त्रिभुजों की सर्वांगसमता

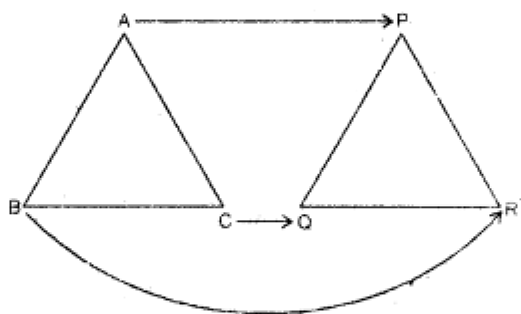
In Text Exercise

करो और सीखो

(पृष्ठ 114)

प्रश्न 1: जब दा त्रिभुज ΔABC और ΔPQR दिए गए हो तो उनमें आपस में छः संभव सुमेलन होते हैं दो त्रिभुजों के कट-आउट का प्रयोग करके यह सुमेलने ज्ञात कीजिए।

हल: दो त्रिभुजों ABC और PQR में इनके शीर्षों में निम्न छः सुमेलन होते हैं।



आकृति X

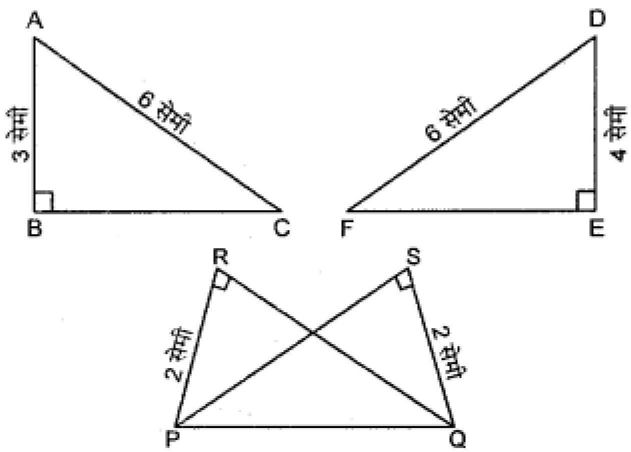
(i) A ↔ P, B ↔ Q और C ↔ R को ΔABC ↔ ΔPQR लिखते हैं।
(ii) A ↔ Q, B ↔ R और C ↔ P को ΔABC ↔ ΔQRP लिखते हैं।
(iii) A ↔ R, B ↔ P और C ↔ Q को ΔABC ↔ ΔRPQ लिखते हैं।
(iv) A ↔ P B ↔ R और C ↔ Q को ΔABC ↔ ΔPRQ लिखते हैं।
(v) A ↔ Q, B ↔ P और C ↔ R को ΔABC ↔ ΔQPR लिखते हैं।
(vi) A ↔ R, B ↔ Q और C ↔ P को ΔABC ↔ ΔRQP लिखते हैं।

प्रश्न 2: क्या सभी सुमेलन सर्वांगसमता दर्शाते हैं? अध्यारोपित कर पता लगाइए।

हल: यदि ΔABC और ΔPQR दोनों समबाहु त्रिभुज है। और सर्वांगसम भी हैं तो सभी सुमेलन सर्वांगसमता दर्शाएँगे। उपर्युक्त आकृति X के अनुसार अन्य अध्यारोपण कर सकते हैं।

(पृष्ठ 118)

प्रश्न: दी गई आकृति में कुछ त्रिभुज दिए गए हैं। RHS नियम द्वारा बताइए कौन से त्रिभुज सर्वांगसम हैं।

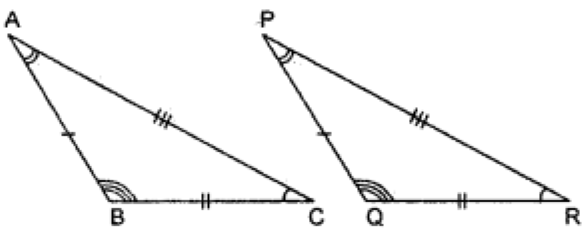


हल: ΔABC, ΔDEF के सर्वांगसम नहीं है। क्योंकि RHS नियम में एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण दूसरे समकोण त्रिभुज की एक भुजा एवं कर्ण समान होते हैं।
जबकि ΔABC एवं ΔDEF में ऐसा नहीं है।
समकोण ΔPRQ एवं ΔQSP में,
PR = SQ = 2 सेमी
PQ = PQ (उभयनिष्ठ)
∠PRQ = ∠QSP = 90° (समकोण)
∴ R.H.S. सर्वांगसमता से,
ΔPRQ ≅ ΔQSP

