

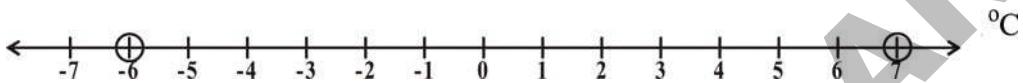
تھلیلی جیومٹری

## *Co-Ordinate Geometry*

05

## 5.1 تعارف

کیا آپ انھیں عددی خط پر ظاہر کر سکتے ہیں؟



یہاں عددی خط کسی مخصوص دن درجہ حرارت کو ظاہر کرنے کے لئے ہوا لے کی  
چڑی کے طور پر کام کر رہا ہے۔

آئیے متصدی تصویر میں ظاہر کی گئی صورت حال پر غور کریں۔ آٹھ افراد A، B، C، D، E، F، G اور H ایک قطار میں ٹھہرے ہوئے ہیں۔ ٹکٹ کا ونڈر کے لحاظ سے قطار میں A پہلا جب کہ H آخری شخص ہے۔ CAFE کی جانب سے H پہلا اور A آخری شخص ہو گا۔ آپ نے غور کیا ہو گا کہ ایک شے کی مقامی قدر اس کے مقام کی تبدیلی سے بدل جاتی ہے۔

ہم ایک اور مثال پر گفتگو کریں گے۔ کھلیل کے گھنٹے میں نہیں جماعت کے تمام طلباء ایک جگہ جمع ہوئے ہیں (جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے) کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ سدھا تصویر میں کہاں ٹھہری ہوئی ہے۔

راما نے کہا ”سدھاد وسرے کالم میں ٹھہری ہوئی ہے“

پیوانی نے کہا ”سدھا چوتھی صف میں ٹھہری ہوئی ہے“

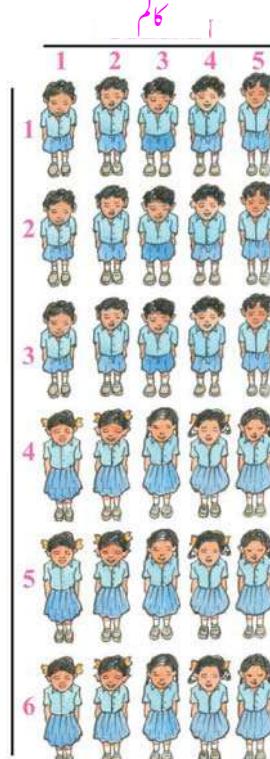
نسیمہ نے کہا ”سدھا دوسرے کالم اور چوتھی صفحہ میں ٹھہرے

کس نے درست اطلاع دی؟ نیسمہ کی دی گئی اطلاع کے مطابق کیا آپ سدھا کی شناخت

کر سکتے ہیں؟ کیا آپ مادھوری کے مقام کی نشان دہی کر سکتے ہیں؟ جو پہلے کالم اور پانچویں صفحہ میں  
ٹھہری ہوئی ہے؟

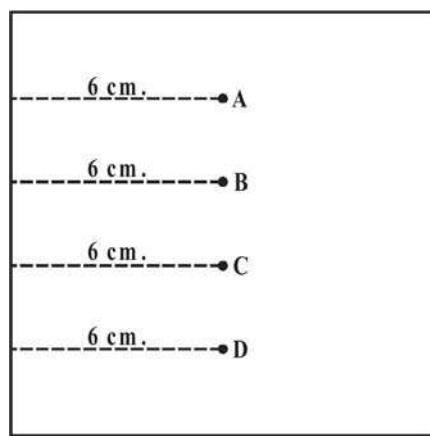
ان طلبہ کی نشاندہی کچھ جو حسب ذیل مقامات پر کھڑے ہوئے ہیں۔

(i) تیسرا کالم (چھٹی صفحہ) (ii) پانچواں کالم، دوسری صفحہ



اوپر کی مثال میں کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ آپ نے کتنے حوالوں پر غور کیا؟ وہ کونسے ہیں؟

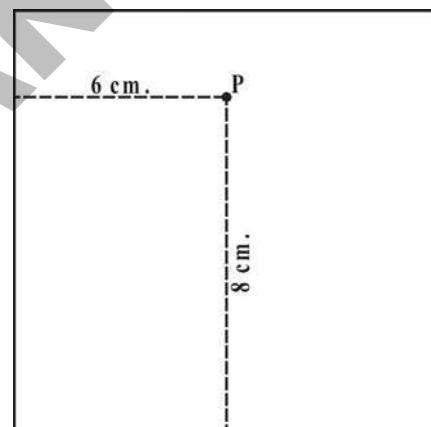
آئیے ہم ایک اور صورت حال پر غور کریں۔



ایک مدرس نے کاغذ کی شیٹ پر ایک نقطہ لگانے کے لئے کہا۔ مدرس نے نقطہ لگانے کے لیے اس طرح اشارہ دیا کہ ”نقطہ کاغذ کی بائیں جانب سے 6 سنتی میٹر کی دوری پر ہونا چاہئے“، چند طلباء نے دی گئی شکل کے مطابق نقطہ لگائے۔

شکل کے مطابق آپ کو نہیں نقطے کو درست سمجھتے ہیں، چوں کہ A، B، C، اور D کاغذ کی بائیں جانب سے 6 سمر کی دوری پر ہیں، اس لئے کسی بھی نقطے کو غلط نہیں سمجھا جا سکتا۔ نقطے کے حقیقی مقام کو متعین کرنے کے لئے کوئی مزید معلومات کی ضرورت ہے؟ نقطے کے حقیقی مقام کے تعین کے لئے ایک اور حوالے یعنی پیپر شیٹ پر اوپری یا پچھلی سطح سے فاصلہ دیا جانا ضروری ہے۔

فرض کیجئے کہ مدرس نے کہا کہ نقطہ پیپر شیٹ کی بائیں جانب سے 6 سمر اور پچھلی جانب سے 8 سمر کی دوری پر واقع ہے۔ مذکورہ وضاحت سے کتنے نقاط لگائے جاسکتے ہیں؟ صرف ایک ہی نقطہ لگایا جا سکتا ہے۔ اس لئے ایک نقطے کے تعین کے لئے کتنے حوالوں کی ضرورت ہے؟ ایک نقطے کے حقیقی مقام کو متعین کرنے کے لئے ہمیں دو حوالوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ نقطے کے مقام کو (6,8) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ اگر یہ کہتے ہیں کہ ”ایک نقطہ اوپری سطح سے 7 سمر کی دوری پر لگایا گیا ہے“، تو کیا آپ اس کا حقیقی مقام بتاسکتے ہیں؟ اپنے دوستوں سے اس پر گفتگو کیجئے۔



اپنے کمرہ جماعت میں کسی پانچ طلباء کی نشستوں کی نشاندہی کیجئے۔

### عملی کام (حلقہ کا محل)



کیا آپ نے مختلف نمائشوں میں ”رِنگ کیم“، کو دیکھا، صفحہ اور کالم میں جماں گئی اشیاء پر ہم رنگ پھینکتے ہیں۔ حسب ذیل تصویر پر غور کیجئے۔

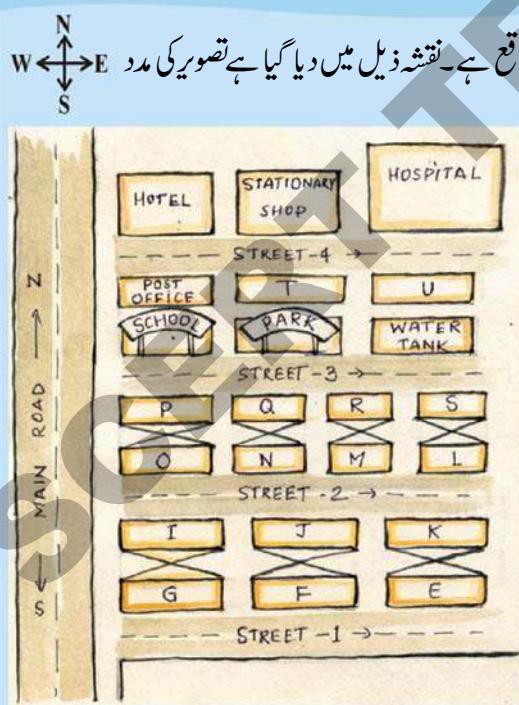
## حسب ذیل جدول کو مکمل کیجئے



اشیاء	کالم	صف	مقام
پرس	3	4	(3,4)
دیاسٹری کی ڈبیہ	.....	3	( ,3)
Clip	.....	.....	.....
گڑیا	.....	.....	.....
صابن	.....	.....	.....

