4 અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ સંયુક્ત વિધાનો

પ્રાસ્તાવિક

અત્યાર સુધી એટલે કે પ્રકરણ 3 સુધી આપણે જે તર્કશાસ્ત્રનો અભ્યાસ કર્યો તે પરંપરાગત તર્કશાસ્ત્રને લગતો હતો. હવે પ્રકરણ 4 માં આપણે અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રનો અભ્યાસ કરીશું. અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રમાં પ્રતીકોનો ઉપયોગ એટલા બહોળા પ્રમાણમાં થાય છે કે તેને ''પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્ર'' તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. વિધાનોનું સત્યતામૂલ્ય તપાસવા તેમજ દલીલોના પ્રામાણ્યને લગતા સિદ્ધાંતો તેમજ પદ્ધતિઓ રજૂ કરવા માટે પ્રાતીક ભાષા વધુ ઉપયોગી નીવડે છે. પરંપરાગત તર્કશાસ્ત્રમાં પણ પ્રતીકોનો ઉપયોગ તો થયો જ છે. જેમકે ઉદ્દેશ્યપદ માટે 'ઉ', વિધેયપદ માટે 'વિ', નિરૂપાધિક વિધાનના ચાર પ્રકારો માટે 'હા', 'ના', 'હ' અને 'ન' વગેરે પ્રતીકો પ્રયોજાય છે. જેની ચર્ચા આપણે પ્રકરણ 2માં વિગતવાર કરી છે. પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં પ્રતીકોનું મહત્ત્વ તેમજ પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ સંયુક્ત વિધાનો વિશે વિગતવાર માહિતી મેળવીશું.

(1) પ્રતીકોનું મહત્ત્વ :

વિવિધ વિજ્ઞાનોમાં તથા રોજિંદા વ્યવહારમાં પ્રતીકોનો ઉપયોગ થાય છે. જેમ કે રસાયણશાસ્ત્રમાં H_2O, ગણિતશાસ્ત્રમાં +, -, ×, ÷, કમ્પ્યૂટરમાં -□× મોબાઇલમાં * # ⇐ વગેરે વિશિષ્ટ પ્રતીકો છે. એ જ પ્રમાણે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં પણ વિધાનોના સંબંધને રજૂ કરવા માટે ~, &, V, → અને ↔ જેવાં પ્રતીકોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. વિધાનોનું સત્યતામૂલ્ય તપાસવા માટે પ્રાતીક ભાષા ખૂબ ઉપયોગી નીવડે છે. પ્રાતીક ભાષાના ફાયદા નીચે પ્રમાણે ગણાવી શકાય:

(i) ભાષાની સંદિગ્ધતા (અસ્પષ્ટતા)નું નિવારણ : સામાન્ય રીતે તર્કક્રિયા ભાષાના માધ્યમ દ્વારા રજૂ થાય છે. પરંતુ ભાષા જટિલ સાધન છે. ભાષામાં કેટલાક અઘરા, અસ્પષ્ટ અને સંદિગ્ધ શબ્દોનો ઉપયોગ થાય છે. જેવા કે ઘોડો, ચકલી વગેરે. આવા શબ્દો તર્કક્રિયાને ગૂંચવણમાં નાંખી દે છે.

જો વિધાનો અને દલીલોના રૂપની રજૂઆત વિશિષ્ટ પ્રતીકો દ્વારા કરવામાં આવે તો રજૂઆત એકદમ સ્પષ્ટ અને સરળ બને છે. જેમકે p v q, p → q વગેરે રજૂઆતમાં સંદિગ્ધતાનો પ્રશ્ન ઉપસ્થિત થતો નથી. પ્રાતીક ભાષાના ઉપયોગથી ભાષાની સંદિગ્ધતાનું નિવારણ થાય છે.

(ii) દલીલોની સ્પષ્ટ અને સંક્ષિપ્ત રજૂઆત :

કોઈ પણ દલીલનું મૂલ્યાંકન કરતી વખતે તેમાં આવતાં વિધાનોને જ આપણે ધ્યાનમાં લઈએ તો તેમાં ગૂંચવણ ઊભી થવાનો સંભવ રહે છે અને અગવડ પડે છે. દા.ત.,

જો વરસાદ આવે અને પાક સારો થાય તો ખેડૂતો રાજી થાય અને અનાજ સસ્તું મળે છે.

વરસાદ આવે છે અને પાક સારો થાય છે.

તેથી ખેડૂતો રાજી થાય છે અને અનાજ સસ્તું મળે છે.

પરંતુ જો દલીલની રજૂઆત પ્રાતીક ભાષામાં કરવામાં આવે તો તે ખૂબ જ સ્પષ્ટ અને સંક્ષિપ્ત બને છે અને સમજવામાં ખૂબ જ સરળતા રહે છે. જેમકે, ઉપરની દલીલ પ્રાતીક ભાષામાં નીચે મુજબ મૂકી શકાય :

(A & B) → (C & D)

A & B

∴ C & D

(iiii) બૌદ્ધિક શક્તિનો બચાવ : પ્રાતીક ભાષાની મદદથી દલીલના રૂપની સ્પષ્ટ અને સંક્ષિપ્ત રજૂઆત થઈ શકતી હોવાથી દલીલોના તાર્કિક સ્વરૂપને સરળતાથી સમજી શકાય છે. નીચેની બે રજૂઆત જોવાથી આ બાબત વધારે સ્પષ્ટ થશેઃ

(1) $a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = b \times b \times b \times b \times b$

(2) $a^7 = b^5$

ઉપરની પ્રથમ રજૂઆત કરતાં બીજી રજૂઆત દેખીતી રીતે જ સરળ અને સંક્ષિપ્ત છે. આમ પ્રાતીક ભાષાનો ઉપયોગ કરવાથી વિચારક્રિયામાં ઝડપથી અને યંત્રવત્ આગળ વધી શકાતું હોવાથી બૌદ્ધિક શક્તિનો બચાવ થાય છે.

(2) સાદાં અને સંયુક્ત વિધાનો : (Simple and Compound Prepositions)

(i) સાદું વિધાન : સાદા વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : ''જે વિધાનમાં બીજા કોઈ વિધાનનો સમાવેશ થતો ન હોય તે વિધાનને સાદું વિધાન કહેવાય છે.'' દા.ત.,

(1) આજે સ્વાતંત્ર્યદિન છે.

(2) આજે શાળામાં ધ્વજવંદનનો કાર્યક્રમ છે.

(3) આ વિદ્યાર્થી ક્રાંતિકારી છે.

આ ત્રણેય વિધાનો સાદાં વિધાનો છે. કારણ કે આ વિધાનોમાંના કોઈ પણ વિધાનની અંદર બીજા કોઈ વિધાનનો સમાવેશ થતો નથી. નીચે આપેલાં વિધાનો સાદાં વિધાનોનાં અન્ય ઉદાહરણો છેઃ

(4) બાળકો ચંચળ છે.

(5) બાળકો રમતિયાળ છે.

(6) દયાનંદ સંત છે.

(7) દયાનંદ નિરભિમાની છે.

(8) મતદારો સાવધ રહેશે.

(9) સક્ષમ ઉમેદવાર ચૂંટાશે.

(10) તેમની જીત થશે.

(ii) સંયુક્ત વિધાનો : સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : ''જે વિધાનની અંદર એક કે વધુ સાદાં વિધાનોનો સમાવેશ થતો હોય તે વિધાન સંયુક્ત વિધાન કહેવાય છે.'' દા.ત.,

(1) આજે સ્વાતંત્ર્યદિન છે અને આજે શાળામાં ધ્વજવંદનનો કાર્યક્રમ છે.

આ વિધાન સંયુક્ત વિધાન છે, કારણ કે તેમાં (i) આજે સ્વાતંત્ર્યદિન છે અને (ii) આજે શાળામાં ધ્વજવંદનનો કાર્યક્રમ છે. એ બે સાદાં વિધાનોનો સમાવેશ થયેલો છે. એ જ રીતે

(2) 'આ વિદ્યાર્થી ક્રાંતિકારી છે. એ વાત ખરી નથી' એ વિધાન પણ સંયુક્ત વિધાન છે, કારણ કે તેમાં 'આ વિદ્યાર્થી ક્રાંતિકારી છે.' એ એક સાદા વિધાનના નિષેધનો સમાવેશ થયેલો છે. નીચે આપેલાં વિધાનો સંયુક્ત વિધાનોનાં અન્ય ઉદાહરણો છે.

(3) કાં તો બાળકો ચંચળ છે અથવા બાળકો રમતિયાળ છે.

(4) જો દયાનંદ સંત છે તો દયાનંદ નિરભિમાની છે.

(5) જો મતદારો સાવધ રહેશે તો અને તો જ સક્ષમ ઉમેદવાર ચૂંટાશે.

સાદાં અને સંયુક્ત વિધાનોનાં ઉપર આપેલાં ઉદાહરણો જોતાં એ સ્પષ્ટ થશે કે, સાદું વિધાન એટલા માટે સાદું કહેવાય છે કે તેમાં કેવળ એક જ વિધાનની રજૂઆત હોય છે. સંયુક્ત વિધાન એટલા માટે સંયુક્ત કહેવાય છે કે તેમાં સાદું વિધાન એકલું નથી હોતું, પણ કાં તો તેની સાથે અન્ય કોઈ વિધાન સંયુક્ત થયેલું હોય છે. અથવા તો તેનો પોતાનો જ નિષેધ તેની સાથે સંયુક્ત થયેલો હોય છે. ઉપર આપેલાં સંયુક્ત વિધાનોનાં ઉદાહરણોમાં ઉદાહરણ નં. (1), (3), (4) અને (5) માં અનુક્રમે 'અને' 'કાંતો...

