গণিতপ্রভা

সপ্তম শ্রেণি

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রথম সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2013
দ্বিতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2014
তৃতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2015
চতুর্থ সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2016
পঞ্চম সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2017

গ্রন্থস্বত্ব : পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রকাশক :
অধ্যাপিকা নবনীতা চ্যাটার্জি
সচিব, পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ
77/2, পার্ক স্ট্রিট, কলকাতা-700 016

মুদ্রক :
ওয়েস্ট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড
(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)
কলকাতা-৭০০ ০৫৬

सत्यमेव जयते

ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে একটি **সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক ধর্মনিরপেক্ষ গণতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র** রূপে গড়ে তুলতে সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করছি এবং তার সকল নাগরিক যাতে : সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক **ন্যায়বিচার**; চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার **স্বাধীনতা**; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের **সমতা** প্রতিষ্ঠা করতে পারে এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তি-সম্ভ্রম ও জাতীয় ঐক্য এবং সংহতি সুনিশ্চিত করে **সৌভ্রাতৃত্ব** গড়ে তুলতে; **আমাদের গণপরিষদে**, আজ, 1949 সালের 26 নভেম্বর, **এতদ্দারা এই সংবিধান গ্রহণ করছি, বিধিবন্ধ করছি** এবং **নিজেদের অর্পণ করছি**।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens : JUSTICE, social, economic and political; LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship; EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all – FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation; IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ভূমিকা

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ দলিল দুটিকে গুরুত্ব দিয়ে ২০১১ সালে পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্তৃক গঠিত 'বিশেষজ্ঞ কমিটি'কে বিদ্যালয়স্তরের পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকগুলির সমীক্ষা ও পুনর্বিবেচনা দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল। এই কমিটির বিষয় বিশেষজ্ঞদের আন্তরিক চেষ্টা ও নিরলস পরিশ্রমের ফসল হলো এই বইটি।

এই গণিত বইটি সপ্তম শ্রেণির পাঠ্যসূচি অনুযায়ী প্রণয়ন করা হয়েছে ও নামকরণ করা হয়েছে 'গণিতপ্রভা'। এই বইটিতে গণিতকে ভাষা হিসাবে চর্চা করার প্রতিষ্ঠিত ধারা অনুসৃত যাতে করে গণিতের ভাষায় ভাষান্তরিত সমস্যাটি দেখে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে সংশ্লিষ্ট সমস্যায় কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া, সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগের প্রয়োজন।

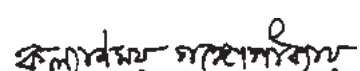
পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি বিষয়গুলিকে সুন্দর ও সহজভাষায় এমনভাবে বর্ণনা করা হয়েছে যাতে করে সমস্ত শিক্ষার্থী ভালোভাবে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারে। গণিতকে শিক্ষার্থীর ব্যক্তি জীবন, পরিবার ও সমাজের নানা সমস্যা সমাধানের সফল হাতিয়ার হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টাকে অধিকতর ভালোভাবে প্রসারিত করা হয়েছে।

প্রথিতযশা শিক্ষক, শিক্ষাপ্রেমী শিক্ষাবিদ, বিষয় বিশেষজ্ঞ ও অলংকরণের জন্য বিখ্যাত শিল্পীবৃন্দ — যাঁদের ঐকান্তিক চেষ্টায় ও নিরলস পরিশ্রমের ফলে এই সর্বাঙ্গসুন্দর গুরুত্বপূর্ণ বইটির প্রকাশ সম্ভব হয়েছে তাঁদের সকলকে পর্ষদের পক্ষ থেকে আন্তরিক ধন্যবাদ ও কৃতজ্ঞতা জানাই।

পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় বইটি ছাত্রছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে। এই প্রকল্পকে কার্যকরী করার জন্য মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী, পশ্চিমবঙ্গ সরকার, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষাদপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় শিক্ষা অধিকার এবং পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন সাহায্য করে পর্ষদকে কৃতজ্ঞতা পাশে আবদ্ধ করেছেন।

আশা করি পর্ষদ প্রকাশিত এই 'গণিতপ্রভা' বইটি শিক্ষার্থীদের কাছে বিজ্ঞানের বিষয়গুলি আকর্ষণীয় করে তুলতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে এবং মাধ্যমিকস্তরে গণিতচর্চার মান উন্নততর করতে সহায়ক হবে। ছাত্রছাত্রীরা উদ্বুদ্ধ হবে। এইভাবে সার্থক হবে পর্ষদের সামাজিক দায়বদ্ধতা।

সমস্ত শিক্ষাপ্রেমী, শিক্ষক শিক্ষিকা ও সংশ্লিষ্ট সকলের কাছে আমার সনির্বন্ধ অনুরোধ তাঁরা যেন বিনা দ্বিধায় বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্ষদের নজরে আনেন যাতে করে পরবর্তী সংস্করণে সংশোধনের সুযোগ পাওয়া যায়। এতে বইটির মান উন্নত হবে এবং ছাত্রসমাজ উপকৃত হবে। ইংরেজিতে একটি আপ্তবাক্য আছে যে, 'even the best can be bettered'। বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষক সমাজের ও বিদ্যোৎসাহী ব্যক্তিদের গঠনমূলক মতামত ও সুপরামর্শ সাদরে গৃহীত হবে।



ডিসেম্বর, ২০১৭
৭৭/২ পার্ক স্ট্রিট
কলকাতা-৭০০ ০১৬

প্রশাসক
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রাক্‌কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয়া মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি 'বিশেষজ্ঞ কমিটি' গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠক্রম, প্যঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক-এর পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিন্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হলো। পুরো প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রেই জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ (RTE Act, 2009) নথিদুটিকে আমরা অনুসরণ করেছি। পাশাপাশি সমগ্র পরিকল্পনার ভিত্তি হিসেবে আমরা গ্রহণ করেছি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের শিক্ষাদর্শের রূপরেখাকে।

উচ্চ-প্রাথমিক স্তরের গণিত বইয়ের নাম 'গণিতপ্রভা'। বইটিতে ধাপে ধাপে গাণিতিক সমস্যাবলি সমাধানের পদ্ধতি শেখানো হয়েছে। শিক্ষার্থীর সুবিধার জন্য প্রতিটি ক্ষেত্রেই সযত্নে মৌল ধারণাগুলিকে প্রাঞ্জল ভাষায় এবং হাতেকলমে পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। 'গণিত' বিষয়টিকে বৈচিত্র্যময় এবং আকর্ষণীয় করে তোলার সযত্ন প্রয়াস বইটিতে সহজেই লক্ষ করা যাবে। শিক্ষার্থীর প্রায়োগিক সামর্থ্যবৃদ্ধির দিকেও আমরা তীক্ষ্ণ নজর রেখেছি। আশা করা যায় শিক্ষার্থীমহলে বইটি সমাদৃত হবে। এই 'গণিতপ্রভা' পুস্তকটি নতুন শিক্ষাবর্ষে (২০১৮) পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় রাজ্যের শিক্ষার্থীদের হাতে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

নির্বাচিত শিক্ষাবিদ, শিক্ষক-শিক্ষিকা এবং বিষয়-বিশেষজ্ঞবৃন্দ অল্প সময়ের মধ্যে বইটি প্রস্তুত করেছেন। পশ্চিমবঙ্গের মাধ্যমিক শিক্ষার সারস্বত নিয়ামক পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ পাঠ্যপুস্তকটিকে অনুমোদন করে আমাদের বাধিত করেছেন। বিভিন্ন সময়ে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন, পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষা অধিকার প্রভৃত সহায়তা প্রদান করেছেন। তাঁদের ধন্যবাদ।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

বইটির উৎকর্ষবৃদ্ধির জন্য শিক্ষাপ্রেমী মানুষের মতামত, পরামর্শ আমরা সাদরে গ্রহণ করব।

অভীক মজুমদার

চেয়ারম্যান
'বিশেষজ্ঞ কমিটি'
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

ডিসেম্বর, ২০১৭
নিবেদিতা ভবন পঞ্চমতল
বিধাননগর, কলকাতা : ৭০০ ০৯১

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্ষদ

নির্মাণ ও বিন্যাস

অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

রথীন্দ্রনাথ দে (সদস্য সচিব, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

শংকরনাথ ভট্টাচার্য

সুমনা সোম

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

মলয় কৃষ্ণ মজুমদার

পার্থ দাস

প্রদ্যুৎ পাল

প্রচ্ছদ ও অলংকরণ

দেবাশিস রায়

রূপায়ণ

বিপ্লব মণ্ডল

সহায়তা

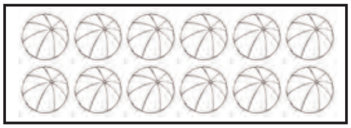
অনুপম দত্ত, পিনাকী দে

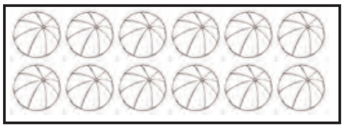
সূ চি প ত্র

অধ্যায়	বিষয়	পৃষ্ঠা
1	পূর্বপাঠের পুনরালোচনা	1
2	অনুপাত	22
3	সমানুপাত	34
4	পূর্ণসংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ	46
5	সূচকের ধারণা	70
6	বীজগাণিতিক প্রক্রিয়া	77
7	কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট কোণ অঙ্কন	110
8	ত্রিভুজ অঙ্কন	117
9	সর্বসমতার ধারণা	126
10	আসন্নমান	129
11	ভগ্নাংশের বর্গমূল	134
12	বীজগাণিতিক সূত্রাবলি	146
13	সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধারণা	168
14	ত্রিভুজের ধর্ম	172
15	সময় ও দূরত্ব	178
16	দ্বি-স্তম্ভ লেখ	189
17	আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	196
18	প্রতিসাম্য	209
19	উৎপাদকে বিশ্লেষণ	219
20	চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ	229
21	চতুর্ভুজ অঙ্কন	240
22	সমীকরণ গঠন ও সমাধান	250
23	মজার অঙ্ক	266
24	মিলিয়ে দেখি	275

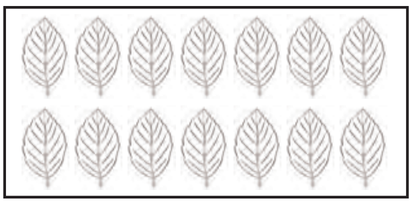
1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা

আজ দুপুরে আমরা মাঠে গাছের নীচে বসে ছবি আঁকব। চন্দ্রা খুব ভালো ছবি আঁকতে পারে না। কিন্তু খুব ভালো রং করে। তাই সে আমাদের আঁকা ছবির কিছু কিছু অংশ রং করবে।

আমি আঁকলাম-  —এই ছবির বলগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{4}$ অংশ বলে চন্দ্রা রং করল।

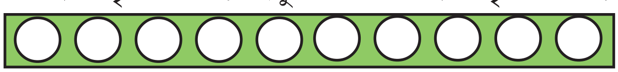
চন্দ্রা রং করল-  — $\frac{1}{4}$ অংশ বা ☐ টি বলে [নিজে রং করি]।

—এই ছবির ফুলগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{3}$ অংশ বা ☐ টি ফুলে লাল রং দিল। [নিজে রং করি]



— এই ছবির পাতাগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{7}$ অংশ বা ☐ টি পাতায় সবুজ রং দিল। [নিজে রং করি]

মহিম কিন্তু অনেকগুলি বৃত্ত আঁকল —

আমি মহিমের আঁকা বৃত্তের সংখ্যার 0.5 অংশে বৃত্তের মধ্যে ত্রিভুজ ও 0.2 অংশে বৃত্তের মধ্যে চতুর্ভুজ আঁকি — [যেমন -]। 

— এর $\frac{1}{3}$ অংশ টাকা ☐ নিজে আঁকি।

তথাগত শুধু একটা ফাঁকা মাঠ আঁকল,

এই ছবিতে 6 জন ছেলেমেয়ে আঁকি যাদের $\frac{1}{3}$ অংশ মেয়ে [নিজে আঁকি]।

নিজে করি — 1.1

1) 1 টাকার $\frac{1}{2}$ অংশ = ☐ পয়সা।

2) 1 বছরের $\frac{1}{4}$ অংশ = ☐ মাস।

3) 4 টাকার $\frac{5}{8}$ অংশ = ☐ টাকা ☐ পয়সা।

4) 2 কিলোগ্রামের $\frac{1}{5}$ অংশ = ☐ গ্রাম।

5) 5 লিটার 2 ডেসিলিটারের $\frac{1}{2}$ অংশ = ☐ লিটার ☐ ডেসিলিটার।

6) একটি সংখ্যার $\frac{1}{3}$ অংশের সঙ্গে 20 যোগ করলে 35 হয়। সংখ্যাটি কত হবে হিসাব করি।

7) হিসাব করে দেখি $\frac{5}{7}$– এর 2 গুণের সঙ্গে কত যোগ করলে 3 পাব।

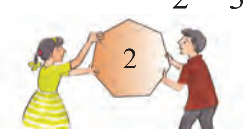
8) $\frac{5}{7}$ – এর সঙ্গে কত গুণ করলে 4 পাব হিসাব করি।

9) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ ও $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ — এদের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে ছোটো হিসাব করে দেখি।

10) $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$ ও $\frac{5}{2} \times \frac{7}{3}$ — এদের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়ো হিসাব করে দেখি।

11) একটি সংখ্যার চারগুণ ও ঐ সংখ্যাটির অর্ধেক যোগ করলে সংখ্যাটি $1\frac{2}{3}$ হয়। সংখ্যাটি কত হবে হিসাব করে দেখি।

12) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$ ভগ্নাংশটি $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ – এর মধ্যে কত বার আছে হিসাব করে দেখি।



1 উজ্জ্বলবাবু অফিস থেকে 50,000 টাকা পেয়েছেন। তিনি অর্ধেক টাকা পাড়ার প্রাথমিক বিদ্যালয়ের উন্নয়নে দান করলেন। বাকি টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ বাগানের বেড়া দিতে খরচ করলেন। অবশিষ্ট টাকার অর্ধেক স্ত্রীর নামে ব্যাঙ্কে স্থায়ী আমানতে জমা দিলেন এবং বাকি অর্ধেক নিজের নামে পোস্ট অফিসে জমা রাখলেন। উজ্জ্বলবাবু কোথায় কত টাকা দিলেন বা রাখলেন তা হিসাব করি।

প্রাথমিক বিদ্যালয়ে দান করলেন 50,000 টাকার অর্ধেক

$= 50,000$ টাকার $\frac{\square}{\square}$ অংশ

$= \overset{25,000}{\cancel{50,000}} \times \frac{\square}{\square}$ টাকা

$= 25,000$ টাকা

বাকি রইল, $(50,000 - 25,000)$ টাকা $= 25,000$ টাকা

বাকি টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ $= 25,000$ টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ $= \square \times \frac{\square}{\square}$ টাকা $= \square$ টাকা

∴ বাগানে বেড়া দিতে খরচ হলো $\square$ টাকা

অবশিষ্ট টাকা $= (25,000 - 5,000)$ টাকা $= 20,000$ টাকা

অবশিষ্ট টাকার অর্ধেক $= \square$ টাকার অর্ধেক

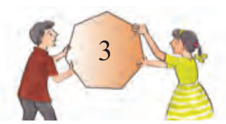
$= \square$ টাকা $\times \frac{\square}{\square}$

$= \square \times \frac{\square}{\square}$ টাকা

$= \square$ টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবু স্ত্রীর নামে ব্যাঙ্কে স্থায়ী আমানতে রাখেন $\square$ টাকা

এবং নিজের নামে পোস্ট অফিসে জমা রাখেন $\square$ টাকা।



পরের মাসে উজ্জ্বলবাবু অফিস থেকে আরও কিছু টাকা পেলেন। তিনি এই টাকার $\frac{1}{6}$ অংশ গ্রামের দাতব্য চিকিৎসালয়ে দান করলেন। তিনি 5,000 টাকা দাতব্য চিকিৎসালয়ে দান করেছিলেন। তাহলে পরের মাসে তিনি কত টাকা অফিস থেকে পেলেন হিসাব করি।

ধরি, সম্পূর্ণ টাকা = 1 অংশ

উজ্জ্বলবাবুর টাকার $\frac{1}{6}$ অংশ = 5,000 টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবুর টাকার 1 অংশ = $(5{,}000 \div \frac{1}{6})$ টাকা

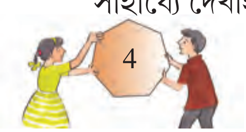
= $\square \times \square$ টাকা

= 30,000 টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবু পরের মাসে অফিস থেকে 30,000 টাকা পেয়েছিলেন।

কষে দেখি — 1.1

1. সীতারা বেগমের ফলের দোকানে 60 টি পেয়ারা ছিল। তিনি তার মোট পেয়ারার $\frac{1}{4}$ অংশ বিক্রি করলেন। তার কাছে আর কতগুলি পেয়ারা পড়ে রইল হিসাব করি।
2. মা আমাকে 60 টাকার $\frac{5}{6}$ অংশ এবং দাদাকে 45 টাকার $\frac{7}{9}$ অংশ দিয়েছেন। মা কাকে বেশি টাকা দিয়েছেন হিসাব করে দেখি।
3. গণেশবাবু তিনদিনে একটি কাজের যথাক্রমে $\frac{3}{14}, \frac{4}{7}$ ও $\frac{1}{21}$ অংশ শেষ করেছেন। তিনি তিনদিনে মোট কত অংশ কাজ শেষ করেছেন ও এখনও কত অংশ কাজ বাকি আছে হিসাব করি।
4. একটি বাঁশের দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{3}$ অংশে লাল রং, $\frac{1}{5}$ অংশে সবুজ রং ও বাকি 14 মিটারে হলুদ রং দিয়েছি, বাঁশটি কত মিটার লম্বা হিসাব করি।
5. একটি খাতার দাম 6.50 টাকা হলে 15 টি খাতার দাম কত হবে তা হিসাব করি।
6. একটি বাক্সে12টি চিনির প্যাকেট আছে। প্রতিটি প্যাকেটের ওজন 2.84 কিগ্রা.। বাক্স এবং প্যাকেটগুলির মোট ওজন 36 কিগ্রা. হলে, হিসাব করে দেখি বাক্সটির ওজন কত হবে।
7. এক বস্তা চালের পরিমাণের 0·75 অংশের দাম 1800 টাকা হলে তার 0·15 অংশের দাম হিসাব করি।
8. অনিতাদি তার জমির পরিমাণের অর্ধেকের $\frac{7}{8}$ অংশ নিজের ভাইকে দিয়েছেন এবং বাকি জমি তিন ছেলেকে সমানভাগে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক ছেলে কত অংশ জমি পেল তা একটি চিত্রের সাহায্যে দেখাই।



9. সরল করি :

(i) $\frac{13}{25} \times 1\frac{7}{8}$ (ii) $2\frac{5}{8} \times 2\frac{2}{21}$ (iii) $10\frac{3}{10} \times 6\frac{4}{3} \times \frac{4}{11}$

(iv) $0{\cdot}025 \times 0{\cdot}02$ (v) $0{\cdot}07 \times 0{\cdot}2 \times 0{\cdot}5$ (vi) $0{\cdot}029 \times 2{\cdot}5 \times 0{\cdot}002$

10. সরল করি :

(i) $3\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{50}{51} \div 15$ (iii) $1 \div \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{156}{121} \div \frac{13}{22}$ (v) $1\frac{1}{2} \div \frac{4}{9} \div 13\frac{1}{2}$ (vi) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} \times \frac{2}{5}$

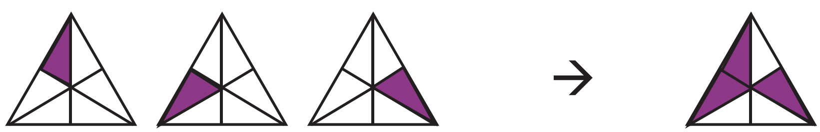
(vii) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6} \div 2\frac{1}{4}$ (viii) $20 \div 7\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ (ix) $3{\cdot}15 \div 2{\cdot}5$

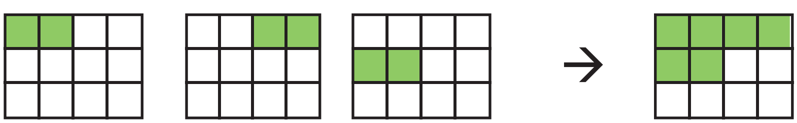
(x) $35{\cdot}4 \div 0{\cdot}03 \times 0.06$ (xi) $2{\cdot}5 \times 6 \div 0{\cdot}5$

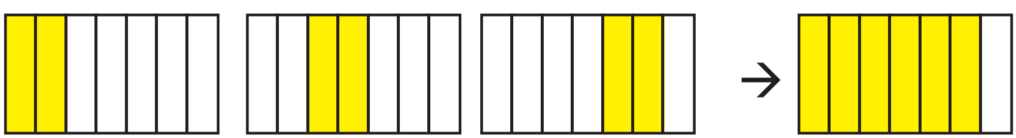
11. ছবি দেখে নিচের মত লিখি :

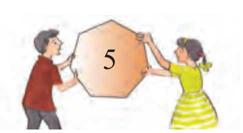
(i)

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(ii) 

(iii) 

(iv) 



সরল না ব্যস্ত সমানুপাত খুঁজি

2 এবার ছুটিতে আমরা পুরী বেড়াতে যাব। সেইজন্য বাবা 920 টাকায় 4টি টিকিট কিনে আনলেন। আমার তিনজন বন্ধুও আমাদের সঙ্গে বেড়াতে যেতে চাইল।

আমরা মোট (4 + 3) জন = 7 জন যাব।

আরও তিনটি টিকিট কাটতে হবে।
3 টি টিকিটের দাম কত হবে দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি —

টিকিটের সংখ্যা (টি)	দাম (টাকা)
4	920
3	?

টিকিটের সংখ্যা ও টিকিটের দাম □ সম্পর্কে আছে। কারণ বেশি টিকিটের জন্য □ টাকা লাগবে।

ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই,

4 টি টিকিটের দাম 920 টাকা

1 টি টিকিটের দাম $\frac{920}{4}$ টাকা

3 টি টিকিটের দাম $\frac{\cancel{920}^{230}}{\cancel{4}} \times 3$ টাকা = 690 টাকা

আরও 3টি টিকিট কিনতে 690টাকা লাগবে।

3 কোনো সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{9}{10}$ অংশের মূল্য 6543 টাকা হলে, ওই সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{1}{2}$ অংশের মূল্য কত দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

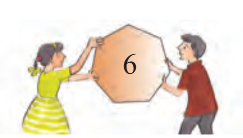
সম্পত্তির পরিমাণ (অংশ)	মূল্য (টাকা)
$\frac{9}{10}$	6543
$\frac{1}{2}$	?

সম্পত্তির অংশ বাড়লে মূল্য □, তাই সম্পত্তির অংশের সঙ্গে মূল্য □ সম্পর্কে আছে।

∴ ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই, সম্পত্তির $\frac{9}{10}$ অংশের মূল্য 6543 টাকা

1 অংশের মূল্য □ ÷ $\frac{□}{□}$ টাকা = □ × $\frac{□}{□}$ টাকা

$\frac{1}{2}$ অংশের মূল্য □ × $\frac{□}{□}$ × $\frac{□}{□}$ টাকা = 3635 টাকা



4 6 জন লোক 7 দিনে একটি কাজ করেন। ওই কাজ 21 দিনে শেষ করতে হলে কতজন লোক দরকার দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (দিনসংখ্যা)	লোক (সংখ্যা)
7	6
21	?

দিনসংখ্যার সঙ্গে লোকসংখ্যার সম্পর্ক □।

একটি নির্দিষ্ট কাজের জন্য দিনসংখ্যা বাড়লে লোক □ লাগে।

ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই, একটি কাজ 7 দিনে শেষ করে 6 জন লোক

ওই কাজ 1 দিনে শেষ করে 6 × □ জন লোক

সুতরাং, কাজটি 21 দিনে করে $\frac{\square \times \square}{\square}$ জন লোক

∴ ওই কাজটি 21 দিনে শেষ করতে 2 জন লোক দরকার।

নিজে করি — 1.2

1) একটি চাকা 55 বার ঘুরে 77 মিটার পথ যায়। তবে 98 মিটার পথ যেতে ওই চাকা কতবার ঘুরবে হিসাব করি।

2) দীপ্তার্ক প্রত্যেক সপ্তাহে একদিন সাঁতার শিখতে যায়। 364 দিনে সে মোট কতদিন সাঁতার শিখতে যায় হিসাব করি।

3) কবিতার 120 টি কাগজের প্রয়োজন। প্রত্যেক দিস্তায় 24 টি কাগজ আছে। কবিতা কত দিস্তা কাগজ কিনবে হিসাব করি।

4) এক ডজন ডিমের দাম 48 টাকা হলে, 32 টি ডিমের দাম কত হবে হিসাব করে দেখি।

5) প্রতিদিন 5 ঘণ্টা কাজ করলে 30 দিনে একটি কাজ শেষ করা যায়। প্রতিদিন 6 ঘণ্টা কাজ করলে কত দিনে সেই কাজ শেষ করা যাবে হিসাব করি।

6) কোনো সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{5}{7}$ অংশের মূল্য 2825 টাকা। ওই সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{2}{7}$ অংশের মূল্য কত টাকা হিসাব করি।

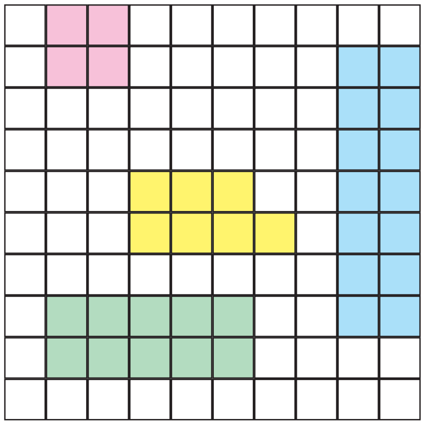
7) একটি শিবিরে 48 জন সৈন্যের 7 সপ্তাহের খাবার মজুত আছে। যদি ওই দলে আরও 8 জন সৈন্য যোগ দেয়, তবে ওই পরিমাণ খাবারে কত সপ্তাহ চলবে হিসাব করি।

8) একটি জাহাজে 50 জন নাবিকের 16 দিনের খাবার মজুত আছে। 10 দিন পরে আরও 10 জন নাবিক তাদের সঙ্গে যোগ দিলেন। বাকি খাবারে সকলের আর কত দিন চলবে হিসাব করে দেখি।

9) 20 জন লোক ঠিক করল 30 দিনে তারা একটা বাড়ি সারানোর কাজ সম্পূর্ণ করবে। কিন্তু 6 দিন পরে তাদের মধ্যে 8 জন লোক অসুস্থ হয়ে পড়ল। হিসাব করে দেখি কত দিনে তারা বাড়ি সারানোর কাজ শেষ করবে।

10) 25 জন কৃষক 12 দিনে 15 বিঘা জমি চাষ করেন। তাহলে 30 জন কৃষক 16 দিনে কত বিঘা জমি চাষ করবেন হিসাব করে দেখি।

নীচের 100 টি সমান ঘরের ছক কাগজের বিভিন্ন অংশে রং করি:



লাল রং দিয়েছি, 100 ভাগের 4 ভাগ

$=\frac{4}{100}$ অংশে

= 0.04 অংশে

= শতকরা 4 বা 4% ঘরে।

হলুদ রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$=\frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

সবুজ রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$=\frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

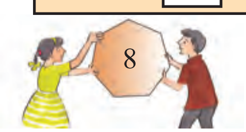
নীল রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$=\frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

ফাঁকা ঘর পূরণ করি:

ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা
$\frac{6}{100}$	0.06	6
$\frac{26}{100}$	□	□
$\frac{15}{100}$	□	15
□	□	81
$\frac{3}{5}$	□	$\frac{3}{5}\times 100=\square$
$\frac{7}{25}$	□	□ = □
$\frac{7}{15}$	□	$\frac{7}{15}\times\square=\frac{140}{3}=46\frac{2}{3}$
$\frac{8}{35}$	□	□ = □
□	0.25	□
□	0.135	□



আজ সকাল থেকে খুব বৃষ্টি হচ্ছে। তপন ভেবেছিল স্কুলে যাবে না। কিন্তু স্কুলে না গেলে তপনের ভালো লাগে না। তাই সে ছাতা মাথায় দিয়ে কোনোরকমে স্কুলে গেল। রাস্তায় খুব জল জমেছে। অনেকে স্কুলে আসতে পারেনি। অনেকে আবার ভিজে গেছে। তাই বাড়ি চলে গেছে।

5 স্কুলে আমাদের ক্লাসে 30 জন এসেছে। আমাদের ক্লাসে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 60 জন। আমরা শতকরা কতজন এসেছি হিসাব করে দেখি।

60 জনের মধ্যে এসেছি 30 জন

1 জনের মধ্যে এসেছি $\frac{30}{60}$ জন

100 জনের মধ্যে এসেছি $\frac{\square}{\square} \times \square$ জন = 50 জন

$\therefore$ আজ আমাদের ক্লাসে উপস্থিতির সংখ্যা শতকরা 50 বা 50%

কিন্তু গতকাল আমাদের ক্লাসে 25% অনুপস্থিত ছিল।

হিসাব কষে দেখি গতকাল কতজন আসেনি

25% অনুপস্থিত ছিল ।

অর্থাৎ,

100 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল 25 জন

1 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল $\frac{\square}{\square}$ জন

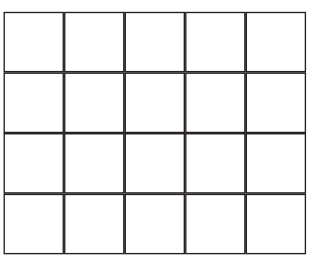
60 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল $\frac{\square}{\square} \times \square$ জন

