ଚତୁର୍ଭୁଜ (QUADRILATERAL)

ଅଧ୍ୟାୟ 3

3.1 ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରିଚୟ :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଆମେ ସମୁଦାୟ ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଓ ଏହି ତିନିଗୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ କରନ୍ତି, ଯାହାକୁ ΔABC ବୋଲି ନାମିତ କରାଯାଏ ।

ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଯେଭଳି ଭାବରେ ରହନ୍ତୁ ନା କାହିଁକି, ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସବୁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସମ୍ଭବ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଚାରିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ କଥା ବିଚାରକୁ ନେବା ।

ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଚାରିଗୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ମୁଖ୍ୟତଃ ତିନି ପ୍ରକାର ଅବସ୍ଥାରେ ରହିପାରନ୍ତି, ଯଥା –

(i) ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ, (ii) ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ, (iii) ଯେକୌଣସି ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ ନୁହନ୍ତି ।

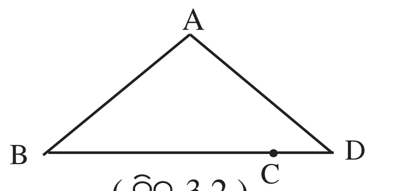
(i) **ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ :**

(ଚିତ୍ର 3.1)

ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯାହାକୁ $\overline{AD}$ ବା $\overline{DA}$ କୁହାଯାଏ । ($\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA} = \overline{AD}$)

(ii) **ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ :**

ମନେକର B, C ଓ D ଏକରେଖୀ ଓ C ବିନ୍ଦୁଟି B ଓ D ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

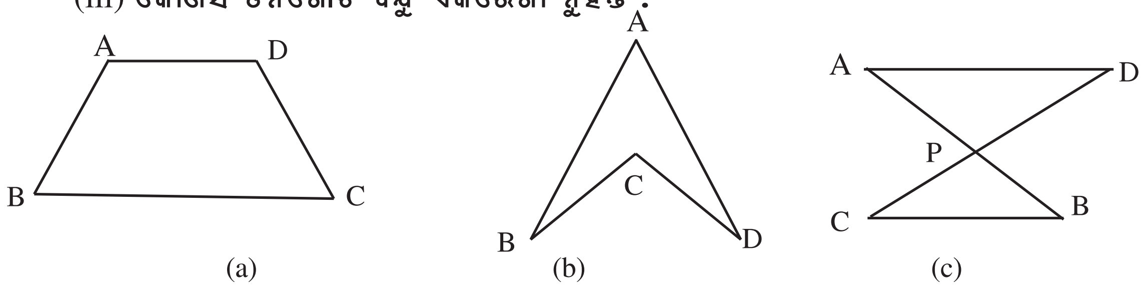


$(\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA} = \Delta\, ABD)$

(ଚିତ୍ର 3.2)

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗରେ ଆମେ Δ ABD ପାଉ ।

(iii) **କୌଣସି ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ ନୁହନ୍ତି :**



(ଚିତ୍ର 3.3)

ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ A, B, C, D ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନାହାନ୍ତି । 3.3 (a) ଓ (b) ଚିତ୍ରରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ – ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚାରୋଟି ଅଙ୍କନ କଲେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟି ମିଳୁଛି, ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ।

ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର 3.3 (c) ରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କଲେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ର ମିଳୁଛି, ତାହାକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ନାହିଁ ।

ଚିତ୍ର 3.3 (a) ଓ (b) ରେ ଆମେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇଲେ; ମାତ୍ର ଚିତ୍ର 3.3 (c) ରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠିତ ହୋଇପାରିଲା ନାହିଁ । ଚତୁର୍ଭୁଜ ମିଳିବା [ଚିତ୍ର 3.3 (a) ଓ (b)] ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ନ ମିଳିବା [ଚିତ୍ର 3.3 (c)] ଏ ଉଭୟ ଅବସ୍ଥାରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୁଏ ।

ଚିତ୍ର 3.3(a) ଓ 3.3 (b), ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଆମେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କର ସମୁଦାୟ ଚାରୋଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦେଖୁଛୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ A, B, C ଓ D; ଯେଉଁମାନେ କି ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । ଚିତ୍ର 3.3 (c)ରେ ଆମେ A, B, C ଓ D ଭିନ୍ନ ଅଧିକ ଗୋଟିଏ ଛେଦବିନ୍ଦୁ P ଅର୍ଥାତ୍ ସମୁଦାୟ ପାଞ୍ଚଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦେଖୁଛୁ । ଏ ଅବସ୍ଥାରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ମଧ୍ୟରୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ଓ ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ହେଲା ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ଆଧାର କରି ଆମେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିବା ।

ସଂଜ୍ଞା (ଚତୁର୍ଭୁଜ) :

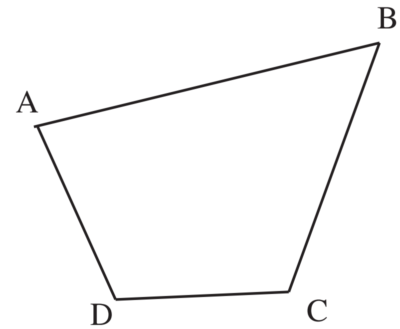
ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଚାରୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ମଧ୍ୟରୁ ଯଦି କୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନ ହୁଅନ୍ତି ଏବଂ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ, ତେବେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗକୁ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ 'ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ' କାହାକୁ କହନ୍ତି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

(1) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ BCDA, CDAB ବା DABC ଚତୁର୍ଭୁଜ' ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

(2) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ସମତଳରେ ଅଙ୍କିତ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଥବା ଏକ ସମତଳୀୟ ଚିତ୍ର ।

ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର 3.4 ରେ ଆମେ ଦେଖୁଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ "ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ" କୁହାଯିବ; କାରଣ ଏଠାରେ $\overline{AD}$, $\overline{DB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁନାହାନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର 3.4)

(3) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ – ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସେଟ୍ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଏମାନଙ୍କ ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଅଟେ । ତେଣୁ ସେଟ୍ ପରିଭାଷାରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ = $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$ ।

ନିଜେ କର

(i) PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ PRQS ଚତୁର୍ଭୁଜ କେଉଁ କେଉଁ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ନେଇ ଗଠିତ ?