અથવા...', 'જો...તો...' અને 'જો... તો અને તો જ ...' એ શબ્દો વડે સંયુક્ત થયેલા છે. જ્યારે ઉદાહરણ નં. (2) માં અનુક્રમે 'એ વાત ખરી નથી' એ શબ્દ ઉમેરવાથી મૂળ સાદા વિધાનની સાથે તેનો પોતાનો જ નિષેધ સંયુક્ત થયેલો છે.

મનોયત્ન 4.1

1. નીચે આપેલાં વિધાનો સાદાં છે કે સંયુક્ત તે ઓળખી બતાવો :

(1) સાપુતારા હવાખાવાનું સ્થળ છે.

(2) માણસોએ વ્યસનોના ગુલામ થવા જેવું નથી.

(3) જો વહેલા ઊઠશો તો સ્વાસ્થ્ય સારું રહેશે.

(4) કલાપી કવિ છે અને કાકાસાહેબ કાલેલકર લેખક છે.

(5) જો માણસ કરકસર કરે છે તો અને તો જ તે સુખી થાય છે.

(6) એ વાત ખરી નથી કે રાવણ સંયમી છે.

(7) સદ્ગુણ શીખવી શકાય છે.

(8) જો ઠંડી પડે તો ગરમ કપડાંની જરૂર પડે છે.

(9) રિયા નિખાલસ છે.

(10) જો તમને આ મુદ્દો સમજાય તો અને તો જ તમે બુદ્ધિમાન છો.

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ એક-બે શબ્દોમાં આપો :

(1) અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રને બીજા કયા નામે ઓળખવામાં આવે છે ?

(2) અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રમાં શેનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે ?

(3) તર્કક્રિયા કયા માધ્યમ દ્વારા રજૂ થાય છે ?

(4) અન્ય કોઈ વિધાન સમાવિષ્ટ ન હોય તે કેવા પ્રકારનું વિધાન છે ?

(5) કેવા પ્રકારના વિધાનમાં એક કે તેથી વધુ સાદાં વિધાનો સમાવિષ્ટ હોય છે ?

*

(3) તાર્કિક સંયોગી કે કારકો : (Logical connectives or operators)

તાર્કિક સંયોગી કે કારકની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : ''જે શબ્દ કે શબ્દસમૂહના ઉપયોગને લીધે સાદાં વિધાનમાંથી સંયુક્ત વિધાનની રચના થાય છે તે શબ્દ કે શબ્દસમૂહને 'તાર્કિક કારક' કહેવાય છે.''

'તાર્કિક' શબ્દ અધ્યાહાર રાખીને તાર્કિક કારકોને કેવળ 'કારકો' તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. સંયુક્ત વિધાનોનાં અગાઉ આપેલાં ઉદાહરણો જોતાં એ સ્પષ્ટ થશે કે, નીચેના શબ્દો કે શબ્દજૂથો સંયુક્ત વિધાનોની રચનામાં ફાળો આપનારા કારકો છે.

(1) .... નહિ/નથી.

(2) .... અને ....

(3) કાં તો .... અથવા ....

(4) જો........ તો ....

(5) જો .... તો અને તો જ ....

ઉપર આપેલા તાર્કિક કારકોને લીધે વિવિધ પ્રકારનાં સંયુક્ત વિધાનોની રચના થાય છે. આ બધા પ્રકારનાં સંયુક્ત વિધાનોનો આપણે આ પ્રકરણમાં વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું.

(4) એકમુખી અને દ્વિમુખી કારક : (Monadic and dyadic operator)

(i) એકમુખી કારક : એકમુખી કારકની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : જે કારક સાદા કે સંયુક્ત પણ ફક્ત એક જ વિધાનને લાગું પડતું હોય તે કારક એકમુખી કહેવાય છે.

આમ, એકમુખી કારકના ક્ષેત્રમાં સાદા કે સંયુક્ત કોઈ પણ એક વિધાનનો જ સમાવેશ થતો હોય છે. '~' એ એકમુખી કારક છે, કારણ કે તે હંમેશા અમુક એક જ સાદા વિધાનને કે અમુક એક જ સંયુક્ત વિધાનને લાગુ પડે છે. દા.ત.,

(1) ~ P

(2) ~ (P & Q)

'~' જે સાદા કે સંયુક્ત વિધાનને લાગું પડતું હોય તે વિધાન '~' ની જમણી બાજુએ લખવાનો રિવાજ છે. આથી એમ કહી શકાય કે '~' એ એકમુખી કારક છે અને તેનું આ એક મુખ તેની જમણી તરફ હોય છે. બીજી રીતે કહીએ તો એકમુખી કારકનું ક્ષેત્ર કેવળ તેની જમણી બાજુએ જ વિસ્તરેલું હોય છે.

(ii) દ્વિમુખી કારક : દ્વિમુખી કારકની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : જે કારક સાદાં કે સંયુક્ત એવાં કોઈ પણ બે વિધાનોને લાગુ પડતું હોય તે કારક દ્વિમુખી કારક કહેવાય છે.

આમ, દ્વિમુખી કારકના ક્ષેત્રમાં સાદાં કે સંયુક્ત એવાં કોઈ પણ બે વિધાનોનો સમાવેશ થતો હોય છે. (1) '&' (2) 'V' (3) '→' (4) '↔' એ ચાર કારકો દ્વિમુખી છે, કારણ કે આ કારકો હંમેશાં સાદાં કે સંયુક્ત એવાં બે વિધાનોને લાગું પડતાં હોય છે. દા.ત.,

(1) P & Q

(2) (P & Q) V S

(3) (P V Q) → R

(4) (P ↔ Q) ↔ (~ Q → ~P)

દ્વિમુખી કારકો જે બે વિધાનોને લાગુ પડતા હોય તેમાંના એક વિધાનને કારકની ડાબી બાજુએ અને બીજા વિધાનને કારકની જમણી બાજુએ લખવાનો રિવાજ છે. આથી એમ કહી શકાય કે (1) & (2) V (3) → (4) ↔ એ ચાર કારકોના બે મુખો પૈકી એક મુખ તેની ડાબી તરફ અને બીજું મુખ તેની જમણી તરફ હોય છે. બીજી રીતે કહીએ તો દ્વિમુખી કારકનું ક્ષેત્ર તેની ડાબી તેમજ જમણી બંને બાજુએ વિસ્તરેલું હોય છે.

(5) વિધાનપરક અચલ - વિધાનપરક પરિવર્તી : (Propositional Constant - Propositional Variable)

તર્કશાસ્ત્રમાં વપરાતી પ્રાતીક ભાષામાં આવતાં પ્રતીકો બે પ્રકારનાં હોય છેઃ (1) અચલ અને (2) પરિવર્તી. પ્રતીકોના આ બંને પ્રકારોની વ્યાખ્યાઓ અને સમજૂતી નીચે પ્રમાણે છે :

વિધાનપરક અચલ : "વિધાન પરક અચલ એટલે અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે વાપરવામાં આવતું પ્રતીક."

A, B, C, D વગેરે અંગ્રેજી મૂળાક્ષરના બધા કેપિટલ અક્ષરો વિધાનપરક અચલો તરીકે પ્રયોજાતાં પ્રતીકો છે. વિધાનપરક અચલના ઉપયોગ અંગે નીચેની બે બાબતો ખાસ નોંધપાત્ર છે.

(i) A, B, C, D વગેરે કેપિટલ અક્ષરોમાંથી ગમે તે એક અક્ષરને કોઈ પણ વિધાન માટેના પ્રતીક તરીકે વાપરી શકાય છે.

(ii) અમુક વિધાનની પ્રતીક રજૂઆત કરતી વખતે એ વિધાન માટેના પ્રતીક તરીકે ગમે તે કેપિટલ અક્ષરનો ઉપયોગ થઈ શકે છે. એમ કહેવાનો અર્થ એ કે વિધાન માટેના પ્રતીકની પ્રારંભિક પસંદગી મુક્ત છે. પણ એકવાર અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે અમુક નિશ્ચિત પ્રતીક પસંદ કર્યા પછી નીચેનાં બે બંધનો ઊભાં થાય છેઃ

(અ) જે સંદર્ભમાં અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે અમુક નિશ્ચિત પ્રતીક પસંદ કરવામાં આવ્યું હોય તે સંદર્ભમાં જેટલી વાર

એ વિધાન આવે તેટલી વાર તેના માટે એનું એ જ પ્રતીક વાપરવું જોઈએ.

(બ) અમુક સંદર્ભમાં અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે પસંદ કરવામાં આવેલા પ્રતીકનો ઉપયોગ તેના તે જ સંદર્ભમાં અન્ય કોઈ વિધાન માટે થવો જોઈએ નહિ.

વિધાન માટેના પ્રતીકની પ્રારંભિક મુક્ત પસંદગી પછી ઉદ્ભવતાં બંને બંધનોને એક ઉદાહરણની મદદથી સમજીએ.

જો વિદ્યાર્થી મહેનત કરે છે તો વિદ્યાર્થી સફળતા મેળવે છે.

જો વિદ્યાર્થી સફળતા મેળવે છે તો શાળાનું પરિણામ સુધરે છે.

તેથી જો વિદ્યાર્થી મહેનત કરે છે તો શાળાનું પરિણામ સુધરે છે.

