

पूर्णांक

In Text Exercise

(पृष्ठ 1)

प्रश्न 1. -5 को जोड़ने के लिए संख्या रेखा पर किस ओर जायेंगे ?

हल: -5 को जोड़ने के लिए संख्या रेखा पर बायीं ओर जायेंगे।

प्रश्न 2. 3 में से (-5) को घटाने के लिए संख्या रेखा पर किस ओर जायेंगे तथा किस संख्या पर पहुँचेंगे ?

$$3 - (-5) = \dots\dots$$

हल : 3 में से (-5) को घटाने के लिए संख्या रेखा पर दायीं ओर चलते हैं अर्थात् $3 - (-5) = 3 + 5 = 8$.

प्रश्न 3. 3 में 5 जोड़ने के लिए किस ओर जायेंगे एवं किस संख्या पर पहुँचेंगे ?

हल: 3 में 5 जोड़ने के लिए संख्या रेखा पर दायीं ओर जायेंगे। संख्या 8 पर पहुँचते हैं।

प्रश्न 4. -3 में से +5 घटाने के लिए किस ओर चलना होगा तथा कहाँ पहुँचेंगे ?

हल: -3 में से +5 घटाने के लिए संख्या रेखा पर बायीं ओर जायेंगे अर्थात् $-3 - (+5) = -3 - 5 = -8$ पर पहुँचेंगे।

(पृष्ठ 6)

प्रश्न: हल कीजिए

(i) $4 \times (8) = \dots = \dots$

(ii) $3 \times (-3) = \dots = \dots\dots$

(iii) $5 \times (-9) = \dots = \dots\dots$

हल :

- (i) $4 \times (8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$
(ii) $3 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) = -9$
(iii) $5 \times (-9) = (-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) = -45$

(पृष्ठ 7)

प्रश्न: ज्ञात कीजिए

- (i) $15 \times (-5)$
(ii) $27 \times (-10)$
(iii) -12×12
(iv) -7×4

हल:

- (i) $15 \times (-5) = -75$
(ii) $27 \times (-10) = -270$
(iii) $-12 \times 12 = -144$
(iv) $-7 \times 4 = -28$

प्रश्न: निम्न गुणनफल ज्ञात कीजिए

- (i) $(-12) \times (-15)$
(ii) $(-25) \times (-4)$
(iii) $(-17) \times (-11)$

हल:

- (i) $(-12) \times (-15) = 180$
(ii) $(-25) \times (-4) = 100$
(iii) $(-17) \times (-11) = 187$

(पृष्ठ 8)

प्रश्न: हल कीजिए

- (i) $(-1) \times (-1) \times (-1) = \dots\dots\dots$
(ii) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \dots\dots\dots$

हल:

- (i) $(-1) \times (-1) \times (-1) = [(-1) \times (-1)] \times (-1) = (+1) \times (-1) = -1$
(ii) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = [(-1) \times (-1)] \times [(-1) \times (-1)] = 1 \times 1 = 1$

(पृष्ठ 2)

प्रश्न: नीचे दी गई सारणी की सहायता से जाँच कीजिए कि क्या पूर्णांक भी योग संक्रिया के लिए संवृत हैं? इसमें भिन्न – भिन्न पूर्णाकों को लेकर जाँच कीजिए कि क्या यह केवल धनात्मक पूर्णाकों के लिए सत्य है या ऋणात्मक के लिए भी सत्य है?

क्र. सं.	पूर्णांक	पूर्णांक	योगफल	योगफल पूर्णांक है/नहीं
1.	+2	+5	+7	है
2.	-3	+7		
3.	-4	+4		
4.	3	-5		

हल:

क्र. सं.	पूर्णांक	पूर्णांक	योगफल	योगफल पूर्णांक है/नहीं
1.	+2	+5	+7	है
2.	-3	+7	+4	है
3.	-4	+4	0	है
4.	3	-5	-2	है

प्राप्त सारणी से यह स्पष्ट है कि सभी पूर्णांक चाहे वह ऋणात्मक हों अथवा धनात्मक योग हेतु संवृत हैं।

(पृष्ठ 3)

प्रश्न: क्या आप ऐसे दो पूर्णांक बता सकते हैं जिनका योग पूर्णांक न हो?

हल: ऐसे पूर्णांक असम्भव हैं जिनका योग पूर्णांक न हो अर्थात् दो पूर्णाकों का योग सदैव पूर्णांक होता है।

प्रश्न: जब हम एक पूर्णांक में से दूसरे पूर्णांक को घटाते हैं। तो क्या होता है? क्या उनका अन्तर भी पूर्णांक प्राप्त होता है। निम्नलिखित सारणी को देखकर उसे पूरा कीजिए।

क्र. सं.	कथन	प्रेक्षण
1.	$7 - 5 = 2$	परिणाम एक पूर्णांक है
2.	$4 - 9 = -5$	
3.	$(-4) - (-5) =$	परिणाम एक पूर्णांक है
4.	$(-18) - (-18) = ..$	
5.	$17 - 0 =$	

हल:

क्र. सं.	कथन	प्रेक्षण
1.	$7 - 5 = 2$	परिणाम एक पूर्णांक है
2.	$4 - 9 = -5$	परिणाम एक पूर्णांक है
3.	$(-4) - (-5) = 1$	परिणाम एक पूर्णांक है
4.	$(-18) - (-18) = 0$	परिणाम एक पूर्णांक है
5.	$17 - 0 = 17$	परिणाम एक पूर्णांक है

सारणी से स्पष्ट है कि जब हम एक पूर्णांक में से दूसरा पूर्णांक घटाते हैं तो शेष भी एक पूर्णांक बचता है। अतः दो पूर्णाकों का अन्तर भी एक पूर्णांक संख्या होती है।

प्रश्न: क्या हम ऐसा कोई पूर्णांक युग्म ज्ञात करते हैं जिसका अन्तर पूर्णांक नहीं हो?

