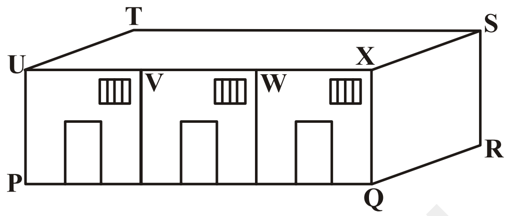
04 సరళ రేఖలు మరియు కోణములు (Lines and Angles)

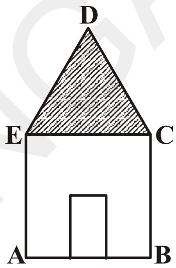
Z9B4N6

4.1 పరిచయం

రేష్మా తన పాఠశాల పటాన్ని గోపి తన ఇంటి పటాన్ని ఈ కింది విధంగా గీసారు. ఈ పటాలలో కొన్ని కోణాలను, రేఖా ఖండాలను మీరు గుర్తించగలరా?



(i)



(ii)

పై పటాలలో (PQ, RS, ST, ...) మరియు (AB, BC, CD, ...) మొదలగునవి రేఖాఖండములకు ఉదాహరణలు. అలాగే ∠UPQ, ∠PQR, ... మరియు ∠EAB, ∠ABC, ... మొదలగునవి కొన్ని కోణములకు ఉదాహరణలు.

ఒక వాస్తుశిల్పి (ఆర్కిటెక్ట్) ఇళ్లు, వంతెనలు, గోపురాలు మొదలగు వాటికి ప్లానులు గీసినప్పుడు సరళరేఖలను, సమాంతర రేఖలను వివిధ కోణాలతో గీస్తాడు.

భౌతిక శాస్త్రంలో కాంతిని గురించి చదివేటప్పుడు, కాంతి మార్గమును ఊహించడానికి ఫలితంగా ఏర్పడే పరావర్తనము, వక్రీభవనము, పరిక్షేపనముల ప్రతిబింబాలను సూచించడానికి సరళరేఖలను, కోణములను ఉపయోగించుకొంటాము. అదే విధంగా ఒక వస్తువుపై పనిచేసే వివిధ బలాల వలన ఎంత పని జరిగిందో తెలుసుకోవడానికి బలదిశకు, వస్తువు కదిలిన దిశకు మధ్యగల కోణాన్ని పరిగణనలోనికి తీసుకొని ఫలితాన్ని కనుగొంటాము. అంతే కాక ఒక ప్రదేశము ఎత్తును తెలుసుకోవడానికి మనకు సరళ రేఖలు మరియు కోణములు రెండూ కావాలి. ఇలా మన నిత్య జీవితంలో జ్యామితి యొక్క ప్రాథమిక భావనలు అనేక సందర్భాలలో గమనిస్తాము.

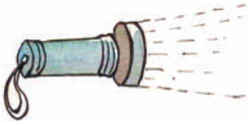
ఇవిచేయండి

మీ చుట్టు పక్కల జాగ్రత్తగా పరిశీలించి సరళరేఖలు మరియు కోణములను ఉపయోగించుకొనే ఏవైనా మూడు సందర్భాలను రాయండి.

వాటి బొమ్మలను మీ నోట్ పుస్తకములో గీయండి. అటువంటి కొన్ని చిత్రములను సేకరించండి.

SCERT, TELANGANA

4.2 జ్యామితిలోని మౌళిక పదాలు



సూర్యుడి నుండి లేదా టార్చిలైటు నుండి వెలువడే కాంతి పుంజం గురించి ఆలోచించండి. ఈ కాంతి పుంజాన్ని మనము ఎలా సూచిస్తాము? ఇది సూర్యుని నుండి ప్రారంభమయ్యే ఒక కిరణము "ఒక **కిరణము** అనేది సరళరేఖలో భాగము. ఇది ఒక బిందువు వద్ద ప్రారంభమై నిర్దేశితదిశలో అనంతంగా కొనసాగుతుంది" అనే విషయాన్ని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. అలాగే సరళరేఖ రెండువైపులా అనంతంగా పొడిగించబడుతుంది.

ఒక సరళరేఖలో రెండు బిందువులు అంత్య బిందువులుగా కలిగిన భాగాన్ని **రేఖాఖండము** అంటారు.

సాధారణంగా రేఖా ఖండము AB ని $\overline{AB}$ గాను మరియు ఈ రేఖా ఖండము పొడవును AB అని రాస్తాము. కిరణము AB ని $\overrightarrow{AB}$ అని, సరళరేఖ AB ని $\overleftrightarrow{AB}$ అని సూచిస్తాము. కాని సాధారణంగా అన్ని సరళరేఖలను $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{PQ}$ అని లేదా కొన్ని సార్లు l, m, n వంటి అక్షరాలతోగాని సూచిస్తారు.

మూడు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ బిందువుల ఒకే సరళరేఖపై ఉంటే ఆ బిందువులను సరేఖీయ బిందువులని, కానిచో సరేఖీయలు కాని బిందువులు అని అంటాము.

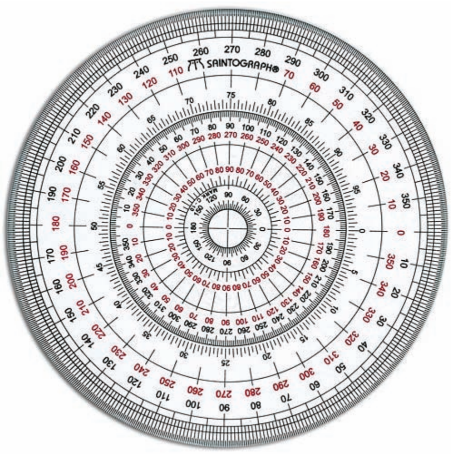
శేఖర్ ఒక సరళరేఖపై కొన్ని బిందువులను గుర్తించి వాటివల్ల ఏర్పడే రేఖా ఖండములను లెక్కించడానికి ప్రయత్నించాడు.

(*గమనిక* : $\overline{PQ}$ మరియు $\overline{QP}$ లు ఒకే రేఖాఖండమును సూచిస్తాయి.)

క్ర.సంఖ్య	సరళరేఖపై బిందువులు	రేఖా ఖండములు	సంఖ్య
1.	P R Q	$\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, $\overline{RQ}$	3
2.	P S R Q	$\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, $\overline{PS}$, $\overline{SR}$, $\overline{SQ}$, $\overline{RQ}$	6
3.	P S T R Q	....	

సరళరేఖపై బిందువుల సంఖ్యను, ఏర్పడిన రేఖా ఖండముల సంఖ్యకు మధ్య మీరు ఏమైనా అనుక్రమాన్ని కనుగొన్నారా? సరళరేఖపై మరికొన్ని బిందువులను తీసుకొని, అనుక్రమాన్ని పరిశీలించండి.

సరళరేఖపై బిందువుల సంఖ్య	2	3	4	5	6	7
మొత్తం రేఖా ఖండాల సంఖ్య	1	3	6	.....	.....	.....

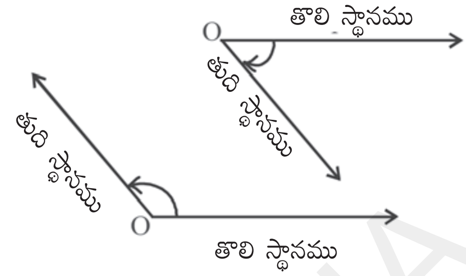


పటంలో చూపినట్లు ఒక వృత్తమును 360 సమాన భాగములు చేయుము.

ప్రతీ భాగముచే ఏర్పడే కోణము కొలత ఒక డిగ్రీ.

SCERT, TELANGANA

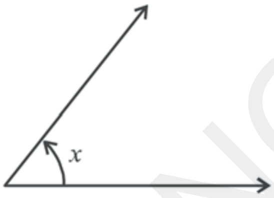
ఒక కిరణమును తొలిస్థానమును నుండి తుది స్థానమునకు భ్రమణం చేయడం వలన కోణం ఏర్పడుతుంది.



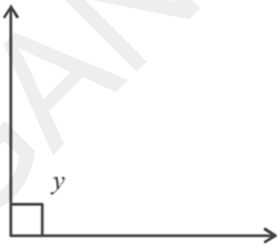
స్థిర బిందువు ‘O’ ఆధారంగా, ఒక కిరణము యొక్క తొలి స్థానము నుండి, తుది స్థానమునకు కలిగే మార్పును **భ్రమణము** అంటారు. ఈ భ్రమణము కొలతను కోణమానినితో కొలవగా వచ్చిన విలువను కోణము అంటారు.

ఒక పూర్తి భ్రమణము విలువ 360^0. ఒక కోణమును వషెనం వృత్తలేఖినితో కూడా నిర్మించవచ్చును.

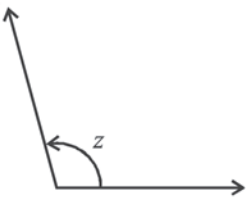
ఒకే బిందువు నుండి రెండు కిరణములు వెలువడినప్పుడు కోణము ఏర్పడుతుంది. ఈ కోణాన్ని ఏర్పరచే కిరణాలను కోణభుజాలు అని, ఆ ఉమ్మడి బిందువును కోణశీర్షము అని అంటారు. మీరు వివిధ కోణాలను గురించి ఇది వరకు నేర్చుకొన్నారు. అవి **అల్పకోణము, లంబకోణము, అధికకోణము, సరళకోణము** మరియు **పరావర్తన** కోణములు.



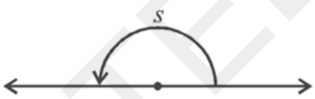
అల్ప కోణం : $0° < x < 90°$



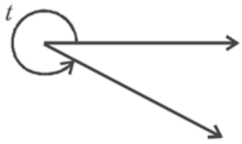
లంబ కోణం : $y = 90°$



అధిక కోణం : $90° < z < 180°$



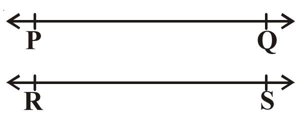
సరళ కోణం : $s = 180°$



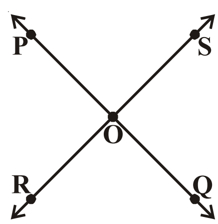
పరావర్తన కోణం : $180° < t < 360°$

4.2.1 ఖండనరేఖలు మరియు ఖండించుకొనని రేఖలు

పక్క పటాన్ని పరిశీలించుంటే $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ సరళరేఖలు ఏవైనా ఉమ్మడి బిందువులను కలిగివున్నాయా? (వాటిని అనంతంగా పొడిగించిననూ ఏదైనా బిందువు వద్ద ఖండించుకొంటాయా?) ఇటువంటి సరళరేఖలను ఏమని పిలుస్తారు? వీటిని **సమాంతర రేఖలు** అంటారు.

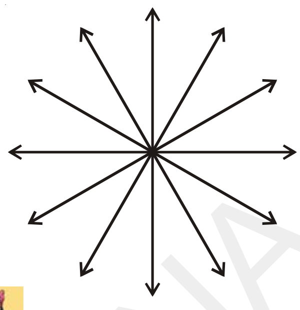


అలాకాక ఆ రెండు సరళరేఖలు ఏదైనా ఒక బిందువు వద్ద ఖండించు కొంటే వాటిని **ఖండనరేఖలు** అంటారు.



SCERT, TELANGANA

4.2.2 మిళిత రేఖలు



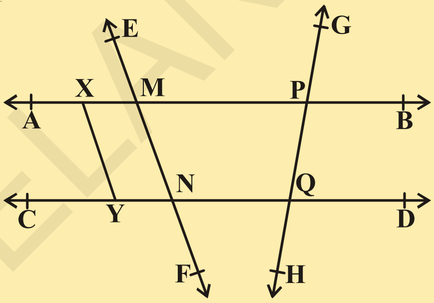
ఒక బిందువు వద్ద ఎన్ని సరళరేఖలు ఖండించుకొంటాయి? అటువంటి సరళరేఖలను ఏమంటారో మీకు తెలుసా? మూడు అంతకన్నా ఎక్కువ సరళరేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించుకొంటే ఆ సరళరేఖలను **మిళిత రేఖలు** అని, ఆ బిందువును **మిళిత బిందువు** అని అంటారు.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

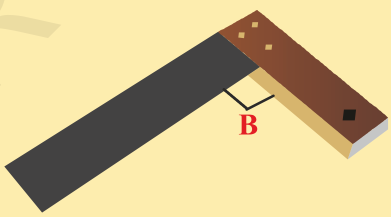
ఖండనరేఖలకు, మిళిత రేఖలకు గల భేదమేమిటి?

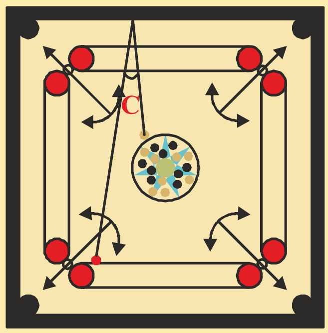
అభ్యాసం 4.1

1. ఇచ్చిన పటంలో కింది వానిని గుర్తించి రాయుము.
   (i) ఏవైనా ఆరు బిందువులు
   (ii) ఏవైనా ఐదు రేఖాఖండములు
   (iii) ఏవైనా నాలుగు కిరణములు
   (iv) ఏవైనా నాలుగు సరళరేఖలు
   (v) ఏవైనా నాలుగు సరేఖీయ బిందువులు



2. కింది పటాలను పరిశీలించి వాటిలోని కోణములు ఏరకమైనవో గుర్తించండి.





3. కింది ప్రవచనాలు సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి.
   (i) ఒక కిరణమునకు అంత్యబిందువు లేదు.
   (ii) సరళరేఖ $\overleftrightarrow{AB}$ మరియు సరళరేఖ $\overleftrightarrow{BA}$ లు ఒక్కటే.
   (iii) కిరణము $\overrightarrow{AB}$ మరియు కిరణము $\overrightarrow{BA}$ లు ఒక్కటే.
   (iv) ఒక సరళరేఖకు పరిమిత పొడవు ఉండును.
   (v) ఒక తలమునకు పొడవు, వెడల్పులు ఉంటాయి. కాని మందము ఉండదు.

SCERT, TELANGANA

(vi) రెండు వేరు వేరు బిందువుల గుండా ఒకే ఒక సరళరేఖను గీయగలము.

(vii) రెండు సరళరేఖలు రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించుకొనును.

(viii) రెండు ఖండనరేఖలు, ఒకే రేఖకు సమాంతర రేఖలు కాలేవు.

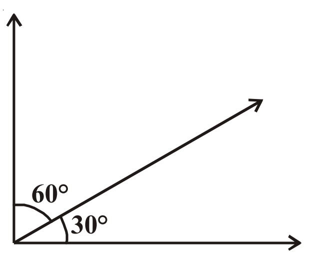
4. ఒక గడియారములో కింద ఇచ్చిన కాలము సూచింపబడునపుడు ఆ రెండు గడియారపు ముళ్ల మధ్య ఏర్పడు కోణము ఎంత?

(a) 9'O గంటలు (b) 6'O గంటలు (c) సా॥ 7:00 గంటలు

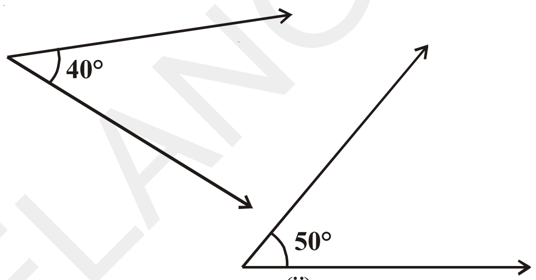
4.3 కోణాల జతలు

ఇప్పుడు మనం కొన్ని కోణాల జతలను గూర్చి చర్చిద్దాం.