(ii) L, M, N ଓ R ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହଁନ୍ତି । $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NR}$ ଓ $\overline{RL}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ନ ଥିଲେ ଉକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଗରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚିତ୍ରଟିକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ? ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚିତ୍ରଟିର ନାମ କ'ଣ ?

ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜାଣିବା କଥା :

(i) A, B, C, D ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (Vertex)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ (side) କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ (Consecutive vertices)** କୁହାଯାଏ ଏବଂ କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ ହୋଇ ନ ଥିବା ଶୀର୍ଷଦ୍ୱୟକୁ **ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ (Opposite vertices)** କୁହାଯାଏ । ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର A ଓ B, B ଓ C, C ଓ D, D ଓ A ମାନ କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ ଏବଂ A ଓ C, B ଓ D ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ ଅଟନ୍ତି ।

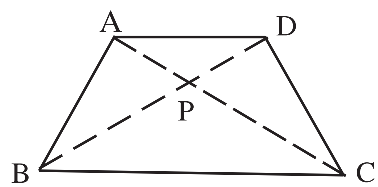
(iii) $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$ କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା କୋଣଦ୍ୱୟକୁ **କ୍ରମିକ କୋଣ (Consecutive angles)** (ଯଥା, $\angle A$ ଓ $\angle B$)

ଏବଂ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା କୋଣଦ୍ୱୟକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବିପରୀତ କୋଣ (Opposite angles)** କୁହାଯାଏ । **ABCD** ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\angle A$ ଓ $\angle C$ ଏବଂ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ କୋଣ ।

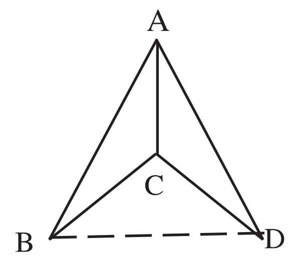
(iv) ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ବାହୁଦ୍ୱୟକୁ **ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ (Adjacent sides)** (ଯଥା $\overline{AB}$, $\overline{BC}$) ଏବଂ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ହୋଇ ନ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ବାହୁକୁ (ଯଥା $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ଏବଂ $\overline{AD}$, $\overline{BC}$) **ବିପରୀତ ବାହୁ (Opposite sides)** କୁହାଯାଏ ।

(v) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏହାର **କର୍ଣ୍ଣ (Diagonal)** କୁହାଯାଏ । ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣ ଅଟନ୍ତି ।

3.1.1 ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ (Convex quadrilateral) :



(a)



(b)

(ଚିତ୍ର 3.5)

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିଲେ ଆମେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚାରୋଟିର ସଂଯୋଗ ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$ କୁ ବୁଝୁ । ଏହି ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନେ ହିଁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ କରନ୍ତି । ତ୍ରିଭୁଜ ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ତ୍ରିଭୁଜ ନିଜେ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ; ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ – ଏକଥା ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରୁ ମନେ ପକାଅ । ସେହିପରି ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ [ଚିତ୍ର 3.5 (a) ଓ (b)] ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ । 3.5 (a) ଓ (b) ଯେକୌଣସି ଚିତ୍ରରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, B ଓ D ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, କାରଣ ଏମାନେ ଚର୍ତୁଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । ମାତ୍ର $\overline{BD}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁରେ ନାହାନ୍ତି । ତେଣୁ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ତେବେ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ', ଏଭଳି ଗୋଟିଏ ଶବ୍ଦ କହିବାବେଳେ ଏହାକୁ 'ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍' ଅର୍ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉ ନାହିଁ । କେତେକ ବିଶେଷ ଧରଣର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା ପାଇଁ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ନାମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ କାହାକୁ କହିବା ?

ଚିତ୍ର 3.5 (a) ଓ (b) କୁ ଆଉ ଥରେ ଦେଖ । 3.5(a) ଚିତ୍ରରେ ଅଙ୍କିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ($\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$) ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି P; ମାତ୍ର 3.5(b) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖ । ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁନାହାନ୍ତି । ଅବଶ୍ୟ $\overleftrightarrow{AC}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା $\overline{BD}$ କୁ ଛେଦ କରିବାର ଦେଖିବ । ତେବେ $\overleftrightarrow{AC}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ । କର୍ଣ୍ଣ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ତେଣୁ କେବଳ $\overline{AC}$ କୁ ହିଁ କର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 3.5(a) ରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ **'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ'** କୁହାଯାଏ । ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା:

ସଂଜ୍ଞା (ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ) : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି, ତାହାକୁ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଚିତ୍ର 3.5 (b) ର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉତ୍ତଳ ନୁହେଁ ।

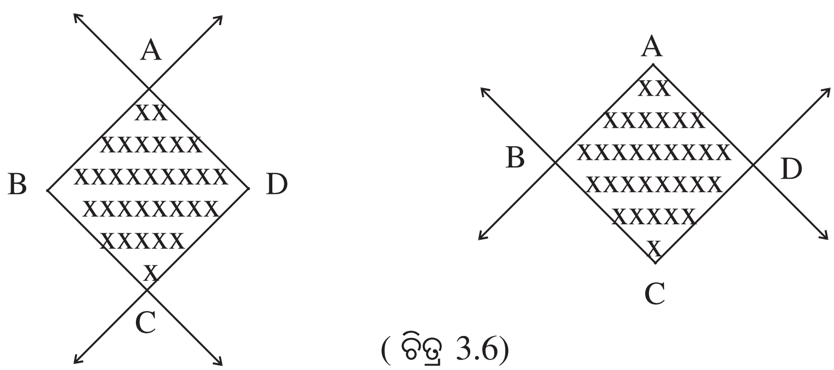
ଏହା ପରଠାରୁ ଆମେ କେବଳ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ବିଷୟ ଆଲୋଚନା କରିବା । ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିଲେ ଆମେ କେବଳ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ବୋଲି ବୁଝିବା ।

