2. એક U ટ્યૂબમાં પાણી અંશતઃ ભરેલું છે અને તેને ઊર્ધ્વ સમતલમાં રાખેલ છે. બેમાંથી એક ભુજમાં પાણીમાં ભળી ન જાય તેવું બીજું પ્રવાહી રેડવામાં આવે છે. આથી બીજા ભુજમાં પાણી 'd' એકમ ઊંચાઈ જેટલું ચઢે છે. આ સમયે પ્રવાહીની મુક્ત સપાટી પાણીની મુક્ત સપાટીથી 'h' એકમ જેટલી વધુ ઊંચાઈએ છે, તો પ્રવાહીની ઘનતા શોધો. પાણીની ઘનતા ρ એકમ છે. [**જવાબ :** $\left(\frac{2d}{2d+h}\right)\rho$]

3. સમક્ષિતિજ રાખેલ એક અસમાન આડછેદવાળી પાઈપમાંથી પાણી પસાર થઈ રહ્યું છે. તેમાં કોઈ એક બિંદુ પાસે પાણીનો વેગ $0.2 ms^{-1}$ અને દબાણ 30 mm – Hg જેટલું છે. જે બિંદુ પાસે પાણીનો વેગ $1.2\ ms^{-1}$ હોય ત્યાં દબાણ કેટલું હશે ? (પારાની ઘનતા = $13.6\ g\ cm^{-3}$, $g = 1000\ cm\ s^{-2}$, પાણીની ઘનતા = $1\ g\ cm^{-3}$) [**જવાબ :** 24.85 mm – Hg]

4. સાબુના દ્રાવણના 1 cm ત્રિજ્યાના પરપોટાનું કદ આઠ ગણું કરવા માટે કરવું પડતું કાર્ય શોધો. સાબુના દ્રાવણનું પૃષ્ઠતાણ $30\ dyne\ cm^{-1}$ છે. [**જવાબ :** 2261 erg.]

5. એક U ટ્યૂબની ભુજાઓના વ્યાસ અનુક્રમે 10 mm અને 1 mm છે. તે અંશતઃ પાણીથી ભરેલી છે અને ઊર્ધ્વ સમતલમાં રાખેલ છે. તો તેની બંને ભુજામાંના પાણીના સ્તંભની ઊંચાઈનો તફાવત શોધો. પાણીનું પૃષ્ઠતાણ = $70\ dyne\ cm^{-1}$. અને સંપર્કકોણ = 0° છે. $g = 980\ cm\ s^{-2}$) [**જવાબ :** 2.8571 cm]

6. 0.2 cm વ્યાસનો હવાનો પરપોટો પાણીમાં 200 cm/sના અચળ વેગથી ઉપર ચઢે છે. જો પાણીની ઘનતા $1\ g\ cm^{-3}$ હોય, તો પાણીનો શ્યાનતા-ગુણાંક શોધો. અહીં હવાની ઘનતાને પાણીની ઘનતાની સાપેક્ષ અવગણો. પરપોટાના કદમાં થતો ફેરફારને અવગણો. ($g = 9.8\ ms^{-2}$) [**જવાબ :** 0.0109 poise)

7. 0.5 cm ત્રિજ્યાની નળીમાં અક્ષથી 0.4 cm અંતરે નળાકાર પ્રવાહી સ્તરનો વેગ 3.6 cm/s છે, તો અક્ષથી 0.3 cm અંતરે પ્રવાહી સ્તરનો વેગ શોધો. [**સૂચન :** $v = \frac{P}{4\eta l}(r^2 - x^2)$]
[**જવાબ :** 6.4 cm/s]

8. 8 cm વ્યાસ ધરાવતી 4km લંબાઈની એક સમક્ષિતિજ સુરેખ પાઈપલાઈનમાંથી 20 litre/secondના દરથી પાણીનું વહન જાળવી રાખવા માટે તેના બે છેડા વચ્ચે કેટલો દબાણ તફાવત લગાડવો જોઈએ ? પાણીનો શ્યાનતા-ગુણાંક $\eta_{water} = 10^{-2}$ MKS એકમ, શ્યાનતા બળ સિવાયનાં બળો અવગણો. (**સૂચન :** $V = \frac{\pi p r^4}{8\eta l}$) [**જવાબ :** $7.96 \times 10^5\ P_a$]

9. $10^5\ Nm^{-2}$ દબાણ ધરાવતી હવા ભરેલ એક નળાકારમાં 2.4×10^{-4}m ત્રિજ્યાનો સાબુના દ્રાવણનો એક પરપોટો છે. હવે નળાકારની હવાનું તાપમાન અચળ રાખીને સંકોચન કરતાં પરપોટાની ત્રિજ્યા અડધી થાય છે, તો નળાકારમાં હવાનું નવું દબાણ શોધો. સાબુના દ્રાવણનું પૃષ્ઠતાણ $0.03\ Nm^{-1}$ છે. [**જવાબ :** $8.03 \times 10^5\ P_a$]

•

પ્રકરણ 6

થરમૉડાઈનેમિક્સ

6.1 પ્રાસ્તાવિક

6.2 થરમૉડાઇનેમિક તંત્ર અને પરિસરનું અર્થઘટન

6.3 તાપીય સંતુલન અને તાપમાનની વ્યાખ્યા (થરમૉડાઇનેમિક્સનો શૂન્ય ક્રમનો નિયમ)

6.4 ફેઝ (અવસ્થા) ડાયાગ્રામ

6.5 ઉષ્મીય પ્રસરણ

6.6 રૂપાંતરણની ઉષ્મા (ગુપ્ત ઉષ્મા)

6.7 ઉષ્મા, આંતરિક ઊર્જા અને કાર્ય

6.8 થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ

6.9 ઉષ્માધારિતા અને વિશિષ્ટ ઉષ્મા

6.10 કેટલીક થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયાઓ

6.11 પ્રતિવર્તી અને અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયાઓ

6.12 કેલોરીમેટ્રી

6.13 ઉષ્મા-એન્જિન અને તેની કાર્યક્ષમતા

6.14 રેફ્રિજરેટર–હીટપંપ અને પરફૉર્મન્સ ગુણાંક

6.15 થરમૉડાઇનેમિક્સનો બીજો નિયમ

6.16 કાર્નોચક્ર અને કાર્નો-એન્જિન

- ઉપસંહાર
- સ્વાધ્યાય

6.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

શિયાળાની કડકડતી ઠંડી રાત હોય કે ઉનાળાની પરસેવે રેબઝેબ કરી નાખતી બપોર, આપણા શરીરનું તાપમાન 98.60 °F એટલે કે 37.00 °C જેટલું જળવાઈ રહે તે જરૂરી છે. આપણા શરીરની આંતરિક રચના એવી છે કે જેથી સામાન્ય સંજોગોમાં આપણા શરીરના તાપમાનનું નિયમન જૈવિક પ્રક્રિયાઓ દ્વારા થાય છે, પરંતુ જ્યારે વાતાવરણમાં ખૂબ જ ઠંડી કે ગરમી હોય ત્યારે આપણે શરીરને બહારથી રક્ષણ આપવું પડે છે.

તમે અનુભવ્યું હશે કે જ્યારે કોલ્ડ (ઠંડી) કૉફીનો કપ અને ગરમ ચાનો કપ થોડા સમય માટે ખુલ્લો રાખવામાં આવે, તો કૉફી ગરમ થાય છે, જ્યારે ચા ઠંડી થાય છે અને છેવટે બન્નેનું તાપમાન ઓરડાના તાપમાન જેટલું થઈ જાય છે. આ પ્રકારની પ્રક્રિયાઓ થરમૉડાઇનેમિક્સના શૂન્ય ક્રમના નિયમ સુધી દોરી જાય છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં અમુક ચોક્કસ તાપમાન અને દબાણે દ્રવ્યના અમુક ચોક્કસ સ્વરૂપનું અસ્તિત્વ **ફેઝ ડાયાગ્રામ** વડે સમજાવેલ છે.

તાપમાન અને **ઉષ્મા** જેવા શબ્દો દરરોજની જીવનશૈલીમાં એકસરખા અર્થમાં ઉપયોગમાં લેવાય છે, પરંતુ ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આ બન્ને શબ્દોના અર્થ તદ્દન જુદા છે. આ પ્રકરણમાં તાપમાનની વ્યાખ્યા, દ્રવ્યના ભૌતિક (ઉષ્મીય) ગુણધર્મોના વિધેયના રૂપમાં તથા જુદાં-જુદાં માપક્રમ અને તેમની વચ્ચેના સંબંધોના રૂપમાં આપવામાં આવી છે. બે પદાર્થો વચ્ચે તાપમાનના તફાવત સાથે સંકળાયેલ ઉષ્મા એટલે કે વિનિમય પામતી ઉષ્મા-ઊર્જાની પણ ચર્ચા કરેલ છે.

થરમૉડાઇનેમિક્સનો પહેલો નિયમ ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમનું વ્યાપક સ્વરૂપ છે, જે મુજબ ઊર્જાનો વિનિમય એ ઉષ્માના વિનિમય, યાંત્રિક ઊર્જાના રૂપમાં કાર્ય, અને તંત્રની આંતરિક ઊર્જા સાથે સંકળાયેલ છે. વિશિષ્ટ ઉષ્મા તેમજ ઉષ્માધારિતાની ચર્ચા પણ આ પ્રકરણમાં કરેલ છે.

આજે આપણે ગૃહઉપયોગી સાધનો જેવા કે રેફ્રિજરેટર અને ઍરકંડિશનરની ગુણવત્તાના સ્ટાર રેટિંગ જોઈએ છીએ, વાહનોની ગુણવત્તા વાહન ઉત્પાદકો, પેટ્રોલ કે ડીઝલના સંદર્ભમાં km/litre ની વાહનની ઈંધણ ક્ષમતા વડે દર્શાવે છે. આ બધાં સાધનો એક પ્રકારની ઊર્જાનું બીજા પ્રકારની ઊર્જામાં રૂપાંતરણ

કરવાની તેમની કાર્યક્ષમતા દર્શાવે છે. થરમૉડાઇનેમિક્સનો બીજો નિયમ આ પ્રક્રિયાઓની મર્યાદા વ્યાખ્યાયિત કરે છે.

ઉષ્મા-એન્જિન અને કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યપદ્ધતિ પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં સમજાવેલ છે.

6.2 થરમૉડાઇનેમિક તંત્ર અને પરિસરનું અર્થઘટન (Concept of Thermodynamic System and Environment)

થરમૉડાઇનેમિક્સમાં 'વસ્તુ'ને બદલે વ્યાપક રીતે તંત્ર શબ્દ પ્રયોજવામાં આવે છે. વિશ્વના જે ભાગનો થરમૉડાઇનેમિક અભ્યાસ કરવાનો હોય તે ભાગને **થરમૉડાઇનેમિક તંત્ર (system)** કહે છે. તંત્ર એક પારિમાણિક, દ્વિ-પારિમાણિક કે ત્રિ-પારિમાણિક હોઈ શકે છે. તે એક જ વસ્તુ કે પછી અનેક વસ્તુઓનું બનેલું હોઈ શકે. તંત્ર જે વસ્તુઓનું બનેલું હોય તે વસ્તુઓને તંત્રના **ઘટકો** કહેવાય. તંત્ર **વિકિરણ (radiation)**નું બનેલું પણ હોઈ શકે અથવા વિકિરણ એ તંત્રનો કોઈ ઘટક હોઈ શકે છે.

તંત્રની આસપાસના બાકીના ભાગ (વિશ્વ) કે જેની સીધી અસર તંત્ર પર થતી હોય, તેને તંત્રનું **પરિસર** કે **વાતાવરણ** (surrounding or environment) કહે છે. તંત્ર અને તેના પરિસરને જુદા પાડતી હદને તંત્રની **પરિસીમા (સરહદ)** કહે છે. તંત્ર તેના પરિસર સાથે કેવા પ્રકારની આંતરક્રિયા (interaction) કરશે, તેનો આધાર પરિસીમાના પ્રકાર પર રહેલો છે.

ભૌતિકવિજ્ઞાનની દરેક શાખામાં કોઈ પણ તંત્રનું સ્થૂળ (macroscopic) વર્ણન તેના અમુક માપી શકાય તેવા ગુણધર્મોના આધારે કરવામાં આવે છે. દા. ત., દૃઢ વસ્તુની ચાકગતિનો અભ્યાસ કરતી વખતે તેના આંતરિક પાસાની ચિંતા કર્યા સિવાય, કોઈ યામાક્ષોની સાપેક્ષે જુદા-જુદા સમયે તેના દ્રવ્યમાનકેન્દ્રના સ્થાન અને વેગ જેવી સ્થૂળ રાશિઓનો અભ્યાસ કરવામાં આવે છે. આવી રાશિઓને **યાંત્રિક યામો** (mechanical co–ordinates) કહે છે. યાંત્રિક યામોની મદદથી કોઈ યામાક્ષોની સાપેક્ષે દૃઢ વસ્તુની સ્થિતિ-ઊર્જા અને ગતિ-ઊર્જાનાં મૂલ્યો અને તે પરથી યાંત્રિક-ઊર્જાનું મૂલ્ય નક્કી થાય છે.

થરમૉડાઇનેમિક્સમાં તંત્રની આંતરિક અવસ્થા પર સીધી રીતે અસર કરનાર સ્થૂળ રાશિઓને ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે. આવી રાશિઓને **થરમૉડાઇનેમિક યામો** (thermodynamic co-ordinates) કહે છે. થરમૉડાઇનેમિક યામો વડે રજૂ થતા તંત્રને થરમૉડાઇનેમિક તંત્ર કહે છે.

તંત્રના યાંત્રિક અને ઉષ્મીય ગુણધર્મોનાં મૂલ્યો પરથી તંત્રની થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા (state) નક્કી થાય છે. દા. ત., કોઈ વાયુતંત્રનું દબાણ, કદ જેવા યાંત્રિક ગુણધર્મો તથા તાપમાન, ઉષ્મા ઊર્જા નો જથ્થો જેવા ઉષ્મીય ગુણધર્મો તંત્રની થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા નક્કી કરે છે.

તંત્ર અને તેના પરિસર વચ્ચે થતી આંતરક્રિયાને થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા (process) કહે છે.

જો તંત્ર પોતાના પરિસર સાથે આંતરક્રિયા ન કરતું હોય તો તે **અલગ કરેલું તંત્ર** (isolated system) કહેવાય છે. આવા તંત્રના ઉષ્મીય અને યાંત્રિક ગુણધર્મો અચળ રહે છે અને તંત્ર કોઈ ચોક્કસ સંતુલિત થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થામાં છે તેમ કહેવાય.

તંત્ર પોતાના પરિસર સાથે આંતરક્રિયા કરીને ઉષ્મા-ઊર્જા અને/અથવા યાંત્રિક-ઊર્જાનો વિનિમય કરે ત્યારે તેના ઉષ્મીય અને/અથવા યાંત્રિક ગુણધર્મોમાં સતત ફેરફાર થાય છે. આવી અનેક અવસ્થાઓમાંથી પસાર થતું-થતું તંત્ર અંતે બીજી કોઈ નિશ્ચિત સંતુલિત થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા પ્રાપ્ત કરે છે. તંત્રની પરિસર સાથેની આંતરક્રિયા દરમિયાન વિનિમય પામતી **ઉષ્મા-ઊર્જાને ઉષ્મા (Q)** અને વિનિમય પામતી **યાંત્રિક-ઊર્જાને કાર્ય (W)** કહે છે.

થરમૉડાઇનેમિક તંત્રની સંતુલિત અવસ્થા અમુક ચલ-રાશિઓ વડે નક્કી થતી હોય છે. આવી રાશિઓને થરમૉડાઇનેમિક ચલરાશિઓ કે અવસ્થા **ચલરાશિઓ** (state variables) કહે છે. અવસ્થા ચલરાશિઓ વચ્ચેના સંબંધને **અવસ્થા-સમીકરણ** (equation of state) કહે છે. દા. ત., **'વાયુનો ગતિવાદ'**ના પ્રકરણમાં તમે ભણ્યા તે મુજબ આદર્શ વાયુનાં દબાણ, કદ, તાપમાન અને વાયુના જથ્થાને સાંકળતું સમીકરણ $PV = \mu RT$ એ આદર્શ વાયુનું અવસ્થા સમીકરણ છે.

થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા ચલરાશિઓ બે પ્રકારની હોય છે :

(i) એક્સ્ટેન્સિવ ચલરાશિઓ (Extensive Variables) : તંત્રના પરિમાણ પર આધારિત હોય તેવી રાશિઓને એક્સ્ટેન્સિવ ચલરાશિઓ કહે છે. દા. ત., દળ, કદ, આંતરિક ઊર્જા વગેરે.

(ii) ઇન્ટેન્સિવ ચલરાશિઓ (Intensive Variables) : તંત્રના પરિમાણ પર આધારિત ન હોય તેવી

રાશિઓને ઇન્ટેન્સિવ ચલરાશિઓ કહે છે. દા. ત., દબાણ, તાપમાન વગેરે.

6.3 તાપીય સંતુલન અને તાપમાનની વ્યાખ્યા (થરમૉડાઈનેમિક્સનો શૂન્યક્રમનો નિયમ) Thermal Equilibrium and Definition of Temperature (Zeroth Law of Thermodynamics)

જ્યારે જુદા-જુદા તાપમાન ધરાવતાં બે તંત્રોને એકબીજાના ઉષ્મીય સંપર્કમાં લાવવામાં આવે છે, ત્યારે ઉષ્માનું વહન વધારે તાપમાનવાળા તંત્ર તરફથી ઓછા તાપમાનવાળા તંત્ર તરફ થાય છે. જ્યારે બન્ને તંત્રોનાં તાપમાન સરખાં થઈ જાય ત્યારે તેમની વચ્ચે વિનિમય પામતી ઉષ્માનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. આ વખતે બન્ને તંત્રો એકબીજાં સાથે તાપીય **(ઉષ્મીય) સંતુલન**માં છે, તેમ કહેવાય.

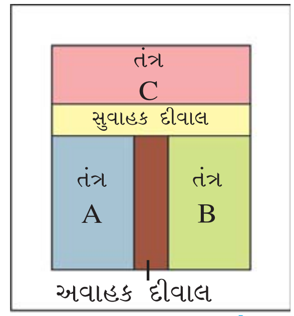
જ્યારે જુદા-જુદા તાપમાન ધરાવતા તંત્ર અને તેના પરિસરને જુદા પાડતી પરિસીમા (દીવાલ) ઉષ્મીય અવાહક (insulating or adiabatic wall) હોય ત્યારે તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે ઉષ્માનો વિનિમય થતો નથી, પરંતુ જ્યારે આ તંત્ર અને તેના પરિસરને જુદા પાડતી સીમા ઉષ્માની સુવાહક (conducting or diathermic wall) હોય ત્યારે તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે ઉષ્માનો વિનિમય થાય છે અને જ્યારે તંત્ર અને પરિસરનાં તાપમાન સરખાં થઈ જાય, ત્યારે ઉષ્માનો વિનિમય શૂન્ય થાય છે.

જ્યારે તંત્ર અને તેના પરિસર વચ્ચે કોઈ અસંતુલિત બળ ન લાગતું હોય ત્યારે તંત્ર **યાંત્રિક સંતુલન**માં છે તેમ કહેવાય. જ્યારે તંત્રમાં કોઈ રાસાયણિક પ્રક્રિયા ન થતી હોય અને તંત્રના એક ભાગથી બીજા ભાગ તરફ કોઈ રાસાયણિક ઘટકની ગતિ ન થતી હોય ત્યારે તંત્ર **રાસાયણિક સંતુલન**માં છે તેમ કહેવાય. જ્યારે તંત્ર ઉષ્મીય, યાંત્રિક અને રાસાયણિક સંતુલનમાં હોય ત્યારે તે **થરમૉડાઈનેમિક સંતુલનમાં** છે, તેમ કહેવાય.

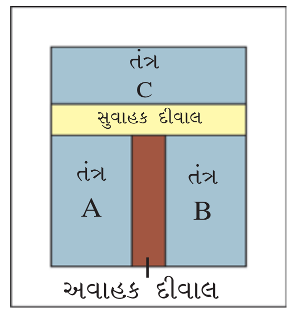
6.3.1 થરમૉડાઈનેમિક્સનો શૂન્ય ક્રમનો નિયમ (Zeroth Law of Thermodynamics) :

કોઈ તંત્ર અને તેનું પરિસર અથવા કોઈ બે તંત્રો એકબીજાની સાથે ઉષ્મીય સંતુલનમાં છે કે નહીં તે જાણવા માટે કોઈ એક ત્રીજી વસ્તુ (દા. ત., થરમૉમીટર)નો ઉપયોગ કરી શકાય (આદર્શ રીતે આ ત્રીજી વસ્તુ, બન્ને તંત્રો સાથે ઉષ્માનો વિનિમય (શોષણ કે ઉત્સર્જન) ન કરતું હોવું જોઈએ).

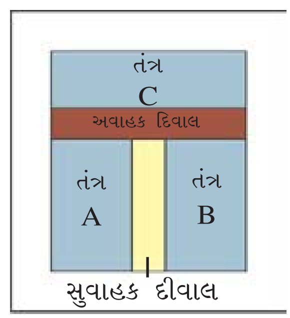
આકૃતિ 6.1(*a*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, ધારો કે કોઈ બે તંત્રો A અને B ને એકબીજાંથી ઉષ્મીય અવાહક દીવાલ વડે જુદાં પાડેલ છે તથા આ બન્ને તંત્રો ત્રીજા એક તંત્ર C સાથે સુવાહક દીવાલ દ્વારા સંપર્કમાં છે. આ સમગ્ર રચનાની આજુબાજુ અવાહક દીવાલ છે. આકૃતિ 6.1(*b*)માં દર્શાવ્યા મુજબ અમુક સમય બાદ આ બન્ને તંત્રો A અને B, તંત્ર C સાથે ઉષ્મીય સંતુલન પ્રાપ્ત કરે છે.



(*a*) ઉષ્મીય સંતુલન પહેલાં



(*b*) ઉષ્મીય સંતુલિત સ્થિતિ



(*c*) ઉષ્મીય સંતુલિત સ્થિતિ

તંત્ર A, B અને C વચ્ચે સ્થપાતું ઉષ્મીય સંતુલન

આકૃતિ 6.1

હવે આકૃતિ 6.1(*c*)માં દર્શાવ્યા મુજબ A અને Bને જુદા પાડતી અવાહક દીવાલ દૂર કરી તેના સ્થાને સુવાહક દીવાલ રાખવામાં આવે અને તંત્ર Cને A અને Bથી અવાહક દીવાલ વડે અલગ કરવામાં આવે તોપણ તેમની સંતુલિત સ્થિતિમાં કોઈ ફેરફાર નોંધાતો નથી.

હવે આ તંત્રો A અને Bને એક જ સમયે C સાથે ઉષ્મીય સંતુલન પ્રાપ્ત કરવા દેવાને બદલે તેમને વારાફરતી C સાથે સંતુલન પ્રાપ્ત કરવા દેવાય અને ત્યાર બાદ A, B અને C ને સુવાહક દીવાલ દ્વારા સંપર્કમાં લાવવામાં આવે, તો પણ પહેલાંની માફક જ ઉષ્મીય સંતુલન સ્થપાશે. આમ,

"જો તંત્ર A અને B કોઈ ત્રીજા તંત્ર C સાથે ઉષ્મીય સંતુલનમાં હોય, તો A અને B પણ એકબીજા સાથે ઉષ્મીય સંતુલનમાં હોય છે."

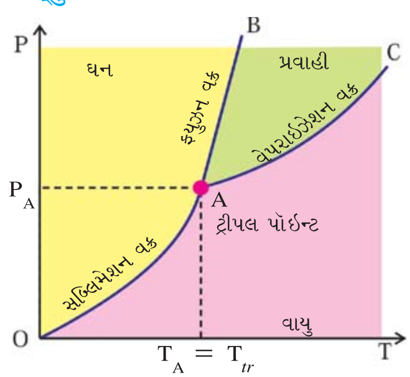
આ વિધાનને **થરમૉડાઈનેમિક્સનો શૂન્ય ક્રમનો નિયમ** કહે છે.

વ્યવહારમાં આપણે વસ્તુના ગરમ કે ઠંડાપણાની માત્રા સાથે, તાપમાન નામના ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. શૂન્ય ક્રમનો નિયમ આ ખ્યાલના સંદર્ભમાં દર્શાવે છે કે **તાપમાન એ તંત્રનો ગુણધર્મ છે.** એકબીજા સાથે ઉષ્મીય સંપર્કમાં રહેલી વસ્તુઓ ઉષ્મીય સંતુલન પ્રાપ્ત કરે, ત્યારે તેમનાં તાપમાન સરખાં થઈ જાય છે. સ્થૂળ રીતે વિચારતાં શૂન્ય ક્રમના નિયમ પરથી લખી શકાય કે ''તાપમાન નામની એક અગત્યની ભૌતિક રાશિ અસ્તિત્વ ધરાવે છે.''

6.4 ફેઝ (અવસ્થા) ડાયાગ્રામ (Phase Diagram)

દ્રવ્ય કયા (ઘન, પ્રવાહી કે વાયુ) સ્વરૂપમાં રહેશે, તેનો આધાર દબાણ અને તાપમાન જેવાં પરિબળો પર હોય છે. કેટલીક ખાસ પરિસ્થિતિઓમાં દ્રવ્યનાં બે અથવા ત્રણ સ્વરૂપો એકીસાથે પણ સંતુલનમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. દબાણ અને તાપમાનનાં જુદાં-જુદાં મૂલ્યો માટે આપેલ દ્રવ્ય કેવું સ્વરૂપ ધરાવે છે, તે દર્શાવતાં દબાણ (P) વિરુદ્ધ તાપમાન (T)ના આલેખને તે **દ્રવ્યનો ફેઝ ડાયાગ્રામ** કહે છે. આકૃતિ 6.2માં કોઈ એક પદાર્થ માટે ફેઝ ડાયાગ્રામ દર્શાવેલ છે.

ફેઝ ડાયાગ્રામ પરના વક્ર AB પરનાં બિંદુઓ વડે મળતાં દબાણ-તાપમાનનાં મૂલ્યો માટે પદાર્થની ઘન અને પ્રવાહી અવસ્થાઓ સંતુલનમાં સહ-અસ્તિત્વ ધરાવે છે. માટે **AB** વક્રને **ફ્યુઝન-વક્ર** કહે છે.



ફેઝ ડાયાગ્રામ
આકૃતિ 6.2

આ જ રીતે વક્ર OA પરનાં બિંદુઓ વડે મળતાં દબાણ-તાપમાનનાં મૂલ્યો માટે પદાર્થનાં ઘન અને વાયુ અવસ્થા સ્વરૂપો સંતુલનમાં સહ-અસ્તિત્વ ધરાવે છે. માટે વક્ર **OA** ને **સબ્લિમેશન-વક્ર** કહે છે.

વક્ર AC પરનાં બિંદુઓ વડે મળતાં દબાણ-તાપમાનનાં મૂલ્યો માટે પદાર્થનાં વાયુ અને પ્રવાહી અવસ્થા સ્વરૂપો સંતુલનમાં સહ-અસ્તિત્વ ધરાવે છે. માટે વક્ર **AC**ને **વેપરાઈઝેશન (બાષ્પીકરણ) વક્ર** કહે છે.

વેપરાઈઝેશન વક્ર, ફ્યુઝન-વક્ર અને સબ્લિમેશન-વક્ર A બિંદુ પર મળે છે, એટલે કે દબાણ-તાપમાનનાં જે મૂલ્યો માટે પદાર્થનાં ત્રણેય સ્વરૂપો સહ-અસ્તિત્વમાં અને સંતુલનમાં હોય છે. તે બિંદુને તે દ્રવ્ય(પદાર્થ)નું **ટ્રીપલ પૉઈન્ટ** કહે છે. આકૃતિમાં બિંદુ **A** આપેલ દ્રવ્યનું ટ્રીપલ પૉઈન્ટ છે.

જુદાં-જુદાં દ્રવ્યો માટે ચોક્કસ દબાણે અને તાપમાને જ તેમના બે અથવાં ત્રણ સ્વરૂપો સંતુલનમાં સહ-અસ્તિત્વ ધરાવતાં હોય તેવી પરિસ્થિતિ મેળવી શકાય છે. પાણીનું ટ્રીપલ પૉઈન્ટ 4.58 mm પારાના દબાણે અને 273.16 K તાપમાને મળે છે. પાણીના ટ્રીપલ પૉઈન્ટનો ઉપયોગ થરમૉમિટરનો સ્કેલ નક્કી કરવામાં થાય છે.

6.4.1 તાપમાનનું માપન : થરમૉમેટ્રી (Measurement of temperature thermometry) :

કોઈ પણ પદાર્થ ઠંડો છે કે ગરમ તે, ચોકસાઈપૂર્વક, ફક્ત સ્પર્શ કરીને નક્કી કરી શકાતું નથી. દા.ત., ડાબા હાથને ગરમ તથા જમણા હાથને ઠંડા પાણીમાં થોડીવાર રાખ્યા બાદ, બંને હાથને નવશેકા પાણીમાં રાખવામાં આવે, તો નવશેકું પાણી ડાબા હાથને ઠંડું તથા જમણા હાથને ગરમ અનુભવાય છે. આ ઉપરાંત સ્પર્શથી અનુભવેલ પરિણામ વ્યક્તિલક્ષી પણ હોય છે.

કોઈ વસ્તુની ઉષ્મીય સંતુલનની પરિસ્થિતિમાં તેના તાપમાનને કોઈ ચોક્કસ વાસ્તવિક સંખ્યા વડે સાંકળીએ, અને આ પ્રમાણે તેની જુદી-જુદી ઉષ્મીય સંતુલનની સ્થિતિઓ વખતના તાપમાનને અનન્ય એવી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ વડે સાંકળીએ, તો આ રીતે ઉષ્મીય (તાપીય) સંતુલન પર વ્યાખ્યાયિત થતાં વિધેયને **તાપમાન-વિધેય** કહે છે.

થરમૉડાઇનેમિક્સનો શૂન્યક્રમનો નિયમ દર્શાવે છે કે તાપમાન વિધેય એક-એક વિધેય છે.

જે સાધન વડે આપેલા ઉષ્મીય સંતુલન સાથે સંકળાયેલી નિશ્ચિત અનન્ય વાસ્તવિક સંખ્યા (એટલે કે તાપમાન) માપી શકાય, તેવા સાધનને થરમૉમીટર કહે છે.

સામાન્ય રીતે થરમૉમીટર તૈયાર કરવા માટે તાપમાન સાથે પ્રવાહીના કદમાં થતાં ફેરફારના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. મોટા ભાગે પ્રવાહી સહિત કાચના થરમૉમીટરમાં પારો અને આલ્કોહૉલ જેવા પ્રવાહીનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

થરમૉમીટરનું કેલિબરેશન (અંકન) એવી રીતે કરવામાં આવે છે કે જેથી તાપમાનના દરેક ચોક્કસ મૂલ્ય સાથે કોઈ નિશ્ચિત અંક સાંકળી શકાય. સર્વમાન્ય માપક્રમનું કેલિબરેશન

(અંકન) કરવા માટે, તાપમાનના બે ચોક્કસ (જાણીતા) મૂલ્યો જરૂરી છે. સરળતા માટે 1 વાતાવરણના દબાણે પાણીનું ઠારણબિંદુ (32^oF અથવા 0^oC) અને પાણીનું ઉત્કલનબિંદુ (212^oF અથવા 100^oC) ચોક્કસ મૂલ્ય તરીકે લેવામાં આવે છે.

જુદા-જુદા પ્રવાહીના ઉષ્મીય પ્રસરણના ગુણધર્મો જુદા-જુદા હોવાથી બે ચોક્કસ બિંદુઓ પરના તાપમાન સિવાય બીજા તાપમાનનાં મૂલ્યો માટે પ્રવાહી-સહિત-થરમૉમીટરો જુદાં-જુદાં અવલોકન આપે છે. પરંતુ, જેમાં પૂરતા ઓછા દબાણે કોઈ પણ વાયુઓ ભરેલા હોય તેવા અચળ કદ થરમૉમીટર એક જ તાપમાન માટે એકસમાન અવલોકનો જ આપે છે.

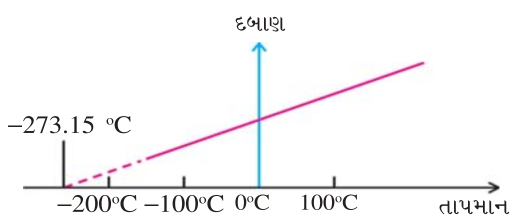
પૂરતાં ઓછા દબાણે રહેલો આપેલ જથ્થાનો વાયુ આદર્શવાયુ અવસ્થા-સમીકરણ,

$PV = \mu RT$નું પાલન કરે છે.

જ્યાં, μ = વાયુના મોલની સંખ્યા,

અને $R = 8.31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$

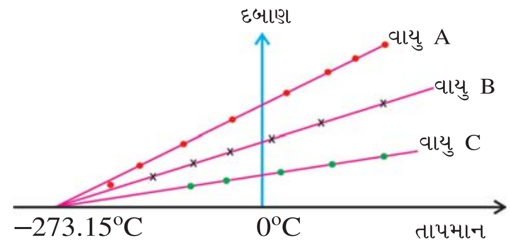
આથી વાયુનું કદ અચળ રાખીએ, તો $P \alpha T$. આમ, અચળ કદ વાયુ થરમૉમીટર વડે તાપમાનનું માપન તેના દબાણના સંદર્ભમાં કરી શકાય છે. આકૃતિ 6.3માં દર્શાવ્યા મુજબ $P - T$ નો આલેખ સીધી રેખા મળે છે.



ઓછી ઘનતાવાળા અચળ કદના વાયુ માટે દબાણ વિરુદ્ધ તાપમાનનો આલેખ

આકૃતિ 6.3

નીચા તાપમાને વાસ્તવિક વાયુઓ વડે કરેલું તાપમાનનું માપન આદર્શ વાયુ માટે અનુમાન કરેલ માપન કરતાં થોડું જુદું પડે છે. પરંતુ આપેલ તાપમાનના ગાળા માટે આ સંબંધ સુરેખ જ હોય છે. જો વાયુ પોતાનું વાયુસ્વરૂપ જાળવી રાખે, તો તાપમાનના ઘટાડા સાથે દબાણ શૂન્ય સુધી પહોંચે છે. આ સુરેખ આલેખને આગળ લંબાવવામાં આવે તો આદર્શવાયુ માટે તેનું મૂલ્ય તાપમાન અક્ષને **-273.15^oC** પાસે મળે છે, જેને **નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાન** કહે છે. (જુઓ આકૃતિ 6.4).



P – T નો આલેખ અને ઓછી ઘનતાવાળા વાયુઓ માટે સુરેખાઓને લંબાવતા તે એકસરખું નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાન દર્શાવે છે

આકૃતિ 6.4

આકૃતિ 6.4 પરથી જોઈ શકાય છે કે, ઓછી ઘનતાવાળા અને જુદા-જુદા ઉષ્મીય પ્રસરણ ધરાવતા વાયુઓ માટે એકસરખું નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાન મળે છે. નિરપેક્ષ શૂન્ય એ કેલ્વિન માપક્રમ અથવા નિરપેક્ષ માપક્રમનો પાયો છે, જેનું મૂલ્ય 0 K જેટલું લેવામાં આવે છે.

વ્યવહારમાં તાપમાનના માપન માટે સેલ્સિયસ માપક્રમ અને ફેરનહીટ માપક્રમ પ્રચલિત છે, જે આ મુજબ છે.

સેલ્સિયસ માપક્રમ : જો સેલ્સિયસ માપક્રમનું તાપમાન T_C વડે અને કેલ્વિન માપક્રમ પરનું તાપમાન T વડે દર્શાવવામાં આવે તો,

$T_C = T - 273.15$

પાણીના ટ્રીપલ પૉઇન્ટ તાપમાનને સેલ્સિયસ માપક્રમમાં માપતાં,

$T_C = 273.16 - 273.15 = 0.01^oC$ તાપમાન મળે છે.

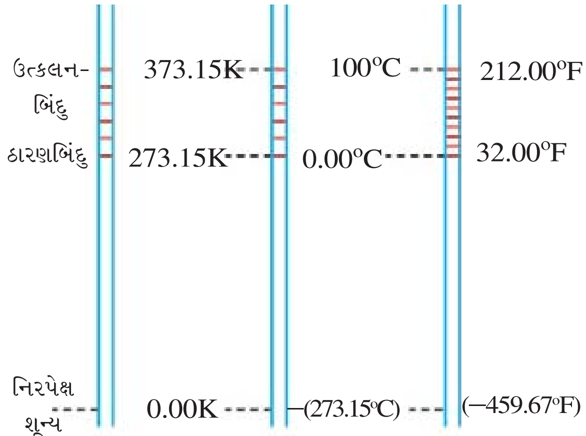
આ માપક્રમમાં વાતાવરણના દબાણે શુદ્ધ પાણી અને તેની બાષ્પ વચ્ચે સંતુલન રચાય ત્યારે તાપમાન 100^oC લેવામાં આવે છે, જેનું મૂલ્ય કેલ્વિન માપક્રમમાં,

$T = 100 + 273.15 = 373.15\ K$

ફેરનહીટ માપક્રમ : ફેરનહીટ માપક્રમ પરના તાપમાન T_F અને સેલ્સિયસ માપક્રમ પરના તાપમાન T_C વચ્ચેનો સંબંધ આ મુજબ છે.

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^o$$

એક માપક્રમમાં પાણીનું ઉત્કલનબિંદુ અને ઠારણબિંદુ (Freezing point) જાણતા હોઈએ, તો તાપમાનનું માપન કર્યા પછી તેને બીજા કોઈ માપક્રમમાં સહેલાઈથી દર્શાવી શકાય છે. આકૃતિ 6.5 માં કેલ્વિન, સેલ્સિયસ અને ફેરનહીટ માપક્રમની સરખામણી દર્શાવી છે.



પાણી માટે કેલ્વિન, સેલ્સિયસ અને ફેરનહીટ માપક્રમની સરખામણી
આકૃતિ 6.5

સેલ્સિયસ અને ફેરનહીટ માપક્રમમાં તાપમાનનું માપન દર્શાવવા માટે અનુક્રમે C અને F અક્ષરો લખવામાં આવે છે. દા.ત., $0^{o}C = 32^{o}F$

એટલે કે સેલ્સિયસ માપક્રમમાં 0^{o} એટલે ફેરનહીટ માપક્રમ મુજબ તેટલું જ તાપમાન 32^{o}, પરંતુ તાપમાનનો તફાવત આ બંને માપક્રમમાં જુદી રીતે દર્શાવવામાં આવે છે.

$5\ C^{o} = 9\ F^{o}$નો મતલબ એ કે, સેલ્સિયસ માપક્રમ મુજબ 5 સેલ્સિયસ ડિગ્રી **(નોંધો કે ડિગ્રીની સંજ્ઞા C પછી આવે છે)**નો તફાવત અને 9 ફેરનહીટ ડિગ્રીનો તફાવત સમતુલ્ય છે.