تیسرا کالم اور پچھی صف میں موجود شئے کیا وہی ہے جو چوتھے کالم اور تیسرا صف میں موجود ہے؟  
دو ہوالوں کی مدد سے ایک نقطے کے اظہار سے ریاضی کی ایک نئی شاخ کو فروغ حاصل ہوا جسکو تخلیلی جیومٹری کے نام سے جانا جاتا ہے۔  
فرانسیسی ریاضی دال و فلسفی ”رینے ڈیکارت“ (1590-1650) نے تخلیلی جیومٹری کو فروغ دیا۔ اس نے الجبرا میں مساواتوں اور جیومٹری کی اشکال کے درمیان تعلق کو معلوم کیا۔ اس باب میں ہم مستوی پر نقطہ لگانے کے تعلق سے بحث کریں گے۔

## مشق - 5.1



- ایک بستی میں شمالاً۔ جنوب آسمت میں ایک سڑک واقع ہے۔ نقشہ ذیل میں دیا گیا ہے تصویری کی مدد سے حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے۔
- گلی نمبر 3 میں باہمی جانب تیسرا عمارت کون سی ہے؟
- گلی نمبر 2 میں دوسرا گھر کا نام معلوم کیجئے۔
- مسٹر K کے گھر کی نشان دہی کیجئے۔
- پوسٹ آفس کی آپ کس طرح نشاندہی کریں گے؟
- آپ کس طرح ہسپتال کا مقام طاہر کریں گے؟

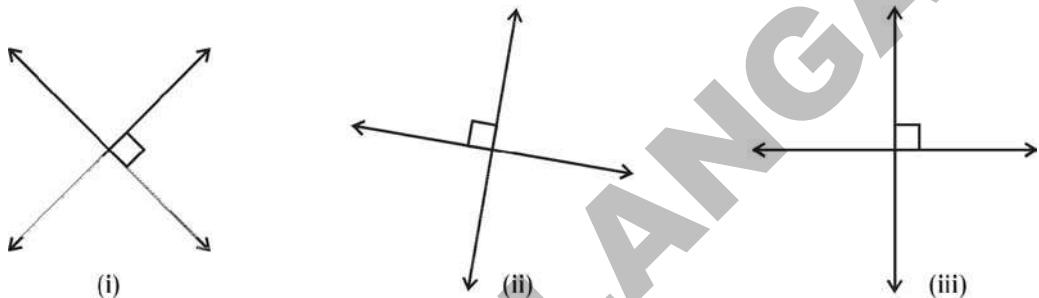
## 5.2 کارتیزی نظام

ہم عددی خط پر مختلف قسم کے اعداد کو نقاط کے استعمال سے ظاہر کرتے ہیں۔ ذیل کے عددی خط کا مشاہدہ کریں گے۔

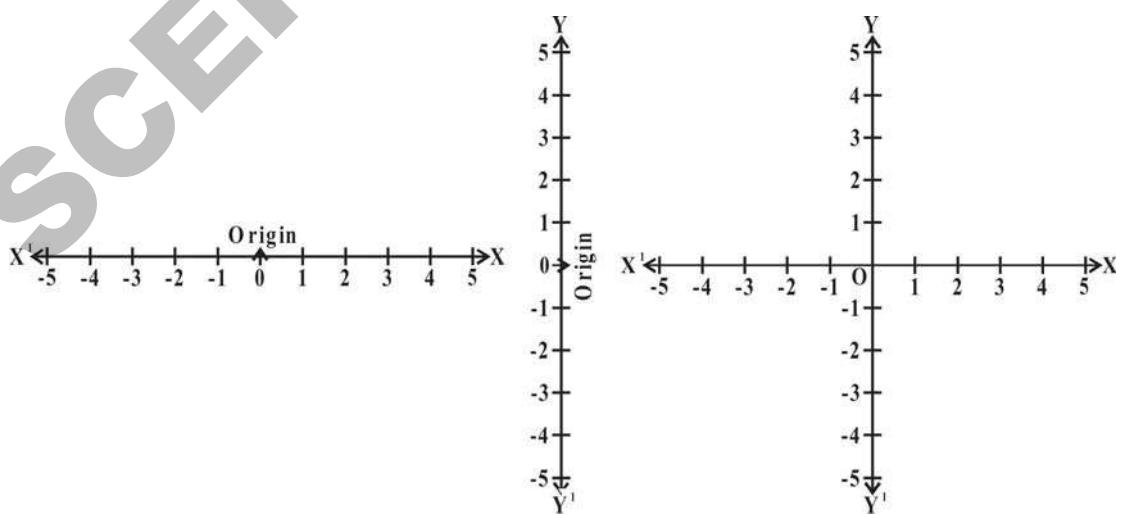


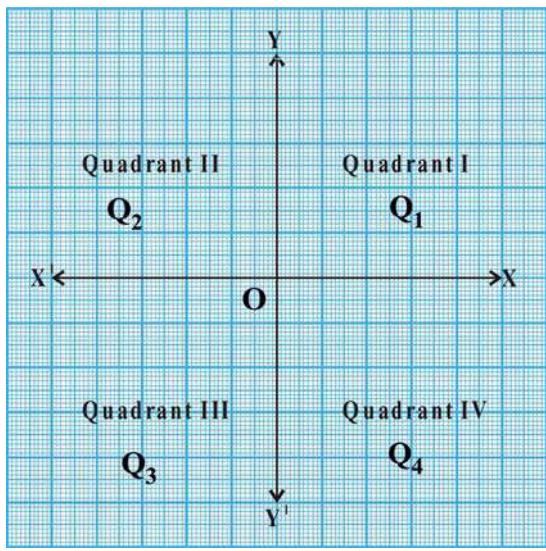
ہمیں معلوم ہے کہ عددی خط پر جس مقررہ نقطے سے مساوی فاصلے بنائے گئے ہیں اسے مبدأ (Origin) کہتے ہیں اور اسے O سے ظاہر کرتے ہیں۔

مستوی میں ہم دو خطوط لیتے ہیں جو ایک دوسرے پر عمودوار ہیں۔ ہم ان دو خطوط کے لحاظ سے ایک نقطے کا تعین کرتے ہیں۔



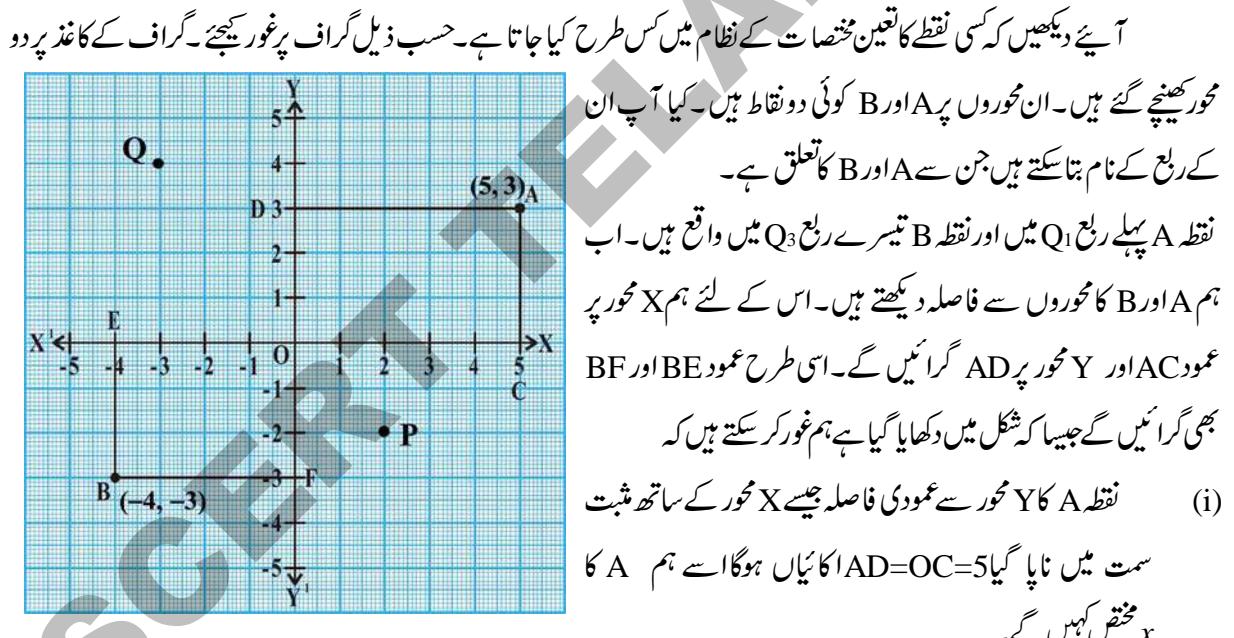
عمودوار خطوط کسی بھی سمت میں ہو سکتے ہیں جس طرح شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لیکن جب ہم ان دو خطوط کو کسی نقطے کے تعین کے لئے انتخاب کرتے ہیں تو آسانی کے لئے ہم ایک افقی اور دوسرے عمودی خط لیتے ہیں جس طرح شکل (iii) میں ہے۔ ہم ایک افقی عددی خط اور ایک عمودی خط کھینچیں گے جو ایک نقطہ پر ایک دوسرے پر عمودوار ہیں، نقطہ تقاطع کو مبدأ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ افقی خط XX' کو x محور اور عمودی خط YY' کو y محور کے نام سے جانا جاتا ہے۔





