SET- I

MATHEMATICS
CLASS – XII

Time ; 3 Hours **Full Marks – 100**
समय ; 3 घंटे **Pass Marks – 33**
No of questions - 59
General Instructions :
सामान्य निर्देश :
All question are compulsory :
सभी प्रश्न अनिवार्य है।
(1) Section A has 30 M.C.Q and 10 Fill in the blanks type question each of 1 mark.
खण्ड अ में 30 वस्तुनिष्ठ प्रश्न तथा 10 खाली स्थान प्रकार के प्रश्न हैं, प्रत्येक 1 अंक का है।
(2) Section- B has 10 questions of 2 marks each.
खण्ड 'ब' में 10 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 2 अंक का है।
(3) Section- C has 5 questions of 4 marks each.
खण्ड 'स' में 5 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 4 अंक का है।
(4) Section- D has 4 questions of 6 marks each.
खण्ड 'द' में 4 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 5 अंक का है।

Section – 'A'
खण्ड – 'अ'
Answer the following questions:
निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए : **1 x 30 = 30**

I.

1. $f(x)=|x|$ is a function.

$f(x)=|x|$ एक फलन है :

(a) Modulus function (मापांक फलन) (b) Exponential function (चरघातांकीय फलन)

(c) Greatest integer function (महत्तम पूर्णांक फलन) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

2. If $f(x)=\frac{x}{x+1}$ then $f(2)=$

यदि $f(x)=\frac{x}{x+1}$ तो $f(2)=$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

3. Find the principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

4. $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=$

(a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

5. $A=\begin{bmatrix}3 & 6\\ 5 & -4\end{bmatrix}\Rightarrow 2A=$

(a) $\begin{bmatrix}6 & 12\\ 10 & -8\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}-4 & 6\\ 5 & 3\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}3 & 5\\ 6 & -4\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}9 & 18\\ 15 & -12\end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix}x+y & y+z & z+x\\ z & x & y\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=$

(a) 1 (b) $x+y+z$ (c) 0 (d) $(x-y)(y-z)(z-x)$

7. $\frac{d}{dx}\left(\tan^{-1}x+\cot^{-1}x\right)=$

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

8. If (यदि) $y=\cos(\log x)$ then (तो) $\frac{dy}{dx}=$

(a) $-\sin(\log x)$ (b) $\frac{-\sin(\log x)}{x}$ (c) $\frac{\cos(\log x)}{x}$ (d) $-\sin(\log x).\log x$

9. $\frac{d}{dx}e^{\log x}=$

(a) 1 (b) 0 (c) $\log x$ (d) $\frac{1}{x}$

10. If (यदि) $y=2^x$ then (तो) $\frac{dy}{dx}=$

(a) $x.2^{x-1}$ (b) $\frac{2^x}{\log 2}$ (c) $2^x.\log 2$ (d) $\frac{2^x}{x}$

11. If (यदि) $x^2+y^2+2y=15$ then (तो) $\frac{dy}{dx}=$

(a) $-\frac{x}{y+1}$ (b) $\frac{x}{y+1}$ (c) $\frac{y}{x+1}$ (d) $\frac{-y}{x+1}$

12. If (यदि) $y=\cos^{-1}x^3$ then (तो) $\frac{dy}{dx}=$

(a) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^6}}$ (b) $\frac{-3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$ (c) $\frac{-3}{x^2\sqrt{1-x^6}}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

13. If (यदि) $y=2x^3+3x^2+6$ then (तो) $\frac{d^2y}{dx^2}=$

(a) $6x^2+6x$ (b) $12x+6$ (c) $6x^2+6$ (d) $12x^2+12$

14. The rate of change of area of circle with respect to its radius r at r = 6cm is :
वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसके त्रिज्या के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 6cm हो :

(a) 10π (b) 12π (c) 8π (d) 11π

15. $\int x^{-1}dx =$

(a) $\log_e x + c$ (b) $\frac{x^0}{0} + c$ (c) $\log_e |x| + c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

16. $\int 1\,dx =$

(a) $x + k$ (b) $1 + k$ (c) $\frac{x^2}{2} + k$ (d) $\log x + k$

17. $\int \tan x \; dx =$

(a) $\log|\cos x| + c$ (b) $-\log|\cos x| + c$ (c) $\log|\sin x| + c$ (d) $-\log|\sin x| + c$