కింది పటములలోని కోణములను పరిశీలించి వాటి మొత్తములను కనుగొనండి.



(i)



(ii)

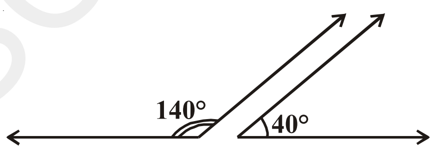
ప్రతి పటములోని రెండు కోణముల మొత్తము ఎంత? అది 90^0 కదా! అటువంటి కోణాల జతలను ఏమని పిలుస్తారో మీకు తెలుసా? వాటిని **పూరకకోణాలు** అంటారు.

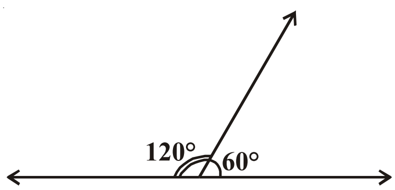
ఇచ్చిన కోణము x^0 అయిన దాని పూరకకోణము ఎంత? x^0 కోణము యొక్క పూరకకోణము $(90^0 - x^0)$.

ఉదాహరణ-1 : ఒక కోణము కొలత $62°$ అయిన దాని పూరకకోణము విలువ ఎంత?

సాధన : పూరక కోణముల మొత్తము $90°$ కావున $62°$ కోణము యొక్క పూరక కోణము $90° - 62° = 28°$

మరల ఈ కింది పటములను పరిశీలించి ప్రతి పటములోని కోణముల మొత్తము కనుగొనండి.





ప్రతి పటములో సూచించిన రెండు కోణముల మొత్తము ఎంత? 180^0 కదా! అటువంటి కోణాల జతలను ఏమని పిలుస్తారో మీకు తెలుసా? వాటిని సంపూరక కోణాలు అంటారు. ఇచ్చిన కోణము x^0 అయిన దాని సంపూరక కోణము ఎంత? x^0 కోణము యొక్క సంపూరక కోణము $(180° - x°)$.

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ-2 : రెండు పూరక కోణముల నిష్పత్తి 4:5. అయిన ఆ కోణములు కనుగొనండి.

సాధన : కావలసిన కోణములను $4x$ మరియు $5x$ అనుకొనుము.

కావున $4x + 5x = 90^0$ (ఎందుకు?)

$9x = 90^0 \Rightarrow x = 10^0$

కాబట్టి కావలసిన కోణములు 40^0 మరియు 50^0.

ఇప్పుడు (120°, 240°) (100°, 260°) (180°, 180°) (50°, 310°) ..... మొదలగు కోణాల జతలను పరిశీలించండి. అటువంటి కోణాల జతలను ఏమని పిలుస్తాము? రెండు కోణాల మొత్తము 360° అయిన ఆ కోణాలను సంయుగ్మ కోణాలు అంటారు. 270° కోణమునకు సంయుగ్మకోణము నీవు చెప్పగలవా? $x°$ కోణమునకు సంయుగ్మ కోణము ఎంత?

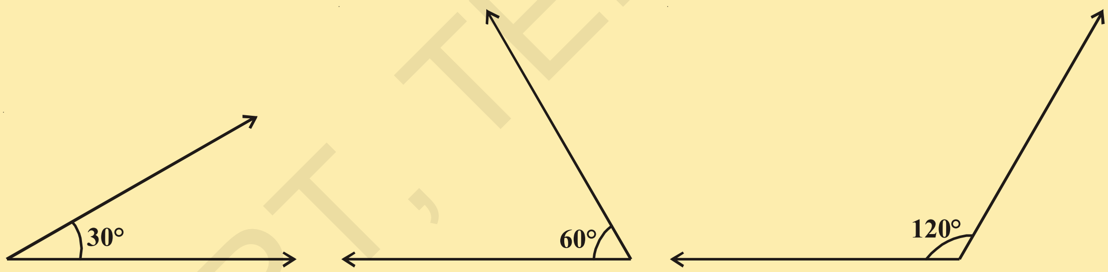
ఇవిచేయండి

1. కింది కోణములకు పూరక, సంపూరక మరియు సంయుగ్మ కోణములను రాయండి.

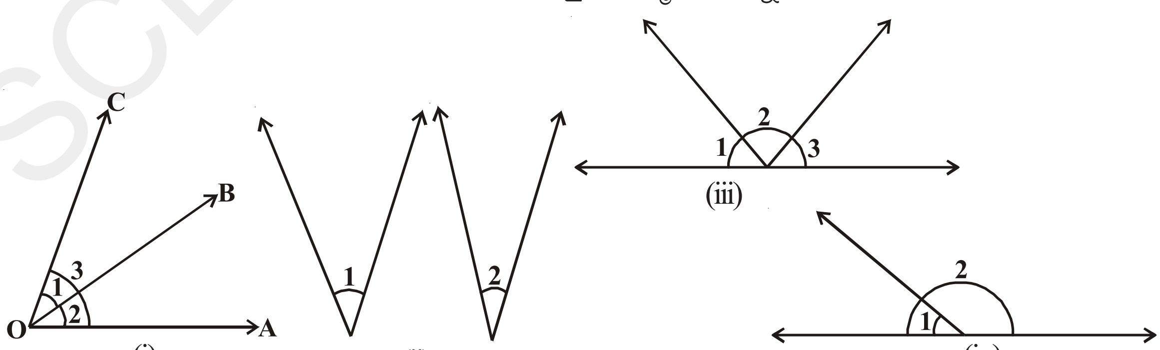
   (a) 45^0 (b) 75^0 (c) $54°$ (d) 30^0

   (e) 60^0 (f) $90°$ (g) $0°$

2. కింది కోణములలో ఏ కోణాల జతలు పూరక మరియు సంపూరక కోణాల జతలు అవుతాయి.



కింది పటములను పరిశీలించండి. ఆ కోణములకు ఏవైనా ఉమ్మడిగా ఉన్నాయా?



SCERT, TELANGANA

(i) వ పటంలో $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ లకు శీర్షము 'O', శీర్షభుజము '$\overrightarrow{OB}$' లు ఉమ్మడిగా ఉండడాన్ని గమనించవచ్చును. ఆ రెండు కోణముల ఉమ్మడిగా లేని భుజముల గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? అవి ఎలా అమర్చబడివున్నాయి? ఆ భుజములు ఉమ్మడి భుజమునకు రెండు పక్కలా అమర్చబడి ఉన్నాయి. అటువంటి కోణాల జతలను ఏమని పిలుస్తారు?

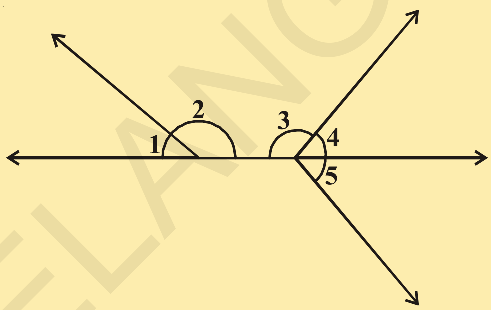
వాటిని ఆసన్న కోణాల జత అంటాము.

(ii) వ పటంలో $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ లు ఈయబడ్డాయి. ఈ కోణములకు ఉమ్మడి శీర్షముగాని, ఉమ్మడి భుజముగాని లేవు. కావున ఇవి ఆసన్న కోణములు కావు.

ప్రయత్నించండి

(i) పైన ఇచ్చిన (i, ii, iii మరియు iv) పటములలో ఆసన్న కోణాల జతలను, ఆసన్న కోణములు కాని జతలను గుర్తించి రాయండి.

(ii) పక్క పటములోని ఆసన్న కోణాల జతలను గుర్తించి రాయండి.



ఒక కోణాల జత, ఉమ్మడి శీర్షము, ఉమ్మడి భుజము కలిగి ఉండి, ఉమ్మడిగా లేని భుజాలు, ఉమ్మడి భుజమునకు చెరియొక వైపున ఉన్న, ఆ కోణాల జతను ఆసన్న కోణాల జత అంటాము.

ఇచ్చిన పటాన్ని పరిశీలించండి. ఒక ఆటగాడి చెయ్యి జావెలిన్‌తో కోణములు చేయుచున్నది. అవి ఎటువంటి కోణములు? అవి ఆసన్న కోణములని మనకు తెలుసును. మరి ఆ రెండు కోణముల మొత్తము ఎంతో మీరు చెప్పగలరా? అది సరళరేఖపై ఉన్నాయి కావున ఆ కోణాల మొత్తం 180^0. అటువంటి కోణాల జతలను ఏమని పిలుస్తాము? దానిని రేఖీయద్వయం అంటారు. కావున రెండు ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180^0 అయిన దానిని మనం రేఖీయద్వయం అంటాము.

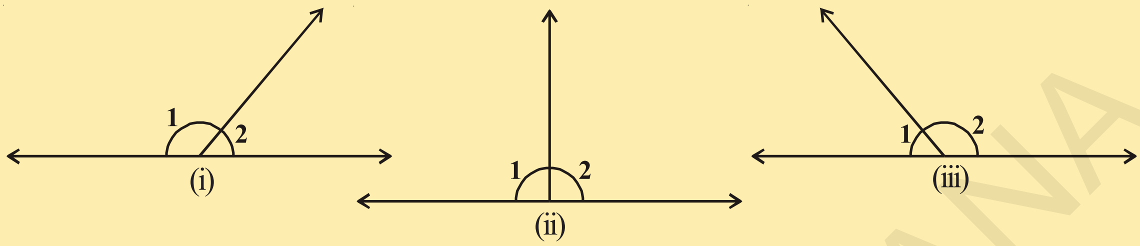
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

రేఖీయద్వయం ఎప్పుడూ సంపూరకకోణాలు అవుతాయి. కాని సంపూరక కోణాల జత రేఖీయద్వయం కానవసరం లేదు. ఎందుకు?

SCERT, TELANGANA

కృత్యం

ఈ కింది పటములలోని కోణములను కొలిచి పట్టికలో నింపండి.



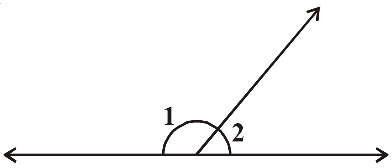
పటం	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 1 + \angle 2$
(i)			
(ii)			
(iii)			

4.3.1 రేఖీయద్వయ కోణాల స్వీకృతం

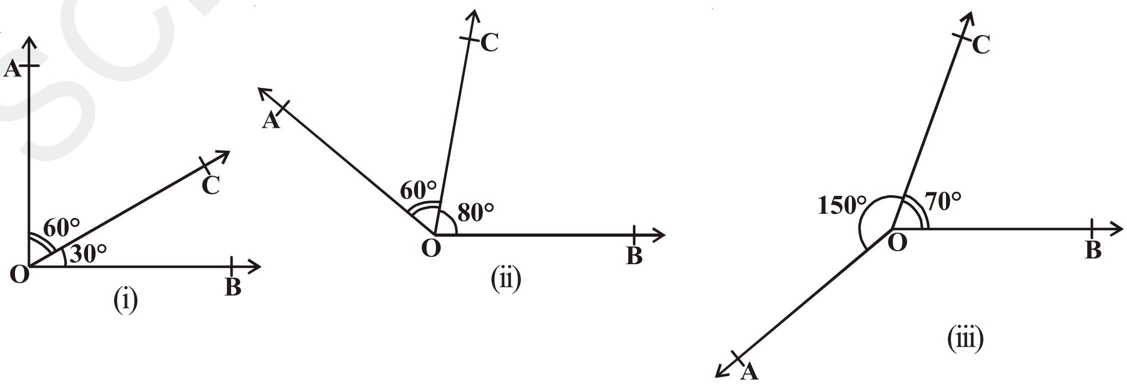
స్వీకృతం : ఒక కిరణము తొలి బిందువు ఒక సరళరేఖపై ఉన్నచో అప్పుడు ఏర్పడిన ఆసన్న కోణముల మొత్తం $180°$.

రెండు ఆసన్న కోణముల మొత్తము $180°$ అయిన వాటిని రేఖీయద్వయం అంటాము.

పటంలో $\angle 1 + \angle 2 = 180^0$

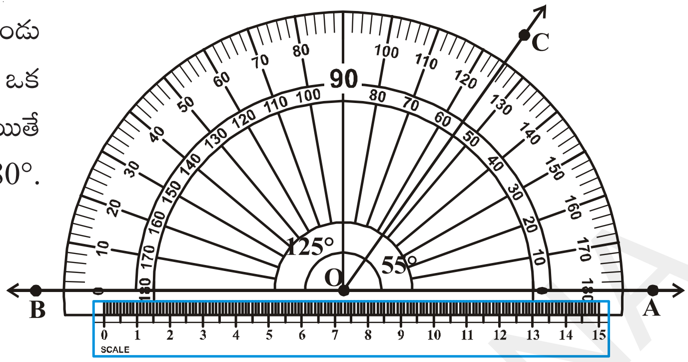


ఈ కింది కృత్యాన్ని చేయండి. పటంలో చూపినట్లు వేరువేరు కొలతలు గల ఆసన్నకోణముల గీయండి. ప్రతి సందర్భంలో ఉమ్మడిగాలేని రెండు భుజాలలో ఒక భుజము వెంబడి స్కేలును ఉంచండి. ఉమ్మడిగాలేని ఆ రెండవ భుజము కూడా స్కేలు వెంబడి ఉంటుందా?



SCERT, TELANGANA

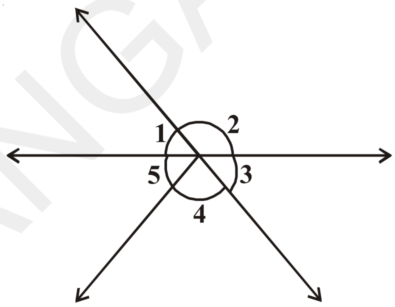
కేవలం (iv) వ పటంలో మాత్రమే ఉమ్మడిగా లేని రెండు భుజాలు స్కేలు వెంబడి ఉంటాయి అనగా అవి ఒక సరళ రేఖను ఏర్పరుస్తాయి. ఇంకా పరిశీలించినట్లయితే $\angle AOC + \angle COB = 55^\circ + 125^\circ = 180^\circ$. మిగిలిన పటములకు ఇది వర్తించదు.



పటం (iv)

స్వీకృతము : రెండు ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180° అయిన ఆ రెండు కోణములలో ఉమ్మడిగా లేని భుజాలు ఒక సరళరేఖను ఏర్పరుస్తాయి.

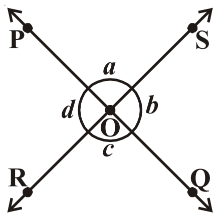
ఒక బిందువు వద్ద ఏర్పడే కోణాలు : ఒక బిందువు వద్ద ఏర్పడే అన్ని కోణాల మొత్తము ఎల్లప్పుడూ 360° ఉంటుంది.



ఇచ్చిన పటంలో $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 360^0$

4.3.2 ఖండన రేఖలతో ఏర్పడే కోణాలు

రెండు ఖండన రేఖలను గీసి వాటికి పేర్లు పెట్టండి. అందులో ఏర్పడిన రేఖీయ ద్వయాలను గుర్తించి మీ నోట్ పుస్తకములో రాయండి. ఎన్ని జతల రేఖీయద్వయ కోణాలు ఏర్పడ్డాయి?

