સ્વાધ્યાય 3.4

1. નીચેના દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણયુગ્મ નો ઉકેલ લોપની રીતે અને આદેશની રીતે શોધો.

(i) $\boldsymbol{x + y = 5}$

$\boldsymbol{2x - 3y = 4}$

જ. $x + y = 5$ … … … … … (1)

$2x - 3y = 4$ … … … … … (2)

સમીકરણ (1) ને 2 વડે ગુણી સમીકરણ (2) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 4 \\ 2x + 2y = 10 \\ - \quad - \quad\;\; - \\ \hline -5y = -6 \end{array}$$

$$\therefore\ y = \frac{-6}{-5}$$

$$\therefore\ y = \frac{6}{5}$$

$y = \frac{6}{5}$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore\ x + y = 5$

$\therefore\ x + \frac{6}{5} = 5$

$\therefore \frac{5x + 6}{5} = 4$

$\therefore 5x + 6 = 4 \times 5$

$\therefore 5x + 6 = 20$

$\therefore 5x = 20 - 6$

$\therefore 5x = 14$

$\therefore x = \frac{14}{5}$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = \frac{14}{5}$ અને $y = \frac{6}{5}$ છે.

(ii) $\boldsymbol{3x + 4y = 10}$

$\boldsymbol{2x - 2y = 2}$

જ. $3x + 4y = 10$ … … … … … (1)

$2x - 2y = 2$ … … … … … (2)

સમીકરણ (2) ને 2 વડે ગુણી સમીકરણ (1) માં ઉમેરતાં,

$$3x + 4y = 10$$
$$4x - 4y = 4$$

$$7x = 14$$
$$\therefore\ x = \frac{14}{7}$$
$$\therefore\ x = 2$$

$x = 2$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore\ 3x + 4y = 10$

$\therefore\ 3 \times 2 + 4y = 10$

$\therefore\ 6 + 4y = 10$

$\therefore\ 4y = 10 - 6$

$\therefore\ 4y = 4$

$\therefore\ y = \frac{4}{4}$

$\therefore\ y = 1$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 2$ અને $y = 1$ છે.

(iii) $\mathbf{3x - 5y - 4 = 0}$

$\mathbf{9x = 2y + 7}$

જ. $3x - 5y = 4$ … … … … … (1)

$9x - 2y = 7$ … … … … … (2)

સમીકરણ (1) ને 3 વડે ગુણી સમીકરણ (2) માંથી બાદ કરતાં,

$$9x - 2y = 7$$
$$9x - 15y = 12$$
$$- \quad + \quad -$$

$$13y = -5$$
$$\therefore\ y = -\frac{5}{13}$$

$y = -\frac{5}{13}$ ની કિંમત સમીકરણ (2) માં મૂકતાં,

$\therefore\ 9x - 2y = 7$

$\therefore\ 9x - 2 \times \left(-\frac{5}{13}\right) = 7$

$\therefore\ 9x + \frac{10}{13} = 7$

$\therefore\ 9x = 7 - \frac{10}{13}$

$\therefore\ 9x = \frac{91}{13} - \frac{10}{13}$

$\therefore\ 9x = \frac{91 - 10}{13}$

$\therefore\ 9x = \frac{81}{13}$

$\therefore\ x = \frac{81}{13} \times \frac{1}{9}$

$\therefore\ x = \frac{9}{13}$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = \frac{9}{13}$ અને $y = -\frac{5}{13}$ છે.

(iv) $\boldsymbol{\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1}$

$\boldsymbol{x - \frac{y}{3} = 3}$

જ. $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

$\therefore\ \frac{3x}{6} + \frac{4y}{6} = -1$

$\therefore\ 3x + 4y = -6$ … … … … … (1)

$x - \frac{y}{3} = 3$

$\therefore \frac{3x}{3} - \frac{y}{3} = 3$

$\therefore 3x - y = 9$ … … … … … (2)

સમીકરણ (1) ને સમીકરણ (2) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} 3x - y \ = 9 \\ 3x + 4y = -6 \\ - \quad - \qquad + \\ \hline -5y = 15 \\ \therefore\ y = -\frac{15}{5} \\ \therefore\ y = -3 \end{array}$$

$y = -3$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore\ 3x + 4y = -6$

$\therefore\ 3x + 4 \times (-3) = -6$

$\therefore\ 3x - 12 = -6$

$\therefore\ 3x = -6 + 12$

$\therefore\ 3x = 6$

$\therefore\ x = \frac{6}{3}$

$\therefore\ x = 2$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 2$ અને $y = -3$ છે.