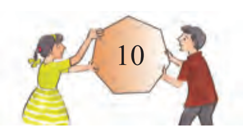
= 15 জন

$\therefore$ গতকাল আমাদের ক্লাসে 15 জন অনুপস্থিত ছিল।

কষে দেখি — 1.2

1. (i) 2 টাকার $12\frac{1}{2}$% কত পয়সা দেখি। (ii) 840 গ্রামের 30% কত গ্রাম দেখি।
   (iii) 25 টাকার 8% কত টাকা দেখি। (iv) 55 গ্রাম, 5 কিলোগ্রামের শতকরা কত দেখি।
   (v) 1·25 টাকা, 5 টাকার শতকরা কত দেখি। (vi) 16 লিটার 1000 লিটারের শতকরা কত দেখি।
2. একটি বাড়ির $\frac{1}{5}$ অংশ রং করা হয়েছে। বাড়িটির শতকরা কত রং করা বাকি আছে হিসাব করি।
3. নূরজাহানের শ্রেণিতে 30% ছাত্রী আছে। শ্রেণির মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 60 জন। হিসাব করে দেখি নূরজাহানের শ্রেণিতে মোট কতজন ছাত্র আছে।
4. 120 কিগ্রা. মিশ্র সারে ইউরিয়া ও পটাশের পরিমাণ যথাক্রমে 60% ও 40%; ওই মিশ্র সারে কোন সার কত কিগ্রা. আছে হিসাব করে লিখি।
5. আমার স্কুলের খাতার দাম ছিল 10 টাকা। এখন সেই খাতা আমি 12 টাকায় কিনি। হিসাব করে দেখি খাতার দাম শতকরা কত বেড়েছে।
6. সুমিত্রার বাড়ি থেকে স্কুলে যেতে 4 টাকা বাসভাড়া লাগত। এখন তাকে ওই দূরত্ব যেতে 6 টাকা বাসভাড়া দিতে হয়। বাসভাড়া শতকরা কত বেড়েছে হিসাব করি।
7. চিনির দাম বাড়ার জন্য আগে 125 টাকায় যে পরিমাণ চিনি কিনতাম, এখন 150 টাকায় সেই পরিমাণ চিনি কিনি। এখন চিনির দাম শতকরা কত বেড়েছে হিসাব করে দেখি।
8. রোজিনা 1 দিনে 90 টি অঙ্ক করেছে। শেফালি ওই সময়ে 65টি অঙ্ক করেছে। ওই সময়ে রোজিনা শেফালির থেকে শতকরা কত বেশি অঙ্ক করেছে দেখি। শেফালি ওই সময়ে রোজিনার থেকে শতকরা কত কম অঙ্ক করেছে হিসাব করি।
9. সুহাস বাবু তাঁর মাসিক আয়ের $66\frac{2}{3}$% খরচ করেন। তিনি যদি মাসে 3250 টাকা খরচ করেন তবে তাঁর মাসিক আয় কত হবে হিসাব করে দেখি।
10. নীচের মোট ছোটো ঘরগুলির 10% ঘরে লাল রং ও 40% ঘরে হলুদ রং দিই।





সুবীর ও মাসুম আজ ঠিক করেছে যে তারা দুজনে নতুন খেলা তৈরি করবে।

সুবীর 12টি সমান বর্গক্ষেত্রাকার ঘরকাটা কাগজ তৈরি করল ও লাল রং দিল। মাসুমও একইরকম 12টি সমান বর্গক্ষেত্রাকার ঘরকাটা কাগজ তৈরি করল ও হলুদ রং দিল।

সুবীরের লাল রঙের কাগজে আমি

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

লিখলাম।

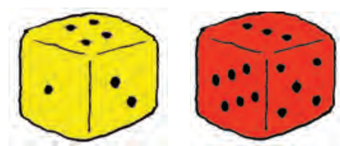
মাসুমের হলুদ রঙের কাগজে আমি

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

লিখলাম।

এবার দুজনের কাগজের টুকরো দুটির মাঝে একটি নতুন সবুজ রঙের একই মাপের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজে 0 লিখলাম।

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



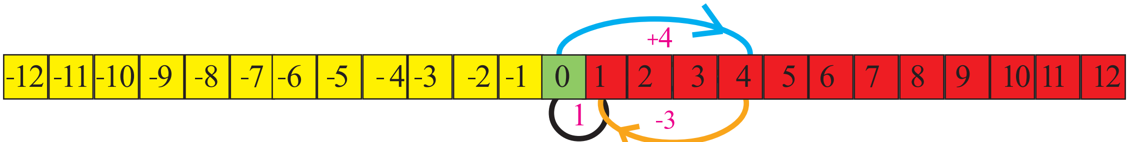
তারা ঠিক করল, একটি ছক্কা নিয়ে প্রত্যেকে দু-বার চালবে।

প্রথমবারে যে সংখ্যা পাবে ততঘর 0-র ডানদিকে যাবে

এবং দ্বিতীয়বারে যে সংখ্যা পাবে ততঘর আগের যাওয়া ঘরের বামদিকে আসবে।

সুবীর প্রথমে দু-বার ছক্কা ছুড়ে পেল 4 ও 3

তাই সে 0-র ডানদিকে 4 ঘর গেল। আবার সেখান থেকে 3 ঘর বামদিকে সরে এল। তাই পেল,

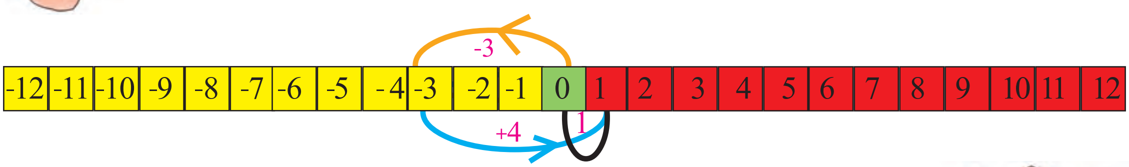


সুবীর প্রথমে দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে আসল (1) নং ঘরে। অর্থাৎ দু-বার ছক্কার চাল থেকে পেল,

$$4 + (-3) = 1$$

এবার মাসুম দু-বার ছক্কা চালল। কিন্তু মাসুমেরও প্রথমবারে 4 ও দ্বিতীয়বারে 3 পড়ল।

মাসুম বলল, আমি যদি প্রথমে 0-র বামদিকে 3 ঘর যাই, তারপরে সেখান থেকে 4 ঘর ডানদিকে আসি অর্থাৎ যদি $(-3) + (+4)$ করি কী পাই দেখি—



মাসুম এভাবে দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে এল 1 নং ঘরে। অর্থাৎ মাসুমও দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে পেল

$(-3) + (+4) = \square$

পেলাম, $(+4) + (-3) = (-3) + (+4)$

সংখ্যারেখায় অন্য পূর্ণসংখ্যা নিয়ে যাচাই করি—

6 $(-5) + (-3) = \square$ এবং $(-3) + (-5) = \square$

$\therefore \quad (-5) + (-3) \square (-3) + (-5)$ [=/≠ বসাই]

7 $(+7) + (+2) \square (+2) + (+7)$ [=/≠ বসাই]

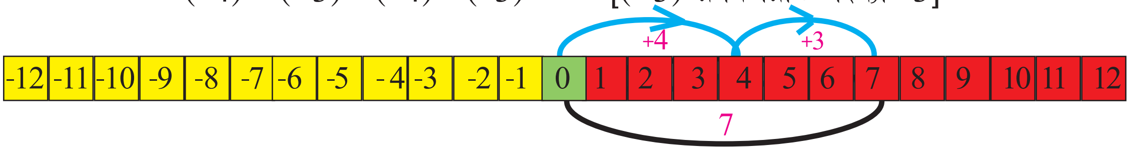
8 এইরকম যেকোনো 4টি সম্পর্ক যাচাই করি। [নিজে করি]

দেখছি সংখ্যারেখাতেও পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

কিন্তু পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কি? সংখ্যারেখায় বিয়োগ করে দেখি

9 সংখ্যারেখায় $(+4) - (-3)$ এর মান খুঁজি।

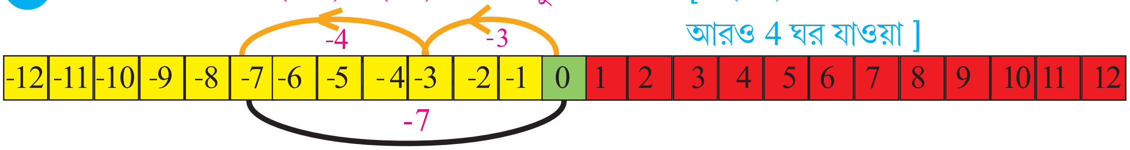
$(+4) - (-3) = (+4) + (+3)$ [(−3)-র বিপরীত সংখ্যা +3]



0-র ডানদিকে 4 ঘর গিয়ে সেখান থেকে আরও 3 ঘর ডানদিকে গিয়ে 7-এ এলাম।

সংখ্যারেখায় পেলাম, $(+4) - (-3) = 7$

10 আমি সংখ্যারেখায় $(-3) - (+4)$-এ মান খুঁজি। [- (+4) = - 4 অর্থাৎ '-' এর দিকে আরও 4 ঘর যাওয়া]



$-3 - (+4) = -3 + (-4)$ [(+4)-এর বিপরীত সংখ্যা - 4]

সংখ্যারেখা থেকে পাছি, $-3 - (+4) = \square$

$\therefore \quad +4 - (-3) = \square (-3) - (+4)$ [= / ≠ বসাই]

11 অন্য সংখ্যা নিয়ে যাচাই করে দেখি। [নিজে করি]

দেখছি, সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।

12 নিজে সংখ্যারেখায় যাচাই করি ও ফাঁকা ঘরে [=/≠] বসাই:

(i) (+6) – (+ 7) ☐ (+ 7) – (+ 6) **(ii)** 0 – (– 2) ☐ (–2) – 0

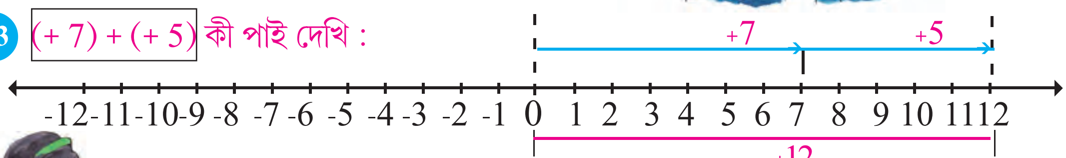
(iii) (– 8) – (– 5) ☐ (– 5)—(– 8) **(iv)** (– 13) – (+ 13) ☐ (+ 13) – (– 13)

(v) (– 9) – (+ 5) ☐ (+ 5) – (– 9) **(vi)** (+ 15) + 0 ☐ 0 + (+ 15)

(vii) (– 7) + 0 ☐ 0 + (– 7) **(viii)** (+ 11) + (- 11) ☐ (– 11) + (+ 11)

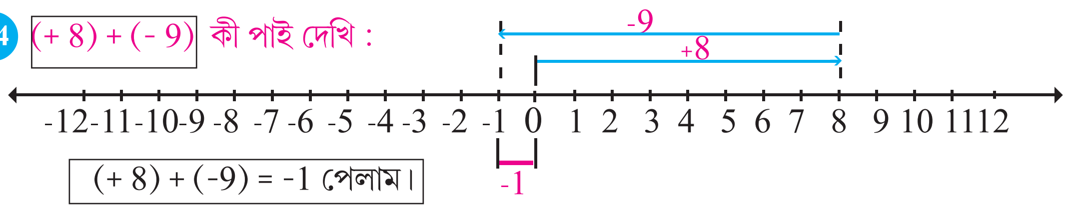
এবার আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যোগ ও বিয়োগ করি।

13 (+ 7) + (+ 5) কী পাই দেখি :



(+ 7) + (+ 5) = + 12 পেলাম

14 (+ 8) + (- 9) কী পাই দেখি :



(+ 8) + (-9) = -1 পেলাম।

15 (+6) + {(- 2) + (-3)} কী পাই দেখি— (+ 6) + {(- 2) + (- 3)} = (+ 6) + (- 5) = (+1)

16 এবার {(+6) + (-2)} + (-3) = কী পাই দেখি — {(+6) + (-2)} + (-3) = (+4) + (-3) = (+1)

দেখছি (+ 6) + {(- 2) + (-3)} = {(+6) + (- 2)} + (- 3)

∴ পূর্ণসংখ্যার যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

এবার দেখি পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা।

$(+6) - \{(-2) - (-3)\}$

$= (+6) - \{(-2) + (+3)\}$ [-‘3’ এর বিপরীত সংখ্যা + ‘3’]

$= (+6) - \{(+1)\}$

$= (+6) - (+1) = (+6) + (-1) = +5$

আবার, $\{(+6) - (-2)\} - (-3)$

$= \{(+6) + (+2)\} - (-3)$ [‘-2’ এর বিপরীত সংখ্যা ‘+2’]

$= (+8) - (-3) = (+8) + (+3) = +11$

$\therefore (+6) - \{(-2) - (-3)\} \neq \{(+6) - (-2)\} - (-3)$

তাই, পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

কষে দেখি — 1.3

1. নীচের সংখ্যারেখা থেকে মান নির্ণয় করি :

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

(i) $(+6) + (+3) = \square$ (ii) $(+3) + (+6) = \square$

(iii) $(+2) + (-2) = \square$ (iv) $(-4) + (+4) = \square$

(v) $(+3) + (-6) = \square$ (vi) $(+3) - (-6) = \square$

(vii) $(+6) - (-9) = \square$ (viii) $(-6) + (-3) = \square$

(ix) $(-6) + (-5) = \square$ (x) $(-4) - (-4) = \square$

2. সংখ্যারেখা এঁকে উদাহরণের সাহায্যে যোগের বিনিময় নিয়ম দেখাই।

3. সংখ্যারেখা এঁকে উদাহরণের সাহায্যে বিয়োগের বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিনা দেখি।

4. নিজেরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যাচাই করি —

(i) $(+2) + \{(+3) + (+5)\} = \{(+2) + (+3)\} + (+5)$

(ii) $(-8) + \{(-2) + (+6)\} = \{(-8) + (-2)\} + (+6)$

(iii) $(+2) - \{(+3) - (-5)\} \neq \{(+2) - (+3)\} - (-5)$

(iv) $(-8) - \{(-2) - (+6)\} \neq \{(-8) - (-2)\} - (+6)$

17 আজ রবিবার। স্কুলে ছুটি। তাই মাম্পি ঠিক করেছে তার পড়ার টেবিলের উপরের চারধার রঙিন কাগজ দিয়ে মুড়ে দেবে। কিন্তু কত দৈর্ঘ্যের কাগজ কিনবে দেখি।

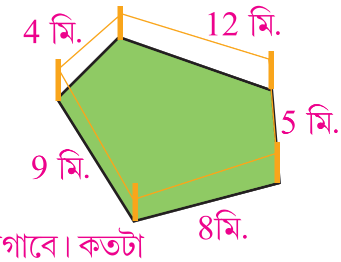
মাম্পি ফিতে দিয়ে মেপে দেখল

টেবিলের দৈর্ঘ্য 90 সেমি. এবং প্রস্থ 60 সেমি.

রঙিন কাগজ লাগবে = ☐ × (☐ + ☐) সেমি.

= ☐ × ☐ সেমি. = 300 সেমি.

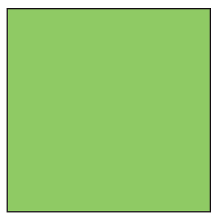
18 হাসিনাদের বাড়ির চারদিকে বেড়া দেওয়া হবে। জমির আকৃতি →



হাসিনাদের বাড়ির চারদিকে ঘিরতে (5মি.+8মি.+9মি.+4মি.+12মি.)

=38 মিটার লম্বা বেড়া লাগবে।

19 রফিকুল 121 বর্গমিটার বর্গক্ষেত্রাকার জমির একধারে ফুল গাছ লাগাবে। কতটা লম্বা জমিতে ফুলগাছ লাগাবে হিসাব করে দেখি।

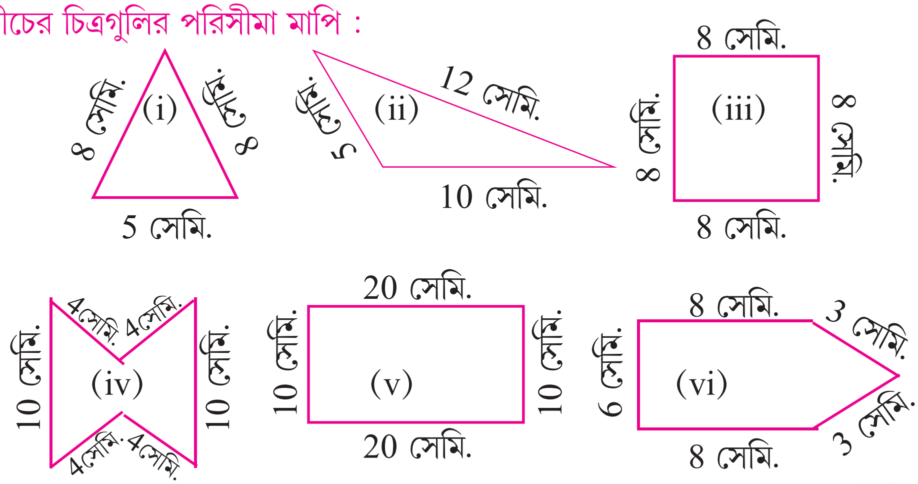


```
         11
    ┌──────
    │ 1 21
    │- 1
 21 ├──────
    │   21
    │ - 21
    │ ─────
    │    0
```

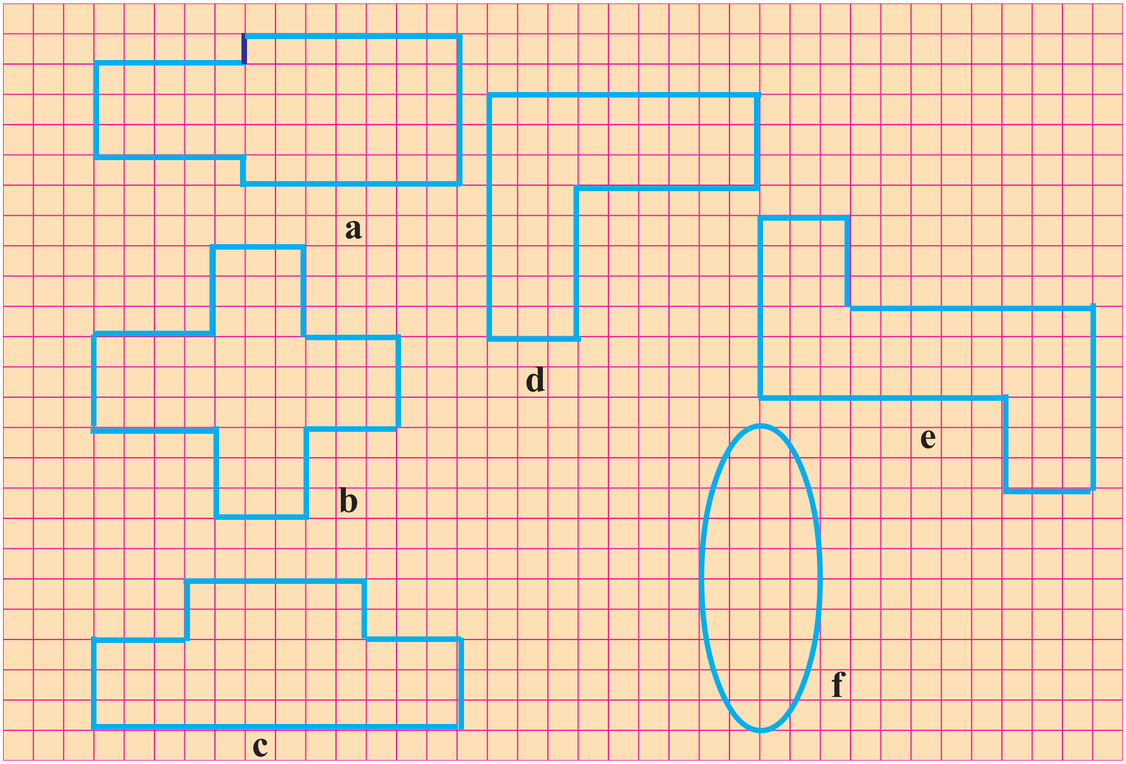
∴ রফিকুল 11 মিটার লম্বা জমিতে ফুলগাছ লাগাবে।

কষে দেখি — 1.4

1. নীচের চিত্রগুলির পরিসীমা মাপি :



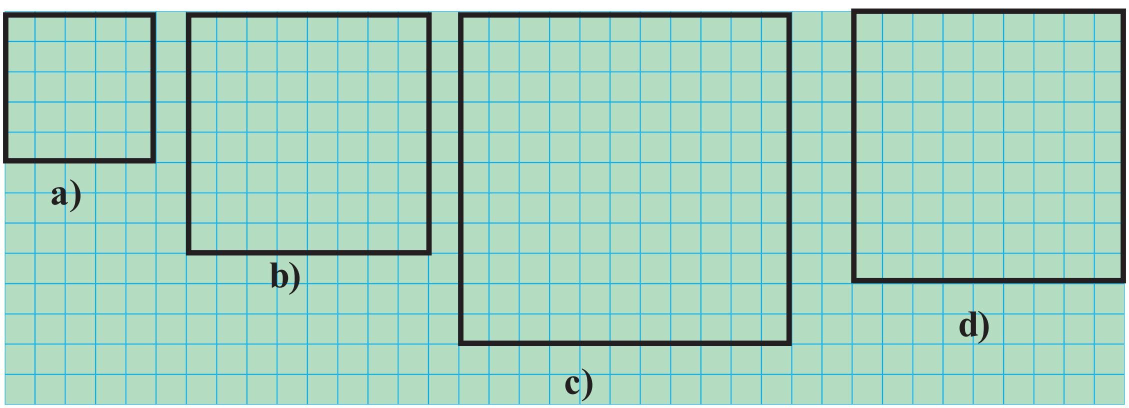
2. নীচের চিত্রগুলি কতটা জায়গা দখল করে আছে দেখি। [প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গঘর 1 বর্গসেমি.]



3. নিজেরা ছক-কাগজ তৈরি করে 25 বর্গঘর, 40 বর্গঘর, 36 বর্গঘর ও 62 বর্গঘর দখল করে আছে এমন চিত্র আঁকি।

4. নীচের ছক-কাগজের বর্গক্ষেত্রগুলোর এক একটি বাহুর দৈর্ঘ্য মাপি এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

[ধরি, একটি ক্ষুদ্রতম বর্গঘর = এক বর্গসেমি.]



5. **বর্গমূল নির্ণয় করি ঃ**

(a) $5^2 \times 8^2$ (b) 4225 (c) 10609 (d) 108241 (e) 186624 (f) $(24^2 + 10^2)$

6. 3000-এর নিকটতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা খুঁজি যা (a) 3000 থেকে বড়ো (b) 3000 থেকে ছোটো।

7. 9545 থেকে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে হিসাব করে দেখি।

6. 5050-এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে লিখি।

9. বারুইপুরের এক পেয়ারা বাগানে 1764টি পেয়ারাগাছ লাগানো হয়েছে। যতগুলি সারিতে পেয়ারাগাছ লাগানো হয়েছে প্রতি সারিতে ততগুলি পেয়ারাগাছ আছে। হিসাব করে দেখি প্রতি সারিতে কতগুলি পেয়ারাগাছ আছে।

10. হোমিওপ্যাথি ওষুধ রাখার বাক্সে 1225টি শিশি রাখার ঘর আছে। ঘরগুলি এমনভাবে সাজানো আছে যে যতগুলি সারি আছে প্রতি সারিতে ততগুলি ঘর আছে। হিসাব করে দেখি বাক্সে কতগুলি সারি আছে।

11. তিনটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার প্রথম ও দ্বিতীয়টির গুণফল 24, দ্বিতীয় ও তৃতীয়ের গুণফল 48 এবং প্রথম ও তৃতীয়ের গুণফল 32; সংখ্যা তিনটি কী কী তা হিসাব করে দেখি।

12. শিবাজি সঙ্ঘের ক্লাবে যতজন সদস্য আছে প্রত্যেকে সদস্য সংখ্যার পাঁচগুণ টাকা চাঁদা দিয়েছে। মোট 515205 টাকা চাঁদা উঠেছে। হিসাব করে দেখি ক্লাবের সদস্য সংখ্যা কত।

13. দার্জিলিং-এর এক বাগানের মালিক মোট 1080টি কমলালেবু পেড়েছেন। সেই কমলালেবু কতকগুলি ঝুড়ি এনে তার প্রতিটিতে ঝুড়ির সংখ্যার সমান কমলালেবু রাখতে গিয়ে দেখেন 9টি কমলালেবু কম পড়ছে। তিনি কতগুলি ঝুড়ি এনেছিলেন হিসাব করে দেখি।

14. বকুলতলার একটি পুকুর সংস্কার করতে পঞ্চায়েত যতজন লোক নিযুক্ত করেছিলেন তারা ততদিন কাজ করে মোট 12375 টাকা পেয়েছেন। প্রত্যেকে দৈনিক যদি 55 টাকা পান, তবে কতজন লোক কাজ করেছিলেন হিসাব করে দেখি।

15. চার অঙ্কের কোন বৃহত্তম পূর্ণবর্গ সংখ্যা 12,18 ও 30 দ্বারা বিভাজ্য হিসাব করে দেখি।

16. পাঁচ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা 8,15,20 ও 25 দ্বারা বিভাজ্য হিসাব করে দেখি।

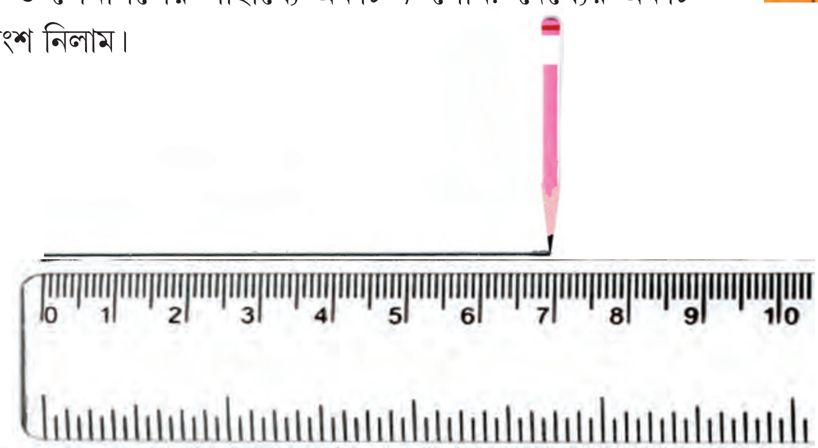
সুহানা ও অর্পিতা আজ বাড়িতে দাঁড়িপাল্লা তৈরি করবে। একটা কাঠের লাঠি AB নিল। কিন্তু AB-এর মধ্যবিন্দুতে আংটা লাগাতে হবে।

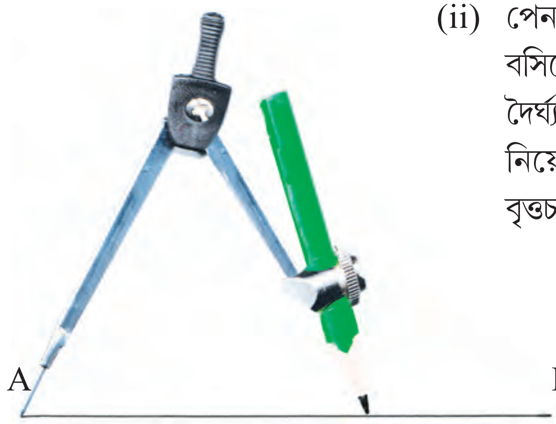
AB–এর কোন বিন্দুটি মধ্যবিন্দু হবে? কীভাবে পাব?

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখল $\overline{AB}$-এর দৈর্ঘ্য 14 সেমি.। স্কেলের সাহায্যে মেপে মধ্যবিন্দু পাব 14 সেমি. ÷ 2 = 7 সেমি.-তে।

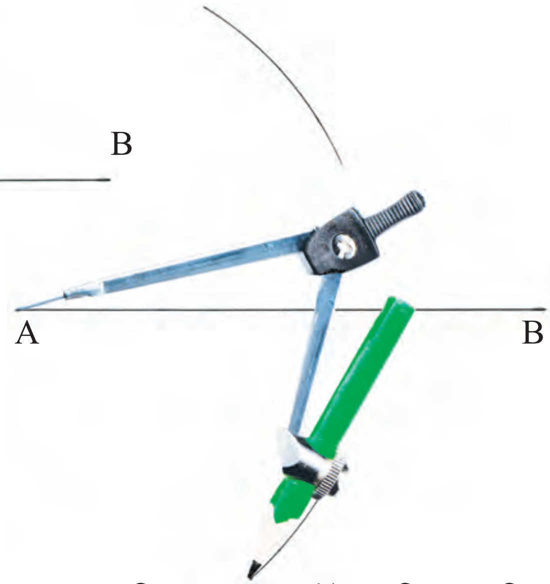
20 পেনসিল-কম্পাসের সাহায্যে কেমন করে মধ্যবিন্দু বের করব দেখি?