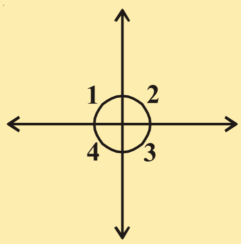


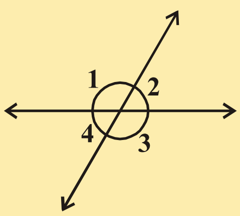
ఇచ్చిన పటంలో $\angle POS$ మరియు $\angle ROQ$ లు ఒకే శీర్షాన్ని కలిగిఉండి ఉమ్మడి భుజములేని అభిముఖ కోణాలు. అందుకే వీటిని శీర్షాభిముఖ కోణాలు అంటారు.

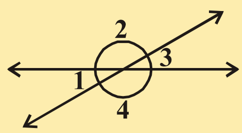
ఎన్ని జతల శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఉన్నాయి? వాటిని నీవు గుర్తించగలవా? (పటము చూడుము)

కృత్యం

కింద ఇచ్చిన పటములలో, ప్రతీ పటములోని నాలుగు కోణములు 1, 2, 3, 4 లను కొలిచి పట్టికలో రాయండి.







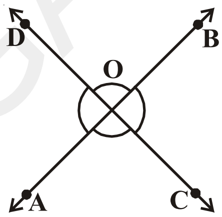
SCERT, TELANGANA

పటం	∠1	∠2	∠3	∠4
(i)				
(ii)				
(iii)				

శీర్షాభిముఖ కోణాల జతల గురించి నీవు ఏమి పరిశీలించావు? అవి సమానముగా ఉన్నాయా? సిద్ధాంత పరంగా దీనిని నిరూపిద్దాం.

సిద్ధాంతము : రెండు సరళరేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకొంటే ఏర్పడిన శీర్షాభిముఖ కోణాల కొలతలు సమానం.

దత్తాంశము : AB మరియు CD లు 'O' బిందువు వద్ద ఖండించుకొనే రెండు సరళరేఖలు.



సారాంశము :

(i) $\angle AOC = \angle BOD$

(ii) $\angle DOA = \angle COB$.

ఉపపత్తి :

కిరణము $\overrightarrow{OA}$ సరళరేఖ $\overleftrightarrow{CD}$ పై నున్నది.

అందువలన, $\angle AOC + \angle DOA = 180°$ [రేఖీయద్వయ స్వీకృతం].... (1)

అలాగే $\angle DOA + \angle BOD = 180°$ [ఎందుకు?] .... (2)

$\angle AOC + \angle DOA = \angle DOA + \angle BOD$ [(1) మరియు (2) ల నుండి]

$\angle AOC = \angle BOD$ [సమానంగానున్న కోణాలను రెండువైపులా తొలగించగా]

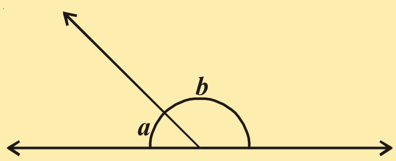
అదే విధంగా మనం

$\angle DOA = \angle COB$ అని నిరూపించవచ్చును.

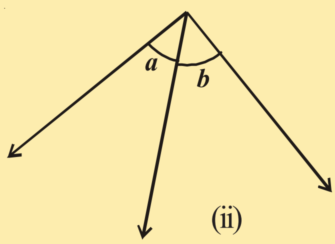
దీనిని నీవు స్వంతంగా ప్రయత్నించు.

ఇవిచేయండి

1. కింద ఇచ్చిన కోణాలను, పూరక కోణాలు, రేఖీయద్వయం, శీర్షాభిముఖ కోణాలు మరియు ఆసన్న కోణాల జతలుగా వర్గీకరించండి.

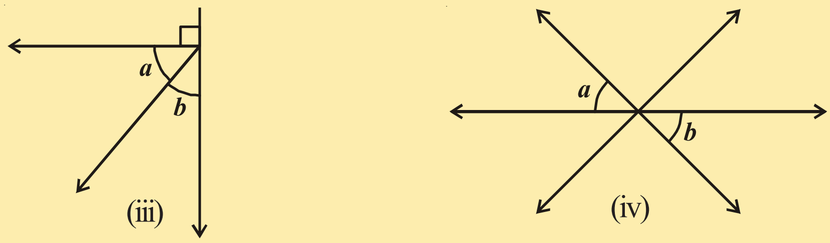


(i)

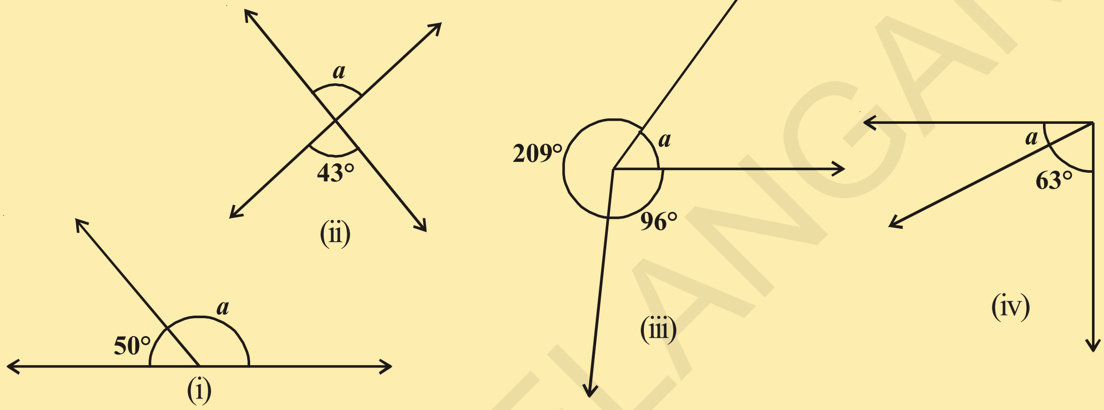


(ii)

SCERT, TELANGANA

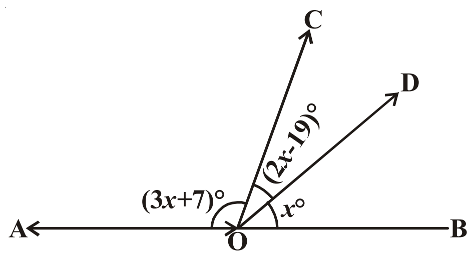


2. ప్రతి పటములో కోణము ‘a’ విలువను కనుగొని, కారణాలు వివరించండి.



ఇప్పుడు, కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

ఉదాహరణ-3 : పక్క పటంలో $\overleftrightarrow{AB}$ ఒక సరళరేఖ. అయిన ‘x’ విలువను కనుగొని దాని సహాయంతో $\angle AOC$, $\angle COD$ మరియు $\angle BOD$ లను కనుగొనండి.



సాధన : $\overleftrightarrow{AB}$ అనేది ఒక సరళరేఖ. దీనిపై ‘O’ బిందువువద్ద ఏర్పడిన కోణముల మొత్తము 180^0.

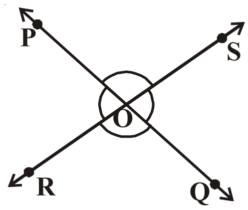
$\therefore\ (3x + 7)^\circ + (2x - 19)^\circ + x = 180^\circ$ ($\therefore$రేఖీయ కోణాలు)

$\Rightarrow\ 6x - 12 = 180 \Rightarrow 6x = 192 \Rightarrow x = 32^\circ.$

కావున, $\angle AOC = (3x + 7)^\circ = (3\times 32 + 7)^o = 103^o$,

$\angle COD = (2x - 19)^\circ = (2\times 32 - 19)^o = 45^o$, $\angle BOD = 32^o$.

ఉదాహరణ-4 : పక్క పటంలో PQ మరియు RS సరళరేఖలు, బిందువు ‘O’ వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. $\angle POR : \angle ROQ = 5 : 7$ అయిన అన్ని కోణముల కొలతలు కనుగొనుము.



సాధన : $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ (రేఖీయ ద్వయం)

కాని $\angle POR : \angle ROQ = 5 : 7$ (దత్తాంశము)

SCERT TELANGANA

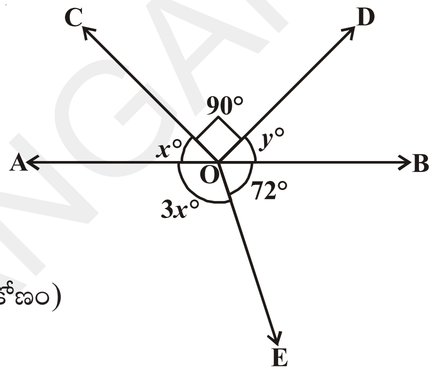
కావున, $\angle POR = \frac{5}{12} \times 180 = 75°$

అదేవిధంగా, $\angle ROQ = \frac{7}{12} \times 180 = 105°$

ఇప్పుడు, $\angle POS = \angle ROQ = 105°$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

మరియు $\angle SOQ = \angle POR = 75°$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

ఉదాహరణ-5 : పక్క పటంలో AOB ఒక సరళరేఖ. $\angle COD = 90°$, $\angle BOE = 72°$ అయిన $\angle AOC$, $\angle BOD$ మరియు $\angle AOE$ కోణముల కొలతలు లెక్కించండి.



సాధన : AOB ఒక సరళరేఖ కావున

$\angle AOE + \angle EOB = 180°$ (రేఖీయద్వయం)

$\Rightarrow 3x° + 72° = 180°$

$\Rightarrow 3x° = 108° \Rightarrow x = 36°.$

$\therefore \angle COA + \angle DOC + \angle BOD = 180^0$ ($\because$ సరళకోణం)

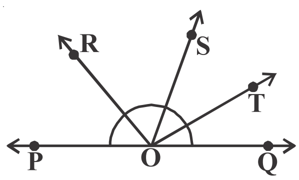
$\Rightarrow x° + 90° + y° = 180°$

$\Rightarrow 36° + 90° + y° = 180°$

$y° = 180° - 126° = 54°$

$\therefore \angle COA = 36°$, $\angle BOD = 54°$ మరియు $\angle AOE = 108°$.

ఉదాహరణ-6 : ఇచ్చిన పటంలో కిరణము $\overrightarrow{OS}$ సరళరేఖ $\overleftrightarrow{PQ}$ పై ఉన్నది. కిరణము $\overrightarrow{OR}$ మరియు కిరణము $\overrightarrow{OT}$ లు వరుసగా $\angle SOP$ మరియు $\angle QOS$ ల కోణ సమద్విఖండన రేఖలు. అయిన $\angle TOR$ కొలతను కనుగొనండి.



సాధన : కిరణము $\overrightarrow{OS}$ సరళరేఖ $\overleftrightarrow{PQ}$ పై ఉన్నది.

కావున, $\angle SOP + \angle QOS = 180°$ (రేఖీయద్వయం)

$\angle SOP = x°$ అనుకొనుము.

$\therefore x° + \angle QOS = 180°$ (ఎలా అయింది?)

కావున, $\angle QOS = 180° - x°$

$\angle SOP$ కు $\overrightarrow{OR}$ కోణ సమద్విఖండనరేఖ.

$\therefore \angle SOR = \frac{1}{2} \times \angle SOP$

$= \frac{1}{2} \times x° = \frac{x°}{2}$

SCERT TELANGANA

అదేవిధంగా, $\angle TOS = \frac{1}{2} \times \angle QOS$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - x^\circ)$

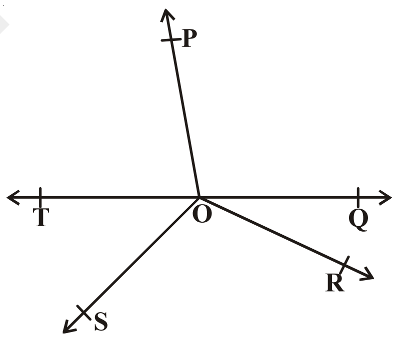
$= 90^\circ - \frac{x^\circ}{2}$

ఇప్పుడు, $\angle TOR = \angle SOR + \angle TOS$

$= \frac{x^\circ}{2} + \left(90^\circ - \frac{x^\circ}{2}\right)$

$= 90^\circ$

ఉదాహరణ-7 : పక్క పటంలో $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$ మరియు $\overrightarrow{OS}$ లు నాలుగు కిరణములు అయిన $\angle QOP + \angle ROQ + \angle SOR + \angle POS = 360^\circ$ అని నిరూపించుము.



సాధన : ఇచ్చిన పటంలో $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$ లేదా $\overrightarrow{OS}$ లలో ఏదైనా ఒక కిరణమునకు వ్యతిరేక కిరణము గీయుము.

$\overleftrightarrow{TOQ}$ సరళరేఖ అగునట్లు కిరణము $\overrightarrow{OT}$ గీయుము. ఇప్పుడు కిరణము OP సరళరేఖ $\overleftrightarrow{TQ}$ పై ఉండును.

$\therefore \angle TOP + \angle QOP = 180^\circ$ .... (1) (రేఖీయద్వయం)

అదేవిధంగా $\overrightarrow{OS}$ సరళరేఖ $\overleftrightarrow{TQ}$ పై ఉన్నది.

$\therefore \angle TOS + \angle SOQ = 180^\circ$ .... (2) (ఎందుకు?)

కాని $\angle SOQ = \angle SOR + \angle ROQ$

సమీకరణము (2) లో రాయగా

$\angle TOS + \angle SOR + \angle ROQ = 180^\circ$ .... (3)

(1) మరియు (3) సమీకరణములను కలుపగా

$\angle POT + \angle QOP + \angle TOS + \angle SOR + \angle ROQ = 360^\circ$ .... (4)

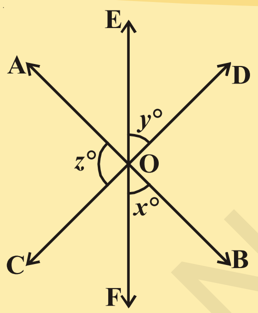
కాని $\angle TOP + \angle TOS = \angle POS$

అందువలన సమీకరణము (4) కింది విధముగా మారును.

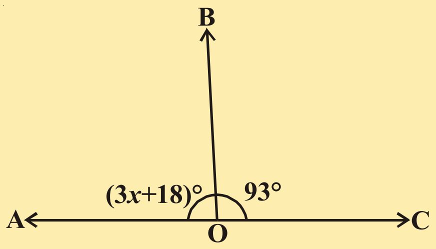
$\angle QOP + \angle ROQ + \angle SOR + \angle POS = 360^\circ$

అభ్యాసం 4.2

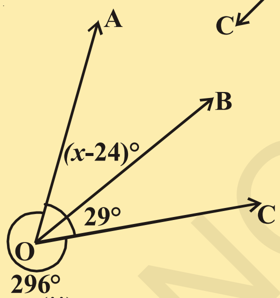
1. ఇచ్చిన పటంలో $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ మరియు $\overleftrightarrow{EF}$ సరళరేఖలు 'O' వద్ద ఖండించుకొనును. $x : y : z = 2 : 3 : 5$ అయిన x, y మరియు z ల విలువలు కనుగొనండి.



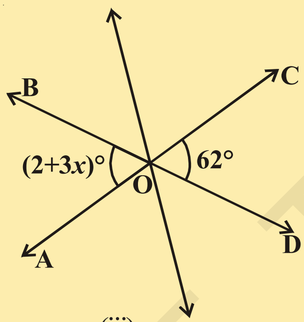
2. కింద ఇచ్చిన పటములలో x విలువను కనుగొనుము.