हल: ऐसा युग्म असम्भव है क्योंकि दो पूर्णाकों का अन्तर भी पूर्णांक होता है।

प्रश्न: जाँच करें कि क्या निम्नलिखित समान हैं

$$(-8) + (-4) \text{ व } (-4) + (-8)$$

$$(-2) + 5 \text{ व } 5 + (-2)$$

$$12 + 0 \text{ व } 0 + 12$$

क्या पूर्णांक में भी क्रम विनिमेय गुणधर्म का पालन होता है? अन्य योग भी इसी प्रकार करें।

हल:

गणितीय कथन	परिणम	गणितीय कथन	परिणाम
$(-8) + (-4)$	-12	$(-4) + (-8)$	-12
$(-2) + 5$	+3	$5 + (-2)$	+3
$12 + 0$	12	$0 + 12$	12
$17 + (-2)$	15	$(-2) + 17$	15
$2 + (-3)$	-1	$(-3) + 2$	-1
$(-3) + 6$	3	$6 + (-3)$	3

सारणी से स्पष्ट है कि पूर्णांक में भी क्रम विनिमेय गुणधर्म का पालन होता है।

प्रश्न: क्या ऐसा कोई युग्म है जिसमें क्रम बदलने से परिणाम में कोई परिवर्तन आता है।

हल: नहीं, ऐसा युग्म असम्भव है जिसमें क्रम बदलने से परिणाम में कोई परिवर्तन आता है।

(पृष्ठ 4)

प्रश्न: निम्नलिखित को देखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

- (i) $(-4) + 0 = -4$,
- (ii) $7 + 0 = 7$,
- (iii) $0 + (-14) = \dots$,
- (iv) $-8 + \dots = -8$
- (v) $\dots + 0 = 15$,
- (vi) $-23 + \dots = -23$

हल:

- (iii) $0 + (-14) = -14$,
- (iv) $(-8) + 0 = -8$
- (v) $15 + 0 = 15$,
- (vi) $(-23) + 1 = -23$

प्रश्न: कुछ अन्य उदाहरण लेकर '0' के पूर्णाकों के लिए योग तत्समक होने की पुष्टि कीजिए।

हल: ऊपर दिये प्रश्न व उसके हल से स्पष्ट है कि '0' को किसी पूर्णांक में जोड़ने पर वही पूर्णांक प्राप्त होता है अतः '0' पूर्णाकों के लिए योग तत्समक है। इसको निम्न उदाहरणों से भी समझ सकते हैं

- (i) $5 + 0 = 5$,
- (ii) $(-10) + 0 = -10$,
- (iii) $(-9) + 0 = -9$,
- (iv) $23 + 0 = 23$
- (v) $0 + 20 = 20$,
- (vi) $0 + (-2) = -2$

(पृष्ठ 6)

प्रश्न: क्या होता है जब ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक से गुणा करते हैं?

हल: जब ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक से गुणा करते हैं तब ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है, इसे निम्न उदाहरणों से स्पष्ट किया है

- (i) $-1 \times 4 = -4 = 0 - 4$
- (ii) $-2 \times 4 = -8 = -4 - 4$
- (iii) $-3 \times 4 = -12 = -4 - 4 - 4$
- (iv) $-5 \times 2 = -10 = -5 - 5$
- (v) $-6 \times 3 = -18 = -6 - 6 - 6$

(पृष्ठ 7)

प्रश्न: निम्नलिखित को देखकर नीचे दिये प्रश्नों में रिक्त स्थानों की पूर्ति करो

- $-3 \times 4 = -12$
- $-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$
- $-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$
- $-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$
- $-3 \times 0 = 0 = -3 - (-3)$
- $-3 \times (-1) = 3 = 0 - (-3)$
- $-3 \times (-2) = 6 = 3 - (-3)$
- (i) $-3 \times (-3) = \dots\dots$
- (ii) $-3 \times (-4) = \dots\dots$

हल:

- (i) $(-3) \times (-3) = 9 = 6 - (-3)$
(ii) $(-3) \times (-4) = 12 = 9 - (-3)$

प्रश्न: इन गुणनफल को देखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

$$\begin{aligned} -5 \times 3 &= -15 \\ -5 \times 2 &= -10 = -15 - (-5) \\ -5 \times 1 &= -5 = -10 - (-5) \\ -5 \times (-1) &= \dots\dots\dots = \\ -5 \times (-2) &= \dots\dots\dots = \\ -5 \times (-3) &= \dots\dots\dots = \end{aligned}$$

हल:

$$\begin{aligned} -5 \times 0 &= 0 = -5 - (-5) \\ -5 \times (-1) &= 5 = (0 - (-5)) \\ (-5) \times (-2) &= 10 = 5 - (-5) \\ (-5) \times (-3) &= 15 = 10 - (-5) \end{aligned}$$

(पृष्ठ 9)

प्रश्न: सारणी के भाजन के कथनों को देखिए तथा इस आधार पर इसके रिक्त स्थानों की पूर्ति करो तथा नीचे दिए कथनों की जाँच कर [✓ अथवा X] चिह्न लगाइए।

