

1. સદિશ $\vec{r}$ ની લંબાઈ 21 છે તથા તેનો દિક્ગુણોત્તર (2, -3, 6) છે. $\vec{r}$ ના દિક્કોસાઈન શોધો. $\vec{r}$ ના ઘટકો મેળવો.

⇒ દિક્કોસાઈન : $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ ઘટકો : $6\hat{i} - 9\hat{j} + 18\hat{k}$

2. જો સદિશ $\vec{r}$ એ X-અક્ષની દિશામાં હોય તો તેના દિક્કોસાઈન શોધો.

⇒ 1, 0, 0

3. એક રેખા અક્ષોની ધન દિશા સાથે α , β અને γ ખૂણો બનાવે તો સાબિત કરો કે $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$

⇒ સ્વપ્રયત્ને

4. એક રેખાના દિક્કોસાઈન $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$ છે, તો તેનો દિક્ગુણોત્તર શોધો.

⇒ 2, -1, -2

5. બિંદુઓ P(-2, 4, -5) અને Q(1, 2, 3) ને જોડતી રેખાના દિક્કોસાઈન શોધો.

⇒ $\frac{3}{\sqrt{77}}, \frac{-2}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$

6. સાબિત કરો કે બિંદુઓ (1, 2, 3), (3, 1, 7) અને (7, -1, 15) સમરેખ છે.

⇒ સ્વપ્રયત્ને

7. જો કોઈ રેખા X-અક્ષ, Y-અક્ષ અને Z-અક્ષ સાથે અનુક્રમે 90° , 135° , 45° માપના ખૂણા બનાવે, તો તેની દિક્કોસાઈન શોધો.

⇒ આપેલ છે કે $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 135^\circ$ અને $\gamma = 45^\circ$

∴ $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$,

$\cos \beta = \cos 135^\circ = \cos (180^\circ - 45^\circ)$

$= -\cos 45^\circ$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$ તથા $\cos \gamma = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ આપેલ રેખાનાં દિક્કોસાઈનો 0, $-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ છે.

8. યામાક્ષો સાથે સમાન ખૂણા બનાવતી રેખાની દિક્કોસાઈન શોધો.

⇒ ધારોકે રેખા એ X-અક્ષની ધન દિશા સાથે α , Y-અક્ષની ધન દિશા સાથે β તથા Z-અક્ષની ધન દિશા સાથે γ માપનો ખૂણો બનાવે છે.

આપેલ છે કે $\alpha = \beta = \gamma$

આપણે જાણીએ છીએ કે $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

∴ $\cos^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ($\because \alpha = \beta = \gamma$)

∴ $3\cos^2\alpha = 1$

∴ $\cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ યામાક્ષો સાથે સમાન ખૂણા બનાવતી રેખાની દિક્કોસાઈન $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ છે.

9. જો રેખાના દિક્ગુણોત્તર -18, 12, -4 હોય, તો તેની દિક્કોસાઈન શોધો.

➡ આપેલ છે કે રેખાના દિક્ષુણોત્તર $-18, 12, -4$ છે.

$$\therefore a = -18, b = 12, c = -4$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-18)^2 + (12)^2 + (-4)^2 \\ = 324 + 144 + 16 = 484.$$

રેખાની દિક્ષકોસાઈન l, m, n હોય, તો

$$l = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{-18}{\sqrt{484}} = \frac{-18}{22} = \frac{-9}{11}$$

$$m = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{12}{\sqrt{484}} = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$$

$$\text{તથા } n = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{-4}{\sqrt{484}} = \frac{-4}{22} = \frac{-2}{11}$$

$\therefore$ આપેલ રેખાની દિક્ષકોસાઈન $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$ છે.

10. સાબિત કરો કે બિંદુઓ $(2, 3, 4), (-1, -2, 1), (5, 8, 7)$ સમરેખ છે.