માત્ર જાણકારી માટે :

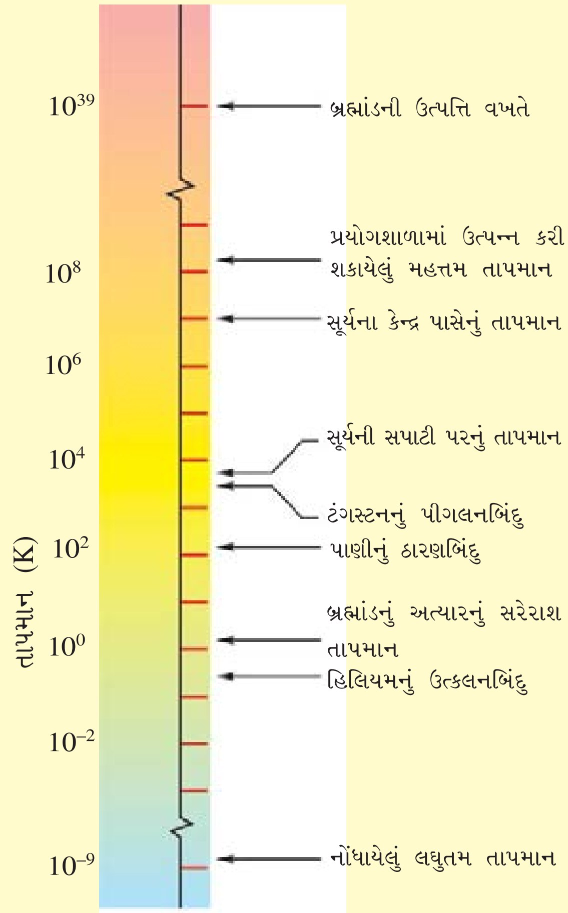
પાણીનાં ઉત્કલનબિંદુ અને ઠારણબિંદુ વચ્ચે તફાવત 100 કેલ્વિન (100 K) અને 100 સેલ્સિયસ ડિગ્રી ($100\ C^{o}$) હોય છે. પરંતુ પાણીનાં ઉત્કલનબિંદુ અને ઠારણબિંદુ વચ્ચે ફેરનહીટનો તફાવત $180\ F^{o}$ છે. આમ,

$$\Delta T = 180\ F^{o} = 100\ K = 100\ C^{o}$$

એટલે કે એક ફેરનહીટનું મૂલ્ય સેલ્સિયસ કે કેલ્વિનના $\left(\frac{100}{180} = \frac{5}{9}\right)$ $\frac{5}{9}$ ભાગ જેટલું હોય છે, જે દર્શાવે છે કે ફેરનહીટમાં દર્શાવેલો તાપમાનનો તફાવત સેલ્સિયસ કે કેલ્વિન માપક્રમના તફાવત કરતાં $\frac{9}{5}$ ગણો હોય છે.

તાપમાન અને તાપમાનનો તફાવત બંને અલગ છે. 10 K તાપમાન એ $10^{o}C$ કે $18^{o}F$ નથી, પરંતુ 10 K તાપમાનનો તફાવત એ $10\ C^{o}$ કે $18\ F^{o}$ જેટલો હોય છે.

માત્ર જાણકારી માટે :



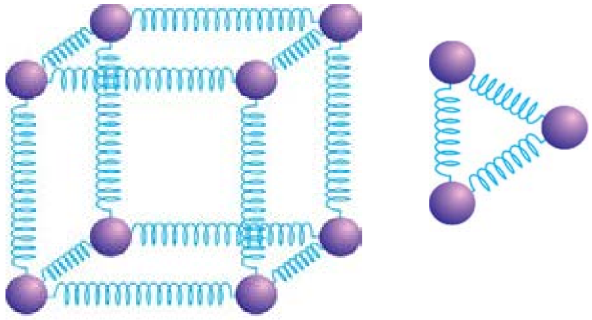
કેલ્વિન માપક્રમ પર કેટલાંક તાપમાનનાં મૂલ્યો
આકૃતિ 6.6

6.5 ઉષ્મીય પ્રસરણ (Thermal Expansion)

આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈ પદાર્થનું તાપમાન વધારતાં (ઉષ્મા આપતાં) તેના પરિમાણમાં વધારો થાય છે અને તાપમાન ઘટાડતાં (ઉષ્મામુક્ત કરીને) તેના પરિમાણમાં ઘટાડો થાય છે. આમ, પદાર્થ દ્વારા ઉષ્માનું શોષણ કરીને તેના પરિમાણમાં થતા વધારાને **ઉષ્મીય પ્રસરણ** અને ઉષ્મા-મુક્ત કરીને પદાર્થના પરિમાણમાં થતા ઘટાડાને **ઉષ્મીય સંકોચન** કહે છે.

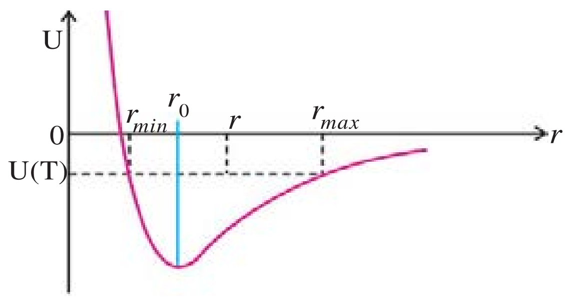
ઘન પદાર્થની આંતર-રચનામાં તેના ઘટકકણો (અણુ, પરમાણુ કે આયનો) ચોક્કસ રીતે ગોઠવાયેલા હોય છે. તેઓ એકબીજા પર આકર્ષણ અને અપાકર્ષણ બળો લગાડીને પોતપોતાના મધ્યમાન સ્થાનની આસપાસ દોલનો કરતા હોય છે. આમ, આ ઘટકકણો જાણે કે સ્પ્રિંગથી જોડાયેલા હોય તેમ કલ્પી શકાય છે (જુઓ આકૃતિ 6.7).

તાપમાનના વધવા સાથે આ દોલનોનો કંપવિસ્તાર વધે છે અને અણુઓ વચ્ચેનાં સરેરાશ અંતરો વધે છે. આમ, ઘન પદાર્થનું તાપમાન વધતાં તેના કદમાં વધારો થાય છે.



કાલ્પનિક સ્પ્રિંગ વડે જોડાયેલા ઘટકકણો
આકૃતિ 6.7

આકૃતિ 6.8માં આંતરઅણું-સ્થિતિ-ઊર્જા વિરુદ્ધ અંતરનો આલેખ દર્શાવ્યો છે, જેના પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે આ વક્ર આંતરઅણુ સંતુલન-અંતર (r_0)ને અનુલક્ષીને સંમિત નથી. r_0 કરતાં વધારે અંતરે આકર્ષી સ્થિતિ-ઊર્જા જે દરે વધે છે, તે દરથી r_0 કરતાં ઓછા અંતર માટે અપાકર્ષીય સ્થિતિ-ઊર્જા વધતી નથી.



આંતરઅણુ સ્થિત-ઊર્જા વિરુદ્ધ અંતરનો આલેખ
આકૃતિ 6.8

આપેલા તાપમાને (એટલે કે સ્થિતિ-ઊર્જા U(T)ના કોઈ એક મૂલ્ય માટે) ઘટકકણો r_{min} અને r_{max}ની વચ્ચે દોલનો કરતાં હોય છે (જુઓ આકૃતિ 6.8). જો આ તાપમાને પાસપાસેના ઘટકકણો વચ્ચેનું સરેરાશ અંતર r હોય તો

$$r = \frac{r_{min} + r_{max}}{2}$$

આમ, આ વક્રની અસંમિતતા પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે તાપમાનના વધારા સાથે આ સરેરાશ અંતરો વધતાં જાય છે. આ અસંમિતતા ઉષ્મીય પ્રસરણ માટે જવાબદાર છે.

રેખીય પ્રસરણ (Linear Expansion)

તાપમાનમાં થતા વધારા સાથે પદાર્થની લંબાઈમાં થતા વધારાને રેખીય પ્રસરણ કહે છે. તાપમાનના નાના ફેરફારો માટે વસ્તુની લંબાઈમાં થતો વધારો (Δl) એ વસ્તુની મૂળ લંબાઈ 'l' અને તાપમાનના વધારા 'ΔT'ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$\Delta l \propto l$, અને

$\Delta l \propto \Delta T$

$\therefore \ \Delta l \propto l\Delta T$

$$\therefore \ \Delta l = \alpha l \Delta T \qquad (6.5.1)$$

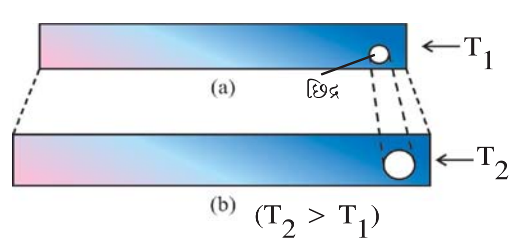
અહીં 'α' એ સમપ્રમાણતા અચળાંક છે, જેને વસ્તુના દ્રવ્યનો રેખીય પ્રસરણાંક (coefficient of linear expansion) કહે છે. 'α'નું મૂલ્ય પદાર્થની જાત પર અને તેના તાપમાન પર આધારિત છે. જો તાપમાનનો ગાળો મોટો ન હોય તેવા સંજોગોમાં 'α' તાપમાન પર આધારિત નથી.

α નો એકમ $(C^o)^{-1}$ અથવા K^{-1} છે કેટલાક પદાર્થોના રેખીય પ્રસરણાંકના મૂલ્યો ટેબલ 6.1માં (માત્ર જાણ સારુ) આપ્યા છે.

ટેબલ 6.1
કેટલાક ઉષ્મીય પ્રસરણાંકનાં મૂલ્યો (માત્ર જાણકારી માટે)

પદાર્થ	α $(10^{-5}\ C^{o-1})$	γ $(10^{-5}C^{o-1}$ or $K^{-1})$
ઍલ્યુમિનિયમ	2.4	7.2
બ્રાસ (કાંસુ)	2.0	6.0
લોખંડ	1.2	3.6
સામાન્ય કાચ	0.4 – 0.9	1.2 – 2.7
પાયરેક્ષ કાચ	0.32	

કેટલાક પદાર્થો દરેક દિશામાં એકસરખું ઉષ્મીય પ્રસરણ ધરાવતા હોય છે. આવા પદાર્થોને **આઈસોટ્રોપિક (isotropic)** પદાર્થ કહે છે. તાપમાન વધવા સાથે આવા પદાર્થની લંબાઈમાં જેટલા ગણો વધારો થાય છે, તેટલા જ ગણો વધારો પહોળાઈ અને જાડાઈમાં થાય છે. આથી તેનું પ્રસરણ જાણે કે **ફોટોગ્રાફિક વિવર્ધન** થયું હોય તેમ લાગે છે (જુઓ આકૃતિ 6.9).



સ્ટીલની ફૂટપટ્ટીનું તાપમાન વધારતાં તેનું આઈસોટ્રોપિક પ્રસરણ (વધારીને બતાવેલું છે.)
આકૃતિ 6.9

આથી,

ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો $\Delta A = 2\ \alpha\ A\Delta T$, અને

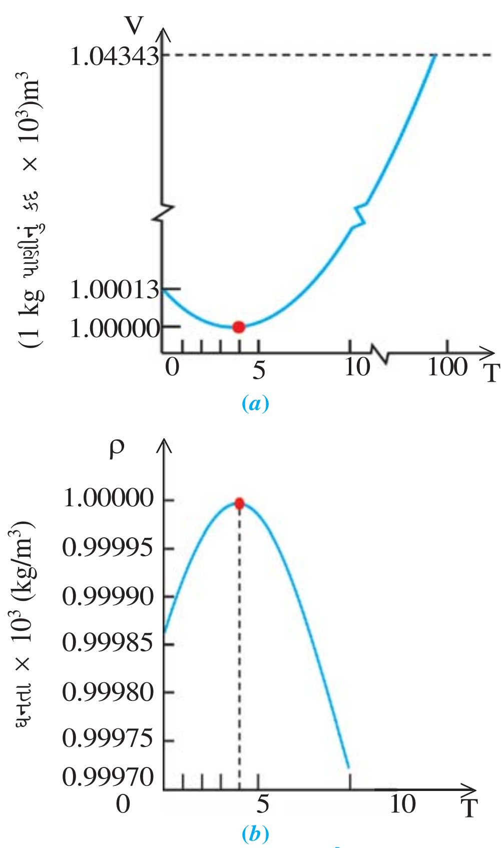
કદમાં થતો વધારો $\Delta V = 3\alpha V\Delta T = \gamma V\Delta T$

કેટલાક પદાર્થોના કદ પ્રસરણાંક ($\gamma = 3\alpha$)નાં મૂલ્યો ટેબલ 6.1માં (માત્ર જાણકારી માટે) આપ્યાં છે.

કદમાં થતો વધારો ઘન પદાર્થ કરતાં પ્રવાહીમાં વધારે હોય છે અને આ વધારો વાયુમાં મહત્તમ હોય છે.

પાણીનું અનિયમિત ઉષ્મીય પ્રસરણ

તાપમાન સાથે પાણીનું ઉષ્મીય પ્રસરણ અનિયમિત હોય છે. પાણીનું તાપમાન 4°C સુધી ઘટાડવામાં આવે, તો પાણીનું કદ ઘટતું જાય છે, પરંતુ જ્યારે તાપમાન 4°Cથી 0°C, સુધી ઘટાડવામાં આવે, તો પાણીના કદમાં વધારો થાય છે (જુઓ આકૃતિ 6.10(*a*)). આમ, પાણીના આપેલ જથ્થા માટે, 4°C તાપમાને પાણીનું કદ લઘુતમ હોય છે. આથી, 4°C તાપમાને પાણીની ઘનતા મહત્તમ હોય છે (જુઓ આકૃતિ 6.10(*b*)).



0°C થી 10°C ના તાપમાનની વચ્ચે 1 kg પાણીના (*a*) કદ અને (*b*) ઘનતાનો ફેરફાર

આકૃતિ 6.10

પાણીની આ પ્રકારની વર્તણૂકના કારણે તળાવનાં પાણીની ઉપરની સપાટી, નીચેની સપાટી કરતાં વહેલી ઠારણ પામે છે. (નીચેથી ઉપરના બદલે ઉપરથી નીચે તરફ ઠારણ પામે છે). જેમ પાણીના ઉપરના સ્તરનું તાપમાન (ધારો કે 10°C થી) ઘટતું જાય છે, તેમ ઉપરનું સ્તર નીચેના સ્તર કરતાં વધુ ઘટ્ટ બને છે અને તેથી તે નીચે જાય છે. આ પ્રક્રિયા ત્યાં સુધી ચાલુ રહે છે કે જ્યાં સુધી તળાવનું સંપૂર્ણ પાણી 4°C તાપમાને પહોંચે. હવે જ્યારે પાણીના ઉપરના સ્તરનું તાપમાન 4°Cથી ઓછું થાય ત્યારે તેની ઘનતા ઘટે છે (જુઓ આકૃતિ 6.5 *b*), અને તેથી તે પાણીની સપાટી પર જ રહે છે અને વધુ ને વધુ ઠંડું થતું જાય છે. આ રીતે પાણીની ઉપરની સપાટી થીજી જાય છે જ્યારે નીચેનું પાણી પ્રવાહી સ્વરૂપમાં જ રહે છે.

પાણીની આવી અનિયમિત વર્તણૂકના કારણે જ પાણીમાં રહેલી જળસૃષ્ટિ ઘણા નીચા તાપમાને પણ જીવી શકે છે.

ઉદાહરણ 1 : એક લુહાર લોખંડની રિંગને ગાડાના પૈડાની ધાર પર જડે છે. 27°C તાપમાને પૈડાની ધાર અને રિંગના વ્યાસ અનુક્રમે 1.5 m અને 1.495 m છે. રિંગને કેટલા તાપમાન સુધી તપાવવી પડે કે જેથી તે પૈડાની ધાર પર ચઢાવી શકાય ? લોખંડ માટે $\alpha = 12 \times 10^{-6}\ K^{-1}$.

ઉકેલ :

અહીં, T = 27°C = 273 + 27 = 300 K

T' = ?

$\alpha = 12 \times 10^{-6}\ K^{-1}$

પૈડાની ધારનો વ્યાસ $d_1 = 1.5$ m

લોખંડની રિંગનો વ્યાસ $d_2 = 1.495$ m

ધારની કુલ લંબાઈ $l_1 = \pi d_1$

રિંગની કુલ લંબાઈ $l_2 = \pi d_2$

$\therefore\ \Delta l = l_1 - l_2 = \pi d_1 - \pi d_2$

પરંતુ, $\Delta l = \alpha l \Delta T$

$\therefore\ \pi(d_1 - d_2) = \alpha\pi d_2(T' - T)$

$$\therefore\ T' - T = \frac{d_1 - d_2}{\alpha d_2}$$

$$\therefore\ T' = \frac{d_1 - d_2}{\alpha d_2} + T$$

$$= \frac{1.5 - 1.495}{12 \times 10^{-6} \times 1.495} + 300$$

$$= 278.7 + 300$$

$\therefore$ T' = 578.7 K

$\therefore$ T' = 578.7 − 273 = 305.7°C

આમ, રિંગને 305.7°C સુધી તપાવવી જોઈએ. (વાસ્તવમાં આનાથી થોડી વધારે તપાવવી જોઈએ.)

ઉદાહરણ 2 : જો બ્રાસ અને ઍલ્યુમિનિયમના સળિયાઓની લંબાઈ વચ્ચેનો તફાવત કોઈ પણ તાપમાને 5 cm જેટલો રાખવો હોય, તો 0°C તાપમાને આ સળિયાઓની લંબાઈ કેટલી રાખવી જોઈએ ?

(બ્રાસ માટે $\alpha = 18 \times 10^{-6}\ C^{o-1}$, ઍલ્યુમિનિયમ માટે $\alpha = 24 \times 10^{-6}\ C^{o-1}$)

ઉકેલ : ધારો કે 0°C તાપમાને બ્રાસ અને ઍલ્યુમિનિયમ સળિયાઓની લંબાઈ અનુક્રમે l_1 અને l_2 છે. અહીં કોઈ પણ તાપમાને આ સળિયાઓની લંબાઈ વચ્ચેનો તફાવત સરખો રહે છે. તેથી તાપમાનના સરખા વધારા સાથે બંને સળિયાની લંબાઈમાં થતો વધારો સરખો હોવો જોઈએ.

$\therefore \Delta l_1 = \Delta l_2$

$\therefore \alpha_1 l_1 \Delta T = \alpha_2 l_2 \Delta T$

$$\therefore \frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{24 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-6}} = \frac{4}{3} \qquad (1)$$

હવે, આપેલ શરત મુજબ $l_1 - l_2 = 5$ cm (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$\frac{l_1}{l_1 - 5} = \frac{4}{3}$$

$\therefore 3l_1 = 4l_1 - 20$

$\therefore l_1 = 20$ cm અને $l_2 = 15$ cm

આમ, 0°C તાપમાને બ્રાસ અને ઍલ્યુમિનિયમના સળિયાઓની લંબાઈ અનુક્રમે 20 cm અને 15 cm લેવી જોઈએ.

ઉદાહરણ 3 : T તાપમાને V કદની ઘન વસ્તુની ઘનતા ρ છે. સાબિત કરો કે તાપમાનમાં dT જેટલો સૂક્ષ્મ વધારો કરવાથી વસ્તુની ઘનતામાં $\gamma\rho dT$ જેટલો ઘટાડો થાય છે. (**સૂચન :** $\frac{dx^n}{dx} = n\,x^{n-1}$)

ઉકેલ :

ઘનતા $\rho = \frac{M}{V}$, (1)

જ્યાં, M = વસ્તુનું દળ, અને V = વસ્તુનું કદ

વસ્તુનું કદ dV, તાપમાન પર આધારિત છે. તાપમાનમાં dT જેટલો વધારો કરવાથી તેના કદમાં વધારો થાય છે.

$\therefore dV = \gamma V dT$ (2)

સ્પષ્ટ છે કે કદમાં વધારો થવાથી વસ્તુની ઘનતામાં ઘટાડો થાય છે. ધારો કે ઘનતામાં થતો ઘટાડો $d\rho$ છે.

$\therefore$ સમીકરણ (1) પરથી,

$$d\rho = -\frac{M}{V^2}\,dV \qquad (3)$$

$$= -\frac{M}{V^2} \cdot \gamma V dT$$

$$= -\frac{M}{V}\,\gamma \cdot dT$$

$\therefore d\rho = -\rho\gamma dT$ (4)

અહીં, ઋણ નિશાની સૂચવે છે કે તાપમાનના વધારા સાથે ρ ઘટે છે.

ઉદાહરણ 4 : સાબિત કરો કે અચળ દબાણે તાપમાનના વધારા સાથે આદર્શ વાયુનો કદ-પ્રસરણાંક ઘટે છે. આદર્શવાયુ માટે 0°C તાપમાને કદ-પ્રસરણાંક કેટલો હશે ?

ઉકેલ : આદર્શવાયુ માટે, PV = μRT (1)

અચળ દબાણે તાપમાનમાં ΔT જેટલો વધારો કરવાથી કદમાં થતો વધારો, ધારો કે ΔV છે.

$\therefore P\Delta V = \mu R \Delta T$ (2)

સમીકરણ (2)ને સમીકરણ (1) વડે ભાગતાં,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\therefore \frac{\Delta V}{V\Delta T} = \frac{1}{T}$$

$$\therefore \gamma = \frac{1}{T} \quad (\because \Delta V = \gamma V \Delta T) \qquad (3)$$

સમીકરણ (3) દર્શાવે છે કે આદર્શ વાયુ માટે તાપમાનના વધારા સાથે કદ-પ્રસરણાંક ઘટે છે.

T = 0°C = 273.15 K તાપમાને

$$\gamma = \frac{1}{273.15} = 3.66 \times 10^{-3}\ K^{-1}$$

ઉદાહરણ 5 : ગ્લિસરિન (glycerine)નો કદ-પ્રસરણાંક $49 \times 10^{-5}\ C^{o-1}$ છે, તો તેના તાપમાનમાં 30 C° નો વધારો કરતાં તેની ઘનતામાં થતો પ્રતિશત ઘટાડો શોધો.

ઉકેલ : $V = V_0 (1 + \gamma\Delta T)$

હવે, $V = \frac{M}{\rho}$, $V_0 = \frac{M}{\rho_0}$

$$\therefore \frac{M}{\rho} = \frac{M}{\rho_0}(1 + \gamma\Delta T)$$

$$\therefore \frac{\rho_0}{\rho} = 1 + \gamma\Delta T$$

$$\therefore \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1+\gamma\Delta T}$$

$$\therefore \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{-\gamma\Delta T}{1+\gamma\Delta T}$$

$$= -\frac{(49)(10^{-5})(30)}{1+(49)(10^{-5})(30)}$$

$$= -0.0145$$

∴ ઘનતામાં થતો પ્રતિશત ઘટાડો = 1.45 %

નોંધ : γ નું મૂલ્ય પ્રમાણમાં ઘણું નાનું હોવાથી, આ ઉદાહરણ તમે ઉદાહરણ 3માં મેળવેલ સૂત્ર પરથી પણ ઉકેલી શકો છો.

ઉદાહરણ 6 : જ્યારે પૃથ્વી અસ્તિત્વમાં આવી ત્યારે તેનું સરેરાશ તાપમાન 300 K હતું. હાલમાં તેનું સરેરાશ તાપમાન 3000 K છે. (પૃથ્વીના પેટાળમાં રહેલા રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વોના વિભંજનના કારણે જે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થઈ તેના કારણે આમ બન્યું છે). તો પૃથ્વીના જન્મકાળ વખતે તેની ત્રિજ્યા કેટલી હશે ? પૃથ્વીના દ્રવ્ય માટે $\gamma = 3 \times 10^{-5}\ K^{-1}$ લો. હાલની, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = 6400 km.

ઉકેલ :

$$V = V_0\,(1 + \gamma\Delta T)$$

$$\therefore \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3(1 + \gamma\Delta T)$$

$$\therefore R = R_0(1+\gamma\Delta T)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore R_0 = \frac{R}{(1+\gamma\Delta T)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{6400}{[1+(3\times10^{-5})(2700)]^{\frac{1}{3}}}$$

$$= 6236 \text{ km}$$

6.6 રૂપાંતરણની ઉષ્મા (ગુપ્ત ઉષ્મા) (Heat of Transformation (Latent Heat))

જ્યારે કોઈ ઘન કે પ્રવાહી પદાર્થને ઉષ્મા આપવામાં આવે, ત્યારે તેનું તાપમાન વધે જ તેવું જરૂરી નથી. ક્યારેક પદાર્થ ઉષ્માનું શોષણ કરીને બીજી અવસ્થા પ્રાપ્ત કરે છે. કોઈ ઘન પદાર્થને પિગાળીને પ્રવાહી અવસ્થામાં લાવવા માટે, એટલે કે ઘન પદાર્થના દૃઢ માળખામાં રહેલા અણુઓને મુક્ત કરવા માટે, ઉષ્મા આપવી પડે છે (દા.ત., બરફનું પાણીમાં રૂપાંતરણ). તે જ રીતે જ્યારે પ્રવાહી થીજીને ઘન અવસ્થામાં રૂપાંતરણ પામે ત્યારે પ્રવાહીમાંથી ઊર્જા મુક્ત (ઓછી) થાય છે.

કોઈ પ્રવાહીનું વરાળ (વાયુ)માં રૂપાંતરણ કરવા માટે ઉષ્મા આપવી પડે છે (દા.ત., પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતરણ). તે જ રીતે જ્યારે વાયુના અણુઓ ભેગા થઈને પ્રવાહી સ્વરૂપમાં ઠારણ પામે ત્યારે વાયુમાંથી ઊર્જા મુક્ત (ઓછી) થાય છે. વ્યાપક રીતે, એકમ દળના કોઈ પદાર્થનું એક અવસ્થા (ઘન, પ્રવાહી કે વાયુ)માંથી બીજી અવસ્થામાં રૂપાંતર કરવા માટે આપવી પડતી ઉષ્માને **રૂપાંતરણની ઉષ્મા (ગુપ્ત ઉષ્મા) (Latent heat) L** કહે છે. m દળના પદાર્થનું સંપૂર્ણ રીતે બીજી અવસ્થામાં રૂપાંતરણ કરવા માટે જરૂરી ઉષ્મા $Q = Lm$ (6.6.1)

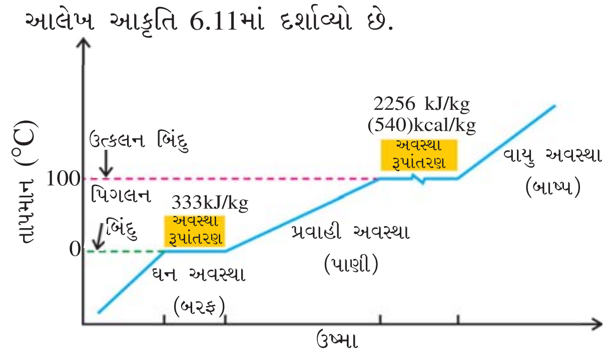
કોઈ પ્રવાહીનું વાયુ (વરાળ)માં અથવા વાયુ (વરાળ)નું પ્રવાહીમાં રૂપાંતરણ કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માને **બાષ્પાયન ગુપ્ત ઉષ્મા (ઉત્કલન ગુપ્ત ઉષ્મા) L_V કહે છે.**

સામાન્ય રીતે પાણી માટે L_V = 2256 kJ/kg છે.

એકમ દળના ઘન પદાર્થનું પ્રવાહીમાં રૂપાંતરણ કરવા (ત્યારે પદાર્થ ઉષ્મા મેળવશે) અથવા પ્રવાહીનું ઘનમાં રૂપાંતરણ કરવા (ત્યારે પદાર્થ ઉષ્મા ગુમાવશે) માટે જરૂરી ઉષ્માને **ગલનગુપ્ત ઉષ્મા L_F** કહે છે.

સામાન્ય રીતે પાણી માટે L_F = 333 kJ/kg

પાણીના અમુક જથ્થા માટે તાપમાન વિરુદ્ધ ઉષ્માનો આલેખ આકૃતિ 6.11માં દર્શાવ્યો છે.



1 વાતાવરણના દબાણે પાણી માટે તાપમાન વિરુદ્ધ ઉષ્માનો આલેખ (સ્કેલમાપ મુજબ નથી.)

આકૃતિ 6.11

આકૃતિ દર્શાવે છે કે જ્યારે અવસ્થા રૂપાંતરણ દરમ્યાન ઉષ્મા ઉમેરવામાં (કે ઘટાડવામાં) આવે તોપણ તાપમાન અચળ રહે છે. બધી ફેઝ રેખાઓના ઢાળ એકસરખા નથી, જે દર્શાવે છે કે જુદી-જુદી અવસ્થાઓની વિશિષ્ટ ઉષ્મા એક સરખી નથી. પાણી માટે L_F = 333 kJ/kg દર્શાવે છે કે 1 kg બરફને $0^{\circ}C$ તાપમાને પિગાળવા માટે 333 kJ જેટલી ઉષ્મા જોઈએ છે, અને L_V = 2256 kJ/kg દર્શાવે છે કે 1 kg પાણીને $100^{\circ}C$ તાપમાને વરાળમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે

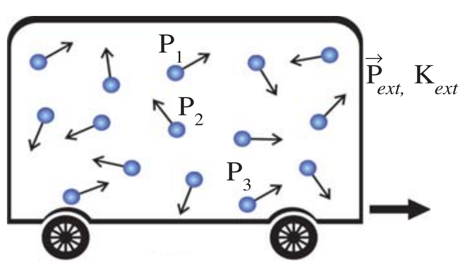
2256 kJ ઉષ્મા આપવી પડે છે. આથી 100°C તાપમાને રહેલી વરાળ, 100°C તાપમાને રહેલા પાણી કરતાં 2256 kJ/kg જેટલી વધુ ઉષ્મા ધરાવે છે. આ જ કારણથી મોટા ભાગે ઊકળતા પાણી કરતાં વરાળ વધારે નુકસાનકારક (દઝાડે) છે.

6.7 ઉષ્મા, આંતરિક ઊર્જા અને કાર્ય (Heat, Internal Energy and Work)

સ્થિર વાયુપાત્રમાં વાયુના અણુઓની વાયુના દ્રવ્યમાન-કેન્દ્રને અનુલક્ષીને અસ્તવ્યસ્ત ગતિના કારણે તેમને વેગમાન અને ગતિ-ઊર્જા હોય છે. વાયુના અણુઓની અસ્તવ્યસ્ત ગતિની સંભાવના દરેક દિશામાં સમાન હોવાના કારણે વાયુના અણુઓનું આ અસ્તવ્યસ્ત ગતિ સાથે સંકળાયેલ કુલ વેગમાન શૂન્ય થશે ($\vec{P}_{int} = 0$), પરંતુ અણુઓની આ અસ્તવ્યસ્ત ગતિ સાથે સંકળાયેલ કુલ ગતિ-ઊર્જા શૂન્ય થશે નહીં ($K_{int} \neq 0$).

વાયુના અણુઓની અસ્તવ્યસ્ત ગતિ સાથે સંકળાયેલ (કુલ વેગમાન શૂન્ય હોય તેવી ગતિ) કુલ ગતિ-ઊર્જાને વાયુમાં રહેલ ઉષ્મા-ઊર્જા કહે છે.

હવે જો વાયુના અણુઓ વચ્ચે આંતરક્રિયા થતી હોય તો અણુઓ આ આંતરક્રિયા સાથે સંકળાયેલ સ્થિતિ-ઊર્જા (U_{int}) પણ ધરાવતા હોય. બીજું, વાયુ પર જો કોઈ બહારનું પરિબળ (જેમકે ગુરુત્વાકર્ષણ) આંતરક્રિયા કરતું હોય, તો સમગ્ર વાયુ વધારાની સ્થિતિ-ઊર્જા U_{ext} પણ ધરાવતો હોય.



વાયુ ભરેલ વાયુપાત્રની ગતિ

આકૃતિ 6.12

આકૃતિ 6.12માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે વાયુ ભરેલું એક વાયુપાત્ર ગતિ કરે છે. આ કિસ્સામાં વાયુપાત્ર સાથે વાયુ પણ ગતિ કરે છે. આથી વાયુના અણુઓ અસ્તવ્યસ્ત ગતિ ઉપરાંત સરેરાશ વેગમાન $\vec{P}_{ext}$ અને ગતિ-ઊર્જા K_{ext} ધરાવે છે.

આમ, વાયુ કુલ ચાર પ્રકારની ઊર્જા ધરાવી શકે છે :

(1) K_{int} , (2) U_{int} , (3) K_{ext} , (4) U_{ext}

પ્રથમ બે ઊર્જાઓના સરવાળા ($K_{int} + U_{int}$) ને વાયુની આંતરિક ઊર્જા (E_{int}) કહે છે, જ્યારે છેલ્લી બે ઊર્જાના સરવાળા ($K_{ext} + U_{ext}$) ને વાયુની યાંત્રિક-ઊર્જા કહે છે.

વાયુ સાથે સંકળાયેલ ઊર્જાની આ પરિસ્થિતિ પદાર્થના કોઈ પણ સ્વરૂપ માટે સાચી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે બે અસમાન તાપમાન-વાળા પદાર્થો એકબીજાના ઉષ્મીય સંપર્કમાં આવે ત્યારે વધુ તાપમાનવાળા પદાર્થના તાપમાનમાં ઘટાડો થાય છે અને ઓછા તાપમાનવાળા પદાર્થના તાપમાનમાં વધારો થાય છે. આમ બંને પદાર્થો વચ્ચે ઉષ્મા-ઊર્જાનો વિનિમય થાય છે. **વિનિમય પામતી આ ઉષ્મા-ઊર્જા એટલે જ ઉષ્મા.** એટલે કે **તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે, માત્ર તાપમાનના તફાવતના કારણે થતા ઊર્જાના વિનિમયને ઉષ્મા કહે છે.**

આ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે કોઈ તંત્ર ઉષ્મા-ઊર્જા ધરાવી શકે પણ ઉષ્મા ધરાવી શકે નહિ.

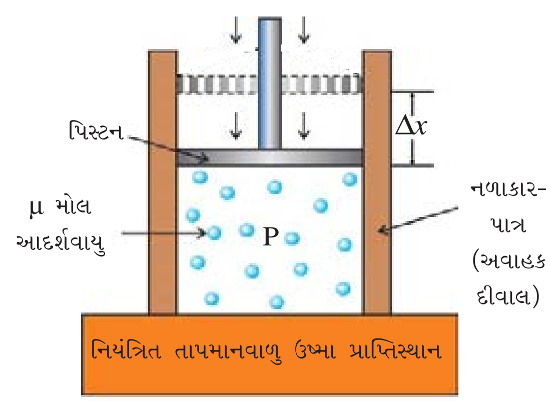
તંત્ર જો ઉષ્માનું શોષણ કરે, તો તેને ધન અને જો ઉષ્મા ગુમાવે તો ઋણ ગણવામાં આવે છે.

6.7.1 થરમૉડાઇનેમિક્સમાં કાર્ય (Work in Thermodynamics) :

બે વસ્તુઓ વચ્ચે થતી યાંત્રિક આંતરક્રિયાને કારણે જે યાંત્રિક-ઊર્જાનો વિનિમય થાય છે, તેને કાર્ય કહે છે. આમ, કાર્ય એ યાંત્રિક આંતરક્રિયા સાથે સંકળાયેલી રાશી છે. **તંત્ર યાંત્રિક-ઊર્જા ધરાવી શકે પણ કાર્ય ધરાવી શકે નહિં.**

અગાઉ તમે કાર્ય વિશે ભણ્યા છો તે મુજબ તંત્ર વડે બળની વિરુદ્ધમાં થતાં કાર્યને ઋણ અને તંત્ર પર થતા કાર્યને ધન ગણાય છે. પરંતુ **થરમૉડાઇનેમિક્સમાં તંત્ર વડે થતા કાર્યને ધન અને તંત્ર પર થતા કાર્યને ઋણ લેવામાં આવે છે.** આવી સંજ્ઞા પ્રણાલીનું કારણ ઉષ્માયંત્ર (heat engine)ની કાર્યપદ્ધતિ છે કે જેમાં એન્જિન પરિસરમાંથી Q જેટલી ઉષ્મા શોષી તેનું કાર્ય W માં રૂપાંતર કરે છે. એટલે કે W જેટલી ઊર્જા તંત્રમાંથી ઓછી થાય છે.

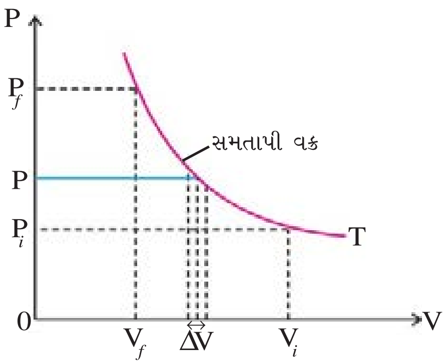
6.7.2 અચળ તાપમાને વાયુનું સંકોચન કરતાં વાયુ પર થતા કાર્યનું સૂત્ર :



નળાકાર વાયુપાત્રમાં રહેલો μ મોલ આદર્શવાયુ

આકૃતિ 6.13

આકૃતિ 6.13માં દર્શાવ્યા મુજબ એક નળાકાર પાત્રમાં પૂરતી ઓછી ઘનતાવાળો μ મોલ આદર્શવાયુ ભરી તેમાં હવા ચુસ્ત અને ઘર્ષણરહિત સરકી શકે તેવો A આડછેદના ક્ષેત્રફળવાળો પિસ્ટન રાખેલો છે. નળાકારના સુવાહક તળિયે તાપમાનનું નિયંત્રણ કરી શકાય તેવું ઉષ્મા-પ્રાપ્તિસ્થાન રાખેલ છે. અચળ તાપમાને વાયુના જુદા-જુદા દબાણને અનુરૂપ કદનાં અવલોકનો લઈ આકૃતિ 6.14માં દર્શાવ્યા મુજબ P – V નો આલેખ દોરી શકાય. આવી પ્રક્રિયાઓ સમતાપી પ્રક્રિયાઓ કહેવાય, તથા P – V ના વક્રને સમતાપી વક્ર કહેવાય.



આપેલ વાયુ માટે P – V નો આલેખ (અચળ તાપમાને)
આકૃતિ 6.14

ધારો કે પ્રારંભિક અવસ્થા *i*માં વાયુના દબાણ અને કદ અનુક્રમે P_i અને V_i છે. વાયુનું તાપમાન T અચળ રહે તે રીતે પિસ્ટન પર બળ લગાડીને ધીમે-ધીમે વાયુનું કદ ઘટાડતાં, ધારો કે વાયુનું અંતિમ દબાણ P_f અને અંતિમ કદ V_f થાય છે.

આ પ્રક્રિયા દરમિયાન કોઈ એક તબક્કે જ્યારે વાયુનું દબાણ P હોય અને કદ V હોય, ત્યારે ધારો કે પિસ્ટન Δx જેટલું અંતર અંદરની તરફ ખસે છે. જેના કારણે વાયુના કદમાં ΔV જેટલો ઘટાડો થાય છે. આ સ્થાનાંતર એટલું સૂક્ષ્મ છે કે વાયુના દબાણ Pમાં ખાસ નોંધપાત્ર ફેરફાર થતો નથી. આથી, વાયુ પર બાહ્ય બળ વડે થતું કાર્ય,

$$\Delta W = F\Delta x \qquad (6.7.1)$$

$$= PA\Delta x \qquad (\because F = PA)$$

$$\therefore \Delta W = P\Delta V \qquad (\because A\Delta x = \Delta V)$$

આવા સૂક્ષ્મ ફેરફારોના લીધે વાયુનું કદ V_i થી ઘટીને V_f થતું હોય, તો આ માટે વાયુ પર થતું કુલ કાર્ય

$$W = \Sigma\Delta W = \sum_{V_i}^{V_f} P\Delta V \qquad (6.7.2)$$

આ સરવાળામાં $\lim_{\Delta V \to 0}$ લેતાં, સરવાળો સંકલનમાં પરિણમે છે.

$$\therefore W = \int_{V_i}^{V_f} P dV \qquad (6.7.3)$$

પરંતુ અચળ તાપમાને μ મોલ વાયુના જથ્થા માટે આદર્શવાયુ અવસ્થા-સમીકરણ મુજબ

$$PV = \mu RT$$

$$\therefore P = \frac{\mu RT}{V}$$

દબાણની આ કિંમત સમીકરણ (6.7.3)માં મૂકતાં,

$$W = \int_{V_i}^{V_f} \frac{\mu RT}{V} dV \qquad (6.7.4)$$

$$\therefore W = \mu RT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$= \mu RT [\ ln\ V\ ]_{V_i}^{V_f}$$

$$= \mu RT\ [\ lnV_f - lnV_i\ ]$$

$$\therefore W = \mu RT\ ln\frac{V_f}{V_i} \qquad (6.7.5)$$

સમીકરણ (6.7.5)માં $V_f < V_i$ હોવાથી $ln \frac{V_f}{V_i} < 0$. આથી કાર્ય Wનું મૂલ્ય ઋણ મળે છે, જે દર્શાવે છે કે અચળ તાપમાને વાયુનું સંકોચન કરતાં વાયુ પર કાર્ય થાય છે.

