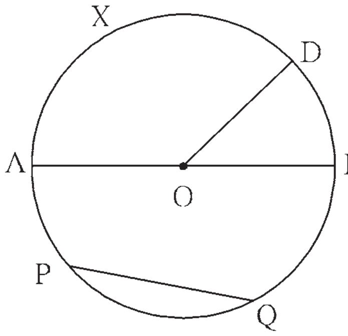
17 دائرہ - وتر اور قوس

آیئے ذرا یاد کریں



متصلہ شکل میں O، دائرے کا مرکز ہے۔

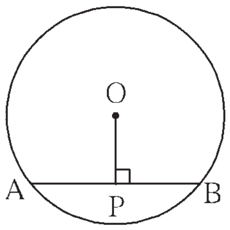
شکل کی مدد سے درج ذیل بیانات میں خالی جگہیں پر کیجیے۔

- قطعہ OD، دائرے کا .... ہے۔
- قطعہ AB، دائرے کا .... ہے۔
- قطعہ PQ، دائرے کا .... ہے۔
- .... مرکزی زاویہ ہے۔
- اصغر قوس : قوس AXD، قوس BD، ....، ....، ....
- اکبر قوس : قوس PAB، قوس PDQ، ....
- نصف دائرہ قوس : قوس ADB، ....
- m(قوس DB) = $m\angle$........................
- m(قوس DAB) = 360° − $m\angle$........................

آیئے سمجھ لیں

دائرے کے وتر کی خصوصیات (Properties of chord of a Circle)

عملی کام I :



O، مرکز والے ایک دائرے کا قطعہ AB وتر بنایئے۔

مرکز O سے وتر AB پر عمودی قطعہ OP کھینچیے۔

قطعہ AP اور قطعہ PB کی لمبائیاں ناپیے۔

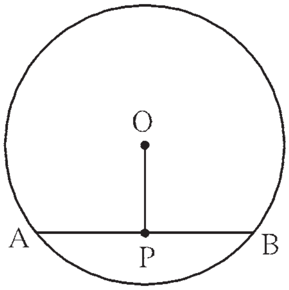
اسی طرح الگ الگ نصف قطر لے کر ایک کاغذ پر پانچ دائرے بنایئے۔ ہر دائرے میں ایک وتر بنا کر مرکز سے اس وتر پر عمود بنایئے۔

کیا وتروں پر بننے والے دونوں حصے مساوی ہیں؟ تقسیم کار (ڈیوائڈر) کے ذریعے اس کی جانچ کیجیے۔

مشاہدہ کیجیے کہ آپ کو درج ذیل خصوصیت حاصل ہوتی ہے۔

دائرے کے مرکز سے وتر پر کھینچا گیا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

عملی کام II :

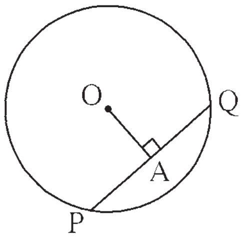


ایک کاغذ پر الگ الگ نصف قطر کے پانچ دائرے بنائیے۔ ہر دائرے میں ایک وتر بنائیے۔ ان وتروں کا وسطی نقطہ حاصل کیجیے۔ مرکز O اور وتر کے وسطی نقطوں کو جوڑیے۔ متصلہ شکل کے مطابق ہر وتر کو AB اور وتر کے وسطی نقطہ کو P نام دیجیے۔ $\angle APO$ اور $\angle BPO$ قائمۃ الزاویہ ہیں اس کی جانچ گنیے کی مدد سے یا چاندے کی مدد سے کیجیے۔

ہر دائرے کے وتر کے لحاظ سے یہی مشاہدہ ہوتا ہے۔ اس بنا پر آپ کو درج ذیل خصوصیت حاصل ہوگی۔

دائرے کے مرکز اور اس دائرے کے وتر کے وسطی نقطے کو ملانے والا قطعہ وتر پر عمود ہوتا ہے۔

