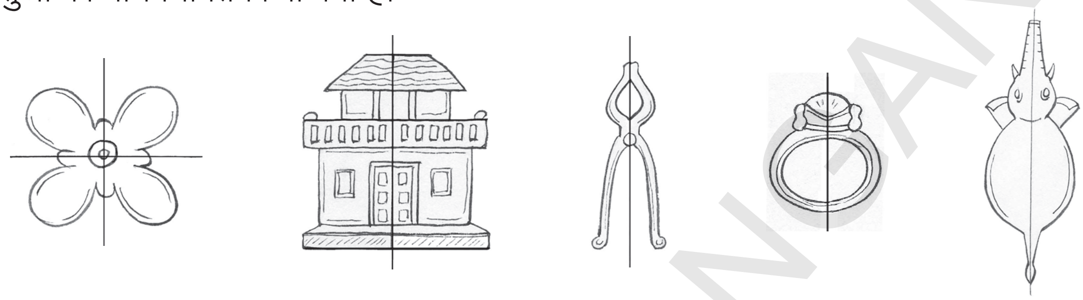
समिमति

(SYMMETRY)

15

15.0 परिचय

अपने आसपास देखो। आप पाओगे कि चारों ओर कई वस्तुएँ समान या सममिति होती हैं। ऐसी ही कुछ वस्तुओं को नीचे चित्रित किया गया है।



ये सभी वस्तुएँ सममितीय हैं। क्योंकि इन्हें दो समान अनुरूप खण्डों में विभजित किया जा सकता है।

15.1 सममिति रेखा-

आइए कुछ और उदाहरण ले कर इसका अर्थ समझेंगे। निम्न चित्रों का निशान कागज (ट्रेस पेपर) पर बनाओ।

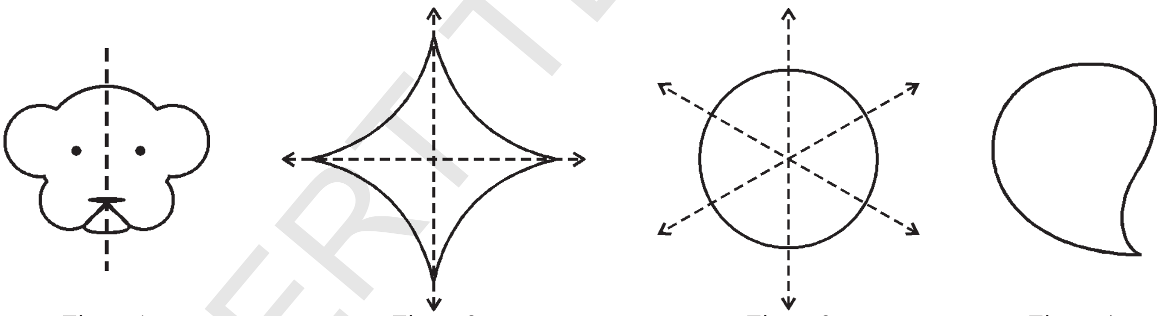


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

चित्र-1 को बिन्दुओं वाली रेखा से मोड़ो। आप ने क्या **देखा**। आप देखेंगे कि दो खण्ड एक दूसरे के अनुरूप हैं। क्या यह चित्र 2 और 3 के लिए भी सही है।

चित्र-2 का निरीक्षण करने पर पाओगे कि दो रेखाओं मे यह सही है और चित्र 3 में कई रेखाओं मे यह सही सिध्द हुआ है। क्या चित्र चार को इसी ढंग से विभाजित किया जा सकता है।

चित्र 1,2,3 सममितीय हैं। क्योंकि जब इन्हें सममितीय रेखा पर ढंग से विभाजित कर मोड़ा गया तो दो खण्ड एक दूसरे के अनुरूप पाये गये। बिन्दु वाली रेखा जो चित्र को दो समान भागों में विभाजित करती है। वह सममितीय रेखा या सममितीय अक्ष है। जैसा कि आप देख चुके हैं कि एक वस्तु की एक **या** एक से अधिक सममित रेखाएँ या सममितीय अक्ष हो सकते है।

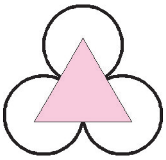
SCERT TELANGANA

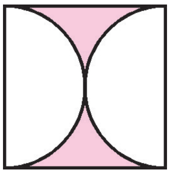
प्रयास करो

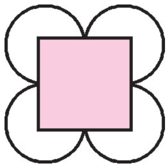
1. प्रकृति में पाई जाने वाली कुछ वस्तुओं के नाम बताओ जो सममितीय हों।
2. मनुष्य द्वारा निर्मित 5 सममितीय वस्तुओं के नाम बताओ।

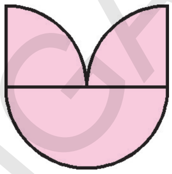
अभ्यास - 1

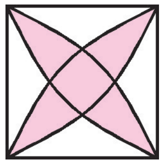
1. नीचे कुछ आकृतियाँ दी गयी हैं। इनमें से कौनसी सममितीय आकृतियाँ हैं। उनके लिए सममितीय अक्ष खींचिए।