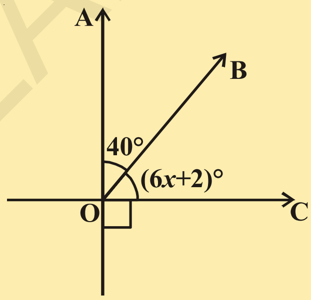
(i)



(ii)

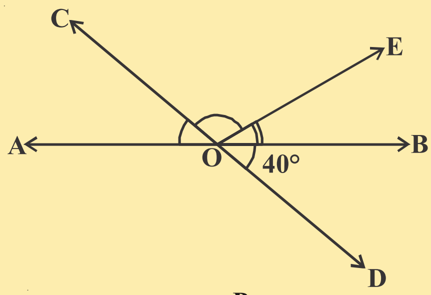


(iii)

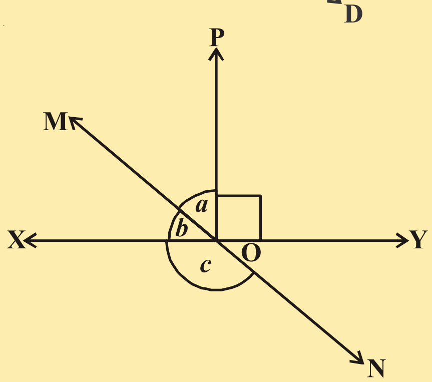


(iv)

3. పక్క పటంలో సరళరేఖలు $\overleftrightarrow{AB}$ మరియు $\overleftrightarrow{CD}$ లు బిందువు 'O' వద్ద ఖండించుకొనును. $\angle AOC + \angle BOE = 70°$ మరియు $\angle DOB = 40°$. అయిన $\angle BOE$ మరియు పరావర్తనకోణం $\angle COE$ ల కొలతలు కనుగొనుము.

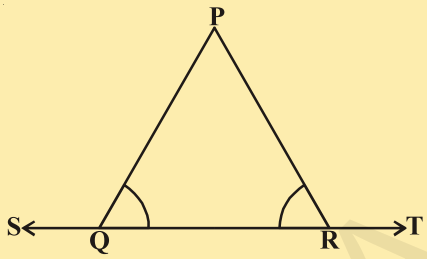


4. పక్క పటంలో సరళరేఖలు $\overleftrightarrow{XY}$ మరియు $\overleftrightarrow{MN}$ లు బిందువు 'O' వద్ద ఖండించుకొనును. $\angle YOP = 90°$. $a : b = 2 : 3$, అయిన కోణము c కొలతలు కనుగొనుము.

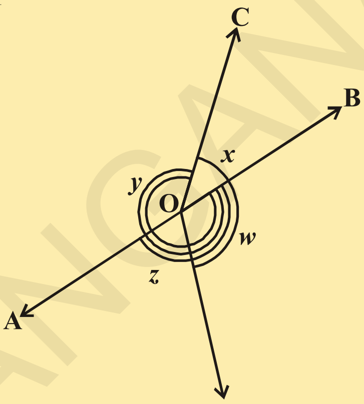


SCERT, TELANGANA

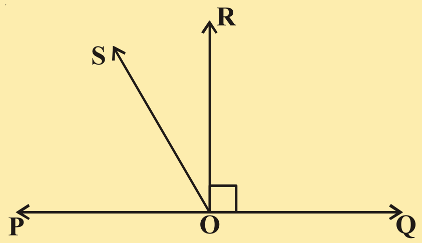
5. పక్క పటంలో $\angle RQP = \angle PRQ$ అయిన
$\angle PQS = \angle TRP$ అని నిరూపించుము.



6. ఇచ్చిన పటంలో $x + y = w + z$ అయిన
AOB ఒక సరళరేఖ అని నిరూపించండి.



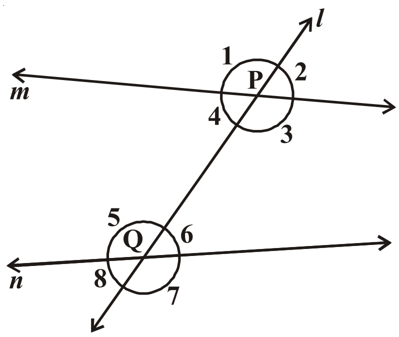
7. పక్క పటంలో $\overleftrightarrow{PQ}$ ఒక సరళరేఖ. కిరణము $\overrightarrow{OR}$, $\overleftrightarrow{PQ}$ సరళరేఖకు లంబముగానున్నది. $\overrightarrow{OS}$ అనేది $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OR}$ ల మధ్య నున్న వేరొక కిరణము అయిన
$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle SOP)$ అని నిరూపించండి.



8. $\angle XYZ = 64°$. XY ని బిందువు 'P' వరకు పొడిగించినారు. $\angle ZYP$ ని కిరణము YQ సమద్విఖండన చేయును. ఈ సమాచారమును పటరూపములో చూపండి. అదేవిధంగా $\angle XYQ$ మరియు పరావర్తన కోణము $\angle QYP$ ల కొలతలు కనుగొనండి.

4.4 సరళరేఖలు మరియు తిర్యగ్రేఖ

ఇచ్చిన పటాన్ని పరిశీలించండి. సరళరేఖ 'l', మిగిలిన సరళరేఖలు 'm' మరియు 'n' లను ఎన్ని బిందువుల వద్ద ఖండించినది? సరళరేఖ 'l' మిగిలిన రెండు రేఖలను రెండు వేరువేరు బిందువుల వద్ద ఖండించినది. ఇటువంటి సరళరేఖను మనం ఏమని పిలుస్తాము? దీనిని మనం తిర్యగ్రేఖ అంటాము. రెండు వేరువేరు సరళరేఖలను 'l' వేరువేరు బిందువుల వద్ద ఖండించే సరళరేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటారు. సరళరేఖ 'l' మిగిలిన సరళరేఖలు 'm' మరియు 'n' ను వరుసగా 'P' మరియు 'Q' బిందువులవద్ద ఖండించుచున్నది. కావున సరళరేఖ 'l', సరళరేఖలు m మరియు n లకు తిర్యగ్రేఖ.



రెండు సరళ రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడే కోణముల సంఖ్యను పరిశీలించండి.

SCERT, TELANGANA

ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు సరళ రేఖలను ఖండించగా 8 కోణములు ఏర్పడును.

ఈ కోణములను పటములో చూపినట్లు $\angle 1$, $\angle 2$. . . $\angle 8$ అని గుర్తించండి. ఈ కోణములను మనము వర్గీకరించగలమా? ఈ కోణములలో కొన్ని బాహ్యకోణములు మరియు కొన్ని అంతర కోణములు. $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ మరియు $\angle 8$ లు బాహ్యకోణములు, అదేవిధంగా $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ మరియు $\angle 6$ లు అంతరకోణములు.

తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున ఉండి, ఆసన్న కోణములుకానట్టి ఒక అంతర, ఒక బాహ్య కోణముల జతను సదృశకోణాలు అంటారు.

ఇచ్చిన పటములో

(a) సదృశకోణాలు (అనురూపకోణాలు) ఏవి?

(i) $\angle 1$ మరియు $\angle 5$ (ii) $\angle 2$ మరియు $\angle 6$

(iii) $\angle 4$ మరియు $\angle 8$ (iv) $\angle 3$ మరియు $\angle 7$, కావున 4 జతల సదృశ కోణాలుఉన్నాయి.

(b) ఏకాంతర కోణాలు ఏవి?

(i) $\angle 4$ మరియు $\angle 6$ (ii) $\angle 3$ మరియు $\angle 5$, లు రెండు జతల ఏకాంతర కోణాలు (ఎందుకు?)

(c) ఏక బాహ్యకోణాలు ఏవి?

(i) $\angle 1$ మరియు $\angle 7$ (ii) $\angle 2$ మరియు $\angle 8$, లు రెండు జతల ఏక బాహ్య కోణాలు (ఎందుకు?)

(d) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న అంతరకోణాలు ఏవి?

(i) $\angle 4$ మరియు $\angle 5$ (ii) $\angle 3$ మరియు $\angle 6$ లు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న రెండు జతల అంతర కోణాలు (ఎందుకు?).

తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న ఈ అంతర కోణాలను వరుస అంతరకోణాలు (లేదా) సహ అంతరకోణాలు (లేదా) అనుబంధిత అంతరకోణాలు అంటారు.

(e) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న బాహ్యకోణాలు ఏవి?

(i) $\angle 1$, $\angle 8$ (ii) $\angle 2$, $\angle 7$ లు రెండు జతల తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న బాహ్యకోణాలు (ఎందుకు?)

తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న బాహ్యకోణాలను వరుస బాహ్య కోణాలు (లేదా) సహ బాహ్యకోణాలు (లేదా) అనుబంధిత బాహ్యకోణాలు అంటారు.

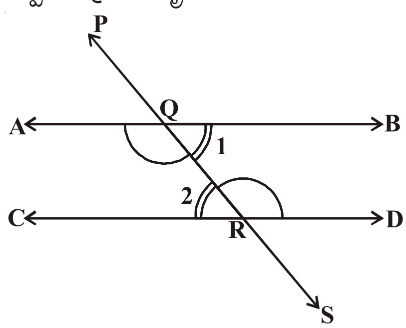
ఇచ్చిన రెండు సరళరేఖలు l మరియు m లు సమాంతర రేఖలైన సదృశకోణాల గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? సరిచూడండి. అవి సమానంగా ఉంటాయా? అవును, అవి సమానములే.

సదృశకోణాల స్వీకృతము : ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ప్రతి సదృశకోణాల జత సమానంగా ఉంటాయి.

ఇచ్చిన పటంలో ఏకాంతర కోణాల జతలు మధ్య ఎలాంటి సంబంధం ఉంది. (i) $\angle RQB$ మరియు $\angle QRC$

(ii) $\angle AQR$ మరియు $\angle DRQ$?

వీటి మధ్య సంబంధము కనుగొనడానికి సదృశకోణాల స్వీకృతాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?



ఇచ్చిన పటంలో తిర్యగ్రేఖ $\overleftrightarrow{PS}$ రెండు సమాంతరరేఖలు $\overleftrightarrow{AB}$ మరియు $\overleftrightarrow{CD}$ లను వరుస బిందువులు Q మరియు R ల వద్ద ఖండించుచున్నది.

$\angle RQB = \angle QRC$ మరియు $\angle AQR = \angle DRQ$ అని కనుగొందాం.

మీకు తెలుసా $\angle PQA = \angle QRC$ ..... (1) (సదృశకోణాలస్వీకృతము)

మరియు $\angle PQA = \angle RQB$ ..... (2) (ఎందుకు?)

(1), (2) ల నుండి $\angle RQB = \angle QRC$ అని మనం చెప్పగలము.

అదేవిధంగా, $\angle AQR = \angle DRQ$.

ఈ ఫలితాన్ని సిద్ధాంత రూపంలో కింది విధంగా ప్రవచించవచ్చును.

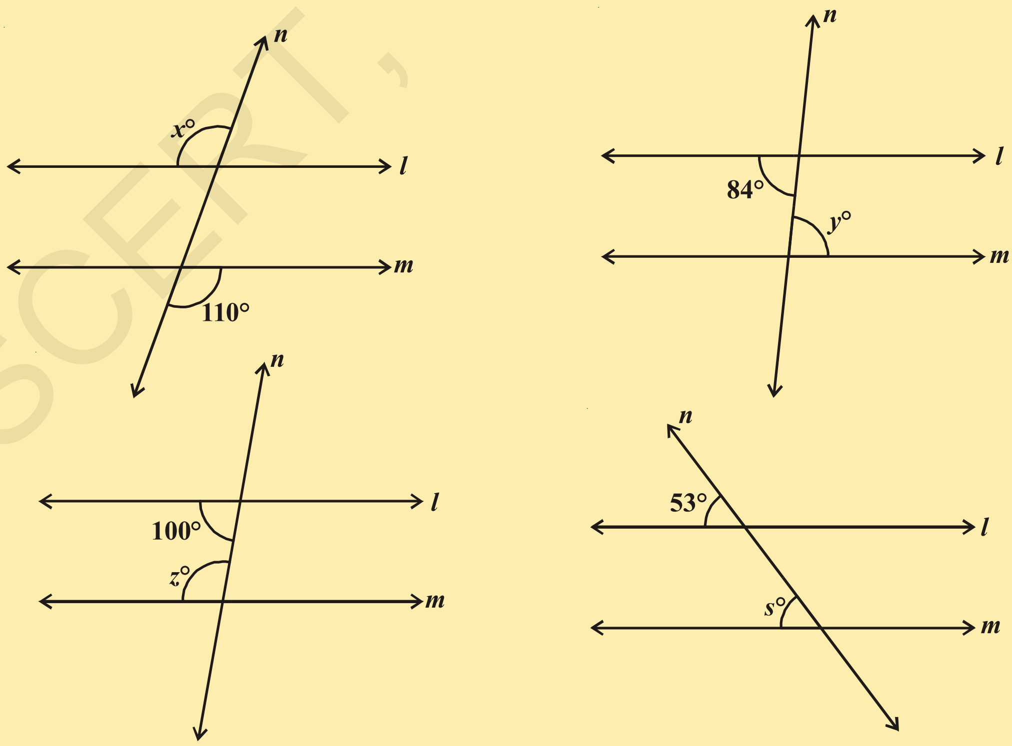
సిద్ధాంతము 4.2 : రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ప్రతి ఏకాంతర కోణాల జత సమానము.

ఇదే విధంగా, తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న అంతరకోణాలకు సంబంధించిన సిద్ధాంతాన్ని రాబట్టవచ్చును.

సిద్ధాంతము 4.3 : రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న ప్రతీ అంతరకోణాల జత సంపూరకాలు.

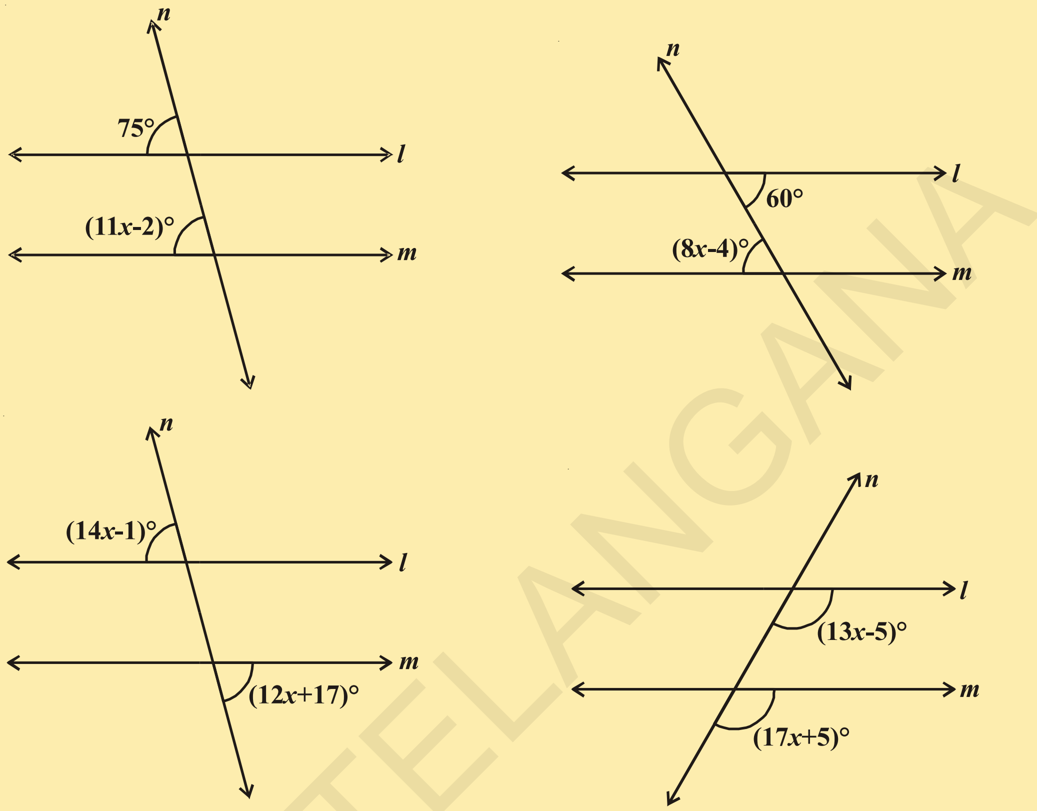
ఇవిచేయండి

1. కింది పటాలలో l, m లు రెండు సమాంతర రేఖలు మరియు n తిర్యగ్రేఖ. ప్రతి పటములోని సూచించబడిన కోణము విలువను కనుగొనండి.



