પ્રકરણ 3

યામભૂમિતિ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- કાર્તેઝિય પદ્ધતિ
- યામાક્ષો
- ઊગમબિંદુ
- ચરણ
- કોટિ
- ભુજ
- બિંદુના યામ
- ક્રમયુક્ત જોડ
- યામ સમતલમાં બિંદુનું નિરૂપણ :

- યામ સમતલમાં x-અક્ષ સમક્ષિતિજ રેખા છે અને y-અક્ષ શિરોલંબ રેખા છે.
- યામાક્ષો સમતલને ચાર ભાગમાં વિભાજિત કરે છે. તે દરેકને ચરણ કહે છે.
- બે અક્ષોના છેદબિંદુને ઊગમબિંદુ કહેવાય છે.
- બિંદુથી y-અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને x-યામ અથવા કોટિ અને બિંદુથી x-અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને y-યામ અથવા ભુજ કહેવાય છે.
- (x, y) બિંદુમાં x ને કોટિ અને y ને ભુજ કહેવાય.
- x-અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(x, 0)$ અને y-અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(0, y)$ છે.
- ઊગમબિંદુના યામ $(0, 0)$ છે.
- પ્રથમ ચરણમાં બિંદુના યામ $(+, +)$, બીજા ચરણમાં $(–, +)$, ત્રીજા ચરણમાં $(–, –)$, અને ચોથા ચરણમાં $(+, –)$ સ્વરૂપનાં ચિહ્ન ધરાવે છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : જે બિંદુઓ (ઊગમબિંદુ સિવાય)ના કોટિ અને ભુજ સમાન હોય, તો તે .... હશે :

(A) માત્ર I ચરણમાં (B) I અને II ચરણમાં (C) I અને III ચરણમાં (D) II અને IV ચરણમાં

ઉકેલ : જવાબ (C)

સ્વાધ્યાય 3.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 24 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. બિંદુ (–3, 5) .... આવેલું છે.

(A) પ્રથમ ચરણમાં (B) બીજા ચરણમાં (C) ત્રીજા ચરણમાં (D) ચોથા ચરણમાં

2. બીજા ચરણમાં આવેલા બિંદુની કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન અનુક્રમે .... છે.

(A) +, + (B) –, – (C) –, + (D) +, –

3. બિંદુ (0, –7) .... આવેલું છે.

(A) x-અક્ષ પર (B) બીજા ચરણમાં (C) y-અક્ષ પર (D) ચોથા ચરણમાં

4. બિંદુ (–10, 0) .... આવેલું છે.

(A) x-અક્ષની ઋણ દિશામાં x-અક્ષ પર (B) y-અક્ષની ઋણ દિશામાં y-અક્ષ પર

(C) ત્રીજા ચરણમાં (D) ચોથા ચરણમાં

5. x- અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે કોટિ .... છે.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) કોઈ પણ સંખ્યા

6. x- અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે ભુજ .... છે.

(A) 0 (B) 1 (C) –1 (D) કોઈ પણ સંખ્યા

7. બે યામાક્ષો જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુને .... કહેવાય છે.

(A) કોટિ (B) ભુજ (C) ઊગમબિંદુ (D) ચરણ

8. જે બિંદુના બંને યામ ઋણ હોય તે .... માં હશે.

(A) I ચરણ (B) II ચરણ (C) III ચરણ (D) IV ચરણ

9. બિંદુઓ (1, –1), (2, –2), (4, –5), (–3, –4) .... હોય.

(A) II ચરણમાં (B) III ચરણમાં

(C) IV ચરણમાં (D) એક જ ચરણમાં આવેલાં

10. જો બિંદુનો y - યામ શૂન્ય, હોય તો બિંદુ હંમેશાં .... હશે.

(A) I ચરણમાં (B) II ચરણમાં (C) x-અક્ષ પર (D) y-અક્ષ પર

11. બિંદુઓ (–5, 2) અને (2, –5) .... માં હશે.

(A) સમાન ચરણ (B) અનુક્રમે II અને III ચરણ

(C) અનુક્રમે II અને IV ચરણ (D) અનુક્રમે IV અને II ચરણ

12. જો બિંદુ P થી x-અક્ષ પરનું લંબ અંતર 5 એકમ હોય અને લંબનો લંબપાદ x-અક્ષની ઋણ દિશામાં આવેલો હોય, તો બિંદુ P નો .... છે.