गुणन कथन	संगत भाग कथन
$3 \times (-5) = (-15)$	$(-15) \div (3) = -5, (15) \div (-5) = 3$
$(-3) \times 4 = (-12)$	$(-12) \div (-3) = 4, (-12) \div 4 = -3$
$(-2) \times (-7) = (14) \dots\dots$	$14 \div (-7) = -2,$ $\dots\dots\dots$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (-4) = 5,$ $\dots\dots\dots$
$5 \times (-9) = -45 \dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$(-6) \times 5 = \dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$(+5) \times (+2) = \dots\dots$	$\dots\dots\dots$

- (1) ऋणात्मक पूर्णांक + धनात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक ()
(2) धनात्मक पूर्णांक ऋणात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक ()

(3) धनात्मक पूर्णांक + धनात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक ()

(4) ऋणात्मक पूर्णांक + ऋणात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक ()

हल:

गुणन कथन	संगत भाग कथन
$(-2) \times (-7) = (14)$	$14 \div (-7) = -2,$ $14 \div (-2) = -7$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (-4) = 5,$ $(-20) \div 5 = -4$
$5 \times (-9) = -45$	$(-45) \div 5 = -9$ $(-45) \div (-9) = 5$
$(-6) \times 5 = (-30)$	$(-30) \div (-6) = 5,$ $(-30) \div 5 = -6$
$(+5) \times (+2) = 10$	$(+10) \div (+5) = +2,$ $(+10) \div (+2) = +5$

(1) ऋणात्मक पूर्णांक + धनात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक (✓)

(2) धनात्मक पूर्णांक + ऋणात्मक पूर्णांक = ऋणात्मक पूर्णांक (✓)

(3) धनात्मक पूर्णांक - धनात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक (✓)

(4) ऋणात्मक पूर्णांक + ऋणात्मक पूर्णांक = धनात्मक पूर्णांक (✓)

(पृष्ठ 10)

प्रश्न: निम्न सारणी को पूरा कीजिए

पूर्णांक-1	पूर्णांक-2	गुणनफल	गुणनफल पूर्णांक है/नहीं
2	-3	-6	पूर्णांक है/
-3	4	-12	पूर्णांक है/
-2	-3		
5	4		
-5	3		

हल:

पूर्णांक-1	पूर्णांक-2	गुणनफल	गुणनफल पूर्णांक है/नहीं
-2	-3	6	पूर्णांक है
5	4	20	पूर्णांक है
-5	3	-15	पूर्णांक है

(निष्कर्ष-दो पूर्णांकों का गुणनफल भी पूर्णांक होता है।)

(पृष्ठ 11)

प्रश्न:

पूर्णांक युग्म	गुणन	गुणन क्रम बदलकर	निष्कर्ष
5, -4	$5 \times (-4) = -20$	$(-4) \times 5 = -20$	$5 \times (-4) = (-4) \times 5$
-10, 12	$(-10) \times 12 = \dots\dots\dots$	$12 \times (-10) = \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
-3, -4	$(-3) \times (-4) = \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
-5, -7	$= \dots\dots\dots$	$(-7) \times (-5) = \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
+8, -3	$(+8) \times (-3) = \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$

हल:

पूर्णांक युग्म	गुणन	गुणन क्रम बदलकर	निष्कर्ष
-10, 12	$(-10) \times 12 = -120$	$12 \times (-10) = -120$	$(-10) \times 12 = 12 \times (-10)$
-3, -4	$(-3) \times (-4) = 12$	$(-4) \times (-3) = 12$	$(-3) \times (-4) = (-4) \times (-3)$
-5, -7	$(-5) \times (-7) = 35$	$(-7) \times (-5) = 35$	$(-5) \times (-7) = (-7) \times (-5)$
+8, -3	$(+8) \times (-3) = -24$	$(-3) \times (+8) = -24$	$(+8) \times (-3) = (-3) \times (+8)$

(निष्कर्ष-पूर्णांकों का गुणनफल उनके क्रम पर निर्भर नहीं करता है)

प्रश्न: पूर्णांकों के लिए जाँच कीजिए

$$(-3) \times 1 = -3 \quad 1 \times 5 = 5$$

$$(-4) \times 1 = 1 \times 8 =$$

$$1 \times (-5) = 3 \times 1 =$$

$$1 \times (-6) = 7 \times 1 =$$

हल:

$$(-4) \times 1 = -4 \quad 1 \times 8 = 8$$

$$1 \times (5) = 5 \quad 3 \times 1 = 3$$

$$1 \times (-6) = -6 \quad 7 \times 1 = 7$$

(निष्कर्ष-पूर्णाकों के लिए गुणात्मक तत्समक 1 है।)

(पृष्ठ 12)

प्रश्न: निम्न सारणी को देखकर इसे पूरा कीजिए

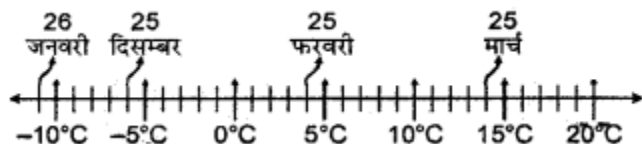
कथन	निष्कर्ष
$(-8) \div (-2) = 4$	परिणाम एक पूर्णांक है
$(-8) \div 4$	
$(-2) \div (-8) = \frac{-2}{-8}$	परिणाम एक पूर्णांक है
$(3) \div (-8) = \frac{3}{-8}$	

हल :