➡ ધારો કે $A(2, 3, 4), B(-1, -2, 1), C(5, 8, 7)$ આપેલ બિંદુઓ છે.

AB નો દિક્ષુણોત્તર :

$$a_1 = x_2 - x_1 = -1 - 2 = -3$$

$$b_1 = y_2 - y_1 = -2 - 3 = -5$$

$$c_1 = z_2 - z_1 = 1 - 4 = -3$$

BC નો દિક્ષુણોત્તર :

$$a_2 = x_2 - x_1 = 5 + 1 = 6$$

$$b_2 = y_2 - y_1 = 8 + 2 = 10$$

$$c_2 = z_2 - z_1 = 7 - 1 = 6$$

$$\text{હવે } \left. \begin{aligned} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2} \\ \frac{b_1}{b_2} &= \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2} \\ \frac{c_1}{c_2} &= \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\therefore AB \parallel BC$$

AB અને BC માં એક બિંદુ B સામાન્ય છે.

$\therefore$ બિંદુઓ A, B, C સમરેખ છે.

11. $(3, 5, -4), (-1, 1, 2)$ અને $(-5, -5, -2)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણની બાજુઓની દિક્ષકોસાઈન શોધો.

➡ A $(3, 5, -4), B(-1, 1, 2)$

અને C $(-5, -5, -2)$ એ ત્રિકોણ

ABC નાં શિરોબિંદુઓ છે.

$$AB = (-1, 1, 2) - (3, 5, -4)$$

$$= (-4, -4, 6)$$

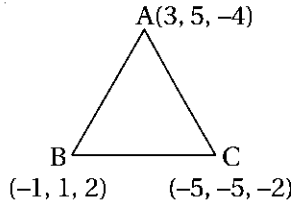
$$BC = (-5, -5, -2) - (-1, 1, 2)$$

$$= (-4, -6, -4)$$

$$CA = (3, 5, -4) - (-5, -5, -2)$$

$$= (8, 10, -2)$$

ΔABC ની બાજુ AB ના દિક્ષકોસાઈન :



$$l = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-4}{2\sqrt{17}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$m = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-4}{2\sqrt{17}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$n = \frac{6}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{6}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{6}{\sqrt{68}} = \frac{6}{2\sqrt{17}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

ΔABC ની બાજુ BC ની દિશ્કોસાઈન :

$$l = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$m = \frac{-6}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-6}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-6}{\sqrt{68}} = \frac{-3}{\sqrt{17}}$$

$$n = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$



A (3, 5, -4), B(-1, 1, 2)

અને C(-5, -5, -2) એ ત્રિકોણ

ABC ની શિરોબિંદુઓ છે.

AB = (-1, 1, 2) - (3, 5, -4)

$$= (-4, -4, 6)$$

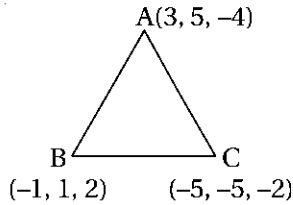
BC = (-5, -5, -2) - (-1, 1, 2)

$$= (-4, -6, -4)$$

CA = (3, 5, -4) - (-5, -5, -2)

$$= (8, 10, -2)$$

ΔABC ની બાજુ AB ની દિશ્કોસાઈન :



$$l = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-4}{2\sqrt{17}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$m = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-4}{2\sqrt{17}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$n = \frac{6}{\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (6)^2}} = \frac{6}{\sqrt{16 + 16 + 36}} = \frac{6}{\sqrt{68}} = \frac{6}{2\sqrt{17}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

ΔABC ની બાજુ BC ની દિશ્કોસાઈન :

$$l = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$

$$m = \frac{-6}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-6}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-6}{\sqrt{68}} = \frac{-3}{\sqrt{17}}$$

$$n = \frac{-4}{\sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-4)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{16 + 36 + 16}} = \frac{-4}{\sqrt{68}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$$