ઉપરની દલીલની પ્રાતીક રજૂઆત વિવિધ રીતે થઈ શકે છે. તેમાંની ત્રણ રીત નીચે પ્રમાણે છેઃ

પ્રાતીક રજૂઆત નં. 1

વિદ્યાર્થી મહેનત કરે છે. = A

વિદ્યાર્થી સફળતા મેળવે છે. = B

શાળાનું પરિણામ સુધરે છે. = C

જો A તો B

જો B તો C

∴ જો A તો C

પ્રાતીક રજૂઆત નં. 2

વિદ્યાર્થી મહેનત કરે છે. = P

વિદ્યાર્થી સફળતા મેળવે છે. = Q

શાળાનું પરિણામ સુધરે છે. = R

જો P તો Q

જો Q તો R

∴ જો P તો R

પ્રાતીક રજૂઆત નં. 3

વિદ્યાર્થી મહેનત કરે છે. = X

વિદ્યાર્થી સફળતા મેળવે છે. = Y

શાળાનું પરિણામ સુધરે છે. = Z

જો X તો Y

જો Y તો Z

∴ જો X તો Z

એકની એક દલીલોની ઉપર રજૂ થયેલી પ્રાતીક રજૂઆતોનું ધ્યાનપૂર્વક નિરીક્ષણ કરતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે,

દલીલમાં આવતા કોઈ પણ વિધાન માટે કોઈ પણ પ્રતીકની પસંદગી કરી શકાય છે. જોકે આ રીતે અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે અમુક નિશ્ચિત પ્રતીકની પસંદગી કર્યા પછી એ જરૂરી બને છે કે (1) જેટલીવાર એનું એ જ વિધાન આવે તેટલી વાર તેનું તે જ પ્રતીક વાપરવામાં આવે અને (2) અન્ય કોઈ પણ વિધાન માટે એનું એ જ પ્રતીક વાપરવામાં ન આવે.

વિધાનપરક પરિવર્તી : "વિધાનપરક પરિવર્તી એટલે જેને સ્થાને વિધાન મૂકી શકાય તેવો પ્રતીકરૂપ અક્ષર."

દા.ત., a, b, c, d... વગેરે નાના (કૅપિટલ નહિ) અક્ષરો વિધાનપરક પરિવર્તિઓ છે. વિધાનપરક પરિવર્તીને સ્થાને સાદું વિધાન મૂકી શકાય અને સંયુક્ત વિધાન પણ મૂકી શકાય. બીજી રીતે કહીએ તો a, b, c, d, વગેરે પ્રતીકો સાદા તેમજ સંયુક્ત વિધાન માટેનાં પરિવર્તી પ્રતીકો છે.

વિધાનપરક અચલ અને વિધાનપરક પરિવર્તી વચ્ચેનો ભેદ

વિધાનપરક અચલ અને વિધાનપરક પરિવર્તી વચ્ચેના ભેદની સ્પષ્ટતા નીચેના બે મુદ્દાઓ દ્વારા થશે :

(1) A, B, C, D, વગેરે કૅપિટલ અક્ષરો (વિધાનપરક અચલો) અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટેનાં પ્રતીકો છે અને કોઈ પણ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત કરતી વખતે આ પ્રતીકોનો ઉપયોગ કરવાની જરૂર પડે છે.

(2) a, b, c, d, વગેરે નાના અક્ષરો (વિધાનપરક પરિવર્તીઓ) કોઈ પણ વિધાનનું સ્થાન સૂચવનારાં પ્રતીકો છે. કોઈ પણ વિધાન માટેના રૂપમાળખાની રજૂઆત કરતી વખતે આ પ્રતીકોનો ઉપયોગ કરવાની જરૂર પડે છે.

વિધાનપરક અચલ અને વિધાનપરક પરિવર્તી વચ્ચેના ઉપર્યુક્ત ભેદનો સંક્ષેપમાં નિર્દેશ કરવો હોય તો એમ કહી શકાય કે A, B, C, D, વગેરે વિધાનપરક અચલો અમુક નિશ્ચિત વિધાનને સ્થાને આવી શકે તેવાં પ્રતીકો છે. જ્યારે a, b, c, d, વગેરે વિધાનપરક પરિવર્તીઓ એ એવાં પ્રતીકો છે કે જેમને સ્થાને કોઈ પણ વિધાન આવી શકે છે.

સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનો (Truth Functional Propositions)

સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : "જે સંયુક્ત વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય તેની અંદર સમાવેશ પામતા વિધાન કે વિધાનોના સત્યતામૂલ્ય પર અવલંબતું હોય તે સંયુક્ત વિધાનને સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન કહેવાય છે.' દા.ત., સુભાષચંદ્ર બોઝ ક્રાંતિકારી છે અને સરદાર પટેલ વૈજ્ઞાનિક છે. આ સંયુક્ત વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય બે સાદાં વિધાનોના સત્યતામૂલ્ય પર અવલંબે છે. આમાંનું પહેલું વિધાન સત્ય છે અને બીજું વિધાન અસત્ય છે. આથી બંને વિધાનોનું બનેલું સંયુક્ત વિધાન અસત્ય ઠરે છે. આમ, એ સ્પષ્ટ થાય છે કે સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય સ્વતંત્ર રીતે નહિ પણ તેના ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ થઈ શકે છે. સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોને 'સત્યતાફલનો' ને નામે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે જે શબ્દોના ઉપયોગને લીધે સંયુક્ત વિધાનની રચના થાય છે તે શબ્દોને તાર્કિક કારકો કે તાર્કિક સંયોગીઓ કહે છે. કારકના આ સામાન્ય લક્ષણને અનુસરીને સત્યતાફલનલક્ષી કારકની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : **"જે કારકોના ઉપયોગને લીધે સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના થાય છે તે કારકને સત્યતાફલનલક્ષી કારક કહે છે."**

~, & , V → અને ↔ એ પાંચેય કારકોના ઉપયોગથી સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોની રચના થાય છે. માટે આ પાંચેય કારકો સત્યતાફલનલક્ષી કારકો છે અને તેના ઉપયોગથી બનતા સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોનાં નામ નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવેલાં છે :

સત્યતાફલનલક્ષી કારક (Truth functional operator)	એ કારકને કારણે બનતું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન
....નહિ/ નથી	નિષેધવાચક વિધાન - Negative Preposition
.... અને	સામુચ્ચયિક વિધાન - Conjuctive Preposition
કાં તો ... અથવા ...	વૈકલ્પિક વિધાન - Disjunctive Preposition
જો ... તો	શરતી વિધાન - Conditional Preposition
જો... તો અને તો જ...	દ્વિશરતી વિધાન - Biconditional Preposition

સત્યતાફલનલક્ષી કારકો કે સંયોગીઓના સ્વરૂપની વિશેષ સ્પષ્ટતા માટે સત્યતાફલનલક્ષી ન હોય તેવા એક સંયોગીનું ઉદાહરણ સમજીએ : "વરસાદ પડ્યો તે પહેલાં ગંગામાં પૂર આવ્યું." આ વિધાન સંયુક્ત વિધાન છે અને તેમાં આવેલાં બે વિધાનો :

(1) વરસાદ પડ્યો અને (2) ગંગામાં પૂર આવ્યું. ને 'તે પહેલાં' એ સંયોગીથી જોડવામાં આવ્યાં છે. આમ, 'તે પહેલાં' એ સંયોગી છે. અને તેના ઉપયોગથી સંયુક્ત વિધાનની રચના થઈ છે. પણ એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયોગી નથી અને તેથી તેની મદદથી રચાયેલું સંયુક્ત વિધાન સત્યતાફલનલક્ષી હોતું નથી. અને તેથી આ પ્રકારનાં સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય કેવળ તેમનાં ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યના જ્ઞાનને આધારે લઈ શકાતો નથી. 'વરસાદ પડ્યો' એ વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય અને 'ગંગામાં પૂર આવ્યું' એ વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય જાણવા માત્રથી 'વરસાદ પડ્યો તે પહેલાં ગંગામાં પૂર આવ્યું' - એ સંયુક્ત વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય જાણી શકાતું નથી. કારણ કે 'વરસાદ પડ્યો' અને 'ગંગામાં પૂર આવ્યું' એ બંને વિધાનો સત્ય હોય, તોપણ 'તે પહેલાં' શબ્દોથી જોડાઈને આ બે સાદાં વિધાનોમાંથી બનેલું નવું એક સંયુક્ત વિધાન - 'વરસાદ પડ્યો' તે પહેલાં 'ગંગામાં પૂર આવ્યું' સત્ય છે કે અસત્ય એ બાબતની સ્વતંત્ર તપાસ કરવાની રહે છે. આમ, એ સ્પષ્ટ થાય છે કે બધા સંયોગીઓ સત્યતાફલનલક્ષી હોતાં નથી. જોકે, 'નહિ', 'અને,' 'કાં તો... અથવા...', 'જો...તો...' અને 'જો... તો અને તો જ...' એ આપણા અભ્યાસક્રમમાં આવતાં પાંચેય તાર્કિક સંયોગીઓ કે કારકો સત્યતાફલનલક્ષી છે અને તેમના ઉપયોગને લીધે આપણને પાંચ પ્રકારના સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનો મળે છે. આ પાંચેય પ્રકારનાં સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોનો અનુક્રમે પરિચય મેળવીશું.

મનોયત્ન 4.2

1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ એક કે બે શબ્દોમાં આપો :

(1) સંયુક્ત વિધાનની રચના કરતા શબ્દ કે શબ્દસમૂહને શું કહે છે ?
(2) એક જ વિધાનને લાગુ પડતા કારકને શું કહે છે ?
(3) એકમુખી કારકનું પ્રતીક લખો.
(4) દ્વિમુખી કારકો કેટલા છે ? કયા કયા ?
(5) કોઈ પણ બે વિધાનને લાગુ પડતા કારકને શું કહે છે ?
(6) અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે વાપરવામાં આવતું પ્રતીક કોને કહેવાય છે ?
(7) p, q, r, s વગેરે નાના અક્ષરને શું કહેવાય છે ?
(8) P, Q, R, S વગેરે મોટા અક્ષરને શું કહેવાય છે ?
(9) જેને સ્થાને વિધાન મૂકી શકાય તેવો પ્રતીકરૂપ અક્ષર એટલે શું ?
(10) સત્યતાફલનલક્ષીકારકો કેટલા છે ? કયા કયા ?