कथन	निष्कर्ष
$(-8) \div 4 = -2$	परिणाम एक पूर्णांक है
$(3) \div (-8) = \frac{3}{-8}$	परिणाम एक पूर्णांक है

Exercise 1.1

प्रश्न 1: चूरा का तापमान अलग-अलग समय में अंकित कर डिग्री सेन्टिग्रेड ($^{\circ}\text{C}$) में संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया गया है।



(i) संख्या रेखा को देखकर निम्न दिनांकों पर चूरा का तापमान बताइए।

- (a) 26 जनवरी
- (b) 25 दिसम्बर
- (c) 25 फरवरी
- (d) 25 मार्च

- (ii) सबसे गर्म व बसे ठण्डे दिन के तापमान में कितनी अंतर है?
- (iii) 26 जनवरी का तापमान, 25 फरवरी के तापमान से कितना कम है?
- (iv) क्या हम कह सकते हैं 25 दिसम्बर और 25 फरवरी के तापमान का योग 26 जनवरी के तापमान से अधिक है?

हल:

(i) संख्या रेखा पर निम्न तापमान

- (a) 26 जनवरी को चूरु का तापमान -11°C है।
- (b) 25 दिसम्बर को चूरु का तापमान -26°C है।
- (c) 25 फरवरी को चूरु का तापमान -4°C है।
- (d) 25 मार्च को चूरु का तापमान -14°C है।

(ii) सबसे गर्म दिन का तापमान 14°C तथा सबसे ठण्डे दिन का तापमान (-11°C)
 तापमानों में अन्तर $= 14^{\circ}\text{C} - (-11^{\circ}\text{C})$
 $= 14^{\circ}\text{C} + 11^{\circ}\text{C} = 25^{\circ}\text{C}$

(iii) 26 जनवरी का तापमान $= -11^{\circ}\text{C}$
 25 फरवरी को तापमान $= 4^{\circ}\text{C}$
 26 जनवरी तथा 25 फरवरी के तापमान में अन्तर $= -11^{\circ}\text{C} - 4^{\circ}\text{C} = -15^{\circ}\text{C}$

(iv) 25 दिसम्बर को तापमान $= -6^{\circ}\text{C}$ तथा
 25 फरवरी को तापमान $= 4^{\circ}\text{C}$
 दोनों का योग $= -6^{\circ}\text{C} + 4^{\circ}\text{C} = -2^{\circ}\text{C}$
 26 जनवरी का तापमान $= -11^{\circ}\text{C}$,
 अतः 25 दिसम्बर और 25 फरवरी के तापमान का योग 26 जनवरी के तापमान से अधिक है।

प्रश्न 2: शीला डाकघर में 5,000 रुपये जमा करती है। एक महीने बाद 3,700 रुपये निकाल लेती है। यदि निकाली हुई रकम ऋणात्मक संख्या के रूप में लिखी जाए तो जमा की गई राशि किस रूप में निरूपित करेंगे ? निकासी के पश्चात कितनी राशि खाते में शेष रहेगी ?

हल: डाकघर में जमा की गई राशि को धनात्मक पूर्णांक से प्रदर्शित करेंगे।

निकासी के पश्चात् शीला के खाते में शेष राशि
= $(+ 5000) + (- 3700)$
= ₹ $(5000 - 3700)$
= ₹ 1300 (धनात्मक)
अतः निकासी के पश्चात् खाते में ₹1300 शेष बचेंगे।

प्रश्न 3: हल कीजिए

- (i) $(-4) + (-3)$
- (ii) $15 - 8 + (-9)$
- (iii) $400 + (-1000) + (-500)$
- (iv) $23 - 41 - 11$
- (v) $-27 + (-3) + 30$

हल:

- (i) $(- 4) + (-3) = - 4 - 3 = -7$
- (ii) $15 - 8 + (-9) = 7 + (-9) = 7 - 9 = - 2$
- (iii) $400 + (-1000) + (-500) = 400 - 1000 - 500 = 400 - 1500 = -1100$
- (iv) $23 - 41 - 11 = 23 - 52 = -29$
- (v) $-27 + (-3) + 30 = -27 - 3 + 30$
 $= - 30 + 30 = 0$

प्रश्न 4: निम्न कथनों में बॉक्स में उपयुक्त चिह्न ($<$, $>$, $=$) लगाइए।

- (i) $-14 + 11 + 5$ $14 - 11 - 5$
- (ii) $30 + (-5) + (- 8)$ $(-5) + (-8) + 30$
- (iii) $7 + 11 + (-5)$ $(-7) - 11 + 5$
- (iv) $(-14) + 11 + (-12)$ $14 + 11 + 12$
- (v) $6 + 7 - 13$ $6 + 7 + (-13)$

हल:

- (i) यहाँ $-14 + 11 + 5 = -14 + 16 = 2$
और $14 - 11 - 5 = 14 - 16 = -2$

क्योंकि $2 > -2$

इसलिए, $-14 + 11 + 5$ $\boxed{>}$ $14 - 11 - 5$

(ii) यहाँ $30 + (-5) + (-8)$

$$= 30 - 5 - 8$$

$$= 30 - 13 = 17$$

और $(-5) + (-8) + 30 = -5 - 8 + 30$

$$= -13 + 30$$

$$= 17$$

क्योंकि $17 = 17$

इसलिए, $30 + (-5) + (-8)$ $\boxed{=}$ $(-5) + (-8) + 30$

(iii) यहाँ $7 + 11 + (-5)$

$$= 7 + 11 - 5 = 18 - 5 = 13$$

और $(-7) - 11 + 5 = 7 - 11 + 5$

$$= -18 + 5$$

$$= -13$$

क्योंकि $13 > -13$

इसलिए, $7 + 11 + (-5)$ $\boxed{>}$ $(-7) - 11 + 5$

(iv) यहाँ $(-14) + 11 + (-12)$

$$= -14 + 11 - 12$$

$$= -26 + 11$$

$$= -15$$

और $14 + 11 + 12 = 37$

क्योंकि $-15 < 37$.