(A) x-યામ = –5 (B) y-યામ = માત્ર 5

(C) y-યામ = માત્ર – 5 (D) y-યામ = 5 અથવા –5

13. બિંદુઓ O (0, 0), A (3, 0), B (3, 4), C (0, 4) નું નિરૂપણ કરો અને OA, AB, BC અને CO જોડો, તો નીચેનામાંથી .... આકૃતિ મળશે.

(A) ચોરસ (B) લંબચોરસ (C) સમલંબ ચતુષ્કોણ (D) સમબાજુ ચતુષ્કોણ

14. જો P (–1, 1), Q (3, – 4), R (1, –1), S (–2, –3) અને T (– 4, 4) નું આલેખ પત્ર ઉપર નિરૂપણ કરો ત્યારે ચોથા ચરણમાં .... બિંદુઓ છે.

(A) P અને T (B) Q અને R (C) માત્ર S (D) P અને R

15. જો બે બિંદુઓના યામ P (–2, 3) અને Q (–3, 5) હોય તો (Pનો કોટિ) – (Qનો કોટિ) = ... છે.

(A) –5 (B) 1 (C) –1 (D) –2

16. જો P (5, 1), Q (8, 0), R (0, 4), S (0, 5) અને O (0, 0) નું આલેખ પત્ર પર નિરૂપણ કરો તો *x*-અક્ષ પર બિંદુઓ .... છે.

(A) P અને R (B) R અને S (C) માત્ર Q (D) Q અને O

17. .... માં બિંદુઓની કોટિ ધન છે.

(A) I અને II ચરણો (B) I અને IV ચરણો (C) માત્ર I ચરણ (D) માત્ર II ચરણ

18. જે બિંદુઓની કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન જુદા જુદા હોય તે બિંદુઓ .... માં હશે.

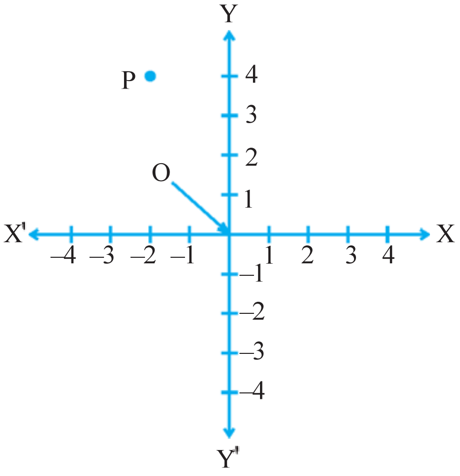
(A) I અને II ચરણો (B) II અને III ચરણો

(C) I અને III ચરણો (D) II અને IV ચરણો

19. આકૃતિ 3.1માં, P ના યામ .... છે.

(A) (– 4, 2) (B) (–2, 4)

(C) (4, –2) (D) (2, – 4)



આકૃતિ 3.1

20. આકૃતિ 3.2 માં, (–5, 3) યામવાળું બિંદુ .... છે.

(A) T (B) R

(C) L (D) S

21. .... બિંદુનો ભુજ 4 છે અને તે *y*-અક્ષ પર છે.

(A) (4, 0) (B) (0, 4)

(C) (1, 4) (D) (4, 2)

22. બિંદુઓ P(0, 3), Q (1, 0), R(0, –1), S (–5, 0), T (1, 2) પૈકી .... બિંદુઓ *x*-અક્ષ પર નથી.

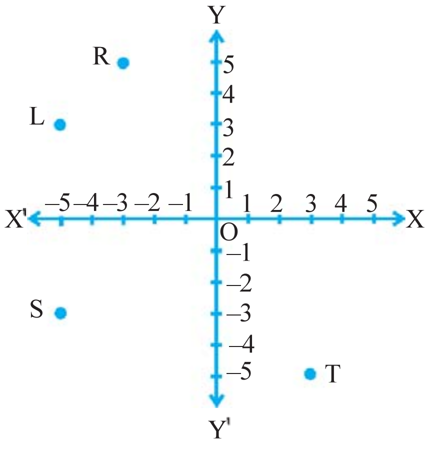
(A) માત્ર P અને R (B) માત્ર Q અને S

(C) P, R અને T (D) Q, S અને T

23. *y*-અક્ષની ઋણ દિશામાં *y*-અક્ષ પર 5 એકમ અંતરે .... બિંદુ આવેલું છે.