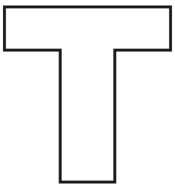

(i)


(ii)

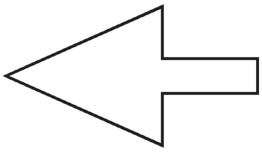

(iii)

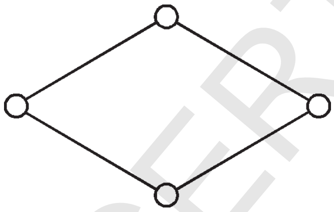

(iv)

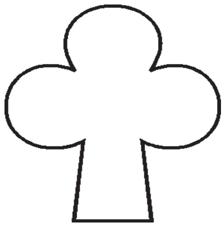

(v)


(vi)

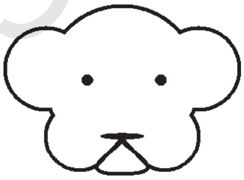
(vii)

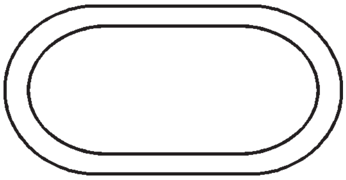

(viii)

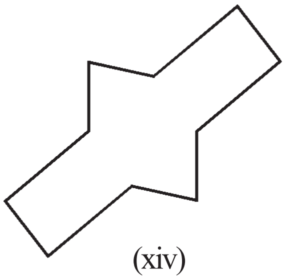

(ix)


(x)

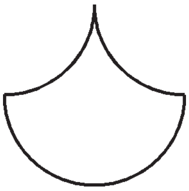
(xi)


(xii)

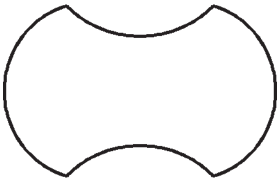

(xiii)


(xiv)

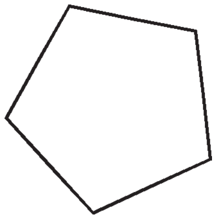
SCERT TELANGANA



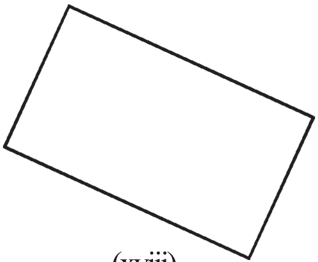
(xv)



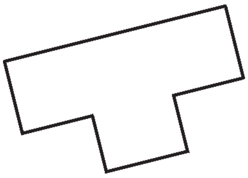
(xvi)



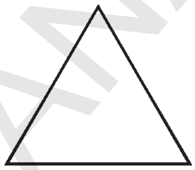
(xvii)



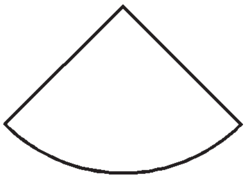
(xviii)



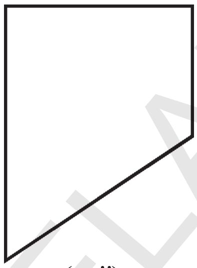
(xix)



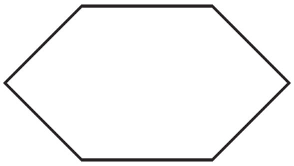
(xx)



(xxi)



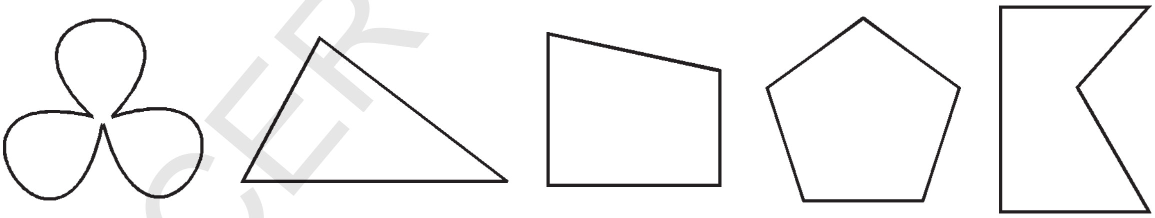
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 सम बहुभुज के लिए सममित रेखाएँ

नीचे दिये गए संवृत्त (बंद) आकृतियों को देखो।



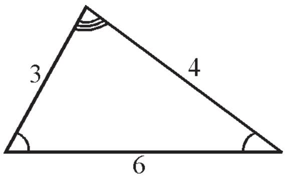
एक संवृत्त (बंद) आकृति जो कई रेखाखंडों से मिल कर बनी हो उसे बहुभुज कहते हैं। उपरोक्त आकृतियों में कौन सी आकृतियां बहुभुज हैं।

प्रयास करो

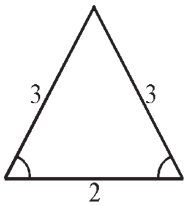
1. क्या हम तीन से कम रेखा खण्डों द्वारा बहुभुज बना सकते हैं।
2. बहुभुज मे कम से कम कितनी भुजाओं की संख्या होनी चाहिए।