इसलिए, $(-14) + 11 + (-12)$ $\boxed{<}$ $14 + 11 + 12$

(v) यहाँ $6 + 7 - 13 = 13 - 13 = 0$

और $6 + 7 + (-13) = 13 - 13 = 0$

क्योंकि $0 = 0$

इसलिए, $6 + 7 - 13$ $\boxed{=}$ $6 + 7 + (-13)$

प्रश्न 5: ऐसे दो पूर्णांक लिखिए जिनका।

- (i) योग (-7) हो।
- (ii) अंतर 4 हो।
- (iii) योग 0 हो।
- (iv) अंतर -2 हो।

हल: (i) पूर्णांक युग्म जिनका योग -7 है, (-1) और (-6) हो सकते हैं क्योंकि $(-1) + (-6) = -7$

(ii) पूर्णांक युग्म जिनको अंतर 4 है, (6) और $(+2)$ हो सकते हैं क्योंकि $6 + (-2) = 6 - 2 = 4$

(iii) एक पूर्णांक युग्म जिनका योग 0 हो, ले सकते हैं।
और (-1) क्योंकि $(1) + (-1) = 0$

(iv) एक पूर्णांक युग्म जिनका अंतर -2 है, (-3) तथा (-1) ले सकते हैं क्योंकि $-3 - (-1) = -3 + 1 = -2$

प्रश्न 6: रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- (i) $(-3) + 5 = 5 + \dots$
- (ii) $17 + \dots = 17$
- (iii) $\dots + (-5) = 0$
- (iv) $-11 + [-12] + 4 = [-11] + (-12) + \dots$

हल:

- (i) (-3) ,
- (ii) 0 ,
- (iii) $(+5)$,
- (iv) 4 .

प्रश्न 7: नीचे पूर्णाकों के कुछ गुणधर्म एवं उनके उदाहरण दिए जा रहे हैं। उदाहरणों को सही गुणधर्म से मिलान कीजिए।

उदाहरण	गुणधर्म
(i) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(a) तत्समक
(ii) $3 + 4 = 4 + 3$	(b) साहचर्य
(iii) $(-4) + 0 = (-4)$	(c) क्रम विनिमेय

हल:

- (i) (b),
- (ii) (c),
- (iii) (a)

Exercise 1.2

प्रश्न 1: निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

- (i) $(-3) \times 4$
- (ii) $(-1) \times 24$
- (iii) $(-30) \times (-24)$
- (iv) $(-214) \times 0$
- (v) $(-15) \times (-7) \times 6$
- (vi) $(-5) \times (-7) \times (-4)$
- (vii) $(-3) \times (-2) \times (-1) \times (-5)$

हल:

- (i) $(-3) \times 4 = -12$
- (ii) $(-1) \times 24 = -24$
- (iii) $(-30) \times (-24) = 720$
- (iv) $(-214) \times 0 = 0$
- (v) $(-15) \times (-7) \times 6 = 105 \times 6 = 630$
- (vi) $(-5) \times (-7) \times (-4) = 35 \times (-4) = -140$
- (vii) $(-3) \times (-2) \times (-1) \times (-5) = [(-3) \times (-2)] [(-1) \times (-5)] = 6 \times 5 = 30$

प्रश्न 2: $(-1) \times 5$ से आरम्भ कर पैटर्न द्वारा दर्शाइए कि $(-1) \times (-1) = +1$

हल: पैटर्न इस प्रकार है

- $(-1) \times 5 = -5$
- $(-1) \times 4 = -4$
- $(-1) \times 3 = -3$
- $(-1) \times 2 = -2$
- $(-1) \times 1 = -1$
- $(-1) \times 0 = 0$
- $(-1) \times (-1) = +1$

प्रश्न 3: किसी प्रशीतक में तापमान कम होने की दर 3°C प्रति मिनट है। एक वस्तु जिसका तापमान 25°C है को प्रशीतक में रखा जाता है। कितने मिनट बाद उस वस्तु का तापमान -2°C होगा।

हल:

वस्तु का तापमान = 25°C
तापमान कम होने की दर = -3°C प्रति मिनट
वस्तु का तापमान 25°C से -2°C तक होने
में कुल कमी = $25^{\circ}\text{C} + 2^{\circ}\text{C} = 27^{\circ}\text{C}$
अर्थात् 25°C तापमान वाली वस्तु का तापमान यदि 27°C
कम कर दिया जाए तो उसका तापमान -2°C रह जाएगा।
 3°C तापमान कम होता है = 1 मिनट में,
 1°C तापमान कम होता है = मिनट में,
 $\therefore 27^{\circ}\text{C}$ तापमान कम होगा = $27 \times \frac{1}{3} = 9$ मिनट में
अतः 9 मिनट बाद वस्तु का तापमान -2°C हो जाएगा।

प्रश्न 4: एक खेल में नीला कार्ड चुनने पर 2 गोठियाँ देनी पड़ती हैं तथा लाल कार्ड चुनने पर 3 गोठियाँ मिलती है। शीतल के पास 27 गोठियाँ थी, खेल के दौरान लगातार 9 नीले कार्ड आते हैं। बताइए उसके पास कितनी गोठियाँ है?