جس نقطے پر 'X' اور 'Y' ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اس کو مبدأ کہتے ہیں اور اس کو 'O' سے ظاہر کیا جاتا ہے چون کہ ثبت اعداد  $\overrightarrow{OX}$  سمت میں پائے جاتے ہیں اس لئے اس کو X محور کی ثبت سمت کہتے ہیں۔ اسی طرح  $\overrightarrow{OY}$  کو ثبت Y محور کہتے ہیں۔ 'OX' اور 'OY' کو بالترتیب X محور اور Y محور کی متقابلی سمت کہا جاتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دو محور مستوی کو چار حصوں، میں تقسیم کرتے ہیں۔ ان چاروں حصوں کو اربعہ (ریون کی جمع) کہا جاتا ہے اور انھیں سمت ساعت میں  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  کا نام دیا جاتا ہے۔ مستوی کو یہاں کا رتیزی مستوی (رینے ڈیکارٹی) کے نام پر یا تخلیلی مستوی یا XY مستوی کہتے ہیں، محوروں کو مختصات کے محور کہا جاتا ہے۔

### 5.2.1 کسی نقطے کا تعین



آئیے دیکھیں کہ کسی نقطے کا تعین مختصات کے نظام میں کس طرح کیا جاتا ہے۔ حسب ذیل گراف پر غور کیجئے۔ گراف کے کاغذ پر دو محور کھینچ گئے ہیں۔ ان محوروں پر A اور B کوئی دوننقاط ہیں۔ کیا آپ ان کے ریون کے نام بتاسکتے ہیں جن سے A اور B کا تعلق ہے۔

نقطہ A پہلے ریون  $Q_1$  میں اور نقطہ B تیسرا ریون  $Q_3$  میں واقع ہیں۔ اب ہم A اور B کا محوروں سے فاصلہ دیکھتے ہیں۔ اس کے لئے ہم X محور پر عمودی AC اور Y محور پر AD گرائیں گے۔ اسی طرح عمودی BE اور BF بھی گرائیں گے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے ہم غور کر سکتے ہیں کہ

(i) نقطہ A کا Y محور سے عمودی فاصلہ جیسے X محور کے ساتھ ثابت سمت میں ناپا گیا  $AD=OC=5$  اکا یاں ہوگا اسے ہم A کا x مختص کہیں گے۔

(ii) نقطہ A کا Y محور سے عمودی فاصلہ جیسے y محور کے ساتھ ثابت سمت میں ناپا گیا ہو گا  $AC=OD=3$  اکا یاں اہوگا۔ اسے ہم A کا y مختص کہیں گے۔

اس لئے A کے مختصات  $(5, 3)$  ہوں گے۔

(iii) نقطہ B کا Y محور سے عمودی فاصلہ جسے X محور کے ساتھ مبنی سمت میں ناپاگیا ہو 4=BF=OE اکا یاں ہوگا یعنی X محور پر 4۔ اسے  $x$  مختص کہیں گے۔

(iv) نقطہ B کا X محور سے عمودی فاصلہ جسے Y محور کے ساتھ مبنی سمت میں ناپاگیا ہو 3=OF=EB اکا یاں ہوگا یعنی Y محور پر 3۔ اسے  $y$  مختص کہیں گے اور (3,-4)۔ نقطہ B کے مختصات ہوں گے۔

ان فاصلوں کا استعمال کرتے ہوئے ہم کس طرح نقطے کا تعین کر سکیں گے۔ ہم حسب ذیل طریقے سے ایک نقطے کے مختصات لکھیں گے۔

(a) نقطے کا  $x$  مختص مبدے سے X محور پر گرائے گئے عمود کے قدم تک کا فاصلہ ہے

$x$  مختص کو طولی مختص یا فاصلہ abscissa بھی کہتے ہیں۔

$P$  کا  $x$  مختص (طولی مختص) 2 ہے۔

$Q$  کا  $x$  مختص (طولی مختص) 3 ہے۔

(b) نقطے کا  $y$  مختص مبدے سے Y محور پر گرائے گئے عمود کے قدم کا فاصلہ ہے۔

$y$  مختص کو عرض مختص (معین) coordinate بھی کہتے ہیں۔

$P$  کا  $y$  مختص یا عرضی مختص 2 ہے۔

$Q$  کا  $y$  مختص یا عرضی مختص 4 ہے۔

اس لئے p کے مختصات (-2, 2) اور Q کے مختصات (3, 4) ہیں۔ اس لئے مختصات کے استعمال سے کسی مستوی میں نقطے کا منفرد انداز میں تعین کیا جا سکتا ہے۔

### 5.2.2 مبدأ

1. X محور اور Y محور کے نقطہ تقاطع کو مبدأ کہا جاتا ہے۔ مستوی میں ہم مبدے کو دیگر نقاط کے تعین کے لئے بنیاد کے طور پر لیتے ہیں۔

**مثال 1:** حسب ذیل نقاط کے  $x$  مختص (فصلہ) اور  $y$  مختص (معین) کی نشاندہی کرتے ہوئے ہر ایک نقطہ کا مقام معین کیجئے۔

(i) P (8, 8)

(ii) Q(6, -8)

حل: (i) P(8, 8)

$x$  مختص (طولی مختص) = 8       $y$  مختص (عرضی مختص) = 8

نقطہ p, y محور سے 8 اکا یوں کے فاصلہ پر موجود ہے جب کہ اسکو مبدے سے X محور کی ثبت سمت میں ناپا جائے۔ چوں کہ اس نقطے کا  $y$  مختص 8 ہے۔ اس لیئے نقطہ مبدے سے Y محور کی ثبت سمت میں X محور سے 8 اکا یوں کے فاصلے پر واقع ہے

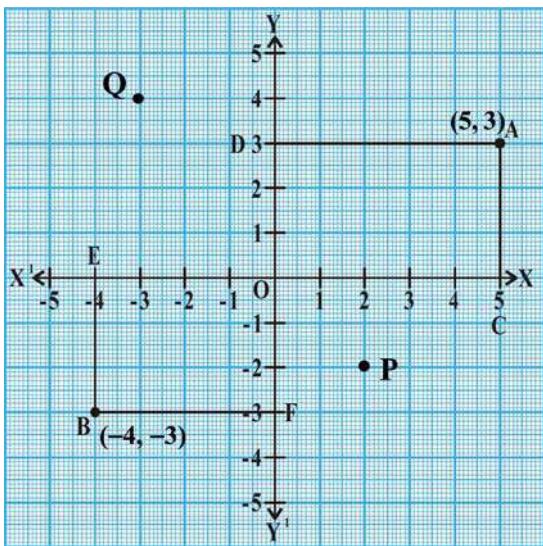
Q(6, -8) - II

$x$  = 6       $y$  = -8       $x$  مختص       $y$  مختص

نقطہ Q, Y محور سے 6 اکا یوں کے فاصلے پر جب کہ اسے مبدے سے X محور کی ثبت سمت میں اور Y محور کی شکل کی مبنی سمت میں۔ X محور سے 8 اکا یوں کے فاصلے پر موجود ہے۔