Exercise 9.1

प्रश्न 1: यदि त्रिभुज ABC, त्रिभुज PQR के सर्वांगसम है। तो त्रिभुज के सभी संगत सर्वांगसम भागों को लिखिए।

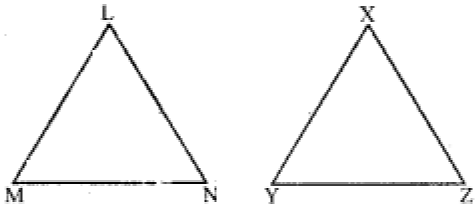
हल:



ΔABC, ΔPQR के सर्वांगसम है इसलिए ये दो त्रिभुज आकृति और आकार में समान हैं।
ΔABC और ΔPQR में
∠A = ∠P, ∠B = ∠Q व ∠C = ∠R
भुजा AB = भुजा PQ, भुजा BC= भुजा QR व भुजा CA= भुजा RP।

प्रश्न 2: यदि ΔLMN ≅ ΔXYZ हो, तो उन भागों को लिखिए जो निम्न के संगत हो।

(i) ∠N,
(ii) LM,
(iii) ∠M,
(iv) MN



हल:

(i) ∠N के संगत कोण ∠Z है।
(ii) भुजा LM के संगत भुजा XY है।
(iii) ∠M के संगत कोण ∠Y है।
(iv) भुजा MN के संगत भूजा YZ है।

प्रश्न 3: रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

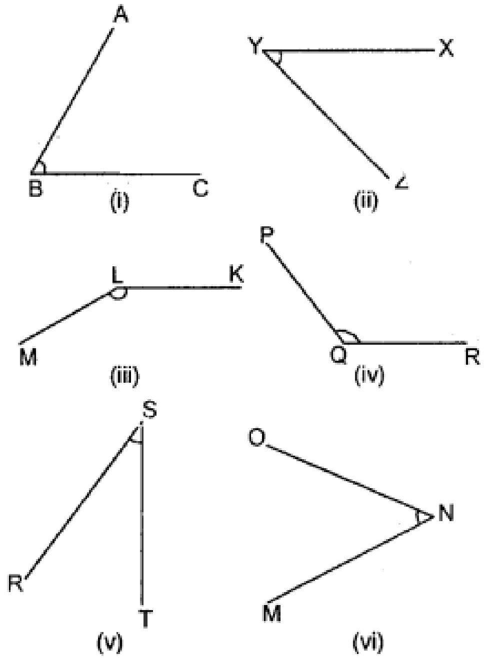
(i) दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं, यदि उनकी .... समान हो।
(ii) दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं, यदि उनकी .... समान हो।
(iii) दो सर्वांगसम त्रिभुज ∆PQR और ∆ABC में कोण ∠P का माप 60° है, तो ∠A का माप .... होगा।

हल: (i) लम्बाई, (ii) भुजाएँ, (iii) 60°

प्रश्न 4: सर्वांगसम आकृतियों को आप दैनिक जीवन में कहाँ-कहाँ देखते हैं? कोई दो उदाहरण लिखिए।

हल: (i) हमारे घरों में मम्मी-पापा या भाई-बहन के पास कभी – कभी एक जैसे मोबाइल होते है, जो आकार और माप दोनों में समान होते है।
(ii) हम अपने पापा के पर्स में 100 -100 के नोट देखते हैं। उनका भी आकार एवं माप समान होती है।

