\frac{1}{R^2}\right] + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{R^2} + 0 + \left(-\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{a^2}\right)$$

$$\therefore \oint_{PQST} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \frac{\mu_0 M}{4\pi a^2} - \frac{\mu_0 M}{4\pi R^2} + \frac{\mu_0 M}{4\pi R^2} - \frac{\mu_0 M}{4\pi a^2} = 0$$

5. પૃથ્વીને ચુંબકીય ડાઇપોલના મૉડેલ (Model) તરીકે લઈએ, તો પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર B નીચે પ્રમાણે અપાય છે.

B_V = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો શિરોલંબ ઘટક $= \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2m\cos\theta}{r^3}$

B_H = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક $B_H = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{m\sin\theta}{r^3}$

$\theta = 90^\circ$ – વિષુવવૃત્ત પરથી માપેલ અક્ષાંશ છે, તો : જે બિંદુએ $|\vec{B}|$ લઘુતમ હોય.

➠ આપેલું છે કે, $B_V = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2m\cos\theta}{r^3}$ ... (1)

$B_H = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{m\sin\theta}{r^3}$ ... (2)

➠ સમીકરણ (1) અને (2) નો વર્ગ કરી સરવાળો કરતાં,

$$B_V^2 + B_H^2 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{m^2}{r^6}\left[4\cos^2\theta + \sin^2\theta\right]$$

$$\therefore\ B^2 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{m^2}{r^6}[4\cos^2\theta + 1 - \cos^2\theta]$$

$$\therefore\ B = \sqrt{B_V^2 + B_H^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{m^2}{r^6}[3\cos^2\theta + 1]}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^3}[3\cos^2\theta + 1]^{1/2} \quad \ldots (3)$$

➠ સમીકરણ (3) માં જો $\cos\theta = 0$ લઈએ તો B નું મૂલ્ય લઘુતમ મળે. આમ, $\theta = \frac{\pi}{2}$

આમ, ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર આ બિંદુ મળે છે.

6. **પૃથ્વીને ચુંબકીય ડાઇપોલના મૉડેલ (Model) તરીકે લઈએ, તો પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર B નીચે પ્રમાણે અપાય છે.**

B_V = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો શિરોલંબ ઘટક $= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m\cos\theta}{r^3}$

B_H = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક $B_H = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{r^3}$

$\theta = 90° -$ વિષુવવૃત્ત પરથી માપેલ અક્ષાંશ છે, તો : ડીપ ઍંગલ શૂન્ય હોય.

➠ ડીપ ઍંગલ માટે,

$$\tan\delta = \frac{B_V}{B_H} = \frac{2\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\cos\theta}{r^3}\right)}{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{r^3}\right)}$$

$$= 2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\frac{B_V}{B_H} = \tan\delta = 2\cot\theta \ \ldots (4)$$

➠ જો ડીપ ઍંગલ $\delta = 0$ હોય તો, $\cot\theta = 0$

$$\therefore\ \theta = \frac{\pi}{2}$$

આમ, માંગેલું બિંદુ ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર છે.

7. **પૃથ્વીને ચુંબકીય ડાઇપોલના મૉડેલ (Model) તરીકે લઈએ, તો પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર B નીચે પ્રમાણે અપાય છે.**

B_V = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો શિરોલંબ ઘટક $= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m\cos\theta}{r^3}$

B_H = ચુંબકીય ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક $B_H = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{r^3}$

$\theta = 90° -$ વિષુવવૃત્ત પરથી માપેલ અક્ષાંશ છે, તો : ડીપ ઍંગલ 45° હોય તેવાં બિંદુઓ શોધો.

➠ $\tan\delta = \frac{B_V}{B_H}$

$\delta = \pm 45°$ માટે,

$$\frac{B_V}{B_H} = \tan(\pm 45°)$$

$\frac{B_V}{B_H} = 1$

$\therefore$ $2\cot\theta = 1$ (સમીકરણ (4) પરથી)

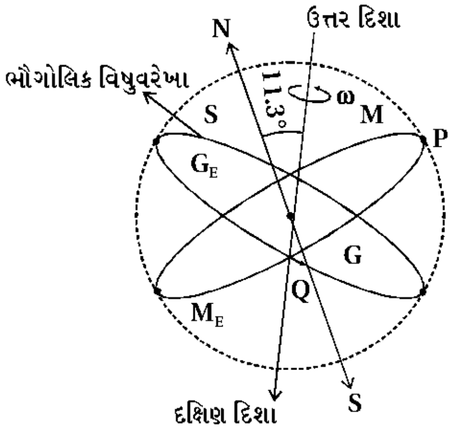
$\therefore$ $\cot\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore$ $\tan\theta = 2$

$\therefore$ $\theta = \tan^{-1}(2)$ જે માંગેલું બિંદુનું સ્થાન છે.