**مثال 2:** گراف پر بنائے گئے نقاط کے مختصات لکھیں۔

**حل:** 1- نقطہ P سے X محور پر ایک عمود گرا ہے۔ یہ عمودی خط X محور پر 4 کا نیوں پر چھوئے گا۔ اس لیے P کا طولی مختص 4 ہو گا۔ اس طرح P



سے Y محور پر بھی ایک عمود گرا ہے۔ یہ عمودی خط Y محور پر

13 کا نیوں پر چھوئے گا۔ اس لیے P کا عرضی مختص 3 ہو گا۔

لہذا P کے مختصات (3, 4) ہوں گے۔

2- اس طرح نقطہ Q کے طولی اور عرضی مختص با ترتیب 4 اور 5 ہوں گے۔ اس لیے Q کے مختصات (4, 5) ہوں گے۔

3- گزشتہ کے حل کے مطابق نقطہ R کے طولی اور عرضی مختص

با ترتیب 2 اور 4 ہیں۔ اس لیے R کے مختصات (-2, 4) ہیں۔

4- نقطہ S کے معین اور فصلہ با ترتیب 4 اور 5 ہیں۔ اس لیے

S کے مختصات (5, 4) ہوں گے۔

**مثال 3:** گراف پر بنائے گئے نقاط کے مختصات لکھئے۔

**حل:** نقطہ A، Y محور سے 3 کا نیوں کے فاصلے پر اور X محور سے صفر

اکائیوں کے فاصلے پر واقع ہے۔ اس لئے A کا مختص 3 اور

عرضی مختص 0 ہے۔ اس لئے A کے مختصات (3, 0) ہیں۔

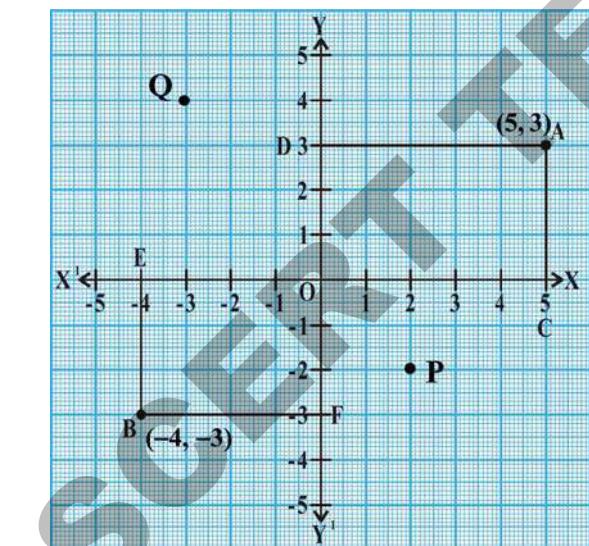
چنانچہ غور کرتے ہوئے بتائیے کہ

(i) B کے مختصات (2, 0) ہیں۔ کیوں؟

(ii) C کے مختصات (-1, 0) ہیں۔ کیوں؟

(iii) D کے مختصات (-2.5, 0) ہیں۔ کیوں؟

(iv) E کے مختصات (-4, 0) ہیں۔ کیوں؟



جیسا کہ ہم نے شکل میں دیکھا ہے، X محور پر موجود ہر نقطہ X محور پر کوئی فاصلہ نہیں رکھتا۔ اس لیے X محور پر موجود کسی نقطے کا Y مختصہ صفر رہے گا۔

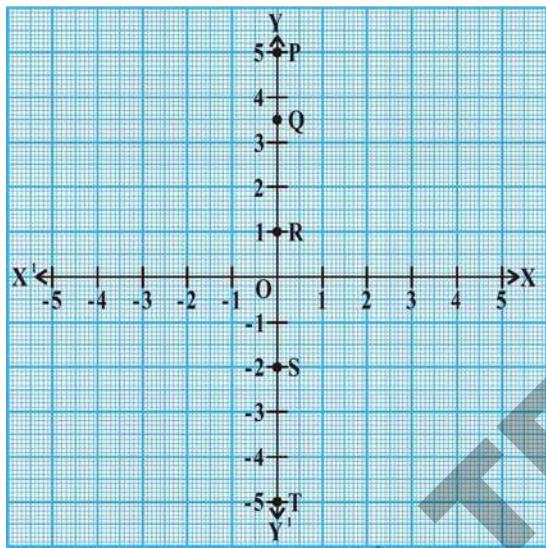
X محور کو مساوات 0 = Y سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



1. ذیل میں دیئے گئے نقاط میں سے چند نقاط X محور پر پائے جاتے ہیں، ان کی شناخت کیجئے۔

- |             |              |             |
|-------------|--------------|-------------|
| (i) (0,5)   | (ii) (0,0)   | (iii) (3,0) |
| (iv) (-5,0) | (v) (-2,-3)  | (vi) (-6,0) |
| (vii) (0,6) | (viii) (0,a) | (ix) (b,0)  |

**مثال 4** گراف پر بنائے گئے نقاط کے مختصات لکھئے۔  
حل:



- (i) نقطہ P، X محور سے 5+ اکائیوں کے فاصلے پر اور Y محور پر صفر فاصلے پر موجود ہے۔ اس لئے P کا X مختص 0 اور Y مختص 5 ہے۔ اس لئے P کے مختصات (0,5) ہیں۔  
غور کرتے ہوئے بتائیے کہ  
Q کے مختصات (0,3.5) ہیں کیوں؟ (ii)  
R کے مختصات (0,1) ہیں کیوں؟ (iii)  
S کے مختصات (0,-2) ہیں کیوں؟ (iv)  
T کے مختصات (0,-5) ہیں کیوں؟ (v)

چوں کہ Y محور پر موجود ہر نقطے کا Y محور کے ساتھ کوئی فاصلہ نہیں ہے۔ اس لئے Y محور پر موجود نقطے کا X مختص ہمیشہ صفر ہے گا۔ Y محور کو مساوات  $x=0$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

### 5.2.3 مبدے کے مختصات

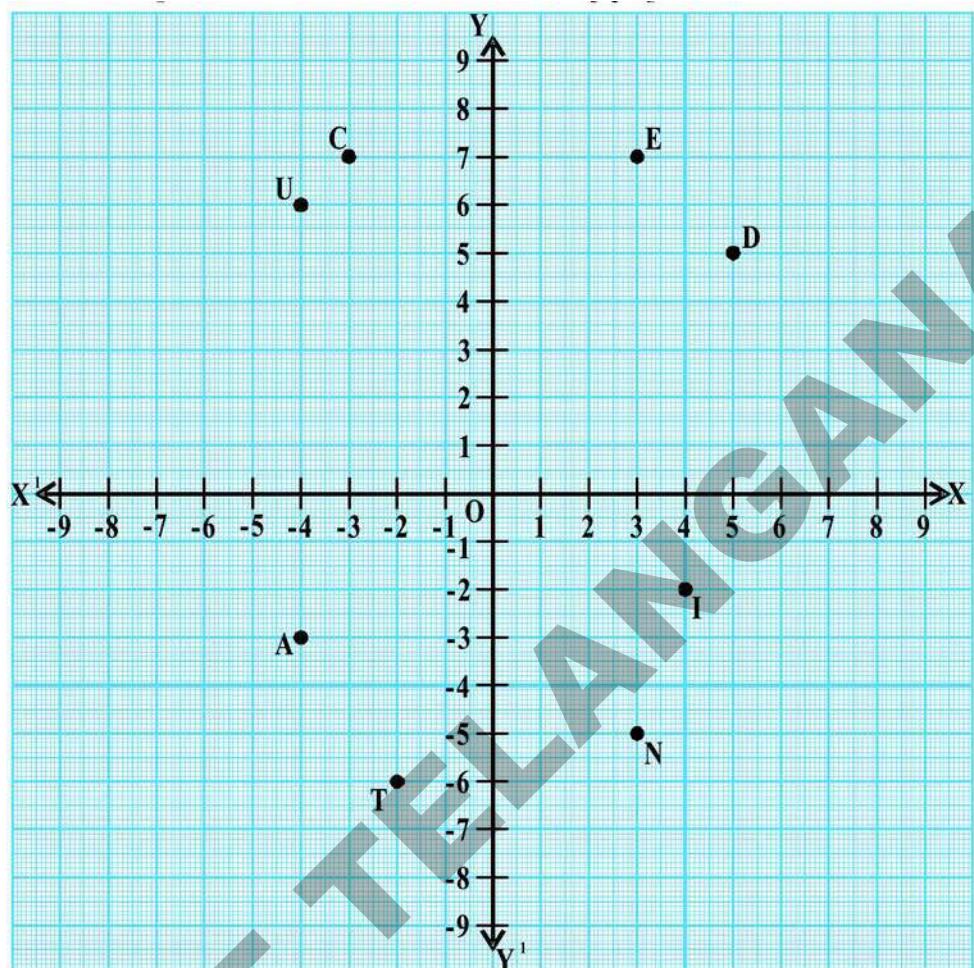
نقطہ 0، Y محور پر ہے۔ اس کا Y محور سے فاصلہ صفر ہے۔ اس لئے اس کا X مختص صفر ہے۔ علاوہ ازیں یہ نقطہ X محور پر بھی ہے۔ اس لئے اس کا X محور سے فاصلہ صفر ہے۔ اس لئے اس کا Y مختص صفر ہے۔  
اس لئے مبدأ O ' کے مختصات (0,0) ہوں گے۔