(A) (0, 5) (B) (5, 0)

(C) (0, –5) (D) (–5, 0)



આકૃતિ 3.2

24. બિંદુ P (3, 4) થી y-અક્ષ સુધીનું લંબઅંતર .... છે.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

(i) બિંદુ (0, –2) એ y-અક્ષ પર છે.

(ii) બિંદુ (4, 3) નું x-અક્ષથી લંબઅંતર 4 છે.

ઉકેલ : (i) સત્ય, કારણ કે y-અક્ષ પર બિંદુના યામ $(0, y)$ છે.

(ii) અસત્ય, કારણ કે x-અક્ષથી બિંદુનું લંબઅંતર એ તેનો ભુજ છે. તેથી તે 3 છે, પરંતુ 4 નથી.

સ્વાધ્યાય 3.2

1. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

(i) બિંદુ (3, 0) એ પ્રથમ ચરણમાં છે.

(ii) બિંદુ (1, –1) અને (–1, 1) એ એક જ ચરણમાં છે.

(iii) એક બિંદુના ભુજ $-\frac{1}{2}$ અને કોટિ 1 છે, તો તેના યામ $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ છે.

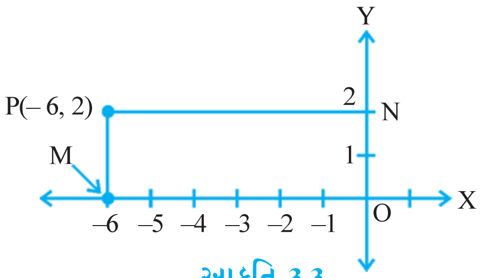
(iv) એક બિંદુ x-અક્ષથી 2 એકમ અંતરે y-અક્ષ પર આવેલું છે. તેના યામ (2, 0) છે.

(v) (–1, 7) બિંદુ બીજા ચરણમાં છે.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : બિંદુ P (– 6, 2) નું નિરૂપણ કરો અને PM અને PN અનુક્રમે x-અક્ષ અને y-અક્ષ પર લંબ દોરો. બિંદુઓ M અને N ના યામ લખો.

ઉકેલ :



આકૃતિ 3.3

આલેખ પર, આપણે જોઈ શકીએ કે M (– 6, 0) અને N (0, 2) છે.

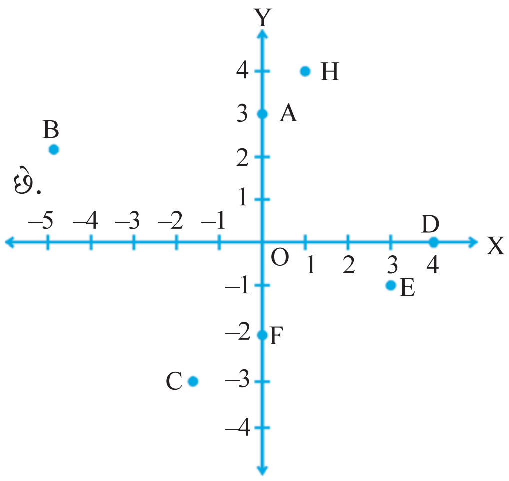
ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 3.4 પરથી નીચેના જવાબ લખો :

(i) B, C અને E ના યામ લખો.

(ii) (0, –2) યામવાળું બિંદુ ઓળખી બતાવો

(iii) બિંદુ H ની કોટિ લખો.

(iv) બિંદુ D નો ભુજ લખો.



આકૃતિ 3.4

ઉકેલ : (i) B = (–5, 2), C = (– 2, – 3), E = (3, –1)

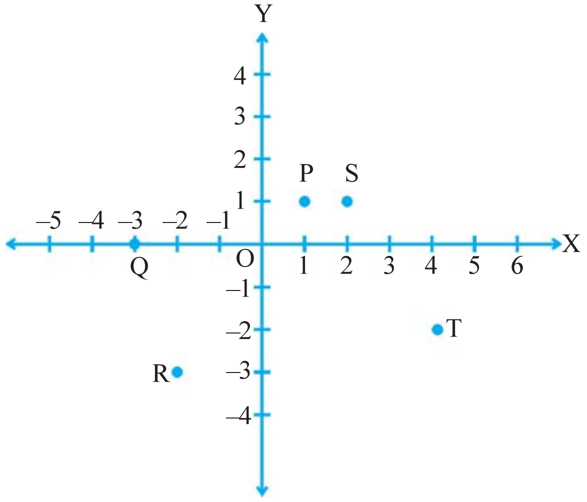
(ii) F

(iii) 1

(iv) 0

સ્વાધ્યાય 3.3

1. આકૃતિ 3.5 માંથી બિંદુઓ P, Q, R, S, T અને O ના યામ લખો.