8. **પૃથ્વીની ડાઇપોલ અક્ષ અને પરિભ્રમણ અક્ષના કારણે બનતું સમતલ S વિચારો. P એ આ S સમતલમાં ચુંબકીય વિષુવરેખા પરનું બિંદુ છે. Q એ ભૌગોલિક અને ચુંબકીય વિષુવવૃત્તો જ્યાં છેદે છે તે બિંદુ છે, તો P અને Q બિંદુ પર ડેક્લિનેશન અને ડીપ ઍંગલ શોધો.**

➠ બિંદુ P સમતલ S માં છે. ચુંબકીય સોય ઉત્તરમાં છે તેથી ડેક્લિનેશન શૂન્ય થશે.



➠ P ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર છે. તેથી ડીપ ઍંગલ = 0, Q પણ ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર છે તેથી તે બિંદુ માટે પણ ડીપ ઍંગલ શૂન્ય હશે.

➠ પૃથ્વી તેની ધરી સાથે 11.3° એ નમેલી છે તેથી P અને Q વચ્ચે ડેક્લિનેશન 11.3° મળશે.

9. **ચુંબકીય સસેપ્ટિબિલિટી χ ના પરિમાણ જણાવો. H ના અણુને વિચારો. χ નું સમીકરણ e, m, v, R અને μ_0 ના રૂપમાં મેળવો. જ્યાં m ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ છે. v ઇલેક્ટ્રૉનનો વેગ છે, R બોહ્ર ત્રિજ્યા છે. આ રીતે મળેલ χ નું મૂલ્ય શોધો અને તેની સરખામણી ઘણા ઘન પદાર્થની $|\chi| \sim 10^{-5}$ સાથે કરો.**

➠ દ્રવ્યની મૅગ્નેટિક સસેપ્ટિબિલિટી $\chi_m = \frac{M}{H}$

$\chi_m = \frac{I}{I}$ [$\because$ M અને H ના એકમો સમાન છે. તેથી χ_m નું પારિમાણિક સૂત્ર $[M^0 L^0 T^0]$ મળશે.

➠ બાયો-સાવરના નિયમ પરથી,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

$$\therefore \mu_0 = \frac{4\pi r^2 dB}{I dl \sin\theta}$$

$$= \frac{4\pi r^2}{I dl \sin\theta} \times \frac{F}{qv\sin\theta} \left[\because dB = \frac{F}{qv\sin\theta}\right]$$

μ_0 નું પારિમાણિક સૂત્ર,

$$\therefore \quad \mu_0 \text{ ના પરિમાણ } = \frac{L^2 \times \left[M^1L^1T^{-2}\right]}{(QT^{-1})(L)(Q)(L^1T^{-1})}$$

$$= M^1\,L^1\,Q^{-2}$$

(જ્યાં Q એ વિદ્યુતભારનું પરિમાણ છે)

➠ χ એ પરિમાણરહિત છે તેથી તેનાં સમીકરણમાં વિદ્યુતભાર ન આવી શકે. χ ને પરિમાણરહિત કરવા માટે $\mu_0 e^2$ સંયુક્ત રીતે જ લેવાં પડે. જ્યાં e એ વિદ્યુતભારના પરિમાણ છે.

$\chi = \mu_0 e^2\ m^a\, v^b\, R^c$ ... (1)

➠ બંને બાજુની ભૌતિકરાશિના પારિમાણિક સૂત્ર લખતાં,

$[M^0\,L^0\,T^0\,Q^0] = [M^1\,L^1\,Q^{-2}]\,[Q^2]\,[M]^a[LT^{-1}]^b\,[L]^c$

$= [M^{1+a}]\,[L^{1+b+c}]\,[T^{-b}]\,[Q^0]$

M, L, T ની ઘાત સરખાવતાં,

M ની ઘાત સરખાવતાં,

$a + 1 = 0 \quad \therefore a = -1$ ... (2)

T ની ઘાત સરખાવતાં,

$-b = 0 \quad \therefore b = 0$ ... (3)

Q ની ઘાત સરખાવતાં,

$1 + b + c = 0$

$\therefore c = -1$ ... (4)

➠ દ્રવ્યની મૅગ્નેટિક સસેપ્ટિબિલિટી $\chi_m = \frac{M}{H}$

$\chi_m = \frac{I}{I}$ [$\because$ M અને H ના એકમો સમાન છે. તેથી χ_m નું પારિમાણિક સૂત્ર $[M^0\,L^0\,T^0]$ મળશે.

➠ બાયૉ-સાવરના નિયમ પરથી,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \frac{dl\sin\theta}{r^2}$$

$$\therefore \mu_0 = \frac{4\pi r^2 dB}{I dl \sin\theta}$$

$$= \frac{4\pi r^2}{I dl\sin\theta} \times \frac{F}{qv\sin\theta} \left[\because dB = \frac{F}{qv\sin\theta}\right]$$

μ_0 નું પારિમાણિક સૂત્ર,

$$\therefore \quad \mu_0 \text{ ના પરિમાણ } = \frac{L^2 \times \left[M^1L^1T^{-2}\right]}{(QT^{-1})(L)(Q)(L^1T^{-1})}$$

$$= M^1\,L^1\,Q^{-2}$$

(જ્યાં Q એ વિદ્યુતભારનું પરિમાણ છે)

➠ χ એ પરિમાણરહિત છે તેથી તેનાં સમીકરણમાં વિદ્યુતભાર ન આવી શકે. χ ને પરિમાણરહિત કરવા માટે $\mu_0 e^2$ સંયુક્ત રીતે જ લેવાં પડે. જ્યાં e એ વિદ્યુતભારના પરિમાણ છે.