हल:

प्रारम्भ में शीतल के पास कुल गोठियाँ की संख्या = 27
नीला कार्ड चुनने पर 2 गोठियाँ देनी पड़ती हैं।
इसलिए, 9 नीले कार्ड आने पर 18 गोठियाँ देनी होगी।
तब शेष गोठियाँ म $27 - 18 = 9$
अतः उसके पास 9 गोठियाँ शेष हैं।

प्रश्न 5: निम्न भाग के सवालों को हल कीजिए।

- (i) $(-35) \div 7$ |
- (ii) $15 \div (-3)$
- (iii) $-25 \div (-25)$
- (iv) $25 \div (-1)$
- (v) $0 \div (-3)$
- (vi) $15 \div [1(-2) + 1]$
- (vii) $(-6) + 3 [(-2) + 1]$

हल:

- (i) $(-35) \div 7 = -5$
- (ii) $15 \div (-3) = -5$
- (iii) $-25 \div (-25) = 1$
- (iv) $25 \div (-1) = -25$
- (v) $0 \div (3) = 0$
- (vi) $15 \div [(-2) + 1] = 15 \div (-1) = -15$
- (vii) $[(6) + 3] \div [(-2) + 1] = (-3) \div (-1) = 3$

प्रश्न 6: एक दुकानदार को 1 पेन बेचने पर 1 रुपये का लाभ तथा पेंसिल बेचने पर 50 पैसे की हानि होती है। लाभ, हानि को पूर्णांक के रूप में प्रदर्शित कीजिए।

- (i) एक माह में उसे 5 रुपये की हानि होती है। यदि उसने 45 पेन बेचे तो उस माह उसके द्वारा बेची जाने वाली पेंसिलों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- (ii) दूसरे माह उसे कोई नुकसान या लाभ नहीं हुआ। यदि उसने 70 पेन बेचे हो तो बेची गई पेंसिलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल:

₹1 का लाभ होने पर इसका पूर्णांक रूप = + 100
 ₹0.50 की हानि होने पर इसका पूर्णांक रूप = -50

(i) 45 पेन बेचने पर लाभ = ₹45 = $45 \times 100 = 4500$ पैसे
 माना x पेंसिल बेचने पर हानि = $-x \times 50 = -50x$ पैसे

प्रश्नानुसार,

45 पेन + x पेंसिल बेचने पर हानि = -500 पैसे

$\Rightarrow 4500$ पैसे - $50x$ पैसे = -500 पैसे

$\Rightarrow -50x = -500 - 4500$

$\Rightarrow x = \frac{-5000}{-50} = 100$

अतः दुकानदार 45 पेन और 100 पेंसिलें बेचे तो उसे कुल ₹5 की हानि होगी।

(ii) 70 पेन बेचने पर लाभ = ₹70 = $70 \times 100 = 7000$ पैसे

न लाभ, न हानि होने के लिए, कुल हानि कुल लाभ के बराबर होनी चाहिए,

अतः पेंसिलों पर होने वाली हानि = 7000 पैसे

1 पेंसिल बेचने पर हानि = 50 पैसे

पेंसिलों की संख्या = $\frac{7000}{50} = 140$ पेंसिलें

प्रश्न 7: पूर्णाकों का गुणा कर निम्न सारणी को भरिए।

X	2	3	-4	-2	1
3					
-2					
-1					
4					
2					

हल:

X	2	3	-4	-2	1
3	6	9	-12	-6	3
-2	-4	-6	+8	+4	-2
-1	-2	-3	+4	+2	-1
4	8	12	-16	-8	4
2	4	6	-8	-4	2

प्रश्न 8: एक 60 फीट ऊँची बहुमंजिला इमारत में लिफ्ट में ऊपर जाने को धनात्मक पूर्णांक से दर्शाया जाए तो

- (i) 60 फीट ऊपर स्थित फ्लैट की ऊँचाई कैसे। दर्शाएँगे ?
- (ii) 15 फीट नीचे स्थित पार्किंग को पूर्णांक से दर्शाइए।
- (iii) लिफ्ट 5 फीट प्रति सैकण्ड से ऊपर की ओर जाती है। तो +5 और विपरीत आती है तो उसके उतरने को किस पूर्णांक से दर्शाएँगे।

हल:

- (i) 60 फीट ऊपर स्थित = + 60
- (ii) 15 फीट नीचे स्थित पार्किंग = -15
- (iii) लिफ्ट 5 फीट प्रति सैकण्ड से नीचे की ओर = -5

Exercise 1.3

प्रश्न 1: नीचे पूर्णाकों के गुणन के गुणधर्म दिए हैं तथा सामने उदाहरण दिया गया है। सल्ले उदाहरण को सही गुणधर्म से मिलाइए।

(i) $(-4) \times (5) = 5 \times (-4)$	(a) साहचर्य गुणधर्म
(ii) $(-4) \times [(-3) + (-2)] = (-4) \times (-3) + (-4) \times (-2)$	(b) क्रम विनिमेय
(iii) -4 एक पूर्णांक +7 दूसरा पूर्णांक, गुणन फल $(-4) \times (+7) = (-28)$ भी पूर्णांक	(c) वितरण गुण
(iv) $(4) \times [(-7) \times (5)] = [(-4) \times (-7)] \times (5)$	(d) संवृत गुण