આકૃતિ 3.5

2. નીચેનાં બિંદુઓને ક્રમમાં જોડો અને બનતી આકૃતિનું નામ જણાવો.

P(–3, 2), Q (–7, –3), R (6, –3), S (2, 2)

3. નીચે કોષ્ટકમાંથી બિંદુઓ (x, y) નું નિરૂપણ કરો.

x	2	4	–3	–2	3	0
y	4	2	0	5	–3	0

4. નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો અને ચકાસો કે તેઓ સમરેખ છે કે નહિ :

(i) (1, 3), (–1, –1), (–2, –3) (ii) (1, 1), (2, –3), (–1, –2)

(iii) (0, 0), (2, 2), (5, 5)

5. નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કર્યા વગર જણાવો કે તેઓ કયા ચરણમાં આવશે.

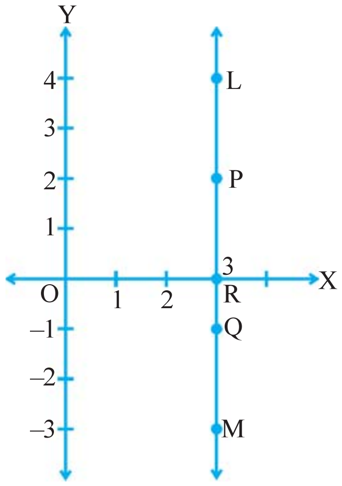
(i) ભુજ 5 છે અને કોટિ –3 છે. (ii) કોટિ –5 છે અને ભુજ –3 છે.

(iii) કોટિ – 5 છે અને ભુજ 3 છે. (iv) ભુજ 5 છે અને કોટિ 3 છે.

6. આકૃતિ 3.6 માં, y-અક્ષને સમાંતર 3 એકમ અંતરે LM રેખા છે.

(i) બિંદુઓ P, R અને Q ના યામ શું છે ?

(ii) બિંદુઓ L અને M ની કોટિનો તફાવત કેટલો છે ?



આકૃતિ 3.6

7. નીચેનાં બિંદુઓ કયા ચરણમાં અથવા કયા અક્ષ પર આવેલા છે ?

(–3, 5), (4, –1), (2, 0), (2, 2), (–3, –6)

8. નીચેનામાંથી કયાં બિંદુઓ y-અક્ષ પર છે ?

A (1, 1), B (1, 0), C (0, 1), D (0, 0), E (0, –1), F (–1, 0), G (0, 5), H (– 7, 0), I (3, 3).

9. નીચેના કોષ્ટકમાંથી બિંદુઓ (x, y) નું નિરૂપણ કરો.

સ્કેલમાપ 1 સેમી = 0.25 એકમ લો.

x	1.25	0.25	1.5	– 1.75
y	– 0.5	1	1.5	– 0.25

10. એક બિંદુ y-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે x-અક્ષની ધન દિશા પર આવેલું છે. તેના યામ લખો. જો તે બિંદુ x-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે y-અક્ષની ઋણ દિશામાં હોય તો તેના યામ શું હોય ?

11. નીચેના બિંદુઓના યામ શોધો :

(i) તે x-અક્ષ અને y-અક્ષ બંને પર આવેલું છે.

(ii) તેનો ભુજ – 4 છે અને તે y-અક્ષ પર છે.

(iii) તેની કોટિ 5 છે અને તે x-અક્ષ પર છે.

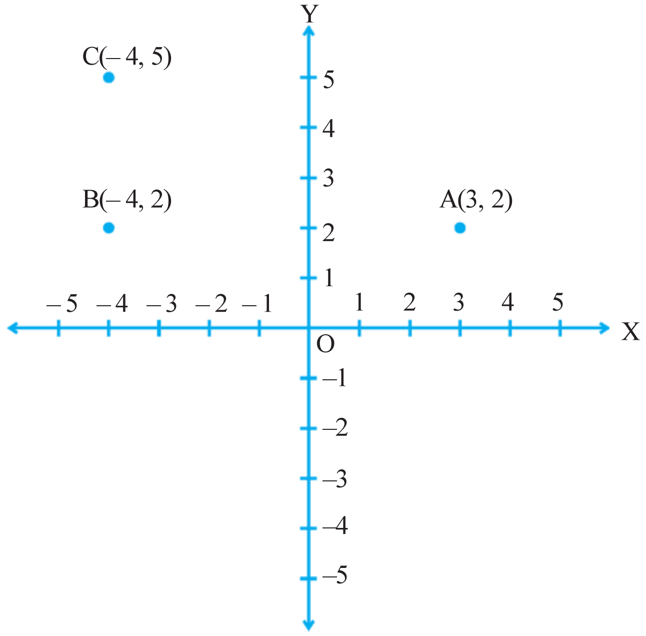
12. 0.5 સેમી = 1 એકમ સ્કેલમાપ લઈ નીચેના બિંદુઓનું આલેખપત્ર પર નિરૂપણ કરો :

