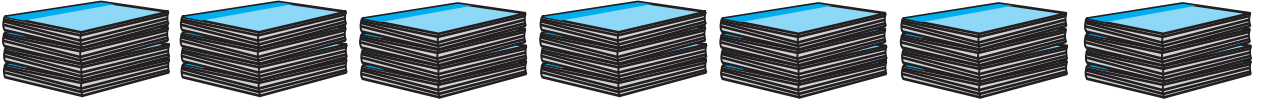




آئیے ذرا یاد کریں



7 لڑکوں میں ہر ایک کو 4 بیاضیں تقسیم کی گئی۔

بیاضیں $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$ کل بیاضیں

یہاں جمع کا عمل کئی مرتبہ کیا گیا ہے۔

• ایک ہی عدد کی کئی مرتبہ کی گئی جمع کو ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

بیاضیں $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 7 = 28$ کل بیاضیں

آئیے سمجھ لیں



قاعدہ (اساس) اور قوت نما (Base and Index)

اب ہم عدد '2' کو کئی مرتبہ لے کر کی جانے والے ضرب کی صورت کو مختصراً کس طرح کرتے ہیں۔ دیکھیں گے۔

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

یہاں 2 کو 8 مرتبہ لے کر ضرب کیا گیا ہے۔ اس ترتیب کو مختصراً 2^8 لکھتے ہیں۔یہاں 2^8 یہ ضرب کی قوت نما صورت ہے۔ اس میں 2 قاعدہ (اساس) اور 8 قوت ہے۔

قوت $\leftarrow 8$
قاعدہ $\leftarrow 2$

مثال : $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ ، یہاں 5^4 یہ قوت نما والا عدد ہے۔ 5^4 اس قوت نما صورت والے عدد میں عدد 5 'قاعدہ' اور عدد 4 قوت نما ہے۔

اس کو '5 کی قوت 4' یا '5 کی چوتھی قوت' پڑھتے ہیں۔

عام طور پر 'a' کوئی ایک عدد ہو تو $a^m = (m \text{ مرتبہ}) a \times a \times a \times \dots$ a^m کو 'a کی قوت m' یا 'a کی m ویں قوت' پڑھتے ہیں۔ یہاں m ایک طبعی عدد ہے۔

$$\therefore 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

یعنی 5^4 اس قوت نما والے عدد کی قیمت 625 ہے۔

$$\left[\frac{-2}{3} \right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$$

اسی طرح

یعنی $\left[\frac{-2}{3} \right]^3$ کی قیمت $\frac{-8}{27}$ ہے۔اسے یاد رکھیے کہ $10^1 = 10$ ، $7^1 = 7$ ہوتا ہے۔ کسی بھی عدد کی پہلی قوت یعنی وہی عدد ہوتا ہے۔عدد کی قوت 1 ہو تو قوت کو لکھا نہیں جاتا۔ جیسے $5^1 = 5$ ، $a^1 = a$

1. ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	قوت نما والا عدد	قاعدہ	قوت	ضرب صورت	قیمت
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		-8	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. قیمت معلوم کیجیے۔

- (i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$
(v) 9^3 (vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

مربع اور مکعب (Square and Cube)

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

5^3 کو 5 کی تیسری قوت یا 5 کا مکعب پڑھتے ہیں۔

$$3^2 = 3 \times 3$$

3^2 کو 3 کی دوسری قوت یا 3 کا مربع پڑھتے ہیں۔

یاد رکھیں :

- کسی بھی عدد کی دوسری قوت کو اس عدد کا مربع کہتے ہیں۔
- کسی بھی عدد کی تیسری قوت کو اس عدد کا مکعب کہتے ہیں۔

آئیے سمجھ لیں :

قاعدہ یکساں ہو تو قوت نما والے اعداد کا ضرب

$$\begin{aligned} &(-3)^2 \times (-3)^3 \\ &= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \\ &= (-3)^5 \end{aligned}$$

$$(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5 \text{ اس بناء پر،}$$

مثال :

$$2^4 \times 2^3$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^7$$

$$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 \text{ اس بناء پر،}$$

مثال :