18. $\int e^x \left[\tan^{-1} + \frac{1}{1+x^2} \right] dx =$

(a) $e^x \frac{1}{1+x^2} + c$ (b) $e^x \tan^{-1} x + c$ (c) $-e^x \cot^{-1} x + c$

(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

19. $\int \frac{dx}{9+x^2} =$

(a) $\tan^{-1} \frac{x}{3} + c$ (b) $\frac{1}{3}\tan^{-1} \frac{x}{3} + c$ (c) $3\tan^{-1} \frac{x}{3} + c$

(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

20. $\int_a^b x^5 dx =$

(a) $b^5 - a^5$ (b) $\frac{b^6 - a^6}{6}$ (c) $\frac{a^6 - b^6}{6}$ (d) $a^5 - b^5$

21. $\int_2^4 \frac{1}{x} dx =$

(a) $\log 2$ (b) $2\log 2$ (c) $\log 2^4$ (d) $4\log x$

22. The order of the differential equation $\frac{dy}{dx} + 5y = 0$ is :

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 5y = 0$ की कोटि है :

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) -1

23. The differential equation of $y = x^2 + 2x + c$ is :

$y = x^2 + 2x + c$ का अवकल समीकरण है :

(a) $\frac{dy}{dx} + 2x + 2 = 0$ (b) $\frac{dy}{dx} + 2 = 0$ (c) $\frac{dy}{dx} - 2x - 2 = 0$ (d) $\frac{dy}{dx} - 2 = 0$

24. $\left| -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \right| =$

(a) $\sqrt{15}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) 2 (d) $\sqrt{14}$

25. If (यदि) $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and (तथा) $\vec{b} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$ then (तो) $\vec{a}.\vec{b} =$

(a) 2 (b) 3 (c) 25 (d) 7

26. The direction cosines of z – axis are :

z अक्ष की दिक कोज्याएँ है :

(a) (0,0,0) (b) (1,0,0) (c) (0,0,1) (d) (0,1,0)

27. If l,m,n are the direction cosines of a straight line then –

यदि एक रेखा का दिक कोज्या l,m,n हो तो :

(a) $l^2 + m^2 - n^2 = 1$ (b) $l^2 - m^2 + n^2 = 1$ (c) $l^2 - m^2 - n^2 = 1$ (d) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

28. The distance between the points (4, 3, 7) and (1, -1, -5) is :

बिन्दुओं (4, 3, 7) तथा (1, -1, -5) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए :

(a) 7 (b) 12 (c) 13 (d) 25

29. If (यदि) $P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ then (तो) $P(A \cup B) =$

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{8}$

30. If (यदि) $P(E) = 0.6, P(F) = 0.3$ and (तथा) $P(E \cap F) = 0.2$ then (तो) $P\left(\frac{E}{F}\right) =$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{6}$ (d) $\frac{1}{2}$

II. **Fill in the blanks :**
खाली स्थान भरें : **1x 10 = 10**

31. If (यदि) $g(x) = \frac{x}{x-1}$ then (तो) $g(-3) =$ .....

32. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}(.....)$

33. $\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx =$ .....

34. $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{1+x^2} dx =$ .....

35. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ *is*.....

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ का हल है .....

36. $\hat{i}.\hat{j} =$ .....

37. If $\vec{a}.\vec{b} = 0$ then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is ……..

यदि $\vec{a}.\vec{b} = 0$ तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण ..... है।

38. Direction ration of the line $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{k} + \lambda\left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}\right)$ is .....

रेखा $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{k} + \lambda\left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}\right)$ का दिक अनुपात है .....

39. If A and B are events such that $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right)$ then .....

यदि A तथा B दो घटनाएँ इस प्रकार है कि $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right)$ तो .....

40. If (यदि) $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = 0$ then (तो) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ is .....

Section – 'B'
खण्ड – 'ब'

III. **This Section comprises 10 questions of 2 marks each.**
ठस खण्ड में 10 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

2 x 10 = 20

41. If $f : R \to R$ and $g : R \to R$ are given by $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$ then find $gof(x)$.