3.1.2 ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ (Interior and Exterior of a Quadrilateral)

ଏଠାରେ କେବଳ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

ସଂଜ୍ଞା (ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ) :

ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବିପରୀତ କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସାଧାରଣ ଅଂଶ ଅର୍ଥାତ୍ ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ଛେଦକୁ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର 3.6)

(a) (b)

ଚିତ୍ର 3.6 (a) ଦେଖ । ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର ଦୁଇ ବିପରୀତ କୋଣ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ 'x' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରି ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହା ହେଉଛି ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ।

ବିପରୀତ କୋଣ $\angle A$ ଓ $\angle C$ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ନେଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସେହି ଏକା ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ପାଇଥା'ନ୍ତେ । ଚିତ୍ର 3.6 (b) ଦେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ A, B, C, D କିମ୍ବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଉପରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହନ୍ତି ।

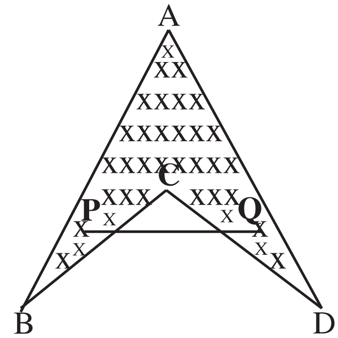
ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ବିନ୍ଦୁକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ (Interior Point)** କୁହାଯାଏ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମତଳରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଯଦି ଚତୁର୍ଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁ ଉପରେ ନ ଥାଏ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ମଧ୍ୟ ନ ଥାଏ, ତେବେ ତାହାକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ (Exterior Point)** କୁହାଯାଏ । ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନେ ଗଠନ କରୁଥିବା ସେଟ୍‌କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବହିର୍ଦେଶ (Exterior)** କୁହାଯାଏ ।

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ :

1. ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । (ଚିତ୍ର – 3.6 ରୁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)

ଚିତ୍ର 3.7 ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ନୁହେଁ । (କାହିଁକି ?) ଏ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଜ୍ଞା ତୁମକୁ ଦିଆଯାଇନାହିଁ । ଜ୍ୟାମିତିକ ସଂଜ୍ଞା ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଛକ ଚିହ୍ନରେ ଚିହ୍ନିତ କରି ଚିତ୍ରରେ ଦେଖା ଦିଆଯାଇଛି । P ଓ Q ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ସେମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯେ ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନାହିଁ, ଏହା ଚିତ୍ର ଦେଖି ଜାଣି ପାରୁଥିବ । ତେଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ନୁହେଁ । ଏ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' କୁହାଯାଏ ନାହିଁ – ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ ।



(ଚିତ୍ର 3.7)

ବର୍ତ୍ତମାନ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' – ଏହି ନାମକରଣର ଯଥାର୍ଥତା ବୁଝି ପାରୁଥିବ । **'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ହେଉଛି ଉତ୍ତଳ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।** ଏଣିକି 'ଚତୁର୍ଭୁଜ' କହିଲେ, ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବୁଝାଇବ ।

2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ସେଟ ନୁହେଁ । ଏହା ଗୋଟିଏ ସହଜ ପରୀକ୍ଷା – ନିଜେ କରି ଦେଖ ।

3. ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ତାହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

3.1.3 ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Quadrilateral Region) :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେମାନେ ଜାଣିଥିଲ, **ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରୁ ଉତ୍ପନ୍ନସେଟକୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Triangular region) କୁହାଯାଏ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ,କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁ କୁହାଯାଏ ।**

ସେହିପରି –

(a) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ **ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Quadrilateral region) କୁହାଯାଏ ।**

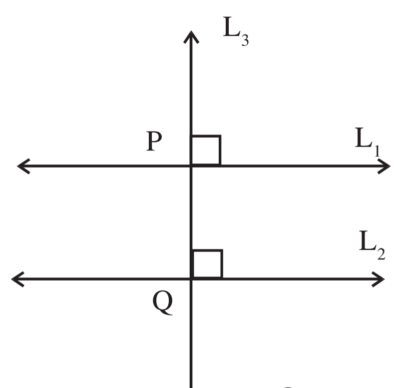
(b) ଚତୁର୍ଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁ କୁହାଯାଏ ।

3.2 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ (Types of Quadrilaterals):

ତୁମେ ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ପଢ଼ିଥିବା ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ମନେପକାଅ ।

(i) ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ ନ କଲେ ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ସମାନ୍ତର ରେଖା (Parallel Lines)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.8 ରେ L_1 ଓ L_2 ସମାନ୍ତର ରେଖା (ଆମେ ଲେଖୁ $L_1 \parallel L_2$) ।

(ii) L_3 ରେଖା L_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ L_2 ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଲମ୍ବ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 3.8)

(iii) L_1 ଓ L_2 ଉଭୟ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ L_3 ରେଖା L_1 ଓ L_2 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ – L_1 ଓ L_2 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା = PQ ।

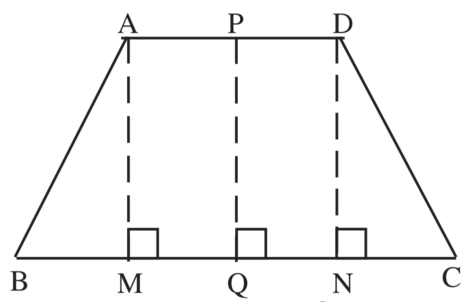
ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଓ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବନ୍ଧ ନେଇ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନ (Special types of quadrilaterals) ଗଠନ କରାଯାଇପାରେ । ସେହିସବୁ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।