1. نقاط  $(0,x)$ ،  $(0,y)$  اور  $(0,-5)$  کس محور پر ہیں؟ کیوں؟

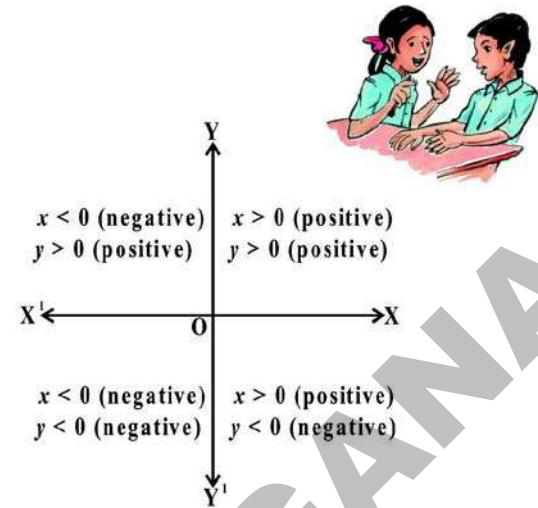
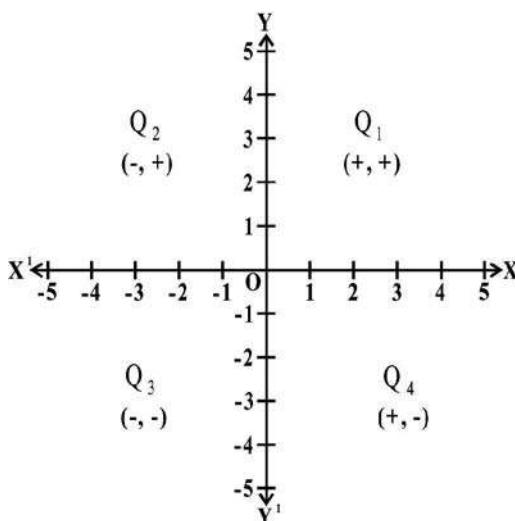
2. X محور پر پائے جانے والے نقاط کی عام شکل کیا ہوگی؟

**مثال 5** - حسب ذیل جدول کی بنیاد پر بنائے گئے جدول کو مکمل کیجئے۔



نقطہ	معین	فصلہ	خصائص	ربع	خصائص کی علامتیں
E	3	7	E (3,7)	Q <sub>1</sub>	(+, +)
D	.....	.....	.....	.....	.....
U	-4	6	U (-4,6)	.....	(-, +)
C	.....	.....	.....	.....	.....
A	-4	-3	A (-4, -3)	.....	(-, -)
T	.....	.....	.....	.....	.....
I	4	-2	I (4, -2)	.....	(+,-)
O	.....	.....	.....	.....	.....
N	.....	.....	.....	.....	.....

دیئے گئے جدول سے آپ نے کسی نقطے پر کے مختصات اور رابع جس میں نقطہ پایا جاتا ہے، کے درمیان رشتہ پر غور کیا ہوگا۔



### مشق 5.2



1. رابع Quadrant کھٹے جس میں حسب ذیل نقاط موجود ہیں۔

- |              |               |                |                 |
|--------------|---------------|----------------|-----------------|
| i) $(-2, 3)$ | ii) $(5, -3)$ | iii) $(4, 2)$  | iv) $(-7, -6)$  |
| v) $(0, 8)$  | vi) $(3, 0)$  | vii) $(-4, 0)$ | viii) $(0, -6)$ |

2. حسب ذیل نقاط کے طولی اور عرضی مختص کیا ہیں۔ کھٹے؟

- |              |               |               |              |
|--------------|---------------|---------------|--------------|
| i) $(4, -8)$ | ii) $(-5, 3)$ | iii) $(0, 0)$ | iv) $(5, 0)$ |
| v) $(0, -8)$ |               |               |              |

3. حسب ذیل میں سے کون سے نقاط محوروں پر پائے جاتے ہیں؟ محور کا نام بتائیے۔

- |               |               |                |               |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| i) $(-5, -8)$ | ii) $(0, 13)$ | iii) $(4, -2)$ | iv) $(-2, 0)$ |
| v) $(0, -8)$  | vi) $(7, 0)$  | vii) $(0, 0)$  |               |

4. گراف دیکھتے ہوئے حسب ذیل کے جوابات لکھئے۔

L کا عرضی مختص (Y مختص) (i)

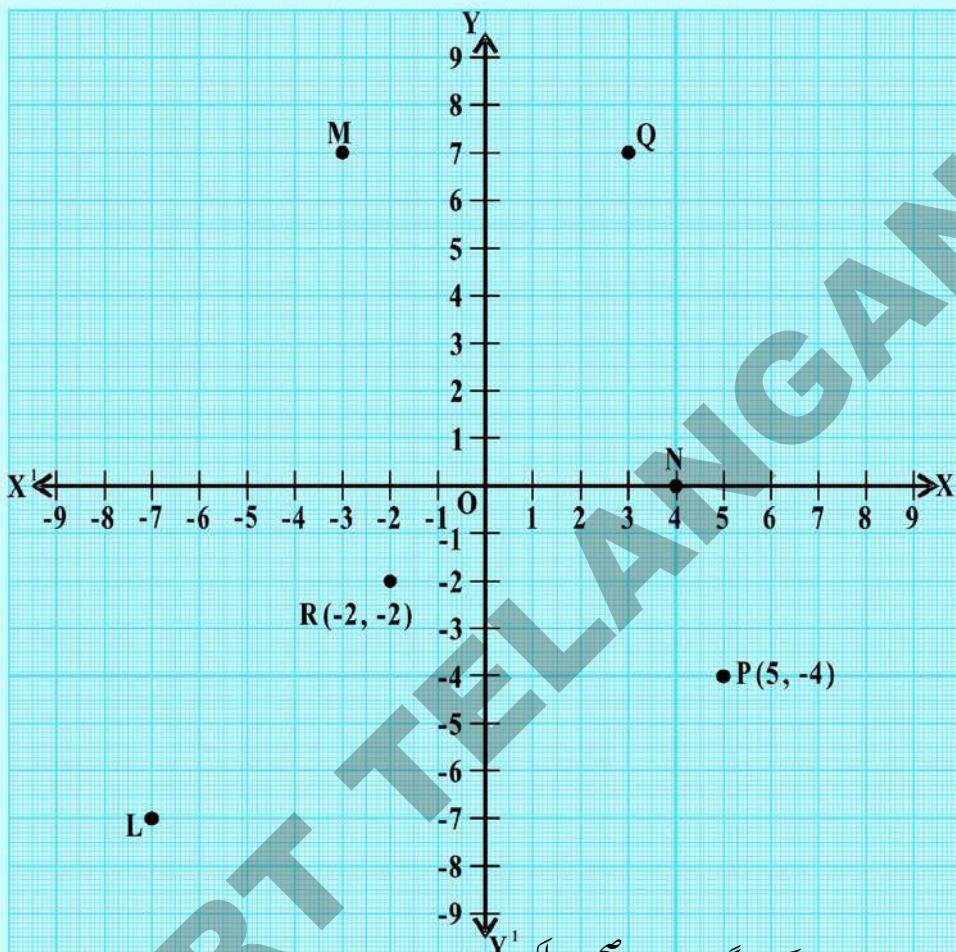
Q کا عرضی مختص (Y مختص) (ii)