જો અચળ તાપમાને વાયુનું પ્રસરણ કરવામાં આવે (કદ વધતું હોય), તો $V_f > V_i$ થવાથી સમીકરણ (6.7.5)માં $ln \frac{V_f}{V_i} > 0$ મળે. જેથી Wનું મૂલ્ય ધન મળે છે. જે દર્શાવે છે કે વાયુના કદપ્રસરણ દરમિયાન વાયુ વડે કાર્ય થાય છે.

6.7.3 અચળ કદ અને અચળ દબાણે થતું કાર્ય :

સમીકરણ (6.7.5) આદર્શ વાયુ માટે દરેક થરમૉડાઈનેમિક પ્રક્રિયા દરમિયાન થતું કાર્ય W નથી આપતું, પરંતુ તે ફક્ત સમતાપી પ્રક્રિયા માટે થતું કાર્ય જ આપે છે. જો તાપમાન બદલાતું હોય તો સમીકરણ (6.7.4)માં તાપમાન Tને સંકલનની બહાર ન લઈ શકાય અને પરિણામે સમીકરણ (6.7.5) મળે નહિ.

સમીકરણ (6.7.3)માં જો વાયુનું કદ V અચળ રાખવામાં આવે, તો ($dV = \Delta V = 0$ થવાથી)

$W = 0$ (અચળ કદ માટે) (6.7.6)

તે જ રીતે જો કદ બદલાતું હોય, પરંતુ દબાણ P અચળ રહેતું હોય તો સમીકરણ (6.7.3) પરથી,

$$W = P\int_{V_i}^{V_f} dV = P[V]_{V_i}^{V_f}$$

$$= P[V_f - V_i]$$

$\therefore$ W = PΔV (અચળ દબાણ માટે) (6.7.7)

ઉદાહરણ 7 : (*a*) એક મોલ ઑક્સિજન (આદર્શ વાયુ તરીકે ગણતાં)નું 310 K જેટલા અચળ તાપમાને પ્રસરણ કરતાં તેનું કદ V_i = 12 Lથી વધીને V_f = 19 L થાય છે. આ પ્રસરણ દરમિયાન વાયુ વડે કેટલું કાર્ય થયું હશે ? (*b*) આ તાપમાન અચળ રાખીને 1 મોલ ઑક્સિજનનું કદ 19 Lથી ઘટાડીને 15 L કરવા માટે બાહ્ય બળ વડે વાયુતંત્ર પર કેટલું કાર્ય કરવું પડે ?

($R = 8.31$ J mol^{-1} K^{-1})

ઉકેલ :

μ = 1 મોલ   T = 310 K

V_i = 12 L V_f = 19 L

અહીંયા, ઑક્સિજનનું પ્રસરણ સમતાપી પ્રક્રિયા હોવાથી,

$$\therefore W = \mu RT\, ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$= 1 \times 8.31 \times 310 \times ln\,\frac{19}{12}$$

$$\therefore W = 1183.6 \text{ J}$$

જે દર્શાવે છે કે સમતાપી પ્રસરણ દરમ્યિાન ઑક્સિજન વડે 1183.6 Joule જેટલું કાર્ય થયું હશે.

(*b*) બીજા કિસ્સામાં,

μ = 1 મોલ   T = 310 K

V_i = 19L V_f = 15 L

અહીંયા ઑક્સિજનનું સંકોચન પણ સમતાપી પ્રક્રિયા હોવાથી,

$$\therefore W = \mu RT\, ln\frac{V_f}{V_i}$$

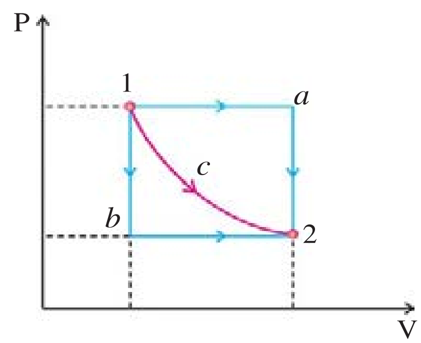
$$\therefore W = 1 \times 8.31 \times 310 \times ln\left(\frac{15}{19}\right)$$

$$\therefore W = -608.7 \text{ J}$$

એટલે કે સમતાપી સંકોચન દરમિયાન ઑક્સિજન વડે થયેલું કાર્ય −608.7 J છે. એટલે કે, બાહ્ય બળ વડે ઑક્સિજનનું સંકોચન (19 L થી 15 L) કરવા માટે થયેલું કાર્ય 608.7 Joule જેટલું હશે.

6.7.4 ઉષ્મા અને કાર્યની વિશેષ સમજૂતી (More understanding of Heat and Work) :

ધારો કે કોઈ એક તંત્રને ધીમે-ધીમે (દરેક તબક્કે તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે તાપીય સંતુલન જળવાતું રહે તે રીતે) પ્રારંભિક અવસ્થા 1માંથી અંતિમ અવસ્થા 2 સુધી લઈ જવામાં આવે છે. આ માટેના જુદા-જુદા માર્ગો (પ્રક્રિયાઓ) આકૃતિ 6.15માં દર્શાવ્યા છે.

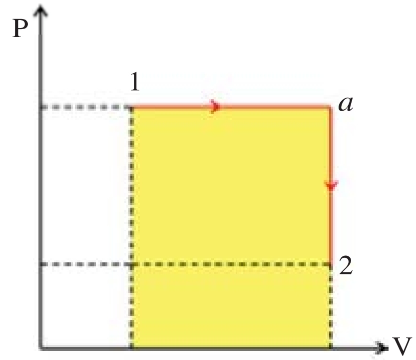


તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થાથી અંતિમ અવસ્થા સુધી લઈ જવાના જુદા-જુદા માર્ગો

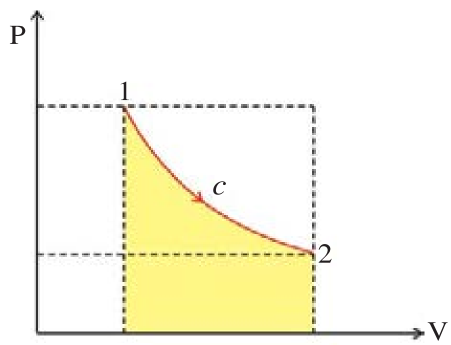
આકૃતિ 6.15

આ પ્રક્રિયાઓ દરમિયાન થતું કાર્ય સમીકરણ (6.7.3) પરથી $W = \int_1^2 PdV$, મુજબ શોધી શકાય છે. સંકલનનું આ મૂલ્ય અવસ્થા 1 અને 2 ને જોડતા માર્ગ વડે V-અક્ષ સાથે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રફળ જેટલું હોય છે. આમ, તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા 1 થી અંતિમ અવસ્થા 2 સુધી 1*a*2, 1*c*2 અને 1*b*2

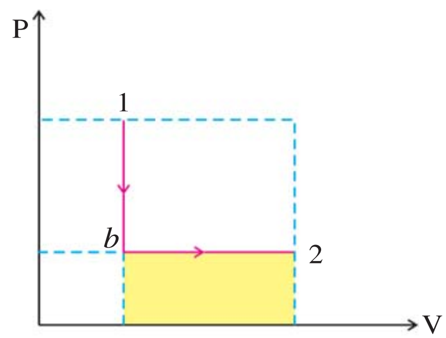
માર્ગે લાવતાં તંત્ર વડે થતું કાર્ય આકૃતિ 6.16માં પ્રક્રિયા માર્ગ વડે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રફળ વડે અનુક્રમે દર્શાવેલ છે.



(a) 1*a* 2 માર્ગ



(b) 1*c* 2 માર્ગ



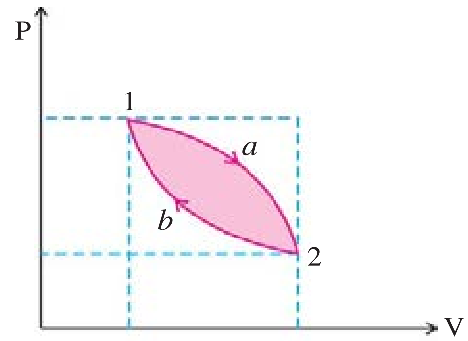
(c) 1*b* 2 માર્ગ

જુદા-જુદા માર્ગે થતું કાર્ય

આકૃતિ 6.16

આકૃતિ 6.16 દર્શાવે છે કે તંત્રને અવસ્થા 1થી અવસ્થા 2 સુધી લાવતાં તંત્ર વડે થતું કાર્ય 1*a*2 માર્ગ પર મહત્તમ (મહત્તમ ક્ષેત્રફળ) થાય છે, જ્યારે લઘુતમ કાર્ય 1*b*2 માર્ગ પર (લઘુતમ ક્ષેત્રફળ) થાય છે.

જો તંત્રને 2*a*1, 2*c*1 અથવા 2*b*1 માર્ગે અવસ્થા 2 પરથી અવસ્થા 1 પર લઈ જવામાં આવે તો (કદમાં ઘટાડો થતો હોવાથી ΔV ઋણ થશે) થતું કાર્ય ઋણ મળે છે, જે દર્શાવે છે કે તંત્ર પર બાહ્ય બળ વડે કાર્ય થાય છે.



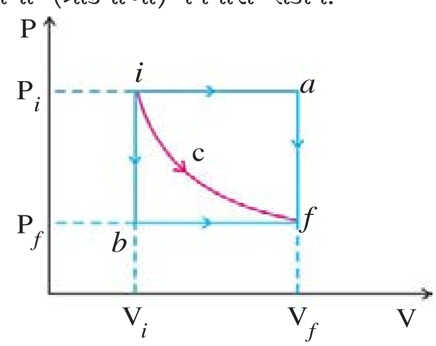
તંત્રની ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન 1*a*2*b*1 માર્ગે લાવતાં થતું કુલ કાર્ય

આકૃતિ 6.17

આકૃતિ 6.17માં દર્શાવ્યા મુજબ કોઈ તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા 1થી 1*a*2 માર્ગે અવસ્થા 2 સુધી લઈ જઈને પાછું 2*b*1 માર્ગે પ્રારંભિક અવસ્થા 1 સુધી લાવવામાં આવે, તો આવી પ્રક્રિયા ચક્રીય પ્રક્રિયા કહેવાય. આ ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર વડે થતું કુલ કાર્ય બંધ વક્ર વડે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રફળ જેટલું હોય છે. (1*a*2 માર્ગે તંત્ર વડે થતું કાર્ય ધન હોય છે, જ્યારે 2*b*1 માર્ગે તંત્ર પર કાર્ય થતું હોવાથી તંત્ર વડે થતું કાર્ય ઋણ હોય છે. આથી 1*a*2*b*1 માર્ગે થતું કુલ કાર્ય બંધ વક્ર વડે ઘેરાયેલ ક્ષેત્રફળ જેટલું હોય છે.)

6.8 થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ (First Law of Thermodynamics)

ધારો કે કોઈ એક તંત્ર ઉષ્માનું શોષણ કરે છે અને તેના વડે (તંત્ર વડે) કાર્ય થાય છે. તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા *i* માંથી અંતિમ અવસ્થા *f* માં લઈ જવા માટે જુદા-જુદા અનેક માર્ગો (પ્રક્રિયાઓ) વિચારી શકાય.



તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા *i*માંથી અંતિમ અવસ્થા *f*માં લઈ જવા માટેના માર્ગો

આકૃતિ 6.18

આકૃતિ 6.18માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે માર્ગો *iaf, ibf, icf* દરમિયાન તંત્ર દ્વારા શોષાતી ઉષ્મા અનુક્રમે Q_a, Q_b, Q_c અને તંત્ર વડે થતા કાર્યનાં મૂલ્યો અનુક્રમે W_a, W_b, W_c છે. અહીંયાં $Q_a \neq Q_b \neq Q_c$ તથા $W_a \neq W_b \neq W_c$ હોય છે, પરંતુ આ દરેક માર્ગ માટે ઉષ્મા અને કાર્યનો તફાવત લેવામાં આવે તો તેનું મૂલ્ય એકસરખું આવે છે. એટલે કે,

$Q_a - W_a = Q_b - W_b = Q_c - W_c$.

આમ, **તંત્રને કોઈ પ્રારંભિક અવસ્થા i પરથી અંતિમ અવસ્થા f સુધી લઈ જવામાં આવે, તો ઉષ્મા Q અને કાર્ય W નાં મૂલ્યો, પ્રક્રિયા (માર્ગ) પર આધાર રાખે છે. પરંતુ Q − Wનું મૂલ્ય પ્રક્રિયા પર આધાર રાખતું નથી. Q − Wનું મૂલ્ય ફક્ત તંત્રની પ્રારંભિક અને અંતિમ અવસ્થા પર જ આધાર રાખે છે.**

આ ચર્ચા પરથી કહી શકાય કે તંત્રની જુદી-જુદી થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા માટે એક એવું થરમૉડાઇનેમિક અવસ્થા-વિધેય વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય કે કોઈ પણ બે અવસ્થા વચ્ચે તેના મૂલ્યનો તફાવત Q − W જેટલો થાય. આ વિધેયને તંત્રની આંતરિક ઊર્જા (internal energy) E_{int} કહે છે.

તંત્રને Q જેટલી ઊર્જા, ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે મળે છે અને W જેટલી ઊર્જા તંત્ર દ્વારા કાર્ય થતાં તંત્રમાંથી ઓછી થાય છે. આમ, તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં Q − W જેટલો ફેરફાર થાય છે.

તંત્રની પ્રારંભિક અવસ્થા i અને અંતિમ અવસ્થા f માં તંત્રની આંતરિક ઊર્જાઓ અનુક્રમે E_i અને E_f હોય તો,

$$E_f - E_i = \Delta E_{int} = Q - W \qquad (6.8.1)$$

જે **થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ** છે.

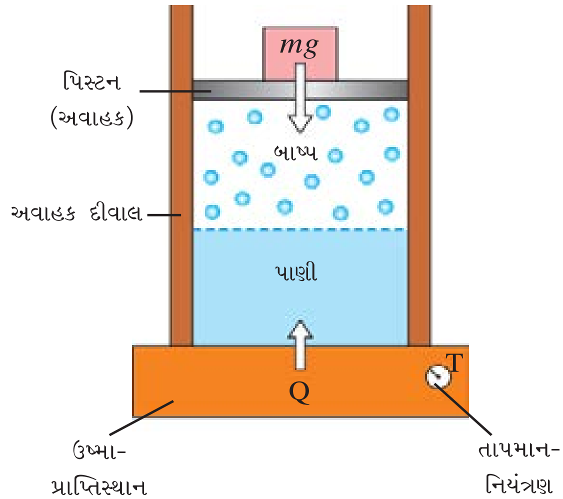
જો તંત્રને Q જેટલી ઉષ્મા મળતી હોય, તો તેની આંતરિક ઊર્જા E_{int} વધે છે, જ્યારે તંત્ર વડે થતાં કાર્ય W દરમિયાન તેની આંતરિક ઊર્જા ઘટે છે.

કુદરતમાં થતા કોઈ પણ ફેરફારો દરમિયાન થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ પળાય છે.

ઉદાહરણ 8 : આકૃતિ 6.19માં દર્શાવ્યા મુજબ 100 °C તાપમાને રહેલ 1.00 kg પાણીનું 1.00 વાતાવરણના દબાણે ગરમ કરીને 100 °C તાપમાને વરાળમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયા દરમ્યાન પાણીનું પ્રારંભિક કદ $1.00 \times 10^{-3}\ m^3$ થી વધીને વરાળના કદ $1.671\ m^3$ જેટલું થાય છે.

(*a*) આ પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર વડે કેટલું કાર્ય થયું હશે ? (*b*) આ પ્રક્રિયા દરમિયાન કેટલી ઉષ્માનો વિનિમય થયો હશે ? (*c*) આ પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં કેટલો ફેરફાર થયો હશે ?

પાણી માટે $L_V = 2256\ \frac{kJ}{kg}$



અચળ દબાણે ઊકળતું પાણી

આકૃતિ 6.19

ઉકેલ :

(*a*) $V_i = 1.00 \times 10^{-3} m^3, \quad V_f = 1.671\ m^3$

$P = 1.00 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5\ P_a$

અહીંયા અચળ દબાણે કદમાં વધારો થતો હોવાથી તંત્ર વડે થતું કાર્ય ધન હશે, જેનું મૂલ્ય

$$W = \int_{V_i}^{V_f} PdV = P\int_{V_i}^{V_f} dV$$

(P અચળ હોવાથી સંકલનની બહાર લઈ શકાય.)

$$= P[V]_{V_i}^{V_f} = P[V_f - V_i]$$

$$\therefore W = 1.01 \times 10^5 \times [1.671 - 1.00 \times 10^{-3}]$$

$$= 1.69 \times 10^5$$

$$\therefore W = 169 \text{ kJ} \qquad (1)$$

(*b*) 100°C તાપમાને ઊકળતા પાણીનું 100°C તાપમાને રહેલી બાષ્પમાં રૂપાંતર થતું હોવાથી, તંત્રને મળતી ઉષ્મા,

$$Q = L_V m$$

$$= 2256 \times 1.00$$

$$\therefore Q = 2256 \text{ kJ} \qquad (2)$$

(*c*) થરમૉડાઇનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ, તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં થતો ફેરફાર

$$\Delta E_{int} = Q - W = 2256 - 169$$

$$= 2087 \text{ kJ} \qquad (3)$$

ΔE_{int} ધન છે, જે દર્શાવે છે કે તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં વધારો થાય છે. આ ઊર્જા પાણીના અણુઓને પાણીની સપાટી પરથી મુક્ત કરીને બાષ્પ (વરાળ)માં રૂપાંતરિત કરવામાં વપરાય છે.

6.9 ઉષ્માધારિતા અને વિશિષ્ટ ઉષ્મા (Heat Capacity and Specific Heat)

પદાર્થમાં જેમ વધારે અને વધારે ઉષ્મા ઉમેરતાં જઈએ તેમ તેનું તાપમાન પણ વધતું જાય છે. જુદા-જુદા પદાર્થો માટે તાપમાનનો સમાન ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માનો જથ્થો જુદો-જુદો હોય છે. વિજ્ઞાનીઓએ **એક કિલોગ્રામ શુદ્ધ પાણીનું તાપમાન 14.5 °Cથી 15.5 °C સુધી વધારવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને એક કિલો કૅલરી તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે.** એક કિલો કૅલરીના હજારમા ભાગને એક કૅલરી કહે છે.

પદાર્થને આપેલ ઉષ્મા Q અને તદ્નુરૂપ તેના તાપમાનના ફેરફાર ΔTના ગુણોત્તરને પદાર્થની ઉષ્માધારિતા (heat capacity, H_C) કહે છે. એટલે કે,

$$H_C = \frac{Q}{\Delta T} \qquad (6.9.1)$$

H_C નો SI એકમ J K^{-1} અથવા cal/K

પદાર્થની ઉષ્માધારિતાનું મૂલ્ય પદાર્થની જાત તેમજ પદાર્થના દળ પર પણ આધારિત છે. એક જ દ્રવ્યના બનેલા જુદા-જુદા દળવાળા પદાર્થોની ઉષ્માધારિતા જુદી-જુદી હોય છે.

ઉષ્માધારિતા (heat capacity)નો મતલબ કાંઈ ડોલની કૅપેસિટી (ધારિતા) જેવો નથી કે તે કેટલું પાણી ધારણ કરી શકશે. પદાર્થ અમુક ઉષ્મા ધરાવી શકતો હશે કે શોષી શકતો હશે તેવો અર્થ પણ નથી. ઉષ્માનું શોષણ કે ઉત્સર્જન ત્યાં સુધી ચાલુ રહે છે કે જ્યાં સુધી જરૂરી તાપમાનનો તફાવત જળવાઈ રહે. આ પ્રક્રિયા દરમિયાન પદાર્થ પીગળી કે બાષ્પમાં રૂપાંતરિત પણ થઈ શકે છે.

પદાર્થના એકમ દળ દીઠ તેના તાપમાનમાં એક એકમ જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે પદાર્થના દ્રવ્યની વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C) કહે છે. વિશિષ્ટ ઉષ્માનો એકમ cal $g^{-1}K^{-1}$ અથવા J kg^{-1} K^{-1} છે. આમ,

$$\text{વિશિષ્ટ ઉષ્મા} = \frac{\text{ઉષ્માધારિતા}}{\text{દળ}}$$

$$\therefore C = \frac{Q/\Delta T}{m} = \frac{Q}{m\Delta T} \qquad (6.9.2)$$

યાદ રહે કે તાંબાના સિક્કા માટે ઉષ્માધારિતા સિક્કાની છે તેમ કહેવાય, પરંતુ વિશિષ્ટ ઉષ્મા તો તાંબાની જ કહેવાય. ઉષ્મા ધારિતા કે વિશિષ્ટ ઉષ્મા એ બંનેમાંથી કોઈ રાશિ અચળ નથી અને તેમનાં મૂલ્યો તાપમાનનો ગાળો ΔT કયા તાપમાને લેવાયો છે, તેના પર આધાર રાખે છે. સમીકરણો (6.9.1) અને (6.9.2) તે ગાળા દરમિયાનનાં તેમના સરેરાશ મૂલ્યો આપે છે. સમીકરણ (6.9.2) પરથી,

$$Q = mC\Delta T \qquad (6.9.3)$$

ટેબલ 6.2 માં ઓરડાના તાપમાને કેટલાક પદાર્થોની વિશિષ્ટ ઉષ્માનાં મૂલ્યો માહિતી માટે આપેલ છે.

ટેબલ 6.2
ઓરડાના તાપમાને પદાર્થોની વિશિષ્ટ ઉષ્મા
(માત્ર જાણકારી માટે)

પદાર્થ	વિશિષ્ટ ઉષ્મા		મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્મા
	Cal $g^{-1}K^{-1}$	J $kg^{-1}K^{-1}$	J $mol^{-1}K^{-1}$
ચાંદી	0.0564	236	25.5
તાંબું	0.0923	386	24.5
ઍલ્યુમિનિયમ	0.215	900	24.4
બરફ(−10°C)	0.530	2220	–
પાણી	1.00	4190	–
સમુદ્રનું પાણી	0.93	3900	–

6.9.1 વાયુની વિશિષ્ટ ઉષ્માઓ (Specific heats of gases) :

સિમેસ્ટર Iમાં વાયુનો ગતિવાદ પ્રકરણમાં તમે વિશિષ્ટ ઉષ્મા અને વાયુની મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્માનો અભ્યાસ કર્યો હતો. આ વ્યાખ્યાઓ ફરીથી યાદ કરીને વાયુની વિશિષ્ટ ઉષ્માઓ વચ્ચેનો સંબંધ પ્રસ્થાપિત કરીશું.

મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્મા : વાયુના એક મોલ દીઠ તેના તાપમાનમાં 1K (અથવા 1 C°) જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્મા કહે છે.

કેટલાક પદાર્થોની મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્માનાં મૂલ્યો ટેબલ 6.2 માં જાણ સારું આપેલ છે.

અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_V)

એક મોલ વાયુનું કદ અચળ રાખી તેના તાપમાનમાં એક કૅલ્વિન જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા C_V કહે છે.

અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_P)

એક મોલ વાયુનું દબાણ અચળ રાખી તેના તાપમાનમાં એક કેલ્વિન જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા C_P કહે છે.

C_P અને C_V વચ્ચેનો સંબંધ :

થરમૉડાઈનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ, અતિ સૂક્ષ્મ ફેરફારો માટે

$$dE_{int} = dQ - dW$$

$$\therefore\ dQ = dE_{int} + dW$$

$$\therefore\ dQ = dE_{int} + PdV \qquad (6.9.4)$$

પરંતુ અચળ કદે $dV = 0$ હોવાથી

$$dQ = dE_{int}$$

$$\therefore\ \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \left(\frac{dE_{int}}{dT}\right)_V$$

વાયુનો ગતિવાદ પ્રકરણ (સિમેસ્ટર I)માં તમે ભણ્યા, તે મુજબ જે વાયુના અણુઓની મુક્તતાના અંશો f હોય તેવા એક મોલ વાયુની આંતરિક ઊર્જા

$$E_{int} = \frac{fRT}{2} \quad (\mu = 1) \qquad (6.9.5)$$

આથી,

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = C_V = \left(\frac{dE_{int}}{dT}\right)_V = \frac{fR}{2} \qquad (6.9.6)$$

તે જ રીતે સમીકરણ (6.9.4)માં અચળ દબાણે એક મોલ વાયુને ઉષ્મા આપતાં,

$$(dQ)_P = dE_{int} + PdV$$

પરંતુ, એક મોલ (આદર્શ) વાયુ માટે

$$PV = RT \quad (\mu = 1)$$

$$\therefore\ PdV = RdT$$

આથી,

$$(dQ)_P = dE_{int} + RdT$$

$$\therefore\ \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = \left(\frac{dE_{int}}{dT}\right)_P + R$$

અહીં સમીકરણ (6.9.5)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = C_P = \frac{fR}{2} + R \qquad (6.9.7)$$

સમીકરણ (6.9.6) અને (6.9.7) પરથી,

$$C_P - C_V = R \qquad (6.9.8)$$

અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા C_P અને અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા C_V ના ગુણોત્તરને γ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. આથી,

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{fR}{2} + R}{\frac{fR}{2}} = \frac{fR + 2R}{fR}$$

$$\therefore\ \gamma = \frac{f + 2}{f} = 1 + \frac{2}{f} \qquad (6.9.9)$$

એક પરમાણ્વિક વાયુની મુક્તતાના અંશો $f = 3$ હોય છે. આથી એક પરમાણ્વિક અણુવાળા વાયુ માટે

$$C_V = \frac{3R}{2},\ C_P = \frac{5R}{2},\ \gamma = \frac{5}{3}$$

દ્વિ-પરમાણ્વિક વાયુ (rigid rotator) માટે $f = 5$

$$C_V = \frac{5R}{2},\ C_P = \frac{7R}{2},\ \gamma = \frac{7}{5}$$

તથા દ્વિ-પરમાણ્વિક વાયુ (with vibrations) માટે

$f = 7$

$$\therefore\ C_V = \frac{7R}{2},\ C_P = \frac{9R}{2},\ \gamma = \frac{9}{7}$$

દ્વિ-પરમાણ્વિક અને બહુ-પરમાણ્વિક વાયુઓ માટે વિશિષ્ટ ઉષ્માનાં મૂલ્યો પ્રમાણમાં ઊંચાં છે. વાયુના અણુમાં પરમાણુઓની સંખ્યા વધવાની સાથે વિશિષ્ટ ઉષ્માનાં મૂલ્યોમાં પણ વધારો જોવા મળે છે. આનો અર્થ એ થાય કે બહુ-પરમાણ્વિક અણુઓને ગરમ કરવા માટે વધારે ઉષ્મા જોઈએ છે, જેનું કારણ આ મુજબ છે. એક-પરમાણ્વિક અણુઓ ફક્ત રેખીય ગતિ-ઊર્જા ધરાવતા હોય છે. આથી તેમને ઉષ્મા આપતાં તેમની રેખીય ગતિ ઊર્જા વધે છે. જ્યારે બહુ પરમાણ્વિક અણુઓ તેમની મુક્ત રેખીય ગતિ ઉપરાંત ચાકગતિ અને દોલનગતિ પણ ધરાવતા હોય છે. આથી આ વાયુઓને ઉષ્મા આપતાં તે ઉષ્મા અણુઓની ઉપરોક્ત ત્રણેય પ્રકારની ગતિઓની ઊર્જા વધારવા માટે વપરાતી હોવાથી તેમને વધુ ઉષ્મા આપવી પડે છે. આમ, બહુપરમાણ્વિક અણુઓની વિશિષ્ટ ઉષ્મા વધુ હોય છે.

ઉદાહરણ 9 : (*a*) $-10^{\circ}C$ તાપમાને રહેલા 720 gના બરફના એક ટુકડાને $0^{\circ}C$ તાપમાને પાણીમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે કેટલી ઉષ્મા આપવી પડે ?

(*b*) $0^{o}C$ તાપમાને રહેલા આ પાણીનું તાપમાન વધારીને $100^{o}C$ કરવા માટે કેટલી ઉષ્મા આપવી પડે ?

(*c*) $100^{o}C$ તાપમાને રહેલા પાણીને સંપૂર્ણપણે બાષ્પમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે કેટલી ઉષ્મા આપવી પડે ?

(*d*) $-10^{o}C$ તાપમાને રહેલા 720 g બરફનું સંપૂર્ણ રીતે બાષ્પમાં રૂપાંતરણ કરવા માટે કુલ કેટલી ઉષ્મા આપવી પડે ?

($C_{ice} = 2220\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$, $C_{water} = 4190\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$, $L_F = 333$ kJ/kg, $L_V = 2256$ kJ/kg)

ઉકેલ : (*a*) જ્યાં સુધી બરફનું તાપમાન ગલનબિંદુ સુધી નહીં જાય, ત્યાં સુધી બરફ ઓગળશે નહિ. આથી બરફનું તાપમાન $T_i = -10^{o}C$ થી $T_f = 0^{o}C$ સુધી લઈ જવા (ત્યાર બાદ બરફ પીગળવાનું શરૂ થશે) માટે આપવી પડતી ઉષ્મા

$$Q_1 = C_{ice}\ m\ (T_f - T_i)$$

જ્યાં,

$C_{ice} = -10^{o}C$ તાપમાને રહેલા બરફની વિશિષ્ટ ઉષ્મા

$$= 2220\ \frac{J}{kg\ K}$$

$$\therefore Q_1 = (2220)\ (0.720)\ [0 - (-10)]$$

$$= 15{,}984\ J$$

$$\therefore Q_1 = 15.98\ kJ \qquad (1)$$

જ્યાં સુધી બરફ પૂરેપૂરો પીગળી નહિ જાય ત્યાં સુધી તેનું તાપમાન $0^{o}C$ થી વધશે નહિ. આથી બરફને પૂરેપૂરો પિગાળવા માટે આપવી પડતી ઉષ્મા

$$Q_2 = L_F m = (333)\ (0.720)$$

$$\therefore Q_2 = 239.8\ kJ \qquad (2)$$

(*b*) હવે $T_i = 0^{o}C$ તાપમાને રહેલા 0.720 kg પાણીનું તાપમાન $T_f = 100^{o}C$ સુધી વધારવા માટે આપવી પડતી ઉષ્મા

$$Q_3 = C_{water}\ m(T_f - T_i)$$

$$\therefore Q_3 = (4190)\ (0.720)\ (100 - 0)$$

$$\therefore Q_3 = 301680$$

$$\therefore Q_3 = 301.68\ kJ \qquad (3)$$

(*c*) $100^{o}C$ તાપમાને રહેલા પાણીનું સંપૂર્ણપણે બાષ્પમાં રૂપાંતરણ કરવા માટે આપવી પડતી ઉષ્મા

$$Q_4 = L_V\ m$$

$$= (2256)\ (0.720)$$

$$\therefore Q_4 = 1624.32\ kJ \qquad (4)$$

(*d*) $-10^{o}C$ તાપમાને રહેલા 720 g બરફનું સંપૂર્ણપણે બાષ્પમાં રૂપાંતર કરવા માટે આપવી પડતી કુલ ઉષ્મા

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$\therefore Q = 2181.78\ kJ \qquad (5)$$

ઉદાહરણ 10 : $-10^{o}C$ તાપમાને રહેલા 1 kg બરફને 210 kJ ઉષ્મા આપવામાં આવે, તો મળતા પાણીનું દ્રવ્યમાન અને તાપમાન કેટલું હશે ?

($C_{ice} = 2220\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)

ઉકેલ : બરફનું દળ $m = 1$ kg

બરફનું તાપમાન $T_i = -10^{o}C$ થી $T_f = 0^{o}C$, સુધી લઈ જવા માટે આપવી પડતી ઉષ્મા

$$Q_1 = C_{ice}\ m(T_f - T_i)$$

$$= 2220 \times 1 \times [0 - (-10)]$$

$$= 22200\ J$$

$$\therefore Q_1 = 22.2\ kJ \qquad (1)$$

જ્યાં સુધી બરફ પૂરેપૂરો પીગળી ન જાય ત્યાં સુધી તેનું તાપમાન $0^{o}C$ થી વધશે નહિ. બરફને આપવામાં આવેલી ઉષ્મા $Q_1 = 210$ kJ છે. જેમાંથી $Q_1 = 22.2$ kJ જેટલી ઉષ્મા બરફનું તાપમાન $-10^{o}C$ થી $0^{o}C$ સુધી લઈ જવામાં વપરાઈ ગઈ છે. આથી $0^{o}C$ તાપમાને આવ્યા પછી બરફને મળેલી ચોખ્ખી ઉષ્મા

$$Q' = Q - Q_1 = 210\ kJ - 22.2\ kJ$$

$$\therefore Q' = 188.8\ kJ \qquad (2)$$

આ ઉષ્મા વડે પીગળેલો બરફનો જથ્થો (દળ)

$$m = \frac{Q'}{L_F} = \frac{188.8}{333}$$

$$\therefore m = 0.564\ kg \qquad (3)$$

જે દર્શાવે છે કે 1 kg બરફમાંથી 0.564 kg જેટલો બરફ પીગળ્યો છે. (એટલે કે 0.564 kg જેટલું પાણી બન્યું છે) અને 1 kg − 0.564 kg = 0.436 kg જેટલો બરફ પીગળ્યા વગરનો છે. આમ 1 kg બરફમાંથી મળતાં પાણીનું દ્રવ્યમાન $m = 0.564$ kg (4)

અને તેનું તાપમાન

$T = 0^oC$ (5)

6.10 કેટલીક થરમૉડાઈનેમિક પ્રક્રિયાઓ (Some Thermodynamic Processes)

એકનું એક પરિણામ મેળવવાની રીતો ઘણી વખત જુદી-જુદી હોઈ શકે છે. થરમૉડાઈનેમિક્સમાં પણ કેટલીક વખત એકનું એક પરિણામ ઘણી રીતે મેળવી શકાય છે. જેમકે નળાકાર અને હવાચુસ્ત, ઘર્ષણરહિત સરકતા પિસ્ટનની સંરચનામાં ભરેલા વાયુનું તાપમાન વધારવું હોય તો પિસ્ટન પર ઝડપથી દબાણ વધારી વાયુનું તાપમાન વધારી શકાય અથવા બહારથી જ્યોત વડે નળાકારને ગરમ કરી તેમાં રહેલા વાયુનું તાપમાન વધારી શકાય. આમ, થરમૉડાઇનેમિક્સમાં તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે થતી આંતરક્રિયાઓ પરની શરતો ઘણી અગત્યની છે અને તેવી શરતો મુજબ તેને ચોક્કસ પ્રક્રિયા તરીકે ઓળખવામાં આવે છે, તો ચાલો આવી કેટલીક પ્રક્રિયાઓનો આપણે અભ્યાસ કરીએ.

સમદાબ પ્રક્રિયા (Isobaric process) : ''જે પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રનું દબાણ અચળ રહે છે, તે પ્રક્રિયાને સમદાબ પ્રક્રિયા કહે છે.''

આ પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રની થરમૉડાઈનેમિક સંતુલન અવસ્થાઓ બદલાતી જશે. વચગાળાની સંતુલિત અવસ્થાઓ દરમિયાન તંત્રના થરમૉડાઈનેમિક વિધેયોનાં ચોક્કસ મૂલ્યો અસ્તિત્વ ધરાવતાં હોય છે. તે પરથી આ પ્રક્રિયા માટે P – V આલેખ દોરતાં તે V-અક્ષને સમાંતર સુરેખા મળશે.

સમીકરણ (6.7.3) પરથી $W = \int_{V_i}^{V_f} P dV$

P અચળ હોવાથી, $W = P \int_{V_i}^{V_f} dV$

$= P(V_f - V_i)$ (6.10.1)

સમકદ પ્રક્રિયા (Isochoric process) : આ પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રનું કદ અચળ રહેતું હોય છે. આવી પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર પર કે તંત્ર વડે કોઈ કાર્ય થતું ન હોવાથી થરમૉડાઈનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ $Q = \Delta E_{int}$ થશે. આમ, સમકદ ફેરફાર દરમિયાન તંત્રની આંતરિક ઊર્જાનો ફેરફાર તંત્ર વડે વિનિમય પામતી ઉષ્મા જેટલો હોય છે.

સમોષ્મી પ્રક્રિયા (Adiabatic process) : આવી પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર અને તેના પરિસર વચ્ચે ઉષ્મા-ઊર્જાનો વિનિમય થતો હોતો નથી. આવી પ્રક્રિયા કરવા માટે (1) તંત્રની પરિસીમા ઉષ્માની અવાહક હોવી જોઈએ અથવા તો (2) પ્રક્રિયા અત્યંત ઝડપથી થવી જોઈએ.

ધ્વનિ-તરંગોના પ્રસરણ દરમિયાન માધ્યમમાં સંઘનન અને વિઘનન રચાવાની પ્રક્રિયા ઘણી ઝડપી હોવાથી તેને સમોષ્મી ગણી શકાય. સાઈકલમાં હવા પૂરવાનો પંપ ઝડપથી ચલાવતાં શા માટે તે ગરમ થઈ જાય છે તેનો ખ્યાલ હવે તમને આવશે. સમોષ્મી પ્રક્રિયા દરમિયાન $\Delta Q = 0$ હોવાથી થરમૉડાઈનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ $\Delta E_{int} = -W$ થશે. એટલે કે જો તંત્ર વડે કાર્ય થાય $(W > 0)$ તો તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં ઘટાડો થાય છે અને જો તંત્ર પર કાર્ય થાય, તો તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં વધારો થાય છે.

આદર્શવાયુ માટે સમોષ્મી પ્રક્રિયા દરમિયાન દબાણ અને કદ વચ્ચેનો સંબંધ નીચે મુજબ છે :

(તારવણીની ચિંતા ભવિષ્ય પર છોડો.)

$PV^\gamma =$ અચળ, જ્યાં $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

સમતાપી પ્રક્રિયા (Isothermal process) : ''જે થરમૉડાઈનેમિક પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રનું તાપમાન અચળ જળવાઈ રહેતું હોય તેવી પ્રક્રિયાને સમતાપી પ્રક્રિયા કહે છે.''

આદર્શવાયુના સમતાપી વિસ્તરણ દરમિયાન થતું કાર્ય : ધારો કે μ મોલ આદર્શવાયુનું કદ, અચળ તાપમાને V_1માંથી વધીને V_2 થાય છે. સમીકરણ (6.7.3) પરથી,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

આદર્શવાયુના અવસ્થા-સમીકરણ $PV = \mu RT$ પરથી,

$$P = \frac{\mu RT}{V} \quad (6.10.2)$$

$$\therefore W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mu RT}{V} dV$$

$$= \mu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

(સમતાપી પ્રક્રિયામાં તાપમાન અચળ હોવાથી Tને સંકલનની નિશાનીની બહાર લીધેલ છે.)

$$= \mu RT [\ln V]_{V_1}^{V_2}$$

$$= \mu RT [\ln V_2 - \ln V_1]$$

$$\therefore W = \mu RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (6.10.3)$$

આદર્શવાયુની આંતરિક ઊર્જા ફક્ત તાપમાન પર આધારિત હોવાથી સમતાપી ફેરફાર દરમિયાન આંતરિક ઊર્જાનો ફેરફાર

શૂન્ય હોય છે. તેથી થરમૉડાઇનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ ($Q = W + \Delta E_{int}$) માં $\Delta E_{int} = 0$ મૂકતાં, $Q = W$ થાય છે અને પરિણામે સમીકરણ (6.10.3)ને નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$W = Q = \mu RT\ ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (6.10.4)$$

ચક્રીય પ્રક્રિયા (Cyclic process) : ''જે થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રને તેની એક થરમૉડાઇનેમિક સંતુલન અવસ્થામાંથી શ્રેણીબદ્ધ પ્રક્રિયાઓ કરી અંતે મૂળ અવસ્થામાં પાછું લાવવામાં આવે છે, તેવી પ્રક્રિયાને ચક્રીય પ્રક્રિયા કહે છે.''