$\chi = \mu_0 e^2\ m^a\, v^b\, R^c$ ... (1)

➠ બંને બાજુની ભૌતિકરાશિના પારિમાણિક સૂત્ર લખતાં,

$[M^0\,L^0\,T^0\,Q^0] = [M^1\,L^1\,Q^{-2}]\,[Q^2]\,[M]^a[LT^{-1}]^b\,[L]^c$

$= [M^{1+a}]\,[L^{1+b+c}]\,[T^{-b}]\,[Q^0]$

M, L, T ની ઘાત સરખાવતાં,

M ની ઘાત સરખાવતાં,

$a + 1 = 0 \quad \therefore a = -1$ ... (2)

T ની ઘાત સરખાવતાં,

$-b = 0 \quad \therefore b = 0$ ... (3)

Q ની ઘાત સરખાવતાં,

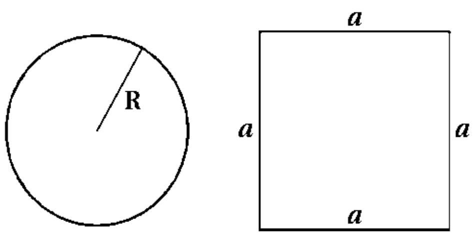
$1 + b + c = 0$

$\therefore\ c = -1$ ... (4)

10. L લંબાઈના સમાન તારમાંથી બનાવેલા બે સમતલિય પ્રવાહધારિત ગૂંચળા છે. C_1 વર્તુળાકાર (R ત્રિજ્યા) અને C_2 ચોરસ (લંબાઈ a) છે. જ્યારે તેમાંથી સમાન પ્રવાહ પસાર કરીને તેમને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર B માં મૂકવામાં આવે ત્યારે તેઓ સમાન આવૃત્તિથી દોલન કરે તે રીતે તેમને બનાવેલ છે, તો a ને R ના સ્વરૂપમાં શોધો.

➠ R ત્રિજ્યાનું વર્તુળાકાર ગૂંચળું C_1 અને લંબાઈ L છે.

એકમ લંબાઈ દીઠ આંટા $n_1 = \frac{L}{2\pi R}$ છે.



➠ C_2 એ a બાજુ ધરાવતું ચોરસ ગૂંચળું છે જેની પરિમિતિ L છે.

તેમાં એકમ લંબાઈ દીઠ આંટા $n_2 = \frac{L}{4a}$ છે.

➠ C_1 ની ચુંબકીય મોમેન્ટ $m_1 = n_1 I A_1$

$\therefore\ m_1 = \left(\frac{L}{2\pi R}\right)(I)(\pi R^2)$

$m_1 = \frac{LIR}{2}$ ... (1)

$\therefore$ C_1 ની જડત્વની ચાકમાત્રા $I_1 = \frac{MR^2}{2}$ ... (2)

➠ C_2 ની ચુંબકીય મોમેન્ટ $m_2 = n_2 I A_2$

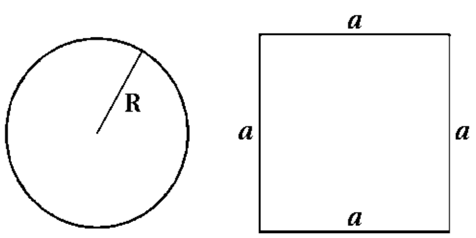
$m_2 = \left(\frac{L}{4a}\right)(I)(a^2)$

$m_2 = \frac{LIa}{4}$ ... (3)

➠ C_2 ની જડત્વની ચાકમાત્રા $I_2 = \frac{Ma^2}{12}$ ... (4)

➠ R ત્રિજ્યાનું વર્તુળાકાર ગૂંચળું C_1 અને લંબાઈ L છે.

એકમ લંબાઈ દીઠ આંટા $n_1 = \frac{L}{2\pi R}$ છે.



➠ C_2 એ a બાજુ ધરાવતું ચોરસ ગૂંચળું છે જેની પરિમિતિ L છે.

તેમાં એકમ લંબાઈ દીઠ આંટા $n_2 = \frac{L}{4a}$ છે.

➠ C_1 ની ચુંબકીય મોમેન્ટ $m_1 = n_1 I A_1$

$\therefore\ m_1 = \left(\frac{L}{2\pi R}\right)(I)(\pi R^2)$

$m_1 = \frac{LIR}{2}$ ... (1)

$\therefore$ C_1 ની જડત્વની ચાકમાત્રા $I_1 = \frac{MR^2}{2}$ ... (2)

➠ C_2 ની ચુંબકીય મોમેન્ટ $m_2 = n_2 IA_2$

$m_2 = \left(\frac{L}{4a}\right)(I)(a^2)$

$m_2 = \frac{LIa}{4}$ ... (3)

➠ C_2 ની જડત્વની ચાકમાત્રા $I_2 = \frac{Ma^2}{12}$ ... (4)