SCERT TELANGANA

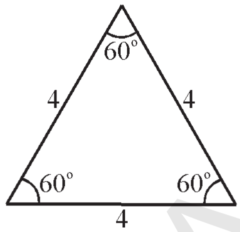
नीचे दिये गये त्रिभुजों का निरीक्षण करो।



चित्र-1



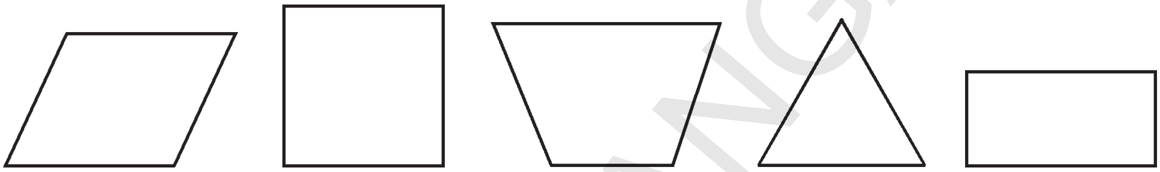
चित्र-2



चित्र-3

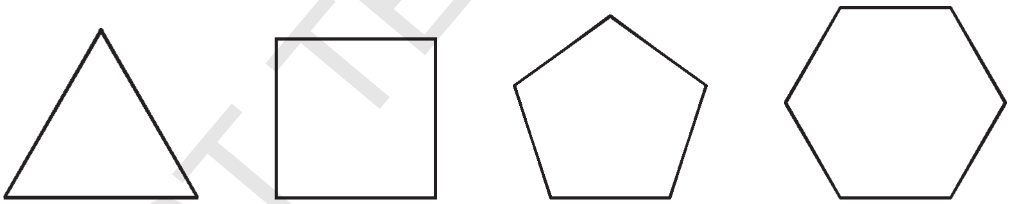
चित्र 3 में त्रिभुज की भुजाएँ और कोण समान हैं। इसीलिए इसे समबाहुत्रिभुज कहते हैं। इस बहुत्रिभुज की सभी भुजाएँ और सभी कोण समान हैं, इसीलिए इसे समबाहुत्रिभुज कहते है।

निम्न आकृतियों में से कौन से बहुभुज समबहुभुज है।



समानान्तर चतुर्भुज   वर्ग   समलब चतुर्भुज   समबाहु त्रिभुज   आयत

अब नीचे दिए गए सब बहुभुजों के लिए सममित अक्षों को उतारिए।



समबाहु त्रिभुज   वर्ग   समचतुर्भुज   समांतर भुज

अपने निष्कर्ष को नीचे तालिका में लिखो।

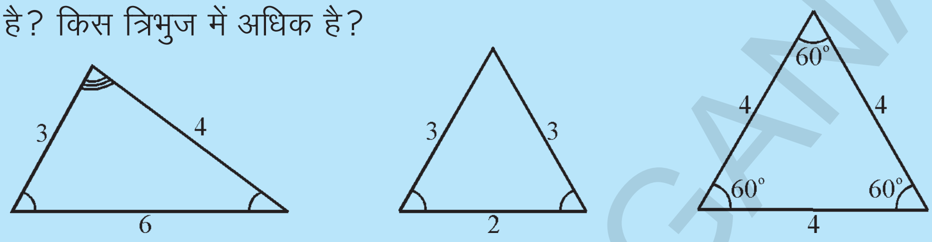
समबाहु त्रिभुज	भुजाओं की संख्या	सममित अंको की संख्या
त्रिभुज	3	3
वर्ग		
पंचभुजी		
षटभुजी		

SCERT TELANGANA

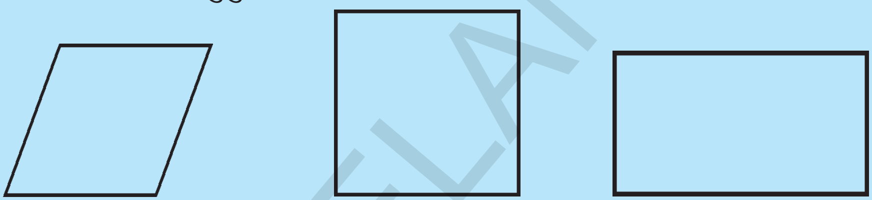
क्या आप एक समबहुभुज की भुजाओं की संख्या और सममित अक्षों की संख्या में कोई सबंध पाते हैं। आप पायेंगे कि भुजाओं की संख्या अक्षों की संख्या के समान होती है। आप अपने परिणामों की जाँच चारों चित्रों को कागज पर उतार कर उन्हे काट कर और प्रत्येक को ठीक दिशा में मोड कर सममित अक्षों को प्राप्त कर सकते है।

प्रयास करो

1. नीचे तीन प्रकार के त्रिभुज दिये गए है, क्या सभी त्रिभुजों में रेखाओं कि संख्या समान है? किस त्रिभुज में अधिक है?



2. नीचे विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज दिये गये हैं। क्या इन सभी में सममित रेखाओं की संख्या समान है? किस चतुर्भुज में सबसे अधिक है?