यदि $f : R \to R$ और $g : R \to R$, $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ से परिभाषित है तो $gof(x)$ ज्ञात कीजिए।

42. Prove that (सिद्ध कीजिए)

$$\tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{2}{9}$$

43. If (यदि) $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1,\ 3,\ -6]$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $A.B$

44. If (यदि) $y = \frac{5^x}{x^5}$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $\frac{dy}{dx}$

Or/ अथवा

If (यदि) $y = x^3 + \tan x$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $\frac{d^2y}{dx^2}$

45. Evaluate (ज्ञात कीजिए) $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x\, dx$

46. Evaluate (ज्ञात कीजिए) $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \log x} dx$

47. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} - y = 1$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = 1$ को हल करें :

48. The projection of the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ on the vector $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$

सदिश $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ की दिशा में सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ का प्रक्षेप्य ज्ञात कीजिए।

49. If (यदि) $P(A)=0.8, P(B)=0.5$ and (और) $P\left(\frac{B}{A}\right)=0.4$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $P(A\cup B)$.

50. If the Cartesian equation of a line are $\frac{x-5}{3}=\frac{y+4}{7}=\frac{z-6}{2}$ then find a vector equation for the line.

यदि एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3}=\frac{y+4}{7}=\frac{z-6}{2}$ है तो इस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Section – 'C'
खण्ड – 'स'

IV. **This Section comprises 5 questions of 4 marks each.**
ठस खण्ड में 5 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

5 x 4 = 20

51. Prove that (सिद्ध कीजिए) $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$

Or/ अथवा

If (यदि) $f(x)=\begin{cases} x^{10}-1 & when(\text{जब})\ x\le 1 \\ x^2 & when\ (\text{जब})\ x>1 \end{cases}$

then test the continuity of $f(x)$ at $x=1$

तो $x=1$पर $f(x)$ की ंता की जाँच करें।

52 Find the intervals in which the function given by $f(x)=2x^3-21x^2+36x-40$ is :

अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x)=2x^3-21x^2+36x-40$

(a) Strictly Increasing (निरंतर वर्धमान हो) (b) Strictly Decreasing (निरंतर ह्रासमान हो)

Or/ अथवा

Find the value of (मान ज्ञात कीजिए) $\int\frac{3x+1}{2x^2-2x+3}dx$

53. Find (ज्ञात कीजिए) $\int\frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)}dx$

Or/ अथवा

Prove that (सिद्ध कीजिए कि) : $\int_0^{\pi/2}\frac{f(x)}{f(x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}dx=\frac{\pi}{4}$

54. Find the angle between the following pair of lines.

निम्नलिखित रेखा युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

$\vec{\gamma}=\left(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}\right)+\lambda\left(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}\right)$

$\vec{\gamma}=\left(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}\right)+\mu\left(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)$

55. A man is known to speak truth 3 out of 5 times. He throws a die and reports it is '1'. Find the probability that it is actually 1.

एक आदमी 5 बार में 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और सूचित करता है कि पासे पर आई संख्या 1 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह अंक वास्तव में 1 है।

Section – 'D'
खण्ड – 'द'

V. **This Section comprises 4 questions of 5 marks each.**
ठस खण्ड में 4 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

4 x 5 = 20

56. Solve the system of linear equations using matrix method.

श्रेखीय समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

$$3x-2y+3z=8$$
$$2x+y-z=1$$
$$4x-3y+2z=4$$

57. Find the local maximum and local minimum value of the function f given by $f(x)=x^2-6x^3+9x+15$

$f(x)=x^2-6x^3+9x+15$ द्वारा प्रदत्त फलन के सीनीय उच्चिष्ठ एवं सीनीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

58. Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिसके सदिश समीकरण है :

$$\vec{\gamma}=\left(\hat{i}+\hat{j}\right)+\lambda\left(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}\right)$$

and (तथा) $$\vec{\gamma}=\left(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)+\mu\left(3\hat{i}-5\hat{j}+2\hat{k}\right)$$

59. Solve the following LPP by graphically

Maximize $z = x + y$

Subject to $x - y \le -1$
$-x + y \le 0$
$x, y \ge 0$

निम्नलिखित LPP को आलेखीय विधि से हल कीजिए

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$x - y \le -1$$
$$-x + y \le 0$$
$$x, y \ge 0$$

$z = x + y$ का अधिकतमीकरण कीजिए