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$$

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5 \text{ اس بناء پر،}$$



اگر a ناطق عدد ہے اور m اور n مثبت صحیح اعداد ہوں تو $a^m \times a^n = a^{m+n}$

مشقی سوالات 27

مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $7^4 \times 7^2$

(ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$

(iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

(v) $a^{16} \times a^7$

(vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^3 \times \left(\frac{p}{5}\right)^7$

آئیے سمجھ لیں



یکساں قاعدہ والے قوت نما والے اعداد کی تقسیم

مثال : $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\begin{aligned} \frac{(-2)^5}{(-2)^3} &= \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)} \\ &= (-2) \times (-2) \\ &= (-2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$

مثال : $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\begin{aligned} \frac{6^4}{6^2} &= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6} \\ &= 6 \times 6 \\ &= 6^2 \end{aligned}$$

$6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$

یہ میری سمجھ میں آگیا



اگر a غیر صفر کوئی ناطق عدد ہے، m اور n مثبت صحیح اعداد ہیں اور $m > n$ ہو تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

کا مطلب $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ، $\therefore a^{-1} = \frac{1}{a}$

اسی طرح $a \times a^{-1} = 1$ یعنی $a \times \frac{1}{a} = 1$

$\therefore a^{-1}$ یہ a کا ضربی معکوس ہے۔

اسی طرح، $\frac{5}{3}$ کا ضربی معکوس $\frac{3}{5}$ ہے۔

$\therefore \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}$

کا مطلب a^{-m}

$a^{-m} = a^{-m} \times 1$

$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$

$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$

$= \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^m}$

$\therefore$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

کا مطلب a^0

$a \neq 0$ ہو تب

$\frac{a^m}{a^m} = 1$

اسی طرح

$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$

$\therefore a^0 = 1$

مثال : $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ اس قوت نما والے عدد دیکھیں گے۔

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^3$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

• اس بناء پر، اگر $a \neq 0$ ، $b \neq 0$ اور m ایک مثبت صحیح عدد ہو تو $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(3)^4 \div (3)^6$

$$\begin{aligned} &= \frac{(3)^4}{(3)^6} \\ &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^2} \\ \therefore 3^4 \div 3^6 &= 3^{4-6} = 3^{-2} \end{aligned}$$

مثال :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5 \\ &= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}}{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^3} \\ \therefore \left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5 &= \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \end{aligned}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a ناطق عدد ہو اور $a \neq 0$ اور m اور n مثبت اعداد ہوں تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

آئیے سمجھ لیں :

قاعدہ (-1) ہو اور قوت مکمل عدد ہو تو دیکھیں کیا ہوتا ہے۔

$$(-1)^6 = \underline{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)} = 1 \times 1 \times (-1) = -1$$

اگر m جفت عدد ہو تو $(-1)^m = 1$ اور m طاق عدد ہو تو $(-1)^m = -1$

مشقی سوالات 28

1. مختصر کیجیے۔

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) $4^7 \div 4^5$

دو اعداد کے ضرب اور تقسیم کی قوت

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$$\begin{aligned} &= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3} \end{aligned}$$

مثال : $(2 \times 3)^4$

$$\begin{aligned} &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4 \end{aligned}$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a اور b غیر صفر ناطق اعداد ہوں اور m صحیح عدد ہو تو

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (2) \quad (a \times b)^m = a^m \times b^m \quad (1)$$

$(a^m)^n$ یعنی قوت نما والے عدد کی قوت

مثال : $(7^{-2})^{-5}$

$$\begin{aligned} (7^{-2})^{-5} &= \frac{1}{(7^{-2})^5} \quad \dots \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} \\ &= \frac{1}{7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)}} \\ &= \frac{1}{7^{(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)}} \\ &= \frac{1}{7^{(-2) \times 5}} = \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10} \end{aligned}$$