2. આપેલી સમસ્યાઓ પરથી સુરેખ સમીકરણયુગ્મ બનાવો અને તેમના ઉકેલો લોપની રીતે શોધો :

(i) એક અપૂર્ણાંકના અંશમાં 1 ઉમેરતાં અને છેદમાંથી 1 બાદ કરતાં અપૂર્ણાંક કિંમત અતિસંક્ષિપ્તરૂપમાં 1 બને છે. જો માત્ર છેદમાં 1 ઉમેરતાં અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્તરૂપ $\frac{1}{2}$ બને છે, તો તે અપૂર્ણાંક શોધો.

જ. ધારોકે અપૂર્ણાંકનો અંશ x છે અને અપૂર્ણાંકનો છેદ y છે.

તેથી, અપૂર્ણાંક $\frac{x}{y}$ થશે.

અપૂર્ણાંકના અંશમાં 1 ઉમેરતાં અને છેદમાંથી 1 બાદ કરતાં અપૂર્ણાંક કિંમત 1 બને છે.

$\frac{x+1}{y-1} = 1$

$\therefore x + 1 = y - 1$

$\therefore x - y = -1 - 1$

$\therefore x - y = -2 \ \dots\dots\dots\dots\dots (1)$

માત્ર છેદમાં 1 ઉમેરતાં અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્તરૂપ $\frac{1}{2}$ બને છે.

$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$

$\therefore 2x = y + 1$

$\therefore 2x - y = 1 \dots\dots\dots\dots\dots (2)$

સમીકરણ (1) ને 2 વડે ગુણી સમીકરણ (2) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ 2x - 2y = -4 \\ - \quad + \quad + \\ \hline \therefore\ y = 5 \end{array}$$

$y = 5$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore\ x - y = -2$

$\therefore\ x + 5 = -2$

$\therefore\ x = -2 + 5$

$\therefore\ x = 3$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 3$ અને $y = 5$ છે.

તેમજ અપૂર્ણાંક $\frac{3}{5}$ છે.

(ii) પાંચ વર્ષ પહેલાં, નૂરીની ઉંમર સોનુની ઉંમરથી ત્રણ ગણી હતી. દસ વર્ષ પછી નૂરીની ઉંમર સોનુની ઉંમરથી બે ગણી થશે, તો નૂરી અને સોનુની વર્તમાન ઉંમર કેટલી થશે ?

જ. ધારોકે નૂરીની વર્તમાન ઉંમર x વર્ષ છે અને સોનુની વર્તમાન ઉંમર y વર્ષ છે.

પાંચ વર્ષ પહેલાં,

નૂરીની ઉંમર $x - 5$ વર્ષ અને સોનુની વર્તમાન ઉંમર $y - 5$ વર્ષ થશે.

પાંચ વર્ષ પહેલાં, નૂરીની ઉંમર સોનુની ઉંમરથી ત્રણ ગણી હતી.

$x - 5 = 3(y - 5)$

$\therefore x - 5 = 3y - 15$

$\therefore x - 3y = -15 + 5$

$\therefore x - 3y = -10$ … … … … … (1)

દસ વર્ષ પછી,

નૂરીની ઉંમર $x + 10$ વર્ષ અને સોનુની વર્તમાન ઉંમર $y + 10$ વર્ષ થશે.

દસ વર્ષ પછી નૂરીની ઉંમર સોનુની ઉંમરથી બે ગણી થશે.

$x + 10 = 2(y + 10)$

$\therefore x + 10 = 2y + 20$

$\therefore x - 2y = 20 - 10$

$\therefore x - 2y = 10$ … … … … … (2)

સમીકરણ (2) ને સમીકરણ (1) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{rcl} x - 3y & = & -10 \\ x - 2y & = & 10 \\ - \quad + & & - \\ \hline \therefore -y & = & -20 \\ \therefore y & = & 20 \end{array}$$

$y = 20$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore x - 3y = -10$

$\therefore x - 3 \times 20 = -10$

$\therefore x - 60 = -10$

$\therefore x = -10 + 60$

$\therefore x = 50$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 50$ અને $y = 20$ છે.

નૂરીની વર્તમાન ઉંમર 50 વર્ષ છે અને સોનુની વર્તમાન ઉંમર 20 વર્ષ છે.

(iii) બે અંકોની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો ૯ છે. વળી સંખ્યાના નવ ગણા કરતાં મળતી સંખ્યા એ અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી સંખ્યા કરતાં બે ગણી છે, તો તે સંખ્યા શોધો.

જ. ધારોકે એકમનો અંક x છે અને દશકનો અંક y છે.

તેથી, સંખ્યા $10y + x$ થશે.

બે અંકોની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો ૯ છે.

$\therefore x + y = 9 \; \dots \dots \dots \dots \dots (1)$

અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી સંખ્યા, $10x + y$ થશે.

