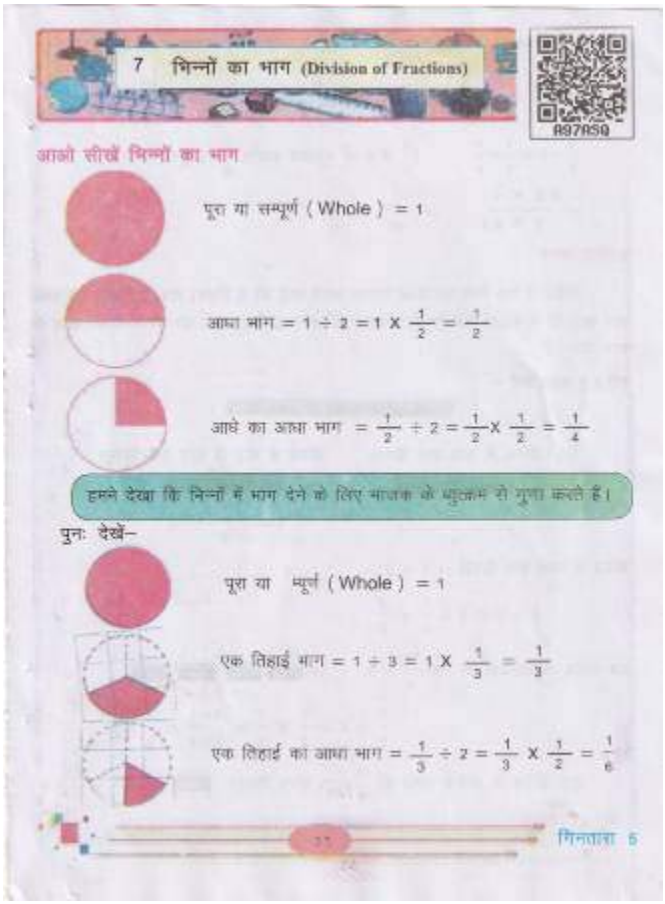
7.भिन्नों का भाग(Division of Fractions)



7 भिन्नों का भाग (Division of Fractions)

आओ सीखें भिन्नों का भाग

पूरा या सम्पूर्ण (Whole) = 1

आधा भाग = $1 \div 2 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

आधे का आधा भाग = $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

हमने देखा कि भिन्नों में भाग देने के लिए भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

पुनः देखें–

पूरा या सम्पूर्ण (Whole) = 1

एक तिहाई भाग = $1 \div 3 = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

एक तिहाई का आधा भाग = $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

इसे भी देखें –

यदि $\frac{4}{5}$ में 6 से भाग देना है तो –

$\frac{4}{5} \div 6 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{6}$ ($\frac{4}{5}$ में 6 के व्युत्क्रम अर्थात $\frac{1}{6}$ से गुणा किया)

$= \frac{2 \times 1}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$

वार्तिक प्रश्न

डेविड ने एक गन्ने का आधा हिस्सा अपने भाई को दे दिया। शेष आधे भाग को अपने चार साथियों में बराबर-बराबर बाँट दिया। डेविड के प्रत्येक साथी को पूरे गन्ने का कौन सा भाग मिला ?

इसे इस तरह देखें –

डेविड के पास बचा हिस्सा

$\frac{1}{2}$

डेविड के भाई के पास बचा हिस्सा

$\frac{1}{2}$

डेविड के पास बचा हिस्सा = $1 \div 2$

$1 \div 2 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

अब डेविड के साथियों को मिले $\frac{1}{2} \div 4$

$\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$ भाग

अतः डेविड के प्रत्येक साथी को $\frac{1}{8}$ भाग गन्ना मिला।

स्वयं करो–

1. भाग दो –

- $\frac{3}{5}$ में 4 से
- $\frac{6}{7}$ में 3 से
- $\frac{8}{13}$ में 6 से

2. हल करो –

- $\frac{6}{9} \div 2$
- $\frac{7}{15} \div 3$
- $\frac{4}{9} \div 2$
- $2\frac{5}{8} \div 3$
- $5\frac{2}{7} \div 4$
- $1\frac{4}{9} \div 3$

3. 5 कमीजें बनाने में $12\frac{1}{2}$ मीटर कपड़ा लगता है। एक कमीज बनाने में कपड़ा लगेगा–