ચક્રીય પ્રક્રિયામાં તંત્રની પ્રારંભિક અને અંતિમ અવસ્થાઓ એક જ હોવાથી તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી. (અર્થાત્ $\Delta E_{int} = 0$) અને તેથી થરમૉડાઇનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ $Q = W$ હોય છે. આમ, ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે વિનિમય પામતી ઉષ્મા-ઊર્જાનો ચોખ્ખો જથ્થો તંત્ર વડે થતા ચોખ્ખા કાર્ય જેટલો હોય છે.

6.11 પ્રતિવર્તી અને અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયાઓ (Reversible and Irreversible Processes)

ધારો કે સિલિન્ડર-પિસ્ટન રચનામાં વાયુ ભરેલ વાયુતંત્ર કોઈ પ્રારંભિક સંતુલિત અવસ્થા *i*માં છે કે જેમાં તેના દબાણ, કદ અને તાપમાનનાં મૂલ્યો અનુક્રમે P, V અને T છે. આ તંત્રનું અચળ તાપમાને કદ અડધું કરીને બીજી કોઈ સંતુલિત અવસ્થા *f*માં લઈ જવું હોય, તો તે માટેની ઘણી શક્ય પ્રક્રિયાઓ વિચારી શકાય.

આવી એક પ્રક્રિયામાં પિસ્ટનને ઝડપથી નીચે ધકેલી દઈ શકાય અને પછી તંત્ર, તેના પરિસર સાથે સંતુલન પ્રાપ્ત કરી પાછું પોતાનું તાપમાન T સ્થાપિત કરી લે ત્યાં સુધી રાહ જોઈ શકાય. પરંતુ આ રીતે વાયુનું ઝડપથી સંકોચન કરતાં તેમાં અસંતુલન પેદા કરતી અસરો ઉત્પન્ન થાય છે. પરિણામે તંત્ર અવસ્થા *i* અને *f* વચ્ચે અનેક અસંતુલિત સ્થિતિઓમાંથી ઝડપથી પસાર થાય છે. જોકે ઉપર જણાવ્યું તેમ સારી એવી રાહ જોયા પછી તંત્ર અંતે સંતુલિત અવસ્થા *f*માં આવે છે ખરું.

હવે આ પ્રક્રિયાને ઉલટાવીએ એટલે કે પિસ્ટનને પાછો ઝડપથી ઊંચે લઈ જઈ વાયુનું કદ ફરી V જેટલું (પ્રારંભિક કદ જેટલું) કરી નાખીએ તો સંકોચન વખતે વાયુ વચગાળાની જે-જે અસંતુલિત અવસ્થાઓમાંથી પસાર થયો હતો, તે જ અસંતુલિત અવસ્થાઓમાંથી પાછો પસાર થઈને અવસ્થા *f* માંથી *i* માં જશે નહિ. આવી પ્રક્રિયાને **અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા** કહે છે.

હવે એક બીજા પ્રકારની પ્રક્રિયા વિચારીએ કે જેમાં વાયુના કદમાં અત્યંત સૂક્ષ્મ ઘટાડો કરતાં કરતાં છેવટે વાયુનું કદ અડધું કરી શકીએ. વાયુના કદમાં અત્યંત સૂક્ષ્મ ઘટાડો કરતાં તેમાં સહેજ ક્ષણિક અસંતુલન જરૂર ઉત્પન્ન થશે, તાપમાન પણ સહેજ જરૂર વધશે, પરંતુ પ્રક્રિયા અત્યંત ધીમી હોવાથી મળતા પૂરતા સમયમાં તંત્ર વધારાની ઉષ્મા પરિસરને આપી દઈને પાછું સંતુલન અવસ્થામાં આવી જશે અને વચગાળાના દરેક તબક્કે તંત્રનું તાપમાન T જેટલું જ જળવાઈ રહેશે. આમ, કદ ઘટાડાના દરેક તબક્કે તંત્ર સંતુલિત અવસ્થાઓમાંથી જ પસાર થાય છે તેમ કહેવાય. આ રીતે થતી પ્રક્રિયાને **ક્વોસાઈ-સ્ટેટિક (quasi-static) પ્રક્રિયા** કહે છે. આ રીતે તંત્રનું તાપમાન અચળ રહે તેમ તેનું કદ અડધું કરી શકાય છે. આ જ રીતે આ પ્રક્રિયાને ઉલટાવીને એટલે કે તંત્ર પરના દબાણમાં અત્યંત સૂક્ષ્મ ઘટાડો કરતાં-કરતાં ધીરે-ધીરે તંત્રનું કદ વધારીને તંત્રને મૂળ માર્ગે જ (એટલે કે પ્રક્રિયા થઈ ત્યારે તંત્ર વચગાળાની જે-જે સંતુલિત અવસ્થાઓમાંથી પસાર થયું હતું તેમાંથી જ પાછું પસાર કરાવીને) પ્રારંભિક અવસ્થા *i* માં પાછું લાવી શકાય છે. આવી પ્રક્રિયાને **પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા** કહેવાય છે. પરંતુ એ વાતનું સ્મરણ રાખવું ઘટે કે પ્રસ્તુત ઉદાહરણમાં આપણે સમતાપી પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયાનો વિચાર કર્યો છે અને ઊર્જાનો કોઈ રીતે વ્યય ન થાય તેમ પિસ્ટનને ઘર્ષણરહિત ગતિ કરતો ધાર્યો છે. જ્યારે પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા ઉલટાવીએ ત્યારે માત્ર તંત્ર જ નહિ, પરંતુ પરિસર પણ પોતાની મૂળ અવસ્થામાં આવી જાય છે.

આટલી ચર્ચા પછી એ તો સ્પષ્ટ થશે જ કે ઊર્જાનો વ્યય કરે તેવાં પરિબળોની ગેરહાજરી એ તો એક આદર્શ પરિસ્થિતિ હોવાથી વ્યવહારમાં સંપૂર્ણપણે પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા શક્ય નથી. બધી જ કુદરતી પ્રક્રિયાઓ (એટલે કે આપમેળે થતી પ્રક્રિયાઓ) અપ્રતિવર્તી છે. દા.ત., લોખંડનું કટાવું, ખડકોનું ઘસાવું, પ્રાણીમાત્રને વૃદ્ધત્વ આવવું વગેરે.

ઉદાહરણ 11 : સાબિત કરો કે જ્યારે આદર્શ વાયુતંત્ર સમોષ્મી પ્રક્રિયા દ્વારા પ્રારંભિક અવસ્થા (P_1, V_1, T_1) માંથી અંતિમ અવસ્થા (P_2, V_2, T_2)માં જાય ત્યારે તેના વડે થતું કાર્ય.

$$W = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{\mu R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$ જેટલું હોય છે.

[સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે $PV^{\gamma} = A$ અચળાંક]

ઉકેલ : સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

$$= A\int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^{\gamma}} dV \qquad (\because P = \frac{A}{V^{\gamma}})$$

$$\therefore\ W = A\int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV$$

$$= A\left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= A\left[\frac{V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1}}{(1-\gamma)}\right]$$

$$= \frac{AV_2^{-\gamma+1} - AV_1^{-\gamma+1}}{(1-\gamma)}$$

$$= \frac{P_2V_2^{\gamma}V_2^{-\gamma+1} - P_1V_1^{\gamma}V_1^{-\gamma+1}}{(1-\gamma)}$$

$$= \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{(1-\gamma)} \qquad (1)$$

$$\therefore\ W = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{\gamma - 1} \qquad (2)$$

પરંતુ $PV = \mu RT$

$$\therefore\ W = \frac{\mu RT_1 - \mu RT_2}{\gamma - 1} = \frac{\mu R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1} \qquad (3)$$

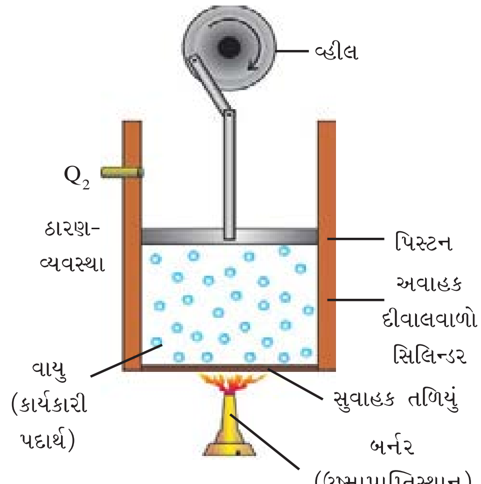
6.12 કૅલોરીમેટ્રી (Calorimetry)

કૅલોરીમેટ્રી એટલે ઉષ્માનું માપન : જ્યારે ઊંચા તાપમાને રહેલા પદાર્થને નીચા તાપમાને રહેલા બીજા પદાર્થના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે, ત્યારે ગરમ પદાર્થે ગુમાવેલી ઉષ્મા બરાબર ઠંડા પદાર્થે મેળવેલી ઉષ્મા થાય છે (જો ઉષ્માનો પરિસરમાં વ્યય ન થવા દેવાય તો). આ ત્યારે જ શક્ય બને કે જ્યારે તંત્ર અલગ કરેલું (isolated) હોય, એટલે કે તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે ઉષ્માનો વિનિમય ન થતો હોય.

જે સાધન ઉષ્માનું માપન કરે તેને કૅલોરીમીટર કહે છે. તે તાંબું કે ઍલ્યુમિનિયમ જેવી ધાતુના પાત્ર અને હલાવવા માટેના તે જ ધાતુના સળીયાનું બનેલું હોય છે. આ પાત્રને લાકડાના ખોખામાં એક આવરણમાં મૂકવામાં આવે છે, જે ઉષ્માના અવાહક પદાર્થો જેવા કે કાચ, ઊન વગેરેનું બનેલું હોય છે. બહારનું આવરણ (ખોખું) ઉષ્માના અવાહક તરીકે વર્તે છે અને અંદરના પાત્રમાંથી થતો ઉષ્માનો વ્યય ઘટાડે છે. બહારના આવરણમાં એક છિદ્ર હોય છે, જેમાંથી કૅલોરીમીટરમાં થરમૉમીટર દાખલ કરી શકાય છે.

6.13 ઉષ્મા-એન્જિન અને તેની કાર્યક્ષમતા (Heat Engine and its Efficiency)

ઉષ્માનું કાર્યમાં રૂપાંતર કરતી રચનાને ઉષ્મા-એન્જિન કહે છે.



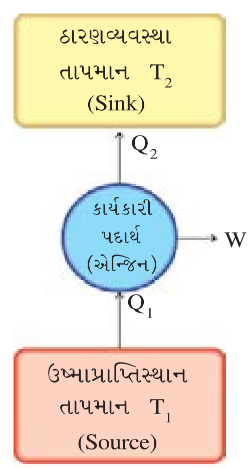
સાદું ઉષ્મા-એન્જિન

આકૃતિ 6.20

આકૃતિ 6.20માં સાદું ઉષ્મા-એન્જિન (heat engine) દર્શાવ્યું છે. અહીં પિસ્ટન સાથેના સિલિન્ડરમાંના વાયુને બર્નરની જ્યોત વડે ગરમ કરતાં વાયુ ઉષ્મા મેળવે છે. આ ઉષ્માને લીધે વાયુનું પ્રસરણ થાય છે અને પિસ્ટન પર દબાણ લગાડી વાયુ પિસ્ટનને ઉપર ધકેલે છે. પરિણામે વ્હીલ ચાકગતિ કરે છે. વ્હીલની આવી ચાકગતિ ચાલુ રાખવા માટે ઉષ્મા-એન્જિનમાં પિસ્ટન પુનરાવર્તિત રીતે ઉપર-નીચે સરકી શકે તેવી વ્યવસ્થા કરવામાં આવે છે. આ માટે પિસ્ટન વધુ ઉપર સરકે ત્યારે ઉપર આવેલા છિદ્રમાંથી ગરમ વાયુ (ઠારણવ્યવસ્થામાં) બહાર નીકળે છે.

અહીં વાયુને કાર્યકારી પદાર્થ (working substance) કહે છે. બર્નરની જ્યોતને ઉષ્મા-પ્રાપ્તિસ્થાન (source) કહે છે, અને પ્રસરણ બાદ વાયુને (ઉષ્માને) જેમાં છોડી મૂકવામાં આવે છે, તેને ઠારણવ્યવસ્થા (sink) કહે છે.

આકૃતિ 6.21માં ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યપદ્ધતિ રેખાચિત્ર દ્વારા દર્શાવી છે.



રેખાચિત્ર દ્વારા ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યપદ્ધતિ

આકૃતિ 6.21

ઉષ્મા-એન્જિનમાં કાર્યકારી પદાર્થ ચક્રિય પ્રક્રિયા અનુભવે છે. આ માટે કાર્યકારી પદાર્થ ઊંચા તાપમાન T_1વાળા ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી ઉષ્મા Q_1 શોષે છે. તેમાંથી અમુક ઉષ્મા-ઊર્જાનું યાંત્રિક-ઊર્જા (W)માં રૂપાંતર થાય છે, જ્યારે બાકીની ઉષ્મા Q_2 ઠારણવ્યવસ્થામાં છોડી દેવામાં આવે છે.

આથી, કાર્યકારી પદાર્થે શોષેલ ઉષ્માનો ચોખ્ખો જથ્થો,

$$Q = Q_1 - Q_2 \quad (6.13.1)$$

ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્ર દ્વારા શોષાતી ચોખ્ખી ઉષ્મા, તંત્ર દ્વારા થતાં ચોખ્ખા કાર્ય જેટલી હોય છે. આથી,

$$Q = W$$

$$\therefore Q_1 - Q_2 = W \quad (6.13.2)$$

ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન એક ચક્ર દીઠ મળતા ચોખ્ખા કાર્ય (W) અને ચક્ર દીઠ શોષાતી ઉષ્માના ગુણોત્તરને ઉષ્મા- એન્જિનની કાર્યક્ષમતા (η) કહે છે. એટલે કે,

$$\text{કાર્યક્ષમતા, } \eta = \frac{\text{ચક્ર દીઠ મળતું ચોખ્ખું કાર્ય}}{\text{ચક્ર દીઠ શોષાતી ઉષ્મા}}$$

$$\therefore \eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\therefore \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (6.13.3)$$

સમીકરણ (6.13.3) પરથી કહી શકાય કે જો $Q_2 = 0$ હોય, તો એન્જિનની કાર્યક્ષમતા $\eta = 1$ મળે. એટલે કે એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 100% મળે અને કાર્યકારી પદાર્થને આપવામાં આવેલી બધી જ ઉષ્માનું કાર્યમાં રૂપાંતર થાય. વ્યવહારમાં કોઈ પણ એન્જિન માટે $Q_2 \neq 0$. એટલે કે, થોડી ઉષ્મા Q_2 હંમેશાં વેડફાય છે. આથી $\eta < 1$.

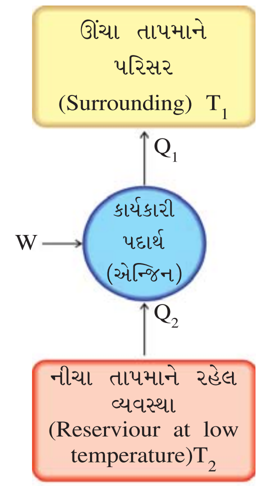
સામાન્ય રીતે ઉષ્મા-એન્જિન બે પ્રકારનાં બનાવવામાં આવે છે :

(1) બાહ્ય દહન (External combustion) એન્જિન, જેમ કે, સ્ટીમ એન્જિન.

(2) અંતર્દહન (Internal combustion) એન્જિન, જેમ કે ડીઝલ એન્જિન, પેટ્રોલ એન્જિન.

6.14 રેફ્રિજરેટર/હીટપંપ અને પરફૉર્મન્સ-ગુણાંક Refrigeratior/Heat Pump and Coefficient of Performance

ઉષ્મા-એન્જિનમાં કાર્યકારી પદાર્થ પર થતી ચક્રીય પ્રક્રિયાને જો ઉલટાવવામાં આવે, તો તે તંત્ર રેફ્રિજરેટર કે હીટપંપ તરીકે કાર્ય કરે છે. આકૃતિ 6.22માં રેફ્રિજરેટર/હીટપંપની કાર્યપદ્ધતિને રેખાચિત્ર દ્વારા દર્શાવેલ છે.



રેખાચિત્ર દ્વારા રેફ્રિજરેટર / હીટપંપની સમજ

આકૃતિ 6.22

રેફ્રિજરેટરમાં કાર્યકારી પદાર્થ, T_2 જેટલા નીચા તાપમાનવાળી વ્યવસ્થામાંથી Q_2 ઉષ્મા શોષે છે. કાર્યકારી પદાર્થ પર W જેટલું કાર્ય કરવામાં આવે છે. કાર્યકારી પદાર્થ, Q_1 જેટલી ઉષ્મા T_1 જેટલા ઊંચા તાપમાનવાળા પરિસરમાં છોડી દે (મુક્ત કરે) છે.

કાર્યકારી પદાર્થે શોષેલી ઉષ્મા Q_2 અને તેના પર કરવામાં આવેલા કાર્ય Wના ગુણોત્તરને રેફ્રિજરેટરનો પરફોર્મન્સ-ગુણાંક (α) કહે છે. એટલે કે,

$$\alpha = \frac{Q_2}{W} \quad (6.14.1)$$

અહીં, પરિસરમાં છોડી દેવાતી ઉષ્મા

$$Q_1 = W + Q_2$$

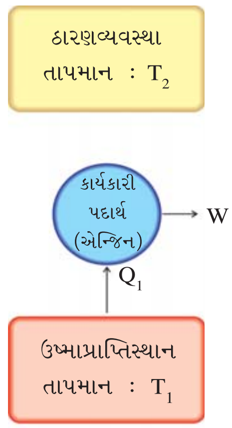
$$\therefore W = Q_1 - Q_2 \quad (6.14.2)$$

$$\therefore \alpha = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \quad (6.14.3)$$

અહીં αનું મૂલ્ય 1 કરતાં વધુ હોઈ શકે ($\because Q_2 > Q_1 - Q_2$), પરંતુ અનંત ન હોઈ શકે.

6.15 થરમૉડાઇનેમિક્સનો બીજો નિયમ (Second Law of Thermodynamics)

ઉષ્મા-એન્જિન અને રેફ્રિજરેટરના સંદર્ભમાં વિવિધ વિજ્ઞાનીઓએ કરેલાં વિધાનોને થરમૉડાઇનેમિક્સના બીજા નિયમનાં વિધાનો કહે છે, જે આ મુજબ છે :



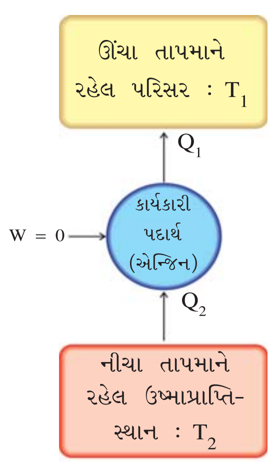
આદર્શ ઉષ્મા-એન્જિન (Q_1 = W)
આકૃતિ 6.23

કૅલ્વિન-પ્લાન્કનું વિધાન :

એવું એન્જિન બનાવવું અશક્ય છે કે જે, ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી ઉષ્માનું શોષણ કર્યા બાદ પૂરેપૂરી ઉષ્માનું તેટલા જ કાર્યમાં રૂપાંતર કરે. (જુઓ આકૃતિ 6.23)

ક્લૉસિયસનું વિધાન (Statement of Rudolf Clausius) :

એવું એન્જિન બનાવવું અશક્ય છે કે જેમાં કાર્ય દ્વારા એન્જિનને ઉષ્મા (ઊર્જા) આપ્યા વગર, ઉષ્માનો વિનિમય સતત, ઓછા તાપમાનવાળા પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી વધુ તાપમાનવાળા પરિસરમાં થયા કરે (જુઓ આકૃતિ 6.24).



અશક્ય એવું આદર્શ રેફ્રિજરેટર (ઉષ્મા-એન્જિન કે જેમાં $Q_1 = Q_2$ હોય, તથા W = 0 હોય)
આકૃતિ 6.24

ઉદાહરણ 12 : એક ઉષ્મા-એન્જિન ઉષ્મા પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી 360 J ઉષ્મા મેળવે છે અને 25 J જેટલું કાર્ય કરે છે. તો (*a*) ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા શોધો. (*b*) ચક્રીય પ્રક્રિયાના દરેક ચક્ર દરમિયાન ઉષ્મા-એન્જિન પરિસરને કેટલી ઉષ્મા આપશે ?

ઉકેલ : અહીંયાં Q_1 = 360 J, W = 25 J

(*a*) ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{25J}{360J} = 0.07 = 7\%$$

(*b*) દરેક ચક્ર દરમિયાન પરિસરને મળતી ઉષ્મા

$$Q_2 = Q_1 - W = 360 - 25 = 335 \text{ J}$$

ઉદાહરણ 13 : એક ઉષ્મા-એન્જિન તેણે કરેલા કાર્ય કરતાં ત્રણ ગણી ઉષ્માનું શોષણ કરે છે તો,

(*a*) તેની કાર્યક્ષમતા કેટલી હશે ?

(*b*) તેણે શોષેલી ઉષ્માનો કેટલામો ભાગ તે ઠારણ-વ્યવસ્થામાં મુક્ત કરશે ?

ઉકેલ : અહીંયાં Q_1 = 3W છે. આથી,

(*a*) $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{W}{3W} = \frac{1}{3} = 0.333$

આથી, કાર્યક્ષમતા η = 33.3%

(*b*) એન્જિને દરેક ચક્ર દરમિયાન પરિસરને આપેલી ઉષ્મા

$$Q_2 = Q_1 - W = 3W - W = 2W$$

આમ, $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2W}{3W} = \frac{2}{3}$

આથી, એન્જિન તેણે શોષેલી ઉષ્માનો $\frac{2}{3}$ ભાગ ઠારણ-વ્યવસ્થામાં મુક્ત કરશે.

ઉદાહરણ 14 : એક રેફ્રિજરેટરનો પરફૉર્મન્સ-ગુણાંક 5 છે. જો રેફ્રિજરેટર દરેક ચક્ર દરમિયાન ઠંડા ઉષ્મા-પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી 120 J જેટલી ઉષ્મા શોષતું હોય, તો દરેક ચક્ર દરમિયાન

(*a*) તે કેટલું કાર્ય કરતું હશે ?

(*b*) તે કેટલી ઉષ્મા ઊંચા તાપમાને રહેલા પરિસરમાં મુક્ત કરતું હશે ?

ઉકેલ : અહીં α = 5, Q_2 = 120 J

(*a*) $\alpha = \frac{Q_2}{W}$

આથી, કાર્ય $W = \frac{Q_2}{\alpha} = \frac{120J}{5} = 24$ J

(*b*) પરિસરમાં મુક્ત કરેલી ઉષ્મા

$$Q_1 = W + Q_2 = 24 \text{ J} + 120 \text{ J} = 144 \text{ J}$$

6.16 કાર્નો-ચક્ર અને કાર્નો-એન્જિન (Carnot Cycle and Carnot Engine)

સિમેસ્ટર Iમાં આપણે વાસ્તવિક વાયુઓની વર્તણૂકનો અભ્યાસ, આદર્શવાયુઓનાં પૃથક્કરણ પરથી કર્યો કે જેઓ PV = μRT સમીકરણનું પાલન કરે છે. ભલે વાસ્તવમાં આદર્શવાયુઓ હોતા નથી, પરંતુ જ્યારે વાસ્તવિક વાયુની ઘનતા પૂરતી ઓછી હોય ત્યારે તે આદર્શ વાયુ જેવી વર્તણૂક ધરાવે છે.

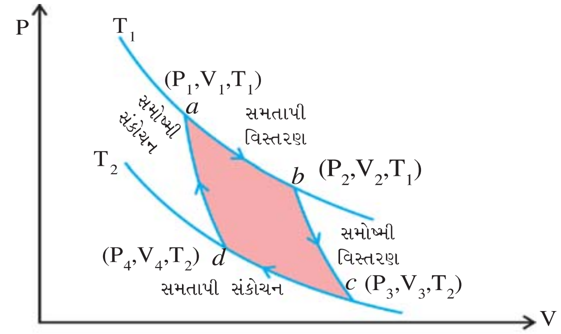
આદર્શ એન્જિનમાં બધી જ પ્રક્રિયાઓ પ્રતિવર્તી હોય છે અને કોઈ પણ પ્રકારની ઊર્જાનો વ્યય (ઘર્ષણ કે પ્રક્ષુબ્ધતા વગેરે કારણે) થતો નથી.

આ મુદ્દામાં આપણે કાર્નો-એન્જિનનો અભ્યાસ કરીશું કે જેની સૌપ્રથમ રજૂઆત 1824માં ફ્રેન્ચ વૈજ્ઞાનિક અને એન્જિનિયર સાડી કાર્નોએ કરી હતી.

કાર્નો-એન્જિન, બે સમોષ્મી પ્રક્રિયાઓ અને બે સમતાપી પ્રક્રિયાઓ દ્વારા પૂરી થતી ચક્રીય પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા દ્વારા ઉષ્મા-ઊર્જાનું યાંત્રિક-ઊર્જામાં રૂપાંતરણ કરે છે. આમ, જે પ્રતિવર્તી ઉષ્મા-એન્જિન બે તાપમાન વચ્ચે કાર્ય કરે, તેને કાર્નો-એન્જિન કહે છે.

કાર્નો-એન્જિનમાં તળિયા સિવાય બધી જ અવાહક બાજુઓ ધરાવતા એક સિલિન્ડરમાં ઘર્ષણરહિત સરકતો પિસ્ટન હોય છે. આ એન્જિનનો કાર્યકારી પદાર્થ μ મોલ જેટલો પૂરતા ઓછા દબાણે રહેલો વાયુ છે. (જે આદર્શ-વાયુ તરીકે વર્તે છે). એન્જિનના દરેક ચક્ર દરમિયાન, અચળ તાપમાને રહેલા ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી કાર્યકારી પદાર્થ ઉષ્મા શોષે (મેળવે) છે અને નીચા અચળ તાપમાન $T_2 < T_1$ પર રહેલ ઠારણવ્યવસ્થામાં ઉષ્મા મુક્ત કરે (ગુમાવે) છે.

આકૃતિ 6.25 માં દર્શાવેલ P – Vના આલેખ મુજબ આ ચક્રીય પ્રક્રિયા અને તેના જુદા-જુદા તબક્કા આકૃતિ 6.25માં દર્શાવ્યા છે.



P – V કાર્નો-ચક્ર

આકૃતિ 6.25

(i) પ્રથમ તબક્કો : વાયુનું સમતાપી વિસ્તરણ ($a \rightarrow b$)

આકૃતિ (6.26 *a*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, સૌપ્રથમ કાર્યકારી પદાર્થ થરમૉડાઇનેમિક સંતુલન અવસ્થા (P_1, V_1, T_1)માં છે.

હવે, સિલિન્ડરના સુવાહક તળિયાને T_1 તાપમાને રહેલા ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાન પર મૂકી, વાયુનું ધીમે-ધીમે સમતાપી વિસ્તરણ કરીને થરમૉડાઇનેમિક સંતુલન અવસ્થા *b* (P_2, V_2, T_1)માં લાવવામાં આવે છે (જુઓ આકૃતિ 6.26 *b*) ધારો કે $a \rightarrow b$ પ્રક્રિયા દરમિયાન વાયુ Q_1 ઉષ્મા શોષે છે. આથી સમીકરણ (6.10.4) અનુસાર, વાયુ વડે થયેલું કાર્ય

$$W_1 = Q_1 = \mu R T_1 \, ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (6.16.1)$$

આ ઉપરાંત, સમતાપી પ્રક્રિયા માટે

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad (6.16.2)$$

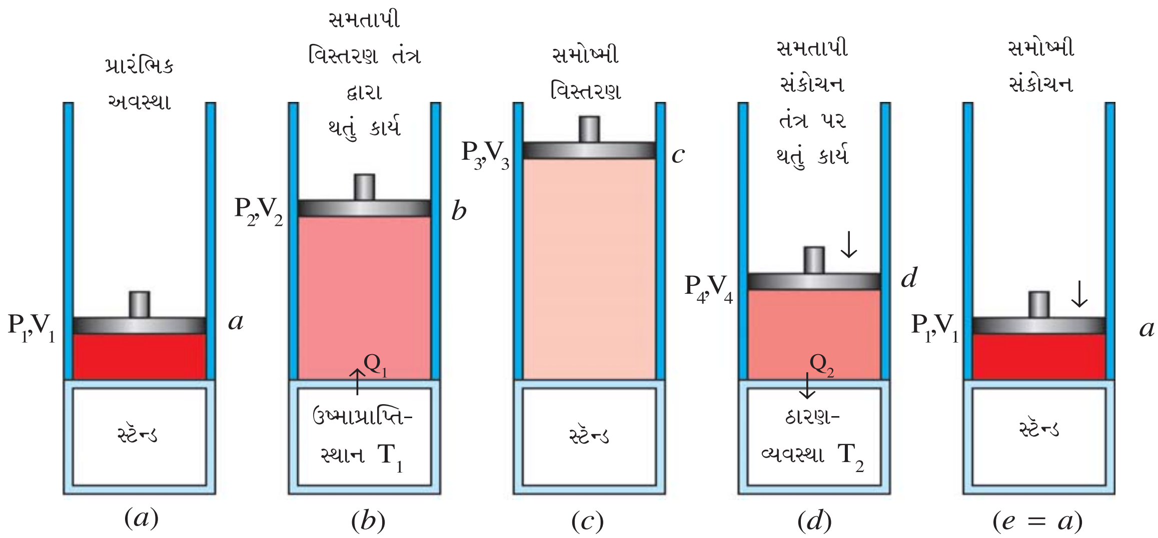
(ii) બીજો તબક્કો : વાયુનું સમોષ્મી વિસ્તરણ ($b \rightarrow c$)

હવે સિલિન્ડરના તળિયાને ઉષ્માના અવાહક સ્ટૅન્ડ પર મૂકી વાયુનું સમોષ્મી વિસ્તરણ થવા દઈને થરમૉડાઇનેમિક સંતુલન અવસ્થા *c* (P_3, V_3, T_2)માં લાવવામાં આવે છે (જુઓ આકૃતિ 6.26(*c*)). આ સમોષ્મી પ્રક્રિયા દરમિયાન વાયુ ઉષ્માનું શોષણ કરતો નથી, પરંતુ વિસ્તરણ દરમિયાન કાર્ય કરે છે, આથી તેનું તાપમાન ઘટે છે. આ પ્રક્રિયા માટે

$$P_2V_2^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma} \qquad (6.16.3)$$

(iii) ત્રીજો તબક્કો : વાયુનું સમતાપી સંકોચન ($c \rightarrow d$)

હવે, સિલિન્ડરના સુવાહક તળિયાને T_2 તાપમાને રહેલી ઠારણવ્યવસ્થાના સંપર્કમાં લાવીને તેનું ધીમે-ધીમે સમતાપી સંકોચન કરવામાં આવે છે કે જેથી વાયુ સંતુલિત અવસ્થા *d* (P_4, V_4, T_2) પર આવે છે (જુઓ આકૃતિ (6. 26*d*)). $c \rightarrow d$ અવસ્થા સુધીના વાયુના સમતાપી સંકોચન દરમિયાન વાયુ પર થતું કાર્ય



કાર્નોટ-એન્જિનના વિવિધ તબક્કા

આકૃતિ 6.26

$$W_2 = Q_2 = -\mu RT_2 \, ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

(અહીં વાયુ તંત્ર પર કાર્ય થતું હોવાથી ઋણ સંજ્ઞા મૂકેલ છે.)

$$\therefore \; W_2 = Q_2 = \mu RT_2 \, ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \qquad (6.16.4)$$

અહીં, Q_2 = વાયુ વડે ઠારણવ્યવસ્થામાં છોડી દેવાયેલી ઉષ્મા

આ ઉપરાંત, સમતાપી પ્રક્રિયા માટે

$$P_3V_3 = P_4V_4 \qquad (6.16.5)$$

(*iv*) ચોથો તબક્કો : વાયુનું સમોષ્મી સંકોચન (*d* → *a*)

હવે સિલિન્ડરના તળિયાને ઉષ્મા અવાહક સ્ટૅન્ડ પર મૂકી વાયુનું સમોષ્મી સંકોચન કરી પોતાની મૂળ અવસ્થા *a* (P_1, V_1, T_1) માં લઈ જવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયા સમોષ્મી છે, આથી વાયુ પરિસર સાથે ઉષ્માનો વિનિમય કરતો નથી, પરંતુ વાયુ પર કાર્ય થાય છે અને તેનું તાપમાન T_2 થી વધીને T_1 જેટલું થાય છે.

આ સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે

$$P_4V_4^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma} \qquad (6.16.6)$$

આ સમગ્ર ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન વાયુ વડે શોષાતી ઉષ્મા Q_1 છે અને છોડી દેવાતી ઉષ્મા Q_2 છે તે નોંધો. આથી, કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા η નું મૂલ્ય,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\therefore \; \eta = 1 - \frac{T_2 \, ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{T_1 \, ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \qquad (6.16.7)$$

સમીકરણો (6.16.2), (6.16.3) (6.16.5) અને (6.16.6)નો ગુણાકાર કરતાં

$$P_1V_1P_2V_2^{\gamma} \, P_3V_3P_4V_4^{\gamma} = P_2V_2P_3V_3^{\gamma}P_4V_4P_1V_1^{\gamma}$$

$$\therefore \; (V_2V_4)^{\gamma - 1} = (V_3V_1)^{\gamma - 1}$$

$$\therefore \; V_2V_4 = V_3V_1$$

$$\therefore \; \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \qquad (6.16.8)$$

$$\therefore \; ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \qquad (6.16.9)$$

આ કિંમત સમીકરણ (6.16.7)માં મૂકતાં,

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (6.16.10)$$

સમીકરણ (6.16.10) દર્શાવે છે કે **કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાન અને ઠારણવ્યવસ્થાના તાપમાન પર જ આધાર રાખે છે. તેની કાર્યક્ષમતા કાર્યકારી પદાર્થ પર આધારિત નથી** (જો તે આદર્શ વાયુ હોય તો). જો ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનનું તાપમાન (T_1) અનંત હોય અથવા ઠારણવ્યવસ્થાનું તાપમાન (T_2) નિરપેક્ષ શૂન્ય હોય (જે શક્ય નથી) તો જ કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 100 % મળે, જે અશક્ય છે.

ઉદાહરણ 15 : એક કાર્નો-એન્જિનમાં ઠારણ-વ્યવસ્થાનું તાપમાન 280 K છે અને તેની કાર્યક્ષમતા 40 % છે. ઠારણવ્યવસ્થાનું તાપમાન અચળ રાખીને, ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનનું તાપમાન કેટલું વધારતા એન્જિનની કાર્યક્ષમતા વધીને 50 % જેટલી થાય ?

ઉકેલ : $T_2 = 280$ K, $\eta_1 = 0.4$, $\eta_2 = 0.5$

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta_1 = 1 - 0.4 = 0.6 \quad (1)$$

$$\therefore T_1 = \frac{T_2}{0.6} = \frac{280}{0.6} = 466.6 \text{ K}$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + x}$$ (જ્યાં x = ઉષ્માપ્રાપ્તિ-સ્થાનના તાપમાનનો વધારો)

$$\therefore \frac{T_2}{T_1 + x} = 1 - \eta_2 = 1 - 0.5 = 0.5 \quad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{T_1 + x}{T_1} = \frac{0.6}{0.5}$$

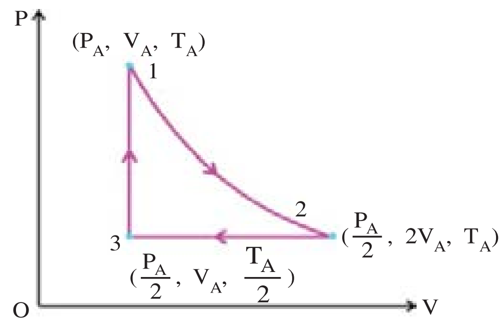
$$\therefore 5T_1 + 5x = 6T_1$$

$$\therefore T_1 = 5x$$

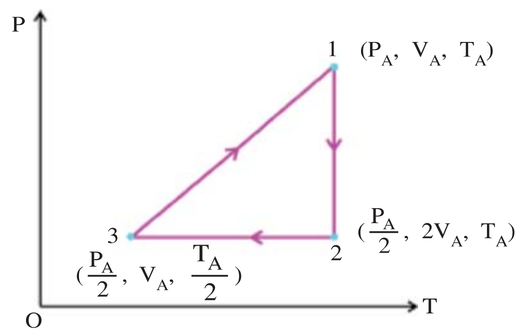
$$\therefore x = \frac{T_1}{5} = \frac{466.6}{5} = 93.32 \text{ K}$$

ઉદાહરણ 16 : 1 mole આદર્શવાયુનું દબાણ P_A અને તાપમાન T_A છે. પ્રથમ તેનું સમતાપી વિસ્તરણ કરી કદ બમણું કરવામાં આવે છે. હવે તેનું અચળ દબાણે સંકોચન કરી મૂળ કદ પ્રાપ્ત કરવામાં આવે છે અને ત્યાર પછી અચળ કદે દબાણ વધારી મૂળ દબાણ P_A પ્રાપ્ત કરવામાં આવે છે, તો આ સંપૂર્ણ પ્રક્રિયા માટે P – V અને P – T આલેખો સ્કેચ કરો.

ઉકેલ :



(*a*)



(*b*)

આકૃતિ 6.27

સારાંશ

1. **તંત્ર :** વિશ્વના જે ભાગનો થરમૉડાઇનેમિક અભ્યાસ કરવાનો હોય તે ભાગને થરમૉડાઇનેમિક તંત્ર કહે છે.
2. **પરિસર :** તંત્રની આસપાસના બાકીના ભાગ (વિશ્વ) કે જેની સીધી અસર તંત્ર પર થતી હોય, તેને તંત્રનું પરિસર (કે વાતાવરણ) કહે છે.
3. **પરિસીમા :** તંત્ર અને તેના પરિસરને જુદા પાડતી હદને તંત્રની પરિસીમા (સરહદ) કહે છે.
4. **થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા :** તંત્ર અને તેના પરિસર વચ્ચે થતી આંતરક્રિયાને થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા કહે છે.
5. **અલગ કરેલું તંત્ર :** જો તંત્ર પોતાના પરિસર સાથે આંતરક્રિયા ન કરતું હોય તો તે અલગ કરેલું તંત્ર કહેવાય છે.
6. **થરમૉડાઇનેમિક્સનો શૂન્ય ક્રમનો નિયમ :** જો તંત્ર A અને B કોઈ ત્રીજા તંત્ર C સાથે ઉષ્મીય સંતુલનમાં હોય, તો A અને B પણ એકબીજા સાથે ઉષ્મીય સંતુલનમાં હોય.
7. **ફેઝ ડાયાગ્રામ :** દબાણ અને તાપમાનનાં જુદાં-જુદાં મૂલ્યો માટે આપેલ દ્રવ્ય કેવું સ્વરૂપ ધરાવે છે, તે દર્શાવતા દબાણ (P) વિરુદ્ધ તાપમાન (T)ના આલેખને તે દ્રવ્યનો ફેઝ ડાયાગ્રામ કહે છે.