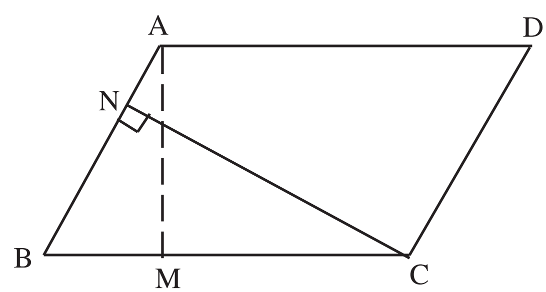
3.2.1. କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ :

1. ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହାକୁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ (Trapezium) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.୮ ରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ହେତୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ।

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର **ଉଚ୍ଚତା (Height)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.୮ ରେ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା PQ (ଅଥବା AM ଅଥବା DN)



(ଚିତ୍ର 3.8)



(ଚିତ୍ର 3.9)

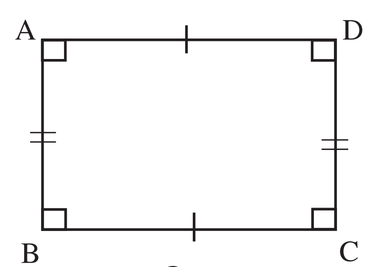
2. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର :

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର (Parallelogram) ।

ଚିତ୍ର 3.9 ରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ଏବଂ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ । ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

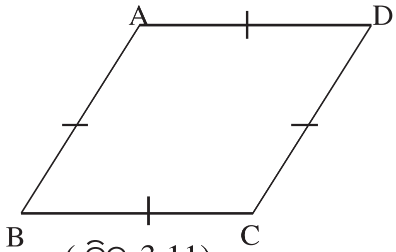
ଚିତ୍ର 3.9 ରେ ଥିବା ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BC}$ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା AM ଏବଂ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା CN । ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର $\overline{BC}$ ଅଥବା $\overline{AD}$ ବାହୁକୁ ଭୂମି ନିଆଗଲେ, AM କୁ ଉଚ୍ଚତା ରୂପେ ନିଆଯାଏ । ସେହିପରି $\overline{AB}$ ଅଥବା $\overline{DC}$ ଭୂମି ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର CN ଉଚ୍ଚତା ହୁଏ ।

(i) ଆୟତଚିତ୍ର : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ତାହା ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର (Rectangle) । ଆଗକୁ ପ୍ରମାଣ କରାଯିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ହେଲେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମାନ୍ତର ହେବେ । ତେଣୁ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 । ଚିତ୍ର 3.10 ରେ ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର ABCD ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।



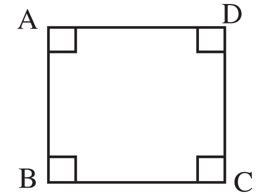
(ଚିତ୍ର 3.10)

(ii) ରମ୍ବସ୍ : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହା ଏକ ରମ୍ବସ୍ (Rhombus) । ଆଗକୁ ପ୍ରମାଣ କରାଯିବ ଯେ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ମଧ୍ୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ । ତେଣୁ ରମ୍ବସ୍ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଯାହାର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଚିତ୍ର 3.11ରେ ABCD ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।



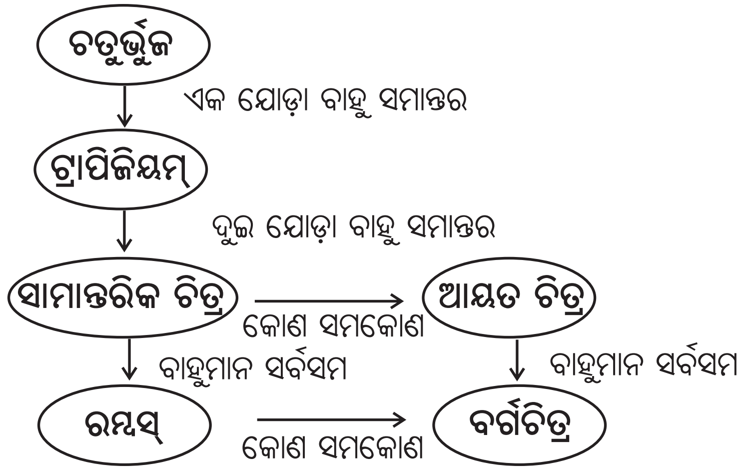
(ଚିତ୍ର 3.11)

(iii) ବର୍ଗଚିତ୍ର : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ତାହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର (Square) । ଏଣୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ସମକୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ରମ୍ବସ୍ ଅଟେ । ଚିତ୍ର 3.12 ରେ ABCD ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 3.12)

ଉପରେ ଆଲୋଚିତ ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର ପ୍ରକାରଭେଦକୁ ନିମ୍ନ ଚାର୍ଟରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି, ଦେଖ : –



ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (a)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଟିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (✘) ବସାଅ ।

(a) ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ☐

(b) ଯେକୌଣସି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସର୍ବଦା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ☐

(c) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ସେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ। ☐

(d) ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । ☐

(e) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । ☐

(f) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଏକ ସେଟ୍ । ☐

(g) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟକ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ। ☐

(h) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ । ☐

(i) ଚାରିଗୋଟି ବାହୁଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ☐

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ---- ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ରମ୍ବସ୍ ହୁଏ ।

(b)ଏକ ---- ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ଆୟତ ଚିତ୍ର ହେବ ।

(c) ଏକ ---- ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

(d) ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ---- ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

(e) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ---- ହେବ ।

(f) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ---- ହେବ ।

(g) ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଏହାର ---- କୁହାଯାଏ ।

(h) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, ଏବଂ $m\angle ABC = 90^0$ ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ --- ହେବ ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଟିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (✘) ବସାଅ ।

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(b) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଏକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ । ☐

(c) ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(d) ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ☐

(e) ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(f) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ☐

(g) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । ☐

3.3 ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ପରୀକ୍ଷା ଓ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ :

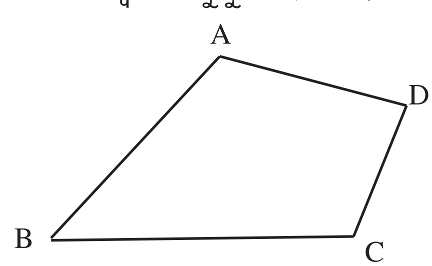
ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପଦର ସଂଜ୍ଞା ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି । କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବରୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ :

(A) ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ ପରିମାଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ପରୀକ୍ଷା - 1

ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତିନୋଟି ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚିତ୍ର 3.13 ଭଳି ନାମିତ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.13)

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ଦ୍ୱାରା ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$	$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$
1					
2					
3					

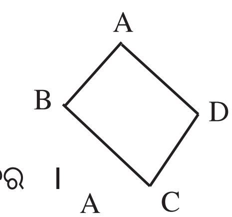
ସାରଣୀ – 3.1

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀର ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭରୁ ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର

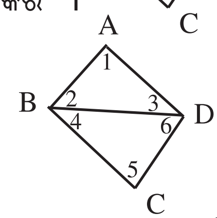
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (1) : ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

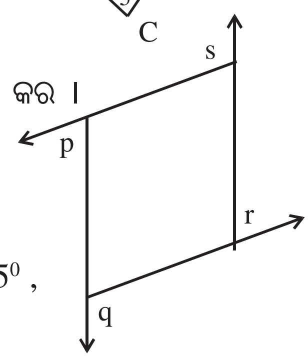
ତୁମ ପାଇଁ କାମ



1. ଗୋଟିଏ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ ଆଣି ସେଥିରେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।
2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କର ।
3. "ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 " ତଥ୍ୟକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।



ନିଜେ କର



1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ p, q, r ଓ s ଚିହ୍ନିତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ r କୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ଏବଂ p କୋଣର ପରିମାଣ 50^0 ହେଲେ q ଓ s କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

ଉଦାହରଣ – 1 : ABCD ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $m\angle A = 105^0$, $m\angle B = 65^0$, $m\angle C = 60^0$ ହେଲେ, $m\angle D$ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

$\therefore m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow 105^0 + 65^0 + 60^0 + m\angle D = 360^0 \Rightarrow 230^0 + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow m\angle D = 360^0 - 230^0 = 130^0$ $\quad \therefore m\angle D$ ର ପରିମାଣ 130^0 ।

ଉଦାହରଣ – 2 : ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:3:5:8 ହେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ହେଲା : $2x^0$, $3x^0$, $5x^0$ ଏବଂ $8x^0$

$\therefore 2x^0 + 3x^0 + 5x^0 + 8x^0 = 360^0$ ($\because$ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0)

$\Rightarrow 18x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{18} = 20$ ।

$\therefore$ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 40^0, 60^0, 100^0 ଏବଂ 160^0 । (ଉତ୍ତର)

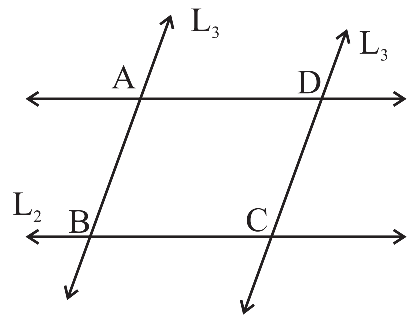
ପରୀକ୍ଷା - 2

(B) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ନିରୂପଣ :

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର, ଏହା ଆମେ ସଂଜ୍ଞାରୁ ଜାଣିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତିନିଗୋଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ଏମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(I) ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଥିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସାରେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ସାମନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ପାଇବ ।



(ଚିତ୍ର 3.14)

(ii) ଚିତ୍ର 3.14 ଭଳି ଆଉ ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତ୍ରର ନାମ ଦିଅ ABCD ।

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ (ବା ସମ୍ମୁଖୀନ) ବାହୁ ହେଲେ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ଏବଂ ଅନ୍ୟଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ହେଲେ $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ । ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (AB)	$\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (CD)	$\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (BC)	$\overline{AD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (AD)
1				
2				
3				

ସାରଣୀ - 3.2

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ AB = CD ଓ AD = BC

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (2) : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ ।

ଟୀକା : ଅବଶ୍ୟ ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ ଦୁଇ ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ସାମାନ୍ୟ ତାରତମ୍ୟ ଥାଇପାରେ । ତଥାପି ସେଦ୍ୱୟର ମାପ ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବାର ଦେଖାଯିବ । ଚିତ୍ର ଯେତେ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ, ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ତାରତମ୍ୟ ସେତେ କମି କମି ଯିବ ।

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ 1 : **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମାନ୍ତର ଓ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ 2 : **ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ – 3 : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର, ଯେତେବେଳେ PQ = 12 ସେ.ମି. ଏବଂ RQ = 7 ସେ.ମି. ।

ସମାଧାନ : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ PQ = RS = 12 ସେ.ମି. ଏବଂ RQ = SP = 7 ସେ.ମି.

(ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ)

PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = PQ + QR + RS + SP

= (12 + 7 + 12 + 7) = 38 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଦତ୍ତ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 38 ସେ.ମି.

ପରୀକ୍ଷା - 3

(C) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ଠିକ୍ ପୂର୍ବପରି ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ନାମ ABCD ରଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି $m\angle A$, $m\angle B$, $m\angle C$ ଓ $m\angle D$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିର୍ଣ୍ଣିତ ମାପକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$m\angle A$	$m\angle C$	$m\angle B$	$m\angle D$
1				
2				
3				

ସାରଣୀ – 3.3

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର ABCD ରେ $m\angle A = m\angle C$, $m\angle B = m\angle D$

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (3) : **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ଯୋଗ କଲେ 180^0 ହେବ (ଅବଶ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଭୁଲ୍ ଭାବରେ ମପାଯାଇଥିବା ଦରକାର) ।

ଉଦାହରଣ - 4 : ଚିତ୍ର 3.17 ରେ ଥିବା ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ର $m\angle B = 45^0$ ହେଲେ ଏହାର ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $m\angle D = m\angle B = 45^0$ (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣ ହେତୁ)

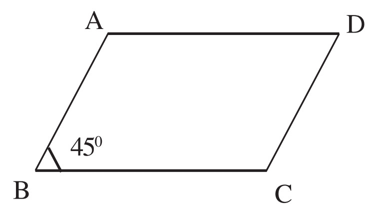
$m\angle B + m\angle D = 45^0 + 45^0 = 90^0$

ତେଣୁ $m\angle C + m\angle A = 360^0 - (m\angle B + m\angle D)$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ -1)

$= 360 - 90 = 270^0$

କିନ୍ତୁ $m\angle A = m\angle C$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

$m\angle A = m\angle C = \frac{270^0}{2} = 135^0$ (ଉତ୍ତର)



(ଚିତ୍ର 3.17)

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $m\angle B + m\angle C = 45^0 + 135^0 = 180^0$ ଏବଂ $m\angle A + m\angle D = 45^0 + 135^0 = 180^0$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ – **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।**

ଉଦାହରଣ - 5 : ଚିତ୍ର 3.18ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । C ଠାରେ ABCD ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 50^0 ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $m\angle BCD = 180^0 - 50^0 = 130^0$ (କ୍ରମିକ କୋଣ ହେତୁ)

$m\angle BAD = m\angle BCD = 130^0$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

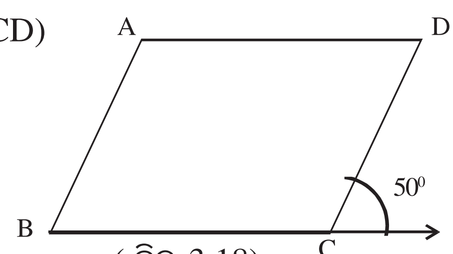
$m\angle ABC + m\angle ADC = 360^0 - (m\angle BAD + m\angle BCD)$

$= 360^0 - (130^0 + 130^0)$

$= 360^0 - 260^0 = 100^0$

କିନ୍ତୁ $m\angle ABC = m\angle ADC$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

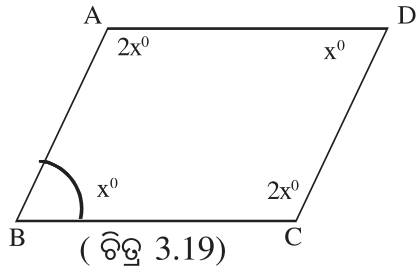
$\therefore m\angle ABC = m\angle ADC = \frac{100^0}{2} = 50^0$



(ଚିତ୍ର 3.18)

ଉଦାହରଣ - 6 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇଗୁଣ ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.19 ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଯାହାର, $m\angle A = m\angle C$ ଏବଂ $m\angle B = m\angle D$



(ଚିତ୍ର 3.19)

ଏଠାରେ $\angle B$ ଓ $\angle C$ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\angle C$ ର ପରିମାଣ $\angle B$ ର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ

ମନେକର $m\angle B = x^0 \therefore m\angle C = 2x^0$

ଆମେ ଜାଣିଛୁ $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow 2x^0 + x^0 + 2x^0 + x^0 = 360^0$ ($\because$ $m\angle B = m\angle D$ ଏବଂ $m\angle C = m\angle A$)

$\Rightarrow 6x^0 = 360^0 \Rightarrow x = 60^0$

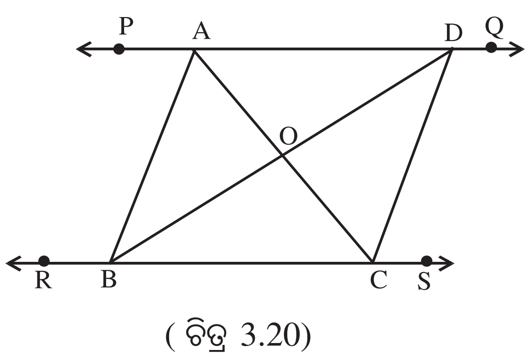
$\therefore$ $\angle A, \angle B, \angle C$ ଓ $\angle D$ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ $120^0, 60^0, 120^0$ ଏବଂ 60^0 (ଉତ୍ତର)

ପରୀକ୍ଷା – 4 :

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ତିନିଗୋଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.20 ଅନୁରୂପ ନାମିତ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ O ଦିଅ ।

$\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.20)

ଚିତ୍ର ନଂ	AO	CO	BO	DO
1				
2				
3				

ସାରଣୀ – 3.4

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ AO = CO ଏବଂ BO = DO

ଅର୍ଥାତ୍, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (4) : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 7 :

PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $\overline{PR}$ ଓ $\overline{QS}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।
PO = 16 ସେ.ମି., OR = (x + y) ସେ.ମି., SO = 20 ସେ.ମି. ଏବଂ QO = (y + 7) ସେ.ମି. ହେଲେ x ଓ y ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

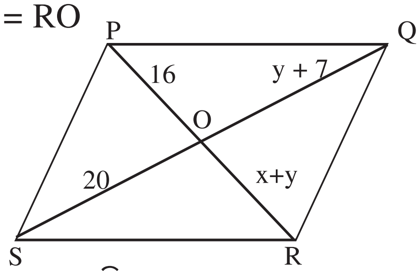
ସମାଧାନ : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ SO = QO ଏବଂ PO = RO

$\therefore 20 = y + 7$ ଏବଂ $16 = x + y$ ।

$y + 7 = 20 \Rightarrow y = 20 - 7 = 13$

ପୁନଶ୍ଚ $16 = x + y \Rightarrow x + 13 = 16 \Rightarrow x = 16 - 13 = 3$

$\therefore$ x ଓ y ର ମାନ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ଓ 3 ।



(ଚିତ୍ର 3.21)