2. વ્યાખ્યા લખો :

(1) તાર્કિકકારક
(2) એકમુખી કારક
(3) દ્વિમુખી કારક
(4) વિધાનપરક અચલ
(5) વિધાનપરક પરિવર્તી
(6) સત્યતાફલનલક્ષી કારક
(7) સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્તવિધાન

*

સંયુક્ત વિધાનના પ્રકારો

(1) નિષેધ કે નિષેધવાચક વિધાન :

'નહિ' કે 'નથી' એ તાર્કિક કારકના ઉપયોગથી નિષેધની રચના થાય છે. આથી નિષેધની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : ''જે **સંયુક્ત વિધાનમાં 'નથી' કારક વડે મૂળ વિધાનનો નિષેધ કરવામાં આવ્યો હોય તે સંયુક્ત વિધાનને નિષેધ કે નિષેધવાચક વિધાન કહેવાય છે.''**

સામાન્ય વાતચીતમાં કોઈ પણ વિધાનનો નિષેધ કરવા માટે 'નથી' સિવાયના નિષેધવાચક શબ્દજૂથનો પણ ઉપયોગ થતો હોય છે. દા.ત, ચંદ્ર ઉષ્ણ છે. એ મૂળ વિધાનનો નિષેધ નીચેની વિવિધ રીતે કરી શકાય :

(1) ચંદ્ર ઉષ્ણ છે નહિ.

(2) ચંદ્ર ઉષ્ણ છે એ વાત ખરી નથી.

(3) ચંદ્ર ઉષ્ણ છે એ વાત ખોટી છે.

(4) ચંદ્ર ઉષ્ણ છે એમ નથી.

(5) એ ખરું નથી કે ચંદ્ર ઉષ્ણ છે.

મૂળ વિધાનનો નિષેધ કરવા માટેની ઉપર્યુક્ત વિવિધ રીતોમાં શાબ્દિક તફાવત હોવા છતાં તેમનો નિષેધવાચક અર્થ સમાન છે અને તેથી મૂળ વિધાનનો નિષેધ કરવા માટે વપરાતાં વિવિધ શબ્દજૂથો 'નથી'ના પર્યાયો જ છે.

વિધાનની તાર્કિક રજૂઆતમાં ભાષાની કોઈ પણ જાતની સંદિગ્ધતા રહેવા ન પામે અને એકદમ ચોકસાઈપૂર્વક અને સ્પષ્ટ રીતે વિધાનના રૂપને ગ્રહણ કરવાનું શક્ય બને તે માટે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં 'નથી' કે તેના પર્યાયરૂપ કોઈ પણ શબ્દ કે શબ્દજૂથને માટે '~' (સર્પાકાર-Curl) એ પ્રતીકનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે અને તેનો 'નથી' એવો ઉચ્ચાર કરવામાં આવે છે. આમ પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની ભાષામાં '~' (નથી) એ નિષેધવાચક પ્રતીક છે. આ પ્રતીકની મદદથી ઉપરના મૂળ વિધાનનો નિષેધ નીચેની રીતે થાય :

~ (ચંદ્ર ઉષ્ણ છે.)

આ નિષેધના મૂળ વિધાન (ચંદ્ર ઉષ્ણ છે.) માટે M પ્રતીક મૂકીએ તો આ નિષેધની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ થઈ શકે :

~ M

ઉપર્યુક્ત પ્રાતીક રજૂઆતનું વાચન નીચે મુજબ થાય છે :

M નથી.

જુદાં જુદાં નિષેધવાચક વિધાનોમાં વિષયની દૃષ્ટિએ ભિન્નતા હોઈ શકે છે પણ તેમનું રૂપ તો સમાન જ રહે છે. તેથી નિષેધની અંદર આવતા મૂળ વિધાન માટે P એ વિધાનપરક પરિવર્તી વાપરીને કોઈ પણ નિષેધના રૂપની રજૂઆત નીચે મુજબ કરી શકાય :

~ p

નિષેધના ઉપર્યુક્ત રૂપનું વાંચન નીચે પ્રમાણે થાય છે :

p નથી.

નિષેધના સ્વરૂપ અંગે ખાસ નોંધપાત્ર બાબત એ છે કે, નિષેધનું મૂળ વિધાન હંમેશાં '~' ની જમણી બાજુએ જ મૂકવામાં આવે છે. એટલે કે '~' એકમુખીકારક છે. અને તે માત્ર તેની જમણી બાજુના વિધાનને જ લાગુ પડે છે.

'~' એ સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કોઈપણ સત્યતાફલનલક્ષી કારકના ઉપયોગને લીધે રચાતું વિધાન પણ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન હોય છે. આ અર્થમાં નિષેધ એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એટલે નિષેધનું સત્યતામૂલ્ય તેના મૂળ વિધાનના સત્યતામૂલ્ય પર અવલંબે છે. આનો અર્થ એ થાય કે જો નિષેધનું સત્યતામૂલ્ય નક્કી કરવું હોય તો તેનું મૂળ વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે જાણવું જરૂરી બને છે. આ મૂળ વિધાન P અંગે બે શક્યતાઓ પ્રાપ્ત થાય છે :

(1) P સત્ય હોય.

(2) P અસત્ય હોય.

ઉપરની બંને શક્યતાઓને આધારે નિષેધના સત્યતામૂલ્ય અંગેના નિયમો નીચે પ્રમાણે છે :

(1) જો મૂળ વિધાન સત્ય હોય, તો નિષેધ અસત્ય હોય છે.

(2) જો મૂળ વિધાન અસત્ય હોય, તો નિષેધ સત્ય હોય છે.

નિષેધના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપર્યુક્ત નિયમો પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો P સત્ય હોય તો ~P અસત્ય હોય છે.

(2) જો P અસત્ય હોય તો ~P સત્ય હોય છે.

જો આપણે સત્ય માટે T અને અસત્ય માટે F મૂકીએ તો '~ p' એ નિષેધનું સત્યતામૂલ્ય દર્શાવતું સત્યતાકોષ્ટક નીચે પ્રમાણે મળે છે:

	1	2
	p	~ p
1	T	F
2	F	T
		1, (~)

(2) સમુચ્ચય કે સામુચ્ચયિક વિધાન :

'અને' તાર્કિક કારકના ઉપયોગને લીધે સમુચ્ચયની રચના થાય છે. આથી સમુચ્ચયની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય :
"જે સંયુક્ત વિધાનમાં બે વિધાનો 'અને' શબ્દથી જોડાયેલા હોય, તે સંયુક્ત વિધાનને સમુચ્ચય કે સામુચ્ચયિક વિધાન કહેવાય છે."

દા.ત., (1) ટેલિવિઝન આંખને નુકસાન કરે છે અને મોબાઈલ કાનને નુકસાન કરે છે.

(2) કારેલાં કડવાં છે અને કારેલાં ગુણકારી છે.

સમુચ્ચયની અંદર સમાવેશ પામતાં બે વિધાનોને સમુચ્ચિતો કહેવાય છે. સામાન્ય રીતે સમુચ્ચિતો 'અને' શબ્દથી જોડાયેલા હોય છે. પરંતુ ઘણી વાર 'તથા' 'જોકે', 'જ્યારે', 'પણ' વગેરે શબ્દો તેમજ અલ્પવિરામ, અર્ધવિરામ જેવાં વિરામચિહ્નો પણ બે વિધાનોને સામુચ્ચયિક રીતે જોડતાં હોય છે. દા.ત.,

(1) ખાંડ મીઠી છે પણ સ્વાસ્થ્ય માટે નુકસાનકારક છે.

(2) સોક્રેટિસ ગુરુ છે જ્યારે પ્લેટો તેમના શિષ્ય છે.

(3) ગુરુનાનકે શીખ ધર્મની સ્થાપના કરી છે જોકે ગૌતમ બુદ્ધે બૌદ્ધ ધર્મની સ્થાપના કરી છે.

(4) પ્રહર સંગીતકાર છે તથા પ્રહર ગીતકાર છે.

(5) ગાંધીજી રાષ્ટ્રપિતા છે; ગાંધીજી મહાત્મા છે.

(6) સંતો જ્ઞાની હોય છે, અજ્ઞાનીઓ અહંકારી હોય છે.

ઉપરના સમુચ્ચયોમાં બે વિધાનોને જોડવા માટે કારક કે સંયોગી તરીકે વપરાયેલાં વિવિધ શબ્દો અને વિરામચિહ્નો વચ્ચે બીજી બાબતોમાં અર્થભેદ હોવા છતાં તેમનો સામુચ્ચયિક અર્થ સમાન છે. તેથી આ બધાં શબ્દો અને વિરામચિહ્નોને 'અને' ના પર્યાયો ગણી શકાય.

વિધાનની તાર્કિક રજૂઆતમાં ભાષાની કોઈ પણ જાતની સંદિગ્ધતા રહેવા ન પામે અને એકદમ ચોકસાઈપૂર્વક વિધાનના રૂપને ગ્રહણ કરવાનું શક્ય બને તે માટે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં સમુચ્ચયવાચક 'અને' તેમજ તેના પર્યાયરૂપ કોઈ પણ શબ્દ કે વિરામચિહ્ન માટે '&' એ પ્રતીકનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે અને તેનું વાચન કે ઉચ્ચારણ 'અને' એવું કરવામાં આવે છે. આમ, પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની ભાષામાં '&' (અને) એ સમુચ્ચયવાચક પ્રતીક છે.

સમુચ્ચયની અંદર આવતાં નિશ્ચિત વિધાનોનાં પ્રતીક તરીકે A, B, C, D, X, Y, Z વગેરે કેપિટલ અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આવા નિશ્ચિત વિધાનને સૂચવતા પ્રતીકને વિધાનપરક અચલ કહેવાય છે. દા.ત.,

ટેનિસ વિદેશી રમત છે અને કબડ્ડી ભારતીય રમત છે.