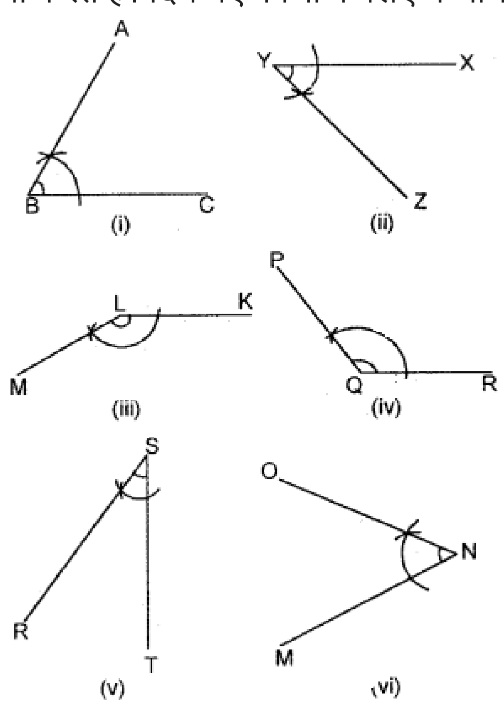
प्रश्न 5: नीचे दिए गए चित्रों में सर्वांगसम कोणों को छाँटिए (कोण को ट्रेस कर पता कीजिए।)



(क्या आप परकार की सहायता से भी कोणों की सर्वांगसमता का पता लगा सकते हैं? करके देखिए)

हल: ∠ABC ≅ ∠ONM, ∠PQR ≅ ∠MLK, ∠XYZ ≅ ∠RST.

कोणों की सर्वांगसमता जाँचने के लिए जिस प्रकार परकार से 60° का कोण बनाते हैं उसी प्रकार ये जाँच भी करते हैं। दिये गए कोणों के लिए ये जाँच इस प्रकार है

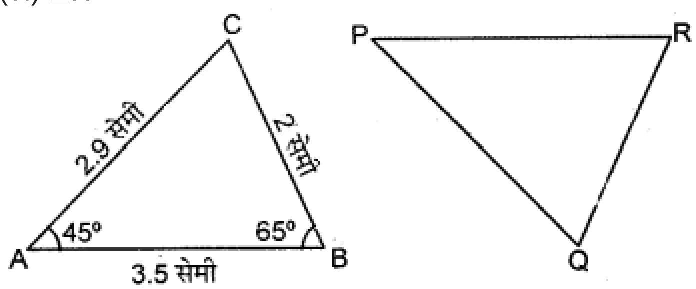


हम देखते हैं कि दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिन्दु पर कोण $\angle B = \angle N$, $\angle Y = \angle S$ व $\angle Q = \angle L$ परस्पर समान हैं।

Exercise 9.2

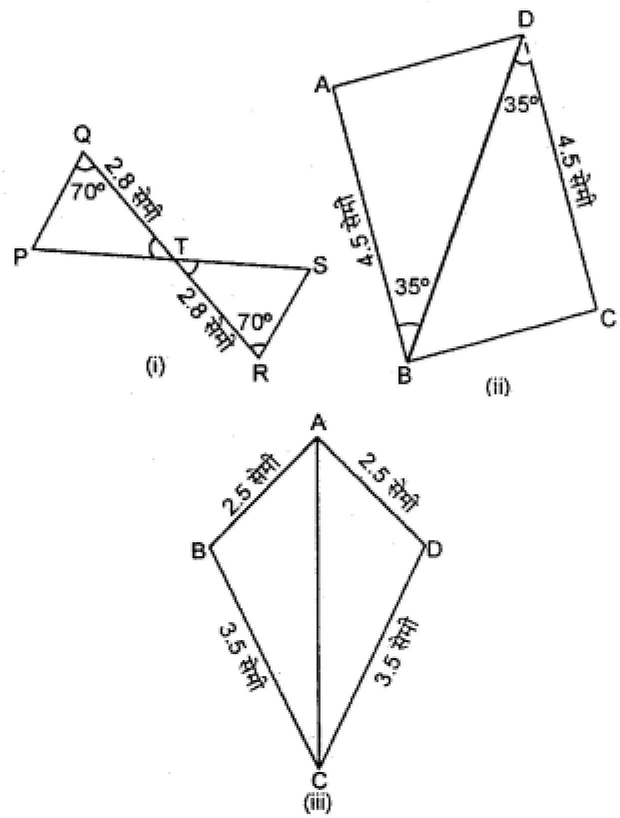
प्रश्न 1: दिए गए चित्र में $\Delta ABC \cong \Delta PRQ$ हो तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए

(i) भुजा PR
(ii) भुजा QR
(iii) भुजा PQ
(iv) $\angle P$
(v) $\angle Q$
(vi) $\angle R$



हल:
$\angle ABC$ में
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
$45° + 65° + \angle C = 180°$
$110° + \angle C = 180°$
$\angle C = 180° - 110° = 70°$
दिए गए ΔABC व ΔPRQ में
(i) भुजा PR = भुजा AB = 3.5 सेमी
(ii) भुजा QR = भुजा CB =2 सेमी
(iii) भुजा PQ= भुजा AC = 2.9 सेमी
(iv) $\angle P = \angle A = 45°$
(v) $\angle Q = \angle C = 70°$
(vi) $\angle R = \angle B = 65°$

प्रश्न 2: नीचे दिए गए चित्रों में त्रिभुजों को सर्वांगसमता का कौन-सा प्रतिबन्ध लागू होता है? सर्वांगसम त्रिभुजों को सांकेतिक रूप से लिखिए।



हल: (i) ΔPQT और ΔSRT में,

भुजा QT = भुजा RT = 2.8 सेनी

$\angle PQT = \angle SRT = 70°$

$\angle PTQ = \angle STR$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\therefore$ A.S.A. सर्वांगसमता से

$\Delta PQT \cong \Delta SRT$

(ii) ΔABD और ΔCDB में

$\angle ABD = \angle CDB = 35°$

AB = CD = 4.5 सेमी.

BD = BD (उभयनिष्ठ भुजा)

$\therefore$ S.A.S. सर्वांगसमता से

$\Delta ABD \cong \Delta CDB$,

(iii) ΔABC और ΔADC में,

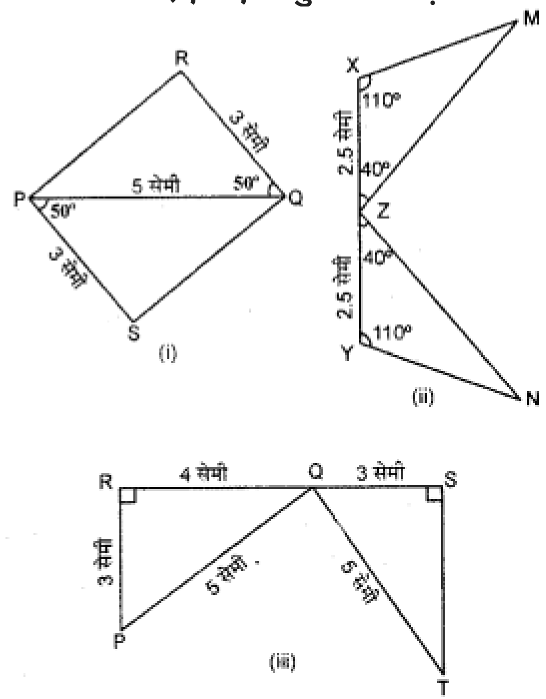
AB = AD = 2.5 सेमी

BC = CD = 3.5 सेमी

CA = CA (उभयनिष्ठ)

S.S.S. सर्वांगसमता से
∆ABC ≅ ∆ADC

प्रश्न 3: नीचे दिए गए त्रिभुज के जोड़ों में से कौनसे जोड़े सर्वांगसम हैं लिखिए



हल:

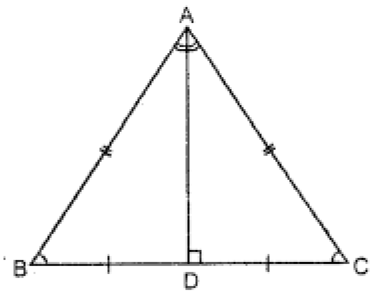
(i) ∆PRQ और ∆QSP में,
PS = OR = 3 सेमी
PQ = PQ = 5 सेमी (उभयनिष्ठ)
∠PQR =∠QPS = 50°
S.A.S. सर्वांगसमता से
∆PRO ≅ ∆QSP