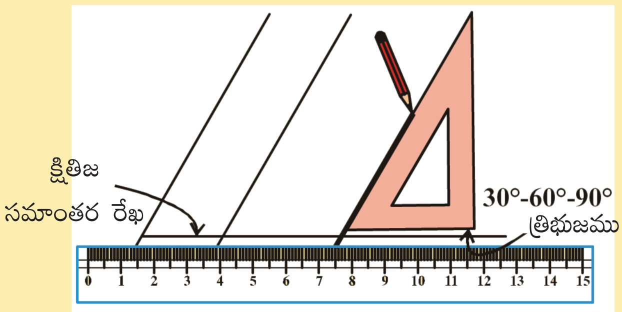
SCERT, TELANGANA

2. కింది వాటలో ‘x’ విలువను కనుగొనండి మరియు కారణములను తెల్పండి.



కృత్యం

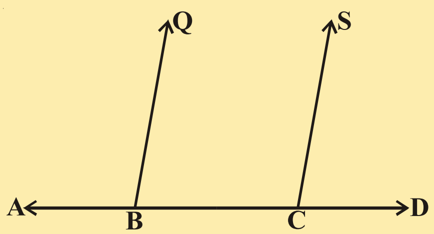
ఒక స్కేలును, మూలమట్టాన్ని తీసుకోండి. పటములో చూపినట్లు మూలమట్టాన్ని స్కేలుపై అమర్చండి. మూలమట్టము ఏటవాలు అంచు వెంబడి పెన్సిల్‌తో గీత గీయండి. ఇప్పుడు మూలమట్టాన్ని దాని క్షితిజ సమాంతర అంచు వెంబడి జరిపి, మరల ఏటవాలు అంచు వెంబడి గీత గీయండి. మనము గీసిన రెండు గీతలు సమాంతరంగా ఉండడాన్ని మనము గమనించవచ్చును? అవి ఎందుకు సమాంతరంగా ఉన్నాయి? ఆలోచించి, మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

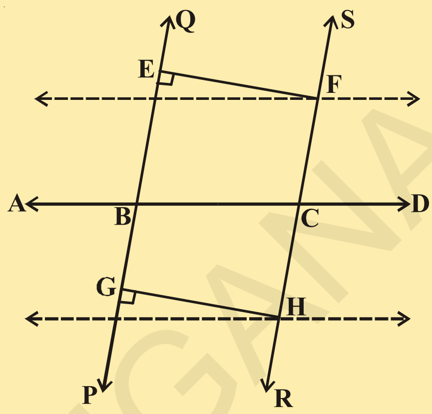


SCERT, TELANGANA

ఇవిచేయండి

సరళరేఖ $\overleftrightarrow{AD}$ పై రెండు బిందువులు B, C లను గుర్తించండి. B, C ల వద్ద ∠ABQ, ∠BCS సమాన కోణాలను నిర్మించండి. QB, SC లను AD కి అవతలి వైపు పొడిగించగా PQ, RS సరళరేఖలు ఏర్పడును.

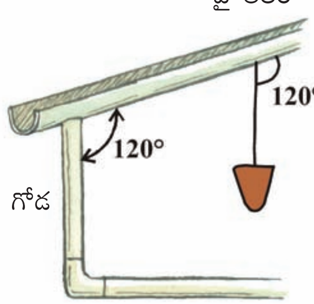




ఏర్పడిన $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ సరళరేఖలకు ఉమ్మడి లంబరేఖలు $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ లను గీయండి. $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ లను కొలవండి. మీరు ఏమిగమనిస్తారు? దాని నుండి మీరు ఏమి నిర్ధారిస్తారు? రెండు సరళరేఖల మధ్య లంబ దూరము సమానమైన ఆ రెండు రేఖలు సమాంతరాలు అని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి.

స్వీకృతము : రెండు సరళరేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ఒక జత సదృశ కోణాలు సమానమైన ఆ రెండు సరళరేఖలు సమాంతరరేఖలు. (సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతము)

వడంబము అనగా పురిలేని తాడుకు ఒక చివర సీసపు గుండు కట్టి ఉంటుంది. ఉదాహరణకు గోడ, పైకప్పుల మధ్యకోణం 120^0 లు వున్నచో వడంబము మరియు పైకప్పుల మధ్య కోణము కూడా 120^o ఉంటుంది. దీనిని బట్టి మేస్త్రీ గోడ నిలువుగా ఉందని నిర్ధారించుకుంటాడు. అతను ఏరకంగా ఈ నిర్ధారణకు వచ్చాడో ఆలోచించండి.



పై సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతమునుపయోగించి మనము ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు సమానమైన ఆ సరళరేఖలు సమాంతరరేఖలని చూపగలమా?

పటంలో, సరళరేఖలు $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ లను తిర్యగ్రేఖ $\overleftrightarrow{PS}$ వరుసగా Q, R బిందువులవద్ద ఖండించుచున్నది. మరియు ఏకాంతరకోణాలు ∠RQB, ∠QRC లు సమానములు.

అనగా ∠RQB = ∠QRC.

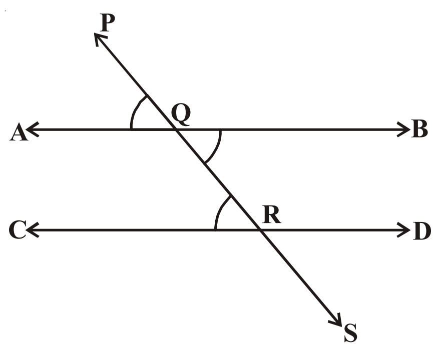
మనం ఇప్పుడు $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ అని నిరూపించవలసియుంది.

∠RQB = ∠PQA (ఎందుకు?) ... (1)

కాని ∠RQB = ∠QRC (దత్తాంశము) ... (2)

(1), (2) ల నుండి

∠PQA = ∠QRC



కాని ఇవి తిర్యగ్రేఖ $\overrightarrow{PS}$ చే ఖండించబడే సరళరేఖలు $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ లకు సదృశకోణాలు.

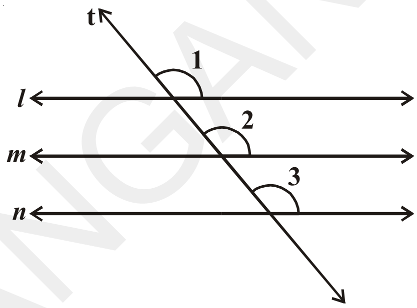
అందువలన $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతము)

ఈ ఫలితాన్ని మనం కింది సిద్ధాంత రూపంలో ప్రవచించవచ్చును.

సిద్ధాంతము 4.4 : రెండు సరళరేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఒక జత ఏకాంతరకోణాలు సమానమైన ఆ రెండు సరళరేఖలు సమాంతర రేఖలు అవుతాయి.

4.4.1 ఒకే సరళరేఖకు సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖలు

రెండు సరళరేఖలు ఒకే రేఖకు సమాంతరంగా ఉంటే ఆ రెండు రేఖలు సమాంతర రేఖలు అవుతాయా?



దీనిని పరిశీలిద్దాం. $m \parallel l$ మరియు $n \parallel l$ అయ్యేటట్లు మూడు సరళరేఖలు l, m, n లను గీయండి.

ఈ మూడు సరళరేఖలు l, m, n లకు ఒకే తిర్యగ్రేఖ 't' ని గీయండి.

పటం నుండి, $\angle 1 = \angle 2$ అలాగే $\angle 1 = \angle 3$ (సదృశకోణాల స్వీకృతం)

అందువలన, $\angle 2 = \angle 3$ కాని ఈ రెండు కోణాలు సరళరేఖలు m, n లకు సదృశకోణాల జత అవుతాయి.

$\therefore m \parallel n$ చెప్పవచ్చును.

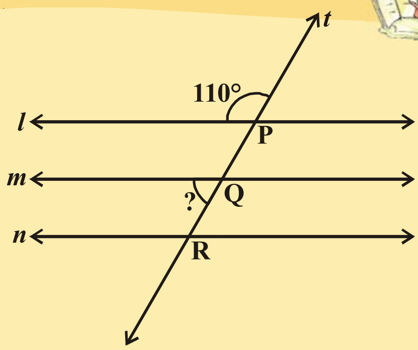
(సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతం)

సిద్ధాంతం 4.5 : ఒక సరళరేఖకు సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖలు పరస్పర సమాంతరరేఖలు.

ప్రయత్నించండి

(i) ఇచ్చిన పటంలో ప్రశ్నార్థకం గుర్తు సూచించే కోణం విలువను కనుగొనండి.

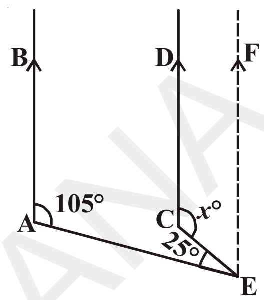
(ii) $\angle P$ విలువకు సమానంగా ఉండే కోణాలను కనుగొనండి.



ఇప్పుడు, సమాంతర రేఖలకు సంబంధించిన కొన్ని సమస్యలను సాధిద్దాం.

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ-8 : ఇచ్చిన పటంలో AB|| CD అయిన 'x' విలువను కనుగొనండి.



సాధన : E గుండా AB || CD లకు సమాంతరంగా ఉండేటట్లు EF సరళరేఖను గీయండి. EF || CD మరియు, CE తిర్యగ్రేఖ.

$\therefore\ \angle ECD + \angle FEC = 180^o$ [$\because$ తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునుండే అంతరకోణాలు]

$\Rightarrow\ x^o + \angle FEC = 180^o \Rightarrow\ \angle CEF = (180 - x^o)$.

మరల, EF || AB మరియు, AE ఒక తిర్యగ్రేఖ.

$\angle EAB + \angle FEA = 180^o$ [$\because$ తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపు నుండే అంతర కోణాలు]

$\Rightarrow 105^o + \angle CEA + \angle FEC = 180^o$

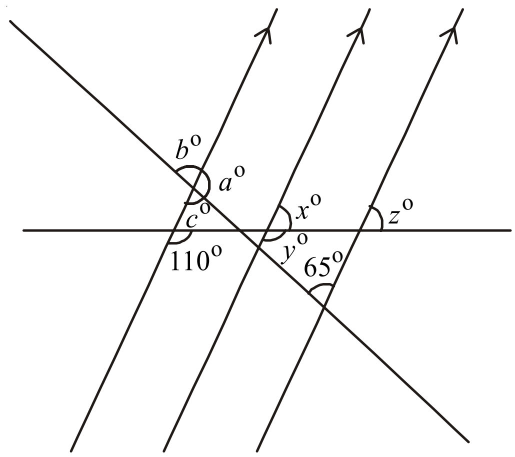
$\Rightarrow\ 105^o + 25^o + (180^o - x^o) = 180^o$

$\Rightarrow\ 310 - x^\circ = 180^\circ$

కావున, $x = 130^\circ$.

ఉదాహరణ-9 : పక్క పటంలో x, y, z మరియు a, b, c ల విలువలు కనుగొనండి.

సాధన : ఇచ్చుట మనకు



$y^o = 110^o$ ($\because$ సదృశకోణాలు)

$\Rightarrow\ x^o + y^o = 180^o$ (రేఖీయద్వయం)

$\Rightarrow\ x^o + 110^o = 180^o$

$\Rightarrow\ x^o = (180^o - 110^o) = 70^o$.

$z^o = x^o = 70^o$ ($\because$ సదృశకోణాలు)

$c^o = 65^o$ (ఎలాగ?)

$a^o + c^o = 180^o$ [రేఖీయద్వయం]

$\Rightarrow\ a^o + 65^o = 180^o$

$\Rightarrow\ a^o = (180^o - 65^o) = 115^o$.

$b^o = c^o = 65^o$. [$\because$ శీర్షాభిముఖ కోణాలు]

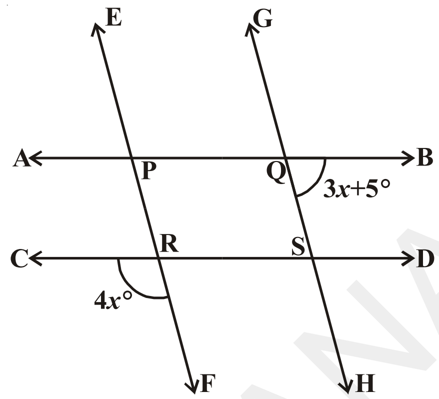
అందువలన, $a = 115^\circ, b = 65^\circ, c = 65^\circ, x = 70^\circ, y = 110^\circ, z = 70^\circ$.

ఉదాహరణ-10 : పక్క పటంలో EF || GH, AB || CD అయిన x కనుగొనండి.

సాధన : $4x^\circ = \angle APR$ (ఎందుకు?)

$\angle APR = \angle PQS$ (ఎందుకు?)

SCERT, TELANGANA



$\angle PQS + \angle SQB = 180°$ (ఎందుకు?)

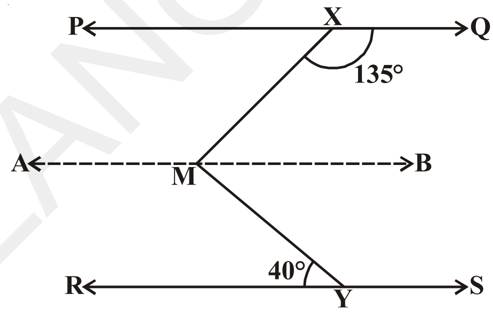
$4x° + (3x + 5)° = 180°$

$7x° + 5° = 180°$

$x° = \dfrac{180° - 5°}{7}$

$= 25°$

ఉదాహరణ-11 : ఇచ్చిన పటంలో, PQ || RS. $\angle MXQ = 135°$, $\angle MYR = 40°$ అయిన $\angle XMY$ కొలతలు కనుగొనండి.



సాధన : బిందువు M ద్వారా PQ సరళరేఖకు సమాంతరంగా ఉండేటట్లు సరళరేఖ AB ని నిర్మించండి.

ఇప్పుడు, AB || PQ మరియు PQ || RS.

$\therefore$ AB || RS

ఇప్పుడు $\angle MXQ + \angle BMX = 180°$

($\therefore$ AB || PQ, మరియు XM తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న అంతరకోణాలు)

అందుచేత, $135° + \angle BMX = 180°$

$\therefore \angle BMX = 45°$ ...(1)

అలాగే $\angle YMB = \angle MYR$ ($\because$ AB || RS ఏకాంతర కోణాలు)

$\therefore \angle YMB = 40°$ ...(2)

(1), (2) లను కలుపగా

$\angle BMX + \angle YMB = 45° + 40°$

అనగా $\angle YMX = 85°$

ఉదాహరణ-12 : రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ఒక జత సదృశ కోణాల కోణ సమద్విఖండన రేఖలు సమాంతర రేఖలైన, ఆ రేఖలు కూడా సమాంతర రేఖలు అవుతాయి. అని నిరూపించండి.