8. **ટ્રીપલ પૉઇન્ટ :** દબાણ-તાપમાનનાં જે મૂલ્યો માટે પદાર્થના ઘન, પ્રવાહી અને વાયુ એમ ત્રણેય સ્વરૂપો સહ-અસ્તિત્વમાં અને સમતોલનમાં હોય, તે બિંદુને તે દ્રવ્ય (પદાર્થ)નું ટ્રીપલ પૉઇન્ટ કહે છે.

9. **ઉષ્મીય પ્રસરણ / સંકુચન :** કોઈ પદાર્થનું તાપમાન વધારતાં (ઉષ્મા આપતાં) તેના પરિમાણમાં વધારો થાય છે અને તાપમાન ઘટાડતાં (ઉષ્મા મુક્ત કરીને) તેના પરિમાણમાં ઘટાડો થાય છે. આમ, પદાર્થ દ્વારા ઉષ્માનું શોષણ થતાં તેના પરિમાણમાં થતા વધારાને ઉષ્મીય પ્રસરણ અને ઉષ્મા મુક્ત કરીને પદાર્થના પરિમાણમાં થતા ઘટાડાને ઉષ્મીય સંકુલન કહે છે.

10. **રેખીય પ્રસરણ :** તાપમાનમાં થતા વધારા સાથે પદાર્થની લંબાઈમાં થતા વધારાને તેનું રેખીય પ્રસરણ કહે છે. જે પદાર્થો દરેક દિશામાં એકસરખું ઉષ્મીય પ્રસરણ ધરાવતા હોય તેવા પદાર્થોને આઇસોટ્રોપિક પદાર્થો કહે છે.

11. **ઉષ્મા-ઊર્જા :** વાયુના અણુઓની અસ્તવ્યસ્ત ગતિ સાથે સંકળાયેલ (કુલ વેગમાન શૂન્ય હોય તેવી ગતિ) કુલ ગતિ-ઊર્જાને વાયુમાં રહેલ ઉષ્મા-ઊર્જા કહે છે.

12. **ઉષ્મા :** તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે, માત્ર તાપમાનના તફાવતના કારણે થતાં ઊર્જાના વિનિમયને ઉષ્મા કહે છે.

13. **થરમૉડાઇનેમિક કાર્ય :** બે વસ્તુઓ વચ્ચે થતી યાંત્રિક આંતરક્રિયાને કારણે જે યાંત્રિક-ઊર્જાનો વિનિમય થાય છે, તેને થરમૉડાઇનેમિક કાર્ય કહે છે.

14. **થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ :** જો તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા i પરથી અંતિમ અવસ્થા f સુધી લઈ જવામાં આવે, તો તેની આંતરિક ઊર્જામાં થતો ફેરફાર (ΔE_{int}) તેણે મેળવેલ ઉષ્મા Q અને તંત્ર દ્વારા થયેલ કાર્ય Wના તફાવત જેટલો હોય છે. એટલે કે,

$$\Delta E_{int} = Q - W$$

15. **સમોષ્મી પ્રક્રિયા :** જો તંત્ર અને તેના પરિસર વચ્ચે ઉષ્માનો વિનિમય ન થતો હોય ($Q = 0$), તો તેવી પ્રક્રિયાને સમોષ્મી પ્રક્રિયા કહે છે.

16. **સમકદ પ્રક્રિયા :** જે થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રનું કદ અચળ રાખવામાં આવે તેવી પ્રક્રિયા સમકદ પ્રક્રિયા કહેવાય.

17. **ચક્રીય પ્રક્રિયા :** જે થરમૉડાઇનેમિક પ્રક્રિયા દરમિયાન તંત્રને તેની એક થરમૉડાઇનેમિક સંતુલન અવસ્થામાંથી શ્રેણીબદ્ધ પ્રક્રિયાઓ દ્વારા બીજી સંતુલિત અવસ્થામાં લઈ જઈને અંતે મૂળ અવસ્થામાં પાછું લાવવામાં આવે, તેવી પ્રક્રિયાને ચક્રીય પ્રક્રિયા કહે છે.

18. **કૅલરી :** એક કિલોગ્રામ શુદ્ધ પાણીનું તાપમાન 14.5 ^{o}Cથી 15.5 ^{o}C સુધી વધારવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને એક કિલો કૅલરી કહે છે. તેના હજારમા ભાગને કૅલરી કહે છે.

19. **ઉષ્માધારિતા :** પદાર્થને આપેલ ઉષ્મા Q અને તદ્નુરૂપ તેના તાપમાનના ફેરફાર ΔTના ગુણોત્તરને પદાર્થની ઉષ્માધારિતા H_C કહે છે.

20. **વિશિષ્ટ ઉષ્મા :** પદાર્થના એકમ દળ દીઠ તેના તાપમાનમાં એક એકમ જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે પદાર્થના દ્રવ્યની વિશિષ્ટ ઉષ્મા કહે છે.

21. **મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્મા :** વાયુના એક મોલ દીઠ તેના તાપમાનમાં 1 કૅલ્વિન (કે 1 C^{o}) જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની મોલર વિશિષ્ટ ઉષ્મા કહે છે.

22. **અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_V) :** એક મોલ વાયુનું કદ અચળ રાખી તેના તાપમાનમાં એક કૅલ્વિન જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા કહે છે.

23. અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_P) : એક મોલ વાયુનું દબાણ અચળ રાખી તેના તાપમાનમાં એક કેલ્વિન જેટલો ફેરફાર કરવા માટે જરૂરી ઉષ્માના જથ્થાને તે વાયુની અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા કહે છે.

24. રૂપાંતરણની ઉષ્મા (ગુપ્ત ઉષ્મા L) : એકમદળના કોઈ પદાર્થનું એક અવસ્થા (ઘન, પ્રવાહી કે વાયુ)માંથી બીજી અવસ્થામાં રૂપાંતર કરવા માટે આપવી પડતી ઉષ્માને રૂપાંતરણની ઉષ્મા (ગુપ્ત ઉષ્મા) કહે છે.

25. ગલનગુપ્ત ઉષ્મા (L_F) : એકમદળના ઘન પદાર્થનું પ્રવાહીમાં રૂપાંતરણ થાય (ત્યારે પદાર્થ ઉષ્મા મેળવે છે.) અથવા પ્રવાહીનું ઘનમાં રૂપાંતરણ થાય (ત્યારે પદાર્થ ઉષ્મા ગુમાવે છે), ત્યારે રૂપાંતરણની આ ઉષ્માને ગલનગુપ્ત ઉષ્મા કહે છે.

26. અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા : જો કોઈ પ્રક્રિયા એવી રીતે ઉલટાવવામાં આવે કે જેથી તે તંત્ર પોતાની પ્રારંભિક અવસ્થામાંથી અંતિમ અવસ્થામાં વચગાળાની જે અસંતુલિત અવસ્થાઓમાંથી પસાર થયું હોય તેવી જ અસંતુલિત અવસ્થાઓ અંતિમ અવસ્થામાંથી પ્રારંભિક અવસ્થા દરમિયાન ન આવે, તો તેને અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા કહે છે.

27. પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા : જો કોઈ પ્રક્રિયાને ખૂબ ધીમેથી એવી રીતે ઉલટાવવામાં આવે કે જેથી પ્રારંભિક અવસ્થામાં તે પોતાના મૂળ માર્ગે જ પાછી ફરે (તંત્ર પોતાની પ્રારંભિક અવસ્થામાંથી અંતિમ અવસ્થા સુધી વચગાળાની જે-જે સંતુલિત અવસ્થામાંથી પસાર થયું હતું, તેમાંથી જ પાછું પસાર કરાવીને), તો તેવી પ્રક્રિયાને પ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા કહે છે.

28. ઉષ્મા-એન્જિન : ઉષ્માનું કાર્યમાં રૂપાંતર કરતી રચનાને ઉષ્મા-એન્જિન કહે છે.

29. ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા : ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન એક ચક્ર દીઠ મળતા ચોખ્ખા કાર્ય (W) અને ચક્ર દીઠ શોષાતી ચોખ્ખી ઉષ્માના ગુણોત્તરને ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા કહે છે.

30. રેફ્રિજરેટરનો પરફૉર્મન્સ-ગુણાંક : કાર્યકારી પદાર્થે (એન્જિને) શોષેલી ઉષ્મા અને તેના પર કરવામાં આવેલા કાર્યના ગુણોત્તરને રેફ્રિજરેટરનો પરફૉર્મન્સ-ગુણાંક કહે છે.

31. થરમૉડાઇનેમિક્સનો બીજો નિયમ :

(1) **કૅલ્વિન-પ્લાન્કનું કથન :** એવું એન્જિન બનાવવું અશક્ય છે કે જે, ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી ઉષ્માનું શોષણ કર્યા બાદ પૂરેપૂરી ઉષ્માનું તેટલા જ કાર્યમાં રૂપાંતર કરે.

(2) **ક્લોસિયસનું કથન :** એવું એન્જિન બનાવવું અશક્ય છે કે જેમાં કાર્ય દ્વારા એન્જિનને ઉષ્મા (ઊર્જા) આપ્યા વગર, ઉષ્માનો વિનિમય સતત ઓછા તાપમાનવાળા પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી વધુ તાપમાનવાળા પરિસરમાં થયા કરે.

32. કૅલોરીમેટ્રી : કૅલોરીમેટ્રી એટલે ઉષ્માનું માપન.

33. કૅલોરીમીટર : જે સાધન ઉષ્માનું માપન કરે તેને કૅલોરીમીટર કહે છે.

34. કાર્નોટ-એન્જિન : કાર્નોટ-એન્જિન, બે સમોષ્મી પ્રક્રિયાઓ અને બે સમતાપી પ્રક્રિયાઓ દ્વારા પૂરી થતી પ્રતિવર્તી ચક્રીય પ્રક્રિયા દ્વારા ઉષ્મા-ઊર્જાનું યાંત્રિક-ઊર્જામાં રૂપાંતરણ કરે છે.

35. કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા : કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા નીચેના સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવે છે. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$. જે દર્શાવે છે કે કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનના તાપમાન (T_1) અને ઠારણવ્યવસ્થાના તાપમાન (T_2) પર જ આધાર રાખે છે. તેની કાર્યક્ષમતા કાર્યકારી પદાર્થ પર આધારિત નથી.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. એક આદર્શવાયુનું પ્રારંભિક દબાણ 3 એકમ અને પ્રારંભિક કદ 4 એકમ છે. કોઠામાં વાયુના અંતિમ દબાણ અને કદના પાંચ પ્રક્રિયાઓ માટેનાં મૂલ્યો તે જ એકમોમાં દર્શાવ્યા છે. કઈ પ્રક્રિયા સમતાપી પ્રક્રિયા હશે ?

	i	*ii*	*iii*	*iv*	*v*
P	12	6	5	4	1
V	1	2	7	3	12

(A) *i, ii, iii, iv* (B) *ii, iii, iv, v* (C) *i, iii, iv, v* (D) *i, ii, iv, v*

2. Q જેટલી ઉષ્મા વડે 1 g જેટલા પદાર્થ Aનું તાપમાન 3 C^o જેટલું વધે અને 1 g જેટલા પદાર્થ B નું તાપમાન 4 C^o જેટલું વધે છે, તો કયા પદાર્થની વિશિષ્ટ ઉષ્મા વધારે હશે ?

(A) A (B) B

(C) A અને B (D) A અને Bમાંથી એકેય નહિ.

3. પાણીના ટ્રીપલ પૉઇન્ટ તાપમાનને સેલ્સિયસ માપક્રમમાં માપતાં .... ^oC તાપમાન મળે છે.

(A) 0 (B) −273.16 (C) 100 (D) 0.01

4. વાતાવરણના દબાણે શુદ્ધ પાણી અને તેની બાષ્પ વચ્ચે સંતુલન રચાય ત્યારે તાપમાન ....K લેવામાં આવે છે.

(A) 100 (B) 273.15 (C) 373.15 (D) 273.16

5. નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાનનું મૂલ્ય ફેરનહીટ માપક્રમ મુજબ .... ^oF હોય છે.

(A) 0 (B) −273.15 (C) −459.67 (D) −356.67

6. તાપમાનના કયા મૂલ્ય માટે ^oC અને ^oF માપક્રમનાં મૂલ્યો સરખાં આવે છે ?

(A) 0 (B) 40 (C) −40 (D) 32

7. એક વાયુતંત્ર 450 cal ઉષ્માનું શોષણ કરે છે અને તંત્ર વડે 200 cal કાર્ય થાય છે, તો તંત્રની આંતરિક ઊર્જામાં થતો ફેરફાર .... cal થશે.

(A) 250 (B) 650 (C) 325 (D) શૂન્ય

8. તંત્ર .... ધરાવી શકે, પણ .... ધરાવી શકે નહિ.

(A) ઉષ્મા, ઉષ્મા-ઊર્જા (B) ઉષ્મા-ઊર્જા, ઉષ્મા

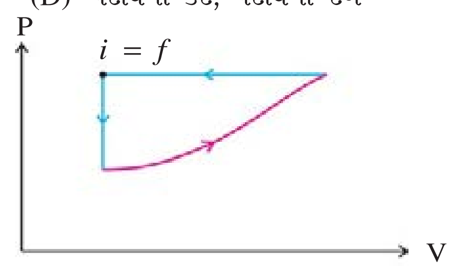
(C) ઉષ્મા, યાંત્રિક-ઊર્જા (D) કાર્ય, ઉષ્મા-ઊર્જા

9. પદાર્થની ઉષ્માધારિતાનું મૂલ્ય .... તેમજ .... પર આધારિત છે.

(A) પદાર્થની જાત, પદાર્થના દળ (B) પદાર્થની જાત, પદાર્થના તાપમાન

(C) પદાર્થના દળ, પદાર્થના તાપમાન (D) પદાર્થના કદ, પદાર્થના દળ

10. આપેલ આકૃતિમાં P − V ના આલેખમાં એક ચક્રીય પ્રક્રિયા દર્શાવી છે. ચક્રીય પ્રક્રિયા બાદ (*a*) વાયુની આંતરિક ઊર્જા ΔE_{int} અને (*b*) ચોખ્ખો ઉષ્માનો વિનિમય.



આકૃતિ 6.28

(A) ધન, ઋણ (B) ધન, શૂન્ય

(C) શૂન્ય, ઋણ (D) શૂન્ય, ધન

11. થરમૉડાઇનેમિક્સમાં તંત્ર વડે થતા કાર્યને .... અને તંત્ર પર થતા કાર્યને .... ગણવામાં આવે છે.

(A) ધન, શૂન્ય (B) ધન, ઋણ (C) ઋણ, ધન (D) શૂન્ય, અનંત

12. $20^{o}C$ તાપમાને પાણીની ઘનતા 998 kg/m^3 છે અને $40^{o}C$ તાપમાને 992 kg/m^3 છે, તો પાણીનો કદ-પ્રસરણાંક ....C^{o-1} છે.

(A) $\frac{998}{992 \times 20}$ (B) $\frac{992}{998 \times 20}$ (C) $\frac{6}{998 \times 20}$ (D) $\frac{6}{992 \times 20}$

13. આદર્શવાયુની સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે દબાણ-તાપમાનનો સંબંધ .... છે.

(A) $P^{1-\gamma} T^{\gamma}$ = અચળ (B) $P^{\gamma-1} T^{\gamma}$ = અચળ

(C) $P^{\gamma} T^{1-\gamma}$ = અચળ (D) $P^{\gamma} T^{\gamma-1}$ = અચળ

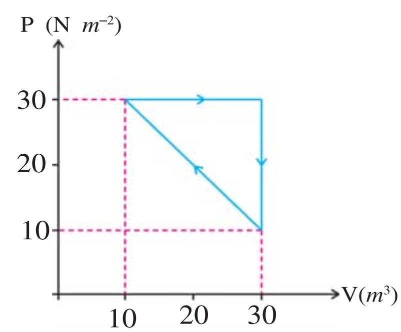
14. આકૃતિમાં દર્શાવેલ ચક્રીય પ્રક્રિયાના પ્રત્યેક ચક્ર દીઠ તંત્ર .... J જેટલી ચોખ્ખી ઉષ્માનું શોષણ કરશે.

(A) 400

(B) 900

(C) 200

(D) 300



આકૃતિ 6.29

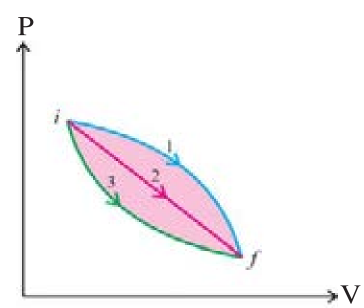
15. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ આદર્શવાયુ 1, 2 અને 3 આંક વડે રજૂ કરેલ અલગ-અલગ પથ પર પ્રારંભિક અવસ્થા *i*થી અંતિમ અવસ્થા *f* સુધી જાય છે. આ પથો પર થતું કાર્ય અનુક્રમે W_1, W_2 અને W_3 હોય તો,

(A) $W_1 > W_2 > W_3$

(B) $W_1 = W_2 = W_3$

(C) $W_1 < W_2 < W_3$

(D) $W_1 > W_3 > W_2$



આકૃતિ 6.30

16. $0^{o}C$ તાપમાને રહેલ 100 g બરફને $100^{o}C$ તાપમાને રહેલ 100 g પાણીમાં મૂકતાં મિશ્રણનું અંતિમ તાપમાન .... થાય. (બરફની ગલનગુપ્ત ઉષ્મા 80 cal/g અને પાણીની વિશિષ્ટ ઉષ્મા 1 cal/g C^{o}) છે.

(A) $10^{o}C$ (B) $20^{o}C$ (D) $30^{o}C$ (D) $50^{o}C$

17. આદર્શવાયુની કોઈ પ્રક્રિયામાં $dW = 0$ અને $dQ < 0$ છે, તો વાયુ માટે ....

(A) તાપમાન વધશે (B) કદ વધશે

(C) દબાણ અચળ રહેશે (D) તાપમાન ઘટશે

18. 1 મોલ આદર્શવાયુનું તાપમાન અચળ દબાણે $0^{\circ}C$થી $100^{\circ}C$ જેટલું વધારતાં થતું કાર્ય .... છે.

(A) 8.3×10^{-3} J (B) 8.3×10^{-2} J (C) 8.3×10^{2} J (D) 8.3×10^{3} J

19. એક આદર્શવાયુના સમોષ્મી પ્રસરણ દરમિયાન તેના કદમાં 24 % જેટલો વધારો થાય છે, તો તેના દબાણમાં .... ઘટાડો થાય. ($\gamma = \frac{5}{3}$)

(A) 24% (B) 76% (C) 48% (D) 30%

20. $27^{\circ}C$ જેટલા અચળ તાપમાને 10 mole આદર્શવાયુના સમતાપી વિસ્તરણ દરમિયાન તેનું દબાણ 8 atm માંથી 4 થતું હોય, તો વાયુએ શોષેલ ઉષ્મા .... J હોય.

(A) 2079 R (B) 903 R (C) 187 R (D) 81.3 R

21. એક ઉષ્મા-એન્જિન ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી 50 kJ ઉષ્મા પ્રાપ્ત કરતું હોય અને તેની કાર્યક્ષમતા 40 % હોય, તો તેના પરિસરને તે કેટલી ઉષ્મા આપશે ?

(A) 40 kJ (B) 20 J (C) 30 k J (D) 20 k J

22. એક ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 30 % છે તે પરિસરને 30 kJ જેટલી ઉષ્મા આપતું હોય, તો તે ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી .... kJ ઉષ્મા મેળવતું હશે.

(A) 9 (B) 39 (C) 29 (D) 42.8

23. જો ઉષ્મા-એન્જિન, ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી 2 kJ ઉષ્મા મેળવતું હોય, અને તે 1.5 kJ ઉષ્મા ઠારણવ્યવસ્થામાં છોડી દેતું હોય, તો તેની કાર્યક્ષમતા .... હશે.

(A) 25% (B) 50% (C) 75% (D) 0.5%

24. તાપમાનના કયા મૂલ્ય માટે ફેરનહીટ માપક્રમ અને કેલ્વિન માપક્રમ પર એક સરખા મૂલ્યો મળશે ?

(A) 459.67 (B) 574.32 (D) −32 (E) 100

25. એક દ્વિ-પરમાણ્વિક (rigid rotator) આદર્શવાયુનો કાર્નોટ-એન્જિનમાં કાર્યકારી પદાર્થ તરીકે ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે. ચક્રીય પ્રક્રિયામાં વાયુના સમોષ્મી પ્રસરણ દરમિયાન વાયુનું કદ Vથી વધીને 32 V જેટલું હોય તો કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા .... હશે.

(A) 0.35 (B) 0.25 (C) 0.5 (D) 0.75

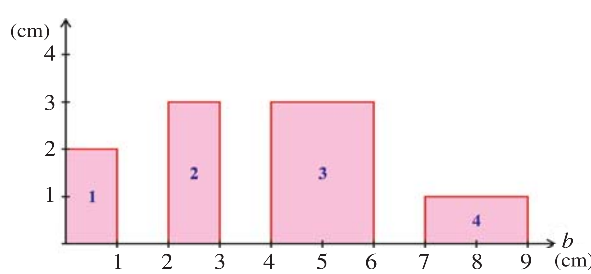
26. એક ગરમ દિવસે અમદાવાદથી એક ટ્રકવાળા 37,000 L ડીઝલ ભરે છે. તે ડીઝલને શ્રીનગર (કશ્મીર) પહોંચાડે છે, જ્યાંનું તાપમાન અમદાવાદના તાપમાન કરતાં 23 K નીચું છે. તેણે કેટલું ડીઝલ પહોંચાડ્યું (આપ્યું) હશે ? ડીઝલ માટે $\gamma = 3\alpha = 9.50 \times 10^{-4}\ C^{o-1}$
(ટ્રકની સ્ટીલ ટૅન્કનું ઉષ્મીય પ્રસરણ-સંકુચન અવગણો.)

(A) 808 L (B) 36,190 L (C) 37,808 L (D) 37,000 L

27. આકૃતિ 6.30 માં એકસરખી જાડાઈ ધરાવતી એક જ દ્રવ્યની બનેલી ચાર લંબચોરસ પ્લેટ દર્શાવી છે. જો તેમનું તાપમાન Tથી વધારીને $T + \Delta T$ કરવામાં આવે, તો (*a*) તેમની ઊંચાઈમાં થતા વધારા અને (*b*) તેમના ક્ષેત્રફળમાં થતા વધારાને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો.

(A) 2, 3, 1, 4 (B) 1, 2, 3, 4

(C) 4, 1, 2, 3 (D) 3, 2, 1, 4



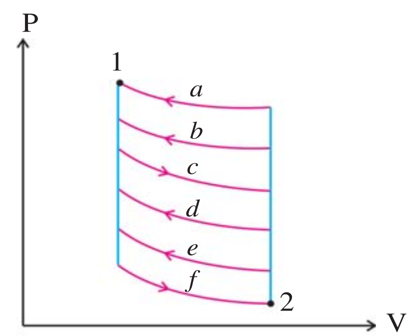
આકૃતિ 6.31

જવાબો

1. (D)	**2.** (A)	**3.** (D)	**4.** (C)	**5.** (C)	**6.** (C)
7. (A)	**8.** (B)	**9.** (A)	**10.** (C)	**11.** (B)	**12.** (D)
13. (A)	**14.** (C)	**15.** (A)	**16.** (A)	**17.** (D)	**18.** (C)
19. (D)	**20.** (A)	**21.** (C)	**22.** (D)	**23.** (A)	**24.** (B)
25. (D)	**26.** (B)	**27.** (D)			

નીચે આપેલ પ્રશ્નોનો જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. ફેઝ ડાયાગ્રામ એટલે શું ?
2. એક કિલો કૅલરી કોને કહેવાય ?
3. અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયા કોને કહેવાય ?
4. આઇસોટ્રોપિક પદાર્થ કોને કહે છે ?
5. ઊકળતા પાણી કરતાં વરાળથી કેમ વધારે દઝાય છે ?
6. ક્વોસાઈ સ્ટેટીક પ્રક્રિયા કોને કહેવાય ?
7. કાર્નોટ-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા કયા સંજોગોમાં 100% થાય છે ?
8. બે તંત્રો થરમૉડાઇનેમિક સંતુલનમાં છે તેમ ક્યારે કહેવાય ?
9. સમોષ્મી પ્રક્રિયા એટલે શું ?
10. ચક્રીય પ્રક્રિયા સમજાવો.
11. શા માટે બહુ પરમાણ્વિક અણુઓની વિશિષ્ટ ઉષ્મા વધુ હોય છે ?
12. રેફ્રિજરેટરનો પરફૉર્મન્સ-ગુણાંક એટલે શું ?
13. સમદાબ પ્રક્રિયા એટલે શું ?
14. આપેલ આકૃતિમાં એક તંત્રની 1-2-1 માર્ગે ચક્રીય પ્રક્રિયા (દરેક વખતે તંત્ર અને પરિસર વચ્ચે તાપીય સંતુલન સ્થપાય તે રીતે) માટેના જુદા-જુદા માર્ગ P – Vના આલેખમાં દર્શાવ્યા છે. કયા બંધ માર્ગ માટે તંત્ર વડે થતું કુલ કાર્ય મહત્તમ ધન મળશે ?



આકૃતિ 6.32

15. તાપમાનના કયા મૂલ્ય માટે ફેરનહીટ માપક્રમ પરનું અવલોકન (a) સેલ્સિયસ માપક્રમની બમણી કિંમત જેટલું મળશે ? (b) સેલ્સિયસ માપક્રમની અડધી કિંમત જેટલું મળશે ?

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. થરમૉડાઇનેમિક્સનો શૂન્ય ક્રમનો નિયમ સમજાવો.
2. થરમૉડાઇનેમિક્સનો પ્રથમ નિયમ લખો અને સમજાવો.
3. ઉષ્મા-એન્જિનનું કાર્ય તથા તેની કાર્યક્ષમતાની સમજૂતી આપો.
4. અચળ તાપમાને વાયુનું સંકોચન કરતાં વાયુ પર થતા કાર્યનું સૂત્ર મેળવો.
5. કોઈ તંત્રને તેની પ્રારંભિક અવસ્થાથી અંતિમ અવસ્થા સુધી જુદા-જુદા માર્ગે લઈ જતાં થતા કાર્યની સમજૂતી P – V ના આલેખો દ્વારા આપો. ચક્રીય પ્રક્રિયા દરમિયાન થતું કુલ કાર્ય સમજાવો.

6. પ્રતિવર્તી અને અપ્રતિવર્તી પ્રક્રિયાઓ સમજાવો.

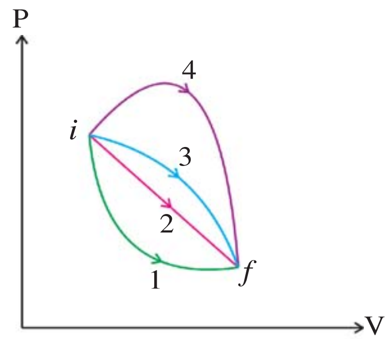
7. થરમૉડાઇનેમિક્સના બીજા નિયમનાં માત્ર કથનો લખો.

8. આકૃતિમાં તંત્રને પ્રારંભિક અવસ્થા *i*થી અંતિમ *f* સુધી લઈ જવા માટેના ચાર માર્ગ દર્શાવ્યા છે :

   (*a*) કયા માર્ગ પર આંતરિક ઊર્જાનો ફેરફાર ΔE_{int} મહત્તમ હશે ?

   (*b*) કયા માર્ગ (પ્રક્રિયા) પર તંત્ર વડે મહત્તમ કાર્ય W થશે ?

   (*c*) કયા માર્ગ પર ઉષ્માનો વિનિમય મહત્તમ હશે ?



આકૃતિ 6.33

નીચેના દાખલા ગણો :

1. 200 *g* દળના ઍલ્યુમિનિયમના એક ગોળાને 26°C તાપમાનથી 66°C તાપમાન સુધી લઈ જવા માટે કેટલી ઉષ્મા આપવી પડશે ? ઍલ્યુમિનિયમના આ ગોળાની ઉષ્માધારિતા કેટલી થશે ? $C = 0.215$ cal g^{-1} C^{o-1}. [જવાબ : 1720 cal, 43 cal C^{o-1}]

2. 10 g O_2ના દબાણ અને તાપમાન અનુક્રમે 3×10^5 N m^{-2} અને 10 °C છે. જ્યારે અચળ દબાણે આ વાયુને તપાવવામાં આવે છે, ત્યારે તેનું કદ 10 L થાય છે, તો

   (*a*) વાયુએ મેળવેલ ઉષ્મા

   (*b*) વાયુની આંતરિક ઊર્જામાં થતો ફેરફાર

   (*c*) વાયુ વડે વિસ્તરણ દરમિયાન થતું કાર્ય શોધો. $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1}. O_2 એ દ્વિ-પરમાણ્વિક (rigid rotator) છે. [જવાબ : (*a*) 7929 J (*b*) 5664 J (*c*) 2265 J]

3. એક કાર્નો-એન્જિનમાં ઠારણવ્યવસ્થાનું તાપમાન 300 K છે અને તેની કાર્યક્ષમતા 40% છે. જો આ એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 50 % કરવી હોય, તો ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનનું તાપમાન અચળ રાખીને ઠારણવ્યવસ્થાનું તાપમાન કેટલું ઘટાડવું પડે ? [જવાબ : 50 K]

4. એક કાર્નો-એન્જિનમાં ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનનું તાપમાન 500 K અને ઠારણવ્યવસ્થાનું તાપમાન 375 K છે. જો એન્જિન તેના પ્રત્યેક ચક્ર દીઠ 600 k cal ઉષ્મા શોષતું હોય, તો (i) કાર્યક્ષમતા ગણો. (ii) પ્રત્યેક ચક્ર દીઠ થતું ચોખ્ખું કાર્ય શોધો. (iii) ઠારણવ્યવસ્થામાં પાછી મેળવાતી ઉષ્માની ગણતરી કરો. (J = 4.2 J/cal)

   [જવાબ : (i) 25% (ii) 6.3×10^5 J (iii) 450 k cal]

5. 27°C તાપમાને અને 2 atm દબાણે 1 મોલ આદર્શવાયુનું સમોષ્મી સંકોચન કરતાં તેનું કદ પ્રારંભિક કદના આઠમા ભાગનું થાય છે, તો વાયુના અંતિમ દબાણ અને તાપમાન શોધો. વાયુ માટે $\gamma = 1.5$ લો. [જવાબ : 45.2 atm, 848 K]

6. ઉપર્યુક્ત દાખલા 5માં વાયુ પર થતું કુલ કાર્ય શોધો. $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1}.

   [જવાબ : 9097 J]

7. એક પરમાણ્વિક આદર્શવાયુને 1.6×10^6 *Pa* ના દબાણે, 300 K તાપમાને 0.0083 m^3 કદ ધરાવતા બંધ પાત્રમાં રાખેલો છે. આ વાયુને 2.49×10^4 J ઉષ્મા આપવામાં આવે છે, તો તેના અંતિમ તાપમાન અને દબાણ શોધો. પાત્રનું કદ પ્રસરણ અવગણો. $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1}. [જવાબ : 675 K, 3.6×10^6 *Pa*]

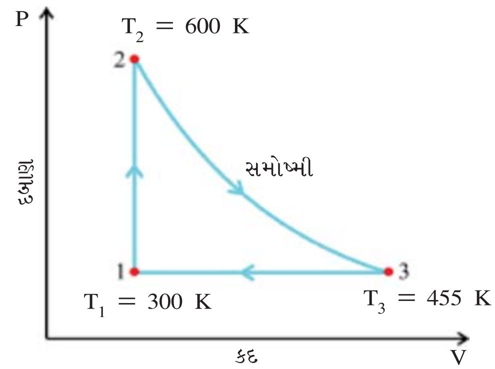
8. 1 મોલ આદર્શવાયુનું તાપમાન 30 C^o જેટલું વધારવા માટે કરવું પડતું કાર્ય શોધો. આ આદર્શવાયુનું પ્રસરણ $V \alpha T^{\frac{2}{3}}$ સંબંધ અનુસાર થાય છે. $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1}.

[જવાબ : 166 J]

9. સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે PV^{γ} = અચળ હોય છે. એક સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે આ અચળાંકનું મૂલ્ય શોધો કે જેમાં 2 મોલ આદર્શવાયુ (rigid rotator) 1.0 atmના દબાણે અને 300 K તાપમાને ભરેલો છે. આદર્શવાયુ દ્વિ-પરમાણ્વિક (rigid rotator) ધારો.

[જવાબ : 1.48×10^3]

10. આકૃતિ 6.34માં દર્શાવ્યા મુજબ એક મોલ જેટલા એક પરમાણ્વિક વાયુ માટે પ્રક્રિયા 1 → 2 અચળ કદ રાખીને, પ્રક્રિયા 2 → 3 સમોષ્મી રીતે, અને પ્રક્રિયા 3 → 1 અચળ દબાણ રાખીને કરવામાં આવે છે, તો પ્રક્રિયા 1 → 2 અને 3 → 1 માટે જરૂરી ઉષ્મા Q, આંતરિક ઊર્જાનો ફેરફાર ΔE_{int} અને થયેલ કાર્ય W શોધો. $R = 8.314$ J mol^{-1} K^{-1}.



આકૃતિ 6.34

જવાબ :

પ્રક્રિયા	Q	ΔE_{int}	W
1 → 2	3741 J	3741 J	0
3 → 1	–3221.7 J	–1933 J	–1288.7 J

11. એક ઉષ્મા એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 22% છે. જો દરેક ચક્ર દરમિયાન તેણે મેળવેલ ઉષ્મા અને ગુમાવેલ ઉષ્માનો તફાવત 75 J રહેતો હોય, તો ચક્ર દીઠ તેણે ઉષ્માપ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મેળવેલ ઉષ્મા અને ઠારણવ્યવસ્થામાં ગુમાવેલ ઉષ્માનાં મૂલ્યો મેળવો.

[જવાબ : 341 J, અને 266 J]

12. ગૅસોલિનમાંથી ઉષ્મા પ્રાપ્ત કરતું એક ઉષ્મા-એન્જિન 10,000 J ઉષ્મા મેળવીને તેમાંથી 2000 J ઉષ્માનું કાર્યમાં રૂપાંતર કરે છે. ગૅસોલિનની (combustion) ગુપ્ત ઉષ્મા $L_C = 5.0 \times 10^4$ J/g છે.

(*a*) ઉષ્મા-એન્જિનની કાર્યક્ષમતા કેટલી હશે ?

(*b*) દરેક ચક્ર દરમિયાન કેટલી ઉષ્મા, એન્જિન ઠારણવ્યવસ્થામાં આપતું હશે ?

(*c*) દરેક ચક્ર દરમિયાન કેટલા ગ્રામ ગેસોલિન વપરાતું હશે ?

(*d*) એન્જિન એક સેકન્ડમાં 25 વખત ચક્રીય પ્રક્રિયા કરતું હોય, તો એક કલાકમાં કેટલું ગૅસોલિન વપરાશે ?

(*e*) એક સેકન્ડમાં એન્જિન કેટલા વૉટ (watt) પાવર ઉત્પન્ન કરતું હશે ? હૉર્સ પાવરમાં ? (1 hp = 746 W)

[જવાબ : (*a*) 20% (*b*) 8000 J (*c*) 0.2 g (*d*) 18 kg/h (*e*) 50 kW, 67 hp]

•

પ્રકરણ 7

દોલનો

7.1 પ્રસ્તાવના

7.2 આવર્તગતિ અને દોલિતગતિ

7.3 સરળ આવર્તગતિ (સ.આ.ગ.)

7.4 સરળ આવર્તગતિ માટે બળનો નિયમ

7.5 સરળ આવર્તગતિનું વિકલ સમીકરણ

7.6 ભારિત સ્પ્રિંગોમાં દોલનો

7.7 સરળ આવર્તદોલકની કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા

7.8 સરળ આવર્તગતિ અને નિયમિત વર્તુળમય ગતિ

7.9 સાદું લોલક

7.10 અવમંદિત સરળ આવર્તગતિ

7.11 પ્રાકૃતિક દોલનો, પ્રણોદિત દોલનો અને અનુનાદ

- સારાંશ
- સ્વાધ્યાય

7.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

વહાલા વિદ્યાર્થીઓ, વર્તુળમય ગતિ અને પ્રક્ષિપ્ત ગતિના અભ્યાસ દરમિયાન તમે એ શીખ્યા છો કે કણ પર વિશિષ્ટ પ્રકારે લાગતાં બળો તેના ગતિપથને કેવી અસર કરે છે. તરંગગતિ, આવર્તગતિ (પ્રસંવાદી ગતિ) અને દોલિત ગતિના ખ્યાલો, તેમની લાક્ષણિક્તાઓ જેવી કે આવૃત્તિ, આવર્તકાળ, કંપ વિસ્તાર વગેરે વિશે પણ તમે ધોરણ 9માં શીખ્યા છો.

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આવર્તગતિનું ખૂબ જ મહત્ત્વ છે. ધ્વનિ અને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઉત્પત્તિ અને તેના પ્રસરણને સમજવામાં આ ગતિ મુખ્ય ભાગ ભજવે છે. ઘટક કણો જેવા કે અણુ, પરમાણુ કે આયનો પણ દોલિત ગતિ ધરાવે છે.

આ પ્રકરણમાં પ્રથમ આપણે આવર્ત (પ્રસંવાદી)ગતિ અને દોલિત ગતિના આપણા ખ્યાલોને તાજા કરીશું અને સ્થાન આધારિત બળોની અસર હેઠળ આવી ગતિનો અભ્યાસ કરીશું. સ્થિતિ-ઊર્જા, ગતિ-ઊર્જા અને કુલ યાંત્રિક-ઊર્જાના આવર્તગતિ માટેનાં ગાણિતિક નિરૂપણોને જોઈશું. આપણે અવમંદિત દોલનો, પ્રણોદિત દોલનો અને અનુનાદની ઘટનાનો પણ અભ્યાસ કરીશું.

7.2 આવર્તગતિ અને દોલિત ગતિ (Periodic Motion and Oscillatory Motion)

જો કોઈ પદાર્થ કોઈ નિશ્ચિત પથ પર, કોઈ નિશ્ચિત બિંદુને અનુલક્ષીને, નિયત સમયગાળે પોતાની ગતિનું પુનરાવર્તન કરતો હોય, તો આવી ગતિને આવર્તગતિ કહે છે.

ઘડિયાળના કાંટાઓની ગતિ, ચંદ્રની પૃથ્વીની આસપાસની ગતિ અને પૃથ્વીનું સૂર્યની આસપાસનું ભ્રમણએ આવર્તગતિનાં સુંદર ઉદાહરણો છે.

જો કોઈ પદાર્થ કોઈ નિયત બિંદુની આસપાસ આગળ-પાછળ કે ઉપર - નીચે નિયત સમયમાં પુનરાવર્તિત ગતિ કરતો હોય, તો આવી ગતિને દોલિત ગતિ કહે છે. જે પદાર્થ આવી ગતિ કરે છે, તેને **દોલક** કહે છે.

લોલકના ગોળાની ગતિ તથા સ્પ્રિંગ સાથે લટકાવેલ દળદાર પદાર્થની ગતિ એ દોલિત ગતિનાં જાણીતાં ઉદાહરણો છે.

દરેક દોલિત ગતિઓ આવર્તગતિઓ છે પરંતુ દરેક આવર્તગતિઓ દોલિત ગતિઓ ન પણ હોય. જેમકે ઘડિયાળના કાંટાની ગતિ, પૃથ્વીની સૂર્યની આસપાસની ગતિએ આવર્તગતિઓ છે, પરંતુ દોલિત ગતિ નથી. નિયતબિંદુની આસપાસ, આગળ પાછળ કે ઉપર નીચેની ગતિનો ખ્યાલ આ કિસ્સાઓમાં નથી.