- 2 मीटर
- $2\frac{1}{2}$ मीटर
- $60\frac{1}{2}$ मीटर
- $1\frac{1}{4}$ मीटर

भिन्न का भिन्न से भाग –

आओ हल करें– $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{1\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{1}$$

$$= \frac{3}{1} = 3$$

इसे इस तरह भी हल कर सकते हैं –

$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ में 4 का गुणा

$= \frac{3}{\cancel{4}} \times \cancel{4}^{1} = 3$

अतः एक भिन्न में दूसरी भिन्न से भाग देना हो तो पहली भिन्न में दूसरी भिन्न के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

उदाहरण 1 : $6\frac{1}{5} \div 3\frac{3}{4}$ को हल करो।

देखो : $6\frac{1}{5} \div 3\frac{3}{4} = \frac{31}{5} \div \frac{15}{4}$

$= \frac{31}{5} \times \frac{4}{15}$

$= \frac{124}{75}$

$= 1\frac{49}{75}$

भिन्न में भाग करने के लिए $\frac{15}{4}$ के व्युत्क्रम $\frac{4}{15}$ से गुणा करते हैं।

स्वयं करो–

1. हल करो–

- $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$
- $7\frac{1}{5} \div 3\frac{1}{5}$
- $15\frac{3}{4} \div 6\frac{3}{5}$

पूर्ण संख्या में भिन्न से भाग

देखो : अनुराधा के पास एक फीता था। उसने इसे बराबर माप के कुछ टुकड़ों में काटा।

यदि प्रत्येक टुकड़ा कुल फीते का $\frac{1}{4}$ हो तो अनुराधा ने कुल कितने टुकड़े किए ?

हल –

$1 \div \frac{1}{4}$

$= 1 \times \frac{4}{1}$

$= 4$

- कागज के तीन पन्ने लेकर प्रत्येक के दो बराबर भाग करो। कुल कितने टुकड़े हुए ?

कुल 6 टुकड़े हुए।

देखो कैसे –

हल – $3 \div \frac{1}{2}$

$= 3 \times \frac{2}{1}$

$= \frac{6}{1} = 6$ टुकड़े

उदाहरण : 8 को $\frac{1}{6}$ से विभाजित करने पर भागफल होगा ?

देखो : $8 \div \frac{1}{6}$

$= 8 \times \frac{6}{1}$

$= 48$ अतः भागफल 48 आएगा।

स्वयं करो–

1. भाग दो –
   - 12 में $\frac{3}{4}$ से
   - 15 में $2\frac{1}{2}$ से
2. मान बताओ –
   - $15 \div \frac{5}{2}$
   - $22 \div \frac{11}{2}$
   - $24 \div \frac{3}{4}$

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : सविता को $\frac{3}{4}$ मीटर लम्बे फीते के टुकड़े चाहिए। यदि उसके पास 18 मीटर फीता हो तो उसे कुल कितने टुकड़े मिलेंगे ?

देखो : कुल फीता 18 मी है। एक टुकड़े की लम्बाई $\frac{3}{4}$ मीटर है।

अतः फीते में कुल टुकड़ों की संख्या $= 18 \div \frac{3}{4} = 18^{6} \times \frac{4}{3}$

$= 24$

अतः फीते में कुल 24 टुकड़े होंगे।

हम सीख गए

- किसी भिन्न से शून्य को छोड़कर पूर्ण संख्या से भाग देने का अर्थ है भिन्न को उस पूर्ण संख्या के बराबर हिस्सों में बाँटना।
- किसी भिन्न में शून्य के अतिरिक्त पूर्ण संख्या से भाग देने के लिए भिन्न में उस संख्या के व्युत्क्रम का गुणा करते हैं।
- किसी भिन्न में भिन्न से भाग देते समय जिस भिन्न से भाग देना हो उसके व्युत्क्रम (उल्टा) से पहली भिन्न में गुणा कर देते हैं।

अभ्यास

1. भाग दो –

   (क) $\frac{7}{8}$ में 2 से (ख) $\frac{3}{8}$ को $\frac{3}{4}$ से

   (ग) $24\frac{5}{9}$ को $8\frac{3}{9}$ से

2. अंजू ने एक खरबूजे के दो बराबर भाग किए। एक भाग महिमा को दिया। महिमा ने इसके 6 बराबर भाग करके एक भाग सुनील को दिया। सुनील को पूरे खरबूजे का कितना हिस्सा मिला ?