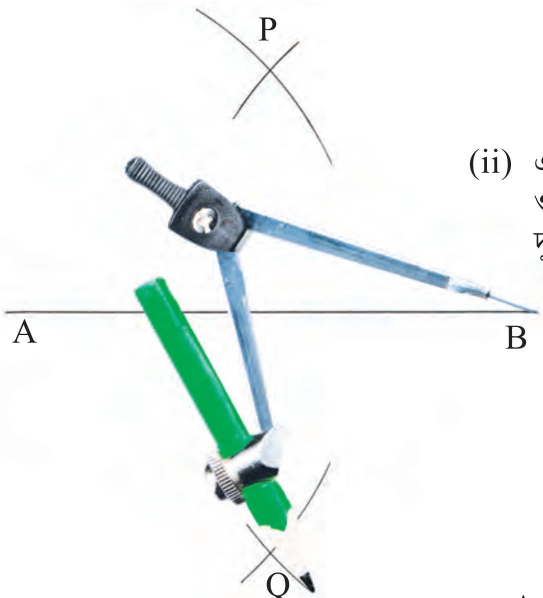
(i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশ নিলাম।



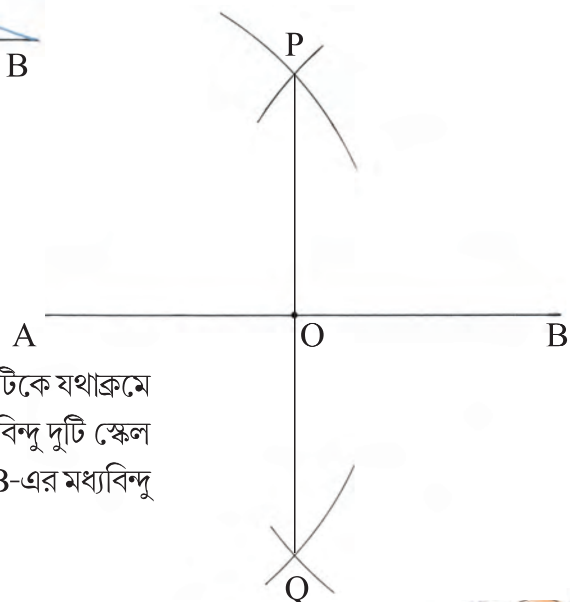


(ii) পেনসিল কম্পাসের কাঁটা A বিন্দুতে বসিয়ে $\overline{AB}$-এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি দৈর্ঘ্য (ব্যাসার্ধ) নিলাম এবং ওই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB-এর উপরে ও নীচে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।





(ii) একইভাবে পেনসিল কম্পাসের কাঁটা B বিন্দুতে বসিয়ে ওই একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে AB-এর উপরে ও নীচে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।



(iii) বৃত্তচাপ দুটি আগের আঁকা বৃত্তচাপ দুটিকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল। P ও Q বিন্দু দুটি স্কেল বসিয়ে পেনসিল দিয়ে যোগ করে AB-এর মধ্যবিন্দু O পেলাম।

কষে দেখি — 1.5

1. স্কেলের সাহায্যে $\overline{PQ}$ একটি সরলরেখাংশ আঁকি যার দৈর্ঘ্য 9 সেমি.। পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\overline{PQ}$ সরলরেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করে প্রতি অংশের দৈর্ঘ্য মাপি।

2. স্কেলের সাহায্যে 12 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ এঁকে তাকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান 4টি ভাগে ভাগ করি এবং প্রতি ভাগের দৈর্ঘ্য সমান হয়েছে কিনা মেপে দেখি।

3. চাঁদার সাহায্যে 72^0 কোণ আঁকি। পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে কোণটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করি। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি কোণটি সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে কিনা।

4. $\overline{AB}$ সরলরেখাংশের B বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে BC লম্ব আঁকি ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle ABC$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

5. $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের উপর বা বর্ধিত $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের উপর লম্ব অঙ্কন করি।

6. স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ আঁকি। পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ওই ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমদ্বিখণ্ডিক আঁকি। সমদ্বিখণ্ডিক তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

7. চাঁদার সাহায্যে 80^0 ও 100^0 কোণ আঁকি এবং পেনসিল কম্পাসের সাহায্য 80^0 ও 100^0 কোণের সমান করে দুটি কোণ আঁকি। কোণদুটি কীরূপ কোণ লিখি।

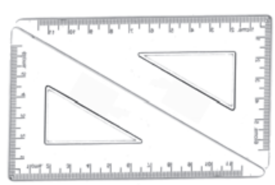
8. স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ আঁকি। ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করি। বাহুর সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

জ্যামিতি বাক্সে কী কী আছে দেখি।

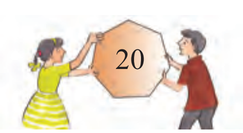
চাঁদার সাহায্যে ☐ মাপি।স্কেলের সাহায্যে ☐ মাপি।পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ☐ আঁকি।

দুটি সেটস্কোয়ার দিয়ে
কী কী করতে পারি দেখি

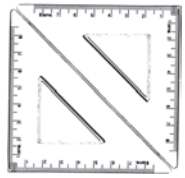
একটা সেটস্কোয়ারের কোণগুলি ☐, ☐ ও ☐ ; অন্য সেটস্কোয়ারের কোণগুলি ☐, ☐ ও ☐



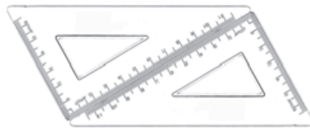
দুটি 30^0-60^0-90^0 সেটস্কোয়ার ছবির মতো মিলিয়ে ☐ চিত্র পেলাম।



কষে দেখি — 1.6



1. দুটি 45^0-45^0-90^0 সেটস্কোয়ারকে মিলিয়ে ☐ চিত্র তৈরি করি।



2. দুটি 30^0-60^0-90^0 সেটস্কোয়ার পাশের ছবির মতো মিলিয়ে ☐ পেলাম।

3. সেটস্কোয়ারের সাহায্যে আমরা রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম আকারের চিত্র তৈরি করি।

4. **সত্য/মিথ্যা যাচাই করি:**

(1) বর্গাকার চিত্রের প্রতিটি কোণ সমকোণ।

(2) যেকোনো আয়তাকার চিত্রের প্রতিটি বাহু সমান।

(3) রম্বসের চারটি বাহুই সমান।

(4) যেকোনো সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান।

(5) যেকোনো ট্রাপিজিয়ামের প্রতিটি বাহু সমান।

(6) যেকোনো আয়তাকার চিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান।

5. কারণ দেখাই:

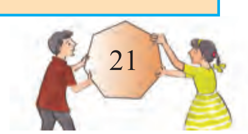
(1) বর্গাকার চিত্র, আয়তাকার চিত্র ও সামান্তরিক সকলেই চতুর্ভুজ।

(2) সকল আয়তাকার চিত্রই সামান্তরিক। (3) সকল বর্গাকার চিত্রই আয়তাকার চিত্র।

(4) সকল সামান্তরিকই ট্রাপিজিয়াম। (5)সকল রম্বসই সামান্তরিক।

6. **নীচের ছকটি পূরণ করি:**

চতুর্ভুজ	বিপরীত বাহু		সব বাহু সমান	বিপরীত কোণ সমান	কর্ণ দুটি সমান	কর্ণদুটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে
	সমান	সমান্তরাল				
সামান্তরিক	✓	✓	×	✓	×	✓
আয়তাকার চিত্র						
বর্গাকার চিত্র						
রম্বস				✓	×	
ট্রাপিজিয়াম						



2. অনুপাত

আজ সুপ্রিয়া ও পার্থ ঠিক করেছে নিজেদের পেনসিলের দৈর্ঘ্য মাপবে ও তুলনা করবে।

সুপ্রিয়ার পেনসিলের দৈর্ঘ্য 12 সেমি.। আর পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য 10 সেমি.।

সুপ্রিয়ার পেনসিলের দৈর্ঘ্য পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্যের থেকে ☐ সেমি. - ☐ সেমি. = 2 সেমি. বড়ো।

পার্থ বলল তার স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য তার পেনসিলের দৈর্ঘ্য থেকে বেশি।

এবার পার্থ ঠিক করল তার পেনসিলের দৈর্ঘ্য ও স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য তুলনা করবে।

সে স্কেল দিয়ে মেপে দেখল বেঞ্চের দৈর্ঘ্য 200 সেমি.

এত বড়ো ও এত ছোটো দৈর্ঘ্য কীভাবে তুলনা করি?
আমার পেনসিল দিয়ে বেঞ্চটির দৈর্ঘ্য কতবার মাপা যায় দেখি।

পার্থ ভেবে দেখল বেঞ্চটির দৈর্ঘ্যকে পেনসিলের দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলেই তো সেটা জানা যাবে।

তাই, $\dfrac{\text{বেঞ্চটির দৈর্ঘ্য}}{\text{পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য}} = \dfrac{\square \text{ সেমি.}}{\square \text{ সেমি.}} = \dfrac{20}{1}$

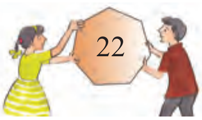
দেখছি, বেঞ্চের দৈর্ঘ্য পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্যের 20 গুণ।

এইভাবে ভাগের মাধ্যমে তুলনা করাকে ‘অনুপাত’ বলা হয় এবং অনুপাত ‘:’ এই চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য : পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য = 200 : 10 = 20 : 1

1 সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে 30 জন ছেলে এবং 20 জন মেয়ে আছে। সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাত কত দেখি।

সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাত = 30 : 20
= 3 : 2

2 একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্য 25 সেমি. ও একটি কুমিরের দৈর্ঘ্য 4 মিটার। ওদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের করি। (নিজে করি)



মেখলারা এখন একটা ছোটো ঘর ভাড়া নিয়ে আছে। এত ছোটো ঘরে ওদের থাকতে অসুবিধে হয়। তাই ওরা ওদের জমিতে বাড়ি শুরু করেছে। মিস্ত্রিরা সিমেন্ট ও বালি মিশিয়ে মশলা তৈরি করছে। মেখলা রোজ ওদের কাজ দেখে। সে মশলা মাখা দেখে অবাক হয়ে যায়। সে দেখে প্রতিবারে মিস্ত্রিরা 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি মেশাচ্ছে।

তোমরা কী হিসাবে মশলা তৈরি করো?

আমরা সিমেন্ট ও বালির পরিমাণ 1:5 অনুপাতে মেশাই

বুঝলাম না। যদি 2 কড়া সিমেন্ট নিয়ে মশলা করো তবে কী হবে?

তখন 10 কড়া বালি মেশাতে হবে।

এবার বুঝেছি। একইরকম মশলা তৈরি করতে হলে —

1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি মেশাতে হবে।

2 কড়া সিমেন্ট নিলে 5×2 কড়া = 10 কড়া বালি মেশাতে হবে।

আবার 3 কড়া সিমেন্ট নিলে 5×3 কড়া = 15 কড়া বালি মেশাতে হবে।

অর্থাৎ, একই রকম মশলা তৈরি করতে যতগুণ সিমেন্ট বাড়াব ততগুণ বালির পরিমাণ বাড়াতে হবে।

অর্থাৎ, $\dfrac{\text{সিমেন্টের পরিমাণ}}{\text{বালির পরিমাণ}}$ সর্বদা একই থাকবে।

একে আমরা সিমেন্ট ও বালির পরিমাণের অনুপাত বলব ও লিখব সিমেন্টের পরিমাণ :বালির পরিমাণ = 1:5

ওদের বাড়ির বাইরের পাঁচিলের গাঁথুনি শুরু হলো।

মিস্ত্রিরা নতুন মশলা তৈরি করল এভাবে —

মিস্ত্রিরা 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 7 কড়া বালি মেশাল।

নতুন মশলায় কি সিমেন্ট ও বালির পরিমাণের অনুপাত 1:7 ?

ঠিক বলেছ। আগের মশলা থেকে এই মশলার তফাত কী জানো?

এই মশলায় বালির পরিমাণ বেশি।

বুঝেছি গাঁথুনির মশলা তৈরি করতে 2 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে 7×2 কিগ্রা. = 14 কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

4 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে ☐ × ☐ কিগ্রা. = ☐ কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

10 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে ☐ × ☐ কিগ্রা. = ☐ কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

মেখলার বন্ধু ফরিদ এল।

আমাদের বাড়ির পাঁচিল দেওয়ার সময়ে 2 বস্তা সিমেন্টের সঙ্গে 12 বস্তা বালি মেশানো হয়েছিল। তাহলে কী অনুপাতে মেশানো হয়েছিল?

সিমেন্টের পরিমাণ : বালির পরিমাণ = 2 : 12

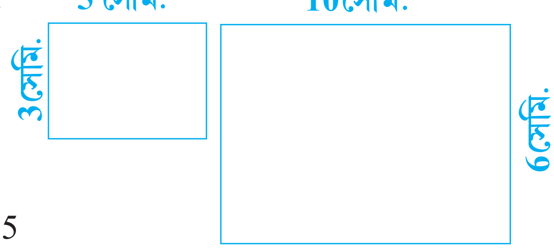
= 1 : 6 (2 দিয়ে উভয় পদকে ভাগ করে পাই)

অর্থাৎ, ফরিদদের বাড়ির পাঁচিল তৈরির সময় যে মশলা ব্যবহার করা হয়েছিল তাতে সিমেন্ট ও বালির পরিমাণের অনুপাত ছিল 1:6

অনুপাতের সংখ্যাগুলিকে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে গুণ ও ভাগ করলে অনুপাতের মান একই থাকে কিনা দেখি।

3 দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত একই রেখে বিভিন্ন মাপের আয়তাকার চিত্র তৈরি করি —

একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যদি 5:3 হয়, তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কী কী হতে পারে দেখি —



5:3 অনুপাতের 5 পূর্বপদ ও 3 উত্তর পদ।

এই অনুপাতকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করে পাই $\frac{5}{3}$

$\therefore \frac{\text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য}}{\text{আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ}} = \frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} \; .....$

অর্থাৎ ,আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে প্রস্থ 3 সেমি.। দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে প্রস্থ ☐ সেমি.। দৈর্ঘ্য ☐ সেমি. হলে প্রস্থ 9 সেমি.। দৈর্ঘ্য ☐ সেমি. হলে প্রস্থ ☐ সেমি.।

4 একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5:2 ; দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে জমিটির প্রস্থ কত মিটার হিসাব করি।

$\frac{\text{জমির দৈর্ঘ্য}}{\text{জমির প্রস্থ}} = \frac{5}{2} = \frac{20}{\square}$

যেহেতু $20 \div 5 = 4$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রাকার জমির প্রস্থ = 2×4 মিটার

= 8 মিটার

অথবা $\frac{\text{প্রস্থ}}{\text{দৈর্ঘ্য}} = \frac{2}{5} = \frac{\square}{20}$

প্রস্থ হলো দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{5}$ অংশ

$\therefore$ প্রস্থ = $\overset{4}{\cancel{20}} \times \frac{2}{\cancel{5}}$ মিটার = 8 মিটার

5 ফরিদের বন্ধু সুহানের আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 15 মিটার। সেই জমিতে বালি ফেলতে হবে 10 কিগ্রা.।

তাহলে আমরা আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্যের সঙ্গে বালির পরিমাণের কী তুলনা করতে পারব?

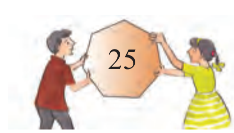
তাহলে কি আমরা লিখতে পারব না, $\frac{\text{আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য}}{\text{বালির পরিমাণ}} = \frac{\text{15 মিটার}}{\text{10 কিগ্রা.}}$

দুটিই কি একই জাতীয় রাশি?

যেহেতু দুটিই একই ধরনের (যেমন দৈর্ঘ্য বা ওজন ইত্যাদি) পরিমাপ করা হচ্ছে তাই তারা একই জাতীয় রাশি। তাই অনুপাত বলতে বুঝি সমজাতীয় রাশির তুলনা। আর যেহেতু সমজাতীয় রাশির তুলনা করতে গিয়ে ভাগ করছি, তাই ভাগ করার সময় কোনো একক থাকছে না। তাই অনুপাতে কোনো একক নেই।

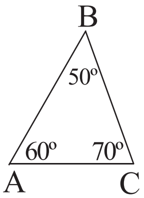
6 ছাদ ঢালাই-এর সময় বালি, সিমেন্ট ও স্টোনচিপ মেশাতে, যদি 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি ও 2 কড়া স্টোনচিপ মেশানো হয় ,তাহলে সিমেন্ট, বালি ও স্টোনচিপের পরিমাণের অনুপাত হবে ☐ : ☐ : ☐। (নিজে করি)

7 আমার বাবার বয়স 48 বছর, মায়ের বয়স 42 বছর, দাদার বয়স 15 বছর এবং আমার বয়স 12 বছর। তাই, বাবা, মা, দাদা ও আমার বয়সের অনুপাত 48:42:15:12 অর্থাৎ ☐ : ☐ : ☐ : ☐ । (নিজে করি)



কষে দেখি — 2.1

1. 1 কিগ্রা. চালের দাম 40 টাকা ও 1 কিগ্রা. ডালের দাম 100 টাকা। চাল ও ডালের দামের অনুপাত কত হিসাব করি।

2. 

   $\angle BAC : \angle ABC : \angle ACB =$ কত?

3. 1টি পেনসিলের দাম 3 টাকা ও 1টি লজেন্সের দাম 50 পয়সা। 1টি পেনসিল ও 1টি লজেন্সের দামের অনুপাত হিসাব করে লিখি।

4. একটি আধুলি , একটি এক টাকা ও একটি দু-টাকার মুদ্রার মূল্যের অনুপাত লিখি।

5. উমার বয়স 12 বছর 6 মাস, রাতুলের বয়স 12 বছর 4 মাস ও নুরজাহানের বয়স 12 বছর হলে, ওদের তিনজনের বয়সের অনুপাত কত লিখি।

6. সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কোণগুলির অনুপাত কত লিখি।

7. সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলির অনুপাত কত লিখি।

8. পুলকবাবু ও মানিকবাবুর বয়সের অনুপাত 7:9; মানিকবাবুর বয়স 72 বছর হলে, পুলকবাবুর বয়স হিসাব করে লিখি।

9. দুটি বইয়ের দামের অনুপাত 2:5; প্রথম বইটির দাম 32.20 টাকা হলে, দ্বিতীয় বইটির দাম হিসাব করে লিখি।

10. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 22:7; যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2 মিটার 1 ডেসিমিটার, সেই বৃত্তের পরিধি হিসাব করে লিখি।

11. আমাদের সপ্তম শ্রেণিতে 150 জনের মধ্যে 90 জন ও ষষ্ঠ শ্রেণিতে 140 জনের মধ্যে 80 জন অঙ্কন প্রতিযোগিতায় নাম দিয়েছে। অনুপাতে প্রকাশ করে দেখি কোন শ্রেণিতে প্রতিযোগী বেশি?

12. দুটি সংখ্যার অনুপাত 5:7 এবং সংখ্যাদুটির গ.সা.গু. 13 হলে সংখ্যাদুটি কী কী?

কোন শরবতে বেশি মিষ্টি দেখি

রুমেলার বাড়িতে আজ অনেক বন্ধু এসেছে। রুমেলা ঠিক করেছে আজ বন্ধুদের প্রথমে শরবত দেবে। সে নিজে শরবত তৈরি করবে। তাই সে 10 গ্লাস জলের সঙ্গে 6 গ্লাস সিরাপ মিশিয়ে শরবত তৈরি করল।

এখন শরবতে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত 10:6 = 5:3

এখানে পূর্বপদ → □, উত্তরপদ → □ ; পূর্বপদ □ উত্তরপদ [> / < বসাই]

এই অনুপাতকে **গুরু অনুপাত** বলা হয়।

যদি পূর্বপদ < উত্তরপদ হয়, তখন সেই অনুপাতকে কী বলব?

সেই অনুপাতকে **লঘু অনুপাত** বলা হয়।

যদি, অনুপাতের পূর্বপদ = উত্তরপদ হয়, তবে সেই অনুপাতকে **সাম্যানুপাত** বলা হয়।

বন্ধু সুমিতের শরবতে আরও মিষ্টি দরকার। তাই রুমেলা আরও $\frac{1}{2}$ গ্লাস সিরাপ মেশাল। এবার সকলের শরবত পছন্দ হলো।

এখন 10 গ্লাস জলে মোট সিরাপের পরিমাণ $=(6+\frac{1}{2})$ গ্লাস

$=\frac{13}{2}$ গ্লাস

এখন নতুন শরবতে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত $10:\frac{13}{2}$

= 20:13 (উভয়পদকে 2 দিয়ে গুণ করে, পূর্ণসংখ্যার অনুপাতে নিয়ে গেলাম।)

এখানে পূর্বপদ □ উত্তরপদ [</> বসাই]। তাই এই অনুপাত একটি □ অনুপাত।

যদি 10 গ্লাস জলে 10 গ্লাস সিরাপ মেশানো হয় তখন জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত □ : □ = 1:1 হবে।

এখানে পূর্বপদ □ উত্তরপদ [< / = / > বসাই]।

তাই এই অনুপাত একটি □ অনুপাত।

নিজে করি- 2.1

(1) একই অনুপাতে লিকার চা ও দুধ মিশিয়ে চা তৈরি করব। কত কাপ লিকার চা ও কত কাপ দুধ নেব দেখি—

চা তৈরি করব	লিকার চা দরকার	দুধ দরকার
6 কাপ	4 কাপ	2 কাপ
3 কাপ		
12 কাপ		
15 কাপ		
24 কাপ		

(i) 24 কাপ চায়ের জন্য লিকার চা ও দুধের অনুপাত কত হবে?

(ii) 15 কাপ চায়ের জন্য কত কাপ দুধ নেব?

(2) নীচের ফাঁকা ঘরগুলি পুরণ করি—

অনুপাত	লঘিষ্ঠ রূপ	পূর্বপদ	উত্তরপদ	অনুপাতের প্রকারভেদ		
				গুরু অনুপাত	লঘু অনুপাত	সাম্যানুপাত
10:16	5:8	5	8		5:8	
21:33						
36:26						
8:8						
45:10						
57:105						
15:15						
138:162						

নতুন অনুপাত তৈরি করব ও নাম জানব

তিনটি অনুপাত নিলাম— 2:3, 4:5 ও 5:7

অনুপাত তিনটির পূর্বপদ ☐, ☐ ও ☐ এবং তিনটির উত্তরপদ ☐, ☐ ও ☐

যদি, পূর্বপদগুলি গুণ করি তবে পাই, 2×4×5 = 40

এবং উত্তরপদগুলি গুণ করে পাই, 3×5×7 = 105

পূর্বপদ 40 এবং উত্তরপদ 105 হলে অনুপাতটি হয়,

$$40 : 105$$
$$= 8 : 21$$

এমন করে পাওয়া অনুপাতকে মিশ্র অনুপাত বা যৌগিক অনুপাত বলা হয়।

অর্থাৎ দুই বা দুইয়ের বেশি অনুপাত থাকলে তাদের পূর্বপদগুলির গুণফল ও উত্তরপদগুলির গুণফলের অনুপাতকে মিশ্র অনুপাত বা যৌগিক অনুপাত বলা হয়।

$\therefore$ 8:21 হলো 2:3, 4:5 ও 5:7 -এর মিশ্র অনুপাত।

2:5, 7:8 ও 3:4 অনুপাতগুলির মিশ্র অনুপাত কী হবে দেখি

$2\times7\times3 : 5\times8\times4$

$= 42:160$

$= 21:80$

নিজে করি- 2.2

মিশ্র অনুপাত নির্ণয় করি —

(1) 5:9, 8:12 ও 7:3 (2) 1.2:5, 3.5:7 ও 6:4 (3) $\frac{3}{5}:2$, $\frac{5}{6}:3$ এবং 4:5

এবার অনুপাতের স্থানবিনিময় করিয়ে কী পাই দেখি

আমার কাছে 12 টাকা 75 পয়সা আছে। আমার ভাইয়ের কাছে 9 টাকা আছে। আমার ও আমার ভাইয়ের টাকার পরিমাণের অনুপাত 1275 : 900

= 51 : 36

= 17 : 12

$\therefore$ এটা একটা ☐ অনুপাত,

এই অনুপাতকে ভগ্নাংশ আকারে পাই $\frac{17}{12}$,

$\frac{17}{12}$ -এর অন্যোন্যক $\frac{\square}{\square}$

$\therefore$ $\frac{12}{17}$ -কে অনুপাতে লিখে পাই 12 : 17

12 : 17 অনুপাত ও 17 : 12 অনুপাত দুটির মধ্যে কী সম্পর্ক?

12 : 17 হলো 17 : 12 অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত।

অর্থাৎ কোনো অনুপাতের পূর্বপদ ও উত্তরপদ পরস্পর স্থানবিনিময় করলে সেই অনুপাতটি আগের অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত।

কষে দেখি — 2.2

1) নীচের অনুপাতগুলিকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করি ও প্রত্যেকটি অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত লিখি।

(a) 12 : 15 (b) 36 : 54 (c) 75 : 120 (d) 169 : 221 (e) 9xy : 12xy (f) 429 : 663

(g) 3b : 12c (h) 25xyz : 625xyz

(যেখানে a, b, x, y, z শূন্য নয়)

2) নীচের অনুপাতগুলিকে পূর্ণসংখ্যার অনুপাতে পরিণত করি ও তার ব্যস্ত অনুপাত লিখি।

(a) 2.5 : 12.5 (b) $\frac{5}{8}:\frac{7}{16}$ (c) 0.7 : 0.49 (d) $\frac{2}{5}:\frac{3}{4}$

(e) 22 : $4\frac{5}{7}$ (f) $\frac{7}{15}:\frac{3}{20}$ (g) $1\frac{2}{5}:\frac{7}{10}$ (h) 4.4 : 5.61

3) নীচের অনুপাতগুলির মিশ্র অনুপাত নির্ণয় করি এবং মিশ্র অনুপাতটি গুরু অনুপাত, লঘু অনুপাত না সাম্যানুপাত তা লিখি।

(a) 8 : 6, 3 : 6 ও 26 : 13 (b) $\frac{7}{5}:3, \frac{5}{7}:1\frac{1}{16}$ ও 3 : 16

(c) 8 : 5, 7 : 12 ও 22 : 13, (d) $\frac{2}{3}:5, \frac{7}{8}:2$

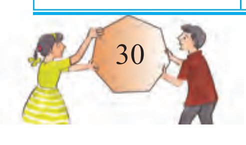
4) রীতা 100টি অঙ্কের মধ্যে 60টি সঠিক করেছে। বিনয় ওই অঙ্কের 80টির মধ্যে 50টি সঠিক করেছে। অনুপাতে প্রকাশ করে দেখি কে বেশি অঙ্ক ঠিক করেছে।

5) এবছরে মাধ্যমিক পরীক্ষায় আমাদের বিদ্যালয়ে 150জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 100জন গ্রেড- A পেয়ে উত্তীর্ণ হয়েছে। পাশের বিদ্যালয়ে 100 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 80 জন গ্রেড- A পেয়ে উত্তীর্ণ হয়েছে। এবছর মাধ্যমিকে কোন বিদ্যালয় গ্রেড- A পেয়ে ভালো ফল করেছে তা অনুপাতে প্রকাশ করে বের করি।

6) দুটি বাড়ির দামের অনুপাত 4:3 এবং দ্বিতীয়টির দাম 4,20,000 টাকা। প্রথম বাড়িটির দাম কত হিসাব করি। প্রথম বাড়িটির দাম যদি 70,000 টাকা বেশি হতো, তবে তাদের দামের অনুপাত কত হতো দেখি।

7) একটি বাঁশ থেকে এক টুকরো বাঁশ কেটে নেওয়া হলো এবং দেখা গেল দুটি অংশের বাঁশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 1। নীচের সারণী থেকে টুকরো দুটির দৈর্ঘ্য কী কী হতে পারে এবং বাঁশটির দৈর্ঘ্য কী হতে পারে লিখি।

অনুপাত	প্রথম টুকরোর দৈর্ঘ্য	দ্বিতীয় টুকরোর দৈর্ঘ্য	মোট বাঁশের দৈর্ঘ্য
3 : 1	30 ডেসিমি.		
3 : 1		15 ডেসিমি.	



কত ভাগে মেশানো হলো দেখি

ধান চাষের জন্য জৈব সার তৈরি করা হচ্ছে। 18 বস্তা গোবরের সঙ্গে 4 বস্তা সবজির খোসা মেশানো হচ্ছে।

মোট (18 + 4) বস্তা = 22 বস্তা জৈব সার তৈরি করা হলো। তাই 22 বস্তা জৈব সারে 18 বস্তা গোবর আছে। অর্থাৎ 22 বস্তা জৈব সারে গোবরের পরিমাণ মোট সারের $\frac{18}{22}$ অংশ। আবার 22 বস্তা জৈব সারে সবজির খোসা আছে 4 বস্তা। অর্থাৎ 22 বস্তা জৈব সারে সবজির খোসার পরিমাণ মোট সারের $\frac{4}{22}$ অংশ

এইরকম মিশ্রণে তার উপাদানগুলির আনুপাতিক অংশ বা ভাগ নির্ণয় করাকে কী বলব?