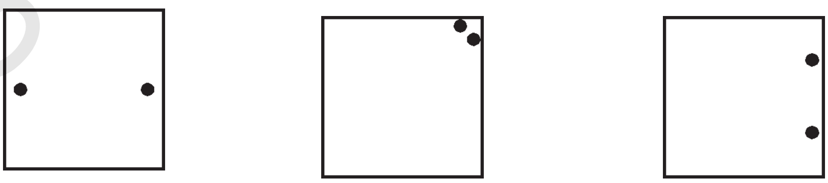
समचतुर्भुज वर्ग आयत

संकेत- त्रिभुजों और चतुर्भुजों को आप कागज पर उतार कर और वास्तव में मोड कर प्रत्येक चित्र के सममित अक्ष प्राप्त कर सकते है।

(1) और (2) के आधार पर हम कह सकते हैं कि समबहुभुज के अधिकतम सममित अक्ष होते हैं।

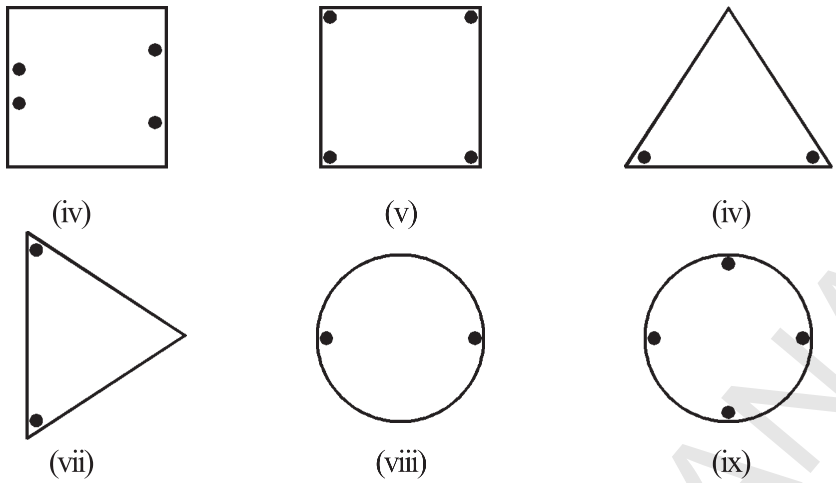
अभ्यास - 2

1. दी गई आकृतियों के दो बिन्दुओं को एक दूसरे पर रख कर अक्ष से मोडिए और सममित अक्ष ज्ञात कीजिए।

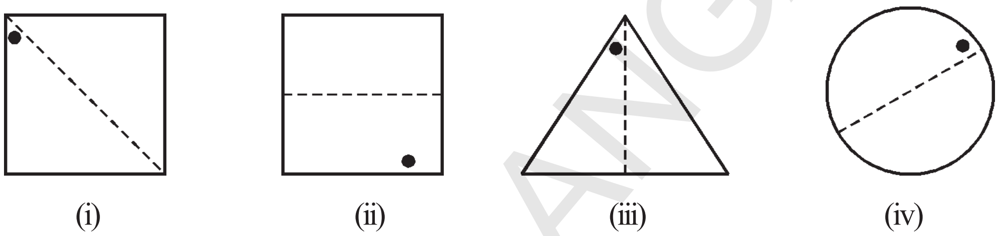


(i) (ii) (iii)

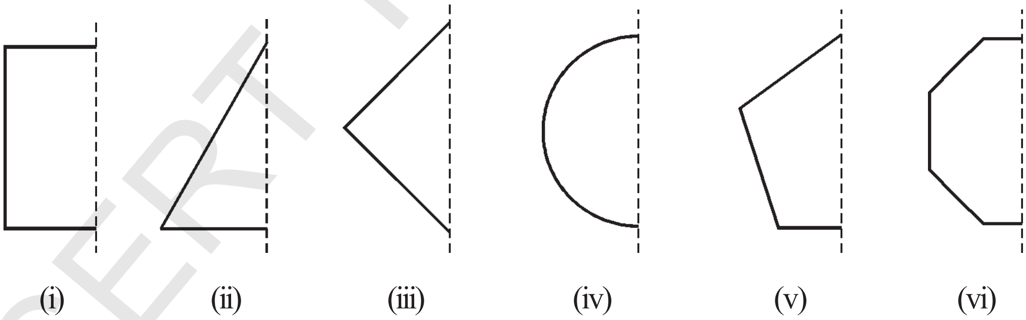
SCERT TELANGANA



2. सममिति रेख दी गई है अन्य (दूसरा) बिन्दु ज्ञात करो



3. नीचे दिए गये अपूर्ण चित्रों में दर्पण रेखा (अर्थात सममित रेखा) बिन्दुओं से अंकित की गयी है। प्रत्येक चित्र को अंकित वाली रेखा के परावर्तन द्वारा पूरा कीजिए (आप बिन्दु वही रेखा को दर्पण के सामने रख कर भी उसका प्रतिबिम्ब देख सकते है) क्या आप पूर्ण हुए चित्र को उसका नाम देने में समर्थ है।



4. नीचे दिये गए कथन सत्य है या असत्य बताइये।

(i) प्रत्येक संवृत्त (बंद)आकृतिक सममित अक्ष होता है ( )

(ii) किसी चित्र में यदि कम से कम एक सममित अक्ष हो तो उसे सममित आकृति कहते है। ( )