حل کردہ مثالیں



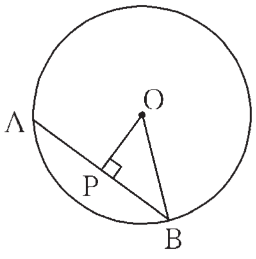
مثال (1) O مرکز والے دائرے میں وتر PQ کی لمبائی 7 سم ہے۔

وتر $PQ \perp$ قطعہ OA تو $l(AP)$ معلوم کیجیے۔

حل : وتر $PQ \perp$ قطعہ OA، اس لیے نقطہ A، وتر PQ کا وسطی نقطہ ہے۔

$$\therefore\ l(PA) = \frac{1}{2}\ l(PQ) = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5 \text{ سم}$$

مثال (2) O مرکز والے ایک دائرے کا نصف قطر 10 سم ہے اس دائرے کا ایک وتر مرکز سے 6 سم فاصلے پر ہے اس وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔



حل : دائرے کے وتر کا مرکز سے فاصلہ یعنی مرکز سے اس وتر پر کھینچے گئے عمود کی لمبائی ہوتی ہے۔

دائرے کا مرکز O اور وتر AB ہے اس لیے وتر $AB \perp$ قطعہ OP

$l(OP) = 6$ سم، $l(OB) = 10$ سم = دائرے کا نصف قطر

یہاں $\triangle OPB$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

فیثاغورث کے مسئلے کی رو سے،

$$[l(OP)]^2 + [l(PB)]^2 = [l(OB)]^2$$

$$\therefore\ 6^2 + [l(PB)]^2 = 10^2$$

$$\therefore\ [l(PB)]^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\therefore\ [l(PB)]^2 = (10 + 6)(10 - 6) = 16 \times 4 = 64$$

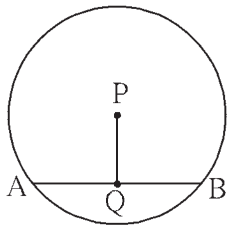
$\therefore\ l(AB) = 8$ سم

ہم جانتے ہیں کہ دائرے کے مرکز سے وتر پر کھینچا ہوا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

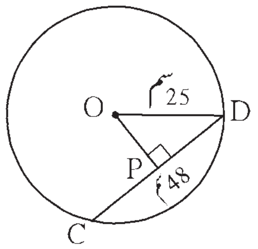
$\therefore\ l(AB) = 2\ l(PB) = 2 \times 8 = 16$

اس لیے وتر AB کی لمبائی 16 سم ہے۔

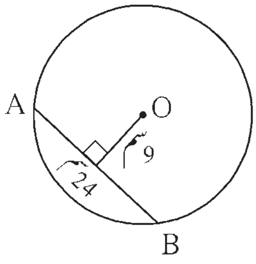
مشقی سیٹ 17.1



.1 P مرکز والے دائرے کے وتر AB کی لمبائی 13 سم ہے۔
AB وتر $\perp$ PQ قطعہ تو $l(QB)$ معلوم کیجیے۔



.2 O مرکز والے دائرے کا نصف قطر 25 سم ہے۔
اس دائرے میں 48 سم لمبائی کا ایک وتر کھینچا گیا ہے۔
تو دائرے کے مرکز سے وہ وتر کتنے فاصلے پر ہے۔

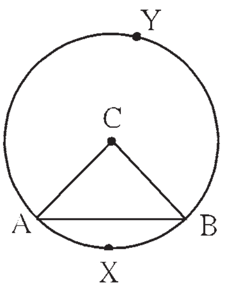


.3 O مرکز والے دائرے کے ایک وتر کی لمبائی 24 سم ہے۔
مرکز سے وتر 9 سم فاصلے پر ہے تو دائرے کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

.4 ایک دائرے کا مرکز C ہے اس کا نصف قطر 10 سم ہے۔
اس دائرے کے ایک وتر کی لمبائی 12 سم ہے تو وہ وتر دائرے کے مرکز سے کتنے فاصلے پر ہے؟

