1. **વિધાન સાચું બને તે રીતે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો : જો A અને B સમાન કક્ષાવાળા સંમિત શ્રેણિક હોય, તો AB – BA એ....**

(A) વિસંમિત શ્રેણિક છે. (B) સંમિત શ્રેણિક છે. (C) શૂન્ય શ્રેણિક છે. (D) એકમ શ્રેણિક છે.

જવાબ (A) વિસંમિત શ્રેણિક છે.

➡ A અને B સમાન કક્ષાનાં સંમિત શ્રમિકો છે.

$\therefore A = A'$ તથા $B = B'$ ....(i)

$(AB - BA)' = (AB)' - (BA)'$

$= B'A' - A'B'$

$= BA - AB$ ($\because$ (i) પરથી)

$= -(AB - BA)$

$\therefore$ AB – BA એ વિસંમિક શ્રેણિક છે.

2. **વિધાન સાચું બને તે રીતે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો : જો α નું મૂલ્ય .... હોય, તો A + A' = I થાય, જ્યાં $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.**

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$

જવાબ (B) $\frac{\pi}{3}$

➡ $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$\therefore A + A' = I$

$\therefore \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{bmatrix} 2\cos\alpha & 0 \\ 0 & 2\cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore 2\cos\alpha = 1 \quad \therefore \cos\alpha = \frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

3. શ્રેણિકનો પરિવર્ત શ્રેણિક મેળવો : $\begin{bmatrix} 5 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$

➡ $A = \begin{bmatrix} 5 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

4. **શ્રેણિકનો પરિવર્ત શ્રેણિક મેળવો :** $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

5. **શ્રેણિકનો પરિવર્ત શ્રેણિક મેળવો :** $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & 2 \\ 5 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

6. **(i) સાબિત કરો કે શ્રેણિક** $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ **સંમિત શ્રેણિક છે.**

➥ (i) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ અહીં $A = A'$ હોવાથી શ્રેણિક A સંમિત શ્રેણિક છે.

7. **(ii) સાબિત કરો કે શ્રેણિક** $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ **વિસંમિત શ્રેણિક છે.**

➥ (ii) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$= -\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -A$$

અહીં $A' = -A$ હોવાથી શ્રેણિક A વિસંમિત શ્રેણિક છે.

8. **જો** $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **અને** $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ **હોય, તો (i)** $(A + B)' = A' + B'$ **(ii)** $(A - B)' = A' - B'$

ચકાસો.

➥ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \therefore B' = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(i) $A + B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5 & 3 & -2 \\ 6 & 9 & 9 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

$(A + B)' = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$ ....(i)

$A' + B' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી $(A + B)' = A' + B'$.

➡ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \therefore B' = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(i) $A + B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5 & 3 & -2 \\ 6 & 9 & 9 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

$(A + B)' = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$ ....(i)

$A' + B' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix} \qquad \text{..........(ii)}$$

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી $(A + B)' = A' + B'$.

9. **જો** $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ **અને** $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ **હોય, તો (i) $(A + B)' = A' + B'$ (ii) $(A - B)' = A' - B'$ ચકાસો.**

➡ $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \therefore (A')' = A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \therefore B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(i) $A + B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A + B)' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{...........(i)}$$

$$A' + B' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{...........(ii)}$$

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી $(A + B)' = A' + B'$.

➡ $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \therefore (A')' = A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \therefore B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(i) $A + B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A+B)' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{...........(i)}$$

$$A' + B' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{...........(ii)}$$

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી (A + B)' = A' + B'.

10. જો $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ **અને** $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ **હોય, તો (A + 2B)' શોધો.**

➡ $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \therefore (A')' = A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

હવે $A + 2B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(A+2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

11. **શ્રેણિક A અને B માટે, ચકાસો કે (AB)' = B'A'. :** $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$, **B = [−1 2 1]**

➡ $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = [1 \ \ -4 \ \ 3]$

$$B = [-1, \ 2, \ 1] \therefore B' = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} [-1 \ \ 2 \ \ 1]$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & -8 & -4 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(AB)' = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 6 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{........(i)}$$

$$B'\,A' = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \;\; -4 \;\; 3]$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 6 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{........(ii)}$$

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી (AB)' = B'A'.

12. શ્રેણિક A અને B માટે, ચકાસો કે (AB)' = B'A'. : $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, B = [1 5 7].

➡ $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = [0 \;\; 1 \;\; 2]$

$$B = [1, \; 5, \; 7] \; \therefore B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} [1, \; 5, \; 7]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(AB)' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 7 & 14 \end{bmatrix} \qquad \text{........(i)}$$

$$B'\,A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} [0, \; 1, \; 2]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 7 & 14 \end{bmatrix} \qquad \text{........(ii)}$$

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી (AB)' = B'A'.