(iii) एक सम बहुभुज की 10 भुजाएँ हो तो उसके 12 सममित अक्ष होते है। ( )

5. एक वर्ग उतारिए और उस पर सभी सममित अक्षो की रचना कीजिए।
प्रत्येक जोडी सममित अक्षो के मध्य (बीच के) बनने वाले कोण मापो।
आप ने क्या देखा? क्या यही नियम अन्य समबहुभुजों पर लागू होगा।

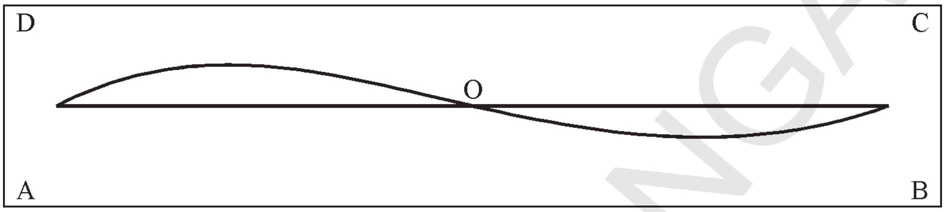
SCERT TELANGANA

15.2 चक्रीय समसिति

प्रक्रिया**1 :** निम्न आकृति को एक अक्स कागज पर उतारो

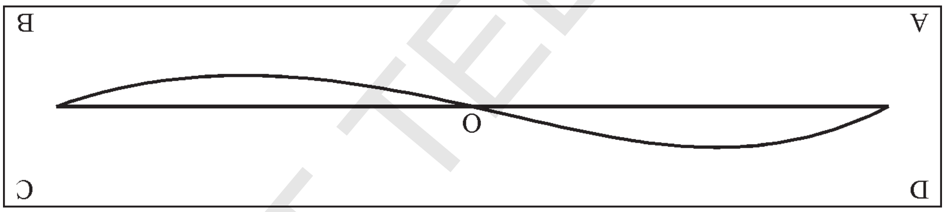
चित्र को इस प्रकार मोड़ने का प्रयास करो कि उसके दोनो खण्ड अनुरूप हों क्या यह आकृति सममिति है।

आइए अब अलग प्रकार से चित्र की विभिन्न स्थितियो में जोडी बनाएँ। एक कागज के टुकड़े पर उपरोक्त आकृति बनाएँ। चित्र में दर्शाए अनुसार इसकी बिन्दु पर O बिन्दु अंकित करो और कागज के चार शीर्षों को ABCD नाम दो।



चित्र 1

अंकित बिन्दु से चारो ओर कागज को 180° पर घुमाएँ।



चित्र 2

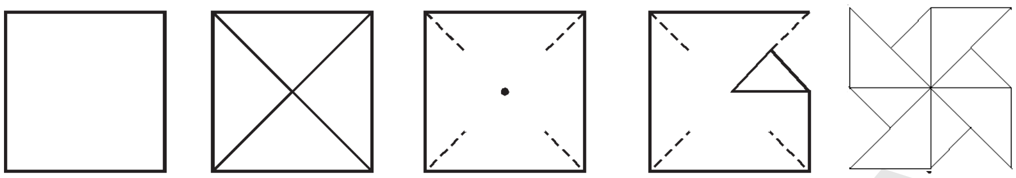
आपने क्या देखा है? क्या यह आकृति पहले वाली आकृति से भिन्न है। घूमने के कारण बिन्दु A, B, C, D की स्थिति बदल गयी, किंतु वह आकृति नही बदली। क्योंकि इस आकृति में चक्रीय सममिति पायी जाती है।

प्रक्रिया- 2 आओ पवन चक्की बनाएँ

- एक कागज लो और उसे वर्गान्तर काटो।
- उसे कोणो से मोड़ो।
- एक किनारे से शुरू करके उसे कागज को कर्ण से केन्द्र की ओर एक चौथाई काटो। अन्य किनारे भी इस प्रकार काटो।
- बारी-बारी से किनारे को केन्द्र की ओर मोडो।
- मध्य बिन्दु से काँटे के साथ एक लकड़ी चिपका दो, जिससे कागज स्वतंत्रता से घूमता रहे।

SCERT TELANGANA

- इसका **मुख** हवा की विपरीत दिशा मे रखो। आप पाएंगे कि वह घूमने लगेगा।

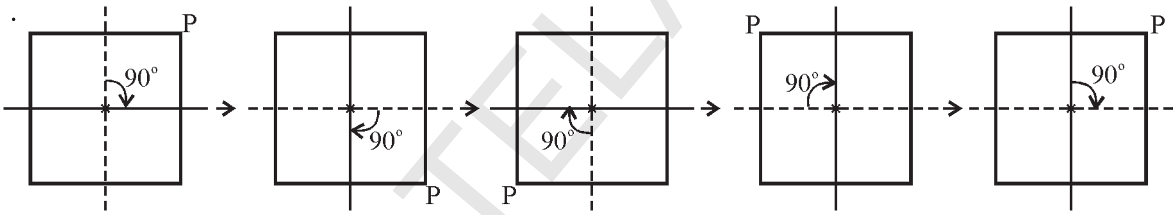


आइये अब पवन चक्की को 90º पर घुमाइए। प्रत्येक **को** घुमाने के पश्चात आप पाएंगे कि पवन चक्की वैसे ही दिखती है।