A (1, 3), B (–3, –1), C (1, – 4), D (– 2, 3), E (0, – 8), F (1, 0)

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : લંબચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ (3, 2), (– 4, 2) અને (– 4, 5) નું નિરૂપણ કરો અને તેના ચોથા શિરોબિંદુના યામ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ A(3, 2), B(– 4, 2), C(– 4, 5) નું યામ સમતલમાં નિરૂપણ કરો. (જુઓ આકૃતિ 3.7)



આકૃતિ 3.7

આપણે લંબચોરસ ABCD ના ચોથા શિરોબિંદુ D ના યામ શોધીશું. લંબચોરસમાં સામ-સામેની બાજુઓ સમાન છે. તેથી D ની કોટિ એ A ની કોટિ બરાબર છે, એટલે કે 3 અને D નો ભુજ એ C ના ભુજ બરાબર છે, એટલે કે 5 છે તેથી D ના યામ (3, 5) છે.

સ્વાધ્યાય 3.4

1. ચોરસ ABCD નાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ A (5, 3), B(–2, 3) અને D (5, – 4) છે. આલેખપત્ર પર આ બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો અને બિંદુ C ના યામ શોધો.

2. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 5 અને 3 એકમ છે, એક શિરોબિંદુ ઊગમબિંદુ છે. લાંબી બાજુ x-અક્ષ પર અને એક શિરોબિંદુ ત્રીજા ચરણમાં આવેલું છે, તો લંબચોરસનાં શિરોબિંદુઓનાં યામ લખો.

3. બિંદુઓ P (1, 0), Q (4, 0) અને S (1, 3) નું નિરૂપણ કરો. PQRS ચોરસ બને તે રીતે બિંદુ R ના યામ શોધો.

4. આકૃતિ 3.8 માંથી નીચેના જવાબ આપો :

(i) જેની કોટિ 0 છે, તે બિંદુ લખો.

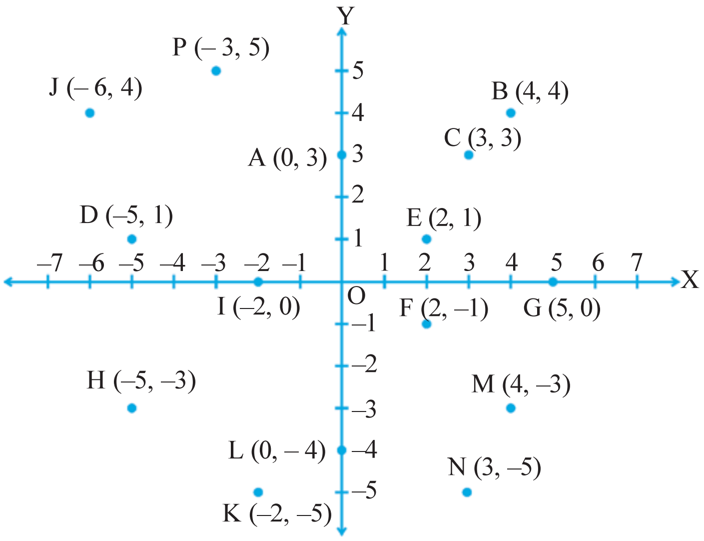
(ii) જેનો ભુજ 0 છે, તે બિંદુ લખો.

(iii) જેની કોટિ –5 છે, તે બિંદુ લખો.

5. બિંદુઓ A (1, –1) અને B (4, 5) નું નિરૂપણ કરો.

(i) આ બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ દોરો. બિંદુઓ A અને B ની વચ્ચે રેખાખંડ પર આવેલા બિંદુના યામ લખો.

(ii) આ રેખાખંડને લંબાવો અને રેખાખંડ AB ની બહાર આવેલા આ રેખા પરના બિંદુઓના યામ લખો.



આકૃતિ 3.8