مثال : $(5^2)^3$

$$\begin{aligned} (5^2)^3 &= 5^2 \times 5^2 \times 5^2 \\ &= 5^{2+2+2} \\ &= 5^{2 \times 3} \\ &= 5^6 \end{aligned}$$

مثال : $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$$\begin{aligned} &\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3 \\ &= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6} \end{aligned}$$

$$(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \dots (n \text{ مرتبہ}) = a^{m+m+m+\dots+n} = a^{m \times n}$$

اوپر دی ہوئی مثال سے ہمیں یہ اصول ملتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

● اگر a غیر صفر ناطق عدد ہے۔ m اور n صحیح اعداد ہوں تو، $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

قوت نما کے اصول

یاد رکھیں : اگر a اور b غیر صفر ناطق عدد ہے اور m, n صحیح اعداد ہوں تو

● $a^m \times a^n = a^{m+n}$
● $a^m \div a^n = a^{m-n}$
● $a^1 = a$
● $a^0 = 1$

$\bullet \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \bullet \quad (ab)^m = a^m \times b^m \quad \bullet \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \bullet \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad \bullet \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

مشقی سوالات 29

1. مختصر کیجیے۔

$$\begin{array}{llllll} \text{(i)} & \left[\left(\frac{15}{12} \right)^3 \right]^4 & \text{(ii)} & \left(3^4 \right)^{-2} & \text{(iii)} & \left[\left(\frac{1}{7} \right)^{-3} \right]^4 \\ & & & & \text{(iv)} & \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} \right]^{-3} \\ & & & & \text{(v)} & \left(6^5 \right)^4 \\ \text{(vi)} & \left[\left(\frac{6}{7} \right)^5 \right]^2 & \text{(vii)} & \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{-4} \right]^5 & \text{(viii)} & \left[\left(\frac{5}{8} \right)^3 \right]^{-2} \\ & & & & \text{(ix)} & \left[\left(\frac{3}{4} \right)^6 \right]^1 \\ & & & & \text{(x)} & \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{-3} \right]^2 \end{array}$$

2. درج ذیل اعداد کو مثبت قوت کا استعمال کر کے لکھیے۔

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ریاضی میری ساتھی : سائنس میں ، علم فلکیات میں



1. عشری طریقے سے اعداد لکھتے وقت 10 کی قوت کا خاص استعمال کرتے ہیں۔

زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ 38,40,00,000 میٹر ہے۔ کیا اس عدد کو قوت نما کی صورت میں لکھ سکتے ہیں؟ یہ فاصلہ 10 کی قوت کی صورت میں ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

یہ فاصلہ کوئی بھی بہت بڑا یا چھوٹا عدد لکھتے وقت ایک ہندی صحیح عدد والی عشری کسر والا عدد اور 10 کی مناسب قوت کا حاصل ضرب کر کے لکھتے ہیں۔ اس عدد کو (Standard form) معیاری صورت کہتے ہیں۔

$$384\,000\,000 \longrightarrow 384 \times 10^6$$

$$38\,4000\,000 \longrightarrow 38.4 \times 10^7$$

$3\,840\,000\,000 \longrightarrow 3.84 \times 10^8$ (معماری صورت)

2. ذیل میں آکسیجن کے جوہر کا قطر ملی لیٹر میں دیا ہوا ہے۔

$$0.00000000000000356 \longrightarrow 3.56 \times 10^{-14}$$

3. ذیل کے عدد کو معیاری صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

سورج کا قطر 1400000000 میٹر ہے۔ روشنی کی رفتار 300000000 میٹر فی سیکنڈ ہے۔

4. بازو کی شکل میں Googol عدد دکھایا گیا ہے۔ اسے 10 کی قوت کی

صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

Googol

[illegible]



کامل مربع عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

دیے ہوئے عدد کو اسی عدد سے ضرب کرتے ہیں تو آنے والا حاصل ضرب، اُس عدد کا مربع ہوتا ہے۔

$$6 \times 6 = 6^2 = 36$$

مثال :

$$6^2 = 36$$

اسے 6 کا مربع 36 پڑھتے ہیں۔ ...