पवन चक्की में चक्रीय सममिति पाई जाती है। इस प्रकार जब हम किसी भी आकृति को एक स्थिर बिन्दु पर निश्चित कोण पर घुमाएँ और वह आकृति पहले जैसी दिखाई देती है तो कहा जा सकता है कि उस आकृति मे चक्रीय सममिति है।

15.2.1 चक्रीय सममिति के कोण

चक्रिय सममिति के कोण हम जानते है कि वर्ग की सममिति रेखा और य सममिति अक्ष पाए जाते है। आइए अब देखे कि क्या वर्ग में चक्रीय सममिति पाई जाती है, माना चित्र मे दर्शाये अनुसार एक वर्ग है जिसका एक किनारा p है-



चित्र-1 चित्र-2 चित्र- 3 चित्र- 4 चित्र- 5

चित्र-1 वर्ग की प्रारंभिक अवस्था दर्शाता है।
वर्ग को उसके केन्द्र से 90º पर घुमाओ। यह एक चौथाई घुमाव से हमें चित्र -2 प्राप्त होगा। p की स्थिति पर विचार करो, इसी प्रकार वर्ग को पुन 90º पर घुमाओ तब आप चित्र 3 पाओगे। जब हम चार बार इसी प्रकार एक चौथाई घुमाएंगे तो वर्ग अपनी वास्तविक अवस्था मे पहुंच जाएगा। प्रत्येक घुमाव के पश्चात वर्ग बिलकुल वास्तविक अवस्था जैसा ही दिखेगा। यह की स्थिति का सहायता से भी समझा (देखा) जा सकता है।

उपरोक्त क्रिया मे चित्र 1 को 90º, 180^0, 270^0 और 360^0 पर घुमा कर चित्र 2 चित्र 3 चित्र 4 और चित्र 5 की स्थितियाँ प्राप्त की गई तथा सभी स्थितियों मे यह वास्तविक चित्र 1 जैसी है भी। इनमें से न्यूनतम कोण 90º का है इसे चक्रीय सममिति का कोण कहा जाता है।

वह न्यूनतम कोण जिस पर आकृति को घुमा कर वास्तविक जैसी आकृति पाई जाए उसे चक्रीय **सममिति का कोण या** चक्रीय **कोण कहा जाता है।**

इसे करो

1. वर्ग का चक्रीय सममिति कोण क्या है।
2. समानान्तर चतुर्भुज का चक्रीय सममिति कोण क्या है।
3. वृत्त का चक्रीय सममिति कोण क्या है।

15.2.2 चक्रीय सममिति का क्रम

उपरोक्त क्रिया कलाप द्वारा ज्ञात होता है कि एक वर्ग का चक्रीय सममिति कोण 90^0 है और आकृति को उसकी वास्तविक अवस्था मे लाने के लिए 4 बार चक्रीय सममिति कोण पर घुमाया गया। अतः अब हम कह सकते है कि चक्रीय सममिति का क्रम 4 है।

एक समबाहु पर विचार करो। इसका चक्रीय सममिति का कोण 120^0 है अर्थात इसे वास्तविक अवस्था के समान स्थिति मे लाने के लिए 3 बार केन्द्र से घुमाया जाता है। अतः समबाहु का चक्रीय सममिति का क्रम 3 है।

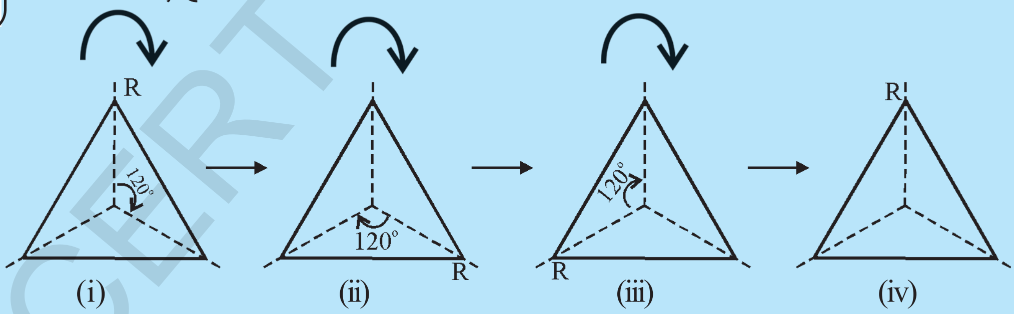
इन उदाहरणो द्वारा हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते है कि किसी आकृति को पुनः इसकी वास्तविक स्थिति मे लाने के लिए चक्रीय सममिति कोण पर जितनी बार घुमाया जाता है उसे चक्रीय सममिति का क्रम कहते है।

आइए उपरोक्त उदाहरणों से निष्कर्ष निकाले-

- वर्ग का चक्रीय सममिति केन्द्र उसका कर्णो का **प्रतिच्छेदी बिंदु** होता है।
- वर्ग का चक्रीय सममिति कोण 90^0 है।
- वर्ग के चक्रीय सममिति का क्रम 4 है।

प्रयास करो

1. (i) क्या आप समबाहु के लिए चक्रीय सममिति का क्रम बता सकते हैं। कितनी सममिति रेखाएँ हैं।



(ii) प्रत्येक संगत अक्षों के बीच का कोण क्या है?