একে **আনুপাতিক ভাগ হারে প্রকাশ** বলা হয়।

8 360 টাকা পিংকু, কাকলি ও আমিনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিই যেন তাদের প্রাপ্ত অর্থের অনুপাত 2 : 3 : 7 হয়। কে কত টাকা পেল দেখি।

পিংকুর অর্থ : কাকলির অর্থ : আমিনের অর্থ = 2 : 3 : 7

পিংকুর প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{2}{2+3+7} = \frac{2}{12}$

কাকলির প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{3}{2+3+7} = \frac{3}{12}$

আমিনের প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{7}{2+3+7} = \frac{7}{12}$

মোট অর্থ = 360 টাকা

$\therefore$ পিংকু পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{2}{\cancel{12}}$ = 60 টাকা

কাকলি পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{3}{\cancel{12}}$ = 90 টাকা

আমিন পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{7}{\cancel{12}}$ = 210 টাকা

9 সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত 4 : 3; ক্লাসে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 63 জন হলে ক্লাসে কতজন ছাত্র ও কতজন ছাত্রী আছে হিসাব করি। কিছুদিন পরে আরও 3 জন ছাত্রী ভরতি হলো। এখন সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত কত হলো হিসাব করি।

সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত = 4 : 3

∴ ছাত্রসংখ্যার আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$

ছাত্রীসংখ্যার আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{3}{4+3} = \frac{3}{7}$

∴ 63 জনের মধ্যে ছাত্র আছে □ জন × $\frac{\square}{\square}$ = □ জন

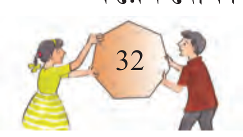
এবং 63 জনের মধ্যে ছাত্রী আছে □ জন × $\frac{\square}{\square}$ = □ জন।

আরও 3 জন ছাত্রী এল। এখন মোট ছাত্রীসংখ্যা = (□ + 3) জন = □ জন

∴ 3 জন ছাত্রী ভরতি হওয়ায়, ছাত্রসংখ্যা : ছাত্রীসংখ্যা = 36 : 30 = 6 : 5

কষে দেখি — 2.3

1. গত বছরে রসকুণ্ডু গ্রামে সাক্ষর ও অক্ষর পরিচয়হীন লোকের সংখ্যার অনুপাত ছিল 4 : 1। গ্রামের মোট জনসংখ্যা 6550 জন হলে সাক্ষর ও অক্ষর পরিচয়হীন লোকের সংখ্যা কত ছিল দেখি।
2. 640 টাকা বিশু ও অপর্ণার মধ্যে 5 : 3 অনুপাতে ভাগ করে দিই। কাকে কত টাকা দেব হিসাব করি।
3. এক বিশেষ প্রকার ইস্পাতে লোহা ও কার্বনের অনুপাত 49 : 1 হলে, হিসাব করে দেখি এইপ্রকার 250 কুইন্টাল ইস্পাতে কত কুইন্টাল লোহা আছে।
4. কোনো বিদ্যালয়ে 143 জন ছাত্রীর মধ্যে শুধুমাত্র গান করতে পারা ও নাচ করতে পারা ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত 9 : 2; যদি আরও 3 জন ছাত্রী গান করতে আসে, তবে গান করতে পারা ও নাচ করতে পারা ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত কত হিসাব করে দেখি।
5. 240 মিলিলি. ডেটল-জলে জল ও ডেটলের আয়তনের অনুপাত 1 : 3; এর সঙ্গে আরও 60 মিলিলি. জল মেশালে জল ও ডেটলের আয়তনের অনুপাত কত হবে হিসাব করি।
6. এক ব্যক্তির মাসিক আয় 24,750 টাকা। তিনি 750 টাকা বাড়ি ভাড়া দেন এবং বাকি টাকা 3 : 1 অনুপাতে সংসার খরচ ও ছেলেমেয়েদের শিক্ষার জন্য খরচ করেন। তিনি কত টাকা সংসারে খরচ করেন দেখি।



7. বিবেকানন্দ যুব পাঠাগার কোনো এক বছর 74,350 টাকা সরকারি অনুদান পেল, 4,350 টাকা চাঁদা আদায় করল এবং পুরোনো কাগজপত্র ইত্যাদি বিক্রি করে পেল 1,300 টাকা। যদি সব টাকাই নতুন বই কিনতে, পুরোনো বই বাঁধাতে এবং পাঠাগারের কর্মচারীদের বেতন দিতে 15 : 3 : 2 অনুপাতে খরচ করা হয়, তবে হিসাব করে দেখি কত টাকার নতুন বই কেনা হয়েছিল।

8. কোনো এক ট্রেনিং সেন্টারে 1050 জন ব্যক্তি ট্রেনিং নিতে এসেছেন। তাদের তিনটি বড়ো হলঘরে $11 : 3 : 3\frac{1}{2}$ অনুপাতে বসতে দেওয়া হয়েছে। প্রতি হলঘরে কতজন বসবেন হিসাব করি।

9. 12,100 টাকা মধু, মানস, কুন্তল ও ইন্দ্রর মধ্যে 2 : 3: 4 : 2 অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে হিসাব করে দেখি।

10. ABC ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180^0; $\angle BAC$, $\angle ABC$ ও $\angle ACB$-এর অনুপাত 3 : 5 : 10; যদি $\angle BAC$-এর মান 10^0 কম এবং $\angle ABC$-এর মান 10^0 বেশি হয়, কোণ তিনটির অনুপাত কত হবে হিসাব করি।

11. 9,000 টাকা তিন বন্ধুর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিই যেন প্রথম বন্ধু যা পায়, দ্বিতীয় বন্ধু তার দ্বিগুণ পায় এবং তৃতীয় বন্ধু প্রথম দুই বন্ধুর প্রাপ্য মোট টাকার অর্ধেক পায়। কে কত টাকা পায় হিসাব করি।

(প্রথম বন্ধু 1 টাকা পেলে, দ্বিতীয় বন্ধু পায় 2 টাকা, তৃতীয় বন্ধু পাবে $\frac{1+2}{2}$ টাকা = $\frac{3}{2}$ টাকা

∴ প্রথম বন্ধুর প্রাপ্য টাকা : দ্বিতীয় বন্ধুর প্রাপ্য টাকা : তৃতীয় বন্ধুর প্রাপ্য টাকা

$= 1 : 2 : \frac{3}{2}$

$= 2 : 4 : 3$

12. আমাদের গ্রামের রাস্তা তৈরির জন্য পরপর চার বছরের খরচের অনুপাত যদি 2:4:3:2 হয় এবং ওই চার বছরে যদি 132 লক্ষ টাকা খরচ হয়, তবে হিসাব করে দেখি দ্বিতীয় বছরে কত টাকা খরচ হয়েছে। প্রথম ও তৃতীয় বছরে মোট কত টাকা খরচ হয়েছে হিসাব করি।

13. বিনয়বাবু তাঁর অবসর গ্রহণের সময়ে এককালীন 1, 96, 150 টাকা পেলেন। তিনি 20,000 টাকা বিদ্যালয়ের গ্রন্থাগারে দান করলেন এবং বাকি টাকা তিনি তাঁর স্ত্রী, পুত্র ও কন্যার মধ্যে 5 : 4 : 4 অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। হিসাব করে দেখি তিনি কাকে কত টাকা দিলেন।

14. আমিনুরচাচা তাঁর 35 কাঠা জমিতে 4:3 অনুপাতে বেগুন ও পটল চাষ করেছেন। প্রতি কাঠায় বেগুন থেকে 150 টাকা ও প্রতি কাঠায় পটল থেকে 125 টাকা লাভ করলেন। আমিনুরচাচার মোট জমি থেকে বেগুন ও পটল চাষ করে লাভের পরিমাণের অনুপাত হিসাব করি।

3. সমানুপাত

সোফির কাছে 24 টি কুল আছে। মানুর কাছে 18 টি জাম আছে। সোফি 4 টি কুল মানুকে দিল। কিন্তু মানু 3 টি জাম সোফিকে দিল।

আমি বেশি সংখ্যক কুল দিলাম, কিন্তু কম সংখ্যক জাম পেলাম। আমরা কীভাবে ভাগ করলাম দেখি।

সোফির মোট কুলের সংখ্যা : দেওয়া কুলের সংখ্যা = 24 : 4
= 6 : 1

মানুর মোট জামের সংখ্যা : দেওয়া জামের সংখ্যা = □ : □
= 6 : 1

এবার বুঝলাম উভয়ক্ষেত্রের অনুপাত একই।

আজ মানু 4 টি পেন কিনল 28 টাকায়। সোফি 12 টি পেন কিনল। কিন্তু সোফিকে 84 টাকা দিতে হলো। কার পেনের দাম বেশি হিসাব করি

গণিতের ভাষায় লিখি,

পেনের সংখ্যা (টি)	পেনের দাম (টাকা)
4	28
12	84

আমাদের পেনের সংখ্যার অনুপাত = 4 : 12
= □ : □

অর্থাৎ মানুর পেনের সংখ্যা : সোফির পেনের সংখ্যা = 1 : 3

কিন্তু মানুর পেনের দাম : সোফির পেনের দাম = 28 : 84
= □ : □

দুটি অনুপাতই □ অর্থাৎ দুজনের পেনের দাম সমান।

যেহেতু 4 : 12 ও 28 : 84 সমান। তাই 4,12,28 ও 84 □ আছে।

লিখব 4 : 12 : : 28 : 84

যেহেতু 4, 12, 28, 84 সমানুপাতে আছে তাই এর পদগুলি যেমন 4, 12, 28, 84 সমানুপাতী পদ।

এখানে 4 হলো □ পদ, 12 □ পদ, 28 □ পদ ও 84 □ পদ।

4 ও 84 -এর অন্য নাম আছে।

4 ও 84 -কে এই সমানুপাতের □ পদ বলা হয় এবং 12 ও 28 -কে □ পদ বলে

4 : 12 :: 28 : 84 -এই সমানুপাতের চারটি পদের

প্রথম পদ × □ পদ = দ্বিতীয় পদ × □ পদ

1 আজ আমার বাবা সকালবেলা 5 কিগ্রা. চাল 255 টাকায় কিনে এনেছেন। কিন্তু আমার কাকা 410 টাকায় 10 কিগ্রা. চাল কিনেছেন। দুজনে একই দামের চাল কিনেছেন কিনা হিসাব করে দেখি।

বাবার কেনা চালের পরিমাণ : কাকার কেনা চালের পরিমাণ = 5 : 10 = □ : □

বাবার কেনা চালের দাম : কাকার কেনা চালের দাম = 255 : 410 = 51 : 82

দেখছি অনুপাত দুটি সমান নয় অর্থাৎ পদ চারটি সমানুপাতে নেই। তাই বাবা ও কাকার কেনা চালের দাম আলাদা।

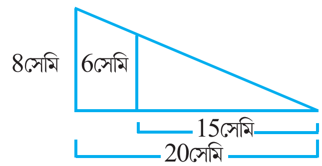
2 6 সেমি. ও 8 সেমি. লম্বা দুটি লাঠির ছায়ার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 সেমি. ও 20 সেমি.। লাঠির দৈর্ঘ্যের সাথে ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত সমান কিনা দেখি।

দুটি লাঠির দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 6 : 8

= 3 : 4

লাঠি দুটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 15 : 20

= 3 : 4



∴ দুটি অনুপাত সমান অর্থাৎ লাঠির দৈর্ঘ্য ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্য □ আছে।

নিজে করি-3.1

1) নীচের অনুপাতগুলি সমান কিনা দেখি ও চারটি সংখ্যা সমানুপাতী কিনা লিখি:

(a) 7 : 2 এবং 28 : 8, (b) 9 : 7 এবং 18 : 14, (c) 1.5 : 3 এবং 4.5 : 9,

(d) 7 : 3 এবং 5 : 2, (e) 3ab : 4aq এবং 6b : 8q, (f) 5.2 : 6.5 এবং 4 : 5,

(g) 3y : 7y এবং 12p : 28p, (h) 5pq : 7pr এবং 15s : 21q [যেখানে a, q, y, p, r শূন্য নয়]

2) একটি আয়তাকার চিত্রের দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং প্রস্থ 6 সেমি.। চিত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 2 সেমি. বাড়ানো হলো। আয়তাকার চিত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ একই অনুপাত থাকবে কিনা দেখি।

3) পরাণবাবু 500 গ্রাম চিনি 17.50 টাকায় কিনলেন এবং দীপেনবাবু 2 কিগ্রা. চিনি 70 টাকায় কিনলেন। চিনির পরিমাণ ও দাম সমানুপাতে আছে কিনা দেখি।

4) ফাঁকা ঘর পূরণ করি: (i) 5 : 7 :: 25 : □ (ii) 6 : 7 :: □ : 35 (iii) 21 : 28 :: 3 : □ (iv) 9 : 24 :: □ : 8

চারটি সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা দেখি

5, 7, 10 ও 14 নিয়ে সমানুপাত তৈরি করি।

3 5, 7, 10 ও14 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

10 : 14 = 5 : 7

∴ 5 : 7 :: 10 : 14

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = 5 × 14 = 70

মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = 7 × 10 = 70

∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

সুতরাং সংখ্যা চারটি সমানুপাতে আছে।

4 5 , 10 , 7 ও 14 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

5 : 10 = 1 : 2

7 : 14 = 1 : 2

∴ 5 :10 :: 7 : 14

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = 5 × 14 = ☐

মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = 10 × 7 = ☐

∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল ☐ মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

সুতরাং সংখ্যা চারটি সমানুপাতে আছে।

5 7, 5 ,14 ও 10 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

7 : 5 = 14 : 10

∴ 7 :5 :: 14 : 10

∴ 7, 5, 14 ও 10 সমানুপাতে আছে।

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = 7 × 10 = 70

মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = 5 × 14 = 70

∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

6 10, 5, 14 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

10: 5 = 2 : 1, 14: 7= 2 : 1, ∴ 10: 5 = 14 : 7, ∴ 10 :5 :: 14 : 7

∴ চারটি সংখ্যা সমানুপাতে থাকবে, যদি প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল হয়।
অর্থাৎ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ

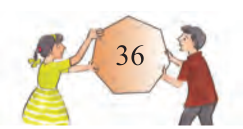
চারটি সংখ্যা সমানুপাতে থাকলে চারটি আলাদা সমানুপাত তৈরি করতে পারলাম।
যেমন: (i) 5 : 7 :: 10 : 14 (ii) 5 :10:: 7 : 14
(iii) 7 : 5 :: 14 : 10 (iv) 10 :5 :: 14 : 7

নিজে করি-3.2

1) নিজেরা যাচাই করি, 7 , 5 , 14 ও 10 সমানুপাতে আছে কিনা।

2) নিজেরা যাচাই করি, 10 , 5 , 14 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা।

3) নিজেরা যাচাই করি, 14 , 5 , 10 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা।



সংখ্যা দিয়ে সমানুপাত তৈরি করি

6 **2, 3, 4 ও 6 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি**

সংখ্যাগুলি	প্রান্তপদদ্বয়	মধ্যপদদ্বয়	প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল =মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল	সমানুপাত	ভগ্নাংশ আকারে পাই
2, 3, 4, 6	2, 6	3, 4	$2 \times 6 = 3 \times 4$	2:3 :: 4: 6	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
3, 2, 6, 4	3, 4	2, 6	$3 \times 4 = 2 \times 6$	3:2 :: 6:4	$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$
2, 4, 3, 6	2, 6	4, 3,	$2 \times 6 = 4 \times 3$	2:4 :: 3:6	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$
4, 2, 6, 3	4, 3	2, 6	$4 \times 3 = 2 \times 6$	4:2 :: 6:3	$\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$

7 উপরের মতো ছক করে **5, 15, 10 ও 30 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

5, 15, 10, 30					

8 **7, 8, 14 ও 16 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

7, 14, 8, 16					

9 **9, 11, 27 ও 33 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

9, 11, 27, 33					

অন্যভাবে দেখি, চারটি বীজগাণিতিক সংখ্যা সমানুপাতী হলে তাদের মধ্যে কী সম্পর্ক পাই

i) a, b, c ও d - এই চারটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যা (যাদের মান শূন্য নয়) সমানুপাতী হলে
a:b :: c:d হয় অর্থাৎ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
দুদিকে $b \times d$ গুণ করে পাই, ad = bc হবে।
অর্থাৎ প্রথমপদ × চতুর্থপদ = দ্বিতীয়পদ × তৃতীয়পদ

ii) ad = bc
বা $\frac{\cancel{a}d}{\cancel{a}b} = \frac{\cancel{b}c}{a\cancel{b}}$ [উভয়পক্ষে ab দ্বারা ভাগ করে]
বা d:b :: c:a
∴ c:a :: d:b

iii) $ad = bc$

বা $\frac{\cancel{a}d}{\cancel{a}c} = \frac{b\cancel{c}}{a\cancel{c}}$ [উভয়পক্ষে ac দ্বারা ভাগ করে]

বা $d:c :: b:a$

$\therefore\ b:a :: d:c$

iv) $ad = bc$

বা $\frac{a\cancel{d}}{c\cancel{d}} = \frac{b\cancel{c}}{\cancel{c}d}$ [উভয়পক্ষে cd দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore\ a:c :: b:d$

$\therefore$ প্রান্তীয়পদদুটির গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল হলেই সংখ্যা চারটি সমানুপাতী হবে এবং চারটি আলাদা সমানুপাত তৈরি করতে পারব।

যদি a, b, c, d চারটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সমানুপাতী সংখ্যার (যাদের মান শূণ্য নয়) মধ্যপদদ্বয় সমান হয়, অর্থাৎ b = c হয়, তবে কী পাব দেখি।

$\therefore$ $\boxed{a : b :: b : d}$ হবে, অর্থাৎ, $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$

অথবা, $\boxed{ad = b^2}$ হবে [উভয়দিকে $b \times d$ গুণ করে পাই]

আবার, প্রান্তীয় পদদ্বয় স্থানবিনিময় করলে পাব, $d : b = b : a$ অর্থাৎ, $\frac{d}{b} = \frac{b}{a}$

অথবা, $ad = b^2$ হবে [উভয়দিকে $b \times a$ গুণ করে পাই]

এই ধরনের অনুপাতকে কী বলব ?

এই ধরনের অনুপাতকে **ক্রমিক সমানুপাত** বলা হয়

10 3, 6 ও 12 — ক্রমিক সমানুপাতে আছে বলতে কী বুঝি দেখি।

$\boxed{3 : 6 :: 6 : 12}$

এখানে প্রথম পদ 3, দ্বিতীয় পদ 6 ও তৃতীয় পদ 12

তাই ক্রমিক সমানুপাতে পেলাম, প্রথম পদ : দ্বিতীয় পদ = দ্বিতীয় পদ : তৃতীয় পদ

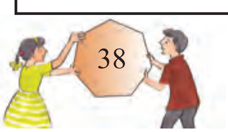
যেমন, 3টি কলমের দাম 30 টাকা হলে 30টি কলমের দাম 300 টাকা।

কলমের সংখ্যার অনুপাত 3 : 30 বা 1 : 10

কলমের দামের অনুপাত 30 : 300 বা 1 : 10

সুতরাং, 3 : 30 :: 30 : 300

অর্থাৎ, 3, 30, 300 ক্রমিক সমানুপাতী।



a, b ও c তিনটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যা (যাদের মান শূন্য নয়) ক্রমিক সমানুপাতী হলে তিনটি সংখ্যার মধ্যে কী সম্পর্ক পাব দেখি —

a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতে আছে।

$\therefore \quad a : b = b : c$

$\therefore \quad a \times c = b \times b$

$\therefore \quad \boxed{ac = b^2}$

পেলাম, প্রথমপদ × তৃতীয় পদ = মধ্যপদের বর্গ বা (মধ্যপদ)^2

11 2, 4 ও 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে কিনা দেখি —

$2 \times 8 = 16 = (4)^2$

অর্থাৎ, প্রথম পদ × তৃতীয় পদ = (মধ্যপদ)^2

∴ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে।

অন্যভাবে,
$2 : 4 = 1 : 2$
$4 : 8 = 1 : 2$
$\therefore \quad 2 : 4 :: 4 : 8$
∴ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে

12 2, 6 ও 12 ক্রমিক সমানুপাতী কিনা দেখি —

$2 \times 12 = \square$

$6 \times 6 = \square$

যেহেতু প্রথম পদ × তৃতীয় পদ $\neq \square^2$

∴ 2, 6 ও 12 ক্রমিক সমানুপাতে নেই।

অন্যভাবে,
$2 : 6 = \square : \square$
$6 : 12 = \square : \square$
$\therefore \quad 2 : 6 \neq 6 : 12$
∴ 2, 6, 12 ক্রমিক সমানুপাতে নেই

নিজে করি-3.3

নীচের সংখ্যাগুলি ক্রমিক সমানুপাতে আছে কিনা দেখি এবং সমানুপাতটি লিখি

(i) 5, 10, 20 (ii) 8, 4, 2 (iii) 7, 14, 28 (iv) 81, 9, 18 (v) 4, 6, 12 (vi) 4, 10, 25

সমানুপাতে থাকা সংখ্যাগুলির মধ্যে না থাকা একটি সংখ্যা খুঁজি

13 চারটি সমানুপাতী সংখ্যার তিনটি পদ দেওয়া থাকলে চতুর্থ পদটি জানার চেষ্টা করি

প্রথম পদ 3, দ্বিতীয় পদ 6, তৃতীয় পদ 7 হলে চতুর্থ পদটি জানার চেষ্টা করি।

3 : 6 :: 7 : চতুর্থ পদ

$\therefore \quad \frac{3}{6} = \frac{7}{\square}$

লিখতে পারি, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{7}{\square}$

∴ চতুর্থ পদ = 14

অন্যভাবে,

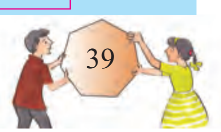
প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ

∴ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = $6 \times 7 = 42$

আমরা জানি দুটি সংখ্যার গুণফল 42, একটি সংখ্যা 3 হলে, অপর সংখ্যা = $42 \div 3 = \frac{\cancel{42}^{14}}{\cancel{3}} = 14$

∴ চতুর্থ পদ = 14

$$\boxed{\text{চতুর্থ পদ} = \frac{\text{দ্বিতীয় পদ} \times \text{তৃতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}}$$



14 $\square$, 8, 30, 20 - সংখ্যা চারটি যদি সমানুপাতে থাকে, প্রথম পদ কী হবে হিসাব করি।

প্রথম পদ : 8 :: 30 : 20

$\frac{\text{প্রথমপদ}}{8} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{\square}{8} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ প্রথমপদ = 12

অন্যভাবে,
প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ
$\therefore$ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = 8 × 30 = 240
চতুর্থ পদ = 20
$\therefore$ প্রথম পদ = $\frac{240}{20}$ = 12

প্রথম পদ = $\frac{\text{দ্বিতীয় পদ} \times \text{তৃতীয় পদ}}{\text{চতুর্থ পদ}}$

15 যদি কোনো সমানুপাতে তৃতীয় পদ না থাকে অর্থাৎ 5:8 :: ✱ : 64 হয়, তাহলে এই সমানুপাতে ✱ (না থাকা সংখ্যা) পদটি অর্থাৎ তৃতীয় পদটি কী হবে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

5 : 8 :: ✱ : 64

লিখতে পারি, $\frac{5}{8} = \frac{\square}{64}$

$\therefore$ ভগ্নাংশের সমতুল্যতা থেকে পাই,
তৃতীয় পদ (✱) = 40

অন্যভাবে,
প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ
$\therefore$ দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = প্রথম পদ × চতুর্থ পদ
8 × তৃতীয় পদ = 5 × 64
$\therefore$ তৃতীয় পদ = $\frac{5 \times \cancel{64}^{8}}{\cancel{8}}$ = 40

তৃতীয় পদ = $\frac{\text{প্রথম পদ} \times \text{চতুর্থ পদ}}{\text{দ্বিতীয় পদ}}$

এবার সমানুপাতের অন্য তিনটি পদের মান থেকে দ্বিতীয় পদের মান কীভাবে পাব দেখি।

16 16 : ✱ :: 12 : 3 হয়, তাহলে এই সমানুপাতে ✱(না থাকা সংখ্যা) পদটি অর্থাৎ দ্বিতীয়পদ খুঁজি।

16 : ✱ :: 12 : 3 ভগ্নাংশে পাই, $\frac{16}{✱} = \frac{12}{3}$

তাই, $\frac{16}{\square} = \frac{12}{3} = \frac{4}{1}$

ভগ্নাংশের সমতুল্যতা থেকে পাচ্ছি, দ্বিতীয় পদ = 4

অন্যভাবে,
দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = প্রথম পদ × চতুর্থ পদ
দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = 16 × 3
তাই, দ্বিতীয় পদ = $\frac{{}^{4}\cancel{16} \times \cancel{3}}{\cancel{12}\,\cancel{4}}$ = 4

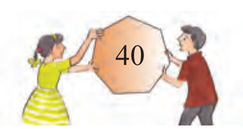
দ্বিতীয় পদ = $\frac{\text{প্রথম পদ} \times \text{চতুর্থ পদ}}{\text{তৃতীয় পদ}}$

আমাদের সংখ্যা নিয়ে মজার খেলায় মুসকান একটা মজার জিনিস করল।
আমি মাত্র দুটি সংখ্যা দেবো। অন্য সংখ্যা খুঁজে ক্রমিক সমানুপাতি তৈরি করার চেষ্টা করি।

17 তিনটি ক্রমিক সমানুপাতী সংখ্যার প্রথম পদ 9, দ্বিতীয় পদ 6 হলে তৃতীয় পদ কী হবে দেখি।

9, 6 ও তৃতীয় পদ ক্রমিক সমানুপাতে আছে $\therefore$ 9 : 6 :: 6 : তৃতীয় পদ

প্রান্তীয়পদ দুটির গুণফল = মধ্যপদ দুটির গুণফল
$\therefore$ 9 × তৃতীয় পদ = 6 × 6
সুতরাং, তৃতীয় পদ = $\frac{{}^{2}\cancel{6} \times \cancel{6}^{2}}{\cancel{9}\,\cancel{3}}$ = 4



এবার 8, ✸, 18 ক্রমিক সমানুপাতে আছে।
✸ (না থাকা সংখ্যা) ধনাত্মক পদটি অর্থাৎ মধ্যপদটি খোঁজার চেষ্টা করি

যেহেতু 8, ✸ ও 18 ক্রমিক সমানুপাতে আছে, তাই $(\text{মধ্যপদের})^2 = 8 \times 18 = 2\times2\times2\times2\times3\times3$

∴ মধ্যপদ $= \sqrt{2\times2\times2\times2\times3\times3} = 2\times2\times3 = 12$

∴ মধ্যপদটি হলো $\boxed{12}$

12 কে 8 ও 18-র **মধ্যসমানুপাতী** বলা হয়।

নিজে করি—3.4

ক্রমিকসমানুপাতী সংখ্যা তিনটি	সমানুপাতে প্রকাশ	ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ	✸ (সংখ্যা না থাকা) ধনাত্মকপদ
5, 10, ✸	5 : 10 :: 10 : ✸	$\frac{5}{10} = \frac{10}{✸}$	$\frac{10\times10}{5} = \square$
8, ✸, 4.5	8 : ✸ :: ✸ : 4.5	$\frac{8}{✸} = \frac{✸}{4.5}$	$\sqrt{8\times4.5} = \sqrt{36} = \square$
✸, 8, 16		$\frac{✸}{8} = \frac{8}{16}$	$\frac{8\times8}{16} = \square$
25, ✸, 81			
$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$, ✸			
$\frac{2}{7}$, ✸, $\frac{16}{21}$			
9, 12, ✸			
1.5, ✸, 13.5			

সমানুপাতে বিভিন্ন রকম সম্পর্ক খুঁজি।

18 6 কিগ্রা. ডালের দাম 240 টাকা। 30 কিগ্রা. ডাল 1,200 টাকায় পাওয়া যাবে।

ডালের পরিমাণ ও দামের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।

ডালের পরিমাণ বাড়লে দামও $\square$।

আবার ডালের পরিমাণ কমলে দামও $\square$।

ডালের পরিমাণের অনুপাত 6 : 30 = 1 : 5

ডালের দামের অনুপাত 240 : 1200 = 1 : 5

ডালের পরিমাণ ও দাম দুটি রাশির একমুখী বৃদ্ধি বা হ্রাসে (অর্থাৎ পরিমাণ বাড়লে দাম বাড়ে বা পরিমাণ কমলে দাম কমে) যে সমানুপাত তৈরি হয়েছে সেটি **সরল সমানুপাত**। অর্থাৎ ডালের পরিমাণ ও ডালের দাম **সরল সমানুপাতে** আছে।

19 15 মিটার ছিট কাপড়ে 5টি ফ্রক তৈরি হলে 2টি ফ্রক তৈরি করতে কত মিটার কাপড় লাগবে হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

ফ্রকের সংখ্যা (টি)	কাপড়ের পরিমাণ (মিটার)
5	15
2	✸

ফ্রকের সংখ্যা বাড়লে কাপড়ের পরিমাণ ☐ । আবার ফ্রকের সংখ্যা কমলে কাপড়ের পরিমাণ ☐।

ফ্রকের সংখ্যার সঙ্গে কাপড়ের পরিমাণ সরল সমানুপাতে আছে।

∴ 5 : 2 :: 15 : ✸

সুতরাং, 5 × চতুর্থ পদ = 2 × 15

চতুর্থ পদ = $\frac{2 \times \cancel{15}^{3}}{\cancel{5}}$ = 6 ∴ 2টি ফ্রক তৈরি করতে 6 মিটার কাপড় দরকার।

নিজে করি—3.5

1) সুমিত 2টি খাতা 14 টাকায় কিনেছে। 7টি খাতা সে কত টাকায় কিনবে হিসাব করি।
2) একটি জিপগাড়ি 320 কিমি. দূরত্ব যায় 8 ঘণ্টায়। সমবেগে চললে ওই জিপগাড়িটি 120 কিমি. দূরত্ব কত ঘণ্টায় যাবে হিসাব করি।
3) 6 কিগ্রা. স্টেনসেল স্টিল তৈরি করতে 720 গ্রাম ক্রোমিয়াম লাগে। হিসাব করে দেখি 11 কিগ্রা. স্টেনলেস স্টিল তৈরি করতে কত কিগ্রা. ক্রোমিয়াম লাগবে।
4) 10 লিটার শরবতে 3 লিটার সিরাপ আছে। হিসাব করে দেখি এরকম 5 লিটার শরবত তৈরি করতে কত লিটার সিরাপ লাগবে।
5) আমি নিজে একটি সরল সমানুপাতের বাস্তব সমস্যা তৈরি করি ও সমাধান করি।

সমানুপাতে অন্যরকম সম্পর্ক খুঁজি :

আজ আমরা 4 বন্ধু মিলে সারাদিনে আমাদের শ্রেণিকক্ষ রঙিন কাগজ দিয়ে সাজাব। আমাদের এই কাজ শেষ করতে 6 ঘণ্টা সময় লাগবে। আরও 2 জন বন্ধু আমাদের সঙ্গে এই কাজে যোগ দিল। এখন এই কাজ শেষ করতে আমাদের 6 ঘণ্টার ☐ (কম/বেশি) সময় লাগবে।

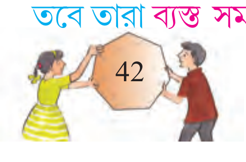
কারণ নির্দিষ্ট কাজ শেষ করতে কাজের লোক বাড়ালে সময় কম লাগে। আবার কাজের লোক কমলে সময় ☐ লাগে। এখন ওই কাজ শেষ করতে 4 ঘণ্টা সময় লাগল।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি

লোকসংখ্যা (জন)	সময় (ঘণ্টা)
4	6
4 + 2 = 6	4

তাই দেখছি লোকসংখ্যার অনুপাত 4 : 6 এবং সময়ের অনুপাত 6 : 4। এই দুটি অনুপাত পরস্পর ব্যস্ত অনুপাত। তাই ওই দুটি অনুপাত নিয়ে সমানুপাত তৈরি করতে হলে একটি অনুপাত ও অপরটির ব্যস্ত অনুপাত নিতে হবে।

একরম পরস্পর সম্পর্কযুক্ত দুটি রাশির একটির অনুপাত যদি অপরটির ব্যস্ত অনুপাতের সঙ্গে সমান হয়, তবে তারা ব্যস্ত সমানুপাত গঠন করে। অর্থাৎ লোকসংখ্যা ও সময়ের পরিমাণ ব্যস্ত সমানুপাতে আছে।



20 একটি বাড়ি রং করতে 22 জন শ্রমিকের 10 দিন সময় লাগে। কিন্তু 11 জন শ্রমিক ওই বাড়ি কতদিনে রং করবে হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

শ্রমিকসংখ্যা (জন)	প্রয়োজনীয় সময় (দিন)
22	10
11	?