$$(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$$

مثال :

$$(-5)^2 = 25$$

اسے (-5) کا مربع 25 پڑھتے ہیں۔

آئیے سمجھ لیں :



* دیے ہوئے عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

مثال : $3 \times 3 = 3^2 = 9$... یہاں 3 کا مربع 9 ہے۔

اس معلومات کو 9 کا جذر المربع 3 کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ جذر المربع کے لیے $\sqrt{\quad}$ اس علامت کا استعمال کرتے ہیں۔

$$\therefore \sqrt{9} = 3$$

$\sqrt{9}$ یعنی 9 کا جذر المربع :

$$7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad ; \quad \therefore \sqrt{49} = 7$$

مثال :

مثال : $8 \times 8 = 8^2 = 64$ اس بناء پر $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ اس بناء پر 64 کا جذر المربع (-8) بھی ملتا ہے۔

x مثبت عدد ہو تو اس کے دو جذر المربع ہوتے ہیں۔

ان میں سے منفی جذر المربع $-\sqrt{x}$ سے اور مثبت جذر المربع $\sqrt{x}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال : 81 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

$$81 = 9 \times 9 = (-9) \times (-9) \quad \therefore \sqrt{81} = 9 \text{ اور } -\sqrt{81} = -9$$

ہم اکثر و بیشتر اوقات مثبت جذر المربع پر غور کرتے ہیں۔

* دیے ہوئے اعداد کا اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا :

مثال : 144 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربیوں (عادوں) کی جوڑیاں بنائیے۔

$$144 = 2 \times 72$$

$$= 2 \times 2 \times 36$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9$$

$$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$$

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

حاصل ہونے والے مفرد اجزائے ضربیوں (عادوں) میں یکساں جزو ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

$$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad \therefore \sqrt{144} = 12$$

ہر جوڑی سے ایک عدد جزو ضربی لے کر ضرب کیجیے۔

مثال : 324 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کر کے یکساں جزو ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

$$324 = 2 \times 162$$

$$= 2 \times 2 \times 81$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 27$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

جذر المربع کے لیے ہر جوڑی سے ایک عدد لیجیے اور ضرب کیجیے۔

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18 \quad \therefore \sqrt{324} = 18$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

مشقی سوالات 30

◎ جذر المربع معلوم کیجیے۔

- (i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

* اضافی معلومات کے لیے (تقسیم کے طریقے سے جذر المربع)

- (1) 9801 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔ (2) 19321 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔ (3) 141.61 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

	11.9
1	141.61
+ 1	- 1
21	041
+ 1	- 21
229	2061
+ 9	- 2061
238	0000

$$\therefore \sqrt{141.61} = 11.9$$

	139
1	19321
+ 1	- 1
23	093
+ 3	- 69
269	2421
+ 9	- 2421
278	0000

$$\therefore \sqrt{19321} = 139$$

	99
9	9801
+ 9	- 81
189	1701
+ 9	- 1701
198	0000

$$\therefore \sqrt{9801} = 99$$

جس عدد کے مفرد جزو ضربی بہت بڑے ہیں اور اس کے اجزائے ضربی کرنا مشکل ہے، اس کا مربع معلوم کرنے کے لیے یہ طریقہ مفید ہوتا ہے۔

اب مزید ایک مثال $\sqrt{137}$ لیں گے۔

	11.7
1	137.00
+ 1	- 1
21	037
+ 1	- 21
227	1600
+ 7	- 1589
234	11

$$\sqrt{137} > 11.7$$

$$\text{لیکن } (11.8)^2 = 139.14$$

$$\therefore 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$$

اس طرح $\sqrt{137}$ کے قریب کا عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ جس عدد کا جذر المربع مکمل عدد نہیں ہوتا،

اس کا جذر المربع قریب قریب کے عشری کسر میں اس طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