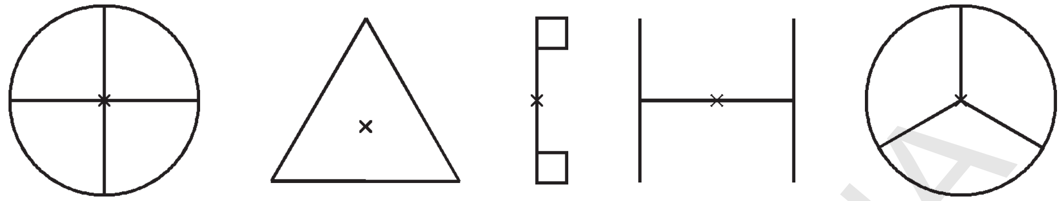
2. अपने आस पास देखो। किन वस्तुओं मे चक्रीय सममिति पायी जाती है। (चक्रीय सममिति का क्रम 1से अधिक है)

नोट- यह समझना आवश्यक है कि क्रम -1 में प्रत्येक वस्तु मे चक्रीय सममिति पायी जाती है। उसे अपने वास्तविक अवस्था मे पुनः लौटने के लिए 360^0 का घुमाव आवश्यक है। अतः हम कह सकते हैं कि एक वस्तु में चक्रीय सममिति पायी जाती है। जब उसके चक्रीय सममिति का क्रम 1 से अधिक हो।

SCERT TELANGANA

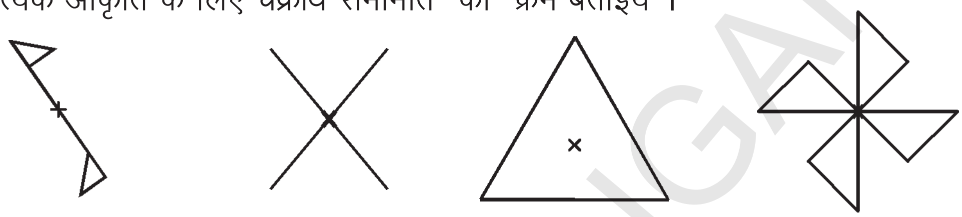
अभ्यास -3

1. निम्न मे से कितनी आकृतियों मे चक्रीय सममिति का क्रम अधिक है।

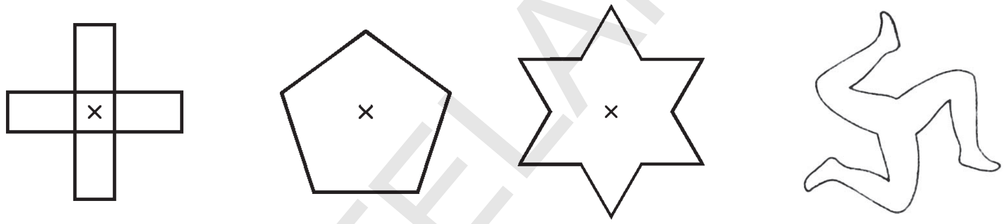


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. प्रत्येक आकृति के लिए चक्रीय सममिति का क्रम बताइये ।



(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)

3. नीचे दी गई आकृतियों को उतारो और रिक्त स्थानों की पूर्ति करो ।

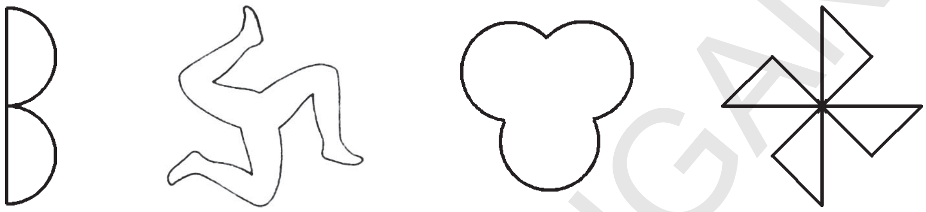
आकृति क्रम	चक्रीय केन्द्र (कर्ण का **प्रतिच्छेदि** बिन्दु अक्षों का **प्रतिच्छेदि** बिन्दु)	चक्रीय कोण	चक्रीय
वर्ग (Square)			
आयत (Rectangle)			
समचतुर्भुज (Rhombus)			
समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle)			
सामान्य अष्टभुज(Regular Hexagon)			
वृत्त (Circle)			
अर्धवृत्त (Semi-circle)			

SCERT TELANGANA

15.3 रेखा सममिति और चक्रीय सममिति (Line Symmetery and Rotational Symmetry)

अब तक आप जान चुके होंगे कि कुछ आकृतियों मे केवल रेखा सममिति और कुछ मे केवल चक्रीय सममिति होती है। कुछ मे दोनों होते है। वर्ग एवं समबाहु त्रिभुज में दोनों रेखा सममिति और चक्रीय सममिति होती है। वृत्त एक निश्चित सममिति आकृति है, क्योंकि इसे किसी भी कोण से केन्द्र से घुमा सकते हैं। यह समान ही दिखाई देता है। इसके अतिरिक्त वृत्त मे अनगिनत सममिति रेखाएँ होती है।

