1. ચતુર્થ કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલમાં સ્વૈર અચળની સંખ્યા .... હશે.

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4

જવાબ **(D)** 4

2. તૃતીય કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વિશિષ્ટ ઉકેલમાં સ્વૈર અચળની સંખ્યા .... હશે.

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

જવાબ **(D)** 0

3. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = 5 \sin 4x$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 16y = 0$$

➠ $y = 5 \sin 4x : \frac{d^2y}{dx^2} + 16y = 0$

4. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x) : x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

➠ $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x) : x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

5. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y^2 = a (b^2 - x^2)$:

$$xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = y\frac{dy}{dx}$$

➠ $y^2 = a (b^2 - x^2) : xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = y\frac{dy}{dx}$

6. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = \frac{a}{x} + b$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dy}{dx} = 0$$

➠ $y = \frac{a}{x} + b : \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dy}{dx} = 0$

7. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $(y - b)^2 = 4 (x - a)$:

$$2\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$$

➠ $(y - b)^2 = 4 (x - a) : 2\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$

8. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = e^{2x}(a + bx)$ **:** $y_2 = 4(y_1 - y)$

➠ $y = e^{2x}(a + bx)$: $y_2 = 4(y_1 - y)$

9. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = \cos x - \sin x$ **:**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

➠ $y = \cos x - \sin x$: $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

10. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y = a\cos^{-1}x + b$ **:**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$$

➠ $y = a\cos^{-1}x + b$: $\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

11. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$: $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

➠ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$: $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

12. **વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો :** $y^2 = 4ax$ **:**

$$y = x\left(\frac{dy}{dx}\right) + a\left(\frac{dx}{dy}\right)$$

➠ $y^2 = 4ax$: $y = x\left(\frac{dy}{dx}\right) + a\left(\frac{dx}{dy}\right)$

13. આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = e^x + 1$: $y'' - y' = 0$

➠ $y = e^x + 1$ ... (i)

સમીકરણ (i)નું xને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,

$y' = e^x$ ... (ii)

ફરીથી સમીકરણ (ii)નું xને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં, $y'' = e^x$

$\therefore y'' = y'$ ($\because$ સમીકરણ (ii) પરથી $e^x = y'$)

$\therefore y'' - y' = 0$

$\therefore y = e^x + 1$ એ વિકલ સમીકરણ $y'' - y' = 0$નો ઉકેલ છે.

14. આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = x^2 + 2x + c$: $y' - 2x - 2 = 0$

➠ $y = x^2 + 2x + c$

બંને બાજુ xને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,

$\therefore y' = 2x + 2$

$\therefore y' - 2x - 2 = 0$

$\therefore y = x^2 + 2x + c$ એ વિકલ સમીકરણ $y' - 2x - 2 = 0$ નો ઉકેલ છે.

15. આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = \cos x + c$: $y' + \sin x = 0$

➠ $y = \cos x + c$

બંને બાજુ xને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,

$\frac{dy}{dx} = -\sin x$

$\therefore\ y' + \sin x = 0$

$\therefore\ y = \cos x + c$ એ વિકલ સમીકરણ $y' + \sin x = 0$નો ઉકેલ છે.

16. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = \sqrt{1+x^2}$:**

$y' = \frac{xy}{1+x^2}$

➡ $y = \sqrt{1+x^2}$

બંને બાજુ xને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,

$y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \times 2x$

$\therefore\ y' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \times \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

$\therefore\ y' = \frac{xy}{1+x^2}$ $\quad (\because \sqrt{1+x^2 = y})$

$\therefore$ વિકલ સમીકરણ $y^1 = \frac{xy}{1+x^2}$ નો ઉકેલ $y = \sqrt{1+x^2}$ છે.

17. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = Ax$: $xy' = y$ $(x \neq 0)$**

➡ $y = Ax$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$\frac{dy}{dx} = A \Rightarrow y' = A$

હવે $y = Ax$ અને $y' = A \Rightarrow y = xy'$

$\therefore\ y = Ax$ એ વિકલ સમીકરણ $xy' = y$નો ઉકેલ છે.

18. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = x \sin x$: $xy' = y + x\sqrt{x^2 - y^2}$ $(x \neq 0, x > y$ અથવા $x < -y)$**

➡ $y = x \sin x$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$y' = \sin x + x \cos x$ $\quad$ ... (i)

હવે $y + x\sqrt{x^2 - y^2}$

$= x\sin x + x\sqrt{x^2 - x^2 \sin^2 x}$

$= x\sin x + x\sqrt{x^2 (1 - \sin^2 x)}$

$= x\sin x + x\sqrt{x^2 \cos^2 x}$

$= x \sin x + x^2 \cos x$

$= x (\sin x + x \cos x)$

$= xy'$ $\quad$ (પરિણામ (1) પરથી)

$\therefore\ y = x \sin x$ એ વિકલ સમીકરણ,

$xy' = y + x\sqrt{x^2 - y^2}$ નો ઉકેલ છે.

19. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $xy = \log y + c$:**

$y' = \frac{y^2}{1 - xy}$ $(xy \neq 1)$

➡ $xy = \log y + c$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$xy' + y = \frac{1}{y} \cdot y'$

$\therefore\ y\ (xy' + y) = y'$

$\therefore\ xyy' + y^2 = y'$

$\therefore\ y^2 = y' - xyy'$

$\therefore\ y'\ (1 - xy) = y^2$

$\therefore\ y' = \frac{y^2}{1 - xy}$

$\therefore\ xy = \log y + c$ એ વિકલ સમીકરણ $y' = \frac{y^2}{1 - xy}$ નો ઉકેલ છે.

20. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y - \cos y = x$: $(y \sin y + \cos y + x)\ y' = y$**

➡ $y - \cos y = x$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$y' + \sin y\ y' = 1$

$\therefore\ y'\ (1 + \sin y) = 1$

$\therefore\ y' = \frac{1}{1 + \sin y}$ ... (1)

હવે $(y \sin y + \cos y + x)\ y'$

$= (y \sin y + \cos x + y - \cos y)\ y'$ $(\because\ x = y - \cos y)$

$= y\ (\sin y + 1)\ y'$

$= y\ (1 + \sin y) \times \frac{1}{1 + \sin y}$ (પરિણામ (1) પરથી)

$= y$

$\therefore\ y - \cos y = x$ એ વિકલ સમીકરણ

$(y \sin y + \cos y + x)\ y' = y$ નો ઉકેલ છે.

21. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $x + y = \tan^{-1}y$: $y^2y' + y^2 + 1 = 0$**

➡ $x + y = \tan^{-1}y$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$1 + y' = \frac{1}{1 + y^2} \cdot y'$

$\therefore\ (1 + y')\ (1 + y^2) = y'$

$\therefore\ 1 + y' + y^2 + y^2y' - y' = 0$

$\therefore\ y^2y' + y^2 + 1 = 0$

$\therefore\ x + y = \tan^{-1}$ એ સમીકરણ $y^2y' + y^2 + 1 = 0$ નો ઉકેલ છે.

22. **આપેલ વિધેયને (સ્પષ્ટ અથવા ગૂઢ રીતે) અનુરૂપ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે તેમ ચકાસો : $y = \sqrt{a^2 - x^2}$, $x \in (-a, a)$:**

$x + y \frac{dy}{dx} = 0\ (y \neq 0)$

➡ $y = \sqrt{a^2 - x^2}$, $x \in (-a, a)$

બંને બાજુ x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \times (-2x)$

$\therefore\ \sqrt{a^2 - x^2}\ \frac{dy}{dx} = -x$

$\therefore\ x + y \frac{dy}{dx} = 0$ $(\because\ y = \sqrt{a^2 - x^2})$

$\therefore\ y = \sqrt{a^2 - x^2}$ એ સમીકરણ $x + y \frac{dy}{dx} = 0$ નો ઉકેલ છે.