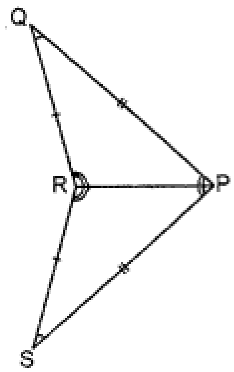
(ii) ∆MXZ और ∆NYZ में,
XZ = YZ = 2.5 सेमी
∠X =∠Y = 110°
∠MXZ = ∠NTZ = 40°
A.S.A. सर्वांगसमता से
∆MXZ ≅ NYZ

(iii) ∆QRP और ∆TSQ में,
PR = QS = 3 सेमी

PQ = QT = 5 सेमी
∠QRP = ∠TSQ = 90° (समकोण)
S.A.S. सर्वांगसमता से
ΔQRP ≅ ΔTSQ

प्रश्न 4: कथन को पूरा कीजिए



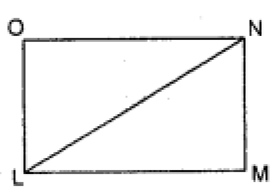


(i) ΔADB ≅ ?
(ii) ΔPQR ≅ ?

हल: (i) ΔABD और ΔACD में
AB = AC, BD = CD तथा AD = AD (उभयनिष्ठ)
अत: S.S.S. सर्वांगसमता से,
ΔADB ≅ ΔADC

(ii) ΔPQR और ΔPSR में
QR = RS, PQ = PS तथा RP = RP (उभयनिष्ठ)
अतः S.S.S. सर्वांगसमता से
ΔPQR ≅ ΔPSR

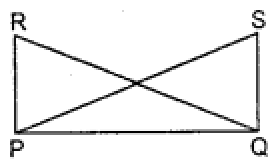
प्रश्न 5: दिए गए चित्र में MNOL एक आयत है तो क्या ΔNOL ≅ ΔLMN ? यदि हाँ तो कारण बताइए।



हल:
ΔNOL = ΔLMN हैं क्योंकि
OL = NM, ON= LM तथा NL = NL (उभयनिष्ठ)

S.S.S. सर्वांगसमता से,
ΔNOL ≅ ΔLMN

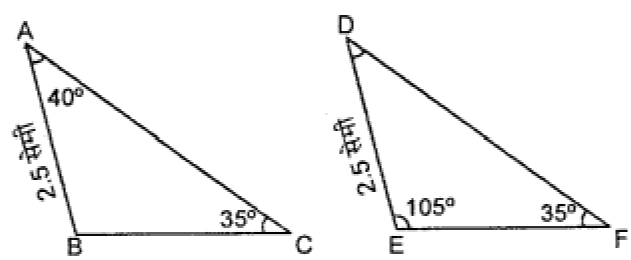
प्रश्न 6: दिए गए चित्र में ΔPQR तथा ΔPQS में भुजा PR = भुजा QS, तथा भुजा RQ = भुजा PS तब बताइए कौन – सा कथन सत्य है।



(i) ΔPQR ≅ ΔPQs
(ii) ΔPQR ≅ ΔQPS
(ii) ΔPQR ≅ ΔQSP

हल: ΔPQR और ΔQPS में
PR ↔ QS, RQ ↔ PS तथा
PQ दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ हैं।
S.S.S. सर्वांगसमता से ΔPQR ≅ ΔQPS
अत: (ii) कथन सत्य है।

प्रश्न 7: दिए गए चित्र में ΔABC में ∠A = 40°, ∠C = 35° तथा भुजा AB = 2.5 सेमी है, तथा ADEF में ∠F = 35°, ∠E = 105° एवं भुजा DE = 2.5 सेमी हो तो बताइए क्या ΔABC = ΔDEF है।



हल: ΔABC में
∠A + B+ ∠C = 180°
⇒ 40° + ∠B + 359 = 180°
⇒ ∠B + 75° = 180°
∠ B = 180° – 750 = 105°
ΔDEF में
∠D + ∠E + ∠F = 180°
⇒ ∠D + 105° + 35° = 180°
⇒ ∠D + 140° = 180°