સંખ્યાના નવ ગણા કરતાં મળતી સંખ્યા એ અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી સંખ્યા કરતાં બે ગણી છે.

$\therefore 9(10y + x) = 2(10x + y)$

$\therefore 90y + 9x = 20x + 2y$

$\therefore 90y - 2y = 20x - 9x$

$\therefore 88y = 11x$

$\therefore 11x - 88y = 0$

$\therefore x - 8y = 0 \; \dots \dots \dots \dots \dots (2)$

સમીકરણ (2) ને સમીકરણ (1) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} x + y \quad = 9 \\ x - 8y \; = 0 \\ - \quad + \qquad - \\ \hline \therefore 9y = 9 \end{array}$$

$$\therefore y = \frac{9}{9}$$

$$\therefore y = 1$$

$y = 1$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore x + y = 9$

$\therefore x + 1 = 9$

$\therefore x = 9 - 1$

$\therefore x = 8$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 8$ અને $y = 1$ છે.

તેથી, સંખ્યા $10y + x = 10 \times 1 + 8 = 10 + 8 = 18$ થશે.

(iv) મીના ₹ 2000 ઉપાડવા બેન્કમાં ગઈ હતી. તેને કેશિયરને કહ્યું કે મને માત્ર ₹ 50 અને ₹ 100 ની નોટો જ જોઈએ છે. મીનાને કુલ 25 નોટો મળી હતી. તો તેણીને ₹ 50 અને ₹ 100 ની પ્રત્યેકની કેટલી કેટલી નોટો મેળવી હશે ?

જ. ધારોકે ₹ 50 ની નોટોની સંખ્યા x છે અને ₹ 100 ની નોટોની સંખ્યા y છે.

કુલ 25 નોટો મળી હતી.

$\therefore x + y = 25$ … … … … … (1)

મીના ₹ 2000 ઉપાડવા બેન્કમાં ગઈ હતી.

$50x + 100y = 2500$

$\therefore x + 2y = 40$ … … … … … (2)

સમીકરણ (2) ને સમીકરણ (1) માંથી બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} x + y = 25 \\ x + 2y = 40 \\ - \quad - \quad\quad - \\ \hline \therefore -y = -15 \\ \therefore y = 15 \end{array}$$

$y = 15$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore x + y = 25$

$\therefore x + 15 = 25$

$\therefore x = 25 - 15$

$\therefore x = 10$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 10$ અને $y = 15$ છે.

તેથી, તેણીને ₹ 50 ની 10 નોટો અને ₹ 100 ની 15 નોટો મેળવી હશે.

(iv) એક પ્રતિષ્ઠિત પુસ્તકાલય પ્રથમ ત્રણ દિવસનું એક પુસ્તકનું નિશ્ચિત ભાડું લે છે અને પછીના પ્રત્યેક દિવસ દીઠ અતિરિક્ત ભાડું લે છે. સરિતા સાત દિવસ પુસ્તક રાખવાના ₹ 27 ચૂકવે છે. સુસી પાંચ દિવસ પુસ્તક રાખવાના ₹ 21 ચૂકવે છે, તો નિશ્ચિત ભાડું અને પ્રત્યેક વધારાના દિવસનું ભાડું શોધો.

જ. ધારોકે પ્રથમ ત્રણ દિવસનું એક પુસ્તકનું નિશ્ચિત ભાડું ₹ x છે અને પછીના પ્રત્યેક દિવસ દીઠ અતિરિક્ત ભાડું ₹ y છે.

સરિતા સાત દિવસ પુસ્તક રાખવાના ₹ 27 ચૂકવે છે.

$\therefore x + 4y = 27$ … … … … … (1)

સુસી પાંચ દિવસ પુસ્તક રાખવાના ₹ 21 ચૂકવે છે.

$\therefore x + 2y = 21$ … … … … … (2)

સમીકરણ (2) ને સમીકરણ (1) માંથી બાદ કરતાં,

$$x + 4y = 27$$
$$x + 2y = 21$$
$$- \quad - \quad -$$

$$\therefore 2y = 6$$
$$\therefore y = \frac{6}{2}$$
$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$\therefore x + 4y = 27$

$\therefore x + 4 \times 3 = 27$

$\therefore x + 12 = 27$

$\therefore x = 27 - 12$

$\therefore x = 15$

સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 15$ અને $y = 3$ છે.

તેથી, પ્રથમ ત્રણ દિવસનું એક પુસ્તકનું નિશ્ચિત ભાડું ₹ 15 છે અને પછીના પ્રત્યેક દિવસ દીઠ અતિરિક્ત ભાડું ₹ 3 છે.