

સ્વાધ્યાય 14.2

1. નીચેનું કોષ્ટક એક વર્ષ દરમિયાન એક દવાખાનામાં દાખલ થયેલા દર્દીઓની ઉંમર દર્શાવે છે :

ઉંમર (વર્ષમાં)	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65
દર્દીઓની સંખ્યા	6	11	21	23	14	5

ઉપર આપેલી માહિતી માટે બહુલક અને મધ્યક શોધો. આ બે માપોની સરખામણી અને અર્થઘટન કરો.

જ. મધ્યક :

ઉંમર (વર્ષ માં)	દર્દીઓની સંખ્યા (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5 - 15	6	10	-20	-120
15 - 25	11	20	-10	-110
25 - 35	21	$30 = a$	0	0
35 - 45	23	40	10	230
45 - 55	14	50	20	280
55 - 65	5	60	30	150
કુલ	80			430

કોષ્ટક પરથી $\sum f_i = 80$, $\sum f_i d_i = 430$ અને $a = 30$ કિંમતો મળે છે.

$$\therefore \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$\therefore \bar{x} = 30 + \frac{430}{80}$$

$$\therefore \bar{x} = 30 + 5.375$$

$$\therefore \bar{x} = 35.375 = 35.38$$

મધ્યક સૂચવે છે કે દાખલ થયેલાં દર્દીઓની સરેરાશ ઉંમર 35.38 વર્ષ છે.

બહુલક :

$$\text{બહુલક વર્ગ} = 35 - 45$$

$$\text{વર્ગ લંબાઈ} = 10$$

$$\text{બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l)} = 35$$

$$\text{બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f}_1\text{)} = 23$$

$$\text{બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f}_0\text{)} = 21$$

$$\text{બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f}_2\text{)} = 14$$

$$\therefore \text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14} \right) \times 10$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 35 + \left(\frac{2}{46 - 35} \right) \times 10$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 35 + \left(\frac{2}{11}\right) \times 10$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 35 + \frac{20}{11}$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 35 + 1.81$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 36.81$$

બહુલક સૂચવે છે કે દાખલ થયેલાં દર્દીઓની મહત્તમ ઉંમર 36.81 વર્ષ છે.

2. નીચેની માહિતી 225 વીજઉપકરણોના આયુષ્યની (કલાકોમાં) પ્રાપ્ત માહિતી દર્શાવે છે :

આયુષ્ય (કલાકોમાં)	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120
આવૃત્તિ	10	35	52	61	38	29

તો ઉપકરણોના આયુષ્યનો બહુલક નક્કી કરો.

જ. બહુલક વર્ગ = 60 – 80

વર્ગ લંબાઈ = 20

બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l) = 60

બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f_1) = 61

બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_0) = 52

બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_2) = 38

$$\therefore \text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 60 + \left(\frac{61 - 52}{2(61) - 52 - 38}\right) \times 20$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 60 + \left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 60 + \left(\frac{9}{32}\right) \times 20$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 60 + \frac{90}{16}$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 60 + 5.625$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 65.625$$

તેથી, ઉપકરણોના આયુષ્યનો બહુલક 65.625 કલાક છે.

3. નીચેની માહિતી એક ગામનાં 200 કુટુંબો માટે તેમના ઘર ચલાવવા માટે કુલ માસિક ખર્ચનું આવૃત્તિ વિતરણ દર્શાવે છે. કુટુંબોનો માસિક ખર્ચનો બહુલક શોધો તથા કુટુંબોના મસિક ખર્ચ નો મધ્યક શોધો :

માસિક ખર્ચ (₹ માં)	કુટુંબોની સંખ્યા
1000 - 1500	24
1500 - 2000	40
2000 - 2500	33
2500 - 3000	28
3000 - 3500	30
3500 - 4000	22
4000 - 4500	16
4500 - 5000	7

જ. બહુલક :

$$\text{બહુલક વર્ગ} = 1500 - 2000$$

$$\text{વર્ગ લંબાઈ} = 500$$

$$\text{બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l)} = 1500$$

$$\text{બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f}_1\text{)} = 40$$

$$\text{બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f}_0\text{)} = 24$$

$$\text{બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f}_2\text{)} = 33$$

$$\therefore \text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2(40) - 24 - 33} \right) \times 500$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1500 + \left(\frac{16}{80 - 57} \right) \times 500$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1500 + \left(\frac{16}{23} \right) \times 500$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1500 + \frac{8000}{23}$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1500 + 347.826$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 1847.83$$

મધ્યક :

$$\text{વર્ગ લંબાઈ (h)} = 500$$

$$\text{ધારેલો મધ્યક (a)} = 2750 \text{ લેતાં,}$$

માસિક ખર્ચ (₹ માં)	કુટુંબોની સંખ્યા (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
1000 - 1500	24	1250	-1500	-3	-72
1500 - 2000	40	1750	-1000	-2	-80
2000 - 2500	33	2250	-500	-1	-33
2500 - 3000	28	2750 = a	0	0	0
3000 - 3500	30	3250	500	1	30
3500 - 4000	22	3750	1000	2	44
4000 - 4500	16	4250	1500	3	48
4500 - 5000	7	4750	2000	4	28
કુલ	200				-35

કોષ્ટક પરથી $\sum f_i = 200$, $\sum f_i u_i = -35$, $a = 2750$ અને $h = 500$ કિંમતો મળે છે.

$$\therefore \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h$$

$$\therefore \bar{x} = 2750 + \left(\frac{-35}{200} \right) \times 500$$

$$\therefore \bar{x} = 2750 - \frac{175}{2}$$

$$\therefore \bar{x} = 2750 - 87.5$$

$$\therefore \bar{x} = 2662.50$$

તેથી, કુટુંબોનો માસિક ખર્ચનો બહુલક ₹ 1847.83 તથા કુટુંબોના માસિક ખર્ચ નો મધ્યક ₹ 2662.50 મળશે.