⇒ ∠D = 180° – 140° = 40°
ΔABC और ΔDEF में
∠A = ∠D = 40°,
AB = DE = 2.5
∠B = ∠E = 105°
A.S.A. सर्वांगसमता से,
ΔABC ≅ ΔDEF

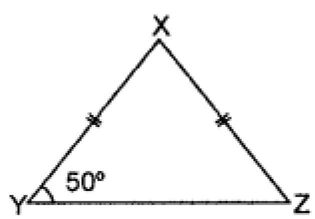
Additional Questions

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1: दो सर्वांगसम कोणों में एक कोण 110° की माप का हो, तो दूसरे कोण की माप होगी :

(A) 70°
(B) 80°
(C) 110°
(D) 100°

प्रश्न 2: चित्र में, ∠X का मान क्या होगा, जहाँ XY = XZ एवं ∠Y = 50°



(A) 80°
(B) 40°
(C) 50°
(D) 90°

प्रश्न 3: R.H.S. सर्वांगसमता नियम में होते हैं?

(A) दो न्यूनकोण त्रिभुज
(B) दो समकोण त्रिभुज
(C) अधिककोण त्रिभुज
(D) बृहत कोण त्रिभुज

प्रश्न 4: निम्न में से किसमें सामान्यतः सर्वांगसमता नहीं होती

(A) R.H.S.
(B) A.S.A.
(C) S.A.S.
(D) A.A.A.

प्रश्न 5: दो वृत्त सर्वांगसम होंगे यदि उनकी

(A) त्रिज्याएँ समान हो
(B) केन्द्र समान हो
(C) जीवा समान हो
(D)संकेन्द्री हो

प्रश्न 6: सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत अवयव भी होते हैं

(A) असमान
(B) सर्वांगसम
(C) शून्य।
(D)चार

प्रश्न 7: ऐसी आकृतियाँ जो एक-दूसरे को पूरा ढक लेती हैं, कहलाती है

(A) सममिति
(B) असममिति
(C) सर्वांगसम
(D)तीनों में से कोई नहीं

प्रश्न 8: सर्वांगसमता का चिन्ह है

(A) ≡
(B) ≅
(C) ≈
(D) Δ

उत्तर: 1. (C), 2. (A), 3. (B), 4. (D), 5. (A), 6. (B), 7. (C), 8. (B).

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) वे आकृतियाँ जो आकार और .... में समान होती है, सवांगसम कहलाती हैं।
(ii) यदि दो कोणों के माप समान है, तो वे .... होते हैं।
(iii) यदि दो आकृतियाँ A व B सर्वांगसम हो तो हम लिखेंगे ....।
(iv) जब दो ΔABC और ΔPQR सर्वागसम दिए गए हो तो उनमें आपस में .... संभव सुमेलन होते हैं।

हल: (i) माप, (ii) सर्वांगसम, (iii) $A \cong B$, (iv) छः

सत्य/असत्य

(i) 50 – 50 के नोट भी सारे एक नाप के हैं, यह सर्वांगसमता का उदाहरण है।
(ii) सर्वांगसमता में आकृतियाँ छोटी-बड़ी हो सकती हैं।
(iii) R.H.S. सर्वांगसमता नियम में यह जरूरी नहीं है कि कोई एक कोण समकोण हो।
(iv) यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ, उनसे बना कोण
क्रमश: दूसरे त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनसे बने कोण के समान हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होगें।

उत्तर: (i) सत्य, (ii) असत्य, (iii) असत्य, (iv) सत्य।

अति लघूत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1: वास्तविक जीवन से सम्बन्धित सर्वांगसम आकारों के कोई तीन उदाहरण दीजिए।

हल: (i) एक ताले की दो चाबी।
(ii) ₹500 – 500 के दो नोट
(iii) ताश के पत्ते।

प्रश्न 2: यदि सुमेलन ABC $\leftrightarrow$ FED के आंतर्गत $\Delta ABC \cong \Delta FED$, तो त्रिभुजों के सभी संगत सर्वांगसम भागों को लिखिए।