(-2, 2) سے ظاہر کیا گیا نقطہ (iii)

(iv) سے ظاہر کیا گیا نقطہ (5,-4)

(v) N کا طویل مختص (x مختص)

(vi) M کا طویل مختص (X مختص)



5. صادق یا کاذب بیان کیجئے۔ اگر کاذب ہو تو صحیح بیان لکھیے۔

(i) کارتیزی مستوی میں افقي خط کو Y محور کہتے ہیں۔

(ii) کارتیزی مستوی میں عمودی خط کو Y محور کہتے ہیں۔

(iii) وہ نقطے جو دونوں محوروں پر پایا جاتا ہے، مبدأ کہلاتا ہے۔

(iv) (2,-3) ربع سوم ( $Q_3$ ) میں پایا جاتا ہے

(v) (-5,-8) ربع چہارم ( $Q_4$ ) میں پایا جاتا ہے

(vi)  $y < 0$ ,  $x > 0$ ,  $y < 0$ ,  $x < 0$  میں پایا جاتا ہے جہاں

6. گراف پر حسب ذیل مرتب جوڑوں کا تعمین کیجئے۔ آپ کیا غور کرتے ہیں؟

i.  $(1, 0), (3, 0), (-2, 0), (-5, 0), (0, 0), (5, 0), (-6, 0)$

ii.  $(0, 1), (0, 3), (0, -2), (0, -5), (0, 0), (0, 5), (0, -6)$

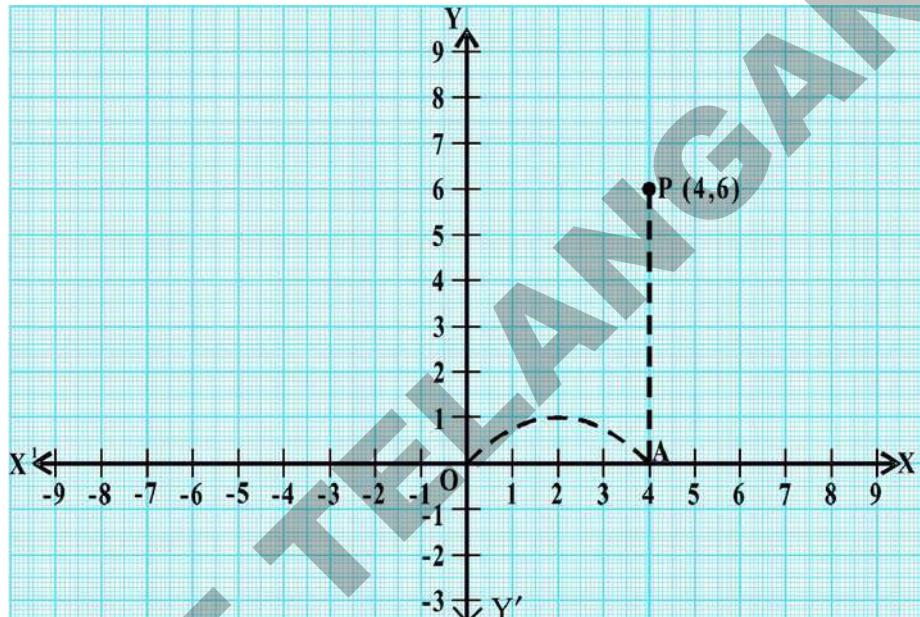
5.3 کارتیزی مستوی پر کسی نقطے کا تعین جب کہ اس کے مختصات دیئے گئے ہیں۔

ہم دیکھے چکے ہیں کہ کسی کارتیزی مستوی پر نقاط کے مقامات کو کس طرح پڑھایا جاتا ہے۔ اب ہم کسی نقطے کی نشاندہی کرنا سیکھیں گے۔ اگر اس کے مختصات دیئے جائیں۔

**مثال 6۔** مثال کے طور پر آپ نقطہ (4,6) کا کس طرح تعین کریں گے۔

کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ نقطہ P کس ریج میں ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ طولی مختص (X مختص) 4 اور عرضی مختص (Y مختص) 6 ہے۔



∴ یہ نقطہ ریج اول میں موجود ہے۔

نقطہ P(4,6) کے تعین کے لئے حسب ذیل طریقہ کارپر عمل کیا جائے گا۔

☆ ایک گراف پیپر پر عمود و ارعدی خط کھینچئے جو ان کے صفر پر ایک دوسرے سے ملتے ہیں۔ افقی خط کو X محور اور انتہائی (عمودی) خط

کو Y محور کا نام دیجئے۔ اور دونوں خطوط کے ملنے کے مقام کو مبدأ 'O' سے نشاندہی کیجئے۔

☆ X مختص کو زہن میں رکھتے ہوئے صفر (مبدأ) سے گناہروں کیجئے۔

☆ X محور کی ثابت سمت میں 4 کا لیٹی آگے جائیے۔ یعنی صفر سے سیدھی جانب اور نقطہ A لگائیے۔

☆ A سے 6 کا لیٹیاں اور ثابت Y محور کی سمت اس کے متوازی جائیے۔

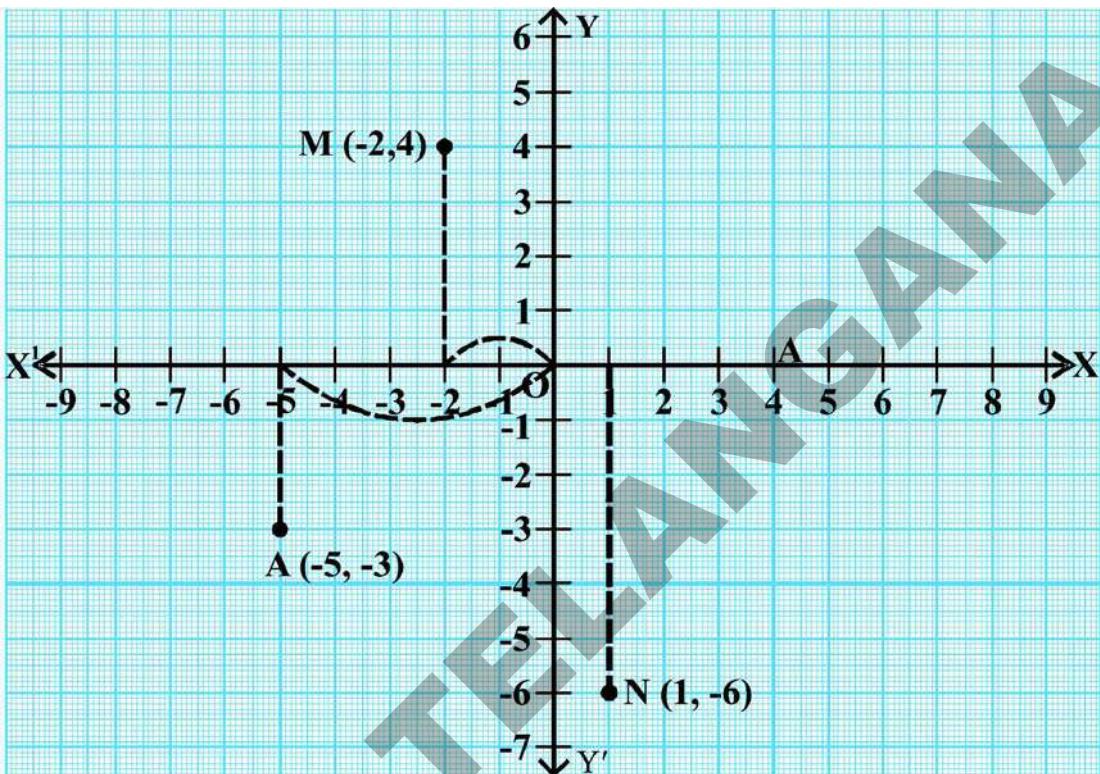
☆ نقطہ P کا تعین (4,6) کے طور پر کیجئے۔

مذکورہ طریقے سے کسی کارتیزی مستوی میں X اور Y مختصات کے استعمال سے کسی نقطہ کا تعین، نقطہ کی پلاٹنگ کیا جاتا ہے۔