বাড়িটি রং করতে শ্রমিকের সংখ্যা কম হলে, সময় ☐ লাগবে। শ্রমিকের সংখ্যা ও দিনসংখ্যা ব্যস্ত সমানুপাতে আছে।

সমানুপাতে, প্রথম সম্পর্কের ব্যস্ত অনুপাত নিয়ে পাই

$$11 : 22 = 10 : ?$$

প্রান্তীয় পদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল

তাই, $11 \times$ চতুর্থ পদ $= 22 \times 10$

চতুর্থ পদ $= \frac{\overset{2}{\cancel{22}} \times 10}{\cancel{11}} = 20$

$\therefore$ 11 জন শ্রমিকের 20 দিন সময় লাগবে।

কষে দেখি—3

1. ছক পূরণ করি—

চারটি সংখ্যা	সমানুপাতী	সমানুপাতী নয়
8, 10, 16, 20	8, 10, 16, 20	
25, 30, 12, 15		25, 30, 12, 15
5, 7, 25, 35		
4, 10, 30, 18		
5, 10, 16, 20		
9, 15, 18, 30		

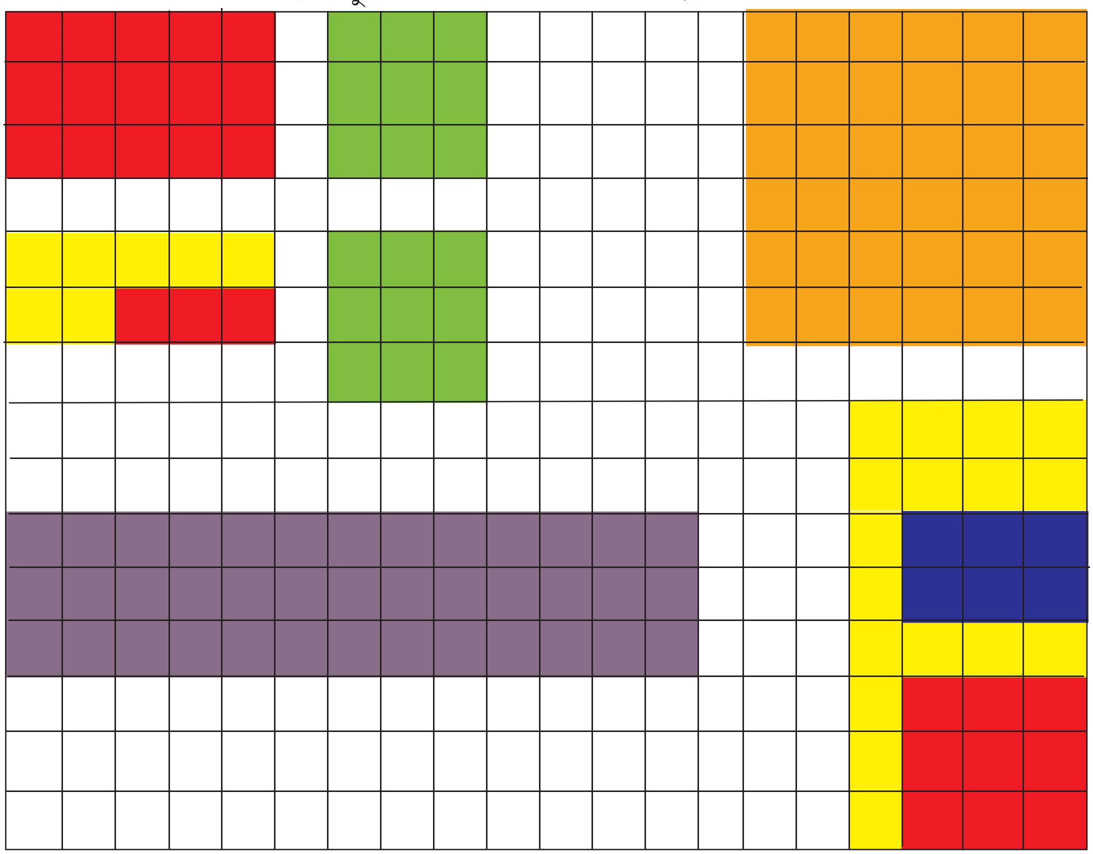
2. 8 জন লোক একটি কাজ 15 দিনে করতে পারে। হিসাব করে দেখি 10 জন লোক ওই কাজটি কত দিনে করতে পারবে।
3. কিছু পরিমাণ খাদ্যে 12 জন লোকের 20 দিন চলে। হিসাব করে লিখি ওই খাদ্যে 40 জন লোকের কতদিন চলবে।
4. অরুণবাবু তাঁর কৃষিজমিতে 16 টি লাঙল দিয়ে 10 দিনে সব জমি চাষ করিয়েছেন। ওই সব জমি 8 দিনে চাষ করতে চাইলে, কতগুলি লাঙল দরকার হিসাব করে লিখি।

5. একটি বন্যাত্রাণ শিবিরে 4,000 জনের 190 দিনের খাবার মজুত আছে। 30 দিন পর 800 জন অন্যত্র চলে গেলেন। যারা রয়ে গেলেন অবশিষ্ট খাদ্যে তাঁদের আর কতদিন চলবে হিসাব করি।

6. 3টি ছাতা বা 1টি চেয়ারের দাম 600 টাকা। 2টি ছাতা ও 2টি চেয়ারের দাম কত হিসাব করে দেখি।

7. আমার শ্রেণিতে আজকে আমাদের উপস্থিত ও অনুপস্থিতির অনুপাত নির্ণয় করি। আজ ষষ্ঠ শ্রেণিরও উপস্থিত ও অনুপস্থিতির অনুপাত বের করি। দুটি অনুপাত সমান কিনা দেখি। চারটি সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা দেখি

8. বিভিন্ন রঙের ঘরের সংখ্যা গুনি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর দিই :



(a) লাল ও নীল রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(b)** বাদামি ও বেগুনি রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(c)** লাল ও সবুজ রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(d)** বাদামি ও হলুদ রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(e)** কোন চারটি রঙের ঘরের সংখ্যা সমানুপাতে আছে?

9. দুটি শরবতে সিরাপ ও জলের অনুপাত 2 : 5 ও 6 : 10; কোনটি বেশি মিষ্টি দেখি।

10. জল জমে বরফ হলে আয়তন 10 % বাড়ে। কিছু পরিমাণ জল ও তা থেকে বরফের আয়তনের অনুপাত কত লিখি।

11. আমার বয়স 12 বছর ও আমার বাবার বয়স 42 বছর। দু'জনের বয়সের অনুপাত কত দেখি।

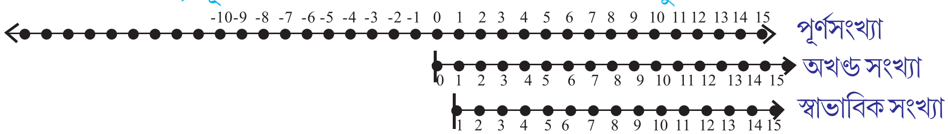
12. প্রিতমের গল্পের বই ও পড়ার বইয়ের সংখ্যার অনুপাত 2 : 5; প্রিতমের গল্পের বই 4টি হলে পড়ার বই কতগুলি আছে হিসাব করি।

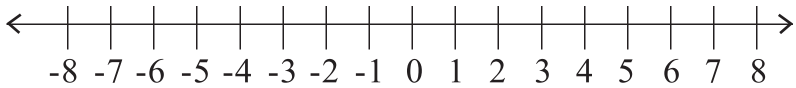
13. মালা গাঁথার জন্য জবা ও গাঁদা ফুল মিলিয়ে মোট 105টি ফুল তোলা হয়েছে। জবা ও গাঁদা ফুলের সংখ্যার অনুপাত 3 : 4; কতগুলি জবা ফুল ও কতগুলি গাঁদা ফুল আছে হিসাব করি। আর কতগুলি জবা ফুল দিলে দু-রকম ফুলের সংখ্যার অনুপাতটি সমান হবে দেখি?

14. নীচের ঘরে ইচ্ছামতো পাঁচ ধরনের রং করি। পাঁচ ধরনের রং থেকে দু-ধরনের রঙের ঘর সংখ্যার অনুপাত লিখি। ওই অনুপাতগুলির কোনগুলি গুরু অনুপাত, কোনগুলি লঘু অনুপাত ও কোনগুলি সাম্যানুপাত লিখি। ওই অনুপাত থেকে যদি চার ধরনের রং করা ঘরের সংখ্যা সমানুপাতে থাকে তাহলে তা লিখি।

4. পূর্ণসংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ

সংখ্যারেখায় স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা ও অখণ্ড সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি :





1 ঠিক আগের ও পরের পূর্ণসংখ্যা লিখি :

ঠিক আগের পূর্ণসংখ্যা	মাঝের পূর্ণসংখ্যা	ঠিক পরের পূর্ণসংখ্যা
4	5	6
	1	
	0	
	-3	
	-6	
	-16	

নিজে করি -4.1

(i) সংখ্যারেখায় দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে আরও ☐ দিকে যেতে হয়।

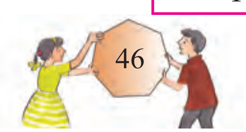
(ii) সংখ্যারেখায় দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে আরও ☐ দিকে যেতে হয়।

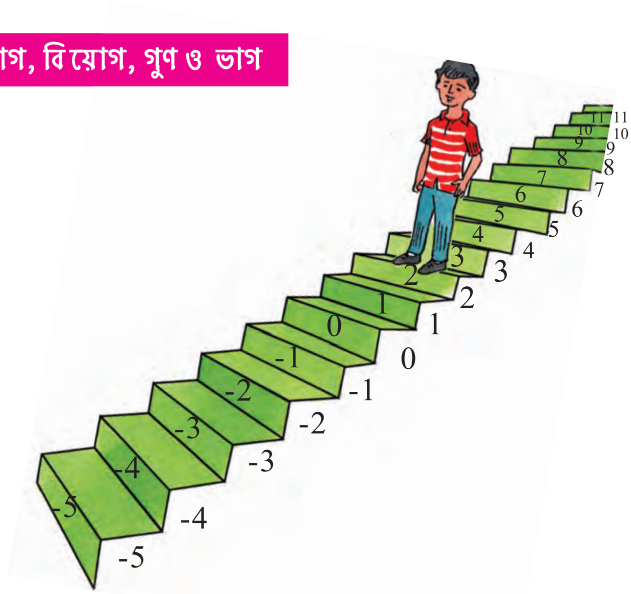
(iii) সংখ্যারেখায় দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে ☐ দিকে যেতে হয়।

(iv) সংখ্যারেখায় দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে ☐ দিকে যেতে হয়।

2 নীচের ছক পূরণ করি :

পূর্ণসংখ্যা	বিপরীত পূর্ণসংখ্যা
5	-5
2	☐
-6	☐
6	☐
11	☐





আজ ছোটু ও মানাই ঠিক করেছে, ওরা দুজনে সিঁড়িতে ওঠা নামা করে বিভিন্ন সংখ্যার মজা তৈরি করবে। প্রথমে ছোটু উঠবে ও মানাই হিসাব করবে। সংখ্যা গোনার আগে তারা সিঁড়ির গায়ে সংখ্যা লিখে দিল।

ছোটু 0 দাগের সিঁড়িতে দাঁড়িয়ে ছিল।

ছোটু প্রথমে 2 ধাপ উপরে উঠল। $0 + (+2) = +2$

ছোটু এখন +2 নম্বর সিঁড়িতে আছে। 2 স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যা।

এবার ছোটু 3 ধাপ নীচে নেমে এল। ছোটু (–3) ধাপ উঠল।

ছোটু এখন ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা নম্বরের সিঁড়িতে দাঁড়িয়ে আছে।

$(+2) + (-3) = -1$ ছোটু –1 নম্বর সিঁড়িতে এল।

ছোটু এখন আর কত ঘর গেলে – 5 নম্বর সিঁড়িতে পৌঁছোবে দেখি।

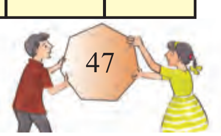
$(-5) - (-1) = -5 + 1 = -4$

ছোটু -4 ঘর উঠবে অর্থাৎ 4 ঘর নামবে।

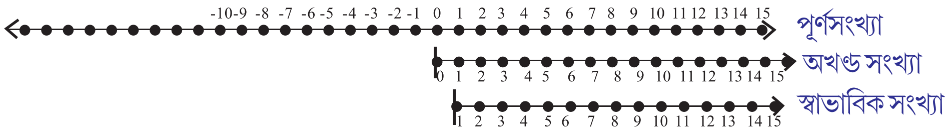
এবার ☐ ঘর উঠলে ছোটু আবার 0 দাগের সিঁড়িতে আসবে।

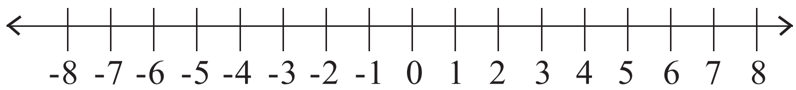
3 **ছোটুর ওঠানামা নীচের ছকে পূরণ করি —**

প্রক্রিয়া	শুরু	+(+2)	+(-3)	-(+4)	☐	+(-6)	☐	☐	-(-12)	☐
উত্তর	0	+2	-1	-5	0	☐	-12	-8	☐	☐
উত্তর সংখ্যার প্রকৃতি	পূর্ণসংখ্যা	স্বাভাবিক সংখ্যা বা পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যা	ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা	ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা						



স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা ও অখণ্ড সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক পেলাম —





4 এবার আমরা নিজেরা মানাই-এর সিঁড়িতে ওঠানামার ছক পূরণ করি —

প্রক্রিয়া	শুরু	+(-5)	+(-3)	+(+3)	+(+7)	-(-4)	+(-13)	-(+5)	□	-(+7)
উত্তর	+3	□	□	(-2)	(+5)	+9	□	-9	0	□
উত্তর সংখ্যার প্রকৃতি	স্বাভাবিক সংখ্যা বা পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড									

মানাই-এর ছক থেকে নিচের ঘরে (≠ বা =) চিহ্ন বসাই —

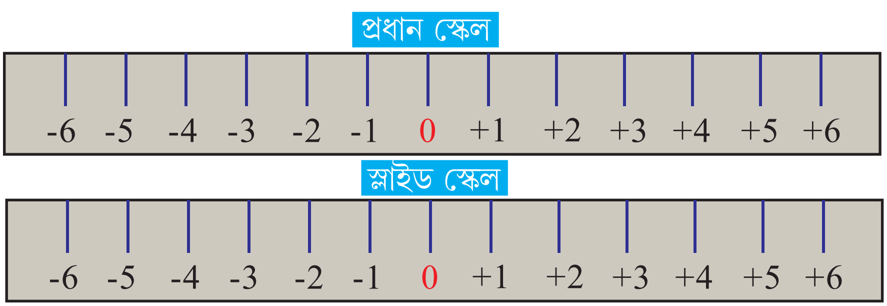
(+3) + (-5) □ (-5) + (+3)	
(+4) - (-4) □ (-4) - (+4)	

∴ পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ □ নিয়ম মেনে চলে না।

∴ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a + b = b + a$ কিন্তু $a - b \neq b - a$

হাতেকলমে

পিচবোর্ডের স্কেল তৈরি করি ও সংখ্যারেখায় যোগ বিয়োগ করি —

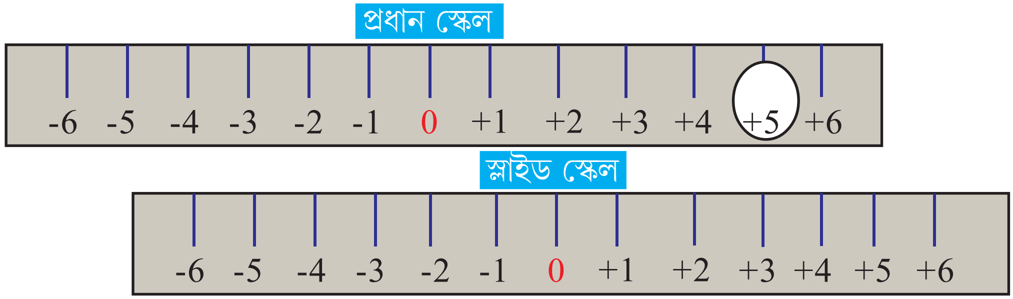


পিচবোর্ড ও সাদা আর্ট পেপার দিয়ে উপরের মতো দুটি স্কেল তৈরি করলাম।

প্রথম স্কেলের নাম দিলাম **প্রধান স্কেল**। দ্বিতীয় স্কেলের নাম দিলাম **স্লাইড স্কেল**।

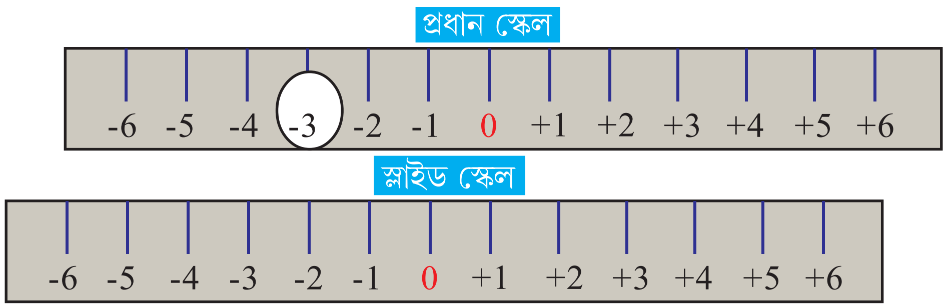
5 **দুটি স্কেলের সাহায্যে (i) (+2) + (+3), (ii) (-1) + (-2), (iii) - 2 - (- 4) নির্ণয় করি।**

(i) প্রধান স্কেলের (+2)-এ স্লাইড স্কেলের 0 দাগ মিলিয়ে দেখব স্লাইড স্কেলের (+3) প্রধান স্কেলের যে দাগের সঙ্গে মিশে যাবে সেই দাগের মানই (+2) + (+3)-এর মান নির্দেশ করবে।



দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, (+2) + (+3) = +5

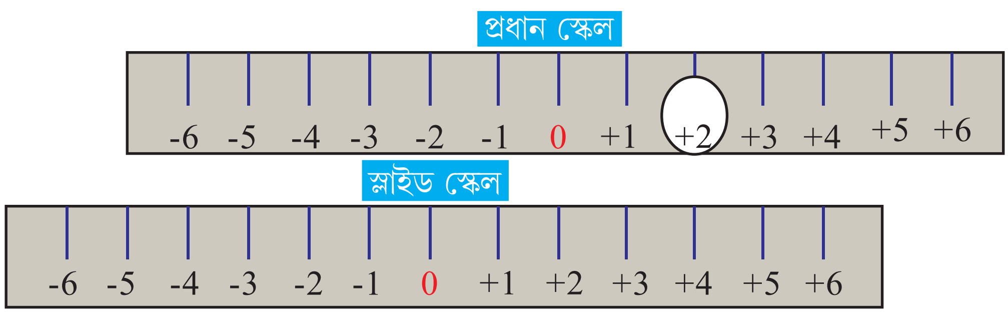
(ii) আগের মতো প্রধান স্কেলের (-1) -এ স্লাইড স্কেলের 0 দাগ মিলিয়ে স্লাইড স্কেলের (-2) দাগ প্রধান স্কেলের যে দাগের সঙ্গে মিলে যাবে সেই দাগের মানই (-1) + (-2) -এর মান নির্দেশ করবে।



দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, (-1) + (-2) = (-3)

(iii) - 4-এর বিপরীত + 4 অর্থাৎ - (- 4) = + 4

∴ দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, - 2 - (- 4) = (-2) + (+4) = ☐

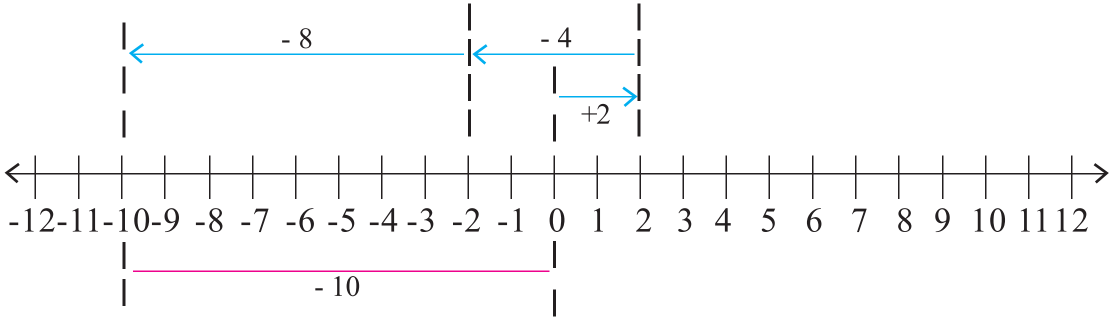


হাতেকলমে দুটি পিচবোর্ডের স্কেলের সাহায্যে মান নির্ণয় করি।

(i) (+ 4) + (+8) **(ii)** (-9) + (+6) **(iii)** (-6) + (-2) **(iv)** (+8) - (-2) **(v)** (-8) - (- 2)

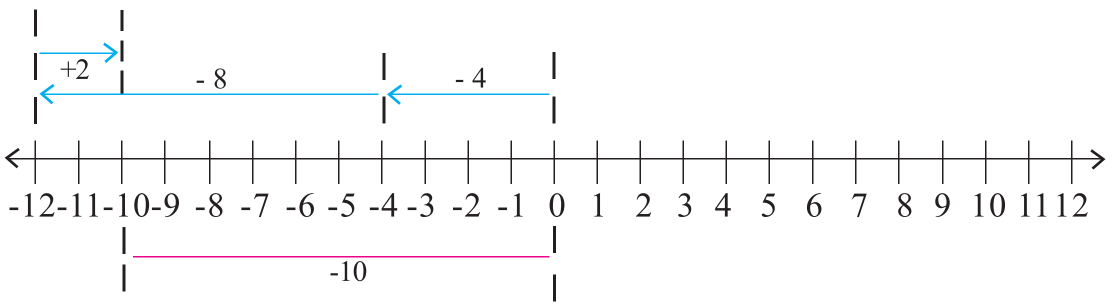
6 এবার সংখ্যারেখায় যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যার যোগ করে তাদের সাধারণ নিয়ম খুঁজি:

সংখ্যারেখার সাহায্যে {(+2) + (-4)} + (- 8)-এর মান নির্ণয় করি।



{(+2) + (-4)} + (-8) = (-2) + (-8) = -10

কিন্তু যদি এমন হয় (+2) + {(-4) + (-8)} তবে কী পাই দেখি,



(+2) + {(- 4) + (- 8)} = (- 2) + ☐ = -10

পেলাম, **{(+2) + (- 4)} + (- 8) = (+2) + {(- 4) + (- 8)}**

সংখ্যারেখা তৈরি করে মান খুঁজি :

{(-6) + (-2)} + (+8) = ☐

(-6) + {(-2) + (+8)} = ☐

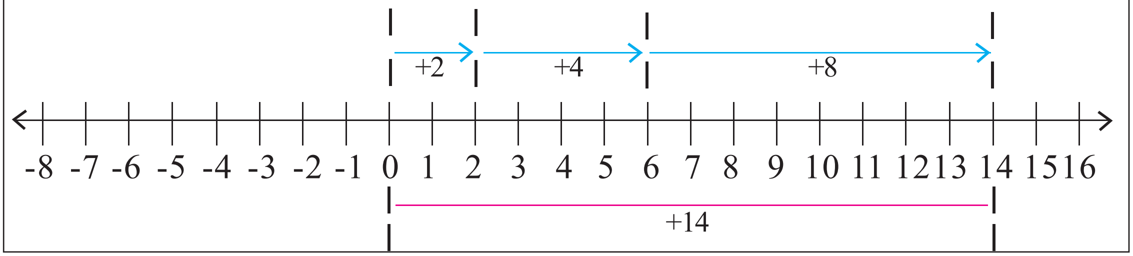
নিজে অন্য তিনটি পূর্ণসংখ্যা নিয়ে যোগের সংযোগ নিয়ম যাচাই করি। (নিজে করি)

∴ **পূর্ণসংখ্যার যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।**

অর্থাৎ a, b ও c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে **(a+b) + c = a + (b+c)**

7 সংখ্যারেখা থেকে {(+ 2) - (- 4)} - (- 8)-এর মান যাচাই করি

{(+ 2) - (- 4)} - (- 8) = {(+ 2) + (+ 4)} + (+ 8) = (+6) + (+8) = ☐



আবার সংখ্যারেখায় দেখছি—

(+ 2) - {(- 4) - (- 8)} = (+ 2) - {(- 4) + (+ 8)} = (+2) - (+4) = (+2) + (-4) = -2
(নিজে সংখ্যারেখা তৈরি করি ও মান খুঁজি)

∴ {(+ 2) - (- 4)} - (- 8) ≠ (+ 2) - {(- 4) - (- 8)}

নিজে অন্য যেকোনো তিনটি পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে সংখ্যারেখায় বিয়োগ করি ও যাচাই করি যে পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না। (নিজে করি)

সংখ্যারেখায় বিয়োগের মাধ্যমে পেলাম, পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ ☐ নিয়ম মেনে চলে না।

∴ a, b ও c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে (a-b) - c ≠ a - (b - c)

নিজে করি-4.2

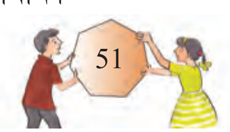
1. বামদিকের সাথে ডানদিকের নিয়মের সম্পর্ক মিলিয়ে মেলাই।

(i) (+6) + (-2) = (-2) + (+6)	(i) পূর্ণসংখ্যার যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।
(ii) (- 8) - (+2) ≠ (+2) - (-8)	(ii) পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।
(iii) {(-1) - (-11)}- (-12) ≠ (-1) - {(-11) - (-12)}	(iii) পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।
(iv) {(+3) + (-7)}+ (-11) = (+3) + {(-7) + (-11)}	(iv) পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

2. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সমষ্টির সমান।

3. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বিয়োগের সমান।

4. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার বিয়োগের সমান।



আজ পলিদের বাড়ির ছাদে একটি আলোচনা সভার আয়োজন করা হয়েছে। 40টি চেয়ার রাখা হবে। কিন্তু সারিতে 8টি ও স্তম্ভে 5টি চেয়ার রাখলে অর্থাৎ 8×5 ভাবে রাখলে ছাদে রাখা যাচ্ছে না। তাই 5×8 ভাবে অর্থাৎ সারিতে 5টি এবং স্তম্ভে 8টি রেখে দেখলাম ছাদে রাখা যাচ্ছে।

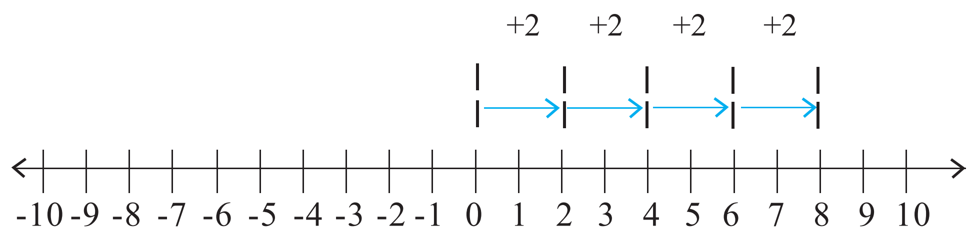
এটি কেমন করে সম্ভব হলো?

$$8\times5 = 5\times8$$

a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a\times b = b\times a$ অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার গুণ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

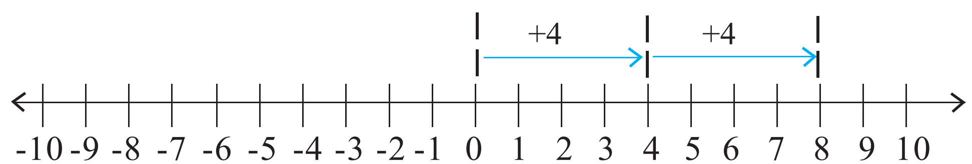
সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা গুণ করি।