సాధన : ఇచ్చిన పటంలో తిర్యగ్రేఖ $\overleftrightarrow{AD}$ ఇచ్చిన రెండు రేఖలు $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ లను వరుసగా బిందువులు B, C లవద్ద ఖండించుచున్నది. $\angle QBA$ కోణ సమద్విఖండన రేఖ $\overrightarrow{BE}$ అలాగే $\angle SCB$ కోణ సమద్విఖండనరేఖ $\overrightarrow{CF}$ ఇంకా BE || CF. మనము PQ || RS అని నిరూపించాలి. ఈ కింది వానిలో ఏదైనా ఒక జత నిరూపించిన సరిపోతుంది.

i. సదృశకోణాలు సమానం.

ii. ఏకాంతర కోణాల జత లేదా ఏక బాహ్యకోణాల జత సమానము.

iii. తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న అంతరకోణాలు సంపూరకాలు.

SCERT, TELANGANA

ఇచ్చిన పటములో, మనము ఒక జత సదృశకోణాలు సమానము అని నిరూపిద్దాము.

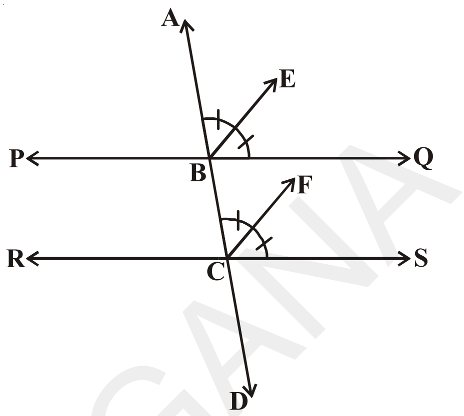
దత్తాంశము నుండి $\angle QBA$ కు BE కోణ సమద్విఖండనరేఖ.

$$\angle EBA = \frac{1}{2} \angle QBA. \qquad ... (1)$$

అదేవిధంగా, $\angle SCB$ కు CF కోణసమద్విఖండనరేఖ.

$$\therefore \quad \angle FCB = \frac{1}{2} \angle SCB \qquad ... (2)$$

కాని సమాంతర రేఖలు BE, CF లకు $\overleftrightarrow{AD}$ ఒక తిర్యగ్రేఖ.



అందువలన $\angle EBA = \angle FCB$

(సదృశకోణాల స్వీకృతము) ... (3)

(1), (2), (3) సమీకరణముల నుండి

$$\frac{1}{2} \angle QBA = \frac{1}{2} \angle SCB$$

$$\therefore \quad \angle QBA = \angle SCB$$

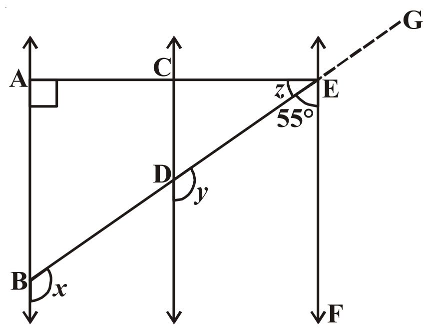
కాని ఇవి $\overleftrightarrow{PQ}$ మరియు $\overleftrightarrow{RS}$ సరళరేఖలను తిర్యగ్రేఖ $\overleftrightarrow{AD}$ ఖండించగా ఏర్పడిన సదృశకోణాల జత, మరియు ఇవి సమానంగా ఉన్నాయి.

కావున PQ || RS (సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతము)

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ-13 : పక్క పటంలో, AB || CD మరియు CD || EF. అలాగే EA ⊥ AB. $\angle BEF = 55°$ అయిన x, y, z విలువలను కనుగొనండి.

సాధన : BE ని G దాకా పొడిగించుము.



ఇప్పుడు $\angle FEG = 180° - 55°$ (ఎందుకు?)

$= 125°$

అలాగే $\angle FEG = x = y = 125°$ (ఎందుకు?)

ఇప్పుడు $z = 90° - 55°$ (ఎందుకు?)

$= 35°$

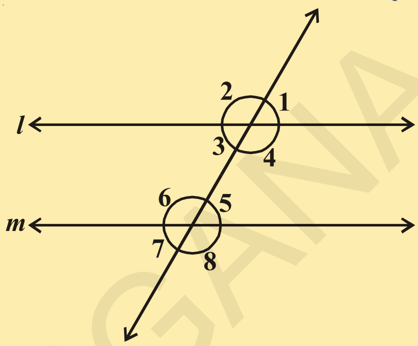
రెండు సరళ రేఖలు సమాంతర రేఖలని చూపు పద్ధతులు:

1. సదృశకోణాల జత సమానమని చూపుట.
2. ఏకాంతర కోణాల జత సమానమని చూపుట.
3. తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న అంతరకోణాలు సంపూరకాలు అని చూపుట.
4. ఒక తలంలో ఇచ్చిన రెండు సరళరేఖలు, మూడవ రేఖకు లంబరేఖలని చూపుట.
5. ఇచ్చిన రెండు సరళరేఖలను, మూడవ రేఖకు సమాంతర రేఖలని చూపుట.

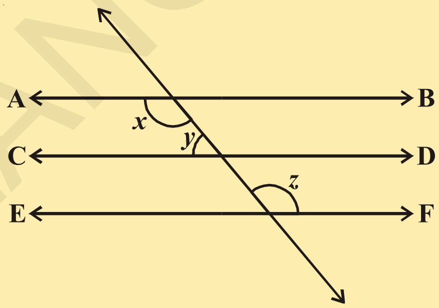
అభ్యాసం 4.3

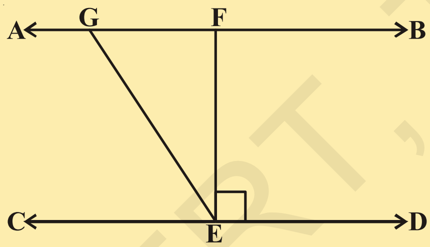
1. $l \parallel m$ అయిన $\angle 1$ మరియు $\angle 8$ లు సంపూరక కోణాలని చూపుటలో ప్రతి ప్రవచనానికి కావలసిన కారణాలను రాయండి.

ప్రవచనం	కారణాలు
i. $l \parallel m$	____________
ii. $\angle 1 = \angle 5$	____________
iii. $\angle 5 + \angle 8 = 180°$	____________
iv. $\angle 1 + \angle 8 = 180°$	____________
v. $\angle 1, \angle 8$ సంపూరక కోణాలు	____________



2. పక్క పటంలో AB || CD; CD || EF మరియు $y : z = 3 : 7$ అయిన x విలువను కనుగొనుము.

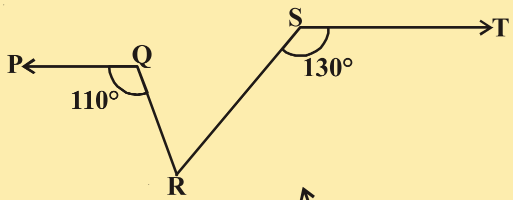


3. 

పక్క పటంలో AB || CD, EF ⊥ CD ఇంకనూ $\angle DEG = 126°$. అయిన $\angle AGE$, $\angle FEG$ మరియు $\angle EGF$ కొలతలను కనుగొనండి.

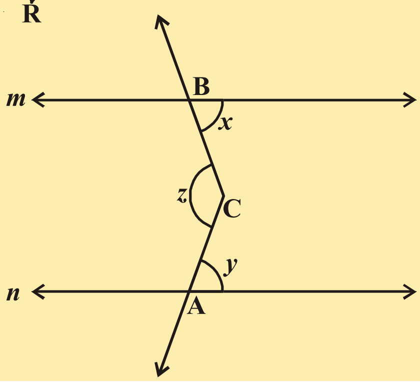
4. పక్క పటంలో PQ || ST, $\angle PQR = 110°$ మరియు $\angle RST = 130°$ అయిన $\angle SRQ$ ను కనుగొనండి.

[సూచన : బిందువు R గుండా ST రేఖకు సమాంతరంగా ఒక సరళరేఖను గీయండి.]



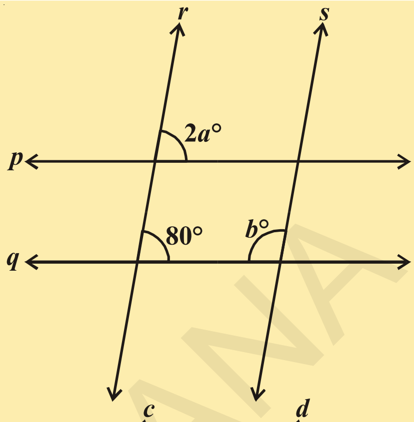
5. పక్క పటంలో $m \parallel n$ సరళరేఖలు. m, n లపై ఏవైనా రెండు బిందువులు, వరుసగా A మరియు B.

m, n రేఖల అంతరంలో 'C' ఏదైనా ఒక బిందువు అయిన $\angle ACB$ ని కనుగొనండి.

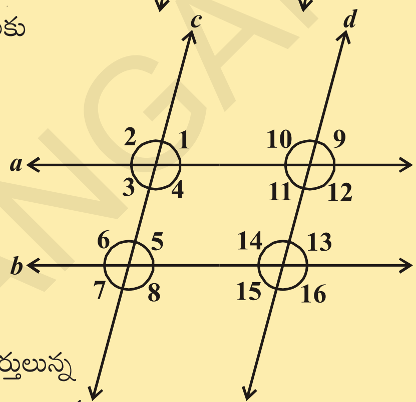


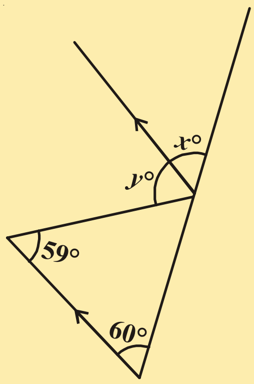
SCERT, TELANGANA

6. పక్క పటంలో $p \,||\, q$ మరియు $r \,||\, s$ అయిన a, b ల విలువలు కనుగొనండి.



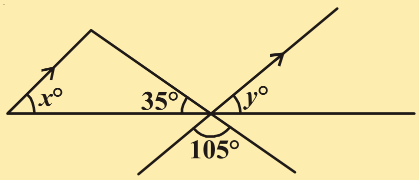
7. ఇచ్చిన పటంలో $a \,||\, b$ మరియు $c \,||\, d$ అయిన (i) $\angle 1$ (ii) $\angle 2$ లకు సర్వసమాన కోణాల పేర్లను రాయండి.

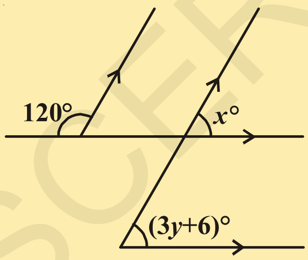




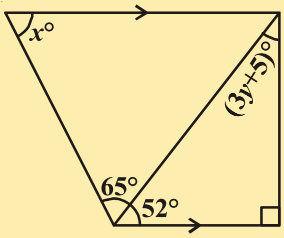
8. ఇచ్చిన పటంలో, బాణం గుర్తులున్న రేఖాఖండాలు సమాంతరాలు అయిన x, y విలువలు కనుగొనండి.

9. పక్క పటంలో బాణం గుర్తులున్న రేఖా ఖండాలు సమాంతరాలు అయిన x, y విలువలు కనుగొనండి.





10. పటం నుండి x, y విలువలను కనుగొనండి.

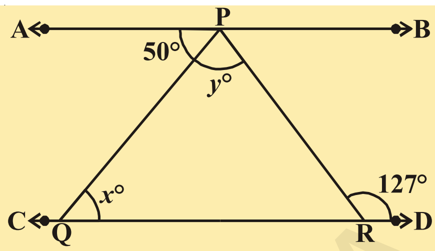


11. పటం నుండి x, y ల విలువలు కనుగొనండి.

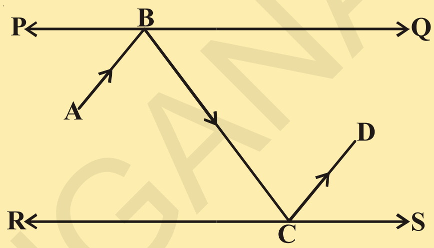
12. కింది ప్రవచనానికి తగిన పటాన్ని గీయండి.
"ఒక కోణము యొక్క రెండు భుజాలు వరుసగా వేరొక కోణము యొక్క రెండు భుజాలకు లంబరేఖలైన ఆ రెండు కోణములు సమానము లేదా సంపూరకాలు.

SCERT, TELANGANA

13. ఇచ్చిన పటంలో AB || CD, $\angle APQ = 50°$ మరియు $\angle PRD = 127°$ అయిన x, y విలువలను కనుగొనండి.

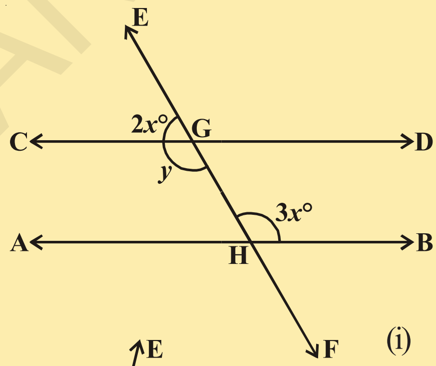


14. పక్క పటంలో PQ మరియు RS లు సమాంతరంగా ఉంచబడిన రెండు దర్పణాలు. పతన కిరణము $\overrightarrow{AB}$ దర్పణము PQ ని బిందువు B వద్ద తాకును. పరావర్తనకిరణము $\overrightarrow{BC}$ దర్పణము RS ను C బిందువు వద్ద తాకి మరల $\overrightarrow{CD}$ గుండా పరావర్తనము చెందును. అయిన AB || CD అని చూపుము.

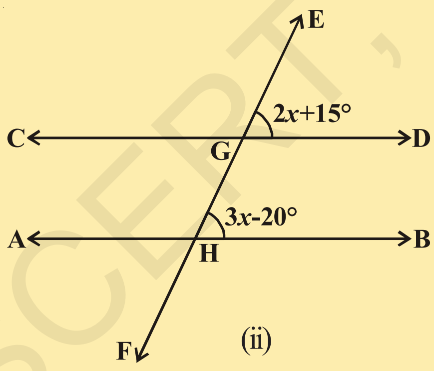


[సూచన : సమాంతర రేఖలకు గీసిన లంబరేఖలు కూడా సమాంతర రేఖలు అవుతాయి.]

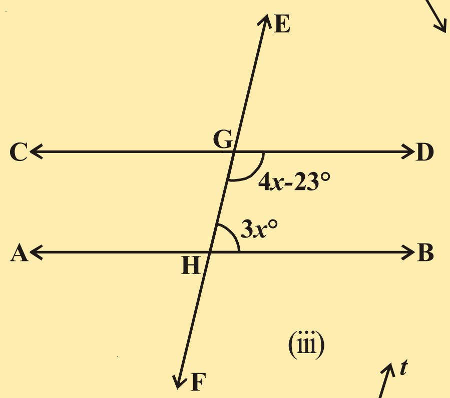
15. ఇచ్చిన పటాలలో AB || CD తిర్యగ్రేఖ EF సరళరేఖలు AB, CD లను వరుసగా G, H బిందువుల వద్ద ఖండించును. అయిన x, y విలువలు కనుగొనండి. కారణములను తెల్పుము.