3. कौन सही, कौन गलत है ? बाक्स में उचित चिह्न (✓ या X) लगाओ–

   (क) $9\frac{1}{2} \div 3 = 3\frac{1}{6}$ ☐ (ख) $6\frac{1}{2} \div 2 = 3\frac{1}{2}$ ☐

   (ग) $\frac{4}{5} \div 4 = \frac{2}{5}$ ☐ (घ) $7\frac{3}{9} \div 2\frac{1}{9} = \frac{63}{9}$ ☐

4. मनोहर ने $\frac{3}{4}$ किग्रा मिठाई 3 बच्चों में बराबर–बराबर बाँटी। प्रत्येक को कितने किग्रा मिठाई मिली ?

5. $\frac{8}{5}$ मीटर लम्बी रस्सी के 4 बराबर टुकड़े किए गए। प्रत्येक की लम्बाई बताओ ?

प्राचीन भारतीय पद्धति द्वारा ल०स० व म०स० निकालना

हमारी भारतीय गणितीय पद्धति से ल०स० को शीघ्रता एवं सरलता से ज्ञात किया जा सकता है।

आओ दो संख्याओं का ल०स० ज्ञात करने की विधि समझें –

हमारी संख्याएँ हैं – 48 एवं 80

पहला चरण – सबसे पहले इन दी हुई संख्याओं को भिन्न के रूप में लिखते हैं – $\frac{48}{80}$

दूसरा चरण – इस भिन्न का सरलतम रूप या न्यूनतम पद ज्ञात करते हैं – $\frac{\cancel{48}^{3}}{\cancel{80}_{5}} = \frac{3}{5}$

तीसरा चरण – दोनों चरणों से प्राप्त समतुल्य भिन्नों को इस प्रकार लिखें – $\frac{48}{80} = \frac{3}{5}$

चतुर्थ चरण – तिर्यक गुणा करें–

$\frac{48}{80} \times \frac{3}{5}$ $\quad 3 \times 80 = 240 \quad 5 \times 48 = 240$

अतः 240 दी संख्याओं का ल०स० है।

तीन संख्याओं का ल०स० ज्ञात करना –

इनें 12, 16 व 24 का ल०स० ज्ञात करना है।

पहला चरण – प्रथम दो संख्याओं को भिन्न रूप में लिखकर ल०स० निकालें –

$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$16 \times 3 = 12 \times 4 = 48$

12 एवं 16 का ल० स० 48 है।

दूसरा चरण – अब प्रथम चरण में प्राप्त ल०स० (48) तथा तीसरी दी हुई संख्या 24 को भिन्न रूप में लिखकर ल०स० ज्ञात करें– $\frac{\cancel{24}^{1}}{\cancel{48}_{2}} = \frac{1}{2}$

$24 \times 2 = 48 \times 1 = 48$

अतः दी हुई तीनों संख्याओं का ल०स० 48 है।

तीन संख्याओं का म०स० निकालना

हमें 15, 30 एवं 45 का म०स० ज्ञात करना है।

पहला चरण – सबसे पहले हम दी हुई संख्याओं का परस्पर अंतर ज्ञात करते हैं।

30–15 = 15, 45–30 = 15, 45–15=30

यहाँ अंतर 15 सबसे छोटा है। अर्थात् तीनों संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 15 होगा या 15 से छोटा – म०स० ≤ 15

दूसरा चरण – पहले चरण में प्राप्त सबसे छोटे अंतर से दी हुई तीनों संख्याओं को विभाजित करते हैं।

15)15 (1 15)30 (2 15)45 (3

−15 −30 −45

00 00 00

अतः सबसे छोटा अंतर (15) है दी संख्याओं का म०स० है।

इसे भी देखें–

306, 360 एवं 630 का म०स०

प्रथम चरण – 360 − 306 = 54, 630 − 360 = 270, 630 − 306 = 324

दूसरा चरण – सबसे छोटा अंतर 54 है।

54) 306 (5 54) 360 (6 54) 630 (11

− 270 − 324 − 594

36 036 036

यहाँ संख्या 306, 54 से विभाजित नहीं हो रही है।

अतः 54 दी हुई संख्याओं का म०स० नहीं है।

तीसरा चरण – प्रथम चरण में प्राप्त सबसे छोटे अन्तर में से दूसरे चरण में प्राप्त शेषफल 36 को घटाएँ – 54 − 36 = 18

चौथा चरण – 18 से दी हुई संख्याओं को विभाजित करते हैं –

18) 630 (35 18) 360 (20 18) 306 (17

− 54 − 360 − 18

90 000 126

− 90 −126

00 000

अतः 18 दी हुई सभी संख्याओं का म०स० है।