8 4×2-এর মান খুঁজি



∴ সংখ্যারেখা থেকে পেলাম $4\times2 = (+2) + (+2) + (+2) + (+2) = +8$

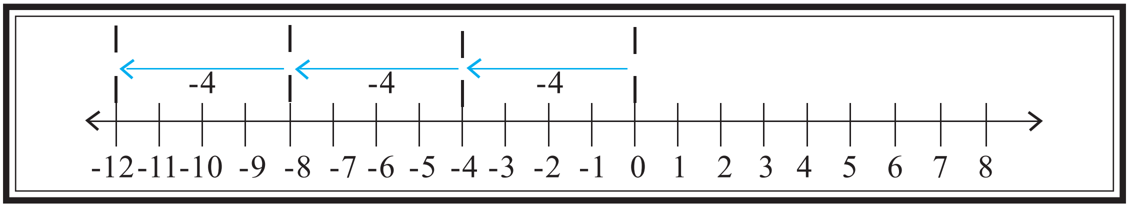
9 2×4-এর মান খুঁজি



∴ সংখ্যারেখা থেকে পেলাম $2\times4 = (+4) + (+4) = +8$

∴ $4\times2 = 2\times4$, অর্থাৎ এক্ষেত্রেও পূর্ণসংখ্যার গুণের বিনিময় নিয়ম প্রযোজ্য।

$3\times(-4)$ -এর মান সংখ্যারেখায় খুঁজি



সংখ্যারেখা থেকে পেলাম

$3\times(-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12 = -(3 \times 4)$

আবার $2\times(-3) = \boxed{-3} + \boxed{-3} = \boxed{-6} = -(2\times3)$

$2\times(-3)$ মান নির্ণয়ের সময়ে প্রথমে 2×3-এর মান নির্ণয় করে সামনে ঋণাত্মক চিহ্ন বসালাম

$3\times(-5) = \square + \square + \square = \square = -\square \times \square$

নিজে করি-4.3

(i) $6\times(-8) = \square = -48$ **(ii)** $7\times(-3) = \square = \square$ **(iii)** $9\times(-12) = \square = \square$

$\therefore$ a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **$a\times(-b) = -(a\times b)$**

এবার অন্যভাবে গুণ করি—

$3\times3 = 9$
$2\times3 = 6 = 9 - 3$
$1\times3 = 3 = 6 - 3$
$0\times3 = 0 = 3 - 3$
$-1\times3 = 0 - 3 = -3$
$-2\times3 = -3 - 3 = -6$

পেলাম, $3\times(-2) = -6 = (-2) \times 3$

$\therefore$ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **$a\times(-b) = (-a)\times b = -(a\times b)$**

যাচাই করি

(i) $(-4)\times3 = 4\times(-3) = \square$ (ii) $6\times(-8) = \square = \square$ (iii) $7\times(-3) = \square = \square$

(iv) নিজেরা আরও 4টি উদাহরণ তৈরি করে যাচাই করি।

10 এবার (- 4)×(-3)-এর মান বের করার চেষ্টা করি।

$(-4)\times 3 = -12$

$(-4)\times 2 = -8 = -12 - (-4)$

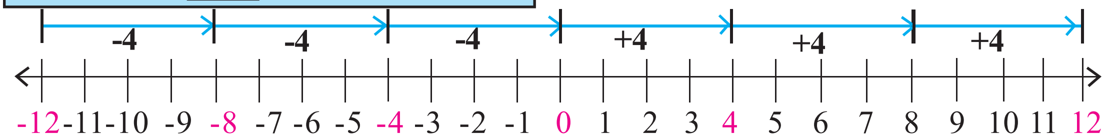
$(-4)\times 1 = -4 = -8 - (-4)$

$(-4)\times 0 = 0 = \square - (-4)$

$(-4)\times(-1) = 0 - (-4) = 0 + 4 = 4$

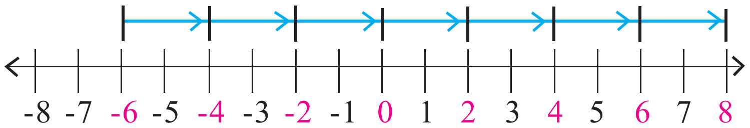
$(-4)\times(-2) = 4 - (-4) = 4 + 4 = 8$

$(-4)\times(-3) = \square - (-4) = 8 + 4 = 12$



দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের যেমন (- 4)×(-3) -এর মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 4×3-এর মান নির্ণয় করে গুণফলের আগে ধনাত্মক চিহ্ন বসবে।

11 যাচাই করি, (- 2)×(-3)



$(-2)\times 3 = \square$

$(-2)\times 2 = \square = -6 - (-2)$

$(-2)\times 1 = \square = \square - \square$

$(-2)\times 0 = \square = \square - \square$

$(-2)\times(-1) = 0 - (-2) = \square + \square = \square$

$(-2)\times(-2) = \square - \square = \square + \square = \square$

$(-2)\times(-3) = \square - \square = \square + \square = \square$

আরও সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি।

∴ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **(- a)×(- b) = a×b**

নিজে করি-4.4

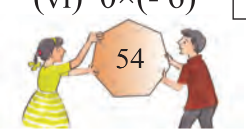
(i) (-5)×2 থেকে শুরু করে (- 5)×(-2)-এর মান নির্ণয় করি।

(ii) (-7)×3 থেকে শুরু করে (- 7)×(-3)-এর মান নির্ণয় করি।

(iii) (-6)×2 থেকে শুরু করে (- 6)×(- 4) -এর মান নির্ণয় করি।

(iv) $(-7)\times(-9) = \square$ (v) $\square\times(-33) = \square$

(vi) $0\times(-6) = \square$ (vii) $(-12)\times(-3) = \square$ (viii) $(-7)\times 0 = \square$



হাতেকলমে রঙিন কার্ডের সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার গুণ করি।

(i) প্রথমে দুটি রঙিন বর্গাকার কাগজ নিলাম। নীল রঙের একক বর্গের মান (+1) ও লাল রঙের একক বর্গের মান (-1) নিলাম। → +1, → -1

(ii) কতকগুলি বর্গাকার কার্ড তৈরি করলাম যার একদিকে নীল রঙের বর্গাকার কাগজ ও অন্যদিকে লাল রঙের বর্গাকার কাগজ আটকে দিলাম।

(iii) একটি সাদা কাগজের আয়তাকার বাহুর একদিকে গুণ্য বা গুণকের ধনাত্মক সংখ্যার জন্য একক দৈর্ঘ্যের নীলদাগ '—' এবং অন্যদিকে গুণ্য বা গুণকের ঋণাত্মক সংখ্যার জন্য একই দৈর্ঘ্যের লালদাগ '—' দিলাম।

(iv) এই আয়তাকার বাহুর একদিকে '—' লাল দাগ থাকলে সব নীল রঙের কার্ডগুলি 1বার উল্টে যাবে ও সব নীল কার্ড লাল হয়ে যাবে।

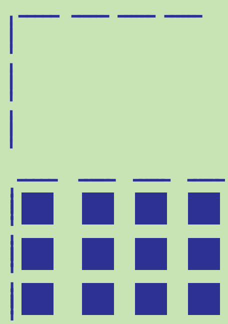
হাতেকলমে (+4) × (+3) নির্ণয় করি

1. ছবির মতো আয়তাকার বাহুর একদিকে চারটি নীল দাগ ও অন্যদিকে 3টি নীল দাগ টানলাম।

2. এবার নীল রঙের একক বর্গের কার্ড দিয়ে আয়তাকারে ছবির মতো ভরাট করলাম। নীল কার্ডের সংখ্যা 12টি।

∴ 12টি নীল রঙের কার্ডের মান (+12)

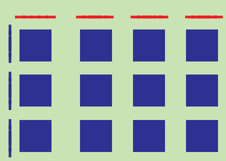
(+4) × (+3) = +12



হাতেকলমে (-4) × (+3) নির্ণয় করি

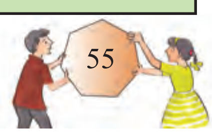
1. ছবির মতো 4টি একক দৈর্ঘ্যের লাল দাগ এবং 3টি একক দৈর্ঘ্যের নীল দাগ টানলাম।

2. যেহেতু একদিকে লাল দাগ আছে, তাই কার্ডগুলি একবার উল্টে যাবে ও সব কার্ডগুলি লাল হয়ে যাবে।



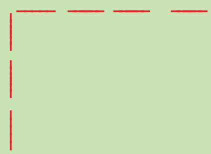
3. লাল রঙের 12টি কার্ড পেলাম, যার মান (-12)

∴ (-4) × (+3) = -12 পেলাম।

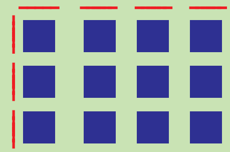


হাতেকলমে $(-4) \times (-3)$ এর মান নির্ণয় করি

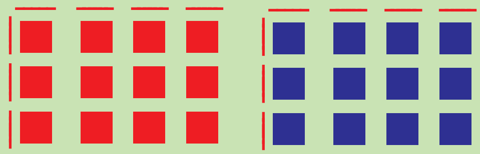
1. পাশের ছবির মতো 7টি লাল দাগ টানলাম



2. পাশের ছবির মতো নীল রঙের একক বর্গাকার কার্ড দিয়ে আয়তাকারে সাজালাম।



3. যেহেতু দুদিকে লাল দাগ আছে, কার্ডগুলি দু-বার উল্টে যাবে ও সব কার্ডগুলি আবার নীল হবে।



প্রথম বার   দ্বিতীয় বার

হাতে কলমে $(-4) \times (-3) = 12$ পেলাম।

নিজে করি-4.5

1) নীচের ছক পূরণ করি :

×	-4	-6	7	-11	13	-15	-20	25	-30	-40	50
5										-200	
-3							60				
4											
-5											
-8			-56								
7					91				-210		
16											

2) $(-7) \times 7 + 12 \times (-8) = \square$

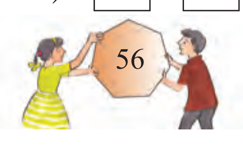
3) $(-20) \times 11 + (-35) \times 20 = \square$

4) $\square \times \square + \square \times \square = -100$ [নিজে বসাই]

5) $4 \times (-4) + (-5) \times 5 = \square$

6) $(-6) \times (-10) + (-4) \times 4 = \square$

7) $\square \times \square + \square \times \square = \square$ [নিজে বসাই]



12 এবার তিনটি পূর্ণসংখ্যার গুণ করি—

$2\times4\times5 = (2\times4)\times5 = 8\times5 = 40$

$2\times4\times5 = 2\times(4\times5) = 2\times20 = 40$ $\quad \therefore (2\times4)\times5 = 2\times(4\times5)$

$(-2)\times(-4)\times(-3) = \{(-2)\times(-4)\}\times(-3) = (8)\times(-3) = -24$

$(-2)\times(-4)\times(-3) = (-2)\times\{(-4)\times(-3)\} = (-2)\times(12) = -24$

$\{(-2)\times(-4)\}\times(-3) = (-2)\times\{(-4)\times(-3)\}$

দেখলাম, a, b, c, তিনটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে $abc = (ab).c = a.(bc)$.

সুতরাং গুণের ক্ষেত্রেও পূর্ণসংখ্যারা সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

13 $(-2)\times(-5)\times(-4)\times(-8) = \{(-2)\times(-5)\}\times(-4)\times(-8)$

$= \square \times(-4)\times(-8)$

$= (-40)\times(-8)$

$= 320$

নিজে করি -4.6

(i) $(-6)\times(-5)\times(-7)\times(-3) = \square$ **(ii)** $(-5)\times(-2)\times(-10)\times(-8)\times(-3) = \square$

(iii) $(-11)\times(-12)\times(-2) = \square$ **(iv)** $(-11)\times(-9)\times(-5)\times(-6)\times(-3) = \square$

গুণ করি

$(-1) \times (-1) = +1 = 1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) = \{(-1) \times (-1)\} \times (-1)$

$= (+1) \times (-1) = -1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$

$= \{(-1) \times (-1)\} \times \{(-1) \times (-1)\}$

$= (+1) \times (+1) = 1 \times 1 = 1$

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

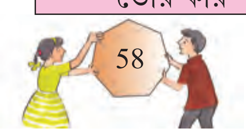
$= 1\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

$=(-1)\times(-1)\times(-1)=1\times(-1)= -1$

পেলাম, জোড় সংখ্যক ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের চিহ্ন ধনাত্মক এবং বিজোড় সংখ্যক ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের চিহ্ন ঋণাত্মক হয়।

নীচের ছকটি পূরণ করি ও সিদ্ধান্ত লিখি।

গুণফল দেখি		সিদ্ধান্ত
(7)×(-2)=-14	(-2)×7=-14	7×(-2)=(-2)×7
8×(-3)= □	(-3)×8= □	
(-11)×12= □	12×(-11)= □	
(-13)×(-10)= □	(-10)×(-13)= □	
(-23)×0= □		
(-27)×(-1)= □		
{(-2)×(-6)}×7= □	(-2)×{(-6)×(7)}= □	
(-3)×{(-5)×(-9)}= □	{(-3)×(-5)}×(-9)= □	
{(13)×(-1)}×(-2)= □		
(-25)×1= □		
(-29)×□ = □		
নিজে পূর্ণসংখ্যার গুণের একটি উদাহরণ তৈরি করি		



ছক থেকে পেলাম,

a ও b যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে,

$a \times b = b \times a$

আবার a,b ও c যে কোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে,

$(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$ হবে।

14 পূর্ণসংখ্যার গুণের অন্য কোনো নতুন নিয়ম আছে কিনা দেখি

$10\times(13+15)=10\times28=280$

আবার, $10\times13+10\times15=130+150=280$

$\therefore$ পেলাম, $10\times(13+15)=10\times13+10\times15$

15 আমি অন্য একটি পূর্ণসংখ্যার অঙ্ক তৈরি করে যাচাই করি,

$12\times(17+21)=12\times38=456$

$12\times17+12\times21=204+252=456$

$\therefore 12\times(17+21)=12\times17+12\times21$

> $\therefore$ পেলাম, a, b ও c তিনটি পূর্ণসংখ্য হলে,
>
> $a\times(b+c)= a\times b + a\times c$ হয়.
>
> অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার গুণ বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে।

নিজে করি— 4.7

1) $9\times(8+3)$ ☐ $9\times8+9\times3$ [=/≠ বসাই]

2) $6\times(5+4)$ ☐ $6\times5+6\times4$ [=/≠ বসাই]

16 পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম যাচাই করি

i) $(-5)\times(7+2)=(-5)\times(9)= -45$

$(-5)\times7+(-5)\times2=(-35)+(-10)= -45$

$\therefore (-5)\times(7+2)=(-5)\times7+(-5)\times2$

ii) $(-2)\times\{(-3)+(+2)\}= (-2)\times(-1)=2$

$(-2)\times(-3)+(-2)\times(+2)= 6+(-4)=2$

$\therefore (-2)\times\{(-3)+ (+2)\}=(-2)\times(-3)+(-2)\times(+2)$

iii) $(-11)\times\{(-4)+(-7)\}=$ ☐ × ☐ = ☐

$(-11)\times(-4)+(-11)\times(-7)=$ ☐ + ☐ = ☐

$\therefore (-11)\times\{(-4)+(-7)\}=$ ☐ $= (-11)\times(-4)+(-11)\times(-7)$

বাস্তবে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার

17 নীতু ও মিলনের আজ একটি বিজ্ঞানবিষয়ক প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষা ছিল। পরীক্ষার প্রশ্নপত্রে 12টি প্রশ্ন ছিল। প্রতি প্রশ্নের ঠিক উত্তরের জন্য 6 নম্বর ও প্রতি প্রশ্নের ভুল উত্তরের জন্য -3 নম্বর দেওয়া হবে।

নীতু 7টি ঠিক উত্তর দিয়েছে। কিন্তু 5 টি উত্তর ভুল হয়েছে।

আমি কত নম্বর পাব? হিসাব করি।

7টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে 7×6 নম্বর = 42 নম্বর

5টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে $5 \times (-3)$ নম্বর =-15 নম্বর

$\therefore$ নীতু মোট নম্বর পাবে, $\{42 + (-15)\}$নম্বর

= (42-15)নম্বর = 27 নম্বর

মিলনের 12 টি উত্তরের মধ্যে 6 টি ঠিক ও 6টি ভুল হয়েছে।

মিলন 6টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে, 6×6 নম্বর

=36 নম্বর

6টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে, $6\times(-3)$ নম্বর

= -18 নম্বর

$\therefore$ মিলন মোট নম্বর পাবে $\{36+(-18)\}=18$

18 বুমেলার 12 টি উত্তরের মধ্যে 4 টি ঠিক ও 8 টি ভুল হয়েছে। বুমেলা কত নম্বর পাবে দেখি।

বুমেলা 4টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে □ × □ = □

8টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে □ × □ = □, $\therefore$ বুমেলা মোট নম্বর পাবে □ - □ = □

19 এক ফল বিক্রেতার প্রতি কিগ্রা. আম বিক্রি করে 5 টাকা লাভ হলো। কিন্তু প্রতি কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে 4 টাকা ক্ষতি হলো। তিনি 10 কিগ্রা. আম ও 14 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করলেন। তার মোট কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হলো হিসাব করি।

আম বিক্রি করে 1 কিগ্রা.তে লাভ করলেন 5 টাকা।

$\therefore$ 10 কিগ্রা.তে লাভ করলেন 5টাকা × 10 =50 টাকা।

1 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে ক্ষতি হলো 4 টাকা ।

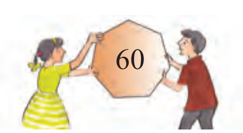
$\therefore$ 1 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে লাভ হলো -4 টাকা।

$\therefore$ 14 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে লাভ হলো $14\times(-4)$টাকা।

= -56 টাকা

$\therefore$ ফল বিক্রেতার মোট লাভ হলো $\{50 + (-56)\}$টাকা

= (50-56) = -6 টাকা $\therefore$ □ ফল বিক্রেতার ক্ষতি হয় 6 টাকা।



নিজে করি— 4.8

1) মিজানুর, তীর্থ ও নাফুরা একটি পরীক্ষা দিয়েছে। ওই পরীক্ষায় 10 টি প্রশ্ন ছিল। পরীক্ষাটিতে প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 5 নম্বর ও প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য -2 নম্বর পাবে।

a) মিজানুরের 6 টি প্রশ্নের উত্তর ঠিক হয়েছে এবং বাকি 4টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে।

b) তীর্থর 5টি প্রশ্নের উত্তর ঠিক হয়েছে এবং বাকি 5টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে।

c) নাফুরা 3টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর দিয়েছে এবং বাকি 7টি প্রশ্নের উত্তর ভুল দিয়েছে।

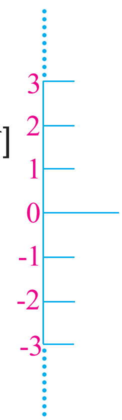
প্রতিক্ষেত্রে কে কত নম্বর পাবে হিসাব করি।

2) একটি ফার্ণিচারের দোকানে এই মাসে 15টি কাঠের আলমারি বিক্রি হয়েছে। 10 টি আলমারির প্রত্যেকটিতে 300 টাকা লাভ হয়েছে। কিন্তু বাকি 5টি আলমারিতে মোট 200 টাকা ক্ষতি হয়েছে। ওই দোকানের মালিকের এইমাসে আলমারি বিক্রি করে কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হয়েছে হিসাব করি।

3) একটি কয়লার খনিতে একটি লিফট মাটি থেকে শুরু করে প্রতি মিনিটে 6 মিটার নামছে। লিফটটি নীচে নামা শুরু করার 30 মিনিট পরে তার অবস্থান কোথায় হবে দেখি। যদি লিফটটি ভূমির 20 মিটার উঁচু থেকে শুরু করত তবে 30 মিনিট পরে লিফটটি কী অবস্থানে থাকত দেখি।

ধরি ভূমির উপরের দিকের দূরত্ব ধনাত্মক এবং মাটির নীচের দিকের দূরত্ব ঋণাত্মক।

যেহেতু লিফটটি ভূমির নীচে যাবে,



$\therefore$ 1 মিনিটে লিফটটি নামবে 6 মিটার [অর্থাৎ যাবে -6 মিটার]

30 মিনিটে লিফটটি নামবে 6×30 মিটার $= 180$ মিটার। [অর্থাৎ যাবে -180 মিটার]

অর্থাৎ 30 মিনিট পরে ভূমির 180 মিটার নীচে থাকবে।

যদি লিফটটি ভূমির 20 মিটার উঁচুথেকে ভূমির নীচে যেত তাহলে,

30 মিনিট পরে লিফটটির অবস্থান হতো $\{(-180)+20\}$ মিটার

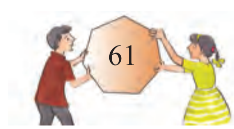
$= -160$ মিটার

অর্থাৎ, লিফটটি ভূমি থেকে 160 মিটার নীচে থাকত।

4) অপর একটি খনিতে একটি লিফট প্রতি মিনিটে 4 মিটার নামছে।

(a) এক ঘণ্টা পরে লিফটটি কী অবস্থানে থাকবে দেখি।

(b) যদি লিফটটি ভূমির 15 মিটার উপর থেকে নামত তবে 30 মিনিট পরে লিফটটি কোথায় থাকত হিসাব করে লিখি।



20 আজ আমরা 8 জন বন্ধু মিলে চাঁদা তুলে ঝালমুড়ি মাখব। ঠিক করেছি প্রত্যেকে 5 টাকা করে চাঁদা দেব। কিন্তু 3 জন বন্ধু বিশেষ কারণে বাড়ি চলে গেল। কত টাকা চাঁদা উঠল দেখি।

চাঁদা উঠল $5\times(8-3)$ টাকা $=5\times5$ টাকা $= 25$ টাকা

আবার $(5\times8 - 5\times3)$ কী পাই দেখি, $5\times8 - 5\times3 = 40 - 15 = 25$

$\therefore 5\times(8-3)=5\times8-5\times3$

অন্য সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি

(i) $2\times\{6-(-2)\} = 2\times\{6+2\}= 2\times8=16$

$2\times6-2\times(-2)= 12-(-4)= 12+4=16$

$\boxed{\therefore 2\times\{6-(-2)\}=2\times6-2\times(-2)}$

(ii) $7\times\{(-3) - (-6)\} =7\times(-3+6)=7\times3=21$

$7\times(-3)-7\times(-6)=\square-\square=\square+\square=21$ (ফাঁকা ঘর ভরতি করি)

(iii) $(-9)\times\{(-1)-(-6)\}=(-9)\times\{-1+6\}=(-9)\times5=-45$

আবার, $(-9)\times(-1)-(-9)\times(-6)=9-54=-45$

$\boxed{(-9) \times \{(-1)-(-6)\}=(-9)\times(-1)-(-9)\times(-6)}$

পেলাম, a, b ও c যে কোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে, $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

(iv) $a= -5, b= -2, c=3$ নিয়ে $a(b-c)=a\times b-a\times c$ যাচাই করি।

(v) যে কোনো চারটি উদাহরণ নিয়ে $a(b-c)=ab-ac$ যাচাই করি।

মনে মনে হিসাব করি

(i) $5\times(13)=5\times(10+3)=5\times10+5\times3=50+15=65$

(ii) $6\times18=6\times(20-2)=6\times20-6\times2=120-12=108$

(iii) $7\times33=7\times(\square+\square)=7\times\square+7\times\square=\square+\square=\square$

(iv) $9\times98=9\times(100-2)=\square\times\square-\square\times\square=\square$

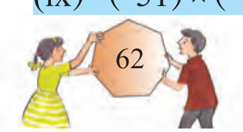
(v) $26\times(-48)=26\ [2-50]=26\times2-26\times50=\square-\square=\square$

(vi) $(-18) \times (-29) = \square$

(vii) $16\times(25) \times (-4) \times3 = 25\times16 \times (-4)\times3 = 25 \times (-4)\times16\times3$
$= (-100) \times16\times3 =(-1600) \times 3 = -4800$

(viii) $12 \times (-50) \times (-2)\times4= \square$

(ix) $(-51) \times (-19)+57= \square$



21 পূর্ণসংখ্যার গুণ থেকে কী পাই দেখি—

5×6=30
- 30÷5= 6
- 30÷6= 5

8×4=32
- 32÷4= ☐
- 32÷8 = ☐

(-5)×7 = -35
- -35÷(7)= -5
- -35÷(-5)= ☐

(-8)×(-6) =48
- 48÷(-8)= ☐
- 48÷(-6)= ☐

(-4)×9 = -36
- -36÷(-4)= ☐
- -36÷(9)= ☐

(-2)×7 = -14
- -14÷ ☐ = 7
- -14÷ ☐ = ☐

(-2)×(-6) = ☐
- ☐ ÷ ☐ = ☐
- ☐ ÷ ☐ = ☐

(-9)×(-5) = ☐
- ☐ ÷ ☐ = ☐
- ☐ ÷ ☐ = ☐

বিভিন্ন ধরনের ভাগের অঙ্ক থেকে কী পেলাম দেখি—

30 ÷ 6 = 5

35÷(-7)=-5

(-36)÷(-4)=9

(-36)÷(9)=-4

পেলাম, ধনাত্মক সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ধনাত্মক সংখ্যা হয়।
আবার, ধনাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ঋণাত্মক সংখ্যা হয়।
আবার, ঋণাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ☐ সংখ্যা হয়।
আবার, ঋণাত্মক সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ☐ সংখ্যা হয়।

হাতেকলমে

রঙিন কার্ড দিয়ে পূর্ণসংখ্যার ভাগ করি

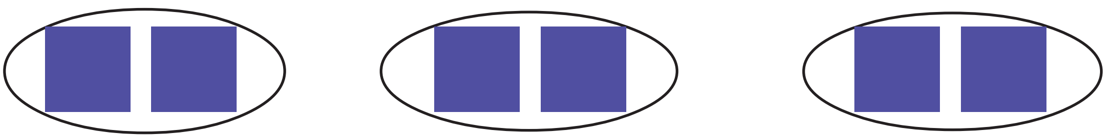
অনেকগুলি বর্গাকার নীল ও লাল রঙের কাগজ কাটলাম। একইমাপের বর্গাকার পিচবার্ডের কার্ড তৈরি করলাম যার একপাশে নীল কাগজ ও অপর পাশে লাল কাগজ লাগিয়ে দিলাম। ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে এক বার উলটে যাবে।

নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ডের মান + 1 ও লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ডের মান -1 নিলাম।

1) $\boxed{6 \div 3}$ **নির্ণয় করব**

i) 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড নিলাম,

ii) এবার 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ডকে 3টি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।



প্রথম দল　　দ্বিতীয় দল　　তৃতীয় দল

প্রতি দলে দুটি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড পেলাম, যার মান + 2

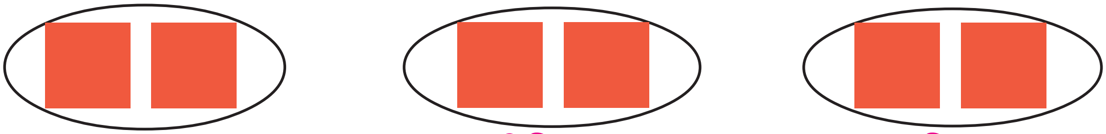
$\therefore$ $\boxed{6 \div 3 = 2}$

2) $\boxed{6 \div (-3) = -2}$ **-এর মান হাতেকলমে নির্ণয় করি।**

i) প্রথমে 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড নিলাম।

ii) যেহেতু ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে তাই,
6টি নীল কার্ড একবার উল্টে দিলে 6টি লাল কার্ড হয়ে যাবে।

iii) এবার লাল কার্ডগুলিকে তিনটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।



প্রথম দল　　দ্বিতীয় দল　　তৃতীয় দল

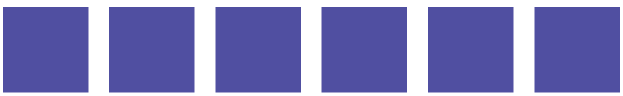
প্রতি দলে 2 টি করে লাল কার্ড আছে যার মান -2

∴ পেলাম, $6 \div (-3) = -2$

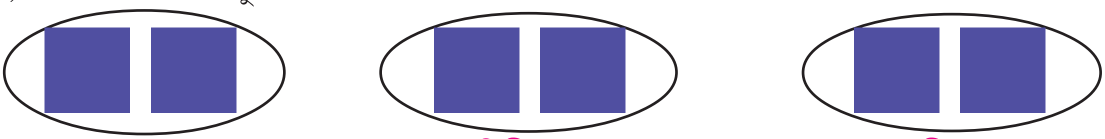
3) $(-6) \div (-3)$ -এর মান হাতেকলমে নির্ণয় করার চেষ্টা করি।

i) 6টি লাল রঙের পিচবোর্ডের কার্ড নিলাম।

ii) যেহেতু ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে,
6টি লাল রঙের কার্ড একবার উল্টে দিলে 6টি নীল রঙের কার্ড পেলাম,



iii) এবার নীল কার্ডগুলিকে তিনটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।

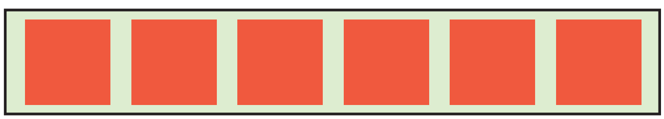


প্রথম দল　　দ্বিতীয় দল　　তৃতীয় দল

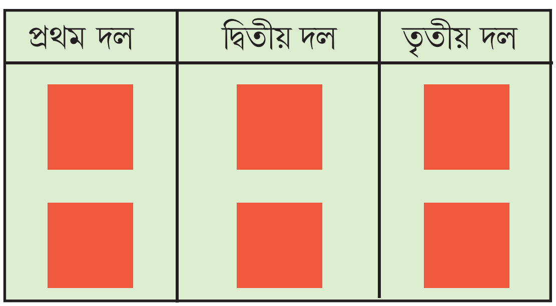
প্রতি দলে 2 টি করে নীল কার্ড আছে যার মান 2　　∴ পেলাম, $(-6) \div (-3) = 2$