આપણે જોઈશું કે દોલિત ગતિને sine અને cosine વિધેયો વડે દર્શાવાય છે. ત્રિકોણમિતિના વિધેયો sine અને cosineએ 2π રેડિયન આવર્તકાળ ધરાવતા આવર્ત વિધયો છે. ગણિતમાં આ વિધેયો પ્રસંવાદી વિધેયો (harmonic functions) તરીકે ઓળખાય છે. આથી દોલિત ગતિને પ્રસંવાદી ગતિ પણ કહેવાય છે.

7.3 સરળ આવર્તગતિ (સ.આ.ગ) (Simple Harmonic Motion (SHM))

સરળ આવર્તગતિ એ આવર્તગતિનો સાદામાં સાદો પ્રકાર છે.

જ્યારે કોઈ પદાર્થ નિયતબિંદુથી સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં અને નિયતબિંદુ તરફ લાગતા બળની અસર હેઠળ નિયતબિંદુની આસપાસ સુરેખ પથ પર આવર્તગતિ કરતો હોય, તો તેવી ગતિને સરળ આવર્તગતિ કહે છે.

સરળ આવર્તગતિ કરતા પદાર્થને **સરળ આવર્તદોલક (સ.આ.દો)** કહે છે.

હુકના નિયમનું પાલન કરતી વજનરહિત સ્પ્રિંગને આપણે હવે ધ્યાનમાં લઈશું. આ સ્પ્રિંગને દઢ આધાર પરથી આકૃતિ 7.1માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે શિરોલંબ લટકાવેલ છે. હવે m દળવાળો પદાર્થને તેના નીચેના છેડે બાંધો. જ્યારે આપણે આ પદાર્થને નીચે તરફ ખેંચીને છોડી દઈશું, ત્યારે તે (લગભગ) સરળ આવર્તગતિ કરશે.

સરળ આવર્તગતિ સાથે સંકળાયેલ કેટલીક મૂળભૂત રાશિઓને સમજવા હવે આકૃતિ7.1નો ઉપયોગ કરો.

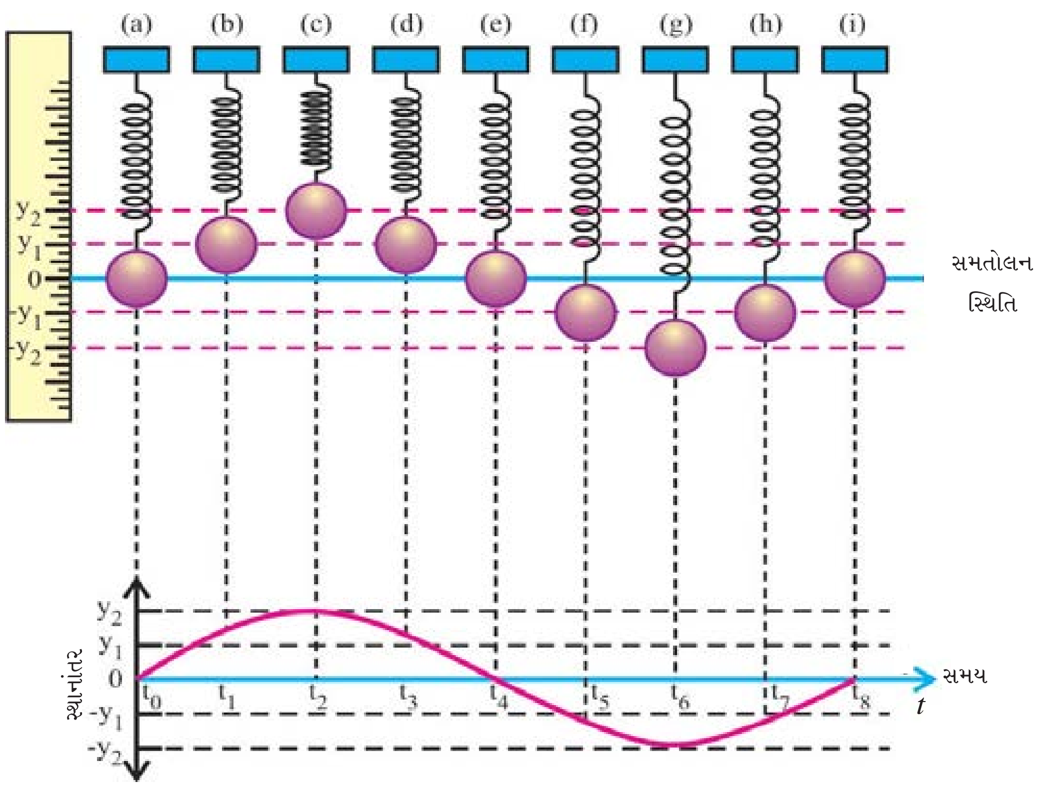
સમતોલન સ્થિતિ (મધ્યમાન સ્થિતિ) (Equilibrium position / Mean position) :

સરળ આવર્તદોલક જે બિંદુની સાપેક્ષે સરળ આવર્તગતિ કરતું હોય તે બિંદુને સમતોલન સ્થાન કે મધ્યમાન સ્થાન કહે છે.

આકૃતિ 7.1માં (a), (e) અને (i)એ પદાર્થ સમતોલન સ્થાન પર છે.

સ્થાનાંતર (Displacement)

સમતોલનબિંદુથી કોઈ પણ ક્ષણે દોલકના અંતરને તે ક્ષણે દોલકનું **સ્થાનાંતર** કહે છે.



સ્પ્રિંગ સાથે જોડેલા દળદાર પદાર્થની સરળ આવર્તગતિ તથા તેના સ્થાનાંતર-સમયનો આલેખ

આકૃતિ 7.1

આકૃતિ 7.1 (b)માં $t = t_1$ સમયે દોલકનું સ્થાનાંતર y_1 છે. $t = t_5$ સમયે દોલકનું સ્થાનાંતર $-y_1$ છે. (આકૃતિ 7.1 (f)).

કંપવિસ્તાર (Amplitude)

મધ્યમાન સ્થાનથી કોઈ એક તરફના દોલકના અધિકતમ સ્થાનાંતરને દોલકનો **કંપવિસ્તાર** કહે છે.

આકૃતિ 7.1 (c, g)માં બતાવ્યા પ્રમાણે, y_2એ દોલક વડે પ્રાપ્ત થતું મહતમ સ્થાનાંતર છે. આથી y_2 એ આ દોલકનો કંપવિસ્તાર થશે.

આવર્તકાળ (Periodic Time, Time period or period)

એક દોલન પૂર્ણ કરવા માટે લાગતા સમયને તે દોલકનો **આવર્તકાળ (T)** કહે છે.

બીજા શબ્દોમાં, જે લઘુતમ સમયનાં અંતરાલમાં દોલક આવર્તગતિનું પુનરાવર્તન કરે તે સમયને તે દોલકનો આવર્તકાળ કહે છે.

આવર્તકાળનો SI એકમ second (s) છે.

આકૃતિ 7.1ના દોલક માટે $t_8 - t_0$ એ આવર્તકાળ છે.

આવૃત્તિ (Ferquency)

એક સેકન્ડમાં પૂર્ણ થતાં દોલનોની સંખ્યાને તે સરળ આવર્ત દોલકની **આવૃત્તિ** તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

તેનો SI એકમ S^{-1} અથવા H_z છે.

તેને f વડે દર્શાવાય છે, અને $f = 1/T$.

કોણીય આવૃત્તિ (Angular frequency)

દોલકની આવૃત્તિના 2π ગણાને તે દોલકની **કોણીય આવૃત્તિ** કહે છે.

તેને ω ($= 2\pi f$) વડે દર્શાવાય છે.

તેનો SI એકમ rad s^{-1} છે.

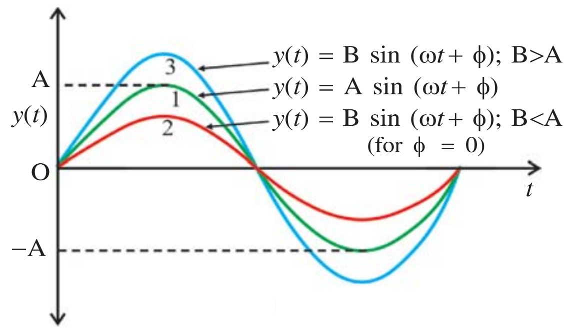
જો આપણે સરળ આવર્ત દોલક માટે સ્થાનાંતર વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ દોરીએ, તો આકૃતિ 7.1ના નિમ્ન ભાગમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણેનો મળે. આવી ગતિને સમય સાથેના ગાણિતિક વિધેય તરીકે નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$y(t) = A \sin(\underbrace{\omega t + \phi}_{\text{કળા}}) \quad (7.3.1)$$

$y(t)$: t સમયે સ્થાનાંતર; A: કંપવિસ્તાર; ω: કોણીય આવૃત્તિ; t: સમય; ϕ: પ્રારંભિક કળા

આપણે જાણીએ છીએ કે sine વિધેયનો વિસ્તાર [−1, 1] છે. આથી સ.આ.ગ.નું સ્થાનાંતર $y(t)$ એ $\pm$A વચ્ચે બદલાશે. (આકૃતિ 7.2 જુઓ)

જો બીજી સ.આ.ગ. $y(t) = B \sin(\omega t + \phi)$ જ્યાં $B < A$ વડે દર્શાવાય, તો તે આકૃતિ 7.2 ના વક્ર 2 મુજબ હશે અને જો $B > A$ હોય, તો તે વક્ર 3 મુજબનો હોય.



સમયવિધેય તરીકે સ.આ.ગ.નું સ્થાનાંતર

આકૃતિ 7.2

રાશિ $(\omega t + \phi)$ને સ.આ.ગ.ની t સમયની કળા કહે છે. જે દોલકની તે સમયની ગતિની અવસ્થા દર્શાવે છે.

$t = 0$ સમયની સ.આ.દો.ની કળાને **પ્રારંભિક કળા** (ϕ) (intial phase or ephoch) કે **કળા-અચળાંક** (ϕ) કહે છે.

એક પૂર્ણ દોલનમાં સ.આ.ગ.ની કળામાં 2π rad જેટલો વધારો થાય છે અને આથી n દોલનોના અંતે કળામાં $2n\pi$ rad જેટલો વધારો થાય.

આવર્તગતિનો આવર્તકાળ T છે, તેથી $(t + T)$ સમયનું દોલકનું સ્થાનાંતર એ કોઈ પણ t સમયે દોલકના સ્થાનાંતર જેટલું જ હોય.

એટલે કે,

$$y(t) = y(t + T)$$

$$A \sin(\omega t + \phi) = A \sin [\omega(t + T) + \phi]$$

$$\sin(\omega t + \phi + 2\pi) = \sin (\omega t + \omega T + \phi)$$

$$\omega t + \phi + 2\pi = \omega t + \omega T + \phi$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \left(\because T = \frac{1}{f}\right) \quad (7.3.2)$$

વેગ (Velocity)

હવે દોલકનો વેગ

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$v(t) = \omega A\cos(\omega t + \phi) \quad (7.3.3)$$

સમીકરણ (7.3.3) પરથી,

$$v = \pm A\omega\sqrt{1 - \sin^2 (\omega t + \phi)}$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - A^2\sin^2(\omega t + \phi)}$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2} \quad (7.3.4)$$

$y = 0$ એ, $v = \pm A\omega = \pm v_m$

સ.આ.ગ.ની આ મહત્તમ વેગ કે વેગ-કંપવિસ્તાર (v_m) છે.

$y = \pm A$ (સ.આ.ગ.નાં અંત્યબિંદુ) આગળ, $v = 0$.

પ્રવેગ (Acceleration)

સ.આ.દો.નો પ્રવેગ એ,

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

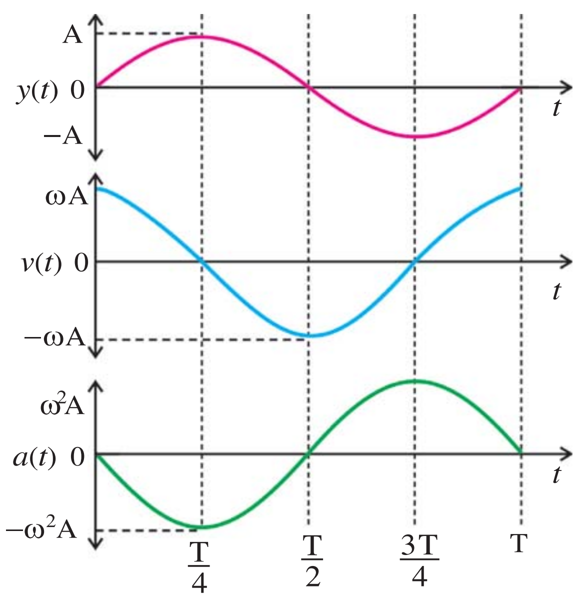
$$a(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 y(t) \quad (7.3.5)$$

$y = 0$ આગળ, $a(t) = 0$ અને

$y = \pm A$ આગળ, $a(t) = \mp\omega^2 A$.

સ.આ.ગ.ના કણના સ્થાનાંતર $y(t)$, ગતિ $v(t)$ અને પ્રવેગ $a(t)$ના સમય વિરુદ્ધના આલેખો આકૃતિ 7.3માં દર્શાવેલ છે.



સ.આ.દો.નાં સ્થાનાંતર, ગતિ અને પ્રવેગના સમય વિરુદ્ધના આલેખો ($\phi = 0$ માટે)

આકૃતિ 7.3

$y(t)$, $v(t)$ અને $a(t)$ના સમય સાથેનાં મૂલ્યો ટેબલ 7.1માં સંકલિત કરેલ છે.

ટેબલ 7.1

$y(t)$, $v(t)$ અને $a(t)$નાં મૂલ્યો

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
સ્થાનાંતર $y(t)$	0	A	0	−A	0
વેગ $v(t)$	ωA	0	−ωA	0	ωA
પ્રવેગ $a(t)$	0	$-\omega^2 A$	0	$\omega^2 A$	0

ઉદાહરણ 1 :

$y = 0.40\sin(440t + 0.61)$ દ્વારા સરળ આવર્ત-દોલકનું સ્થાનાંતર આપવામાં આવેલ છે. આ માટે,

(i) કંપવિસ્તાર (ii) કોણીય આવૃત્તિ (iii) આવર્તકાળ અને (iv) પ્રારંભિક કળાનાં મૂલ્યો શું હશે ?

અહીં y મીટરમાં અને t secondમાં છે.

ઉકેલ :

$y = 0.40\sin(440t + 0.61)$ ને

$y = A\sin(\omega t + \phi)$ સાથે સરખાવતાં,

(i) કંપવિસ્તાર A = 0.40 m

(ii) કોણીય આવૃત્તિ $\omega = 440$ rad/s

(iii) આવર્તકાળ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{440}$

$= 0.0143$ s

(iv) પ્રારંભિક કળા $\phi = 0.61$ rad

7.4 સરળ આવર્તગતિ માટે બળનો નિયમ

સમીકરણ (7.3.5) પરથી એ જોઈ શકાય છે કે સરળ આવર્ત દોલકનો પ્રવેગ એ સમયનું વિધેય છે આથી, આ પ્રવેગ માટે કેટલા બળની જરૂર પડે ? આ પ્રશ્નના ઉત્તર આપવા આપણે ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમનો ઉપયોગ કરી શકીએ.

આપણે જાણીએ છીએ કે

$F = ma,$

$$\therefore F = -m\omega^2 y(t), \quad (7.4.1)$$

આ પુનઃસ્થાપક બળ છે.

હુકના નિયમ અનુસાર, પુનઃસ્થાપક બળ

$$F = -ky(t) \quad (7.4.2)$$

વડે આપવામાં આવે છે, જ્યાં k સ્પ્રિંગ અચળાંક છે.

સમીકરણો (7.4.1) અને (7.4.2)ને સરખાવતાં,

$k = m\omega^2$

$\therefore$ કોણીય આવૃત્તિ

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (7.4.3)$$

અને દોલકની આવૃત્તિ

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \;. \qquad (7.4.4)$$

દોલકનો આવર્તકાળ

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \;. \qquad (7.4.5)$$

ઘણા બધા કિસ્સાઓમાં સ્પ્રિંગ વગર પણ સરળ આવર્તગતિ ઉદ્‌ભવે છે. આ કિસ્સામાં kને સ.આ.ગ.નો બળઅચળાંક કહે છે અને તે એકમ સ્થાનાંતર દીઠ લાગતું પુનઃસ્થાપક બળ છે ($k = -\frac{F}{y}$).

7.5 સરળ આવર્તગતિનું વિકલ સમીકરણ (Differential Equation of Simple Harmonic Motion)

ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમ પ્રમાણે,

$$F = ma = m\frac{dv(t)}{dt} = m\frac{d^2y(t)}{dt^2} . \qquad (7.5.1)$$

આને $F = -ky(t)$ સાથે સરખાવતાં

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -ky(t)$$

$$\therefore \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}y(t)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\omega^2 y(t) \qquad (\because\ 7.4.3)$$

$$\therefore \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \omega^2 y(t) = 0 \qquad (7.5.2)$$

આ સરળ આવર્તગતિનું દ્વિતીય ક્રમનું વિકલ સમીકરણ છે. આ સમીકરણનો ઉકેલ

$y(t) = A \sin \omega t$

અથવા

$y(t) = B \cos \omega t$

અથવા

sine અને cosine નું કોઈ રેખીય સંયોજન,

$y(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ જેવું હોય છે.

ઉદાહરણ 2 : એક સ્થિતિસ્થાપક સ્પ્રિંગના નીચેના છેડે 14.4 gનો પદાર્થ લટકાવતાં તેની લંબાઈમાં 9 cm વધારો થાય છે. આ સ્થિતિમાંથી તેને 3 cm નીચે તરફ ખેંચીને છોડી દેતાં તે સરળ આવર્તગતિ શરૂ કરે છે, તો આ ગતિ માટે

(1) કંપવિસ્તાર અને પ્રારંભિક કળા

(2) કોણીય આવૃત્તિ અને આવર્તકાળ

(3) $t = 3$ s પર કળા

(4) સ્થાનાંતરનું સમીકરણ અને

(5) $t = 1.5$ s ક્ષણે દોલકનું સ્થાનાંતર શોધો.

$g = 100\pi^2$ cm s^{-2} લો.

ઉકેલ :

(1) પદાર્થને 3 cm નીચે તરફ ખેંચવામાં આવે છે, આથી તેનો કંપવિસ્તાર 3 cm થાય.

વળી, અહીં દોલનની શરૂઆત ગતિ પથના નીચેના છેડેથી થાય છે.

$t = 0,\ y = -A.$

$\therefore y = A \sin(\omega t + \phi)$ પરથી,

$-A = A \sin\phi$

$\therefore \sin\phi = -1$

$\therefore \phi = \frac{3\pi}{2}$ rad.

$$(2)\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{mg}{\Delta l} \times \frac{1}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$$

$$= \sqrt{\frac{100\pi^2}{9}}$$

$$= \frac{10\pi}{3} \text{ rad } s^{-1}.$$

વળી, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\left(10\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$= \frac{3}{5} \text{ s.}$$

(3) આપણે જાણીએ છીએ કે કળા

$$\theta = \omega t + \phi$$

$$= \frac{10\pi}{3} \times 3 + \frac{3\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{23\pi}{2} \text{ rad.}$$

(4) t સમયે સ્થાનાંતર માટે

$$y = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$= 3 \sin\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{(in cm)}.$$

(5) $t = 1.5$ sec

$$y = 3 \sin\left(\frac{10\pi}{3} \times 1.5 + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= 3 \sin\left(5\pi + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$y = 3 \text{ cm}$$

ઉદાહરણ 3 : એક સરળ આવર્તગતિને $y = 3 \sin 314\, t + 4 \cos 314\, t$ વડે દર્શાવવામાં આવેલ છે. y cm અને t secondમાં છે. આ સ.આ.ગ. માટે કંપવિસ્તાર, પ્રારંભિક કળા, આવર્તકાળ અને મહત્તમ વેગ શોધો.

ઉકેલ : $y = A \sin(\omega t + \phi)$

$\therefore\ y = A \cos\phi \sin\omega t + A \sin\phi \cos\omega t$

અહીં, $y = 3\sin314t + 4\cos314t$ ને ઉપરોક્ત સમીકરણ સાથે સરખાવતાં,

$3 = A \cos\phi$ અને

$4 = A \sin\phi$

$\therefore\ A^2\cos^2\phi + A^2\sin^2\phi = 3^2 + 4^2$

$\therefore\ A^2 = 25$

$A = 5$ cm.

પ્રારંભિક કળા મેળવવા,

$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore\ \phi = 53^\circ 8'.$$

હવે $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

$$= \frac{2\pi}{314} = 0.02 \text{ s}$$

મહત્તમ વેગ

$v_{max} = \omega A$

$= 314 \times 5$

$= 1570$ cm/s

ઉદાહરણ 4 : એક કણ સુરેખ પથ પર સ.આ.ગ. કરે છે. દોલકનો કંપવિસ્તાર 2 cm છે. મધ્યમાન સ્થિતિથી જ્યારે કણનું સ્થાનાંતર 1 cm હોય ત્યારે તેનો પ્રવેગ અને વેગના મૂલ્યો સમાન છે. આ સ.આ.ગ. માટે આવર્તકાળ, મહત્તમ વેગ અને મહત્તમ પ્રવેગ શોધો.

ઉકેલ :

અહીં $A = 2$ cm.

જ્યારે $y = 1$ cm,

{વેગનું મૂલ્ય} = {પ્રવેગનું મૂલ્ય}

$$\therefore\ \omega\sqrt{A^2 - y^2} = \omega^2 y$$

$$A^2 - y^2 = \omega^2 y^2$$

$$2^2 - 1^2 = \omega^2 \times 1^2$$

$$\therefore\ \omega = \sqrt{3} \text{ rad/s}.$$

$\therefore$ આવર્તકાળ $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$ s

હવે મહત્તમ વેગ

$v_m = \omega A$

$= \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ cm s^{-1}

મહત્તમ પ્રવેગ $= A\omega^2$

$= 2 \times 3$

$= 6$ cm s^{-2}

ઉદાહરણ 5 : એક સ્પ્રિંગકાંટાનો માપક્રમ 50 kg આંક દેખાડે છે. આ માપક્રમની લંબાઈ 20 cm છે. આ સ્પ્રિંગ સાથે લટકાવેલ પદાર્થને જ્યારે ખેંચીને છોડતાં તે 0.6 sના આવર્તકાળથી દોલન કરે છે. આ પદાર્થનું વજન શોધો.

ઉકેલ :

અહીં $m = 50$ kg.

સ્પ્રિંગનું મહત્તમ ખેંચાણ $y = 20 - 0$

$= 20$ cm $= 0.2$ m

આવર્તકાળ $T = 0.6$ s

મહત્તમ બળ $F = mg$

$= 50 \times 9.8 = 490$ N

$$\therefore\ k = \frac{F}{y}$$

$$= \frac{490}{0.2} = 2450 \text{ N m}^{-1}.$$

પણ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

$$m = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$$

$$= \frac{(0.6)^2 \times 2450}{4 \times (3.14)^2} = 22.36 \text{ kg}$$

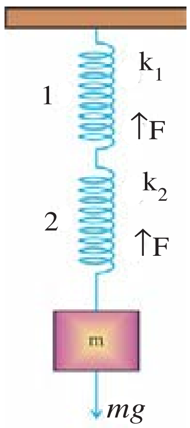
$\therefore$ પદાર્થનું વજન $= mg = 22.36 \times 9.8$

$= 219.1$ N $= 22.36$ *kgf*

[1 *kgf* (kilogram force) = g N; જ્યાં g = ગુરુત્વપ્રવેગ]

7.6 ભારિત સ્પ્રિંગોમાં દોલનો (Oscillations in Loaded Springs)

(i) k_1 અને k_2 બળ-અચળાંકવાળી બે વજનરહિત સ્પ્રિંગોના શ્રેણી જોડાણને એક છેડેથી આકૃતિ 7.4માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે દૃઢ આધાર પરથી શિરોલંબ લટકાવેલ છે. તેના બીજા મુક્ત છેડા સાથે m દળ લટકાવેલ છે. હવે પદાર્થને y જેટલા નાના અંતર સુધી નીચે તરફ ખેંચી તે શિરોલંબ દોલન કરી શકે તેમ મુક્ત કરો.



બે સ્પ્રિંગોનું શ્રેણીજોડાણ
આકૃતિ 7.4

જો સ્પ્રિંગ 1ની લંબાઈમાં y_1 અને સ્પ્રિંગ 2ની લંબાઈમાં y_2 જેટલો વધારો થાય છે તો,

$$y = y_1 + y_2$$

પરંતુ દરેક સ્પ્રિંગ પર લાગતું પુનઃ સ્થાપક બળ (= mg) સરખું જ છે.

$\therefore$ F $= -k_1y_1$ અને

F $= -k_2y_2$

પણ $y = y_1 + y_2$

$$\therefore y = \frac{-F}{k_1} + \frac{-F}{k_2}$$

$$y = -F\left(\frac{k_1 + k_2}{k_1k_2}\right)$$

$$\therefore F = -y\left(\frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\right) \quad (7.6.1)$$

આમ બે સ્પ્રિંગોનાં શ્રેણીજોડાણ માટેનો સમતુલ્ય બળ-અચળાંક

$$k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2} \quad (7.6.2)$$

હવે દોલનનો આવર્તકાળ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{k_1 + k_2}{k_1k_2}\right)} \quad (7.6.3)$$

જો $k_1 = k_2 = k'$

ત્યારે $k = \frac{k'k'}{k' + k'}$

આથી સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક

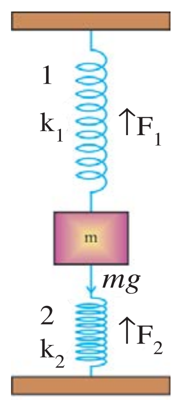
$$k = \frac{k'}{2}$$

અને દોલનનો આવર્તકાળ

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k'}}$ થશે.

(ii) હવે આકૃતિ 7.5માં બતાવ્યા પ્રમાણેની પરિસ્થિતિ લો, જ્યાં m દળવાળો પદાર્થ k_1 અને k_2 સ્પ્રિંગ-અચળાંક ધરાવતી બે સ્પ્રિંગો વચ્ચે જોડેલ છે. દળ mને કોઈ એક તરફ ખેંચી તેને ઊર્ધ્વતલમાં સ.આ.ગ. કરે તેમ મુક્ત કરો.

આ સ્થિતિમાં જ્યારે પદાર્થને કોઈ એક તરફ y જેટલું નાનું સ્થાનાંતર આપવામાં આવે, ત્યારે એક સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં y જેટલો વધારો થશે. જ્યારે બીજી સ્પ્રિંગમાં y જેટલો ઘટાડો થશે. આથી ઉત્પન્ન થતા પુનઃસ્થાપક બળો F_1 અને F_2 બન્ને એક જ દિશામાં લાગશે.



ભારિત બે સ્પ્રિંગોનું જોડાણ
આકૃતિ 7.5

$\therefore$ કુલ પુનઃસ્થાપક બળ એ

$$F = F_1 + F_2$$
$$= -k_1y - k_2y$$
$$= -(k_1 + k_2)y$$
$$= -ky$$

આમ આ કિસ્સામાં સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક એ

$$k = k_1 + k_2. \quad (7.6.4)$$

હવે આવર્તકાળ

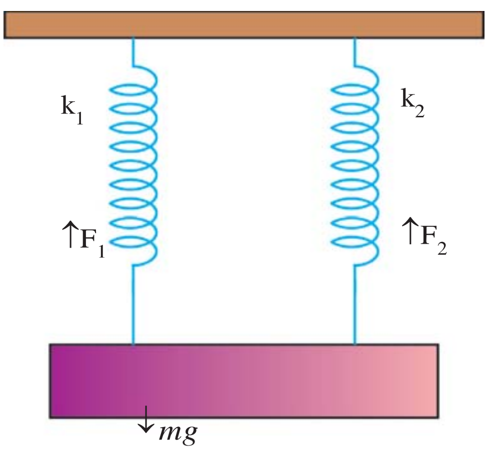
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad (7.6.5)$$

જો $k_1 = k_2 = k'$ ત્યારે

$k = 2k'$ અને

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k'}}.$$

(iii) વજનરહિત અને સમાન લંબાઈ ધરાવતી અને k_1 અને k_2 બળ-અચળાંકવાળી બે સ્પ્રિંગોને આકૃતિ 7.6માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે શિરોલંબ લટકાવેલી છે. તેમના મુક્ત છેડે m દળવાળો અને અસમાન ઘનતા વિતરણવાળો બ્લૉક લટકાવેલ છે, આથી તેમની લંબાઈઓમાં સમાન વધારો થાય છે.



બે સ્પ્રિંગોનું સમાંતર જોડાણ

આકૃતિ 7.6

આ પરિસ્થિતિમાં પદાર્થને નીચે તરફ y જેટલા નાના અંતર સુધી ખેંચીને તેને મુક્ત કરવામાં આવે છે, જેથી તંત્ર ઊર્ધ્વતલમાં સ.આ.ગ. કરે છે.

અહીં બંને સ્પ્રિંગોના બળ-અચળાંકો જુદા-જુદા છે. વળી, બંને સ્પ્રિંગોની લંબાઈમાં સમાન વધારો થયેલ હોવાથી બળથી ઉદ્ભવતો બોજો દરેક સ્પ્રિંગ પર જુદો-જુદો વહેંચાય છે. આથી બંને સ્પ્રિંગમાં પુનઃસ્થાપક બળ જુદું-જુદું હોય છે.

જો F_1 અને F_2 એ સ્પ્રિંગના ખેંચાણને લીધે ઉત્પન્ન થયેલ પુનઃસ્થાપક બળો હોય તો,

$F_1 = -k_1 y$ અને

$F_2 = -k_2 y$

પણ કુલ પુનઃસ્થાપક બળ (= mg)

$$F = F_1 + F_2$$
$$= -k_1 y - k_2 y$$
$$-ky = -(k_1 + k_2)y$$

જ્યાં, બે સ્પ્રિંગોના સમાંતર જોડાણનો સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક છે.

$$\therefore\ k = k_1 + k_2. \quad (7.6.6)$$

દોલકનો આવર્તકાળ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1 + k_2}} \quad (7.6.7)$$

જો $k_1 = k_2 = k'$, તો

$k = 2k'$ અને

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k'}}.$$

ઉદાહરણ 6 : 0.1 m દબાયેલ એક સ્પ્રિંગમાં 10 N પુનઃસ્થાપક બળ ઉદ્ભવે છે. 4 kg દળવાળો એક પદાર્થ તેના પર મૂકેલ છે. જો આ સ્પ્રિંગ સ.આ.દો. કરે તો (i) આ સ્પ્રિંગનો બળ-અચળાંક, (ii) પદાર્થના વજનથી સ્પ્રિંગમાં ઉદ્ભવતું સંકોચન અને (iii) આ દોલકનો આવર્તકાળ ગણો (g = 10 N/kg).

ઉકેલ :

અહીં, F = 10 N

સ્થાનાંતર $\Delta y = 0.1\ m$

$m = 4$ kg.

આપણે જાણીએ છીએ,

(i) $k = \frac{F}{\Delta y}$

$= \frac{10}{0.1}$

$k = 100\ Nm^{-1}$.

(ii) $y = \frac{mg}{k} = \frac{4 \times 10}{100} = 0.4m$

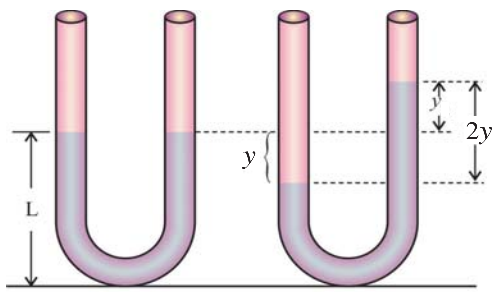
(iii) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{4}{100}}$

$= \frac{4\pi}{10}$

$T = 0.4\pi$ s.

ઉદાહરણ 7 : એક U નળી ρ જેટલી ઘનતાવાળા પ્રવાહીથી આંશિક ભરેલી છે. U નળીની દરેક ભુજામાં પ્રવાહીની ઊંચાઈ L છે. એક ભુજામાં પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીને y જેટલું સ્થાનાંતર આપી પ્રવાહીને દોલિત કરવામાં આવે, તો સાબિત કરો કે આ દોલનો સરળ આવર્ત પ્રકારનાં છે. આ સ.આ.ગ.નો આવર્તકાળ શોધો.



પ્રવાહી ભરેલ U-નળી

આકૃતિ 7.7

ઉકેલ :

U–નળીની એક ભુજામાં પ્રવાહી y જેટલું સ્થાનાંતર નીચે તરફ પામે, તો બીજી ભુજામાં પ્રવાહી y જેટલું સ્થાનાંતર ઉપર તરફ અનુભવે.

∴ આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બંને ભુજાઓમાં પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીઓ વચ્ચે ઊંચાઈનો તફાવત = $2y$.

∴ $2y$ ઊંચાઈના પ્રવાહીના સ્તંભથી ઉદ્ભવતું દબાણ $P = 2y\rho g$

જ્યાં, ρ = પ્રવાહીની ઘનતા, g = ગુરુત્વપ્રવેગ.

આ દબાણને કારણે ઉદ્ભવતું બળ $F = PA$

∴ $F = 2y\rho gA = (2\rho gA)y = ky$

∴ $F \propto y$

વળી, આ બળ સ્થાનાંતર yની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતું હોવાથી $F \propto -y$.

∴ આ દોલનો સરળ આવર્ત પ્રકારનાં છે.

દોલકનો આવર્તકાળ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho gA}}.$$

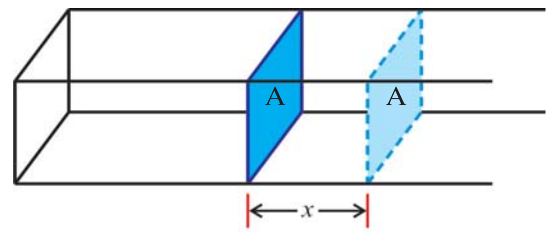
પ્રવાહીનું દળ $m = LA\rho = 2yA\rho$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{2yA\rho}{2\rho gA}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{g}}.$$

ઉદાહરણ 8 : A જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતી એક લંબચોરસ પાઈપનો એક છેડો બંધ છે અને બીજો છેડો હવાચુસ્ત રહે તેમ તેટલા જ આડછેદવાળો બ્લૉક મૂક્યો છે. બ્લૉકની સમતોલન સ્થિતિમાં પાઈપમાં હવાનું દબાણ P અને કદ V છે. જો બ્લૉકને અંદર તરફ x જેટલું અતિ નાનું સ્થાનાંતર આપી છોડી દેવામાં આવે, તો સાબિત કરો કે તે સ.આ.ગ. કરે છે અને તેનો આવર્તકાળ પણ શોધો. હવાનું સંકોચન સમતાપી ગણો.

ઉકેલ :



લંબચોરસ પાઈપ

આકૃતિ 7.8

ધારો કે હવાનું સૂક્ષ્મ સંકોચન થતાં દબાણમાં થતો વધારો = ΔP અને કદમાં થતો ઘટાડો = ΔV

સમતાપી સંકોચન માટે,

$(P + \Delta P)(V - \Delta V) = PV$ (બૉઈલના નિયમ PV = અચળ પરથી)

∴ $PV - P\Delta V + V\Delta P - \Delta P\Delta V = PV$

હવે $\Delta P\Delta V$ અત્યંત સૂક્ષ્મ હોવાથી બીજાં પદોની સરખામણીમાં $\Delta P\Delta V$ અવગણતાં અને ΔP સૂત્રોનો કર્તા બનાવતાં,

$$\Delta P = \frac{P\Delta V}{V} = \frac{PAx}{V} \quad (\because \Delta V = Ax) \quad (1)$$

આ વધારાના દબાણને લીધે બ્લૉક પર તેના સ્થાનાંતરના વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતું (પુનઃસ્થાપક) બળ,

$$F = A\Delta P \quad (2)$$

સમીકરણ (1)માંથી ΔPનું મૂલ્ય સમીકરણ (2)માં મૂકતાં,

$$F = \left(\frac{PA^2}{V}\right)x = kx$$

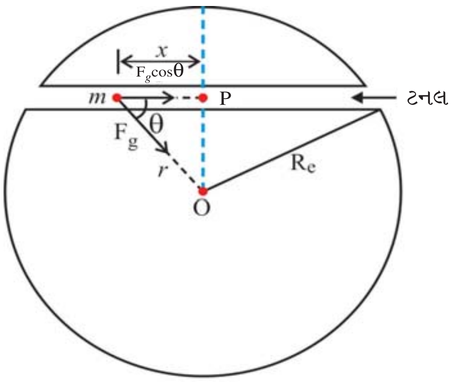
જ્યાં $k = \frac{PA^2}{V}$ = અચળ

આ બળ સ્થાનાંતરની વિરુદ્ધ અને સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં હોવાથી અત્રે બ્લૉક સ.આ.ગ. કરે છે.

હવે આવર્તકાળ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\therefore T = 2\pi\left(\frac{mV}{PA^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ઉદાહરણ 9 : આકૃતિ 7.9માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પૃથ્વીમાં કોઈ એક ટનલ (બોગદું) ખોદીને તેમાં પદાર્થને મુક્ત પતન કરાવવામાં આવે છે. સાબિત કરો કે આ પદાર્થ સ.આ.ગ. કરે છે. પૃથ્વીને સમાન ઘનતા ρ ધરાવતો ગોળો ધારો. આ સ.આ.ગ.નો આવર્તકાળ કેટલો હશે ?



આકૃતિ 7.9

ઉકેલ : આકૃતિમાં 7.9માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે આપેલી ટનલમાં m દળનો પદાર્થ, પૃથ્વીના કેન્દ્ર Oથી r જેટલા અંતરે છે. આ વખતે તેના પર ρ ઘનતાવાળા r ત્રિજ્યાના ગોળાના, પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર સંકેન્દ્રિત મનાતા દળના કારણે ગુરુત્વાકર્ષી બળ F_g લાગશે. F_g નો cosine ઘટક પદાર્થની ટનલમાં ગતિ માટે જવાબદાર છે.

$$\therefore F = F_g \cos\theta$$

$$= \frac{Gm\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right)}{r^2} \cos\theta \qquad (1)$$

જ્યારે પદાર્થ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે છે, ત્યારે ટનલના મધ્યબિંદુ Pથી ધારો કે તેનું અંતર x છે.

$$\therefore \cos\theta = \frac{x}{r} \qquad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી

$$F = \left(\frac{4}{3}\pi G\rho m\right)x$$

$\Rightarrow F \propto x$ અને $k = \frac{4}{3}\pi G\rho m$

વળી, આ બળની દિશા મધ્યબિંદુ P તરફ છે.

$\therefore$ પદાર્થ ટનલમાં સ.આ.ગ. કરે છે.

હવે આવર્તકાળ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m \times 3}{4\pi G\rho m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}}$$

7.7 સરળ આવર્તદોલકની કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા (Total Mechanical Energy in Simple Harmonic Osallator)

સ.આ.ગ. કરતો કણ બે પ્રકારની ઊર્જા ધરાવે છે :

(i) કણની ગતિ થકી ગતિ-ઊર્જા (Kinetic Enrgy) (KE) અને

(ii) કણના સ્થાન થકી સ્થિતિ-ઊર્જા (Potential Energy) (PE).

વહાલા વિદ્યાર્થીઓ, તમે જાણો છો કે કણની ગતિ-ઊર્જાએ

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

સમીકરણ $v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$ નો ઉપયોગ કરતાં

$$K = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - y^2) \qquad (7.7.1)$$

જો કણનું સ્થાનાંતર $y = A\sin(\omega t + \phi)$ હોય તો

$$v = A\omega\cos(\omega t + \phi)$$

$$\therefore K = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \phi) \qquad (7.7.2)$$

અત્રે પ્રસ્તુત કિસ્સામાં, દોલક પરનું બળ $F = -ky$ (જેને પુનઃસ્થાપક બળ કહે છે). આવા કિસ્સામાં સ્થિતિ-ઊર્જા

$$U = \frac{1}{2}ky^2 \qquad (7.7.3)$$

વડે આપવામાં આવે છે. (જે તમે સિમેસ્ટર I માં ભણ્યા છો.)