हल: $\Delta ABC \cong \Delta FED$ का मतलब है कि ΔABC, ΔFED को पूर्णतया ढक लेता है तथा ΔABC के शीर्ष क्रमश: ΔFED के शीर्षों पर स्थित होंगे।
$A \leftrightarrow F$, $B \leftrightarrow E$ और $C \leftrightarrow D$
संगत भुजाएँ सर्वांगसम होंगी।
$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}$ और $\overline{CA} \leftrightarrow \overline{DF}$
संगत कोण सर्वांगसम होंगे
$\angle A \leftrightarrow \angle F$, $\angle B \leftrightarrow \angle E$ और $\angle C \leftrightarrow \angle D$

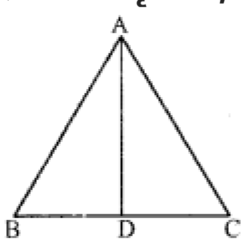
प्रश्न 3: यदि △DEF ≅ △BCA हो, तो के उन भागों को लिखिए, जो निम्न के संगत हों

(i) ∠E
(ii) $\overline{EF}$
(iii)∠F
(iv) $\overline{DF}$

हल: यदि △DEF = △BCA हो, तो
D ⟷ B, E ⟷ C और F ⟷ A
अत: △BCA के भाग संगत होंगे।
(i) ∠E ⟷ ∠C
(ii) $\overline{EF}$ ⟷ $\overline{CA}$
(iii) ∠F ⟷ ∠A
(iv) $\overline{DF}$ ⟷ $\overline{BA}$

लघूत्तरीय प्रश्न

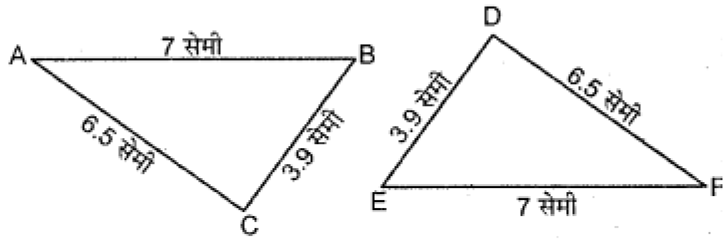
प्रश्न 1: आकृति में, AB = AC और D, BC का मध्य बिन्दु है



(i) △ADB और △ADC में बराबर भागों के तीन युग्म बताइए
(ii) क्या △ADB ≅ △ADC हैं? कारण दीजिए।
(iii) ∠B तथा ∠C में क्या सम्बन्ध सम्बन्ध है?

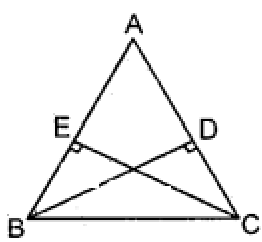
हल: (i) △ADB और △ADC में
AD = AD (उभयनिष्ठ)
AB = AC (दिया है)
और DB = DC (∵ D, BC का मध्य बिन्दु है)
(ii) S.S.S. सर्वांगसमता नियम से, △ADB ≅ △ADC
(iii) ∠B = ∠C (CPCT)

प्रश्न 2: क्या △ABC ≅ △DEF है? उनके संगत कोण लिखिए।



हल: दिए गए चित्र में, ∆ABC और ∆DEF से,
AB = EF = 7 सेमी, BC = DE = 3.9 सेमी, AC = DF = 6.5 सेमी,
स्पष्टतः A बिन्दु संगत है F के, B बिन्दु संगत है E के C बिन्दु संगत है D के संगत कोण
∠A= ∠F, ∠B = ∠E तथा ∠C = ∠D
अत: ∆ABC ≅ ∆FED.

प्रश्न 3: आकृति में, BD और CE, ∆ABC के शीर्ष लंब है और BD = CE.



(i) ∆CBD और ∆BCE में बराबर भागों के तीन युग्म बताइए।
(ii) क्या ∆CBD ≅ ∆BCE है? क्यों अथवा क्यों नहीं ?
(iii) क्या ∠DCB ≅ ∠EBC है? क्यों या क्यों नहीं ?