(i)

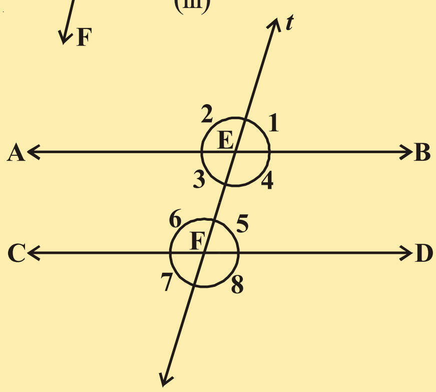


(ii)



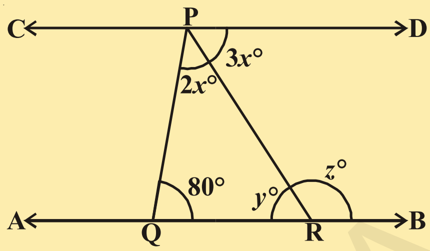
(iii)

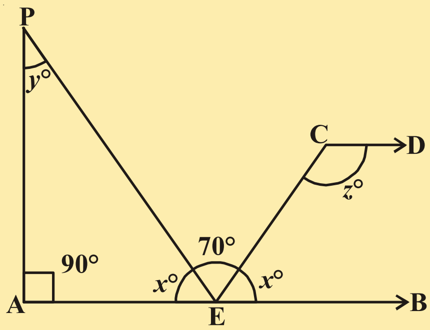
16. పక్క పటంలో AB || CD. 't' అనే తిర్యగ్రేఖ వీటిని వరుసగా E మరియు F బిందువుల వద్ద ఖండించును. $\angle 2 : \angle 1 = 5 : 4$ అయిన మిగిలిన కోణాల విలువలు కనుగొనండి.



SCERT, TELANGANA

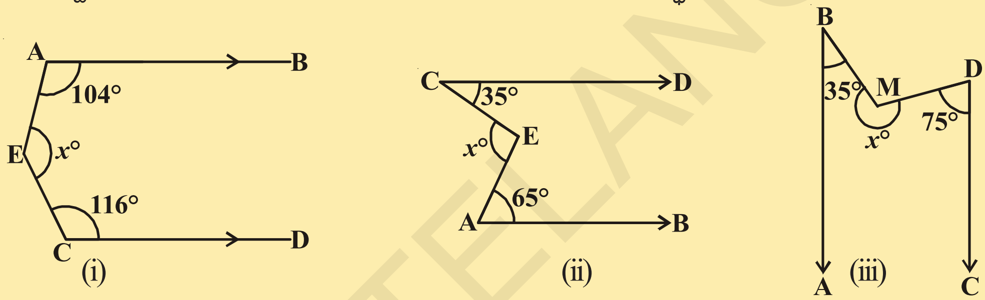
17. పక్క పటంలో AB || CD అయిన x, y, z ల విలువలు కనుగొనండి.





18. పక్క పటంలో AB || CD అయిన x, y, z విలువలు కనుగొనండి.

19. కింద ఇచ్చిన పటాలలో ప్రతి పటంలో AB || CD అయిన ప్రతీ సందర్భంలో x విలువను కనుగొనండి.

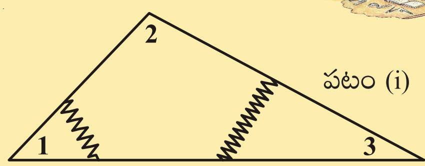


4.5 త్రిభుజం యొక్క కోణాల మొత్తం ధర్మం

ఇప్పుడు మనం త్రిభుజంలోని అంతరకోణాల మొత్తం 180° అని నిరూపిద్దాం.

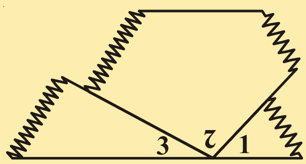
కృత్యం

- పటం(i)లో చూపినట్లు ఒక పెద్ద కాగితపు త్రిభుజాన్ని గీసి కత్తిరించండి..
- కోణాలను పటం(i)లో చూపినట్లుగా కత్తిరించి సంఖ్యలచే సూచించండి.
- కుడి పక్క కింది పటం(ii)లో చూపినట్లు, ఈ మూడు కోణాలను పక్కపక్కన వచ్చునట్లు అమర్చండి.



పటం (i)

1. ఈ మూడు ఆసన్న కోణములు కలిసి ఏర్పరచిన కోణము ఏదో కనుగొనుము. ఈ కోణము విలువ ఎంత?
2. ఒక త్రిభుజములోని కోణముల మొత్తమును గురించి రాయండి.

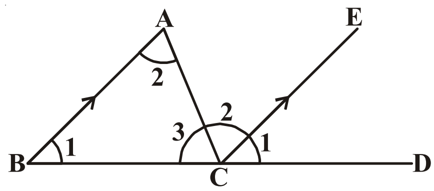


పటం (ii)

ఇప్పుడు సమాంతర రేఖలకు సంబంధించిన ప్రవచనాలను స్వీకృతులు మరియు సిద్ధాంతాల సహాయంతో రుజువు చేద్దాం.

SCERT TELANGANA

సిద్ధాంతము 4.6 : త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తము 180^{o}.



దత్తాంశము : ABC ఒక త్రిభుజం.

సారాంశము : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

నిర్మాణము : BC రేఖను 'D' బిందువు దాకా పొడిగించుము.

'C' బిందువు గుండా BA కి సమాంతరంగా CE రేఖను గీయండి.

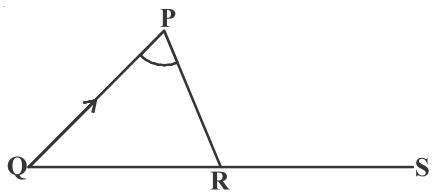
ఉపపత్తి :

BA‖CE	[నిర్మాణ ప్రకారం]
$\angle CBA = \angle DCE$ .....(1)	[సదృశకోణాల స్వీకృతము]
$\angle BAC = \angle ECA$ .....(2)	[AB, CE సమాంతరరేఖలతో ఏర్పడిన ఏకాంతర కోణములు]
$\angle ACB = \angle ACB$ .....(3)	[ఒకే కోణం] లేదా [పరావర్తన ధర్మం]
$\angle CBA + \angle BAC + \angle ACB =$	[పై మూడు సమీకరణములను కలుపగా]
$\angle DCE + \angle ECA + \angle ACB$	
కాని $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180^0$	[సరళరేఖపై ఒక బిందువు వద్ద ఏర్పడు కోణం]
$\therefore \angle CBA + \angle BAC + \angle ACB = 180^0$	
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$	

త్రిభుజములో ఒక భుజమును పొడిగించగా అక్కడ బాహ్యకోణము ఏర్పడుతుందని మీకు తెలుసు.

QR భుజమును S బిందువు వరకు పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణము $\angle SRP$.

$\angle PRQ + \angle SRP = 180°$? అవుతుందా? (ఎందుకు?) .....(1)



అలాగే

$\angle PRQ + \angle RQP + \angle QPR = 180°$ (ఎందుకు?) .....(2)

(1), (2) సమీకరణముల నుండి

$\angle PRQ + \angle SRP = \angle PRQ + \angle RQP + \angle QPR$ గా రావచ్చు.

$\therefore \angle SRP = \angle RQP + \angle QPR$

ఈ ఫలితాన్ని సిద్ధాంత రూపంలో కింది విధంగా ప్రవచించవచ్చును.

సిద్ధాంతం 4.7 : ఒక త్రిభుజ భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణం, ఆ త్రిభుజ అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం.

పై సిద్ధాంతము నుండి ఒక త్రిభుజ బాహ్యకోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాలలో ప్రతీ కోణము కంటే పెద్దదని చెప్పవచ్చును.

పై విషయాల ఆధారంగా ఇప్పుడు మరికొన్ని ఉదాహరణ సమస్యలను సాధిస్తాం.

SCERT, TELANGANA

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

ఒక త్రిభుజ భుజాలను వరుసగా పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణాల మొత్తము ఎంత?

ఉదాహరణ-14 : ఒక త్రిభుజ కోణాలు $(2x)^\circ$, $(3x + 5)^\circ$ మరియు $(4x - 14)^\circ$ అయిన x విలువను కనుగొని, దాని సహాయంతో త్రిభుజ కోణాల విలువలు కనుగొనండి.

సాధన : త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తం 180° అని మనకు తెలుసు.

$$\therefore\ 2x^\circ + 3x^\circ + 5^\circ + 4x^\circ - 14^\circ = 180^\circ \Rightarrow 9x^\circ - 9^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 9x^\circ = 180^\circ + 9^\circ = 189^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{189^\circ}{9^\circ} = 21.$$

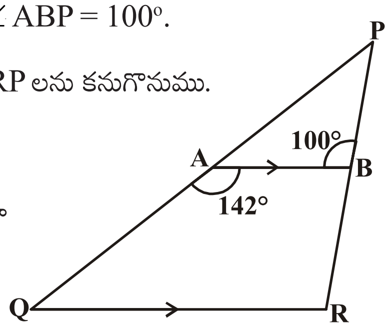
$$\therefore\quad 2x^\circ = (2\times 21)^\circ = 42^\circ,$$

$$(3x + 5)^\circ = [(3\times 21 + 5)]^\circ = 68^\circ.$$

$$(4x - 14)^\circ = [(4\times 21) - 14]^\circ = 70^\circ$$

కావున ఆ త్రిభుజకోణాలు 42°, 68° మరియు 70°.

ఉదాహరణ-15 : ప్రక్క పటంలో $AB \parallel QR$, $\angle BAQ = 142^\circ$ మరియు $\angle ABP = 100^\circ$. అయిన (i) $\angle APB$ (ii) $\angle AQR$ మరియు (iii) $\angle QRP$ లను కనుగొనుము.



సాధన : (i) $\angle APB = x^\circ$ అనుకొనుము.

ΔPAB లో భుజము PA ను Q బిందువు దాకా పొడిగించగా ఏర్పడే బాహ్యకోణం $\angle QAB = \angle PBA + \angle APB$

$\Rightarrow 142^\circ = 100^\circ + x^\circ$

$\Rightarrow x^\circ = (142^\circ - 100^\circ) = 42^\circ.$

$\therefore\ \angle APB = 42^\circ,$

(ii) ఇప్పుడు $AB \parallel QR$ మరియు PQ ఒక తిర్యగ్రేఖ

$\therefore\ \angle QAB + \angle RQA = 180^0$ [తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునున్న అంతరకోణాల మొత్తం 180^0]

$\Rightarrow\quad 142^\circ + \angle RQA = 180^\circ,$

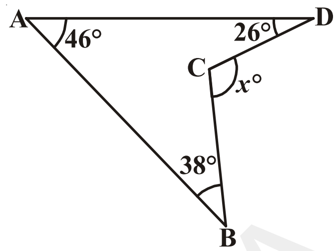
$\therefore\ \angle RQA = (180^\circ - 142^\circ) = 38^\circ.$

(iii) $AB \parallel QR$ మరియు PR తిర్యగ్రేఖ కావున

$\angle PRQ = \angle PBA = 100^\circ$ [సదృశ కోణాలు]

SCERT, TELANGANA

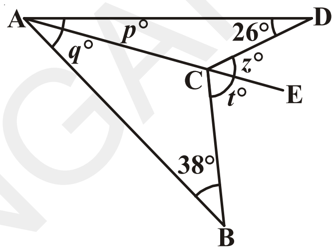
ఉదాహరణ-16 : పక్క పటములోని సమాచారము నుపయోగించి x విలువను కనుగొనండి.



సాధన : ఇచ్చిన పటములో ABCD ఒక చతుర్భుజము. దీనిని రెండు త్రిభుజములుగా చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

AC బిందువులను కలిపి దానిని బిందువు E దాకా పొడిగించండి.

$\angle DAE = p^\circ$, $\angle BAE = q^\circ$, $\angle DCE = z^\circ$ మరియు $\angle ECB = t^\circ$. ఒక త్రిభుజ బాహ్యకోణము దాని అంతరాభిముఖకోణముల మొత్తమునకు సమానము కావున



$z^\circ = p^\circ + 26^\circ$

$t^\circ = q^\circ + 38^\circ$

$\therefore\ z^\circ + t^\circ = p^\circ + q^\circ + (26+38)^\circ = p^\circ + q^\circ + 64^\circ$

కాని $p^\circ + q^\circ = 46^\circ$. $\quad (\because \angle DAB = 46^\circ)$

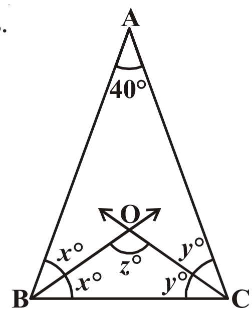
కావున $z^\circ + t^\circ = 46^\circ + 64^\circ = 110^\circ$.

అందువలన $x^\circ = z^\circ + t^\circ = 110^\circ$.

ఉదాహరణ-17 : ఇచ్చిన పటంలో $\angle A = 40^\circ$. $\overrightarrow{BO}$ మరియు $\overrightarrow{CO}$ లు వరుసగా $\angle B$ మరియు $\angle C$ ల కోణ సమద్విఖండన రేఖలు అయిన $\angle BOC$ కొలతలు కనుగొనండి.

సాధన : BO అనేది $\angle B$ యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖ. CO అనేది $\angle C$ యొక్క కోణ సమద్విఖండనరేఖ.

$\angle CBO = \angle OBA = x^\circ$ అనుకోండి. $\angle OCB = \angle ACO = y^\circ$ అనుకోండి.



అప్పుడు $\angle B = (2x)^\circ$, $\angle C = (2y)^\circ$ మరియు $\angle A = 40^\circ$.

కాని $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$. (ఎలా?)

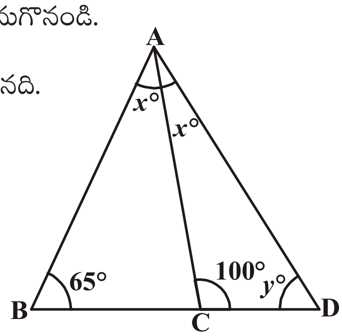
$2x^\circ + 2y^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 2(x+y)^\circ = 140^\circ$

$= x^\circ + y^\circ = \dfrac{140^\circ}{2} = 70^\circ$.

కావున $\angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

ఉదాహరణ-18 : పక్క పటంలో ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా x, y ల విలువలు కనుగొనండి.



సాధన : త్రిభుజము ΔABC యొక్క భుజము BC, బిందువు D వరకు పొడిగించబడినది.

బాహ్యకోణం $\angle DCA = \angle CBA + \angle BAC$

$\therefore\ 100^\circ = 65^\circ + x^\circ$

$\Rightarrow x^\circ = (100^\circ - 65^\circ) = 35^\circ$.

$\therefore\ \angle CAD = \angle BAC = 35^\circ$

SCERT, TELANGANA

ΔACD లో :

$\angle CAD + \angle DCA + \angle ADC = 180^\circ$ (త్రిభుజములోని కోణముల మొత్తం)

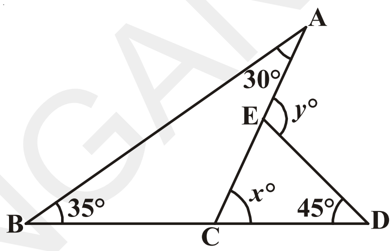
$\Rightarrow 35^\circ + 100^\circ + y^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 135^\circ + y^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow y^\circ = (180^\circ - 135^\circ) = 45^\circ$

కావున $x = 35°, y = 45°$.

ఉదాహరణ-19 : పక్క పటంలో ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా x, y ల విలువలు కనుగొనండి.



సాధన : ΔABC యొక్క భుజము BC, బిందువు D వరకు పొడిగించబడినది.

$\therefore$ బాహ్యకోణము $\angle ACD = \angle BAC + \angle CBA$

$\Rightarrow \quad x^\circ = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$.