આ સમુચ્ચયના પહેલા સમુચ્ચિત (ટેનિસ વિદેશી રમત છે) માટે T પ્રતીક મૂકીએ અને બીજા સમુચ્ચિત (કબડ્ડી ભારતીય રમત છે) માટે K પ્રતીક મૂકીએ તો આ સમુચ્ચયની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ થઈ શકે :

T & K   અગાઉની પ્રાતીક રજૂઆતનું વાચન આ મુજબ થાય છે: T અને K

જુદા જુદા સમુચ્ચયોમાં વિષયની દૃષ્ટિએ ભિન્નતા હોઈ શકે પણ તેમનું રૂપ તો સમાન જ રહે છે. કોઈ પણ વિધાનના રૂપની પ્રાતીક રજૂઆત માટે p, q, r, s વગેરે નાના અક્ષરો (કૅપિટલ નહિ)નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. જેને વિધાનપરક પરિવર્તીઓ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. (વિધાનપરક પરિવર્તી એટલે જેને સ્થાને કોઈ પણ વિધાન મૂકી શકાય. અર્થાત્ વિધાનનું સ્થાન સૂચવતું પ્રતીક) આમ, કોઈ પણ સમુચ્ચયની અંદર આવતાં પહેલાં સમુચ્ચિત માટે p અને બીજા સમુચ્ચિત માટે q એ વિધાનપરક પરિવર્તી વાપરીને સમુચ્ચયના રૂપની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ કરી શકાય :

P & q

સમુચ્ચયના ઉપર્યુક્ત રૂપનું વાચન નીચે પ્રમાણે થાય છેઃ

p અને q

અગાઉ આપણે સ્પષ્ટ કર્યું કે, સમુચ્ચયવાચક પ્રતીક '&' એ દ્વિમુખીકારક છે. કારણ કે તે તેની ડાબી અને જમણી એમ બંને બાજુનાં વિધાનોને લાગુ પડે છે. તેવી જ રીતે '&' એ સત્યતાફલનલક્ષી તાર્કિક કારક છે. કોઈ પણ સત્યતાફલનલક્ષી કારકના ઉપયોગને લીધે રચાતું વિધાન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન હોય છે. આ અર્થમાં સમુચ્ચય એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે એટલે સમુચ્ચયનું સત્યતામૂલ્ય તેના ઘટકરૂપ સમુચ્ચિતોનાં સત્યતામૂલ્યો પર અવલંબે છે. આનો અર્થ એ થયો કે, 'p & q' એ સમુચ્ચયના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય લેવા માટે p ના સત્યતામૂલ્યનો તેમજ q ના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરવાનું જરૂરી બને છે. p અને q એ બંનેના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરતાં નીચેની ચાર શક્યતાઓ પ્રાપ્ત થાય છેઃ

(1) p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય

(2) p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય

(3) p અસત્ય હોય અને q સત્ય હોય

(4) p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય

આ ચાર શક્યતાઓને અનુલક્ષીને સમુચ્ચયના સત્યતામૂલ્ય અંગેના નિયમો નીચે પ્રમાણે તારવી શકાયઃ

(1) જો બંને સમુચ્ચિતો સત્ય હોય, તો અને તો જ સમુચ્ચય વિધાન સત્ય બને છે.

(2) બેમાંથી કોઈ પણ એક સમુચ્ચિત કે બંને સમુચ્ચિતો અસત્ય હોય તો સમુચ્ચય વિધાન અસત્ય હોય છે.

સમુચ્ચયના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપર્યુક્ત નિયમો પરથી એ સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય, તો p & q સત્ય હોય છે.

(2) જો p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય, તો p & q અસત્ય હોય છે.

(3) જો p અસત્ય હોય અને q સત્ય હોય, તો p & q અસત્ય હોય છે.

(4) જો p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય, તો p & q અસત્ય હોય છે.

જો આપણે સત્ય માટે T અને અસત્ય માટે F મૂકીએ તો આપણને p & q એ સમુચ્ચયનું સત્યતામૂલ્ય દર્શાવતો સત્યતા કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે મળે છેઃ

	1	2	3
	p	q	p & q
1	T	T	T
2	T	F	F
3	F	T	F
4	F	F	F
			1, 2 (&)

(3) વિકલ્પન કે વૈકલ્પિક વિધાન :

'અથવા' (કાં તો... અથવા...) એ તાર્કિકકારકના ઉપયોગને લીધે વિકલ્પનની રચના થાય છે. આથી વિકલ્પનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાયઃ **'જે સંયુક્ત વિધાનમાં બે વિધાનોને 'કાં તો... અથવા...' શબ્દોથી જોડવામાં આવ્યા હોય તે સંયુક્ત વિધાનને વિકલ્પન કે વૈકલ્પિક વિધાન કહેવાય છે.'** દા.ત.,

(1) કાં તો સદ્‌ગુણ સુખકારક છે અથવા દુર્ગુણ દુઃખકારક છે.

(2) કાં તો વિરલનો પ્રથમ નંબર આવશે અથવા વિરક્તિનો પ્રથમ નંબર આવશે.

વિકલ્પનની અંદર સમાવેશ પામતાં બે વિધાનોને વિકલ્પો કહે છે. 'કાં તો... અથવા...' એ વિકલ્પનનું માન્ય રૂપ છે, પણ રોજબરોજના વાણીવ્યવહારમાં વિકલ્પનો બીજી રીતે પણ રજૂ થતાં હોય છે. દા.ત.,

(1) આ નારંગી ખાટી કે મીઠી છે.

(2) ગરમીનું પ્રમાણ વધશે સિવાય કે વરસાદ આવશે.

(3) કાં તો વિદ્યાર્થીઓ પાસ થશે કાં તો વિદ્યાર્થીઓ નાપાસ થશે.

(4) શબ્દવૃષ્ટિ થશે અથવા પુષ્પવૃષ્ટિ થશે.

આમ, આપણે જાણીએ છીએ કે 'કાં તો... અથવા...' ને બદલે સામાન્ય વ્યવહારમાં તેના પર્યાયો પણ વપરાતા હોય છે.

વિકલ્પનનાં ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણો એમ જણાવતા હોય છે કે ઓછામાં ઓછો એક વિકલ્પ સત્ય છે, કદાચ બંને વિકલ્પો પણ સત્ય હોય.

વિકલ્પનનો, આ તાર્કિક અર્થ ''ઓછામાં ઓછો એક વિકલ્પ સત્ય છે.'' - ના વાચક પ્રતીક તરીકે V (કીલક - wedge) પ્રતીક વપરાય છે અને તેનો ઉચ્ચાર 'અથવા' થાય છે. આમ પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની ભાષામાં 'V' (અથવા) એ વિકલ્પનવાચક પ્રતીક છે. વિકલ્પનમાં સમાવેશ પામતા બંને વિકલ્પો માટે A, B, C, D વગેરે કોઈ પણ વિધાનપરક અચલનો ઉપયોગ કરી શકાય. દા.ત., કાં તો અમે સોમનાથ જઈશું અથવા અમે મહાબળેશ્વર જઈશું.

આ વિકલ્પનના પહેલા વિકલ્પ (અમે સોમનાથ જઈશું) માટે S પ્રતીક મૂકીએ અને બીજા વિકલ્પ (અમે મહાબળેશ્વર જઈશું) માટે M મૂકીએ તો તેની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ થઈ શકે :

S V M

ઉપર્યુક્ત પ્રાતીક રજૂઆતનું વાંચન નીચે મુજબ થઈ શકે :

કાં તો S અથવા M

જુદા જુદા વિકલ્પનોમાં વિષયની દૃષ્ટિએ ભિન્નતા હોઈ શકે પણ તેમનું રૂપ તો સમાન જ રહે છે. કોઈ પણ વિકલ્પનની અંદર આવતા પહેલા વિકલ્પ માટે p અને બીજા વિકલ્પ માટે q વિધાનપરક પરિવર્તી વાપરીને અગાઉ આપેલાં વિકલ્પનોના વિવિધ દૃષ્ટાંતોમાંના કોઈ પણના રૂપની પ્રાતીક રજૂઆત નીચેની રીતે થઈ શકે :

p v q

આ રીતે રજૂ થયેલા વિકલ્પનના રૂપનું વાચન નીચે પ્રમાણે થાય :

p અથવા q

વિકલ્પન વાચક પ્રતીક 'V' એ દ્વિમુખીકારક છે. કારણ કે તે તેની ડાબી તેમજ જમણી બંને બાજુનાં વિધાનોને લાગુ પડે છે. એ જ રીતે 'V' એ સત્યતાફલનલક્ષીકારક છે. અને તેના ઉપયોગથી રચાતું વિકલ્પન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. વિકલ્પનનું સત્યતામૂલ્ય તેના ઘટકરૂપ વિકલ્પોના સત્યતામૂલ્ય પર અવલંબે છે. આનો અર્થ એ કે p v q એ વિકલ્પનના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય લેવા માટે p ના સત્યતામૂલ્યનો તેમજ q ના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરવાનું જરૂરી બને છે. p અને q બંનેનાં સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરતાં નીચેની ચાર શક્યતાઓ પ્રાપ્ત થાય છેઃ

(1) p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય.

(2) p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય.

(3) p અસત્ય હોય અને q સત્ય હોય.

(4) p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય.

વિકલ્પનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો મૂળભૂત નિયમ નીચે મુજબ છેઃ

(1) જો બંને વિકલ્પો અસત્ય હોય તો અને તો જ વિકલ્પન અસત્ય હોય છે.