**مثال 7۔** کارتیزی مسٹوی پر حسب ذیل نقاط کا تینیں کیجئے۔

- (i) M (-2 , 4) (ii) A (-5 , -3) (iii) N (1 , -6)

حل: X محور اور Y محور بنائیے۔



(i) کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ نقطہ M کو نے ربع میں واقع ہوگا۔ کیوں کہ  $X < 0, Y > 0$  یہ نقطہ دوسرے ربع میں واقع ہوگا۔ آئیے اس نقطے کے مقام کا تینیں کرتبے ہیں۔

M(-2 , 4): صفر سے شروع کیجئے۔ O سے شروع کرتے ہوئے منقی X محور کی طرف بائیں جانب 2 کا یاں جائیے۔

یہاں سے ثابت Y محور کے متوازی یعنی اوپر کی جانب 4 کا یاں جائیے اور اسے (4, -2) کہئے۔

(ii) A(-5 , -3) یہ نقطہ تیسرا ربع میں واقع ہوگا۔ صفر سے مبدأ پر شروع کیجئے۔

O سے 5 کا یاں بائیں جانب یعنی منقی X محور کے متوازی چلئے۔

یہاں سے منقی Y کے متوازی محور یعنی نیچے کی سمت 3 کا یاں جائیے۔

(iii) N(1 , -6) مبدأ پر صفر سے شروع کیجئے۔ یہ نقطہ چوتھے ربع میں واقع ہوگا۔

ثابت X محور کے متوازی یعنی صفر کے سیدھی جانب 1 کا یاں چلئے۔

یہاں سے منقی Y محور کے متوازی یعنی نیچے کی جانب 6 کا یاں چلئے۔



### کارتیزی مستوی پر حسب ذیل نقاط کا تعین کیجئے۔

1. B (-2, 3)      2. L (5, -8)      3. U (6, 4)      4. E (-3, -3)

**مثال 8:** نقاط (2, -4) اور (-2, 4) اور (4, -2) اور (-4, 2) کو کارتیزی مستوی پر متعین کیجئے۔ کیا یہ مختصات ایک ہی نقطہ کی نشاندہی کرتے ہیں۔

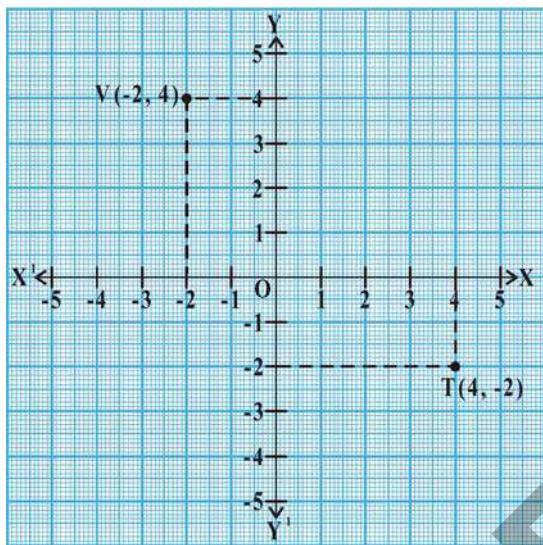
**حل:** اس مثال میں ہم کو دونوں نقاط (2, -4) اور (-2, 4) اور (4, -2) اور (-4, 2) کا تعین کرنا ہے۔

کیا یہ نقاط (2, -4) اور (4, -2) اور (-4, 2) مختلف مقامات پر ہیں؟ سوچئے۔

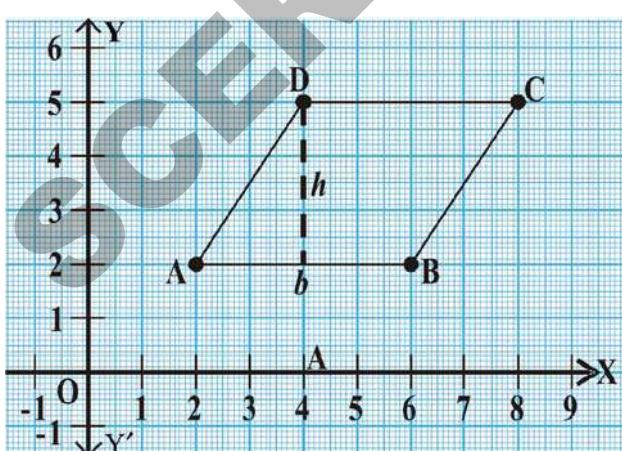
ہم دیکھتے ہیں کہ (-2, 4) اور (+4, -2) مختلف مقامات پر ہیں۔ اس عمل کو نقاط B(-5, 4), A(4, -5), Q(3, 8), P(8, 3) اور (3, 8) سے دھرا بیٹائیے کہ نقطہ (x, y) نقطہ (y, x) سے مختلف ہے یا نہیں۔

مذکورہ پلاٹنگ سے یہ واضح ہو جاتا ہے کہ کارتیزی مستوی (x, y) سے مختلف ہوتا ہے۔ یعنی x اور y کی ترتیب اہم ہوتی ہے۔

لہذا (x, y) کو مرتب جوڑ (Ordered Pair) کہتے ہیں۔ اگر  $y \neq x$  ہو تو مرتب جوڑ  $(x, y) \neq (y, x)$  مرتب جوڑ کے، تاہم اگر  $x = y$  تو  $(x, y) = (y, x)$



**مثال 9:** نقاط (2, 2), A(2, 5), B(6, 2), C(8, 5) اور D(4, 5) کو ترسیکی کا غذر پر متعین کرو؟ ان نقاط کو ملاتے ہوئے متوازی الاضلاع بناؤ اور اس کا رقبہ دریافت کرو؟



**حل:**

تمام نقاط پہلے ربع میں واقع ہوں گے۔

(ترسم) گراف کی مدد سے  $b = 4$  اکائیاں

$$h = 3 \text{ اکائیاں}$$

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعده  $\times$  ارتفاع

$$4 \times 3 =$$

$$12 \text{ مربع اکائیاں} =$$

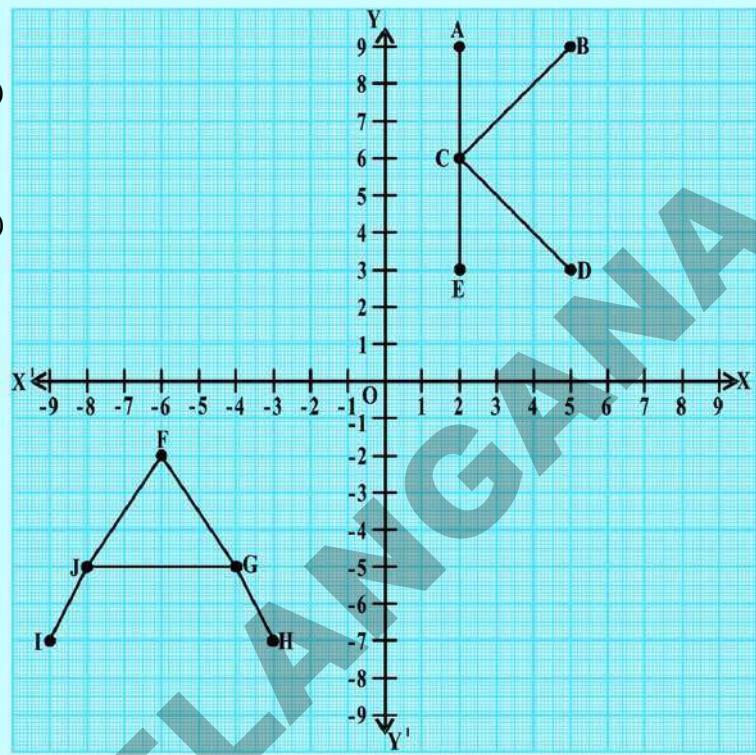


نقطے E اور D, C, B, A کے  
خواص لکھیے۔

نقطے J, I, H, G, F کے خواص  
لکھئے۔

(i)