$\therefore$ સ.આ.ગ. કરતા કણની સ્થિતિ-ઊર્જા

$$U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \phi) \qquad (7.7.4)$$

હવે દોલકની કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા (Mechanical Energy)

$$E = K + U$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - y^2) + .\frac{1}{2}m\omega^2y^2$$

$(\because k = m\omega^2)$

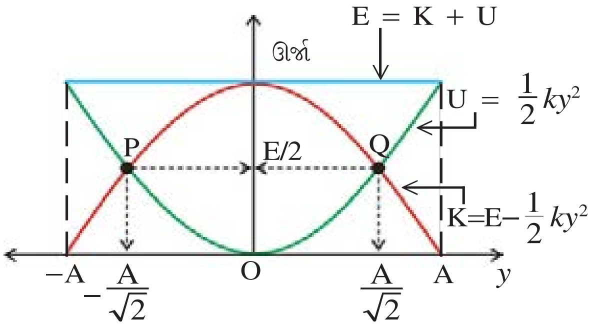
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \qquad (7.7.5)$$

અથવા

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (7.7.6)$$

આ સમીકરણો (7.7.5) અને (7.7.6) સૂચવે છે કે રેખીય સરળ આવર્તદોલકની કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા અચળ છે. તથા સમય t અને સ્થાનાંતર yથી સ્વતંત્ર છે. $E \propto A^2$.

આકૃતિ 7.10 સ.આ.દો.ની ગતિ-ઊર્જા, સ્થિતિ-ઊર્જા અને કુલ યાંત્રિક-ઊર્જાના સ્થાનાંતર વિધેય તરીકેના આલેખો દર્શાવે છે. (સમીકરણો (7.7.1), (7.7.3) અને (7.7.6)નો ઉપયોગ કરો.)



સ.આ.દો.ની ઊર્જાઓ વિરુદ્ધ સ્થાનાંતર

આકૃતિ 7.10

આકૃતિ 7.10 પરથી નીચેના મુદ્દાઓ નોંધવા રહ્યા :

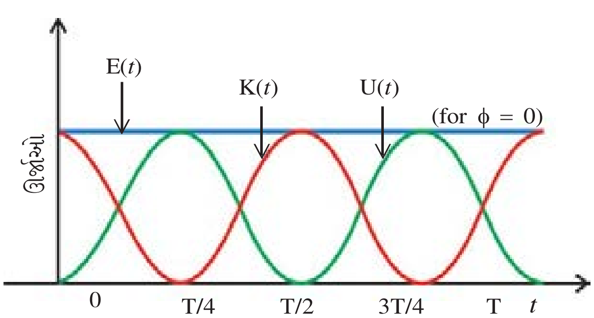
(i) મધ્યમાન સ્થિતિ $y = 0$ એ, સ્થિતિ-ઊર્જા ન્યૂનતમ ($U = 0$) અને ગતિ-ઊર્જા મહત્તમ ($K = \frac{1}{2}kA^2 = E$) હોય છે.

(ii) $y = \pm A$ (ગતિપથનાં અંત્યબિંદુઓ) આગળ સ્થિતિ-ઊર્જા મહત્તમ ($U = \frac{1}{2}kA^2 = E$) અને ગતિ-ઊર્જા ન્યૂન્યતમ ($K = 0$) છે.

(iii) બિંદુઓ P અને Q કે જ્યાં U અને K ના આલેખો એકબીજાને છેદે છે, ત્યારે $U = K = \frac{1}{2}E$.

(iv) P અને Qના યામો ($\mp \frac{A}{\sqrt{2}}$, $\frac{E}{2}$).

આકૃતિ 7.11 એ સ.આ.દો.ની ગતિ-ઊર્જા, સ્થિતિ-ઊર્જા અને યાંત્રિક-ઊર્જાના સમયવિધેયના આલેખો બતાવે છે. (સમીકરણો (7.7.2), (7.7.4) અને (7.7.6)નો ઉપયોગ કરો.)



સ.આ.દો.ની ઊર્જાઓ સમયવિધેય તરીકે

આકૃતિ 7.11

આલેખો 7.11 પરથી જોઈ શકાય છે કે દોલક જ્યારે એક દોલન પૂર્ણ કરે છે, ત્યારે K અને U બે દોલનો પૂર્ણ કરે છે. આમ, ગતિ-ઊર્જા અને સ્થિતિ-ઊર્જાની આવૃત્તિ સ.આ.ગ. કરતાં બમણી છે.

ઉદાહરણ 10 : મધ્યમાન સ્થિતિથી ગતિ શરૂ કર્યાની એક સેકન્ડ બાદ 10 kg દળ ધરાવતા એક પદાર્થનો વેગ 6 ms^{-1} છે. જો સ.આ.દો.નો આવર્તકાળ 6 s હોય તો સ.આ.દો.ની ગતિ-ઊર્જા, સ્થિતિ-ઊર્જા અને કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા શોધો.

ઉકેલ :

અહીં, $m = 10$ kg,

$v = 6\ ms^{-1}$,

$T = 6$ s.

હવે $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 36 = 180$ J

$$v = \omega A \cos \omega t = \omega A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$6 = A\omega \cos\left(\frac{2\pi}{6} \times 1\right)$$

$$= A\omega/2$$

$$\therefore A\omega = 12.$$

હવે $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 144$$

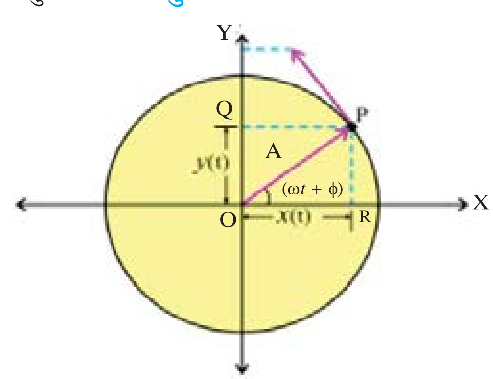
$$E = 720 \text{ J}$$

$$\therefore U = E - K = 720 - 180$$

$$\therefore U = 540 \text{ J}.$$

7.8 સરળ આવર્તગતિ અને નિયમિત વર્તુળમય ગતિ (Simple Harmonic Motion and Uniform Circular Motion)

O કેન્દ્ર અને A ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર માર્ગ પર ω જેટલી અચળ કોણીય ઝડપથી વિષમઘડી દિશામાં ગતિ કરતો એક કણ P લો (જુઓ આકૃતિ 7.12). અહીં કણને **સંદર્ભકણ** અને વર્તુળને **સંદર્ભવર્તુળ** તરીકે વર્ણવામાં આવે છે.



નિયમિત વર્તુળમય ગતિ

આકૃતિ 7.12

સંદર્ભરેખા OXની સાપેક્ષે t સમયે કણનું કોણીય સ્થાન $(\omega t + \phi)$ જ્યાં ϕ એ પ્રારંભિક કળા છે. Q એ Pનો Y-અક્ષ પરનો પ્રક્ષેપ છે, જે t સમયે સ્થાનસદિશ OPનો પ્રક્ષેપ = OQ = $y(t)$ આપે છે.

આકૃતિ 7.12ની ભૂમિતિ પરથી,

$$\sin(\omega t + \phi) = \frac{OQ}{OP}$$

$$\therefore y(t) = A \sin(\omega t + \phi) \qquad (7.8.1)$$

આ સમીકરણ (7.8.1) એ Y-અક્ષ પર સ.આ.ગ. કરતાં કણનું સ્થાનાંતર બતાવે છે.

જો OPનો પ્રક્ષેપ X-અક્ષ પર OR તરીકે લેવામાં આવે, તો

$$\cos(\omega t + \phi) = \frac{OR}{OP}$$

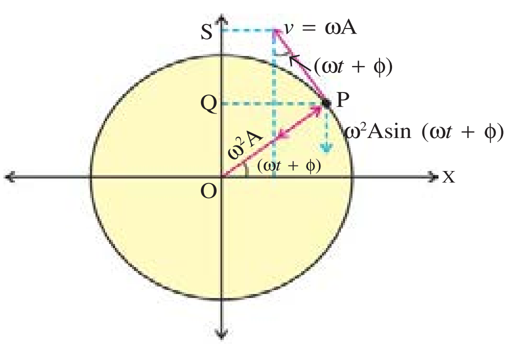
$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \qquad (7.8.2)$$

આ સમીકરણ (7.8.2) એ X-અક્ષ પર સ.આ.ગ. કરતાં કણનું સ્થાનાંતર બતાવે છે.

આમ આપણે તારવી શકીએ કે,

સરળ આવર્તગતિ એ નિયમિત વર્તુળમય ગતિની, સંદર્ભવર્તુળના વ્યાસ પરના પ્રક્ષેપની ગતિ છે.

હવે A જેટલી ત્રિજ્યાના વર્તુળ પર ω જેટલી કોણીય ઝડપથી ગતિ કરતા સંદર્ભકણ Pની ગતિ $\vec{v}$નું મૂલ્ય $v = \omega A$ છે. t સમયે vનો Y-અક્ષ પરનો પ્રક્ષેપ આકૃતિ 7.13માં બતાવેલ છે.



નિયમિત વર્તુળમય ગતિનો વેગ અને પ્રવેગ

આકૃતિ 7.13

આકૃતિ 7.13 ની ભૂમિતિ પરથી,

$$\cos(\omega t + \phi) = \frac{SQ}{\omega A}$$

$$\therefore v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi) \qquad (7.8.3)$$

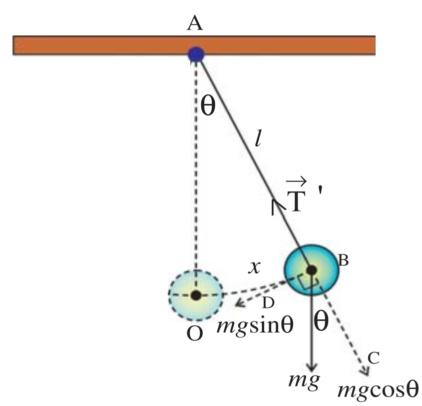
જ્યારે દોલક ધન y-દિશામાં ગતિ કરતો હોય ત્યારે v ધન હોય છે અને ઋણ y-દિશા તરફ ગતિ કરતો હોય તો v ઋણ હોય છે.

આ જ રીતે સંદર્ભકણનો કેન્દ્રગામી પ્રવેગ $\omega^2 A$નો y-દિશામાંનો ઘટક $\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$ છે.

7.9 સાદું લોલક (Simple Pendulum)

કોઈ એક સ્થિર (દૃઢ) આધાર પરથી વજનરહિત અને ખેંચી ન શકાય તેવી વળરહિત દોરી વડે લટકતી નાની દળદાર વસ્તુથી બનતી રચનાને સાદું લોલક કહે છે.

આકૃતિ 7.14ને ધ્યાનમાં લો. સાદા લોલકના સમગ્ર દળને લટકાવેલા ગોળાના દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર પર એકત્રિત થયેલ ગણવામાં આવે છે. આધારબિંદુથી ગોળાના દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર સુધીનું અંતર તે સાદા લોલકની (અસરકારક) લંબાઈ (l) છે.



સાદું લોલક

આકૃતિ 7.14

હવે વિચારો કે લોલકના ગોળાને તેના સમતુલન-સ્થાન Oમાંથી θ જેટલું નાનું કોણીય સ્થાનાંતર આપી બિંદુ B આગળથી મુક્ત કરતાં તે એ ઊર્ધ્વ સમતલમાં દોલનો કરે છે. m દળ ધરાવતા આ ગોળા પર લાગતાં બળો નીચે મુજબ થશે :

(1) નિમ્ન દિશામાં લાગતું ગોળાનું વજન (= mg)

(2) $\overrightarrow{BA}$ દિશામાં દોરીમાં લાગતું તણાવ $\vec{T}'$.

બળ mgના ઘટકો :

(i) mg $\cos\theta$ એ $\overrightarrow{BC}$ તરફ લાગશે અને

(ii) mg $\sin\theta$ એ $\overrightarrow{BD}$ તરફ લાગશે.

દોરી ખેંચાયેલી રહે છે તેથી,

$$T' = mg \cos\theta \qquad (7.9.1)$$

બળનો બીજો ઘટક mg sinθ એ ગોળાને તેની સમતોલન સ્થિતિ Oમાં પાછો લાવે છે. આથી ગોળા પર લાગતું આ પુનઃ સ્થાપક બળ છે.

$$F = -mg\ \sin\theta. \qquad (7.9.2)$$

જો ગોળાનું કોણીય સ્થાનાંતર θ નાનું હોય, તો

$$F = -mg\theta \qquad (\text{જેમ } \theta \rightarrow 0,\ \sin\theta \approx \theta)$$

$$= -mg\frac{\text{ચાપ OB}}{l}$$

$$= -mg\frac{x}{l} \qquad (\because \text{ ચાપ OB} = x)$$

$$\therefore F = -\left(\frac{mg}{l}\right)x \qquad (7.9.3)$$

પણ m, g અને l અચળ છે.

$$F = -kx$$

$$\text{જ્યાં, } k = \frac{mg}{l} \qquad (7.9.4)$$

સમીકરણ (7.9.4) એ સાદા લોલકનો બળ અચળાંક આપે છે.

હવે સાદા લોલકનો આવર્તકાળ,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/l}}$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (7.9.5)$$

દોલકની આવૃત્તિ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (7.9.6)$$

અને કોણીય આવૃત્તિ

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (7.9.7)$$

વહાલા વિદ્યાર્થીઓ, એ યાદ રાખો કે નાના ખૂણા θ માટે સાદા લોલકનો આવર્તકાળ

(i) ગોળાના દળથી સ્વતંત્ર છે.

(ii) દોલકના કંપવિસ્તારથી સ્વતંત્ર છે.

(iii) તે લોલકની લંબાઈ પર આધાર રાખે છે. $T \propto \sqrt{l}$ અને

(iv) તે ગુરુત્વીય પ્રવેગ પર આધારિત છે. $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$.

સમીકરણ (7.9.5) પરથી આકૃતિ 7.15 મુજબના આલેખો દોરી શકાય .

વહાલા વિદ્યાર્થીઓ, નીચેના મુદ્દાઓ નોંધો :

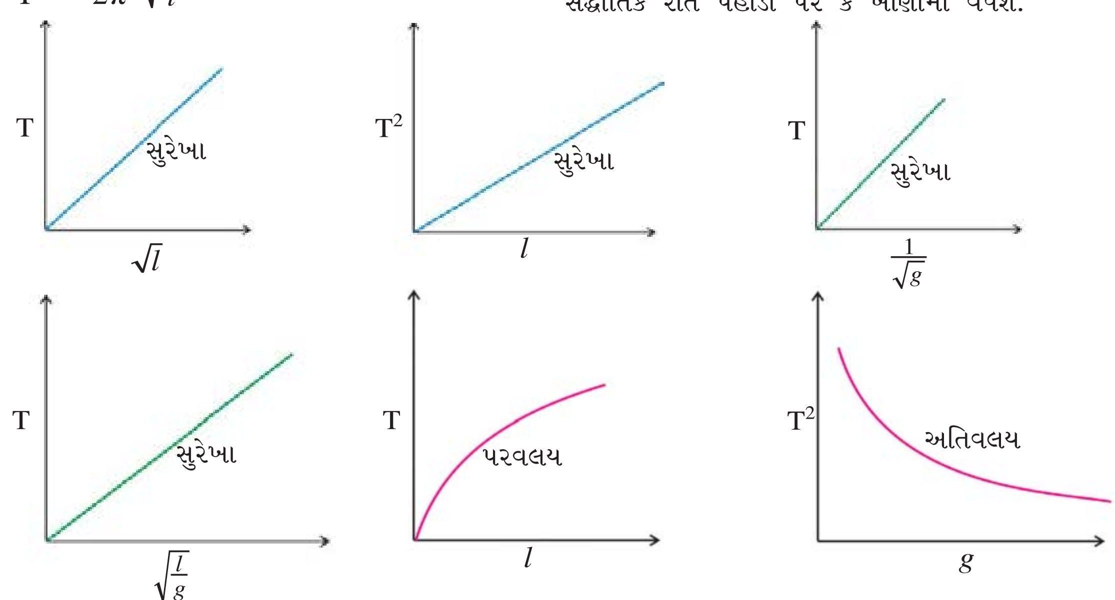
(i) $T \propto \sqrt{l}$ એનો અર્થ એવો નથી કે જેમ $l \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$.

આ સંબંધ $l \geq$ પૃથ્વીની ત્રિજ્યા માટે લાગું પડતું નથી.

(ii) સુતરાઉ દોરીની જગ્યાએ જો ગોળો ધાતુના તાર વડે લટકાવેલ હોય તો લોલકની લંબાઈ તાપમાનના વધવાથી વધશે અને તાપમાન ઘટવાથી ઘટશે.

આનો અર્થ એમ કે સાદા લોલકનો આવર્તકાળ વધે કે ઘટે તેનો આધાર તાપમાન વધશે કે ઘટશે તેના પર છે. આ જ કારણથી લોલક ઘડિયાળ શિયાળામાં ઝડપી અને ઉનાળામાં ધીમી પડે છે.

(iii) પૃથ્વીની સપાટી કરતાં પહાડો ઉપર કે ખાણોમાં g નું મૂલ્ય ઓછું હોય છે. આથી સાદા લોલકનો આવર્તકાળ સૈદ્ધાંતિક રીતે પહાડો પર કે ખાણોમાં વધશે.



સાદા લોલક માટે $T - \sqrt{l}$, $T^2 - l$, $T - \frac{1}{\sqrt{g}}$, $T - \sqrt{\frac{l}{g}}$, $T - l$ અને $T^2 - g$ના આલેખો

આકૃતિ 7.15

(A) લિફ્ટમાં સાદું લોલક :

જો a જેટલા પ્રવેગથી ગતિ કરતી લિફ્ટમાં સાદું લોલક દોલન કરતું હોય, તો તેના પર લાગતું અસરકારક g એ,

$g_{eff} = g \pm a$

'+' નિશાની લિફ્ટ ઉપર જતી હોય ત્યારે અને

'–' નિશાની લિફ્ટ નીચે આવતી હોય ત્યારે લેવામાં આવે છે.

આથી સાદા લોલકનો આવર્તકાળ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm a}}.$$

હવે, ધારો કે લિફ્ટ મુક્તપતન કરે છે.

$\therefore a = g$

અને $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - g}} = \infty.$

એટલે કે લોલક દોલન નહીં કરે.

(B) ટ્રેનના ડબામાં સાદું લોલક :

a જેટલા પ્રવેગ કે પ્રતિપ્રવેગની ગતિ કરતાં ટ્રેનના ડબામાં જો સાદું લોલક દોલન કરતું હોય, તો gનું અસરકારક મૂલ્ય

$$g_{eff} = \sqrt{g^2 + a^2}$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}}.$$

(C) સેકન્ડ લોલક :

જે લોલકનો આવર્તકાળ બે સેકન્ડ હોય છે તેવા લોલકને સેકન્ડ લોલક કહે છે. આવું લોલક તેના દોલન દરમિયાન એક અંતિમ સ્થાનેથી બીજા અંતિમ સ્થાન સુધી જતાં એક સેકન્ડ જેટલો સમય લે છે. તે સમતોલન સ્થિતિ આગળથી દર સેકન્ડે પસાર થાય છે.

ઉદાહરણ 10 : એક સેકન્ડ લોલકની લંબાઈ જો બમણી કરવામાં આવે, તો તેનો આવર્તકાળ શું થશે ?

ઉકેલ :

આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ s}$$

$$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

$$= \sqrt{2} \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$= \sqrt{2} \times 2$$

$$T' = 2.828 \text{ s.}$$

ઉદાહરણ 11 : પૃથ્વીની સપાટી પર એક સેકન્ડ લોલકની લંબાઈ l_1 છે અને પૃથ્વીની સપાટીથી 'h' જેટલી ઊંચાઈએ સેકન્ડ લોલકની લંબાઈ l_2 છે, તો સાબિત કરો કે પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R_e = \frac{h\sqrt{l_2}}{\sqrt{l_1} - \sqrt{l_2}}$ છે.

ઉકેલ :

સેકન્ડ લોલકનો આવર્તકાળ 2 s હોય છે.

સેકન્ડ લોલક માટે પૃથ્વીની સપાટી પર, $2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_1}}$,

જ્યાં, g_1 = પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગ.

સેકન્ડ લોલક માટે, પૃથ્વીની સપાટીથી 'h' ઊંચાઈ પર,

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g_2}},$$

જ્યાં, g_2 = પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ

$$\therefore \frac{l_1}{g_1} = \frac{l_2}{g_2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{l_2}{l_1} \qquad (1)$$

પરંતુ, ગુરુત્વપ્રવેગ $g = \frac{GM_e}{r^2}$ - - - - - (A)

જ્યાં, r = પૃથ્વીના કેન્દ્રથી જે-તે સ્થાનનું અંતર

હવે $r_1 = R_e$ = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા,

$r_2 = R_e + h$

સમીકરણ (A) પરથી,

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \qquad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી,

$$\sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \frac{R_e}{R_e + h}$$

$$\sqrt{l_2}\,R_e + \sqrt{l_2}\,h = \sqrt{l_1}\,R_e$$

$$(\sqrt{l_1} - \sqrt{l_2})R_e = \sqrt{l_2}\,h$$

$$\therefore R_e = \frac{h\sqrt{l_2}}{\sqrt{l_1} - \sqrt{l_2}}.$$

7.10 અવમંદિત સરળ આવર્તગતિ (Damped Simple Harmonic Motion)

સરળ આવર્તગતિ એ અતિ આદર્શ પરિસ્થિતિ વર્ણવે છે. યાંત્રિક તંત્ર પર જ્યારે કોઈ અવરોધક બળ કે ઘર્ષણબળ લાગતું ન હોય, ત્યારે જ સ.આ.ગ. કરે છે.

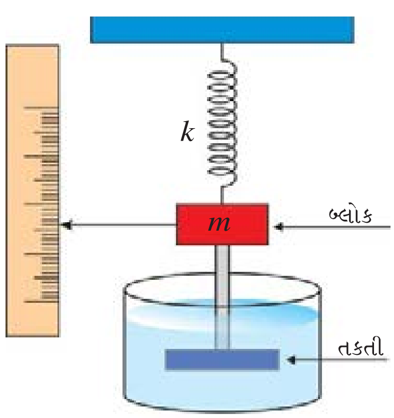
વ્યવહારમાં કોઈ પણ યાંત્રિક પ્રણાલી અવરોધ પેદા કરતાં માધ્યમમાં જ દોલનો કરે છે. તદુપરાંત યાંત્રિક પ્રણાલીમાં આંતરિક ઘર્ષણબળો પણ હોય છે. અવરોધક બળની વિરુદ્ધમાં દોલન કરતાં તંત્રને કાર્ય કરવું પડતું હોવાથી તેની યાંત્રિક-ઊર્જા એ ઊષ્મા-ઊર્જા સ્વરૂપે ઊર્જા મુક્ત કરે છે.

સ.આ.ગ.ની યાંત્રિક-ઊર્જા સમીકરણ $E = \frac{1}{2}kA^2$ એ દર્શાવે છે કે જેમ યાંત્રિક-ઊર્જા ઘટશે, તેમ તેનો કંપવિસ્તાર પણ ઘટશે. આમ, અંતે ગતિ બંધ પડશે.

આમ, જ્યારે **સરળ આવર્ત તંત્ર સમય સાથે ઘટતાં કંપવિસ્તારથી દોલન કરે, તો આવા દોલનોને અવમંદિત દોલનો કહે છે.**

હવામાં દોલન કરતું સાદું લોલક હવાનું અવરોધક બળ અનુભવે છે. જ્યારે સ્વરકાંટો દોલન કરે છે ત્યારે તેની ધાતુમાં આંતરિક ઘર્ષણબળ લાગતું હોય છે.

આકૃતિ 7.16માં બતાવ્યા પ્રમાણે k સ્પ્રિંગ-અચળાંકવાળી સ્પ્રિંગ સાથે m દળવાળો બ્લૉક ઊર્ધ્વતલમાં દોલન કરે છે. બ્લૉકના નીચેના છેડે એક સળિયા સાથે એક તકતી લગાડી તેને વાસણમાં ભરેલ પ્રવાહીમાં ડુબાડો. જ્યારે તકતી ઉપર નીચે ગતિ કરે છે, ત્યારે પ્રવાહી દોલન કરતા સમગ્ર તંત્ર પર અવરોધક બળ લગાડશે. આથી દોલન કરતા તંત્રની યાંત્રિક ઊર્જા ઘટશે.



અવમંદિત સરળ આવર્તદોલક

આકૃતિ 7.16

પ્રાયોગિક અભ્યાસો દર્શાવે છે કે, તરલ માધ્યમોમાં લાગતું અવરોધક બળ દોલકના વેગ પર આધારિત છે.

આથી દોલક પર લાગતું અવરોધક બળ કે અવમંદિત બળ એ (બહુ મોટો વેગ ન હોય ત્યારે)

$F_d \propto v$

$\therefore F_d = -bv$ (7.10.1)

અહીં b એ **અવમંદન અચળાંક** છે અને તેનો SI એકમ kg / second છે. અહીં ઋણ નિશાની દર્શાવે છે કે બળ F_d એ ગતિને વિરોધે છે.

આમ, અવમંદિત દોલક બે પ્રકારનાં બળોની અસર નીચે દોલનો કરશે :

(i) પુનઃસ્થાપક બળ $F_y = -ky$ અને

(ii) અવરોધક બળ $F_d = -bv$

$\therefore$ કુલ બળ $F = F_y + F_d$

ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમ અનુસાર,

$ma = -ky - bv$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - b\frac{dy}{dt}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + ky = 0 \quad (7.10.2)$$

આ અવમંદિત દોલનો માટેનું દ્વિતીય ક્રમનું વિકલ સમીકરણ છે અને તેનો ઉકેલ છે,

$$y(t) = A\, e^{-bt/2m} \sin(\omega' t + \phi) \quad (7.10.3)$$

અથવા

$$y(t) = A(t) \sin(\omega' t + \phi). \quad (7.10.4)$$

અહીં $A(t) = A\, e^{-bt/2m}$ એ અવમંદિત દોલનનો t સમયે કંપ વિસ્તાર છે. જે સમય સાથે ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટતો જાય છે.

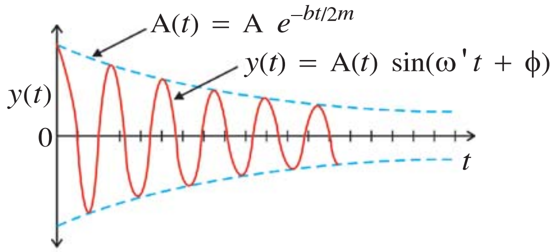
અવમંદિત દોલકની કોણીય આવૃત્તિ

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (7.10.5)$$

વડે આપવામાં આવે છે.

જો $b = 0$, $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m}}$ એ આદર્શ સ.આ.ગ. દર્શાવે છે.

અવમંદિત દોલકના સ્થાનાંતર $y(t) - t$નો આલેખ આકૃતિ 7.17માં બતાવ્યો છે.



અવમંદિત દોલકનો સ્થાનાંતર-સમયનો આલેખ ($\phi = \frac{\pi}{2}$ માટે)

આકૃતિ 7.17

આપણે જાણીએ છીએ કે દોલકની યાંત્રિક-ઊર્જા

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\therefore \ E(t) = \frac{1}{2}kA^2(t)$$

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2 \ e^{-bt/m} \qquad (7.10.6)$$

સમીકરણ (7.10.6) પરથી એ પણ સ્પષ્ટ છે કે અવમંદિત દોલકની યાંત્રિક-ઊર્જા પણ સમય સાથે ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટતી જાય છે. સમીકરણ (7.10.6) એ નાના અવમંદન, $b << \sqrt{km}$ માટે જ સાચું છે.

ઉદાહરણ 12 : સાદા લોલકમાં દોરીના છેડે પિત્તળનો નાનો ગોળો લટકાવી તેનાં હવામાં સરળ આવર્તદોલનો મેળવીએ, તો તેનો આવર્તકાળ T મળે છે. હવે આ પિત્તળના ગોળાને પ્રવાહીમાં ડૂબે તેમ રાખીને તેનાં સરળ આવર્તદોલનો મેળવીએ, તો નવો આવર્તકાળ $\sqrt{2}$ T મળે છે, તેમ સાબિત કરો. પ્રવાહીની ઘનતા પિત્તળની ઘનતા કરતાં 1/2 ભાગની છે. અહીં દરેક પ્રકારનું અવરોધકતાબળ અવગણો.

ઉકેલ :

ગોળો પ્રવાહીમાં ડૂબેલો હોય ત્યારે તેની પર લાગતું ઉત્પ્લાવક બળ = $m_0 g$; જ્યાં, m_0 ગોળાએ ખસેડેલ પ્રવાહીનું દળ.

જો ગોળાનું હવામાં વજન mg હોય, તો

પ્રવાહીમાં તેનું અસરકારક વજન = $mg - m_0 g$

અહીં, $m_0 = V\rho_0 = \frac{V\rho}{2} = \frac{m}{2}$;

જ્યાં V = ગોળાનું કદ = ગોળાએ ખસેડેલ પ્રવાહીનું કદ. ρ_0 = પ્રવાહીની ઘનતા અને ρ = પિત્તળની ઘનતા.

$\therefore$ પ્રવાહીમાં ગોળાનું અસરકારક વજન = $mg - \frac{mg}{2}$

$$= \frac{1}{2}mg.$$

$\therefore$ પ્રવાહીમાં અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ = $g' = \frac{1}{2}g$.

હવે, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ પરથી $T \ \alpha \ \sqrt{\frac{1}{g}}$.

$$\therefore \ \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{2g}{g}}$$

$$\therefore \ T' = \sqrt{2}\,T.$$

ઉદાહરણ 13 : અવમંદિત દોલનોમાં કંપવિસ્તાર $\frac{A}{2^n}$ થતાં લાગતા સમયની ગણતરી કરો.

જ્યાં, A એ મૂળ કંપવિસ્તાર છે.

ઉકેલ : $A(t) = Ae^{-bt/2m}$

પણ, $A(t) = \frac{A}{2^n}$

$$\therefore \ \frac{A}{2^n} = Ae^{-bt/2m}$$

$\therefore$ બંને બાજુ eના બેઇઝ પર log લેતાં,

$$\therefore \ \frac{bt}{2m} = n \ ln2$$

(Natural log ને ln વડે લખાય છે.)

$$\therefore \ t = \frac{2mn}{b}(2.303) \log_{10}(2)$$

($\because \ ln \ x = 2.303 \ \log_{10}x$)

$$= \frac{2mn}{b}(2.303)(0.3010)$$

$$\therefore \ t = \frac{2mn}{b}(0.693).$$

7.11 પ્રાકૃતિક દોલનો, પ્રણોદિત (બળપ્રેરિત) દોલનો અને અનુનાદ (Natural Oscillations, Forced Oscillations and Resonance)

દોલન કરી શકે તેવા તંત્રને જ્યારે તેની સમતોલન-સ્થિતિથી થોડુંક પ્રારંભિક સ્થાનાંતર આપી છોડતાં તે દોલનો શરૂ કરશે. આમ, કોઈ પણ પ્રકારના અવરોધક બળની ગેરહાજરીમાં થતાં દોલનોને **પ્રાકૃતિક દોલનો** કહે છે. પ્રાકૃતિક દોલનોની આવૃત્તિને તેની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ f_0 કહે છે. ઉહરણ તરીકે સાદા લોલકના ગોળાને સહેજ ચલિત કરીને મુક્ત કરતાં તે $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ જેટલી પ્રાકૃતિક આવૃતિ

સાથે પ્રાકૃતિક દોલનો કરે છે. (અહીં, હવાના અવરોધક બળને અવગણેલ છે.)

વહાલા વિદ્યાર્થીઓ, તમે હીંચકામાં હીંચકા ખાવાનો આનંદ માણ્યો જ હશે. તમે એ પણ અનુભવ્યું હશે કે જો તમારે અવિરત ઝૂલવું હોય, તો તમારે તમારા પગ વડે જમીનને વારે વારે ધક્કા મારવા પડે અથવા કોઈએ તમને વારેવારે ધક્કો મારવો પડે (આકૃતિ 7.18). આમ, બાહ્ય આવર્તબળની શરતને આધીન હીંચકો અવિરત ઝૂલતો રહેશે.

હીંચકા ખાતું બાળક
આકૃતિ 7.18

મોટા ભાગના કિસ્સામાં અવમંદિત બળો હાજર જ હોય છે અને આખરે સમય સાથે દોલનો બંધ પડે છે. આથી દોલનો ચાલુ રાખવા બાહ્ય આવર્ત બળો જરૂરી છે.

આમ, **જ્યારે તંત્ર બાહ્ય આવર્ત બળની મદદથી દોલનો કરે, તો તેને પ્રણોદિત (બળપ્રેરિત) દોલનો કહે છે.**

તંત્રને દોલિત કરી શકે તેવું તંત્ર પર લાગતું કોઈ એક બાહ્ય આવર્તબળ $F = F_0 \sin\omega t$ લો.

આથી સમીકરણ (7.10.2) ને નીચેના સ્વરૂપે લખી શકાય.

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - b\frac{dy}{dt} + F_0 \sin\omega t$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dy}{dt} + \frac{ky}{m} = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad (7.11.1)$$

આ પ્રણોદિત દોલનો માટેનું દ્વિતીય ક્રમનું વિકલ સમીકરણ છે. સમીકરણ (7.11.1) નો ઉકેલ નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$y = A \sin(\omega t + \phi)$$

અહીં, A અને ϕ એ ઉકેલના અચળાંકો છે, જે નીચે મુજબ મળે છે.

$$A = \frac{F_0}{\left[m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad (7.11.2)$$

અને $\phi = \tan^{-1}\dfrac{\omega y_0}{v_0}$. (7.11.3)

અહીં m એ દોલકનું દળ, v_0 અને y_0 એ જ્યારે આવર્તબળ લગાડવામાં આવે, ત્યારે તેનો ક્રમિક વેગ અને સ્થાનાંતર છે.

પ્રારંભમાં દોલક પોતાની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિથી દોલનો કરે છે. જ્યારે આપણે બાહ્ય આવર્તબળ લગાડીએ, ત્યારે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ સાથેનાં દોલનો નાશ પામશે અને પદાર્થ બાહ્ય આવર્તબળની આવૃત્તિ સાથે દોલનો કરશે.

સમીકરણ (7.11.2) પરથી જોઈ શકાય છે કે પ્રણોદિત દોલનોનો કંપવિસ્તાર (i) $(\omega_0^2 - \omega^2)$ તફાવત અને (ii) અવરોધક-ગુણાંક (અવમંદિત અચળાંક)ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ચલે છે.

નાના અવરોધક-ગુણાંક માટે $b\omega << m(\omega_0^2 - \omega^2)$ આથી સમીકરણ (7.11.2)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$A = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (7.11.4)$$

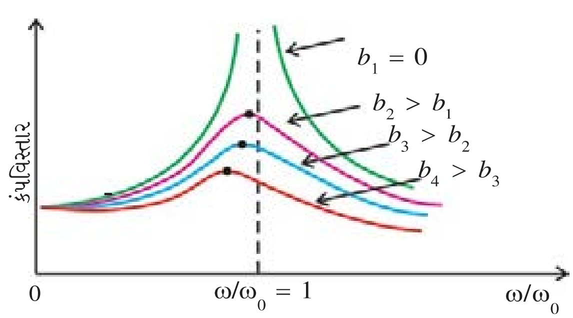
$\omega \approx \omega_0$ માટે

$m(\omega_0^2 - \omega^2) << b\omega$, આથી

$$A = \frac{F_0}{b\omega}. \qquad (7.11.5)$$

જેમ ωનું મૂલ્ય ω_0 તરફ જાય છે તેમ કંપવિસ્તાર વધતો જાય છે અને ωના કોઈ લાક્ષણિક મૂલ્ય માટે કંપવિસ્તાર મહત્તમ થાય છે. આ ઘટનાને **અનુનાદ** કહે છે. ω ના જે મૂલ્ય માટે અનુનાદ ઉદ્‌ભવે છે તે મૂલ્યને **અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ** કહે છે.

અવરોધક ગુણાંક b ના વિવિધ મૂલ્યો માટે કંપવિસ્તાર-ω/ω_0 નો આલેખો આકૃતિ 7.19માં બતાવેલ છે.



અનુનાદ-વક્રો
આકૃતિ 7.19

જો $b = 0$ હોય તો $\omega = \omega_0$ માટે કંપવિસ્તાર અનંત થાય છે. જેમ અવમંદન વધે છે તેમ આલેખમાં કંપવિસ્તારનું મહત્તમ મૂલ્ય ડાબી તરફ ખસે છે.

વ્યવહારમાં એવાં યાંત્રિક તંત્રો મળે છે કે જેનાં દોલનોની એક કરતાં વધારે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિઓ હોય છે. જો તંત્ર પર લાગતાં બાહ્ય આવર્તબળની આવૃત્તિ તે તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ જેટલી (અથવા લગભગ સમાન) થાય ત્યારે તંત્ર અતિ મોટા કંપવિસ્તાર સાથે દોલનો કરે છે અને તંત્ર તૂટી કે ફસકાઈ પણ પડે.

આથી ઝૂલતા પુલ પર જતાં સૈનિકોને માર્ચિંગ ન કરવાની સલાહ આપવામાં આવે છે. વળી, પુલ-ડિઝાઇન કરતી વખતે, ત્યાંથી વહેતા પવનને કારણે લાગતા બાહ્ય બળની આવૃત્તિ અને પુલનાં દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિનાં મૂલ્યો સરખાં કે લગભગ સરખાં ન થાય તેની કાળજી લેવામાં આવે છે. કેટલીક વખત એવું પણ જોવામાં આવ્યું છે કે ધરતીકંપ વખતે ઓછી ઊંચાઈ અને મોટી ઊંચાઈવાળા બાંધકામ (structure)ને ઓછું નુકસાન થાય છે, જ્યારે મધ્યમ ઊંચાઈવાળાં બાંધકામો નીચે પડી જાય છે. કારણ કે સેસ્મિક તરંગોની આવૃત્તિ કરતાં ઓછી ઊંચાઈવાળા બાંધકામની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિઓ વધુ હોય છે અને વધુ ઊંચાઈવાળાં બાંધકામની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિઓ ઓછી હોય છે.