વિકલ્પનના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપર્યુક્ત મૂળભૂત નિયમમાંથી ફલિત થતો બીજો નિયમ નીચે પ્રમાણે છેઃ

(2) બેમાંથી કોઈ પણ એક કે બંને વિકલ્પો સત્ય હોય તો વિકલ્પન સત્ય હોય છે.

વિકલ્પનના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપર્યુક્ત નિયમો પરથી સ્પષ્ટ થશે કે,

(1) જો p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય તો p V q સત્ય હોય છે.

(2) જો p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p V q સત્ય હોય છે.

(3) જો p અસત્ય હોય અને q સત્ય હોય તો p V q સત્ય હોય છે.

(4) જો p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p V q અસત્ય હોય છે.

જો આપણે સત્ય માટે T અને અસત્ય માટે F મૂકીએ તો આપણને 'p V q' એ વિકલ્પનનું સત્યતામૂલ્ય દર્શાવતું સત્યતા-કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે મળે છેઃ

	1	2	3
	p	q	p V q
1	T	T	T
2	T	F	T
3	F	T	T
4	F	F	F
			1, 2 (V)

(4) શરતી વિધાનઃ

'જો...તો...' એ તાર્કિકકારકના ઉપયોગને લીધે શરતી વિધાનની રચના થાય છે. આથી શરતી વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય : **"જે સંયુક્ત વિધાનમાં બે વિધાનોને 'જો ... તો...' શબ્દોથી જોડવામાં આવ્યાં હોય તે સંયુક્ત વિધાનને શરતી વિધાન કહેવાય છે."** દા.ત.,

(1) જો અતિવૃષ્ટિ થશે તો નદીઓમાં પૂર આવશે.

(2) જો માણસ બુદ્ધિશાળી છે તો તેનો વિકાસ થાય છે.

શરતી વિધાનમાં આવતાં બે વિધાનો પૈકીનું જે વિધાન 'જો' અને 'તો' ની વચ્ચે આવે છે તે પૂર્વાંગ કહેવાય છે અને જે વિધાન 'તો' પછી આવે છે તે ઉત્તરાંગ કહેવાય છે. આમ, (1) પૂર્વાંગ અને (2) ઉત્તરાંગ એ બે શરતી વિધાનનાં અંગો છે. શરતી વિધાનને ગર્ભિતાર્થ કે ગર્ભિતાર્થક વિધાન તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

'જો... તો...' ના રૂપમાં રજૂ થયેલાં શરતી વિધાનો વિવિધ પ્રકારનાં હોઈ શકે. દા.ત.,

(1) જો સર્વ સ્વાતંત્ર્ય સેનાનીઓ રાષ્ટ્રપ્રેમી છે અને સુભાષચંદ્ર બોઝ સ્વાતંત્ર્યસેનાની છે, તો સુભાષચંદ્ર બોઝ રાષ્ટ્રપ્રેમી છે. (તાર્કિક ગર્ભિતાર્થ)

(2) જો કાનજી કુંવારો છે તો કાનજી અપરિણીત છે. (લક્ષણગત ગર્ભિતાર્થ)

(3) જો લોખંડને ભેજવાળા વાતાવરણમાં રાખવામાં આવે તો લોખંડને કાટ લાગે છે. (કારણગત ગર્ભિતાર્થ)

(4) જો મને નોકરી મળશે તો હું મીઠાઈ વહેંચીશ. (નિર્ણયગત ગર્ભિતાર્થ)

(5) જો ગિરનારનું સમુદ્રમાં રૂપાંતર થાય તો સૂર્ય પશ્ચિમમાં ઊગે. (વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ)

આમ, પાંચેય શરતી વિધાનો પરસ્પરથી જુદા પ્રકારનાં છે. નીચે આપેલા તેમના અર્થો જોવાથી આ બાબતની સ્પષ્ટતા થશે:

(1) પહેલું વિધાન એમ જણાવે છે કે, ''પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી.'' કારણ કે પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગ વચ્ચે ગર્ભિતાર્થ સંબંધ છે. આ પ્રકારના શરતી વિધાનને **તાર્કિક ગર્ભિતાર્થ** કહેવાય છે.

(2) બીજું વિધાન એમ જણાવે છે કે, ''પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી.'' કારણ કે 'કુંવારો' શબ્દના અર્થને લીધે પૂર્વાંગમાંથી ઉત્તરાંગ ફલિત થાય છે. આ પ્રકારના શરતી વિધાનને **લક્ષણગત ગર્ભિતાર્થ** કહેવાય છે.

(3) ત્રીજું વિધાન એમ જણાવે છે કે, ''પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી.'' કારણ કે કાર્યકારણ સંબંધની દૃષ્ટિએ પૂર્વાંગમાંથી ઉત્તરાંગ ફલિત થાય છે. આ પ્રકારના શરતી વિધાનને **કારણગત ગર્ભિતાર્થ** કહેવાય છે.

(4) ચોથું વિધાન એમ જણાવે છે કે, ''પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી'' કારણ કે વક્તાના નિર્ણયની દૃષ્ટિએ પૂર્વાંગમાંથી ઉત્તરાંગ ફલિત થાય છે. આ પ્રકારના શરતી વિધાનને **નિર્ણયગત ગર્ભિતાર્થ** કહેવાય છે.

(5) પાંચમું વિધાન એમ જણાવે છે કે, ''પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી.'' આ પ્રકારના શરતી વિધાનને વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ કહેવાય છે.

વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થના સ્વરૂપ અંગે એ મુદ્દો ખાસ નોંધપાત્ર છે કે વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થમાં પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગ વચ્ચે તાર્કિક, લક્ષણગત, કારણગત કે નિર્ણયગત એ કોઈ પણ પ્રકારના સંબંધનો નિર્દેશ થતો હોતો નથી. આમ, પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગ વચ્ચે કોઈ પણ પ્રકારનો સંબંધ દર્શાવ્યા વગર વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ માત્ર એટલું જ જણાવે છે કે, પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એમ બને નહિ.

(1) જો ગિરનારનું સમુદ્રમાં રૂપાંતર થાય તો સૂર્ય પશ્ચિમમાં ઊગે.

(2) જો રામરાજ્ય થાય, તો સોનાનો સૂરજ ઊગશે.

વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થોમાં ઉત્તરાંગ સ્પષ્ટ રીતે અસત્ય છે. પૂર્વાંગ અસત્ય છે એમ ભારપૂર્વક જણાવવા માટે જ આ પ્રકારના વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થો રોજબરોજના વાણીવ્યવહારમાં રજૂ થતા હોય છે. જોકે આનો અર્થ એ નહિં કે વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થનું ઉત્તરાંગ હંમેશાં અસત્ય જ હોય છે. તાર્કિક દૃષ્ટિએ વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થનું તાત્પર્ય એટલું જ હોય છે કે 'પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી. આવા તાત્પર્યવાળું કોઈપણ વિધાન **વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ** કહેવાય છે.

શરતી વિધાનના ઉપર દર્શાવેલા પાંચ પ્રકારોની તુલના કરતાં એ સ્પષ્ટ થશે કે 'જો... તો...'ના રૂપમાં રજૂ થયેલાં બધાં વિધાનોમાં વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થનો ઉપર સ્પષ્ટ કરેલો અર્થ સમાનપણે રહેલો હોય છે. આ હકીકતને અનુલક્ષીને 'જો...તો...' ના અર્થમાં ચોકસાઈ લાવવા ખાતર અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રીઓ 'જો...તો....'ના રૂપમાં રજૂ થતા વિવિધ પ્રકારનાં શરતી વિધાનો વચ્ચેના ભેદને ગૌણ ગણીને તમામ શરતી વિધાનોને વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થરૂપ ગણે છે અને વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ કે શરતી વિધાનનો તાર્કિક અર્થ 'પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય એવી પરિસ્થિતિ નથી.' ના વાચક તરીકે $\rightarrow$ પ્રતીક વાપરે છે અને તેનો ઉચ્ચાર 'જો...તો...' કે '...માં ગર્ભિત' એવો કરે છે. આમ પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની ભાષામાં '$\rightarrow$' એ વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થનું વાચક પ્રતીક છે. પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગના સ્થાને આવતાં વિધાનો માટે A, B, C, D વગેરે કોઈ પણ વિધાનપરક અચલનો ઉપયોગ કરી શકાય. દા.ત., જો દૃઢ મનોબળ હોય તો કાર્ય અવશ્ય સિદ્ધ થાય છે. આ શરતી વિધાનના પૂર્વાંગ (દૃઢ મનોબળ હોય) માટે D પ્રતીક મૂકીએ અને ઉત્તરાંગ (કાર્ય અવશ્ય સિદ્ધ થાય છે.) માટે K પ્રતીક મૂકીએ તો તેની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ થઈ શકે :

$D \rightarrow K$

ઉપરની પ્રાતીક રજૂઆતનું વાંચન આ પ્રમાણે થઈ શકે:

જો D તો K

અથવા

Dમાં ગર્ભિત K

જુદાં જુદાં શરતી વિધાનોમાં વિષયની દૃષ્ટિએ ભિન્નતા હોઈ શકે પણ તેમનું રૂપ તો સમાન જ રહે છે. પૂર્વાંગ માટે p અને ઉતરાંગ માટે q એ વિધાનપરક પરિવર્તી વાપરીને શરતી વિધાનોનાં વિવિધ દૃષ્ટાંતોમાંના કોઈ પણના રૂપની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે પ્રમાણે થઈ શકે :

$p \rightarrow q$

આ રીતે રજૂ થયેલા શરતી વિધાનના રૂપનું વાંચન નીચે પ્રમાણે થાય :

જો p તો q

અથવા

p માં ગર્ભિત q

'જો... તો...' એ શરતી વિધાનની રજૂઆતનું માન્ય રૂપ છે. જોકે સામાન્ય વાણીવ્યવહારમાં શરતી વિધાનોની બીજી રીતે પણ રજૂઆત થતી હોય છે. દા.ત.,

(1) ખૂબ ખાવાને લીધે માણસ માંદા પડે છે.