हल: (i) ∆CBD और ∆BCE में बराबर भागों के तीन युग्म है
CB = BC (उभयनिष्ठ)
∠CDB = ∠BEC (प्रत्येक 90°)
और BD = CE (दिया है)
(ii) R.H.S. सर्वांगसमता से,
∆CBD ≅ ∆BCE.
(iii) हाँ, ∠DCB = ∠EBC
(∵ सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण समान होते हैं)

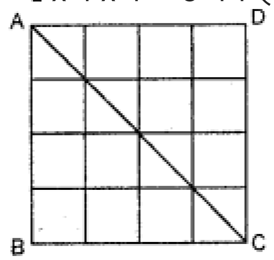
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1: एक वर्गाकित शीट पर, बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों को इस प्रकार बनाइए कि त्रिभुज सर्वांगसम हो?

हल:

ΔABC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x BC x AB

= $\frac{1}{2}$ x 4 x 4 = 8 वर्ग इकाई



और ΔDCA का क्षेत्रफल

= $\frac{1}{2}$ x DC x DA

= $\frac{1}{2}$ x 4 x 4 = 8 वर्ग इकाई

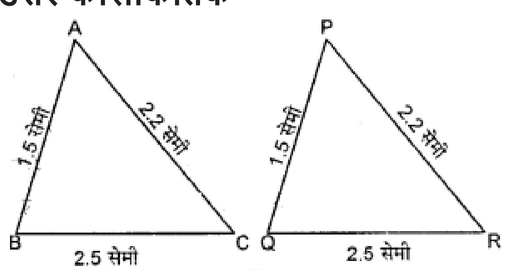
$\therefore$ ΔABC का क्षेत्रफल = ΔCDA का क्षेत्रफल

ΔABC और ΔCDA में

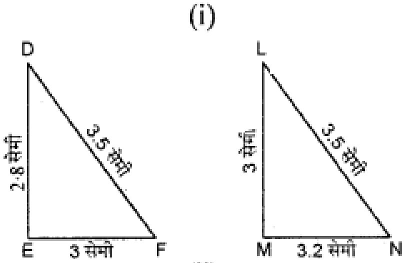
AB = CD, $\angle$B =$\angle$D तथा AC = AC(उभयनिष्ठ)

$\therefore$ RHS सर्वांगसमता नियम से, $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

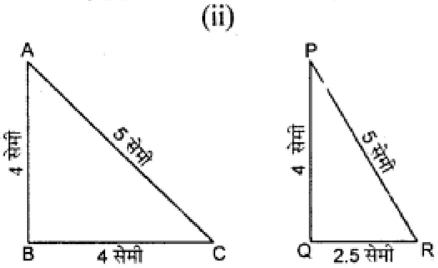
प्रश्न 2: आकृतियों में त्रिभुजों की भुजाओं की लम्बाइयाँ दर्शाई गई हैं। S.S.S. सर्वांगसमता प्रतिबंध का प्रयोग करके बताईए कि कौन – कौन से त्रिभुज-युग्म सर्वांगसम हैं। सर्वांगसमता की स्थिति में, उत्तर कोसांकेतिक



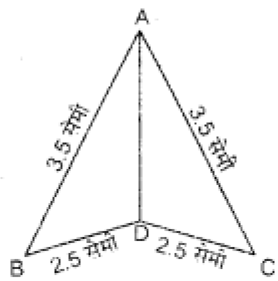
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

हल:

(i) ∆ABC और ∆PQR में
AB = PQ= 1.5 सेमी
BC = QR = 2.5 सेमी
CA = RP = 2.2 सेमी
S.S.S. सर्वांगसमता से, ∆ABC ≅ ∆PQR

(ii) ∆DEF और ∆LMN में, EF ≠ MN
अत: ये त्रिभुज सर्वांगसम नहीं हैं।

(iii) ∆ABC और ∆PQR में,
BC ≠ QR
अत: ये त्रिभुज सर्वांगसम नहीं हैं।

(iv) ∆ADB और ∆ADC में
AD = AD (उभयनिष्ठ)
DB = DC = 2.5 सेमी
और BA = CA – 3.5 सेमी
S.S.S. सर्वांगसमता से, ∆ADB ≅ ∆ADC.