उदा **1:** निम्न मे से किन आकृतियों मे रेखा सममिति पायी जाती है, किन आकृतियों मे चक्रीय सममिति पायी जाती है।

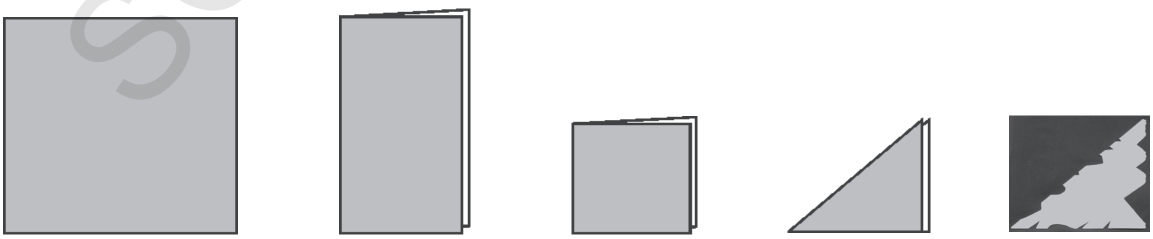


(i) (ii) (iii) (iv)

आकृति	रेखा सममिति	चक्रीय सममिति
1.	हाँ	नहीं
2.	नहीं	हाँ
3.	हाँ	हाँ
4.	नहीं	हाँ

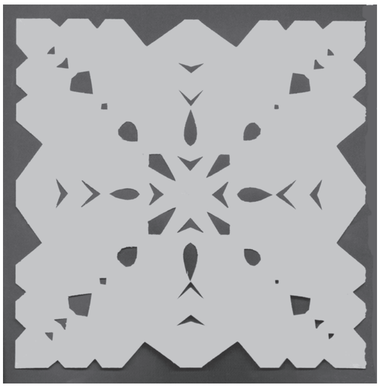
प्रक्रिया -3

- एक वर्गाकार कागज लो।
- पहले उसे लम्बवत मोडो, फिर ऊर्ध्वाधर मोडो।
- तब उसे कर्ण से या तिरछा मोडो, इस प्रकार मोडने से कागज त्रिभुजाकार हो जाएगा।
- मोड़े हुए किनारों को चित्र मे दर्शाए अनुसार काटो या **अपनी इच्छानुसार** काटो ।
- अब कागज को खोलो।



चित्र 1 चित्र 2 चित्र 3 चित्र 4 चित्र 5

SCERT TELANGANA



(i) क्या इस कागज मे सममिति रेखा पाई जाती है।

(ii) क्या इस कागज मे चक्रीय सममिति पायी जाती है।

अभ्यास -4

1. अंग्रेजी वर्णमाला के कुछ अक्षरों मे मोहक सममिति पायी जाती है। किन अक्षरों में केवल एक रेखा की सममिति होती है। किन अक्षरों मे चक्रीय सममिति का क्रम -2 पाया जाता है।

निम्नलिखित तालिका में रेखाओं के विषय मे सोच कर भरो।

अक्षर	रेखा सममिति	सममिति रेखाओं चक्रीय सममिति	चक्रीय की संख्या	सममिति का क्रम की संख्या
Z	नहीं	0	हाँ	2
S				
H				
O				
E	हाँ	1	नहीं	-
N				
C				

योजना

समाचार पत्र-पत्रिकाओं और विज्ञापन पत्रों से सममिति आकृतियाँ जमा करो। उनपर सममिति अक्ष उतारो। उन्हें श्रेणियों में बाँटो।

SCERT TELANGANA

पुनरावलोकन (स्मरणीय अंश)

- एक रेखा जो किसी आकृति को दो अनुरूप भागों में **विभाजित** करती है, उसे सममित रेखा या सममित अक्ष कहते हैं।
- प्रत्येक वस्तु मे एक या अधिक सममित रेखाएँ या सममित अक्ष हो सकते है।
- यदि किसी आकृति को स्थिर अक्ष से निश्चित कोण पर घूमाने पर वह आकृति बिल्कुल पहले जैसे दिखाई दे तो उस आकृति में चक्रीय सममिति पायी जाती है।
- आकृति को जिस कोण पर घुमाते हैं, उसे चक्रीय कोण कहते हैं।
- सभी आकृतियों मे क्रम -1 की चक्रीय सममिति पाया जाती है। इन्हे जब पूर्णतः 360^0 पर घुमाया जाया तो वे पुनः अपनी वास्तविक अवस्था में आ जाते हैं। अत जब वस्तु मे सममिति का क्रम 1 से अधिक हो तभी उसे चक्रीय सममिति कह सकते है।
- कुछ आकृतियों मे केवल रेखा सममिति पायी जाती है, कुछ मे केवल चक्रीय सममिति पायी जाती है तथा कुछ मे दोनो पाई जाती है। वर्ग समबाहु त्रिभुज और वृत्त मे रेखा सममिति और चक्रीय सममिति दोनो पायी जाती है।

SCERT TELANGANA