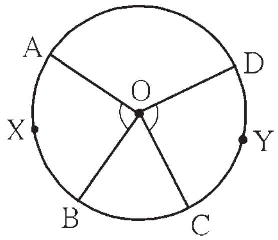
آیئے سمجھ لیں

دائرے کے وتر کا متعلقہ قوس (Arc corresponding to chord of a Circle)



متصلہ شکل میں O مرکز والے دائرے میں قطعہ AB وتر ہے۔قوس AXB اصغر قوس اور قوس AYB اکبر قوس ہے۔ان قوسین کو وتر AB کے متعلقہ قوسین کہتے ہیں ۔اس کے برعکس وتر AB، قوس AXB اور قوس AYB کا متعلقہ وتر ہے۔

متماثل قوسین (Congruent Arcs)



اگر کسی دائرے کے دو قوسین کی پیمائشیں مساوی ہو تو وہ متماثل قوسین ہوتے ہیں۔

O مرکز والے دائرے میں

$m\angle AOB = m\angle COD$

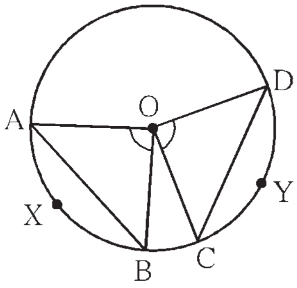
$\therefore$ m(قوس AXB) = m(قوس CYD)

$\therefore$ قوس AXB $\cong$ قوس CYD

اس کی جانچ ہم ٹریسنگ کاغذ کی مدد سے کر سکتے ہیں۔

دائرے کے وتر اور متعلقہ قوس کی خصوصیت درج ذیل عملی کام کے ذریعے جانچ کیجیے اور اسے دھیان میں رکھیے۔

عملی کام I :



(1) O مرکز والا ایک دائرہ کھینچیے۔

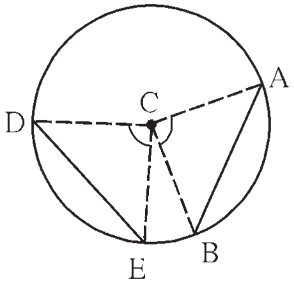
(2) دائرے میں $\angle COD$ اور $\angle AOB$ مساوی پیمائش کے دو زاویے بنائیے۔

اس کی مدد سے قوس AXB اور قوس CYD متماثل قوسین حاصل ہوتے ہیں۔

(3) وتر AB اور وتر CD بنائیے۔

(4) تقسیم کار (ڈیوائڈر) کی مدد سے وتر AB اور وتر CD کی لمبائیاں، مساوی ہیں اس کی جانچ کیجیے۔

عملی کام II :



(1) C مرکز والا ایک دائرہ بنائیے۔

(2) اس دائرے میں قطعہ AB اور قطعہ DE دو متماثل وتر بنائیے۔

قطعہ CA، قطعہ CB، قطعہ CD، قطعہ CE نصف قطر کھینچیے۔

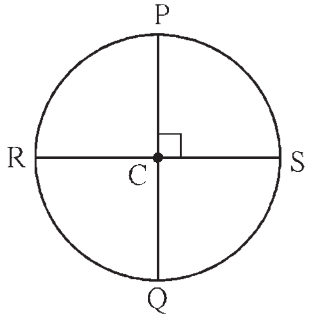
(3) $\angle ACB$ اور $\angle DCE$ متماثل ہیں، دکھایئے۔

(4) اس بنا پر قوس AB اور قوس DE کی پیمائشیں مساوی ہوں گی یعنی یہ متماثل قوسین ہیں، اسے دکھایئے۔

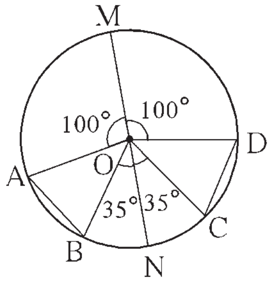
یہ میری سمجھ میں آ گیا

- کسی دائرے کے متماثل قوسین کے متعلقہ وتر متماثل ہوتے ہیں، کسی دائرے میں دو وتر متماثل ہوں تو ان کے متعلقہ اصغر قوسین اور متعلقہ اکبر قوسین متماثل ہوتے ہیں۔