4. નીચેનું વિતરણ ભારતની ઉચ્ચતર માધ્યમિક શાળાઓમાં રાજ્યવાર શિક્ષક - વિદ્યાર્થી ગુણોત્તરનું આવૃત્તિ વિતરણ આપે છે. આ માહિતીનો બહુલક અને મધ્યક શોધો. આ બે માપનું અર્થઘટન કરો.

પ્રતિ શિક્ષક વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	રાજ્યો/કેન્દ્ર શાસિત પ્રદેશોની સંખ્યા
15 - 20	3
20 - 25	8
25 - 30	9
30 - 35	10
35 - 40	3
40 - 45	0
45 - 50	0
50 - 55	2

જ. બહુલક :

$$\text{બહુલક વર્ગ} = 30 - 35$$

$$\text{વર્ગ લંબાઈ} = 5$$

બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l) = 30

બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f_1) = 10

બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_0) = 9

બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_2) = 3

$$\therefore \text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30 + \left(\frac{10 - 9}{2(10) - 9 - 3} \right) \times 5$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30 + \left(\frac{1}{20 - 12} \right) \times 5$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30 + \left(\frac{1}{8} \right) \times 5$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30 + \frac{5}{8}$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30 + 0.625$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 30.625$$

મધ્યક :

પ્રતિ વિદ્યાર્થી શિક્ષક સંખ્યા	રાજ્યો/કેન્દ્રશાસિત પ્રદેશોની સંખ્યા (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
15 - 20	3	17.5	-15	-3	-9
20 - 25	8	22.5	-10	-2	-16
25 - 30	9	27.5	-5	-1	-9
30 - 35	10	32.5 = a	0	0	0
35 - 40	3	37.5	5	1	3
40 - 45	0	42.5	10	2	0
45 - 50	0	47.5	15	3	0
50 - 55	2	52.5	20	4	8
કુલ	35				-23

કોષ્ટક પરથી $\sum f_i = 35$, $\sum f_i u_i = -23$, $a = 32.5$ અને $h = 5$ કિંમતો મળે છે.

$$\therefore \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h$$

$$\therefore \bar{x} = 32.5 + \left(\frac{-23}{35} \right) \times 5$$

$$\therefore \bar{x} = 32.5 + \left(\frac{-23}{7} \right)$$

$$\therefore \bar{x} = 32.5 - \frac{23}{7}$$

$$\therefore \bar{x} = 32.5 - 3.28$$

$$\therefore \bar{x} = 29.22 = 29.2$$

તેથી, માહિતીનો બહુલક 30.6 અને મધ્યક 29.2 છે.

બહુલક સૂચવે છે કે મોટાભાગના રાજ્યો/કેન્દ્રશાસિત પ્રદેશોમાં પ્રતિ 30.6 વિદ્યાર્થીએ એક શિક્ષક છે.

મધ્યક સૂચવે છે કે મોટાભાગના રાજ્યો/કેન્દ્રશાસિત પ્રદેશોમાં પ્રતિ 29.2 વિદ્યાર્થીએ એક શિક્ષક છે.

5. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ વિશ્વના કેટલાક શ્રેષ્ઠ બેટ્સમેનો દ્વારા એક દિવસીય આંતરરાષ્ટ્રીય મેચોમાં નોંધાવેલ રનની સંખ્યા આપે છે :

નોંધાવેલ રન	બેટ્સમેનોની સંખ્યા
3000 - 4000	4
4000 - 5000	18
5000 - 6000	9
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10000	1
10000 - 11000	1

માહિતીનો બહુલક શોધો.

જ. બહુલક વર્ગ = 4000 – 5000

વર્ગ લંબાઈ = 1000

બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l) = 4000

બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f_1) = 18

બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_0) = 4

બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_2) = 9

$$\therefore \text{બહુલક} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 4000 + \left(\frac{18 - 4}{2(18) - 4 - 9} \right) \times 1000$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 4000 + \left(\frac{14}{36 - 13} \right) \times 1000$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 4000 + \frac{14000}{23}$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 4000 + 608.695$$

$$\therefore \text{બહુલક} = 4608.695 = 4608.7$$

તેથી, માહિતીનો બહુલક 4608.7 રન છે.

6. એક વિદ્યાર્થીએ, પ્રત્યેક 3 મિનિટનો એક એવા 100 સમયગાળા માટે રસ્તા પરની એક જગ્યાએથી પસાર થતી ગાડીઓની સંખ્યાની નોંધ કરી અને તેને નીચે આપેલ કોષ્ટકમાં સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં દર્શાવી છે. આ માહિતીનો બહુલક શોધો.

ગાડીઓની સંખ્યા	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
આવૃત્તિ	7	14	13	12	20	11	15	8

- જ. બહુલક વર્ગ = 40 - 50
વર્ગ લંબાઈ = 10
બહુલક વર્ગની અધઃસીમા (l) = 40
બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ (f_1) = 20
બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_0) = 12
બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ (f_2) = 11
 $\therefore$ બહુલક = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$
 $\therefore$ બહુલક = $40 + \left(\frac{20 - 12}{2(20) - 12 - 11} \right) \times 10$
 $\therefore$ બહુલક = $40 + \left(\frac{8}{40 - 23} \right) \times 10$
 $\therefore$ બહુલક = $40 + \frac{80}{17}$
 $\therefore$ બહુલક = $40 + 4.7$
 $\therefore$ બહુલક = 44.7
તેથી, માહિતીનો બહુલક 44.7 ગાડીઓ છે.