4) $(-6) \div 3$ — এর মান নির্ণয় করি।

6 টি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড নিলাম →

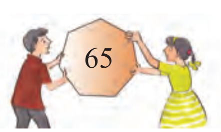


6 টি লাল রঙের কার্ডকে 3 টি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করে পেলাম—



প্রতি দলে দুটি লাল রঙের বর্গাকার কার্ড আছে যার মান - 2

∴ পেলাম $(-6) \div 3 = -2$



22 পূর্ণসংখ্যার ভাগ—

$35 \div 5 = \frac{\overset{7}{\cancel{35}}}{\cancel{5}} = 7$	$-12 \div 3 = \frac{\overset{-4}{\cancel{-12}}}{\cancel{3}} = -4$
$27 \div 3 = \frac{\square}{\square} = \square$	$-16 \div 2 = \frac{\square}{\square} = \square$
$(-25) \div 5 = \frac{-25}{5} = -5$	$(-55) \div (-5) = \frac{\overset{11}{\cancel{-55}}}{\cancel{-5}} = 11$
$(-49) \div 7 = \frac{\square}{\square} = \square$	$(-52) \div (-4) = \frac{\square}{\square} = \square$

নীচের ছক পূরণ করি :

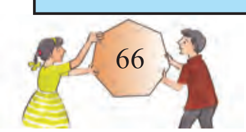
ভাগফল	ভাগফলের প্রকৃতি	ভাগফল	ভাগফলের প্রকৃতি
$21 \div (-3) = -7$	ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা	$-25 \div (-3) =$	ধনাত্মক ভগ্নাংশ
$(-72) \div 4 = \square$		$(-72) \div 7 = \square$	
$78 \div (-3) = \square$		$(-100) \div 5 = \square$	
$81 \div 9 = \square$		$138 \div (-4) = \square$	
$(-95) \div 4 = \square$		$145 \div 8 = \square$	
$91 \div (5) = \frac{91}{5}$	ধনাত্মক ভগ্নাংশ	$196 \div (-6) = \square$	
$42 \div (5) = \square$		$-144 \div (-15) = \square$	
$(-69) \div (7) = -\frac{69}{7}$	ঋণাত্মক ভগ্নাংশ	$-221 \div (-7) = \square$	

পেলাম, $21 \div (-3) = -7$ কিন্তু $(-3) \div 21 = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7}$

$\therefore 21 \div (-3) \neq (-3) \div 21$

a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যার জন্য **a÷b ≠ b÷a;**

চারটি সংখ্যার উদাহরণ নিয়ে যাচাই করি $a \div b \neq b \div a$
অর্থাৎ সংখ্যার ভাগ □ নিয়ম মেনে চলে না।



23 শূন্যকে ভাগ করলে কী পাব দেখি—

যেহেতু শূন্যকে দুটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলে শূন্য পাব। তাই $0 \div 2 = 0$

আবার $0 \div 4 = \square$, $0 \div (-8) = \square$, $0 \div (-11) = \square$

অর্থাৎ যেকোনো পূর্ণসংখ্যা $a \neq 0$-এর জন্য $\boxed{0 \div a = 0}$

ভাগের অন্য ধর্ম দেখি

24 $(-12) \div \{(-8) \div (2)\}$ -এর মান নির্ণয় করি—

$(-12) \div \{(-8) \div 2)\}$
$= (-12) \div (-4)$
$= 3$

কিন্তু $\{(-12) \div (-8)\} \div 2$
$= (\frac{-12}{-8}) \div 2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

$\therefore (-12) \div \{(-8) \div 2\} \neq \{(-12) \div (-8)\} \div 2$

যাচাই করি

(i) $125 \div \{(-25) \div (5)\} \neq \{125 \div (-25)\} \div 5$

(ii) $36 \div \{18 \div (-2)\} \neq (36 \div 18) \div (-1)$

$\therefore$ a, b ও c যে কোনো 3 টি পূর্ণসংখ্যার জন্য, $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$

অর্থাৎ শূণ্য ছাড়া পূর্ণসংখ্যার ভাগ ______ নিয়ম মেনে চলে না।

নিজে করি-4.9 যে কোনো 4 টি সংখ্যার উদাহরণ তৈরি করে যাচাই করি যে পূর্ণসংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

এবার পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে ভাগের বিচ্ছেদ নিয়ম দেখি —

নীচের অঙ্কটি দেখি

$(-30) \div \{(-5) + 2\}$
$= (-30) \div (-3)$
$= 10$

অন্যভাবে কষে দেখি,

$(-30) \div (-5) + (-30) \div 2$
$= 6 + (-15) = 6 - 15$
$= -9$

$\therefore (-30) \div \{(-5) + 2\} \neq (-30) \div (-5) + (-30) \div 2$

$\therefore$ a, b ও c যেকোনো 3 টি শূণ্য ছাড়া পূর্ণসংখ্যার জন্য, $a \div (b+c) \neq a \div b + a \div c$

যাচাই করি

(i) $16 \div \{(-4) + 2\} \neq 16 \div (-4) + 16 \div 2$

(ii) $(-70) \div \{(7) + (-5)\} \neq (-70) \div (7) + (-70) \div (-5)$

25

$$\{(-5)+2\} \div (-30) = (-3) \div (-30) = \frac{1}{10}$$

$$\{(-5)+2\} \div (-30) = (-5) \div (-30) + (2) \div (-30)$$
$$= \frac{(-5)}{(-30)} + \frac{2}{(-30)} = \frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{5-2}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$\{(-5)+2\} \div (-30) = (-5) \div (-30) + 2 \div (-30)$

দেখলাম a,b,c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে $(b+c) \div a = b\div a + c\div a, a\neq o$

অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার ভাগ ডান বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে কিন্তু বাম বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে না।

কষে দেখি — 4

1. **মনে মনে হিসাব করি:**

(a) (-10) × 4 = ☐ (b) (-15) × ☐ = - 90 (c) 25 × ☐ = - 125

(d) (-16) × ☐ = 96 (e) (-13) × ☐ = -104 (f) ☐ × 21 = - 126

(g) ☐ × ☐ = -42 (h) ☐ × (-30) = 330 (i) -26 ÷ ☐ = 1

(j) ☐ ÷ 1 = - 29 (k) ☐ ÷ (-59) = -1 (l) 87 ÷ ☐ = - 87

2. জোসেফ একটি পরীক্ষায় 15 টি প্রশ্নের মধ্যে 9 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর দিয়েছে। কিন্তু বাকি 6 টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে। প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 5 নম্বর পেয়ে সে মোট 33 নম্বর পেয়েছে। প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য কত নম্বর দেওয়া হয়েছে হিসাব করি।

জোসেফ মোট নম্বর পেয়েছে 33; জোসেফ ঠিক উত্তর দিয়েছে 9 টি । প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য নম্বর পেয়েছে 5;

∴ 9 টি ঠিক উত্তরের জন্য মোট নম্বর পেয়েছে 9 × 5= ☐

ভুল উত্তরের জন্য কমে গেছে 45 - 33 = 12

∴ 6 টি উত্তর ভুল দিয়েছে ও তার জন্য কমেছে 12 নম্বর। ∴ 6 টি ভুল উত্তরের জন্য পেয়েছে -12

∴ 1 টি ভুল উত্তরের জন্য পেয়েছে (-12) ÷ 6 = ☐

3. রেহানা ও সায়ন দুজনেই পরীক্ষা দিয়েছে। প্রত্যেকের পরীক্ষায় মোট 12 টি প্রশ্ন ছিল।

(i) রেহানা 8 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর এবং 4 টি প্রশ্নের ভুল উত্তর দিয়ে 36 নম্বর পেয়েছে। কিন্তু প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 6 নম্বর পেয়েছে। রেহানার পরীক্ষায় প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য কত নম্বর দেওয়া হয়েছে হিসাব করি।

(ii) সায়ন 6 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর এবং বাকি 6 টি প্রশ্নের ভুল উত্তর দিয়ে মোট কত নম্বর পেয়েছে হিসাব করি।

4. কোনো জায়গার তাপমাত্রা 12^0C ; প্রতি ঘণ্টায় সমান হারে তাপমাত্রা কমতে কমতে 8 ঘণ্টা পরে সেখানকার তাপমাত্রা - 4^0C হয়। সেখানে প্রতি ঘণ্টায় কত ডিগ্রি তাপমাত্রা কমেছে হিসাব করি।

5. একটি খনিতে একটি লিফট 8 মিনিটে 24 মিটার নীচে নামে। লিফটটি যদি সমবেগে চলে তবে লিফটটি 6 মিনিটে কত মিটার নীচে থাকবে দেখি। ওই লিফটটা যদি ভূমির 10 মিটার উপর থেকে নীচে নামতে শুরু করে তবে 70 মিনিটে ভূমির কতটা নীচে থাকবে হিসাব করি।

6. নীচের ফাঁকা ঘর পূরণ করি—

(i) $-16 \div (-2) + \square = -1$

(ii) $20 - 50 + \square = -1$

(iii) $41 \times (-5) + \square = -3$

(iv) $(-9) \times (-3) \times \square = -81$

(v) $(-15) \div (-5) - \square = -1$

(vi) $(-18) \div \square + 3 = -6$

(vii) $\square \div 4 - 2 = -7$

(viii) $\square \times (-1) + 9 = 0$

7. দুটি উদাহরণ দিয়ে দেখাই যে পূর্ণসংখ্যার গুণ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার ভাগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।

8. দুটি উদাহরণ দিয়ে দেখাই যে পূর্ণসংখ্যার গুণ বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার ভাগ সর্বদা বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে না।

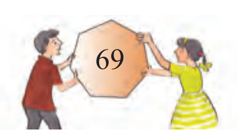
9. মান নির্ণয় করি—

(i) $(-125) \div 5$ **(ii)** $(-144) \div 6$ **(iii)** $(-49) \div 7$

(iv) $225 \div (-3)$ **(v)** $169 \div (-13)$ **(vi)** $100 \div (-5)$

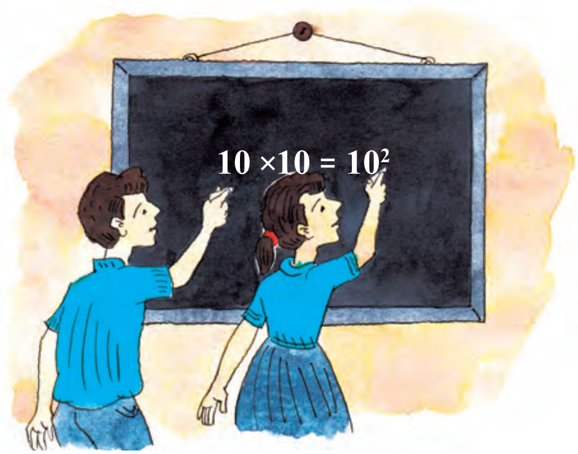
(vii) $(-81) \div (-9)$ **(viii)** $(-150) \div (-5)$ **(ix)** $(-121) \div (-11)$

(x) $(-275) \div (-25)$



5. সূচকের ধারণা

আজ আমাদের শ্রেণিতে নাফিসা গল্প বলবে। নাফিসা আমার বন্ধু। সে সৌরজগতের গল্প জানে। সে বলল আমরা যে পৃথিবীর উপরে আছি তার ভর 5,970, 000, 000, 000, 000, 000, 000,000 কিগ্রা.। কিন্তু শুক্রগ্রহের ভর 4, 870, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 কিগ্রা.। আবার বুধগ্রহের ভর 330, 000, 000,000,000, 000, 000, 000 কিগ্রা.।



কে বেশি ভারী বলো?

সে আরও বলল পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 149600000 কিমি.। কিন্তু শুক্রগ্রহ ও সূর্যের দূরত্ব 108.2×1000000 কিমি.।

কে কত বেশি দূরে কীভাবে সহজে বলব?
এতো বড়ো সংখ্যা নিয়ে কীভাবে হিসাব করব?

আমরা প্রথমে বড়ো সংখ্যাকে ছোটো করে লেখার চেষ্টা করি।

আমরা জানি $10 \times 10 = 10^2$, একে বলে 10-এর দ্বিতীয় ঘাত।

তাহলে $10 \times 10 \times 10 = 10^3$ লিখতে পারি। (10-এর তৃতীয় ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ (10-এর $\square$ ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ (10-এর $\square$ ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ লিখতে পারি। (10-এর $\square$ ঘাত)

এখানে 10 কে *নিধান* এবং 10 -এর ডানপাশে উপরে লেখা সংখ্যা *সূচক*।

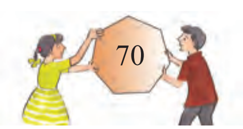
যেমন $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ → সূচক (5), নিধান (10)

10^5 -কে পড়া হয় 10-এর পঞ্চমঘাত।

আবার $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

1000 -এর সূচক আকার হলো 10^3 ; এখানে *নিধান* $\square$ এবং *সূচক* $\square$

আবার 10000 -এর সূচক আকার হলো $\square$



615 কে যদি এমনভাবে লিখি

$615 = 6 \times 100 + 10 + 5 = 6 \times 10^2 + 10 + 5$

এভাবে বিস্তার করাকে 10-এর ঘাতে বিস্তার করা বলা হয়।

তাহলে, $806 = 8 \times 10^2 + 0 \times 10 + 1 \times 6$

1 আমি 781, 978, 4533 ও 7871 -কে 10-এর ঘাতে বিস্তার করার চেষ্টা করি।

$781 = 7 \times \square + 8 \times 10 + 1 \times \square$

$978 = \square \times 10^2 + 7 \times \square + 8 \times \square$

$4533 = 4 \times 10^3 + 5 \times \square + 3 \times \square + 3 \times \square$

$7871 = 7 \times \square + 8 \times \square + 7 \times \square + 1 \times \square$

নিজে করি-5.1

10 -এর ঘাতে বিস্তার করি — i) 8275 ii) 90925 iii) 12578 iv) 7858

2 এবার 10 ছাড়া অন্য সংখ্যার ঘাতে প্রকাশ করি।

(i) $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

$\therefore$ 81 -এর ঘাত আকার হলো = $\square$, এখানে *নিধান* $\square$ ও *সূচক* $\square$

আবার (ii) $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\square}$

$\therefore$ 243 -এর ঘাত আকার হলো = $\square$, এখানে *নিধান* $\square$ ও *সূচক* $\square$

নিজে করি-5.2

1) $100 = 10^{\square}$ 2) $27 = 3^{\square}$ 3) $125 = 5^{\square}$

4) $32 = 2^{\square}$ 5) $343 = 7^{\square}$ 6) $121 = \square^{\square}$ 7) $625 = \square^{\square}$

8) $2^3 = \square \times \square \times \square$ 9) $3^4 = \square \times \square \times \square \times \square$

10) $729 = 9^{\square}$

11) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$

12) $(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^{\square}$

13) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^{\square}$

∴ পেলাম a যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,

$a \times a = a^2$ (বলব a -এর বর্গ) $a \times a \times a = a^3$ (বলব a -এর ঘন)

∴ $a \times a \times a \times a \times a = a^{\square}$ এবং $a \times a \times a \times a \times a \times a = a^{\square}$

3 এবার , নীচের অঙ্কটি দেখি —

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^{\square} \times 5^{\square}$

$7 \times 7 \times 7 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 7^{\square} \times 5^{\square}$

∴ পেলাম , a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে ,

$a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b = a^4 \times b^5$ পাব।

অর্থাৎ $a^3 \times b^3 = a \times a \times a \times b \times b \times b$

4 অন্য সংখ্যা নিয়ে মৌলিক উৎপাদকে ভেঙে মৌলিক সংখ্যার ঘাতের গুণফলের আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

কোন পূর্ণসংখ্যা যদি 1-এর থেকে বড় হয় এবং 1 ও সেই সংখ্যা ছাড়া ওই সংখ্যার অন্য কোনো ধণাত্মক উৎপাদক না থাকে তাহলে ওই পূর্ণসংখ্যাটিকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

$100 = 10 \times 10 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

$50 = 2^{\square} \times 5^{\square}$ $75 = \square \times \square$ $500 = \square \times \square$

নিজে করি-5.3

নীচের সংখ্যাগুলি মৌলিক সংখ্যার ঘাতের গুণফলের আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

1) 24 2) 56 3) 63 4) 72 5) 200

5 ঘাত আকারে প্রকাশ করা সংখ্যার ছোটো বড়ো হিসাব করি :

(i) 2^3 ও 3^2-এর মধ্যে কে ছোটো ও কে বড়ো দেখি :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $3^2 = 9$

$\therefore 9 > 8$ $\therefore 3^2 > 2^3$

(ii) 4^3 ও 3^4 -এর মধ্যে কে ছোটো ও কে বড়ো দেখি :

$4^3 = \square$ $(3^4) = \square$

$64 \square 81$ $\therefore 3^4 \square 4^3$ [ফাঁকা ঘরে > বা < বসাই]

নিজে করি-5.4

ফাঁকা ঘরে > বা < চিহ্ন বসাই

1) $5^3 \square 3^5$ 2) $6^2 \square 2^6$ 3) $2^4 \square 4^2$,

4) $7^2 \square 2^7$ 5) $3^4 \square 4^3$ 6) $3^5 \square 5^3$

সূচকের ধর্ম খুঁজি

$2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\therefore\ 2^3 \times 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 2^{3+5} = 2^{5+3}$

$2^2 \times 2^3 = (2\times2) \times (2\times2\times2) = 2^5 = 2^{2+3} = 2^{3+2}$

$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^7 = 2^{3+4} = 2^{4+3}$

যাচাই করি

1) $3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^{4+2}$ 2) $3^5 \times 3^2 = 3^{5+2}$ 3) $(-4)^3 \times (-4)^4 = (-4)^{3+4}$

$\therefore$ a যে কোনো একটি পূর্ণসংখ্যা, m ও n কে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে, $a^m \times a^n = a^{m+n}$ হবে

আবার $2^5 \div 2^2 = \frac{2^5}{2^2} = \frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 2^{5-2}$

$(-5)^7 \div (-5)^2 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = (-5)^{\square} = (-5)^{\square - \square}$

$\therefore$ a (শূন্য ছাড়া) যে কোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m ও n যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে, $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ হবে।

নিজে করি-5.5

1) $2^5 \times 2^7 = \square$ 2) $(-3)^{18} \times (-3)^{12} = \square$ 3) $10^8 \times 10^2 = \square$

4) $2^{15} \div 2^{13} = \square$ 5) $9^{15} \div 9^{14} = \square$ 6) $11^6 \div 11^4 = \square$

অন্যরকম ধর্ম খুঁজি

1) $2^5 \div 2^5 = \frac{2^5}{2^5} = 1$ আবার $2^5 \div 2^5 = 2^{5-5} = 2^0$

$\therefore\ 2^0 = 1$

2) $(-5)^6 \div (-5)^6 = 1$

$(-5)^6 \div (-5)^6 = (-5)^{6-6} = (-5)^0$

$\therefore\ (-5)^0 = 1$

$\therefore$ a (শূন্য ছাড়া) যেকোনো একটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a^0 = 1$

নিজে করি-5.6

ফাঁকা ঘরে সংখ্যা বসাই:

1) $9^2 \div 9^2 = \square$ 2) $7^3 \div \square = 1$ 3) $11^0 = \square$

4) $1 = 13^{\square}$ 5) $1 = (-13)^{\square}$

এবার ঘাতের গুণফল আকারে প্রকাশিত সংখ্যার নিধান আলাদা কিন্তু একই সূচকের কী ধর্ম পাই দেখি:

$$2^2 \times 3^2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 6 \times 6 = 6^2 = (2\times3)^2$$

$$3^3 \times 5^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$
$$= 3 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$= 3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 15 \times 15 \times 15 = 15^3 = (3\times5)^3$$

ফাঁকা পূরণ করি :

(i) $7^2 \times 3^2 = 7 \times 7 \times 3 \times 3 = \square^2 = (7\times3)^{\square}$ (ii) $5^3 \times 9^3 = 45^{\square} = (\square\times\square)^3$

(iii) $(-10)^4 \times 9^4 = (-90)^{\square} = (\square\times\square)^4$ (iv) $\square^3 \times 3^3 = (12)^3$

$\therefore$ a ও b দুটি যে কোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m যে কোনো একটি পূর্ণসংখ্যা হলে,
$a^m \times b^m = (ab)^m$ হবে।

এবার ভাগের নতুন ধর্ম খুঁজি

$$\frac{2^2}{3^2} = \frac{2\times2}{3\times3} = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2$$

$$\frac{3^3}{5^3} = \frac{3\times3\times3}{5\times5\times5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\square}$$

$\therefore$ a ও b যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা $[b \neq 0]$ এবং m যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,
$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

নিজে করি-5.7

(i) $6^5 \div 2^5 = \square$ (ii) $\square = 7^2 \div 2^2$ (iii) $10^2 = \square \times \square$

(iv) $(-4)^2 \times 6^2 = \square^2$ (v) $(5)^0 = \square$ (vi) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$

আবার

$$2^6 \div 2^7 = \frac{2^6}{2^7} = 2^{6-7} = 2^{-1}$$

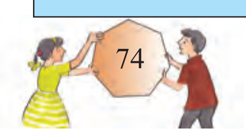
$$2^6 \div 2^7 = \frac{2^6}{2^7} = \frac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \boxed{2^{-1} = \frac{1}{2}}$$

আবার $3^{-1} = \frac{1}{\square}$ [যাচাই করি]

$\frac{1}{5} = \square^{-1}$ [যাচাই করি]

$\therefore$ পেলাম , a শূন্য ছাড়া যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে
$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$



এবার কোনো পূর্ণসংখ্যার সূচকের নতুন ধর্ম খুজি :

আবার

$$(2^2)^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 2^{2\times 2}$$

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2} = 3^6 = 3^{2\times 3}$$

$$(4^7)^2 = \square \times \square = \square = 4^{7\times 2}$$

$$(5^6)^4 = \square \times \square \times \square \times \square = 5^{24}$$

∴ a যেকোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m ও n দুটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,

$$(a^m)^n = a^{m\times n}$$

6 9×9 - কে 3 -এর ঘাত আকারে বিস্তার করি —

$$9 = 3^2$$

$$9 \times 9 = 3^2 \times 3^2 = (3^2)^2 = 3^4$$

7 $16 \times 16 \times 16$ -কে 4-এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি —

$$16 = 4\times 4 = 4^2$$

$$16 \times 16 \times 16 = 4^2\times 4^2\times 4^2 = \square = 4^6$$

8 $16 \times 16 \times 16$ - কে 2 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি —

$$16 \times 16 \times 16 = 4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$$

9 **সূচকের মেশানো অঙ্ক কীভাবে সমাধানের পথে এগোব চেষ্টা করে দেখি—**

(i) $\dfrac{2^5 \times 2^7}{(2^5)^2} = \dfrac{2^{5+7}}{2^{10}} = \dfrac{2^{12}}{2^{10}} = 2^{12-10} = 2^2 = 4$

(ii) $\dfrac{(25)^2 \times (25)^4}{5^9} = \dfrac{(5^2)^2 \times (5^2)^4}{5^9} = \dfrac{5^4 \times 5^8}{5^9} = \dfrac{5^{4+8}}{5^9} = \dfrac{5^{12}}{5^9} = 5^{12-9} = 5^3 = 125$

নিজে করি-5.8

1) $8 \times 8 \times 8$ - কে 2 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।

2) $25 \times 25 \times 25 \times 25$ - কে 5 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।

3) $36 \times 36 \times 36$ - কে 6 এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।

4) 81×81 - কে 3 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।

5) মান নির্ণয় করি: (i) $\dfrac{2^6 \times 3^5}{(6)^5}$ (ii) $\dfrac{10^3 \times 10^4}{2^5 \times 5^4}$ (iii) $\dfrac{5^9 \times 5^6}{5^7}$ (iv) $\dfrac{6^4 \times 3^8}{3^{12}}$

(v) $\dfrac{25^2 \times 25^5}{5^{10}}$ (vi) $\dfrac{2^3 \times 3^9}{3^6 \times 6^3}$ (vii) $\left(\dfrac{a^7}{a^5}\right) \times a^2$ $(a \neq 0)$ (viii) $\dfrac{3 \times 7^2 \times 2^4}{21 \times 112}$

পৃথিবীর ভর 5970 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 কিগ্রা. = 597×10^{22} কিগ্রা.
শুক্রগ্রহের ভর 4870 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 = 487×10^{22} কিগ্রা.
বুধগ্রহের ভর 330 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 কিগ্রা. = 33×10^{22} কিগ্রা.

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব = 149600000 কিমি.

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব সহজে 10-এর ঘাতের মাধ্যমে লেখার চেষ্টা করি:

$$\begin{aligned}149600000 &= 14960000 \times 10\\ &= 1496000 \times 10^2\\ &= 149600 \times 10^3\\ &= 14960 \times 10^4\\ &= 1496 \times 10^5\\ &= \frac{1496}{100} \times 10^5 \times 100 = 14.96 \times 10^7\end{aligned}$$

$\therefore$ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব = 14.96×10^7 কিমি.।

সূর্য থেকে শুক্র গ্রহের দূরত্ব = 108.2×1000000 কিমি. = 1082×10^5 কিমি.।

$= \frac{1082}{100} \times 10^5 \times 10^2$ কিমি. = 10.82×10^7 কিমি.।

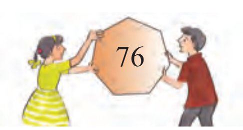
আবার $1496 > 1082$ বা $14.96 > 10.82$

$\therefore$ পৃথিবী ও সূর্যের দূরত্ব , শুক্রগ্রহ ও সূর্যের দূরত্বের চেয়ে বেশি ।

এরকম বড়ো সংখ্যাকে ঘাতে প্রকাশ করলে আমরা সহজে বুঝতে পারি কোন সংখ্যাটি বড়ো এবং কোন সংখ্যাটি ছোটো।

কষে দেখি — 5

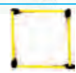
1. নীচের দূরত্বগুলি 10-এর ঘাতে প্রকাশ করে সহজে বোঝার চেষ্টা করি —
   সূর্যের থেকে বুধের দূরত্ব 57900000 কিমি.
   সূর্যের থেকে মঙ্গল ও বৃহস্পতির দূরত্ব যথাক্রমে 227900000 কিমি. এবং 778300000 কিমি.
2. ফাঁকা ঘর পূরণ করি— i) পৃথিবী এবং চাঁদের দূরত্ব 384, 000, 000 মিটার = $384 \times 10^{\square}$ মিটার
   ii) শূন্যস্থানে আলোর গতিবেগ 3,00,000,000 মিটার / সেকেন্ড = $3 \times \square$ মিটার / সেকেন্ড
3. নীচের সংখ্যাগুলি 10-এর ঘাতে প্রকাশ করি (দশমিকের পর 1, 2 ও 3 ঘর পর্যন্ত)—
   i) 978 ii) 159217
4. নীচের বিস্তার থেকে সংখ্যাগুলি লিখি —
   i) $3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10 + 2$ ii) $2 \times 10^3 + 3 \times 10 + 5$
   iii) $8 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 6$ iv) $9 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10$
5. সরল করি এবং নীচের প্রত্যেকটিকে ঘাতের আকারে প্রকাশ করি—
   (i) $\frac{2^3 \times 3^5 \times 16}{3 \times 32}$ (ii) $[(6^2)^3 \times 6^4] \div 6^7$ (iii) $\frac{3 \times 7^2 \times 11^0}{21 \times 7}$
   (iv) $\frac{4^5 \times a^8 b^3}{4^5 \times a^5 b^2}$ $(a,b \neq 0)$ (v) $(3^0 + 2^0) \times 5^0$ (vi) $\frac{2^8 \times x^7}{4^3 \times x^3}$ $(x \neq 0)$



6. বীজগাণিতিক প্রক্রিয়া

আমি, তীর্থ ও সায়ন আজ দেশলাই কাঠি দিয়ে নানানভাবে ত্রিভুজাকার, বর্গাকার ও আয়তাকার চিত্র তৈরি করব।

তাই অনেকগুলি দেশলাই কাঠি নিয়ে টেবিলে রেখেছি। বুলু এবং সাবিনাও আমাদের এই মজার খেলায় যোগ দিল।

তীর্থ করল		4টি কাঠির প্রয়োজন।
		□ টি কাঠির প্রয়োজন।
		□ টি কাঠির প্রয়োজন।

তীর্থর এই কাঠির সজ্জা থেকে এইরকম যেকোনো সজ্জায় কতগুলি কাঠি প্রয়োজন হিসাব করার চেষ্টা করি:

তীর্থর 1 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য □ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

2 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $\boxed{4\times2}$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

3 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $\boxed{4\times3}$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

তাই এইরকম x টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $4\times x$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

$= 4x$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

4x -এ x □ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক] এবং 4 □ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক]

কিন্তু বুলু একটু অন্যভাবে করল

	→	(3 + 1) টি কাঠি প্রয়োজন
	→	$(3\times2 + 1)$ টি কাঠি প্রয়োজন
	→	$(3\times3 + 1)$ টি কাঠি প্রয়োজন

বুলুর এই কাঠির সজ্জা থেকে এইরকম যেকোনো সজ্জায় কতগুলি কাঠি প্রয়োজন হিসাব করার চেষ্টা করি —

বুলুর এইরকম 1টি বর্গাকার চিত্রের জন্য (3 + 1) টি = 4টি কাঠির প্রয়োজন।

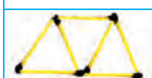
কিন্তু 2টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $(3 \times 2 + 1)$টি = 7 টি কাঠির প্রয়োজন।

3টি বর্গাকার চিত্রের জন্য 3×3টি + 1টি = 10 টি কাঠির প্রয়োজন।

x টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $3 \times x$ টি+ 1টি = $(3x + 1)$ টি কাঠির প্রয়োজন।

$(3x + 1)$ সংখ্যামালায় x □ [চল/ধ্রুবক], 3 ও 1 □ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক]

সাবিনা যে ধরনের সজ্জা তৈরি করল		→ □ টি কাঠির প্রয়োজন
		→ □ টি কাঠির প্রয়োজন
		→ □ টি কাঠির প্রয়োজন

কিন্তু সায়ন করল		→ (□ + □) টি কাঠির প্রয়োজন
		→ (□ × □ + □) টি কাঠির প্রয়োজন
		→ (□ × □ + □) টি কাঠির প্রয়োজন

সাবিনা ও সায়নের কাঠির যেকোনো একটি সজ্জায় কতগুলি দেশলাই কাঠি প্রয়োজন তার হিসাব করে বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় প্রকাশ করি।

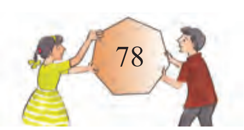
এই 4x, $(3x + 1)$-এ চল ও ধ্রুবক সংখ্যা দুই-ই আছে। এদের কী বলা হয়?