हल:

(i) $(-4) \times (5) = 5 \times (-4)$	क्रम विनिमेय
(ii) $(-4) \times [(-3) + (-2)] = (-4) \times (-3) + (-4) \times (-2)$	वितरण गुण
(iii) -4 एक पूर्णांक +7 दूसरा पूर्णांक, गुणन फल $(-4) \times (+7) = (-28)$ भी पूर्णांक	संवृत गुण
(iv) $(4) \times [(-7) \times (5)] = [(-4) \times (-7)] \times (5)$	साहचर्य गुणधर्म

प्रश्न 2: पूर्णाकों के गुणन के गुणधर्म को ध्यान में रखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- (i) $26 \times (-48) = (-48) \times \dots\dots\dots$ क्रमविनिमेयता
(ii) $(-6) \times [(-2) + (-1)] = (-6) \times (-2) + (-6) \times \dots\dots$ वितरण गुण
(iii) $100 \times [(-4) \times (-52)] = [100 \times \dots\dots] \times (-52)$ साहचर्यता

हल:

- (i) $26 \times (-48) = (-48) \times 26$ क्रमविनिमेयता
(ii) $(-6) \times [(-2) + (-1)] = (-6) \times (-2) + (-6) \times (-1)$ वितरण गुण
(iii) $100 \times [(-4) \times (-52)] = [100 \times (-4)] \times (-52)$ साहचर्यता

प्रश्न 3: उचित गुणधर्मों का प्रयोग कर गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-56)$

(ii) $8 \times (78) \times (-125)$

(iii) $9 \times (50 - 2)$

(iv) 999×45

हल:

(i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-56)$

$= (48) \times 26 + (-48) \times (-56)$

$= (-48) \times [26 + (-56)]$

$= (48) \times [26 - 56] = 48 \times (-30)$

$= 1440$

(ii) $8 \times 78 \times (-125)$

$= [8 \times (-125)] \times 78 = -1000 \times 78$

$= -78000$

(iii) $9 \times (50 - 2)$

$= 9 \times 50 - 9 \times 2 = 450 - 18$

$= 432$

(iv) 999×45

$= (1000 - 1) \times 45 = 1000 \times 45 - 45 = 45000 - 45$

$= 44955$

प्रश्न 4: सही/गलत बताइए। गलत कथन को सही करके लिखिए।

(i) पूर्णाकों का गुणन संवृत है।

(ii) पूर्णाकों में भाग संवृत होता है।

(iii) पूर्णाकों में भाग क्रम विनिमेय नहीं होता जबकि गुणन में क्रम विनिमेयता होती है।

(iv) पूर्णाकों का गुणा योग पर वितरित होता है।

(v) पूर्णाकों की भाग घटाव पर वितरित होता है।

हल:

(i) सही है।

(ii) गलत है, क्योंकि पूर्णाक भाग के अन्तर्गत संवृत नहीं

(iii) सही है।

(iv) सही है।

(v) गलत, क्योंकि पूर्णाकों का भाग घटाव पर वितरित नहीं होता है।

Additional Questions

I. बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1: $(-3) \times 5$ का मान होगा

(A) -15

(B) 15

(C) 30

(D) -30

प्रश्न 2: 0 का योज्य प्रतिलोम क्या है ?

(A) 1

(B) 0

(C) 4

(D) -1

प्रश्न 3: $(-3) \times [2 + (-1)]$ का मान होगा

(A) -1

(B) -2

(C) -3

(D) 0

प्रश्न 4: पूर्ण संख्याओं में 0 की पूर्ववर्ती पूर्ण संख्या होगी

(A) -1

(B) -2

(C) 1

(D) कोई नहीं

प्रश्न 5: यदि a कोई पूर्णांक है, तो $a \div 0$ का मान होगा

- (A) 4
- (B) 0
- (C) 1
- (D) अपरिभाषित

प्रश्न 6: पाँच ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल क्या है?

- (A) ऋणात्मक
- (B) धनात्मक,
- (C) शून्य
- (D) इनमें से कोई नहीं।

उत्तरमाला: 1. (A), 2. (B) 3. (C), 4. (D), 5. (D), 6. (A)

II. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

- (i) $5 + (-8) = (-8) + (\dots)$
- (ii) $-53 + \dots = -53$
- (iii) $17 + \dots = 0$
- (iv) $[13 + (-12)] + (\dots) = 13 + [(-12) + (-7)]$
- (v) $(-4) + [15 + (-3)] = [-4 + 15] + \dots$

हल: (i) (-5), (ii) 0, (iii) (-17), (iv) (-7), (v) (-3)

III. सत्य/असत्य

- (i) एक धनात्मक पूर्णांक को जोड़ते हैं, तो दायीं ओर चलते हैं।
- (ii) एक धनात्मक पूर्णांक को घटाते हैं, तो बायीं ओर चलते हैं।
- (iii) एक पूर्णांक 4 को शून्य से गुणा करने पर a प्राप्त होता
- (iv) $(-6) \div (-2) = (-2) \div (-6)$
- (v) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

उत्तरमाला: (i) सत्य, (ii) सत्य, (iii) असत्य, (iv) असत्य, (v) असत्य

अति लघूत्तीय प्रश्न

प्रश्न 1: $8 \times (6-3)$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल: $8 \times (6 - 3) = 8 \times 3 = 24$

प्रश्न 2: $[-8) + 3] \div (-2) + 1]$ का हल होगा ?