સારાંશ

1. જો કોઈ પદાર્થ કોઈ નિશ્ચિત પથ પર, કોઈ નિશ્ચિતબિંદુને અનુલક્ષીને, નિયત સમયગાળે પોતાની ગતિનું પુનરાવર્તન કરતો હોય, તો આવી ગતિને આવર્તગતિ કહે છે.
2. જો કોઈ પદાર્થ કોઈ નિયતબિંદુની આસપાસ, આગળ-પાછળ કે ઉપર નીચે નિયત સમયમાં ગતિ કરતો હોય, તો આવી ગતિને દોલિત ગતિ કહે છે.
3. જ્યારે કોઈ પદાર્થ નિયતબિંદુથી સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં અને નિયતબિંદુ તરફ લાગતા બળની અસર નીચે, નિયતબિંદુની આસપાસ સુરેખ પથ પર આવર્તગતિ કરતો હોય, તો તેવી ગતિને સરળ આવર્તગતિ કહે છે.
4. મધ્યમાન સ્થાનથી કોઈ એક તરફના દોલકના અધિકતમ સ્થાનાંતરને તે દોલકનો કંપવિસ્તાર કહે છે.
5. એક દોલન પૂર્ણ કરવા માટે દોલકે લીધેલ સમયને તે દોલકનો આવર્તકાળ (T) કહે છે.
6. એક સેકન્ડમાં પૂર્ણ થતાં દોલનોની સંખ્યાને તે સરળ આવર્ત દોલકની આવૃત્તિ (f) કહે છે.
7. દોલકની આવૃત્તિના 2π ગણાને તે દોલકની કોણીય આવૃત્તિ (ω) કહે છે.
8. $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ કે $f = \frac{1}{T}$ કે $\omega = \frac{2\pi}{T}$
9. સરળ આવર્તગતિ માટે, મધ્યમાન સ્થિતિથી કણનું સ્થાનાંતર $y(t)$ને sine, cosine અથવા તેના રેખીય સંયોજનથી દર્શાવવામાં આવે છે. જેમકે,

   $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$,

   $y(t) = B \cos(\omega t + \phi)$,

   $y(t) = A' \sin\omega t + B' \cos\omega t$

   જ્યાં, $A' = A\cos\phi$ અને $B' = B\sin\phi$ છે.
10. સ.આ.દો.નો વેગ $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2}$ વડે આપવામાં આવે છે.
11. સ.આ.દોનો પ્રવેગ $a = -\omega^2 y$ વડે આપવામાં આવે છે.

12. હુકના નિયમની અસર હેઠળ દોલન કરતાં m દળવાળો કણ સરળ આવર્તગતિ કરે છે તથા

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

13. $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ એ સ.આ.ગ. માટેનું વિકલ સમીકરણ છે.

14. k_1, k_2, k_3 .... k_n સ્પ્રિંગ-અચળાંકો ધરાવતી n સ્પ્રિંગોનાં શ્રેણીજોડાણનો સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક k હોય તો, $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + ... + \frac{1}{k_n}$ અને આવર્તકાળ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ છે.

15. k_1, k_2, k_3 .... k_n સ્પ્રિંગ-અચળાંકો ધરાવતી n સ્પ્રિંગોના સમાંતર જોડાણનો સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક $k = k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n$ અને આવર્તકાળ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ છે.

16. $K = \frac{1}{2}m\omega^2 (A^2 - y^2)$ એ સ.આ.દો.ની ગતિ-ઊર્જા છે.

17. $U = \frac{1}{2}ky^2$ એ સ.આ.દો.ની સ્થિતિ-ઊર્જા છે.

18. $E = K + U = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$ એ સ.આ.દો.ની કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા છે.

19. સ.આ.દો. માટે, $y = 0$ એ, સ્થિતિ-ઊર્જા ન્યૂનતમ $(U = 0)$ અને ગતિ-ઊર્જા મહત્તમ $(K = \frac{1}{2}kA^2 = E)$ હોય છે.

20. સ.આ.દો. માટે, $y = \pm A$એ, સ્થિતિ-ઊર્જા મહત્તમ $(U = \frac{1}{2}kA^2 = E)$ અને ગતિ-ઊર્જા ન્યૂનત્તમ $(K = 0)$ છે.

21. સરળ આવર્તગતિ એ નિયમિત વર્તુળમય ગતિની, સંદર્ભ વર્તુળના વ્યાસ પરના પ્રક્ષેપની ગતિ છે.

22. સાદા લોલક માટે, નાના કોણીય સ્થાનાંતર માટે

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ અને } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

23. સાદા લોલકનો આવર્તકાળ T એ ગોળાના દળ તેમજ દોલનના કંપવિસ્તારથી સ્વતંત્ર છે.

24. સરળ આવર્તતંત્ર સમય સાથે ઘટતાં કંપવિસ્તારથી દોલન કરે, તો આવાં દોલનોને અવમંદિત દોલનો કહે છે.

$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + ky = 0$. એ અવમંદિત દોલનો માટેનું વિકલ સમીકરણ છે, જ્યાં સ્થાનાંતર $y(t) = Ae^{-bt/2m}\sin(\omega' t + \phi)$ અને કોણીય આવૃત્તિ $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$ છે.

25. $E(t) = \frac{1}{2}kA^2 e^{\frac{-bt}{m}}$ એ અવમંદિત દોલનની t-સમયની યાંત્રિક-ઊર્જા આપે છે.

26. જ્યારે તંત્ર બાહ્ય આવર્ત બળની મદદથી દોલનો કરે, તો તેને પ્રણોદિત (બળપ્રેરિત) દોલનો કહે છે.

$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dy}{dt} + \frac{k}{m}y = \frac{F_0}{m}\sin\omega t$ એ પ્રણોદિત દોલનો માટેનું વિકલ સમીકરણ છે.

$A = \frac{F_0}{[m^2(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2]^{\frac{1}{2}}}$ એ પ્રણોદિત દોલનનો કંપવિસ્તાર છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. સ.આ.ગ.માં કણનો પ્રવેગ શૂન્ય થાય જ્યારે કે તેની,

(A) ગતિ શૂન્ય હોય.

(B) સ્થાનાંતર શૂન્ય હોય.

(C) ગતિ અને સ્થાનાંતર બંને શૂન્ય હોય.

(D) ગતિ અને સ્થાનાંતર બંને મહત્તમ હોય.

2. સ.આ.ગ. કરતાં પદાર્થનું મહત્તમ પ્રવેગ a_{max} અને મહત્તમ વેગ v_{max} છે, તો તેનો કંપવિસ્તાર

(A) $v^2_{max} / a_{max.}$ (B) $a^2_{max} / v_{max.}$

(C) $v^2_{max} / a^2_{max.}$ (D) $v_{max} / a_{max.}$

3. નીચેનામાંથી ગતિ એ સરળ આવર્ત બને તે માટેની આવશ્યક શરત કઈ છે ?

(A) અચળ બળ

(B) બળ ચલે છે સ્થાનાંતરને

(C) સ્થાનાંતરની વિરુદ્ધ બળ

(D) બળ સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં અને તેની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

4. સાદા લોલકની લંબાઈ l અને તેના આવર્તકાળ Tનો આલેખ એ

(A) સુરેખા છે. (B) ઉપવલય છે. (C) પરવલય છે. (D) અતિવલય છે.

5. બે દોલકના આવર્તકાળ અનુક્રમે T અને $\frac{5T}{4}$ છે. તેઓ તેમનાં ગતિપથના મધ્યમાનસ્થાનેથી એકસાથે દોલનો શરૂ કરે છે. જ્યારે T આવર્તકાળ ધરાવતા દોલકનું એક દોલન પૂર્ણ થયું હોય, ત્યારે તેમની કળાનો તફાવત .... છે.

(A) 45° (B) 72° (C) 90° (D) 112°

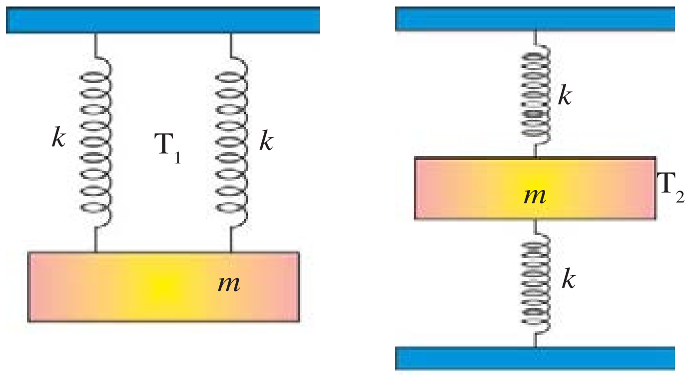
6. એક સ.આ.દો.નો આવર્તકાળ T છે. નિયતબિંદુથી શરૂ કરીને $\frac{3}{8}$ જેટલા દોલન પૂરું કરતાં તેને કેટલો સમય લાગશે ?

(A) $\frac{3}{8}$T (B) $\frac{5}{8}$T (C) $\frac{5}{12}$T (D) $\frac{8}{3}$T

7. નિયતબિંદુ પરથી પસાર થતા એક 0.5 m લંબાઈવાળા સાદા લોલકના ગોળાનો વેગ 3 m/s છે. જ્યારે લોલક શિરોલંબ સાથે 60°નો કોણ બનાવે, ત્યારે તેના ગોળાનો વેગ .... હશે. (g = 10 m/s^2 લો.)

(A) $\frac{1}{3}$ m/s (B) $\frac{1}{2}$ m/s (C) 2 m/s (D) 3 m/s

8. આકૃતિ 7.20માં બતાવ્યા પ્રમાણે સમાન સ્પ્રિંગ-અચળાંક ધરાવતી બે સ્પ્રિંગોને m દળ લટકાવેલ છે. $\frac{T_1}{T_2}$ શું થશે ?



આકૃતિ 7.20

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

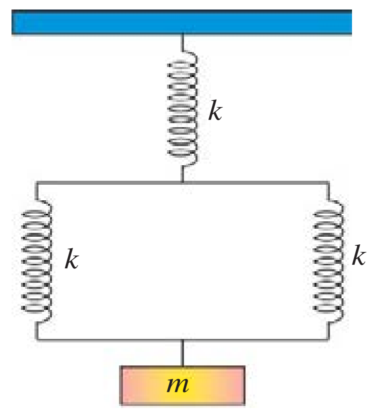
9. આકૃતિ 7.21માં બતાવ્યા પ્રમાણે m દળને ત્રણ સ્પ્રિંગો સાથે જોડેલ છે, તો T શું થશે ?

(A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

(B) $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

(C) $2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$

(D) $2\pi\sqrt{\frac{2k}{3m}}$



આકૃતિ 7.21

10. જો સ્પ્રિંગનો પુનઃસ્થાપક બળ F અને સ્પ્રિંગ-અચળાંક k હોય, તો સ્પ્રિંગને વજન લટકાવતાં y જેટલી ખેંચાય, ત્યારે સ્પ્રિંગમાં સંગૃહીત યાંત્રિક-ઊર્જા-કેટલી હશે ?

(A) $\frac{F^2}{2y}$ (B) $\frac{F^2}{2k}$ (C) $\frac{2y}{F^2}$ (D) $\frac{2k}{F^2}$

11. અવમંદિત દોલનના કિસ્સામાં કંપવિસ્તાર, મૂળ કંપવિસ્તારના eમા ભાગનો થવા લાગતો સમય .... છે.

(A) $\frac{m}{2b}$ (B) $\frac{2m}{b}$ (C) $e^{-bt/2m}$ (D) $e^{2m/b}$

12. એક સ.આ.દો. તેનાં દોલનો તેના ગતિપથના નીચેના અંતિમ છેડેથી શરૂ કરે છે. 10 દોલનોના અંતે તેની કળા .... હશે. ગતિ Y-અક્ષ પર અને સંદર્ભદિશા ધન X-અક્ષ લો.

(A) $\frac{1}{2}\pi$ rad (B) 5π rad (C) 10π rad (D) $\frac{43}{2}\pi$ rad

13. એક દોલક પર બાહ્ય આવર્તબળ $F = F_0 \sin \omega t$ લાગે છે. જો દોલકનો કંપવિસ્તાર $\omega = \omega_1$ માટે મહત્તમ અને ઊર્જા એ $\omega = \omega_2$ માટે મહત્તમ હોય ત્યારે (ω_0 એ પ્રાકૃતિક કોણીય આવૃત્તિ છે.)

(A) $\omega_1 = \omega_0$ અને $\omega_2 \neq \omega_0$ (B) $\omega_1 \neq \omega_0$ અને $\omega_2 = \omega_0$

(C) $\omega_1 \neq \omega_0$ અને $\omega_2 \neq \omega_0$ (D) $\omega_1 = \omega_0$ અને $\omega_2 = \omega_0$

14. સ્પ્રિંગના નીચેના છેડે 1 kg દળ લગાડેલ છે, જેના દોલનની એક ચોક્કસ આવૃત્તિ છે. આમાં કેટલું દળ ઉમેરતાં તેની આવૃત્તિમાં અડધો ઘટાડો થાય.

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg

15. જ્યારે ટ્રેન 10 m s^{-2}થી પ્રવેગી ગતિ કરે છે, ત્યારે ટ્રેનના ડબ્બાની છત પરથી લટકાવેલ લોલકનો આવર્તકાળ 2 s છે. આ લોલકનો આવર્તકાળ જ્યારે ટ્રેન 10 m s^{-2}ના પ્રતિપ્રવેગથી ગતિ કરશે ત્યારે કેટલો હશે ?

(A) 2 s(B) $\sqrt{2}$ s (C) $2\sqrt{2}$ s (D) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ s

જવાબો

1. (B) **2.** (A) **3.** (D) **4.** (C) **5.** (B) **6.** (C)
7. (C) **8.** (A) **9.** (C) **10.** (B) **11.** (B) **12.** (D)
13. (D) **14.** (C) **15.** (A)

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. એક પૂર્ણ દોલનમાં સાદા લોલક વડે થતું કાર્ય કેટલું હશે ?

2. મુક્તપતન કરતી લિફ્ટમાં લોલકનો આવર્તકાળ કેટલો થશે ?

3. U–ટ્યૂબમાં પ્રવાહીના દોલનના આવર્તકાળનું સમીકરણ લખો.

4. પ્રારંભિક કળા શું છે ? તે કયા એકમમાં મપાય છે ?

5. એક સ.આ.દો.નો કંપવિસ્તાર 4 cm છે. નિયતબિંદુથી કેટલા અંતરે તેની સ્થિતિ-ઊર્જા અને ગતિ-ઊર્જા સરખી થશે.

6. બળ અચળાંકનો SI એકમ શું છે ?

7. સ.આ.ગ માટે પ્રવેગ(a)-કંપવિસ્તાર , સ્થાનાંતર - કંપવિસ્તાર (A) અને કોણીય આવૃત્તિ (ω) વચ્ચેનો સંબંધ લખો.

8. સાદું લોલક આખરે કેમ થંભી જાય છે ?

9. $b << \sqrt{km}$ માટે અવમંદિત દોલક માટેની યાંત્રિક-ઊર્જાનું સૂત્ર લખો.

10. પ્રણોદિત દોલનો માટેનું વ્યાપક સ્વરૂપનું દ્વિતીય ક્રમનું વિકલ સમીકરણ લખો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. આવર્તગતિ અને દોલિત ગતિ વ્યાખ્યાયિત કરો. તેનાં યોગ્ય ઉદાહરણો આપો.

2. સાદા લોલકના આવર્તકાળ માટેનું સૂત્ર તારવો.

3. અવમંદિત દોલનો એટલે શું ? તેની ગતિને અસર કરતાં પરિબળો ક્યાં છે ?

4. અવમંદિત આવર્ત દોલનની કુલ ઊર્જાનો સંબંધ તારવો.

5. પ્રણોદિત દોલનો અને અનુનાદ સમજાવો.

6. રેખિય સ.આ.ગ. માટે એક આવર્તકાળ પરની સરેરાશ KE અને તેટલા જ આવર્તકાળ પરની સરેરાશ PEનાં મૂલ્યો સમાન છે, તેમ બતાવો.

7. KE અને PE વિરુદ્ધ સ્થાનાંતર આલેખો જે બિંદુઓએ છેદે તેના યામો મેળવો.

8. સ.આ.ગ. માટે પ્રવેગ વિરુદ્ધ સ્થાનાંતરનો વક્ર કેવો હશે ? આ વક્રનો ઢાળ શું હશે ?

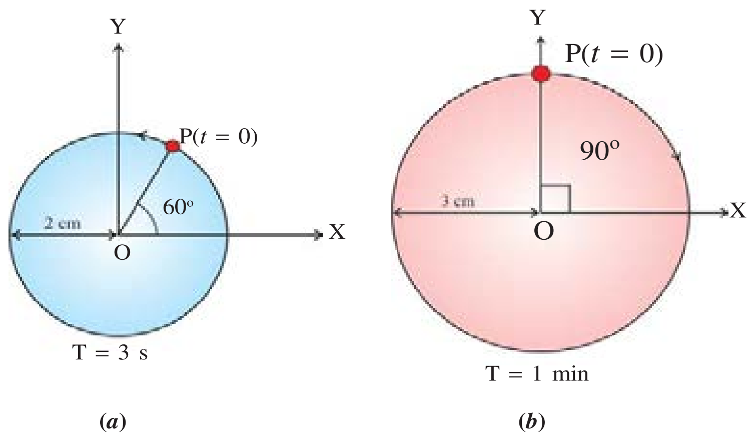
9. સ.આ.ગ. કરતાં કણનો આવર્તકાળ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ છે, તો સાદા લોલકનો આવર્તકાળ લોલકના દળથી સ્વતંત્ર કેમ છે ? સમજાવો.

10. સરળ આવર્તદોલકોના નીચેના કિસ્સાઓમાં પુનઃસ્થાપક બળ કોણ પૂરું પાડે છે ?

(i) સાદું લોલક (ii) સ્પ્રિંગ (iii) U ટ્યૂબના કૉલમમાં પારો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. આકૃતિ 7.22 (*a*) અને (*b*)ના કિસ્સામાં ભ્રમણ કરતાં કણ Pના ત્રિજ્યા સદિશના *y*-પ્રક્ષેપની સરળ આવર્તગતિનાં સમીકરણો મેળવો.

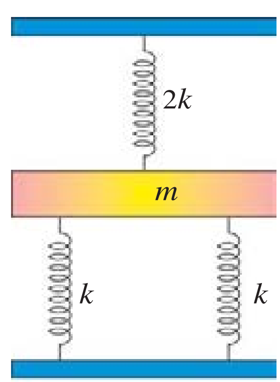


આકૃતિ 7.22

[જવાબ : (*a*) $y = 2\sin\left(\frac{2\pi t}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ (*b*) $y = 3\cos\left(\frac{\pi}{30}t\right)$]

2. આકૃતિ 7.23 માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક $m = 80$ *g* દળ ત્રણ સ્પ્રિંગો સાથે લગાડેલ છે. જો $k = 2$ N m^{-1} હોય તો, સમતુલ્ય સ્પ્રિંગ-અચળાંક અને આવર્તકાળ કેટલો હશે ?

[જવાબ : $k = 8$ Nm^{-1}, T = 0.628 s]



આકૃતિ 7.23

3. l લંબાઈની અને k જેટલો બળ-અચળાંક ધરાવતી સ્પ્રિંગના l_1 અને l_2 લંબાઈના બે ભાગ કરવામાં આવે છે. જો $l_1 = nl_2$ હોય, તો અત્રે મળતી બંને સ્પ્રિંગના બળ-અચળાંક k_1 અને k_2 નાં સૂત્રો n અને k ના સ્વરૂપમાં મેળવો. [જવાબ : $k_1 = \left(1 + \frac{1}{n}\right)k$, $k_2 = (n+1)k$]

4. 100 g દળ ધરાવતો એક દોલક અવમંદિત દોલનો કરે છે. જ્યારે 100 દોલનો પૂરાં થાય ત્યારે દોલનનો કંપવિસ્તાર મૂળ કંપવિસ્તાર કરતાં અડધો બને છે. જો આવર્તકાળ 2 s હોય, તો અવરોધક-ગુણાંક શોધો. [જવાબ : 0.693 dyn s. cm^{-1}]

5. સ.આ.ગ. કરતા એક દોલકનો કંપવિસ્તાર A છે. જ્યારે આ દોલક તેના ગતિપથના મધ્યબિંદુથી y અંતરે હોય છે, ત્યારે તેની ગતિની દિશામાં એક ફટકો મારીને તેનો તાત્ક્ષણિક વેગ બમણો કરવામાં આવે છે, તો નવો કંપવિસ્તાર શોધો. [જવાબ : $\sqrt{4A^2 - 3y^2}$]

6. સ.આ.ગ. માટે સાબિત કરો કે, $a^2T^2 + 4\pi^2v^2$ = અચળ, જ્યાં a અને v એ અનુક્રમે કોઈ ક્ષણે પ્રવેગ અને વેગ છે. T એ આવર્તકાળ છે.

7. એક સાદા લોલકની લંબાઈ L અને ગોળાનું દળ m છે. ગોળો A જેટલા કંપવિસ્તારથી દોલન કરે છે. બતાવો કે દોરીમાંનું મહત્તમ તણાવ $T_{max} = mg\left[1 + \left(\frac{A}{L}\right)^2\right]$ (નાના કોણીય સ્થાનાંતર માટે) છે.

8. $y_1 = 10 \sin\frac{\pi}{4}(12t + 1)$ અને $y_2 = 5 (\sin 3\pi t + \sqrt{3}\cos 3\pi t)$ દ્વારા બે સરળ આવર્તગતિઓ દર્શાવેલ છે. તેમના કંપવિસ્તારનો ગુણોત્તર શોધો. બંને ગતિઓનો આવર્તકાળ કેટલો હશે ? [જવાબ : $\frac{A_1}{A_2} = 1$, $T_1 = T_2 = \frac{2}{3}$ s]

9. એક રેખીય આવર્તદોલકનો બળ-અચળાંક 2×10^6 N/m અને કુલ યાંત્રિક ઊર્જા 160 J છે. કોઈ ક્ષણે તેનું સ્થાનાંતર 0.01 m હોય તો તે સ્થાને તેની સ્થિતિ-ઊર્જા અને ગતિ-ઊર્જા શોધો. [જવાબ : 100 J, 60 J]

10. રેખીય સ.આ.ગ. માટે જ્યારે દોલક મધ્યમાન સ્થિતિથી y_1 અને y_2 જેટલું અંતર હોય, ત્યારે તેની ગતિ v_1 અને v_2 છે. બતાવો કે દોલનનો આવર્તકાળ $T = 2\pi\left[\frac{y_2^2 - y_1^2}{v_1^2 - v_2^2}\right]^{\frac{1}{2}}$ છે.

•

પ્રકરણ 8

તરંગો

8.1 પ્રસ્તાવના

8.2 તરંગો

8.3 તરંગોનું વર્ગીકરણ

8.4 તરંગનો કંપવિસ્તાર, તરંગમાં ઊર્જાનું પ્રસરણ, તરંગલંબાઈ અને આવૃત્તિ

8.5 તરંગ-સમીકરણ

8.6 તરંગ-ઝડપ અને કળા-ઝડપ

8.7 માધ્યમમાં તરંગ-ઝડપ

8.8 સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત અને તરંગનું પરાવર્તન

8.9 સ્થિત-તરંગો

8.10 નળીમાં સ્થિત-તરંગો

8.11 સ્પંદ

8.12 ડૉપ્લર-અસર

- સારાંશ
- સ્વાધ્યાય

8.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

વિદ્યાર્થીમિત્રો, અગાઉ આપણે ભણી ગયા કે બ્રહ્માંડ એ દ્રવ્ય અને વિકિરણનું બનેલું છે. આ વિકિરણ એ તરંગ સ્વરૂપે પ્રસરણ પામે છે. ભૌતિકવિજ્ઞાનની લગભગ બધી જ શાખાઓમાં તરંગો પાયાની અગત્ય ધરાવે છે. પ્રકાશ અને ધ્વનિ-ઊર્જાનું પ્રસરણ તરંગ સ્વરૂપે થાય છે. સૂર્યમાંથી ઉદ્‌ભવતી અલગ-અલગ પ્રકારની વિકિરણ-ઊર્જાઓ એ તરંગ સ્વરૂપે આપણા સુધી પહોંચે છે. વાજિંત્રોમાંથી ઉદ્‌ભવેલું સંગીત આપણા કાન સુધી 'ધ્વનિ-તરંગો' સ્વરૂપે પહોંચે છે. રેડિયો, ટેલિવિઝન અને મોબાઈલ ફોન દ્વારા થતો આધુનિક સંદેશાવ્યવહાર એ તરંગોને આભારી છે. 20મી સદીમાં ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં પ્રવેશેલી દ્રવ્યતરંગ (matter waves)ની વિભાવનાને પરિણામે તરંગોનું મહત્ત્વ અનેક ગણું વધી ગયું છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે તરંગો, તરંગોના પ્રકાર, જુદા-જુદા માધ્યમમાં તરંગોની ઝડપ, તરંગોનું પરાવર્તન અને તેમનું સંપાતીકરણ, સ્પંદ અને ડૉપ્લર અસર જેવી ઘટનાઓનો અભ્યાસ કરીશું.

8.2 તરંગ (Waves)

અવકાશમાં જ્યારે કણ ગતિ કરે ત્યારે તેની સાથે સંકળાયેલી ગતિ-ઊર્જાનું પણ પરિવહન થાય છે. અવકાશમાં ઊર્જા એ બીજી રીતે પણ વહન પામે છે. જેમાં કણ પોતાના સ્થાન નજીક દોલનો કરી દૂર સુધી ઊર્જા પહોંચાડે છે.

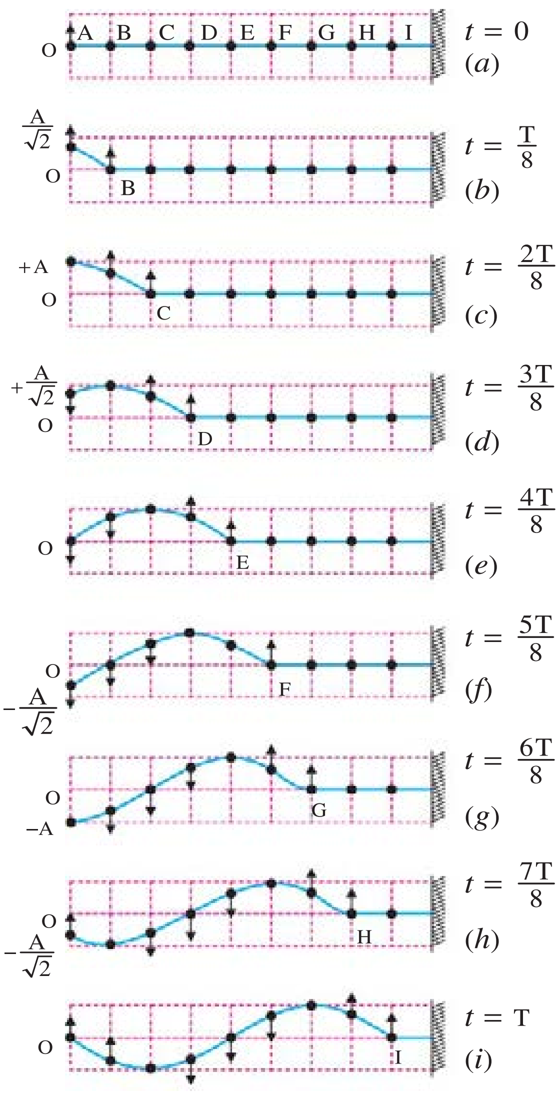
હવામાં ધ્વનિ આ રીતે પ્રસરણ પામે છે. જ્યારે તમે તમારા મિત્રને 'Hello' કહો છો, ત્યારે તમારા હોઠ આગળના માધ્યમના કણો ગતિ કરીને તમારા મિત્રના કાન સુધી પહોંચતા નથી, પરંતુ તમે તમારા હોઠની નજીક રહેલા માધ્યમમાં વિક્ષોભ ઉત્પન્ન કરો છો, જે તરંગ સ્વરૂપે પ્રસરણ પામીને મિત્રના કાન સુધી પહોંચે છે.

તરંગનો ખ્યાલ સ્પષ્ટ રીતે મેળવવા માટે લાંબી, સ્થિતિસ્થાપક અને જડિત આધારે બાંધેલી તણાવવાળી દોરીને ધ્યાનમાં લો. ધારો કે, આ દોરીને કોઈ વ્યક્તિએ ખેંચીને તણાવવાળી સ્થિતિમાં રાખેલી છે. અહીં દોરી એ એક પારિમાણિક સ્થિતિસ્થાપક માધ્યમ છે. આકૃતિ 8.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર A, B, C, ... I એ દોરીના માધ્યમના કણ છે. પ્રારંભમાં માધ્યમના બધા જ કણો સમતોલનની અવસ્થામાં છે. (આકૃતિ 8.1a.)

(i) ધારો કે $t = 0$ સમયે વ્યક્તિ દ્વારા કણ Aમાં એવો વિક્ષોભ ઉત્પન્ન કરવામાં આવે છે, જેથી તે $y = A\sin\omega t$ અનુસાર સરળ આવર્તદોલન કરે છે. આ દોલનનો આવર્તકાળ T છે.

(ii) માધ્યમના સ્થિતિસ્થાપકતાના ગુણધર્મને લીધે $t = 0$ સમયે A પાસે ઉદ્‌ભવેલ વિક્ષોભની અસર $\frac{T}{8}$ સમયે ધારો કે કણ B પર પહોંચે છે. $\frac{T}{8}$ સમય દરમિયાન કણ Aનું સ્થાનાંતર $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{8}\right) = \frac{A}{\sqrt{2}}$ જેટલું થયું હશે ત્યારે કણ B એ સ.આ.ગ. શરૂ કરવાની તૈયારીમાં હશે. (આકૃતિ 8.1b)

(iii) હવે, વધારાનો $\frac{T}{8}$ જેટલો સમયગાળો પસાર થતાં એટલે કે $\frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{T}{4}$ જેટલા સમયગાળા બાદ A કણના દોલનની અસર કણ C પર પહોંચે છે અને તે દોલન શરૂ કરવાની તૈયારીમાં આવે છે. $\frac{T}{4}$ સમય દરમિયાન કણ Aનું સ્થાનાંતર, $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{4}\right) = A$ એટલે કે કંપવિસ્તાર જેટલું થાય છે અને કણ B નું સ્થાનાંતર $\frac{A}{\sqrt{2}}$ જેટલું થાય છે (જુઓ આકૃતિ 8.1c).



દોરી પર તરંગનો ઉદ્‌ભવ

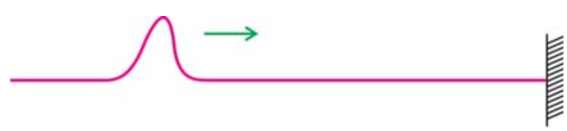
આકૃતિ 8.1

(iv) આમ, A પર ઉત્પન્ન કરેલ વિક્ષોભને લીધે ક્રમશઃ આવતા કણો એક પછી એક દોલનનો શરૂ કરતા જાય છે અને પોતાના દોલનોની અસર પોતાનાથી આગળના કણો પર પહોંચાડતા જાય છે અને વિક્ષોભ માધ્યમમાં આગળ પ્રસરતો જાય છે.

(v) આ રીતે વિક્ષોભ આગળ વધતા $\frac{3T}{8}$ સમયે તે D કણ પર, $\frac{4T}{8}$ સમયે તે E કણ પર, ... અને T સમયે તે કણ I પર પહોંચે છે. આ T સમયમાં કણ Aનું એક દોલન પૂરું થાય છે ત્યારે કણ I દોલન શરૂ કરવાની તૈયારીમાં હોય છે.

આ સમગ્ર પરિસ્થિતિ આકૃતિ 8.1માં દર્શાવી છે. યાદ રાખો કે, માધ્યમના કણો સ્થિર સમતુલન અવસ્થામાં હતાં. તેમાં $t = 0$ સમયે કણ A પર આપણે સરળ આવર્તદોલન પ્રકારનો વિક્ષોભ ઉત્પન્ન કર્યો, જે $t = T$ સમયે માધ્યમમાં પ્રસરણ પામતો, I પર પહોંચે છે.

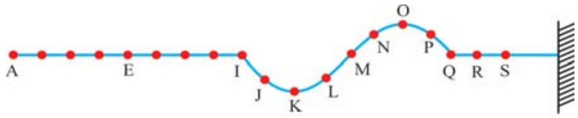
(vi) અહીં, કણ Aને આપેલ વિક્ષોભ સરળ આવર્તગતિ (sine પ્રકારની) પ્રકારનો હતો, તેથી દોરીમાં ઉત્પન્ન થતો આકાર sine વક્ર જેવો જોવા મળે છે. જો કણ Aનું સ્થાનાંતર કે દોલન બીજા કોઈ પ્રકારનું હોત, તો દોરી પર રચાતો આકાર તે દોલનના પ્રકાર અનુસાર મળે. અર્થાત્, **દોરી (માધ્યમ)માં રચાતો આકાર તેમાં ઉત્પન્ન કરેલ વિક્ષોભના પ્રકારને દર્શાવે છે.** ઉદાહરણ તરીકે, જો દોરીના મુક્ત છેડાને ફક્ત એક વાર ઝડપથી ઉપર-નીચે કરવામાં આવે, તો આકૃતિ 8.2માં દર્શાવ્યા અનુસાર આકાર ઉત્પન્ન થાય છે, **જેને તરંગસ્પંદ (pulse) કહે છે.**



વિક્ષોભ અનુરૂપ દોરીમાં ઉદ્‌ભવતો આકાર

આકૃતિ 8.2

જેમજેમ સમય પસાર થાય છે તેમ આકૃતિ 8.1માં દર્શાવેલ વિક્ષોભ (કે આકાર) કણ J, K, L,..... વગેરે પરથી પસાર થતો જાય છે. $t = T$ સમયે sine વક્ર જેવો આકાર A અને I કણ વચ્ચે રહેલો હતો. આ આકાર દોરી પર આગળ વધે છે અને $t = 2T$ સમયે તે આકૃતિ 8.3માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે I અને Q કણ વચ્ચે આવી જાય છે. આ દરમિયાન Aથી I વચ્ચેના દોલનો બંધ પડી જાય છે અને દોરી તે વિભાગમાં મૂળ સ્થિતિમાં આવી જાય છે.



t = 2T સમયે દોરીનો આકાર

આકૃતિ 8.3

આમ, દોરી પર કોઈ કણ પાસે વિક્ષોભ ઉત્પન્ન કરતાં તે વિક્ષોભના પ્રકાર અનુસાર આકાર ઉત્પન્ન થઈ તે આકાર 'પોતાનું સ્વરૂપ' જાળવી રાખી દોરી પર ગતિ કરે છે. એટલે કે દોરીના માધ્યમમાં વિક્ષોભ પ્રસરણ પામતો જાય છે. **માધ્યમ (અવકાશ)માં વિક્ષોભની આવી ગતિને તરંગ-સ્પંદ અથવા સામાન્ય રીતે તરંગ કહે છે.**

અહીં યાદ રાખો કે દોરીના કણો A, B, C... એ સમગ્રપણે એક એકમ તરીકે માધ્યમમાં ગતિ કરતા નથી, પરંતુ તેઓ સમતુલન સ્થાનની આસપાસ માત્ર દોલન કે સ્થાનાંતર જ કરે છે. આમ, તરંગ એ માધ્યમમાં આગળ વધતી કોઈ ભૌતિક 'વસ્તુ' નથી. માધ્યમના કોઈ એક ભાગમાં ઉદ્ભવેલ વિક્ષોભની અસર માધ્યમના જુદા-જુદા કણો દ્વારા ક્રમશઃ જેમજેમ અનુભવાતી જાય તેમતેમ તરંગ આગળ વધતું જાય છે, તેમ કહેવાય. **કોઈ પણ કણ પાસેથી વિક્ષોભ પસાર થઈ ગયા પછી તે કણ ફરી પાછો પોતાની સમતુલિત અવસ્થામાં આવી જાય છે.**

રેલવે ટ્રેન સાથે જ્યારે એન્જિનનું જોડાણ થાય છે, ત્યારે એન્જિન પાસેનો પ્રથમ ડબો ધ્રૂજે છે. ત્યાર પછી બીજો અને ત્યાર પછી ત્રીજો ડબો ધ્રુજારી અનુભવે છે. આમ, ધ્રુજારી પ્રથમ ડબાથી લઈને છેલ્લા ડબા સુધી આગળ વધે છે. આ ઘટના 'રેલવેના ડબાઓથી બનતા' માધ્યમમાં પ્રસરતા તરંગની જ કહેવાય.

તરંગમાળા (Wavetrain)

ઉપરોક્ત ચર્ચામાં જો કણ Aના સરળ આવર્તદોલન સતત નિયમિત ચાલુ રાખવામાં આવે, તો પ્રથમ દોલનને કારણે ઉત્પન્ન થયેલ આકાર આગળ વધે તેની તરત પાછળ બીજા દોલનને કારણે ઉદ્ભવતો આકાર ગોઠવાઈ જાય છે. આમ, માધ્યયમાં એક પછી એક આકારો સતત ગતિ કરતા જણાય છે. **વિક્ષોભોની આવી હારમાળાને તરંગમાળા કહે છે.**

આપણે જે કિસ્સાની ચર્ચા કરી તેમાં તરંગ-ઘટનામાં ભાગ લેતાં કણો સરળ આવર્તગતિ કરતા હોય (અથવા તરંગને લીધે માધ્યમમાં ઉદ્ભવતા આકાર sine અથવા cosine વક્રો હોય) તેવા તરંગોને **હાર્મોનિક તરંગો (harmonic wave)** કહે છે.

જો માધ્યમમાં તરંગો સતત આગળ ને આગળ ગતિ કરતા હોય તેવા તરંગોને **પ્રગામીતરંગો (progressive waves) કહે છે.**

8.3 તરંગોનું વર્ગીકરણ (Classification of Waves)

(i) યાંત્રિક તરંગો (Mechanical waves) : જે તરંગોને પ્રસરણ માટે સ્થિતિસ્થાપક માધ્યમની જરૂર છે તેવા તરંગોને યાંત્રિક તરંગો કહે છે. આવા તરંગો માધ્યમના સ્થિતિસ્થાપક ગુણધર્મને લીધે પ્રસરે છે. દા. ત., દોરી પરના તરંગો, પાણીની સપાટી પર પ્રસરતા તરંગો, ધ્વનિના તરંગો, ધરતીકંપના તરંગો (seismic waves). આ તરંગોની ખાસિયત એ છે કે તેઓ ન્યૂટનના નિયમોને અનુસરે છે.

(ii) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (Electromagnetic waves) : વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના પ્રસરણ માટે માધ્યમની જરૂર નથી. તે શૂન્યાવકાશમાં પણ પ્રસરણ પામે છે. આ પ્રકારના તરંગમાં, અવકાશમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો સાથે સંકળાયેલ વિક્ષોભ પ્રસરણ પામે છે. તેમાં કણોને બદલે બધા બિંદુઓ પર વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતાના સદિશો 'દોલન' કરે છે.

પ્રકાશના તરંગો, રેડિયો-તરંગો, માઈક્રોવેવ તરંગો, X–ray વિગેરે એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદાહરણો છે. (આ તરંગોની વધારે સમજૂતી ધોરણ 12માં મેળવશો.)

(iii) દ્રવ્ય-તરંગો (Matter waves) : દ્રવ્ય-તરંગો એ ગતિમાન ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટોન, ન્યુટ્રૉન અને બીજા મૂળભૂત કણો તેમજ અણુ અને પરમાણુઓ સાથે સંકળાયેલ છે. આ કણો દ્રવ્યની રચના કરતા હોવાથી તેને દ્રવ્ય-તરંગો કહે છે. આ પ્રકારના તરંગની વિભાવનાનો અભ્યાસ તમે ધોરણ 12માં કરશો. આધુનિક ટેક્નોલૉજીમાં આ તરંગની વિભાવના પરથી આધુનિક વૈજ્ઞાનિક ઉપકરણો બનાવવામાં આવ્યાં છે. ઉદાહરણ તરીકે, ઇલેક્ટ્રૉન સાથે સંકળાયેલ દ્રવ્ય-તરંગની વિભાવના પરથી ઇલેક્ટ્રૉન માઈક્રોસ્કૉપ વિકસાવવામાં આવેલ છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે ફક્ત યાંત્રિક-તરંગો વિશે અભ્યાસ કરીશું.

લંબગત તરંગ (Transverse wave) : જે તરંગમાં માધ્યમના કણોના સ્થાનાંતરની દિશા તરંગના પ્રસરણની દિશાને લંબ હોય, તેવા તરંગને **લંબગત તરંગ** કહે છે. પરિચ્છેદ 8.2 માં ચર્ચેલા દોરી પરના તરંગો એ લંબગત તરંગો છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (દા. ત. પ્રકાશના તરંગો) એ લંબગત તરંગો છે. આ તરંગોમાં એક તરફના મહત્તમ સ્થાનાંતરોને **શૃંગ (crest)** અને તેની વિરુદ્ધ દિશામાંના