4x, $(3x + 1)$ এদের বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বলা হয়। কিছু চল ও কিছু ধ্রুবক যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি হয়। $(3x + 1)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় 3x একটি পদ ও 1 অন্য একটি পদ।

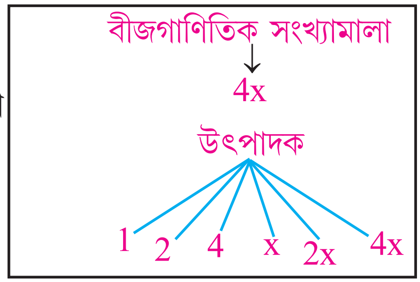
নিজে করি-6.1

আমরা বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি ও পদগুলি খুঁজি

4x, 3x + 1, 2x + 1, 6p - 1, 3y + 6.

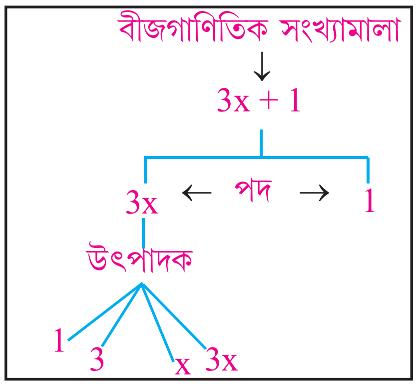


বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	পদগুলি	পদসংখ্যা	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার প্রকারভেদ	চল	ধ্রুবকসংখ্যা
4x	4x	1টি		x	4
3x + 1	3x ও 1	2টি		x	3, 1
2x + 1			দ্বিপদী		
6p - 1					
3y + 6					



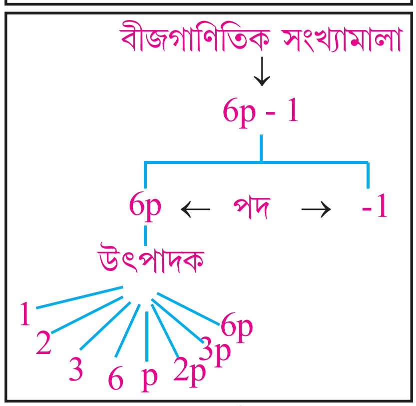
4x বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটির ধ্রুবক সংখ্যা 4-এর সাথে চল x গুণ করা হয়েছে। 4x-এর উৎপাদক 1, 2, 4, x, 2x ও 4x

4x-এর পদ 1টি। তাই 4x একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।



1 (3x + 1)-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটিকে উৎপাদক গাছের মতো চিত্রে দেখি।

দেখছি, 3x + 1 বীজগাণিতিক সংখ্যামালার দুটি পদ।
তাই 3x + 1 দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।



2 (6p - 1)-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটিকে উৎপাদক গাছের মতো চিত্রে দেখি।

6p - 1 ☐ পদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

নিজে করি-6.2

1) 2x + 1, 2) 3y + 6-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি উৎপাদক গাছের মতো চিত্র এঁকে পদ ও উৎপাদকগুলি দেখাই।

এবার তীর্থ অনেকগুলি আয়তাকার চিত্র আঁকল।

6 সেমি. / 4 সেমি. — ক্ষেত্রফল = $\boxed{6\times4}$ বর্গসেমি.

11 সেমি. / 5 সেমি. — ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

8 সেমি. / 8 সেমি. — ক্ষেত্রফল $\boxed{8\times8}$ বর্গসেমি. = 8^2 বর্গসেমি.

যদি এমন হয় → y সেমি. x সেমি.

সেক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল x × y বর্গসেমি.

☐ = xy বর্গসেমি.

এখানে দুটি চল x ও y

আবার, দৈর্ঘ্য 2x একক এবং প্রস্থ y একক হলে ক্ষেত্রফল (2x × y) বর্গ একক = $\boxed{2xy}$ বর্গ একক

এখানেও দুটি চল ☐ ও ☐

বর্গাকার চিত্রের একটি বাহু x সেমি. ∴ ক্ষেত্রফল = x × x বর্গসেমি.

= $\boxed{x^2}$ বর্গসেমি. [∵ $2\times2=2^2$], এখানে চল ☐ টি।

এক্ষেত্রে যেহেতু একক আছে যেমন সেমি.,

তাই xy বর্গসেমি., 2xy বর্গসেমি., x^2 বর্গসেমি. বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

$2\times2\times2=2^{\square}$, তাই $x\times x\times x = x^{\square}$, x^3 -এ চল ☐ টি।

আজ আমরা নানান বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি করব ও সেই সংখ্যামালার বিভিন্ন দিক নিয়ে আলোচনা করব।

3 $5x^2 + y$ কেমন করে পেলাম দেখি—

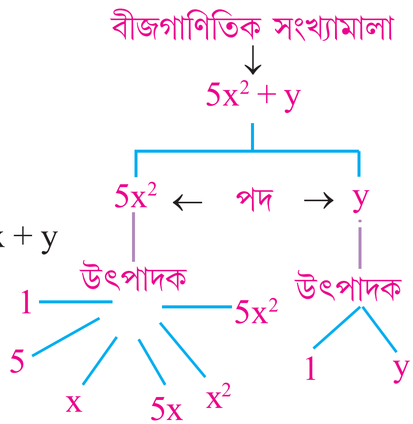
প্রথমে x -এর সাথে x গুণ করে x^2 পেয়েছি।

এবার x^2 -এর সাথে 5 গুণ করে $5x^2$ পেলাম।

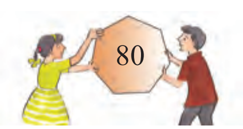
তারপর $5x^2$-এর সাথে y যোগ করেছি। $5x^2 + y = 5\times x\times x + y$

$5x^2 + y$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় দেখছি, পদ 2 টি।

চল x ও y এবং ধ্রুবক সংখ্যা 5 ও 1



কিন্তু $5x^2$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় 5কে x^2-এর কী বলব? 5-কে x^2-এর সহগ বলা হয়।



$5x^2$-এ 5 -এর সহগ x^2 ও $5x$ -এর সহগ □ এবং x^2 -এর সহগ □

4 $2xy^2 + 3y$ কেমন করে পেলাম দেখি।

প্রথমে y-এর সাথে □ গুণ করে y^2 পেলাম।

এবার, 2, x ও y^2 □ করে $2xy^2$ পেলাম। 3 ও y গুণ করে 3y পেলাম।

এবার $2xy^2$ ও 3y যোগ করলাম।

$2xy^2 + 3y =$ □ × □ × □ × □ + □ × □

$2xy^2 + 3y$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় □ টি পদ আছে। তাই এটি □ পদী। এখানে x ও y □ (চল/ ধ্রুবক)।

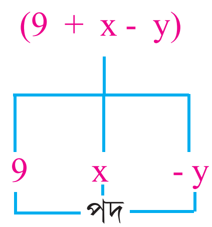
$2xy^2$-এ x-এর সহগ $2y^2$, xy^2-এর সহগ □, y -এর সহগ □ এবং y^2 -এর সহগ □

$2xy^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় xy^2 -এর সংখ্যাগত সহগ 2

5 (9 + x - y) এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদক গাছের চিত্রের মতো সাজাই ও কী পেলাম দেখি -

দেখছি (9 + x - y)-এর □ টি পদ আছে,

∴ 9 + x - y একটি □ পদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।



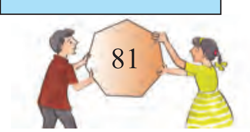
6 কিন্তু 9 + x - y বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় x ও y-এর সহগ কী?

$x = 1 \times x$, ∴ x -এর সহগ □

$-y =$ □ $\times y$, ∴ y -এর সহগ □

নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দেখে ও বুঝে ফাঁকা ঘরে লিখি —

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	পদ গুলি	পদসংখ্যা	পদসংখ্যা কথায়	চল গুলি	ধ্রুবক ছাড়া পদ	চল সংখ্যাযুক্ত পদের উৎপাদকে বিশ্লেষণ
xy + 8	xy, 8	2	দ্বিপদী	x,y	xy	$xy = x \times y$
7x+2y	7x,2y	2		x,y	7x, 2y	$7x = 7 \times x$ $2y = 2 \times y$
5z-2xz				x,z	5z, -2xz	
x^2+2x+3	x^2,2x,3	3	ত্রিপদী			
x+y+5						
x^3y+5x						



$2x + 3y + 4z + 7p + 5q + 6r$ এরকম অনেকগুলি পদ বিশিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কী বলব?

এদের বহুপদী সংখ্যামালা বলে।

তাহলে একপদী, দ্বিপদী, ত্রিপদী এরা কি বহুপদী সংখ্যামালা নয়?

প্রত্যেকেই বহুপদী সংখ্যামালা। কিন্তু পদ অনুযায়ী আলাদা আলাদা নাম বলা হয়।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও তাদের মধ্যে মিল খুঁজি।

তুলি ও রশিদ ঠিক করেছে তারা তাদের জানা কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালা ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে।

তারা লিখল—

আমরা এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$8x = 2\times2\times2\times x$

$12xy = 2\times2\times3\times x\times y$

$3x^2y = 3.x.x.y$

$9xy^2 = 3.3.\square.\square.\square = 3\times3\times\square\times\square\times\square$

$2xyz = 2.x.y.z$

$2xy^2 = 2.\square.\square.\square$, $3x = \square.\square$

বাকিগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিজে করি।

দেখছি, উপরের কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় একজাতীয় পদ আছে। যেমন $8x$ ও $3x$ বা $9xy^2$ ও $2xy^2$। এই ধরনের বীজগাণিতিক পদগুলিকে কী বলব? আবার কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় ভিন্ন জাতীয় পদ আছে যেমন $8x$, $12xy$। এই ধরনের বীজগাণিতিক পদগুলিকেও কী বলব?

দুই বা দুইয়ের বেশি পদযুক্ত বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় একজাতীয় পদগুলিকে **সদৃশ পদ** এবং ভিন্ন জাতীয় পদগুলিকে **অসদৃশ পদ** বলা হয়।

যেমন —$2xyz$ ও $11xyz$ পরস্পর **সদৃশ পদ**। আবার $8x$ ও $12xy$ পরস্পর **অসদৃশ পদ**।

হাতেকলমে কাগজ কেটে বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার রঙিন কার্ডের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা (i) $3x^2 + 4x + 6$ (ii) $2x^2 - x - 3$ লিখি।

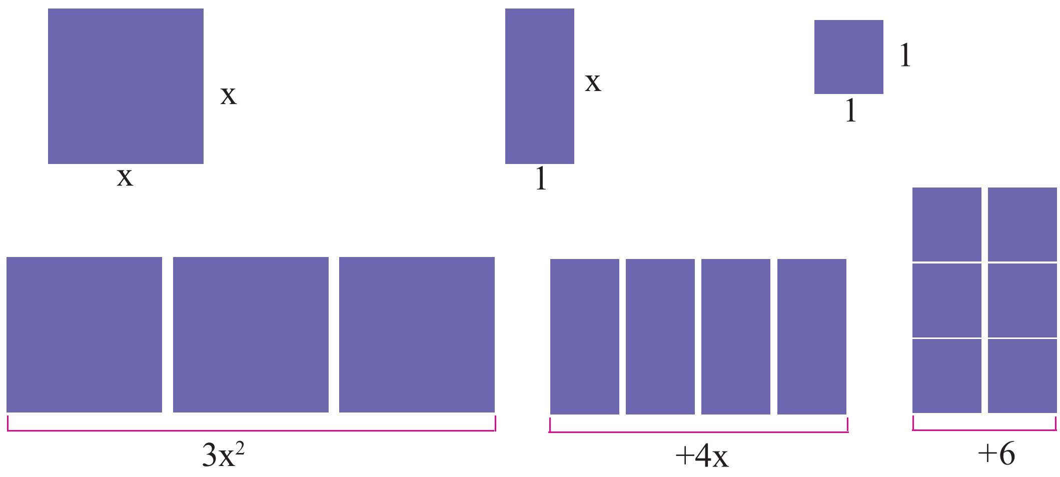
(1) প্রথমে অনেকগুলি পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো তৈরি করলাম।
2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 2 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।
2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।
1 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।

(2) 2 সেমি. × 2 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।
2 সেমি. × 1 সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।
1 সেমি. × 1 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

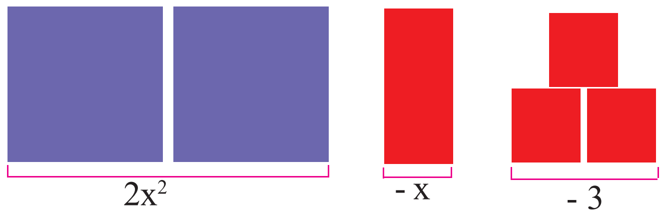
নীচের ছবির মতো অনেকগুলি বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার নীল রঙের পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

ধরি, 1 টি 2 × 2 নীল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → x^2, 1 টি 2 × 1 নীল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড → x ও 1 টি 1 × 1 নীল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → 1 আবার 1 টি 2 × 2 লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → $(-x^2)$, 1 টি 2 × 1 লাল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড → (-x) ও 1 টি 1 × 1 লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → -1

(3) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে $(3x^2 + 4x + 6)$ সাজাই



(4) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে $(2x^2 - x - 3)$ সাজাই



প্রতি ঘরে দুই বা দুইয়ের বেশি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দেওয়া আছে। তাদের পদগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি —

দুই বা ততোধিক বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	প্রতিটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদের মৌলিক উৎপাদকগুলি	বীজগাণিতিক পদগুলি সদৃশ না অসদৃশ
8x 2x -2x	2, x 2, x 2, x	সদৃশ
2xy -xy 7yx	1, 2, x, y ____ ____	____
$3x^2y$ $5x^2y$ xy^2	____ ____ ____	অসদৃশ
ab^2 $-2ab^2$	____ ____	____

কষে দেখি— 6.1

1. বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি করি।

(a) x-এর সঙ্গে y যোগ।

(b) z থেকে x বিয়োগ।

(c) p-এর দ্বিগুণের সঙ্গে q যোগ ।

(d) x-এর বর্গের সঙ্গে x গুণ ।

(e) x ও y-এর যোগফলের $\frac{1}{4}$ অংশ।

(f) a ও b-এর গুণফলের 4 গুণের সঙ্গে 7 যোগ করলাম।

(g) x-এর দ্বিগুণের সঙ্গে y-এর অর্ধেক যোগ ।

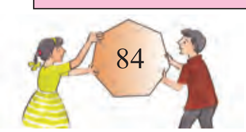
(h) x ও y-এর সমষ্টি থেকে x ও y-এর গুণফল বিয়োগ ।

2. নীচের দেশলাই কাঠির প্যাটার্ন দেখি ও ছকে লিখি।

(a)

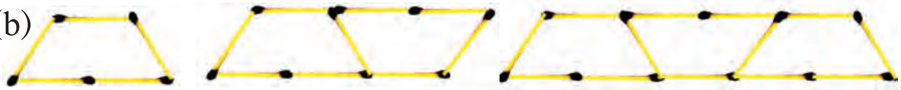
1 2 3 ....

উপরের দেশলাই কাঠি দিয়ে তৈরি প্যাটার্নের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	....
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	7	12						



এবার চল দিয়ে সাধারণ নিয়মটি তৈরি করি।

(b)



1 2 3 ....

ট্রাপিজিয়ামের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	....
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	5	9					

এবার চল দিয়ে সাধারণ নিয়ম তৈরি করি।

3. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি উৎপাদক গাছের চিত্রের আকারে সাজিয়ে প্রত্যেকটি পদের মৌলিক উৎপাদকগুলি দেখাই ও তারা কতপদী সংখ্যা তা লিখি।

(a) $5x$ (b) $7 + 2x + x^2$ (c) $x^2 + x + 1$ (d) $2x^2y + 7$

(e) $2y^3 + y$ (f) $x^2y + xy^2 + xyz$ (g) $xy + 2x^2y^2$ (h) $5x + 2y$

4. নীচে বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় ধ্রুবক ছাড়া অন্য পদগুলির সংখ্যামূলক সহগ (Numerical co-efficient) লিখি।

(a) $2x + 3y$ (b) $x^2 + 2x + 5$ (c) $x + 5xy - 7y$

(d) $-5 - z$ (e) $x^3 + x - y$ (f) $\frac{x}{2} + 4$

5. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় x উৎপাদকযুক্ত পদের বা পদগুলির x-এর সহগ লিখি।

(a) $y^3x + y^2$ **(b)** $15z^2 - 8zx$ **(c)** $-x - y + 2$ **(d)** $4 + y + yx$ **(e)** $2 + x + xy^2$ **(f)** $15xy^4 - 14$

6. নীচের বীজগাণিতিক পদগুলির মধ্যে সদৃশ পদগুলি আলাদা আলাদা ঘরে লিখি।

$2x, y, 12xy, 13y^2, -5x, 18y, -4xy, -2y^2, 21x^2y, 3x, 3xy, -xy, -y, -6x^2, -15x^2$

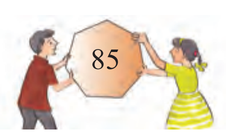
7. নীচের জোড়া পদগুলির মধ্যে কোনগুলি সদৃশপদ ও কোনগুলি অসদৃশপদ তা যুক্তি দিয়ে লিখি।

(a) $2x, 3y$, (b) $7x, 8x$, (c) $-29x, 6x$ (d) $4xy, 6yz$ (e) $-15yx, 8xy$ (f) $5xy, 6x^2y^2$

8. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় যে পদটিতে x^2 পদ আছে সেটি লিখি এবং x^2-এর সহগ লিখি।

(a) $5 - xy^2$ (b) $-6x^2 - 8y$ (c) $3x^2 - 15xy^2 - 8y^2$

(d) $2 + 3x^2y + 4x$ (e) $5 - 6x^2y^2 + 6xy$



বাজারে যাই

7 আজ আমি ও দাদা বাজারে সবজি কিনতে যাব। আমরা প্রথমে 1 কিগ্রা. আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনব।

1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম, 1 কিগ্রা আলুর চেয়ে 25 টাকা বেশি। যদি 1কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা হয়, তবে 1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম কত টাকা হবে হিসাব করি।

ধরি, 1 কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা।

$\therefore$ 1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম (x + 25) টাকা।

আমাদের 1 কিগ্রা আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনতে মোট খরচ

= x টাকা + (x + 25) টাকা = (x + x + 25) টাকা

(x + x + 25) কে কীভাবে যোগ করব?

দুটি x যোগ করে 2x পাব। [x + x = 1×x + 1×x= (1 + 1)x (বিচ্ছেদ নিয়ম অনুসারে)
= 2×x = 2x]

তাই, (x + x + 25) টাকা = (2x + 25) টাকা।

সুতরাং, 1 কিগ্রা. আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনতে মোট খরচ পড়বে = (2x + 25) টাকা।

8 1 কিগ্রা. গাজরও কিনব। যদি 1 কিগ্রা. গাজরের দাম, 1 কিগ্রা. আলুর দামের চেয়ে 30 টাকা বেশি হয়, তবে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি।

1 কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা।

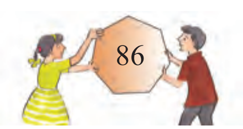
1 কিগ্রা. গাজরের দাম হবে (x + ☐) টাকা।

সেক্ষেত্রে 1 কিগ্রা. আলু, 1 কিগ্রা. টম্যাটো ও 1 কিগ্রা. গাজর কিনতে মোট খরচ

={(2x + 25) + (x + 30)} টাকা

9 আমি (2x + 25) ও (x + 30) যোগ করি।

2x ও x মিলে অর্থাৎ 2টি x ও 1টি x মিলে হবে 3x [2x+x = 2 × x + 1 × x
= (2+1) × x (বিচ্ছেদ নিয়ম অনুসারে)
= 3×x
= 3x]



আবার ধ্রুবক (x বর্জিত পদ) 25 ও 30 যোগ করে পাব $25 + 30 = \square$

সুতরাং পেলাম, $2x + 25 + x + 30$

$= (2x + x) + (25 + 30)$

$= \boxed{3x} + \boxed{55}$

∴ সেক্ষেত্রে আমাদের $(3x + 55)$ টাকা নিয়ে বাজারে যেতে হবে।

> দেখছি, বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(2x + 25)$ ও $(x + 30)$ যোগ করার সময়,
> সদৃশ পদগুলি পাশাপাশি লিখে যোগ করব।
> তারপর অসদৃশ পদগুলির মধ্যে যোগ চিহ্ন দিয়ে যোগফল পাব।

10 বাজারে সাইকেল চেপে গেলাম। সাইকেল জমা রাখার স্ট্যান্ডে গিয়ে দেখি অনেক সাইকেল রাখা আছে। এই অনেক সাইকেলের মোট চাকার সংখ্যা কত হতে পারে দেখি।

ধরি, সাইকেলের সংখ্যা x

1টি সাইকেলের 2টি চাকা।
xটি সাইকেলের $2 \times x = \boxed{2x}$ টি চাকা।

কিছু দূরে অনেক রিকশা সারি দিয়ে দাঁড়িয়ে আছে।

1টি রিকশার $\square$ টি চাকা।
yটি রিকশাার $3 \times y = \boxed{3y}$ টি চাকা।

তাহলে, xটি সাইকেল ও yটি রিকশার মোট চাকার সংখ্যা = $(\square + \square)$টি

$= (2x + 3y)$টি

দেখছি, 2x ও 3y $\square$ পদ [সদৃশ/অসদৃশ]

কিন্তু 2x ও 3y যোগ করে কী পাব?

2x ও 3y অসদৃশ পদ। তাই 2x ও 3y যোগ করে পাব $2x + 3y$

11 বাজার থেকে বাড়ি ফিরে আমরা ঠিক করলাম, দাদা দুটি বা দুটির বেশি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখবে, আর আমি সেগুলি যোগ করার চেষ্টা করব।

দাদা লিখল, 2x, 3x, 11x

$2x$, $3x$ ও $11x$ যোগ করে পাই, $2x + 3x + 11x$

$= 2\times x + 3\times x + 11\times x$

$= (2 + 3 + 11)x$ [বিচ্ছেদ নিয়ম অনুযায়ী]

$= 16x$

12 দাদা লিখল, $-3x$, $-10x$, $-2x$

আমি যোগ করি,

$(-3x) + (-10x) + (-2x)$

$= (-3 - 10)x + (-2x)$

$= (-13x) + (-2x) = (-13 - 2)x = -15x$

দেখছি, বীজগাণিতিক রাশিমালার সদৃশ পদের যোগের সময়ে সদৃশপদের সংখ্যামূলক সহগের যোগ হয়।

13 আমি $(2x + 3y) + (3x + y)$ -এর মান খুঁজি।

$(2x + 3y) + (3x + y)$

$= (2x + 3x) + (3y + y)$ [সদৃশ পদগুলি আলাদা করলাম]

$= 5x + 4y$

14 এবার $5x$ থেকে $2x$ বিয়োগ করি।

অর্থাৎ $5x - 2x$

$= (5\times x) - (2\times x)$

$= (5-2)\times x$

$= 3x$

15 এবার $\{(-9a) + (-2a) + 5a\}$ যোগ করি।

$(-9a) + (-2a) + 5a$

$= (-9-2)a + 5a$

$= -11a + 5a$

$= (-11+5)a$

$= -6a$

16 $(5x^2 + 3x + 2)$ এবং $(x^2 - 2x + 1)$ যোগ করি।

$$(5x^2 + 3x + 2) + (x^2 - 2x + 1)$$

$$= 5x^2 + 3x + 2 + x^2 - 2x + 1$$

$$= 5x^2 + \square + 3x - \square + 2 + 1$$

$$= 6x^2 + x + 3$$

17 $(2a + 3b - 5)$ থেকে $(b + a)$ বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

$$(2a + 3b - 5) - (b + a)$$ [$-(2 + 3) = -2 -3$ তাই, $-(b + a) = -b -a$]

$$= 2a + 3b - 5 - b - a$$

$$= 2a - a + 3b - b - 5$$

$$= \square + \square - 5$$

হাতেকলমে

কাগজ কেটে $(2x^2 + 3x + 5) + (3x^2 + 4x + 6)$ কত হয় দেখি।

(1) প্রথমে অনেকগুলি পিচবোর্ড কাটলাম বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো তৈরি করলাম।

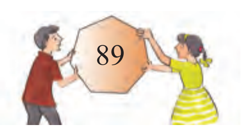
2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 2 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম। এবার 2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও1 সেমি. প্রস্থের কিছু আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম। তারপর 1 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।

2 সেমি. × 2 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে সবুজ রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

2 সেমি. × 1 সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে নীল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

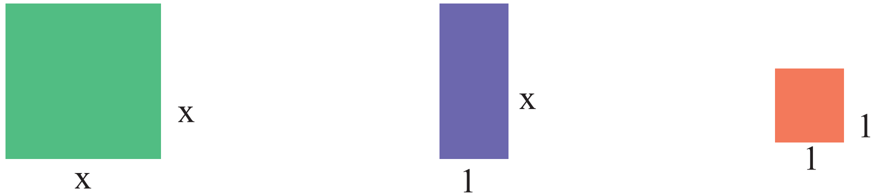
1 সেমি. × 1 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

পরের পৃষ্ঠার ছবির মতো অনেকগুলি বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার সবুজ, নীল ও লাল পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

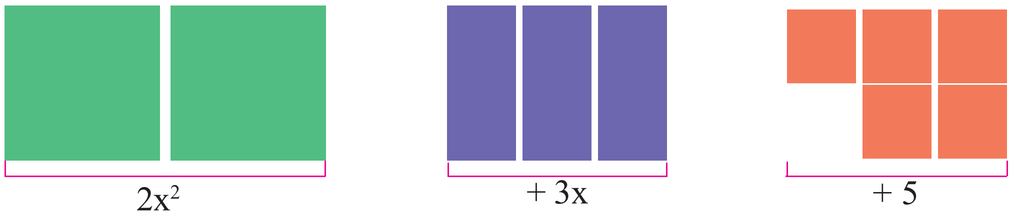


ধরি,

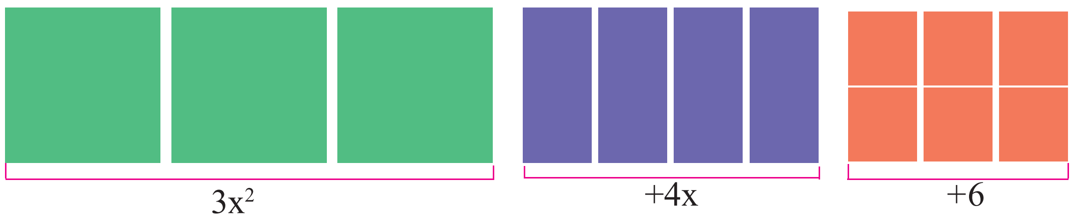
1টি সবুজ বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড x^2, 1টি নীল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড x ও 1টি লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড 1



(2) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে ($2x^2 + 3x + 5$) সাজাই।

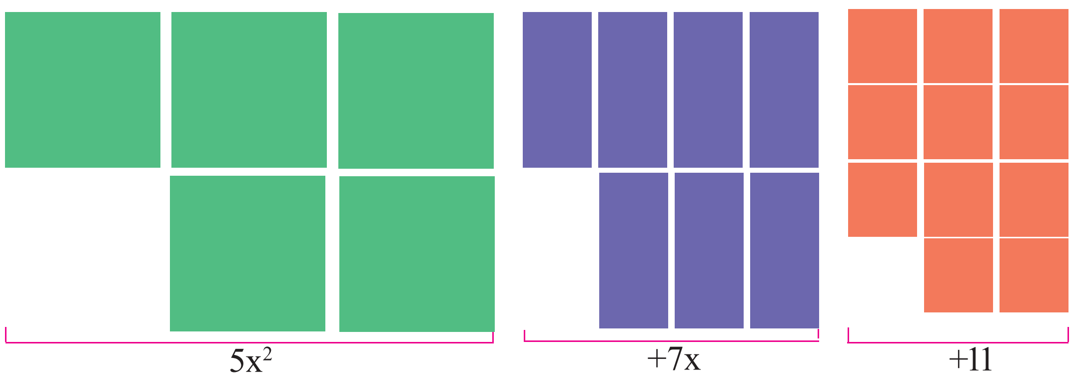


(3) এই পিচবোর্ডের রঙিন টুকরোগুলি দিয়ে ($3x^2 + 4x + 6$) সাজাই



(4) এবার উপরের দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যোগ করি।

$2x^2 + 3x + 5$ ও $3x^2 + 4x + 6$-এ পাওয়া কাগজের টুকরোগুলি মিলিয়ে দিয়ে কী পাই দেখি —



(5) রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি গুনে দেখছি, ☐ টি সবুজ বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড, ☐ টি নীল আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড ও ☐ টি লাল বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড পেলাম। এই রঙিন বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডগুলি যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে বোঝাচ্ছে তা হলো $5x^2 + 7x + 11$

এভাবে যেকোনো এক চল সংখ্যাযুক্ত বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ পিচবোর্ডের রঙিন কাগজ দিয়ে হাতেকলমে করতে পারি।