हल: $[(-8) + 3] \div (-2) + 1] = [8 + 3] \div [-2 + 1]$
 $= -5 \div (-1) = 5$

प्रश्न 3: $(-15) \times 0 \times (-18)$ का हल होगा?

हल: $(-15) \times 0 \times (-18) = [(-15) \times 0] \times (-18)$
 $= 0 \times (-18) = 0$

प्रश्न 4: $0 \div (-12)$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल: $0 \div (-12) = 0$

लघूत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1: निम्नलिखित को सत्यापित कीजिए

(i) $18 \times 7 + (-3) = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

हल:

(i) $18 \times [7 + (-3)] = 18 \times 4 = 72$

तथा $[18 \times 7] + [18 \times (-3)] = 126 - 54 = 72$

अतः $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = (-21) \times (-4 - 6) |$

$= (-21) \times (-10) = 210$

तथा $[(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

$$= 84 + 126 = 210$$

$$\text{अतः } (-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$$

प्रश्न 2: क्या किसी भी पूर्णांक a के लिए :

(i) $1 \div 0 = 1$ है ?

(ii) $a \div (-1) = -a$ है ? a के विभिन्न मानों के लिए इसकी जाँच कीजिए।

हल:

(i) माना $a = 5$, $1 \div a = 1 \div 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \neq 1$

अतः

$$1 \div a \neq 1$$

(ii) माना $a = 7$, $a \div (-1) = 7 \div (-1) = -7$

अतः $a \div (-1) = -a$ सत्य है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1: सोमवार को श्रीनगर का तापमान -5°C था और मंगलवार को तापमान 2°C कम हो गया। मंगलवार को श्रीनगर का तापमान क्या था ? बुधवार को तापमान 4°C बढ़ गया। बुधवार को तापमान कितना था ?

हल:

सोमवार को श्रीनगर का तापमान $= -5^{\circ}\text{C}$

मंगलवार को 2°C तापमान कम हो गया।

$$\therefore \text{मंगलवार का तापमान} = (-5 - 2)^{\circ}\text{C} = -7^{\circ}\text{C}$$

बुधवार के तापमान में 4°C की वृद्धि हो गई।

$$\therefore \text{बुधवार का तापमान} = (-7 + 4)^{\circ}\text{C} = -3^{\circ}\text{C}$$

प्रश्न 2: सोहन अपने बैंक खाते में 2,000 रु. जमा करता है। और अगले दिन इसमें से 1,642 रु. निकाल लेता है। यदि खाते में से निकाली गई राशि को ऋणात्मक संख्या से निरूपित किया जाता है, तो खाते में जमा की गई राशि को आप कैसे निरूपित करोगे ? निकासी के पश्चात् सोहन के खाते में शेष राशि ज्ञात कीजिए।

हल:

बैंक में जमा की गई राशि को '+' चिह्न और निकाली राशि को '-' चिह्न द्वारा व्यक्त करते हैं।

निकासी के पश्चात् सोहन के खाते में शेष राशि = (+₹ 2000) + (-₹1642)

= ₹ (2000 - 1642)

= ₹ 358

प्रश्न 3: एक उत्पापक (लिफ्ट) किसी खान कूपक (कुआ) में 6 मीटर प्रति मिनट की दर से नीचे जाता है। यदि नीचे जाना भूमि तल से 10 मीटर ऊपर से शुरू होता है, तो - 350 मीटर पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

हल:

दो स्थितियों की ऊँचाइयों में अन्तर

= 10 मी. - (-350 मी.) = 10 मी. + 350 मी.

= 360 मी.

नीचे उतरने की दर = 6 मी. प्रति मिनट

इसलिए, नीचे उतरने में लगा समय।

= $\frac{360}{6}$ मिनट = 60 मिनट = 1 घण्टा

प्रश्न 4: एक सीमेण्ट कम्पनी को सफेद सीमेण्ट बेचने पर ₹8 प्रति बोरी की दर से लाभ होता है और स्लेटी रंग का सीमेण्ट बेचने पर ₹5 प्रति बोरी की दर से हानि होती है।

(i) किसी महीने में वह कम्पनी 3000 बोरियाँ सफेद सीमेण्ट की और 5000 बोरियाँ स्लेटी सीमेण्ट को बेचती हैं। उसका लाभ अथवा हानि क्या है ?

(ii) यदि बेची गई स्लेटी सीमेण्ट की बोरियों की संख्या 6400 हैं, तो कम्पनी को सफेद सीमेण्ट की कितनी बोरियाँ बेचनी चाहिए, ताकि उसे न तो लाभ हो और न ही हानि ?

हल:

सफेद सीमेण्ट की एक बोरी पर लाभ = ₹8

तथा स्लेटी सीमेण्ट की एक बोरी पर हानि = ₹5

(i) सफेद सीमेण्ट की 3000 बोरियों पर लाभ = $(3000 \times 8) = ₹ 24,000$

स्लेटी सीमेण्ट की 5000 बोरियों पर हानि = $(5000 \times 5) = ₹ 25,000$

इसलिए, हानि = $25,000 - 24,000 = ₹ 1000$

(ii) स्लेटी सीमेण्ट की 6400 बोरियों पर हानि = $6400 \times 5 = ₹ 32,000$

न लाभ हो और न हानि, तो उसे सफेद सीमेण्ट पर ₹ 32,000 को लाभ होना चाहिए।

अतः बेची गई सफेद सीमेण्ट की बोरियों की संख्या = $\frac{32000}{8} = 4000$ बोरियाँ।