مشقی سیٹ 17.2



.1 C مرکز والے دائرے میں قطعہ PQ اور قطعہ RS قطر ہیں۔
جو قائمہ زاویہ بناتے ہوئے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔
تو بتائیے کہ قوس PS اور قوس SQ متماثل ہیں۔
قوس PS کے متماثل دیگر قوسوں کے نام لکھیے۔



.2 شکل میں O مرکز والے دائرے میں قطعہ MN قطر ہے۔
کچھ مرکزی زاویوں کی پیمائشیں دی گئی ہیں۔
اس بنا پر
(1) ∠AOB اور ∠COD کی پیمائش معلوم کیجیے۔
(2) دکھائیے کہ قوس CD ≅ قوس AB
(3) دکھائیے کہ وتر CD ≅ وتر AB

جوابات کی فہرست

مشقی سیٹ 17.1 : **1.** 6.5 سم **2.** 7 سم **3.** 15 سم **4.** 8 سم

مشقی سیٹ 17.2 :

.1 (1) کیونکہ قوسین کے متعلقہ زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہیں اور ہر ایک کی پیمائش 90° ہے۔

(2) قوس PS ≅ قوس PR ≅ قوس RQ

2. (1) $m\angle AOB = m\angle COD = 45°$

(2) قوس CD ≅ قوس AB قوس کیوں کہ قوسین کے متعلقہ مرکزی زاویے مساوی پیمائش کے ہیں ہر ایک کی پیمائش 45° ہے۔

(3) وتر CD ≅ وتر AB وتر کیوں کہ متماثل قوسین کے متعلقہ وتر متماثل ہوتے ہیں۔

❑❑❑

متفرق مجموعہ سوالات 2

.1 ذیل کے سوالوں کے لیے متبادل جوابات دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے مناسب متبادل منتخب کیجیے۔

(1) ایک دائرے کا رقبہ 1386 مربع سم ہو تو اس کا محیط کتنا ہوگا؟

(A) 132 مربع سم (B) 132 سم (C) 42 سم (D) 21 مربع سم

(2) ایک مکعب کا ضلع 4 میٹر ہے۔ اسے دگنا کریں تو اس کا حجم کتنے گنا بڑھ جائے گا؟

(A) دوگنا (B) تین گنا (C) چار گنا (D) آٹھ گنا

.2 پریا 100 میٹر دوڑ کی شرط کی مشق کر رہی تھی۔ اس کے لیے اس نے 100 میٹر فاصلے کی 20 مرتبہ دوڑ لگائی۔ ہر مرتبہ اس دوڑ کے لیے درکار وقت سیکنڈ میں درج ذیل کے مطابق تھا۔

18 , 17 , 17 , 16 , 15 , 16 , 15 , 14 , 16 , 15 ,

15 , 17 , 15 , 16 , 15 , 17 , 16 , 15 , 14 , 15

دوڑنے کے لیے اس کو لگنے والے وقت کا میانیہ معلوم کیجیے۔

.3 $\triangle DEF$ اور $\triangle LMN$ یہ دونوں مثلث $EDF \leftrightarrow LMN$ ایک سے ایک کی مطابقت کی رو سے متماثل ہیں تو اس مطابقت کے لحاظ سے ہونے والے متماثل اضلاع کی اور متماثل زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

.4 ایک مشین کی قیمت 2,50,000 روپے ہے۔ اس کی قیمت ہر سال 4% شرح سے کم ہوتی ہے تو مشین خریدنے کے تین سال بعد اس کی قیمت کتنی ہو جائے گی؟

.5 $\square ABCD$ میں ضلع DC $\parallel$ ضلع AB، ضلع DC $\perp$ قطعہ AE، اگر $l(AB) = 9$ سم ، $l(AE) = 10$ سم، $A(\square ABCD) = 115$ مربع سم ہو تو $l(DC)$ معلوم کیجیے۔