(ii)



### مشق 5.3



1. کارتیزی مسٹوی میں ذیل کے نقاط متعین کیجئے جن کے x اور y خواص دیے گئے ہیں۔

x	2	3	-1	0	-9	-4
y	-3	-3	4	11	0	-6
$(x, y)$						

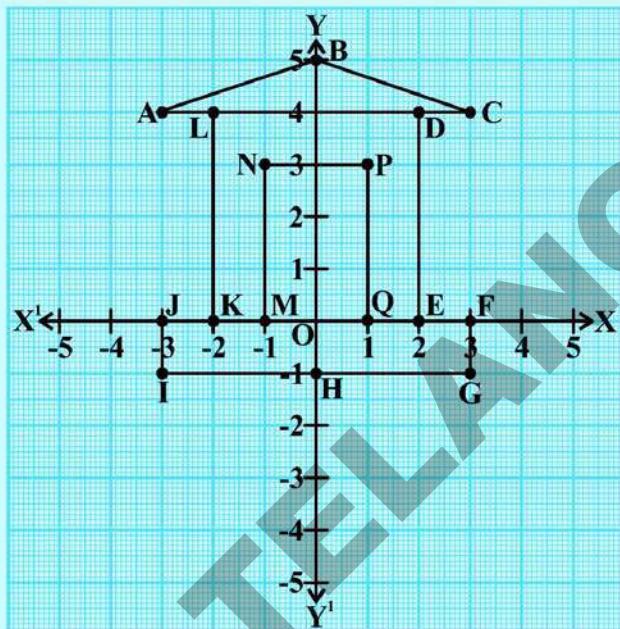
کیا نقطے (8, -5) اور (-8, 5) مساوی ہیں۔ اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔ .2

نقطے (1, 2), (1, 3), (1, 0), (1, -4) اور (8, 1) کے مقام کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں۔ ترسیم کاغذ پر متعین کیجئے۔ .3

نقطے (5, 4), (3, 4), (0, 4), (-4, 4) اور (-2, 4) کے مقام کے بارے میں آپ کیا کہیں گے ان نقاط کو ترسیم کا غذ پر متعین کرتے ہوئے اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔ .4

(0, 0), (0, 3), (4, 3), (4, 0) کو ترسیم کا غذ پر ظاہر کیجئے ابھی خطوط مستقيمه سے ملاتے ہوئے مستطيل بنائیے۔ مستطيل کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔ .5

6. نقاط  $(3, 0)$ ,  $(0, 3)$  اور  $(4, 7)$  کو گراف شیٹ پر ظاہر کیجئے انہیں خط مستقیم سے ملاتے ہوئے مثلث بنائیں اور اس کارقبہ معلوم کریں۔
7. گراف شیٹ پر کم از کم چھ نقاط بیجئے۔ ہر نقطے کے مختصات کا حاصل جمع 5 ہونا چاہیے۔ اشارہ :  $(1, 4)$ ,  $(-2, 7)$
8. دی ہوئی ترسیم پر غور کیجئے نقاط A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P اور Q کے مختصات لکھئے۔



9. ترسیمی کا غذر پر نقاط کی جوڑیوں کا تعین کرتے ہوئے انہیں خطوط سے ملائیے۔
- |                         |                         |                          |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| i. $(2, 5), (4, 7)$     | ii. $(-3, 5), (-1, 7)$  | iii. $(-3, -4), (2, -4)$ |
| iv. $(-3, -5), (2, -5)$ | v. $(4, -2), (4, -3)$   | vi. $(-2, 4), (-2, 3)$   |
| vii. $(-2, 1), (-2, 0)$ | viii. $(4, 7), (4, -3)$ | ix. $(4, -2), (2, -4)$   |
| x. $(4, -3), (2, -5)$   | xi. $(2, 5), (2, -5)$   | xii. $(-3, 5), (-3, -5)$ |
| xiii. $(-3, 5), (2, 5)$ | xiv. $(-1, 7), (4, 7)$  |                          |
- اب آپ ایک عجیب قسم کی شکل حاصل کریں گے۔ غور سے دیکھ کر بتائیے کہ وہ کیا ہے؟
10. اس ترسیمی کا غذر پر ذیل کے نقاط کی جوڑیوں کو ملائیے۔
- $(1, 0), (0, 9); (2, 0), (0, 8); (3, 0) (0, 7); (4, 0) (0, 6);$   
 $(5, 0) (0, 5); (6, 0) (0, 4); (7, 0) (0, 3); (8, 0) (0, 2); (9, 0) (0, 1).$

## عملی کام



گلوب پر بلحاظ طول بلد و عرض بلد مختلف شہروں جیسے حیدر آباد، نئی دہلی، چینائی اور شاکھا پٹھم کے مقامات پر غور کیجئے۔

## تثنیقی کام



ذیل کے نقاط کی جوڑیوں کو ترسیم کے کاغذ پر لیتے ہوئے انہیں خطوط سے جوڑیے۔

(-9,0) , (-6,4) , (-2,5) , (2,4) (5,0) (-2,0) (-2,-8) , (-3,-9) , (-4,-8)

(1, 0) (0,9) ; (2, 0) (0, 8); (3, 0) (0, 7); (4, 0) (0, 6);

(5, 0) (0,5); (6, 0) (0, 4); (7, 0) (0, 3); (8, 0) (0, 2) ; (9, 0) (0, 1).

انہیں جوڑتے ہوئے شکل کو مکمل کیجئے۔ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

## ہم نے کیا سیکھا



☆ کسی مستوی میں نقطہ کا تعین کرنے کے لیے ہمیں دو مختصات کی ضرورت ہوتی ہے۔

☆ کسی مستوی پر ایک نقطہ یا شے کا تعین دو عمود وار خطوط سے کیا جاسکتا ہے۔ ان میں سے ایک کو فتحی خط (X محور) اور دوسرے کو عمود وار خط (Y محور) کہا جاتا ہے۔

☆ X اور Y مختصات کی رقوم میں نقاط کا تعین کا رتیزی مختصات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ X اور Y محور کا نقطہ تقاطع مبدأ کہلاتا ہے۔

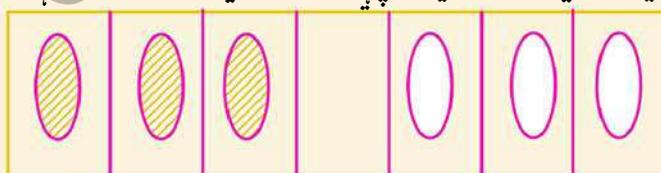
☆ مرتب جوڑ (X,Y) (Y,X) مرتب جوڑ (Y,X) سے مختلف ہوتا ہے۔

☆ محو رکھو  $X=0$  کی مساوات سے ظاہر کرتے ہیں۔

☆ محو رکھو  $Y=0$  کی مساوات سے ظاہر کرتے ہیں۔

## دماغی ورزش

دیئے ہوئے کارڈز پر غور کیجئے۔ آپ کو ایک معہ حاصل ہوگا۔ سفید کارڈ کو یاہ کارڈ سے تبدیل کرنا چاہیئے اس سلسلہ میں یہ قواعد بلوظ رکھنا ضروری ہے۔



(i) ایک ہی رنگ کے کارڈز ایک دوسرے پر سلسلہ وار نہ رکھے جائیں۔ (ii) ایک وقت میں ایک ہی کارڈ کھیلیں یا ایک جگہ لیں۔ اقل ترین چالوں کی گنتی کریں۔

کم از کم 15 چالیں ہونی چاہیں۔ کیا آپ اس سے بہتر کھیل سکتے ہیں؟ اپنے کھیل کو اور زیادہ دلچسپ بنانے کے لیے کارڈز کی تعداد میں اضافہ کریں۔