(2) જ્યારે વરસાદ આવે છે ત્યારે નદીમાં પૂર આવે છે.

(3) તમે સારી રીતે ભણશો એ શરતે હું ભણાવવા તૈયાર છું.

(4) ભયના વાતાવરણમાં રહેવાથી બાળકનો વિકાસ રુંધાય છે.

ઉપરનાં બધાં જ વિધાનો અર્થની દૃષ્ટિએ શરતી વિધાનો છે. તેથી તેમાંના કોઈ પણ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત આ પ્રમાણે જ થાય.

$p \rightarrow q$

શરતી વિધાનનું પ્રતીક '→' એ દ્વિમુખીકારક છે. કારણ કે તેની ડાબી અને જમણી બંને બાજુનાં વિધાનોને લાગુ પડે છે. એ જ રીતે '→' એ સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે અને તેના ઉપયોગથી રચાતું શરતી વિધાન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એટલે શરતી વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય તેના ઘટકરૂપ પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગનાં સત્યતામૂલ્યો પર અવલંબે છે. આનો અર્થ એ કે $p \rightarrow q$ એ શરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય લેવા માટે p ના સત્યતામૂલ્યનો તેમજ q ના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરવાનું જરૂરી બને છે. p અને q બંનેના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરતાં સમુચ્ચય અને વિકલ્પનની જેમ અહીં પણ ચાર શક્યતાઓ પ્રાપ્ત થાય છે.

શરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો મૂળભૂત નિયમ નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે છે :

(1) જો પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય તો અને તો જ શરતી વિધાન અસત્ય હોય છે.

શરતી વિધાનના ઉપર રજૂ થયેલા મૂળભૂત નિયમમાંથી ફલિત થતા બીજા નિયમો નીચે પ્રમાણે છેઃ

(2) જો પૂર્વાંગ અસત્ય હોય, તો શરતી વિધાન સત્ય હોય છે.

(3) જો ઉતરાંગ સત્ય હોય, તો શરતી વિધાન સત્ય હોય છે.

શરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપરના નિયમો પરથી સ્પષ્ટ થશે કે,

(1) જો p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય તો $p \rightarrow q$ સત્ય હોય છે.

(2) જો P સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો $p \rightarrow q$ અસત્ય હોય છે.

(3) જો P અસત્ય અને q સત્ય હોય તો $p \rightarrow q$ સત્ય હોય છે.

(4) જો P અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય, તો $p \rightarrow q$ સત્ય હોય છે.

જો સત્ય માટે T અને અસત્ય માટે F મૂકીએ તો એ શરતી વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય દર્શાવતું નીચેનું સત્યતાકોષ્ટક મળેઃ

	1	2	3
	p	q	$p \rightarrow q$
1	T	T	T
2	T	F	F
3	F	T	T
4	F	F	T
			1,2 ($\rightarrow$)

(5) દ્વિશરતી વિધાન :

'જો... તો અને તો જ...' એ તાર્કિકકારકના ઉપયોગને લીધે દ્વિશરતી વિધાનની રચના થાય છે. આથી દ્વિશરતી વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાયઃ **"જે સંયુક્ત વિધાનમાં બે વિધાનો" 'જો... તો અને તો જ...' શબ્દોથી જોડાયેલાં હોય તે સંયુક્ત વિધાનને દ્વિશરતી વિધાન કહેવાય છે."** દા.ત.,

(1) જો પાણીને 100^{o} સે જેટલા ઉષ્ણતામાને ગરમ કરવામાં આવે તો અને તો જ તે ઊકળે છે.

(2) જો ભૂરા લિટમસ પેપરને ઍસીડમાં બોળવામાં આવે તો અને તો જ તે લાલ બને છે.

દ્વિશરતી વિધાન એટલા માટે દ્વિશરતી કહેવાય છે કે તેની અંદર આવતાં બંને વિધાનો પરસ્પરની શરતરૂપ હોય છે એટલે કે તેઓ પરસ્પરમાં વસ્તુગત રીતે ગર્ભિત હોય છે અને તેથી પરસ્પરના પૂર્વાંગરૂપ હોય છે. ટૂંકમાં, દ્વિશરતી વિધાનમાં ($p \rightarrow q$) અને ($q \rightarrow p$) એમ કહેવામાં આવ્યું છે. બંનેમાંથી ગમે તે એકને પૂર્વાંગ તરીકે અને બીજાને ઉત્તરાંગ તરીકે લઈ શકાય.

આ બાબતને અનુલક્ષીને એમ કહી શકાય કે, દ્વિશરતી વિધાનના ઘટકરૂપ બંને વિધાનો કાં તો સત્ય હોય અથવા બંને વિધાનો અસત્ય હોય. પરંતુ બેમાંથી એક સત્ય અને બીજું અસત્ય એમ કદી બની શકે નહિ. કારણ કે સત્યતામૂલ્યની બાબતમાં બંને વિધાનો પરસ્પરને સમમૂલ્ય હોય છે.

દ્વિશરતી વિધાનના ઉપર રજૂ થયેલા અર્થના વાચક પ્રતીક તરીકે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં '$\leftrightarrow$' એ પ્રતીકનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે અને તેનો ઉચ્ચાર 'જો...તો અને તો જ...' કે '...ને વસ્તુગત રીતે સમમૂલ્ય...' એવો કરવામાં આવે છે. આમ, પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની ભાષામાં '$\leftrightarrow$' ('જો... તો અને તો જ...' કે '...ને વસ્તુગત રીતે સમમૂલ્ય...') એ દ્વિશરતી વિધાનનું વાચક પ્રતીક છે. દ્વિશરતી વિધાનમાં સમાવેશ પામતા તેનાં ઘટકરૂપ વિધાનો માટે A, B, C, D વગેરે કોઈ પણ વિધાનપરક અચલનો ઉપયોગ કરી શકાય. દા.ત.,

જો પદાર્થને ગરમી આપવામાં આવે તો અને તો જ પદાર્થ ફૂલે છે.

આ દ્વિશરતી વિધાનના પહેલા ઘટકરૂપ વિધાન (પદાર્થને ગરમી આપવામાં આવે) માટે G પ્રતીક મૂકીએ અને બીજા ઘટકરૂપ વિધાન (પદાર્થ ફૂલે છે.) માટે F પ્રતીક મૂકીએ તો તેની પ્રાતીક રજૂઆત નીચે મુજબ થઈ શકે :

$G \leftrightarrow F$

ઉપરની પ્રાતીક રજૂઆતનું વાચન નીચે મુજબ થાય :

જો G તો અને તો જ F

અથવા

Gને વસ્તુગત રીતે સમમૂલ્ય F

જુદાં જુદાં દ્વિશરતી વિધાનોમાં વિષયની દૃષ્ટિએ ભિન્નતા હોઈ શકે પણ તેમનું રૂપ તો સમાન જ રહે છે. કોઈ પણ દ્વિશરતી વિધાનના પહેલા ઘટકરૂપ વિધાન માટે p અને બીજા ઘટકરૂપ વિધાન માટે q એ વિધાનપરક પરિવર્તીઓ વાપરીને દ્વિશરતી વિધાનના રૂપની પ્રાતીક રજૂઆત નીચેની રીતે થઈ શકે :

$p \leftrightarrow q$

દ્વિશરતી વિધાન માટેના ઉપર રજૂ થયેલા રૂપનું વાચન નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે થાય છેઃ

જો p તો અને તો જ q

અથવા

p ને વસ્તુગત રીતે સમમૂલ્ય q

દ્વિશરતી વિધાનનું પ્રતીક '$\leftrightarrow$' એ દ્વિમુખી કારક છે, કારણ કે તે તેની ડાબી અને જમણી બંને બાજુનાં વિધાનોને લાગુ પડે છે. એ જ રીતે, '$\leftrightarrow$' એ સત્યતાફલનલક્ષીકારક છે અને તેના ઉપયોગથી રચાતું દ્વિશરતી વિધાન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એટલે દ્વિશરતી વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય તેનાં ઘટકરૂપ વિધાનોનાં સત્યતામૂલ્યો પર અવલંબે છે. આનો અર્થ એ કે $p \leftrightarrow q$ એ દ્વિશરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્યનો નિર્ણય લેવા માટે p ના સત્યતામૂલ્યનો અને q ના સત્યતામૂલ્યનો એક સાથે વિચાર કરવાનું જરૂરી બને છે. p અને q એ બંનેનાં સત્યતામૂલ્યોનો એક સાથે વિચાર કરતાં સમુચ્ચય વિકલ્પન અને શરતી વિધાનની જેમ અહીં પણ ચાર શક્યતાઓ પ્રાપ્ત થાય છે. આ ચાર શક્યતાઓને અનુલક્ષીને દ્વિશરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો મૂળભૂત નિયમ નીચે પ્રમાણે છેઃ

(1) દ્વિશરતી વિધાનના ઘટકરૂપ બંને વિધાનો સત્ય હોય કે બંને વિધાનો અસત્ય હોય તો અને તો જ દ્વિશરતી વિધાન સત્ય હોય છે.

દ્વિશરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેના ઉપર રજૂ થયેલા મૂળભૂત નિયમમાંથી ફલિત થતો બીજો નિયમ નીચે પ્રમાણે છેઃ

(2) જો દ્વિશરતી વિધાનના ઘટકરૂપ બે વિધાનોમાંનું (i) પહેલું વિધાન સત્ય અને બીજું વિધાન અસત્ય હોય (ii) પહેલું વિધાન અસત્ય અને બીજું વિધાન સત્ય હોય તો દ્વિશરતી વિધાન અસત્ય હોય છે.