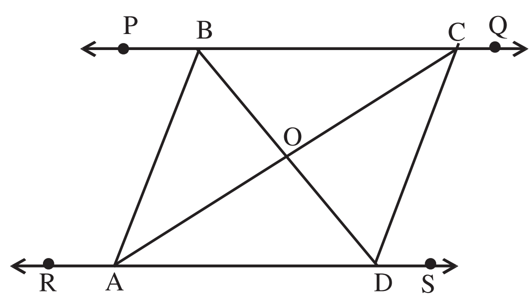
ରମ୍ବସ୍ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବା କଥା ଆମେ ଜାଣିଲେଣି । ଆମେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବାହୁ ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ସର୍ତ୍ତମାନ ଆରୋପ କରି ଏହାକୁ ଆୟତଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍ ବା ବର୍ଗଚିତ୍ର ଭଳି ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସୁଷମ କରିଥାଉ । ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ବି ବେଶ୍ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି । ପ୍ରଥମେ ରମ୍ବସ୍ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ରମ୍ବସ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରାଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ ସେଟ୍ସ୍କୋୟାର ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.22)

(ii) $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RS}$ ରେଖାଦ୍ୱୟର ଯେକୌଣସି ଛେଦକ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ A ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଉପରେ B ରହିବ ।

(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ଏପରି ସ୍ଥାପନ କର, ଯେପରି AB = AD ହେବ (ଏହି ସୋପାନ ହିଁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରକୁ ରମ୍ବସରେ ପରିଣତ କରେ) ।

(iv) D ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{AB}$ ସହ ସମାନ୍ତର $\overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overleftrightarrow{PQ}$ ଉପରେ C ରହିବ (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (iii) ଅନୁରୂପ) । ABCD ରମ୍ବସ ଅଙ୍କିତ ହେଲା ।

ପରୀକ୍ଷା – 5 : ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.22 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ବୋଲି ନାମ ଦିଅ ।

$\angle AOD$ ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । ନିର୍ଣ୍ଣିତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠AOD	AO	CO	BO	DO
1					
2					
3					

ସାରଣୀ – 3.5

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ରମ୍ବସ୍‌ରେ $m\angle AOD = 90^0$ ଅର୍ଥାତ୍

$\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ, AO = CO ଏବଂ BO = DO

ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ....(2)

ଉପରିସ୍ଥ (1) ଓ (2) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ –

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (5) : ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ଆୟତ ଚିତ୍ରର ବିଶେଷତ୍ୱ ହେଉଛି, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । ଏହି ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଉପରେ କ'ଣ ପ୍ରଭାବ ଅଛି ତାହା ନିମ୍ନ ପରୀକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

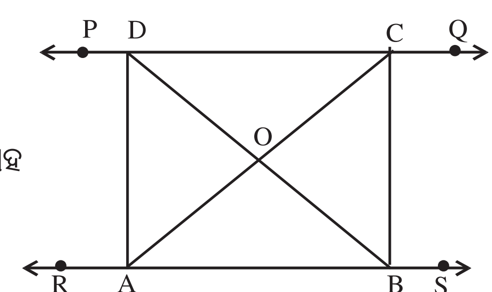
ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ ରେଖାଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ସ୍ଥାପନ କର ।

(iii) A ଓ Bଠାରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ସହ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ ଯଥାକ୍ରମେ D ଓ C ରୂପେ ସୂଚାଅ ।

ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କିତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର 3.23)

ପରୀକ୍ଷା – 6 : ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ଉପର ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକାରର ତିନୋଟି ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଚିତ୍ର 3.23 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ବୋଲି ସୂଚାଅ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1						
2						
3						

ସାରଣୀ – 3.6

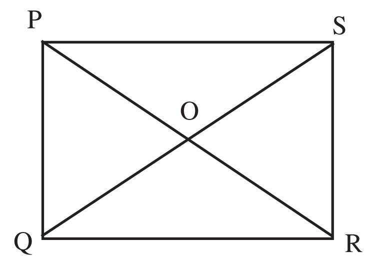
ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ରରେ AC = BD ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ AO = CO ଏବଂ BO = DO ....(2)

(1) ଓ (2) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ–6: ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ ସେଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 8 : PQRS ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O । ଯଦି OQ=(2x+4) ଏକକ ଏବଂ OP=(3x+1) ଏକକ ହୁଏ ତେବେ x ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.24)

ସମାଧାନ : PQRS ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।

ଏଠାରେ $PR = QS \Rightarrow \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}\ QS$

$\Rightarrow PO = QO \Rightarrow 3x+1= 2x+ 4$

$\Rightarrow 3x - 2x = 4 - 1 \Rightarrow\ x = 3$ ଏକକ

$\therefore PO = 3$ ଏକକ $\Rightarrow 2PO = 6$ ଏକକ $\Rightarrow PR = 6$ ଏକକ

$\therefore PR = QS = 6$ ଏକକ ($\because$ ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ)

ବର୍ଗଚତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

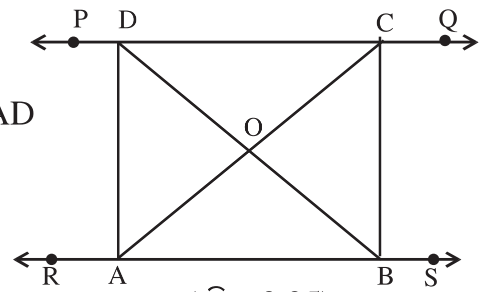
ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । ଅର୍ଥାତ୍, ଏଥିରେ ରମ୍ବସ୍ ତଥା ଆୟତଚିତ୍ର ଉଭୟର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତାର ସମନ୍ୱୟ ଘଟିଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$ ର ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁକୁ A ରୂପେ ଦର୍ଶାଅ ଓ A ଠାରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେହି ଲମ୍ବ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ D ବୋଲି ନାମ ଦିଅ ।



(ଚିତ୍ର 3.25)

(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କର, ଯେପରି AB = AD

(iv) B ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଲମ୍ବ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ C ନାମରେ ନାମିତ କର ।
ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଲ ।

ପରୀକ୍ଷା - 7 : ଏକ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ପୂର୍ବବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ତିନୋଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.25 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ନାମରେ ନାମିତ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ∠AOD ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀ -3.7 ରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠AOD	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1							
2							
3							