13. જો $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ હોય, તો ચકાસો કે, A'A = I.

➡ $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$AA' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha + \cos\alpha\sin\alpha \\ -\cos\alpha\sin\alpha + \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

14. **જો $A = \begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$ હોય, તો ચકાસો કે, A'A = I.**

➡ $A = \begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$

$A'A = \begin{bmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \sin^2\alpha + \cos^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha - \cos\alpha\sin\alpha \\ \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

15. **$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તથા $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો નીચેનાં પરિણામો ચકાસો.**

(i) (A')' = A (ii) (A + B)' = A' + B' (iii) (3A)' = 3A' (iv) (AB)' = B'A'

➡ સ્વપ્રયત્ને

16. **$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો ચકાસો કે (AB)' = B'A'.**

➡ સ્વપ્રયત્ને

17. **જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 5 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો A – 2A' શોધો.**

➡ $\begin{bmatrix} -1 & -8 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -7 & -2 & -4 \end{bmatrix}$

18. **નીચે આપેલ શ્રેણિકો પરથી ચકાસો કે (AB)' = B'A'.**

(i) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$, B = [2, 4, 5] (ii) $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

➡ સ્વપ્રયત્ને

19. **શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ માટે, ચકાસો કે**

(i) (A + A') સંમિત શ્રેણિક છે.
(ii) (A – A') વિસંમિત શ્રેણિક છે.

➥ (i) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(A + A')' = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix} = A + A'$$

અહીં (A + A') = A + A'

∴ A + A' સંમિત શ્રેણિક છે.

(ii) $A - A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$(A - A')' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -(A - A')$$

અહીં (A – A')' = –(A – A')

∴ A – A એ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

20. જો $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$, તો $\frac{1}{2}$ (A + A') અને $\frac{1}{2}$(A – A') શોધો.

➥ $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ -2a & 0 & 2c \\ -2b & -2c & 0 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A - A') = \frac{1}{2} \cdot 2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$$

21. શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો : $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A - A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{2}(A + A')$ સંમિત શ્રેણિક છે. જ્યારે $\frac{1}{2}(A - A')$ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

$$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A')$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

22. શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો : $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -4 & 4 \\ -4 & 6 & -2 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 12 & -4 & 4 \\ -4 & 6 & -2 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A - A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{2}(A + A')$ સંમિત શ્રેણિક છે. જ્યારે $\frac{1}{2}(A - A')$ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

$$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A')$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

23. શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો : $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 1 & -4 & -4 \\ -5 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 1 & -4 & -4 \\ -5 & -4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ -\frac{5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ -5 & 0 & 6 \\ -3 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A - A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ -5 & 0 & 6 \\ -3 & -6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{2} & 0 & 3 \\ -\frac{3}{2} & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{2}(A + A')$ સંમિત શ્રેણિક છે. જ્યારે $\frac{1}{2}(A - A')$ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

$$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A') = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ -\frac{5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{2} & 0 & 3 \\ -\frac{3}{2} & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

24. શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો : $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

➥ $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \therefore A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A - A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{2}(A + A')$ સંમિત શ્રેણિક છે. જ્યારે $\frac{1}{2}(A - A')$ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

$$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A')$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

25. શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ ને સંમિત તથા વિસંમિત શ્રેણિકોનાં સરવાળા સ્વરૂપે દર્શાવો.

➥ $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & 3 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 3 \\ \frac{3}{2} & -3 & 0 \end{bmatrix}$

26. દર્શાવો કે વિસંમિત શ્રેણિકોનાં વિકર્ણનાં ઘટકો શૂન્ય હોય છે.

➥ સ્વપ્રયત્ને

27. સાબિત કરો કે A જો ચોરસ શ્રેણિક હોય તો,

(i) $(A + A')$ સંમિત શ્રેણિક છે.

(ii) $(A - A')$ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

➥ સ્વપ્રયત્ને

28. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ને સંમિત તથા વિસંમિત શ્રેણિકોનાં સરવાળા તરીકે દર્શાવો.

➥ $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & \frac{5}{2} \\ 4 & 6 & 1 \\ \frac{5}{2} & 1 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{3}{2} \\ 1 & 0 & -3 \\ -\frac{3}{2} & 3 & 0 \end{bmatrix}$

29. શ્રેણિક A સંમિત શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે A^n પણ સંમિત શ્રેણિક છે, જ્યાં $n \in N$.

➥ સ્વપ્રયત્ને

30. જો $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ હોય તો, દર્શાવો કે $AA' = A'A = I$.

➡ સ્વપ્રયત્ને