.6 مدور استوانہ جسامت کی ایک ٹانکی کے تہہ کا قطر 1.75 میٹر اور اونچائی 3.2 میٹر ہے تو اس ٹانکی کی گنجائش کتنے لٹر ہے؟ $\left(\pi = \frac{22}{7} \right)$

.7 9.1 سم نصف قطر والے دائرے کے ایک وتر کی لمبائی 16.8 سم ہے تو اس وتر کا مرکز سے کتنا فاصلہ ہے؟

.8 روزگار ضمانت اسکیم کے تحت A، B، C اور D گاؤں میں جاری کاموں پر مرد اور عورت مزدوروں کی تعداد ذیل کے جدول میں دی ہوئی ہے۔

گاؤں	A	B	C	D
عورتیں	150	240	90	140
مرد	225	160	210	110

(1) یہ معلومات تقسیمی ستونی ترسیم کے ذریعے دکھائیے۔

(2) یہ معلومات فی صد ستونی ترسیم کے ذریعے دکھائیے۔

9. ذیل کی مساواتیں حل کیجیے۔

(1) $17(x+4)+8(x+6)=11(x+5)+15(x+3)$

(2) $\frac{3y}{2}+\frac{y+4}{4}=5-\frac{y-2}{4}$ (3) $5(1-2x)=9(1-x)$

10. ذیل کے عملی کام کو دیے ہوئے مرحلوں کے مطابق کیجیے۔

(1) □ABCD ایک معین بنائیے اور اس کا وتر AC کھینچیے۔

(2) متماثل اجزاء کو یکساں نشانیوں سے ظاہر کیجیے۔

(3) △ADC اور △ABC کس مطابقت سے اور کس آزمائش سے متماثل ہوتے ہیں۔ لکھیے۔

(4) $\angle BCA \cong \angle DCA$، اسی طرح $\angle BAC \cong \angle DAC$، بتانے کے لیے وجہ لکھیے۔

(5) مذکورہ بالا مراحل سے ذہن میں آنے والے معین کی خصوصیت لکھیے۔

11. ایک کھیتی کی زمین کی شکل ذوا ربعۃ الاضلاع کے جیسی ہے۔ اس کے چاروں کونوں کو P، Q، R، S نام دے کر لیے گئے ناپ ذیل کے مطابق ہیں۔

$l(PQ)=170$ میٹر، $l(QR)=250$ میٹر، $l(RS)=100$ میٹر، $l(PS)=240$ میٹر، $l(PR)=260$ میٹر،

تو اس کھیتی کی زمین کا رقبہ ہیکٹر میں معلوم کیجیے۔ (1 ہیکٹر = 10,000 مربع میٹر)

12. ایک لائبریری میں کل کتابوں کا 50% کتابیں اردو کی ہیں۔ اردو کی کتابوں کا $\frac{1}{3}$ کتابیں انگریزی کی اور انگریزی کی کتابوں کا 25% کتابیں ریاضی کی ہیں۔ باقی ماندہ 560 کتابیں دیگر مضامین کی ہیں تو بتائیے لائبریری میں کل کتنی کتابیں ہیں؟

13. دورکنی $(2x+1)$ سے کثیر رکنی $(6x^3+11x^2-10x-7)$ کو تقسیم دیجیے۔ خارج قسمت اور باقی لکھیے۔

جوابات کی فہرست

1. (1) B (2) D 2. 15.7 سیکنڈ

3. ضلع ED ≅ ضلع LM, ضلع DF ≅ ضلع MN, ضلع EF ≅ LN

$\angle E \cong \angle L, \angle D \cong \angle M, \angle F \cong \angle N$

4. ₹2,21,184 5. 14 سم 6. 7700 7. 3.5 سم

9. (1) $x=16$ (2) $y=\frac{9}{4}$ (3) $x=-4$ (11) 3.24 ہیکٹر

12. 1920 13. خارج قسمت $=3x^2+4x-7$, باقی $=0$

❑❑❑