ସାରଣୀ – 3.7

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ, m∠AOD = 90^0 ଅର୍ଥାତ୍ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ AC = BD ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ, AO = OC ଏବଂ BO = OD ....(2)

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (1) ଓ (2) ରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – 7: ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସେଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍, ଆୟତ ଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତ ଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(ii) ରମ୍ବସ୍ ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(iii) ଆୟତଚିତ୍ର (ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର)ରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ।

(iv) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

3.4 ବିଭିନ୍ନ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ନ ହୋଇପାରନ୍ତି ।]

(ii) ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ନ ହୋଇ ପାରନ୍ତି ।]

(iii) ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ନ ହୋଇ ପାରନ୍ତି ।]

(iv) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ବା ଦୁଇଟି ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (b)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ...... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(b) ....ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(c) ....ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ଏବଂ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ।

(d) ...... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(e) .... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି; କିନ୍ତୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ନ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

(f) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଏହାର ବିପରୀତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି .... ।

(g) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିଲେ, ଏହାର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି .... ।

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ପାଇଁ ଯାହା ସତ୍ୟ ତା' ପାଖରେ T ଲେଖ ଓ ଯାହା ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ତା' ପାଖରେ F ଲେଖ ।

(a) ବିପରୀତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ । [ ]

(b) ବିପରୀତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । [ ]

(c) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟ କିଛି ନାହିଁ । [ ]

(d) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । [ ]

(e) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ । [ ]

(f) ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । [ ]

(g) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ । [ ]

3. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ T ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ F ଲେଖ ।

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ । [ ]

(b) ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । [ ]

(c) କୌଣସି କୋଣ ସମକୋଣ ନ ହୋଇଥିବା ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ ନାହିଁ ।[ ]

(d) ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇ ନ ଥିବା ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ । [ ]

(e) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । [ ]

(f) ଏଭଳି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ନାହିଁ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ନାହିଁ । [ ]

4. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର $m\angle A = 70^0$ ହେଲେ, $\angle B$, $\angle C$ ଏବଂ $\angle D$ ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

5. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:3 ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

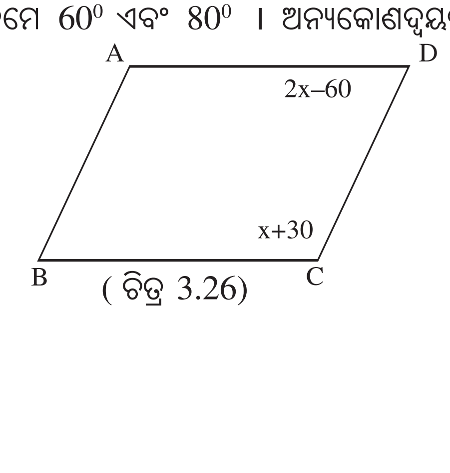
6. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଅନୁପାତ 1:3:7:9 ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

7. କୌଣସି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କେଉଁ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ର ହେବ କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।

8. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ ରମ୍ବସ୍‌ଟିର କ୍ଷୁଦ୍ରତର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେବ ।

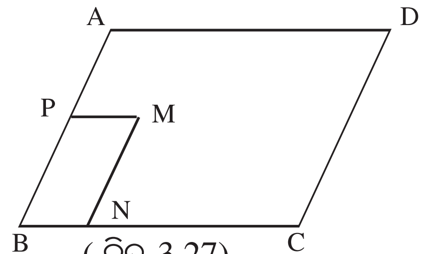
9. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 60^0 ଏବଂ 80^0 । ଅନ୍ୟକୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

10. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $\angle C$ ଓ $\angle D$ ର ପରିମାଣ (ଡିଗ୍ରୀରେ) ଦିଆଯାଇଛି । ଦତ୍ତମାପକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.26)

11. ଦତ୍ତ ଚିତ୍ର 3.27 ରେ ABCD ଓ PBNM ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । $m\angle D = 70^0$ ହେଲେ, $m\angle M$ ଓ $m\angle MNB$ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.27)

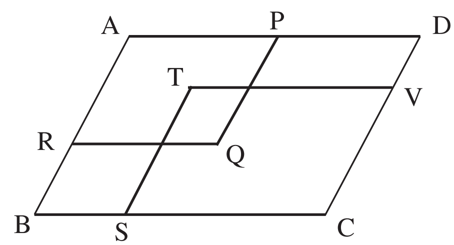
12. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣର ତିନିଗୁଣ ହେଲେ, ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

13. ଚିତ୍ର 3.28ରେ ABCD, APQR ଓ TSCV ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

(i) APQR ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ $m\angle C$ ସହ ସମାନ ?

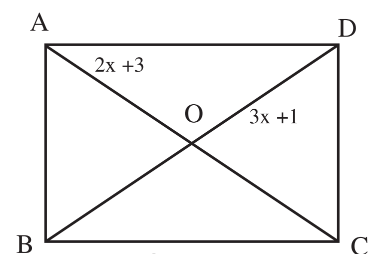
(ii) TSCV ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ $m\angle A$ ସହ ସମାନ ?

(iii) $m\angle T = 110^0$ ହେଲେ, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.28)

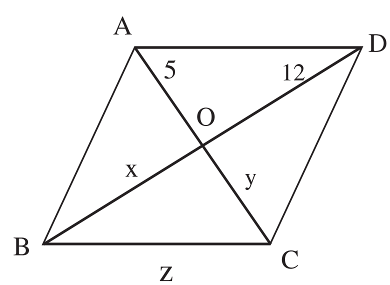
14. ABCD ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ 'O' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । $AO = (2x + 3)$ ଏକକ ଏବଂ $OD = (3x + 1)$ ଏକକ ହେଲେ, x ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.29)

15. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।

ଚିତ୍ରରୁ x, y ଏବଂ z ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.30)

16.(a) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ଏବଂ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ।

(b) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ଏବଂ ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.3 ସେ.ମି. ଓ 4.5 ସେ.ମି. ।

(c) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3.2 ସେ.ମି. ହେବ ।

*****