દ્વિશરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્યના ઉપરના નિયમો પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો p સત્ય હોય અને q સત્ય હોય તો, $p \leftrightarrow q$ સત્ય હોય છે.

(2) જો p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો, $p \leftrightarrow q$ અસત્ય હોય છે.

(3) જો p અસત્ય હોય અને q સત્ય હોય તો $p \leftrightarrow q$ અસત્ય હોય છે.

(4) જો p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો $p \leftrightarrow q$ સત્ય હોય છે.

જો આપણે સત્ય માટે T અને અસત્ય માટે F મૂકીએ તો આપણને $p \leftrightarrow q$ એ દ્વિશરતી વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય દર્શાવતું નીચેનું સત્યતાકોષ્ટક મળે છેઃ

	1	2	3
	p	q	$p \leftrightarrow q$
1	T	T	T
2	T	F	F
3	F	T	F
4	F	F	T
			1.2 ($\leftrightarrow$)

સંયુક્ત વિધાનોના પાંચેય પ્રકારોની સંક્ષિપ્ત રજૂઆત નીચેના કોષ્ટક દ્વારા સરળતાથી સમજી શકાય છેઃ

ક્રમ	કારક અને તેનું વાંચન	સંયુક્ત વિધાન	સંયુક્ત વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત	પ્રાતીક રૂપની રજૂઆત	સંયુક્ત વિધાનનો પ્રકાર
(1)	'~' નથી	તમે આવશો નહિ.	~ (તમે આવશો.)	~ p	નિષેધ કે નિષેધવાચક વિધાન
(2)	'&' 'અને'	આકાશ વિશાળ છે અને દરિયો ઊંડો છે.	(આકાશ વિશાળ છે.) & (દરિયો ઊંડો છે.)	p & q	સમુચ્ચય કે સામુચ્ચયિક વિધાન
(3)	'V' 'કાં તો... અથવા...'	તે શિક્ષિત છે અથવા તે અશિક્ષિત છે.	(તે શિક્ષિત છે.) V (તે અશિક્ષિત છે.)	p V q	વિકલ્પન કે વૈકલ્પિક વિધાન
(4)	'→' 'જો... તો...'	જો હવા આવે તો ગરમી દૂર થાય.	(હવા આવે) → (ગરમી દૂર થાય.)	p → q	શરતી વિધાન
(5)	'↔' 'જો... તો અને તો જ...'	જો આ પદાર્થ લોહચુંબક છે તો અને તો જ તે લોખંડને આકર્ષે છે.	(આ પદાર્થ લોહચુંબક છે.) ↔ (તે લોખંડને આકર્ષે છે.)	p ↔ q	દ્વિશરતી વિધાન

મનોયત્ન 4.3

1. નીચે આપેલાં સંયુક્ત વિધાનોના પ્રકાર ઓળખાવો અને તેની અંદર આવતાં સાદાં વિધાનો માટે A, B, C, D, P, Q, R વગેરે પ્રતીકો વાપરીને તેમનાં પ્રત્યેકની પ્રાતીક રજૂઆત કરો :

(1) સત્યનો પરાજય થાય છે એ વાત સાચી નથી.

(2) કાં તો વિનયન પ્રવાહ પસંદ કરો અથવા વિજ્ઞાનપ્રવાહ પસંદ કરો.

(3) લતા લેપટોપ રાખે છે અને મોહન મોબાઇલ રાખે છે.

(4) જો કાચ પારદર્શક છે તો અને તો જ તેની આરપાર જોઈ શકાય છે.

(5) જો તમે સારું ભણશો તો તમને સારી નોકરી મળશે.

(6) શાસ્ત્રોનું અધ્યયન કરો અને જ્ઞાન મેળવો.

(7) જો રાત્રે ઉજાગરા કરવામાં આવે તો સ્વાસ્થ્ય બગડે છે.

(8) જો શિક્ષક વિદ્વાન છે તો અને તો જ તે વિદ્યાર્થીઓને સારું ભણાવી શકે છે.

(9) હિમાલય પર્વત છે અને ગંગા પવિત્ર નદી છે.

(10) તમે ભણવામાં આળસ કરશો નહિ.

2. નીચે આપેલા સત્યતાકોષ્ટકોને યોગ્ય રીતે પૂર્ણ કરો :

(1)

	P	~ P
1	T	
2		T

(2)

	p	q	p & q
1	T	T	
2	T		F
3		T	F
4	F		F

(3)

	p	q	p V q
1		T	T
2		F	T
3	F		T
4	F	F	

(4)

	p	q	p → q
1	T		T
2	T	F	
3		T	T
4	F		T

(5)

	p	q	p ↔ q
1	T	T	
2		F	F
3	F		F
4	F	F	

3. વ્યાખ્યા આપો :

(1) નિષેધક વિધાન

(2) સામુચ્ચયિક વિધાન

(3) વૈકલ્પિક વિધાન

(4) શરતી વિધાન

(5) દ્વિશરતી વિધાન

(6) તાર્કિક ગર્ભિતાર્થ

(7) લક્ષણગત ગર્ભિતાર્થ

(8) કારણગત ગર્ભિતાર્થ

(9) નિર્ણયગત ગર્ભિતાર્થ

(10) વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ

સ્વાધ્યાય 4

1. નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને જવાબ લખો :

1. 'તાજમહેલ સુંદર છે' એ વિધાન કયા પ્રકારનું છે ?

(અ) સંયુક્ત વિધાન (બ) નિષેધક વિધાન (ક) સાદું વિધાન (ડ) શરતી વિધાન

2. 'જો... તો અને તો જ...' સત્યતાફલનલક્ષીકારક કયા પ્રકારના સંયુક્ત વિધાન માટે વપરાય છે ?

(અ) શરતી વિધાન (બ) દ્વિશરતી વિધાન (ક) નિષેધ વિધાન (ડ) સામુચ્ચયિક વિધાન

3. સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનના કેટલા પ્રકારો છે ?

(અ) પાંચ (બ) ચાર (ક) ત્રણ (ડ) બે

4. 'કીડીને કણ અને હાથીને મણ' કેવા પ્રકારનું સંયુક્ત વિધાન છે ?

(અ) શરતી વિધાન (બ) વૈકલ્પિક વિધાન (ક) દ્વિશરતી વિધાન (ડ) સામુચ્ચયિક વિધાન

5. 'આજે રજા નથી' આ સંયુક્ત વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત કઈ રીતે થઈ શકે છે ?

(અ) $p \sim$ (બ) p (ક) $\sim p$ (ડ) $\sim \sim p$

6. 'કાં તો... અથવા...' માટે કયા તાર્કિકકારકનો ઉપયોગ થાય છે ?

(અ) 'V' (બ) '&' (ક) '$\rightarrow$' (ડ) '$\leftrightarrow$'

7. શરતી વિધાનમાં આવતાં બે વિધાનો પૈકી 'તો' પછી આવતા વિધાનને શું કહે છે ?

(અ) સમુચ્ચય (બ) ઉત્તરાંગ (ક) પૂર્વાંગ (ડ) નિષેધ

8. પૂર્વાંગ અને ઉતરાંગ વચ્ચે ગર્ભિતાર્થ સંબંધ હોય તેવા શરતી વિધાનને શું કહે છે ?

(અ) લક્ષણગત ગર્ભિતાર્થ (બ) કારણગત ગર્ભિતાર્થ (ક) નિર્ણયગત ગર્ભિતાર્થ (ડ) તાર્કિક ગર્ભિતાર્થ

9. 'જો પંખો ચાલે તો હવા આવે' આ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત કેવી રીતે થાય છે ?

(અ) $P \& Q$ (બ) $P \vee Q$ (ક) $P \rightarrow Q$ (ડ) $P \leftrightarrow Q$

10. ''... ને વસ્તુગત રીતે સમમૂલ્ય...' એ વિધાનનું વાચક પ્રતીક શું છે ?

(અ) '$\rightarrow$' (બ) '$\leftrightarrow$' (ક) '&' (ડ) '~'

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ સવિસ્તર લખો.

(1) પ્રતીકોનું મહત્ત્વ ઉદાહરણ સહિત સમજાવો.

(2) સાદાં અને સંયુક્ત વિધાનની સમજૂતી આપી બંને વિધાનો વચ્ચે રહેલો ભેદ સમજાવો.

(3) વિધાનપરક અચલ અને વિધાનપરક પરિવર્તીની સમજૂતી આપી બંને વચ્ચેનો ભેદ સમજાવો.

(4) નિષેધવાચક વિધાન એટલે શું તેનું ઉદાહરણ, પ્રાતીક રજૂઆત, રૂપ, સત્યતામૂલ્યના નિયમો સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સમજાવો.

(5) સમુચ્ચય એટલે શું તેનું ઉદાહરણ, પ્રાતીક રજૂઆત, રૂપ અને સત્યતામૂલ્યના નિયમો સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સમજાવો.

(6) વિકલ્પન એટલે શું તેનું ઉદાહરણ, પ્રાતીક રજૂઆત, રૂપ અને સત્યતામૂલ્યતા નિયમો સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સમજાવો.

(7) શરતી વિધાન એટલે શું તેનું ઉદાહરણ, પ્રાતીક રજૂઆત, રૂપ અને સત્યતામૂલ્યના નિયમો સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સમજાવો.

(8) શરતી વિધાનના વિવિધ પ્રકારોની સમજૂતી આપી વસ્તુગત ગર્ભિતાર્થ ઉદાહરણ સાથે સમજાવો.

(9) દ્વિશરતી વિધાન એટલે શું ? તેનું ઉદાહરણ, પ્રાતીક રજૂઆત, રૂપ અને સત્યતામૂલ્યના નિયમો સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સમજાવો.

•