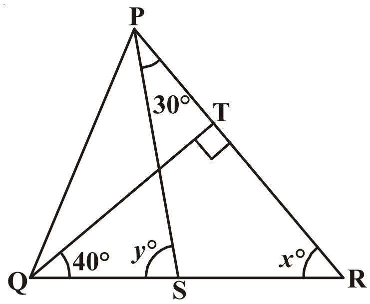
మరల ΔDCE లో భుజము CE బిందువు A వరకు పొడిగించబడినది.

$\therefore$ బాహ్యకోణము $\angle DEA = \angle EDC + \angle ECD$

$\Rightarrow \quad y^\circ = 45 + x^\circ = 45^\circ + 65^\circ = 110^\circ$.

కావున $x° = 65°$, y = 110°.

ఉదాహరణ-20 : పక్క పటంలో $QT \perp PR$, $\angle RQT = 40°$ మరియు $\angle SPR = 30°$ అయిన x, y ల విలువలు కనుగొనండి.



సాధన : ΔTQR లో

$90° + 40° + x = 180°$ (త్రిభుజములోని కోణముల మొత్తం ధర్మం)

$\therefore \quad x° = 50°$

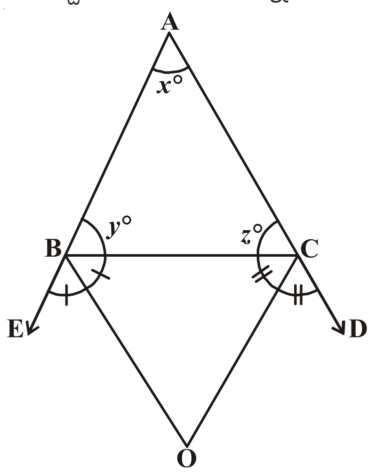
ఇప్పుడు $y° = \angle SPR + x°$ (త్రిభుజ బాహ్యకోణం)

$\therefore \quad y° = 30° + 50°$

$= 80°$

ఉదాహరణ-21 : ఇచ్చిన పటంలో ΔABC భుజములు AB, AC లు వరుసగా E, D బిందువుల వద్దకు పొడిగించబడ్డాయి. $\angle CBE$, $\angle BCD$ కోణ సమద్విఖండన రేఖలు వరుసగా BO, CO లు బిందువు O వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. అయిన

$\angle COB = 90° - \frac{1}{2} \angle BAC$ అని నిరూపించండి.



సాధన : $\angle CBE$ యొక్క కోణ సమద్విఖండనరేఖ BO.

$$\therefore \quad \angle OBC = \frac{1}{2} \angle EBC$$

$$= \frac{1}{2} (180° - y°)$$

$$= 90° - \frac{y°}{2} \qquad ...(1)$$

SCERT, TELANGANA

అదేవిధంగా, $\angle BCD$ యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖ CO.

$\therefore \quad \angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCD$

$= \frac{1}{2}(180° - z°)$

$= 90° - \frac{z°}{2} \qquad \ldots(2)$

ΔBOC లో $\angle COB + \angle BCO + \angle OBC = 180° \qquad \ldots(3)$

(1), (2) సమీకరణాలను (3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\angle COB + 90° - \frac{z°}{2} + 90° - \frac{y°}{2} = 180°$$

కావున $\quad \angle COB = \frac{z°}{2} + \frac{y°}{2}$

లేదా, $\quad \angle COB = \frac{1}{2}(y° + z°) \qquad \ldots (4)$

దీనిని $\quad x° + y° + z° = 180°$ (త్రిభుజములోని కోణముల మొత్తం ధర్మం)

$\therefore \quad y° + z° = 180° - x°$

$\therefore$ (4) సమీకరణంలో రాయగా

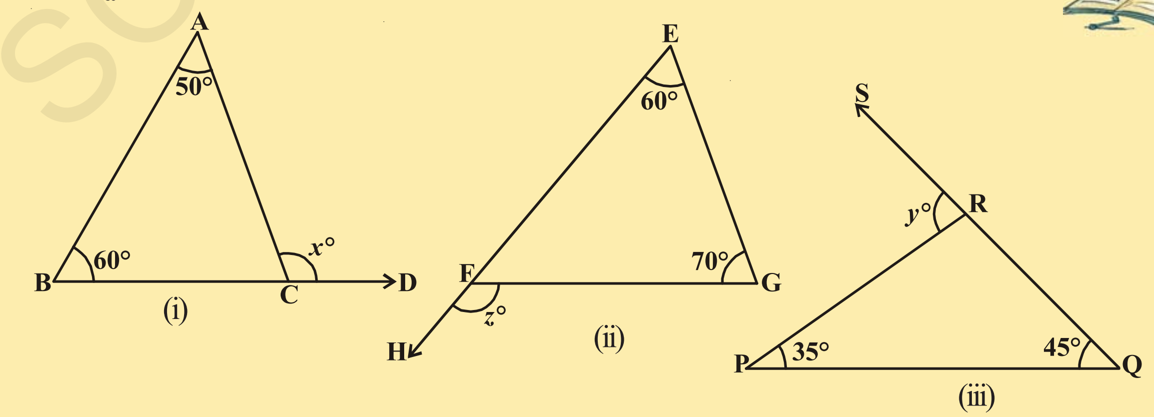
$$\angle COB = \frac{1}{2}(180° - x°)$$

$$= 90° - \frac{x°}{2}$$

$$= 90° - \frac{1}{2}\angle BAC$$

అభ్యాసం 4.4

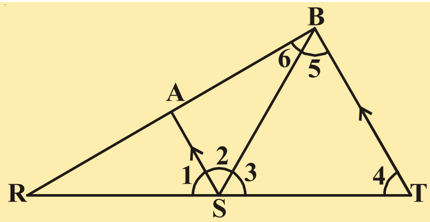
1. ఇచ్చిన త్రిభుజములలో x, y మరియు z ల విలువలను కనుగొనుము.

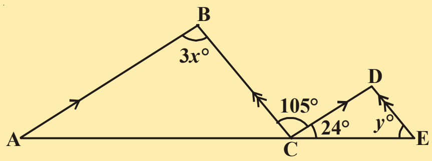


SCERT, TELANGANA

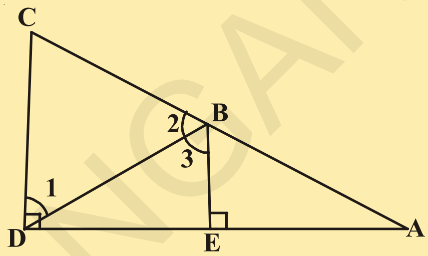
2. ఇచ్చిన పటంలో AS || BT; $\angle 4 = \angle 5$

$\angle TSA$ ని $\overrightarrow{SB}$ కోణసమద్విఖండన చేస్తుంది. అయిన $\angle 1$ విలువను కనుగొనండి.

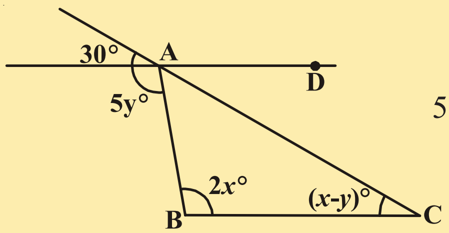




3. ఇచ్చిన పటంలో AB || CD; BC || DE అయిన x, y ల విలువలు కనుగొనండి.

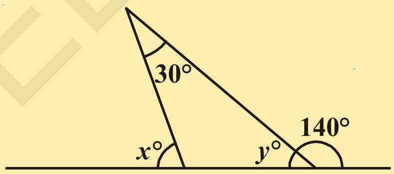


4. పక్క పటంలో BE ⊥ DA మరియు CD⊥DA అని ఇవ్వబడినది. అయిన $\angle 1 \cong \angle 3$ అని చూపండి.

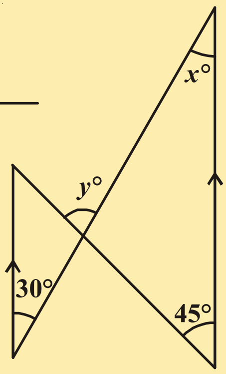


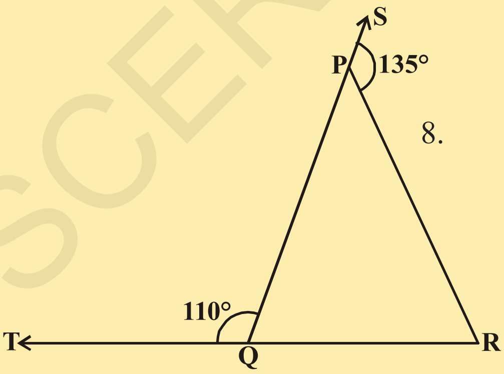
5. x, y ల ఏ విలువలకు, AD, BC రేఖలు సమాంతర రేఖలు అవుతాయి.

6. పటంలో x, y ల విలువలు కనుగొనండి.

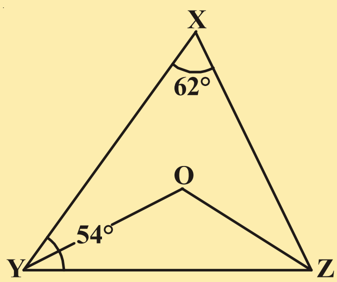


7. పక్క పటంలో, బాణం గుర్తులచే సూచింపబడిన రేఖా ఖండములు సమాంతరములు అయిన x, y ల విలువలు కనుగొనండి.





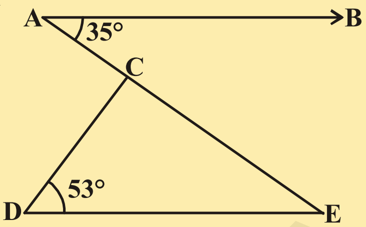
8. ఇచ్చిన పటంలో ΔPQR భుజాలు వరుసగా QP మరియు RQ, S మరియు T బిందువుల వద్దకు పొడిగించబడ్డాయి. $\angle RPS = 135°$, $\angle PQT = 110°$, అయిన $\angle PRQ$ కొలతలు కనుగొనండి.

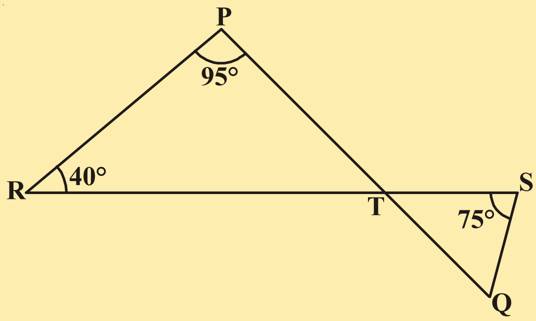


9. ఇచ్చిన పటంలో $\angle X = 62°$, $\angle ZYX = 54°$. ΔXYZ లో $\angle XYZ$ మరియు $\angle XZY$ ల కోణసమద్విఖండన రేఖలు వరుసగా YO మరియు ZO అయిన $\angle OZY$ మరియు $\angle YOZ$ ల కొలతలు కనుగొనండి.

SCERT TELANGANA

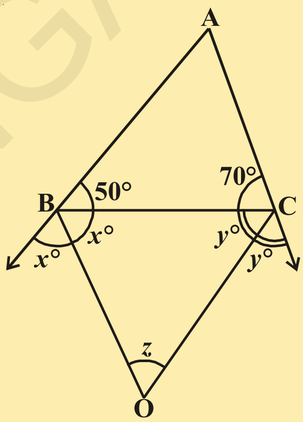
10. ఇచ్చిన పటంలో AB || DE, $\angle BAC = 35^\circ$ మరియు $\angle CDE = 53^\circ$ అయిన $\angle DCE$ కొలతలు కనుగొనండి.

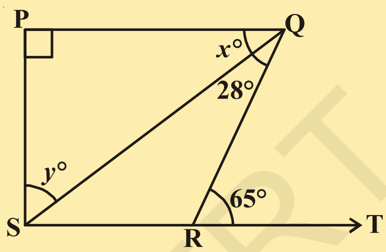




11. ఇచ్చిన పటంలో PQ, RS లు T బిందువు వద్ద ఖండించుకొంటాయి. $\angle TRP = 40^\circ$, $\angle RPT = 95^\circ$ మరియు $\angle TSQ = 75^\circ$ అయిన $\angle SQT$ కొలతలు కనుగొనండి.

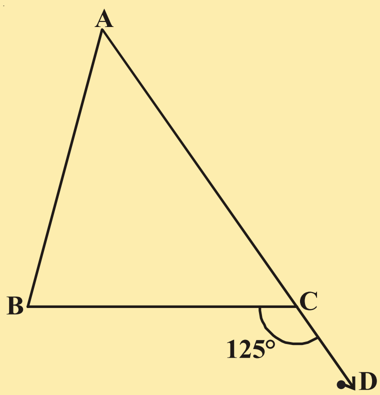
12. పక్క పటంలో ΔABC లో $\angle B = 50^\circ$ మరియు $\angle C = 70^\circ$. AB, AC భుజాలు పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణాల కోణసమద్విఖండన రేఖలు ఖండించుకొనగా 'z' ఏర్పడినది. 'z' విలువను కనుగొనండి.

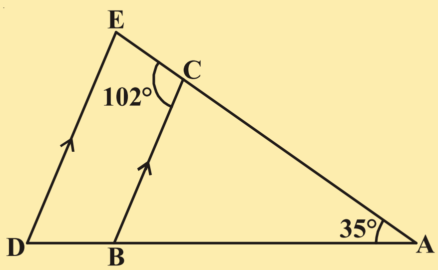




13. ఇచ్చిన పటంలో $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^\circ$ మరియు $\angle TRQ = 65^\circ$ అయిన x, y విలువలు కనుగొనుము.

14. ఇచ్చిన పటంలో ΔABC భుజం AC బిందువు 'D' వరకు పొడిగించబడినది. $\angle BCD = 125^\circ$ అయిన $\angle A : \angle B = 2:3$ అయిన $m\angle A, m\angle B$ లను కనుగొనండి.

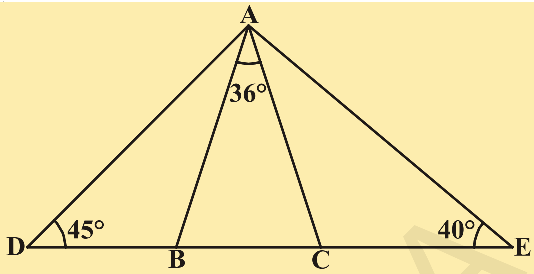


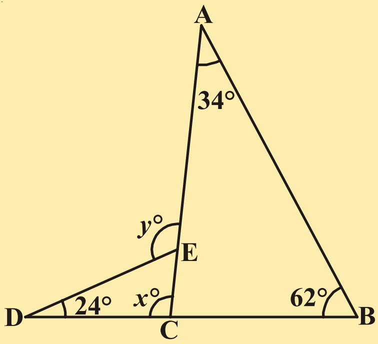


15. పక్క పటంలో $BC \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ మరియు $\angle BCE = 102^\circ$ అని ఇవ్వబడినది. అయిన (i) $\angle BCA$ (ii) $\angle ADE$ మరియు (iii) $\angle CED$ ల కొలతలు కనుగొనండి.

SCERT, TELANGANA

16. పక్క పటంలో AB = AC, $\angle BAC = 36^o$, $\angle BDA = 45^o$ మరియు $\angle AEC = 40^o$ అని ఇవ్వబడినది. అయిన (i) $\angle ABC$ (ii) $\angle ACB$ (iii) $\angle DAB$ (iv) $\angle EAC$ ల విలువలు కనుగొనండి.





17. ఇచ్చిన పటములోని సమాచారము ఆధారంగా x, y ల విలువలు కనుగొనుము.

మనం ఏం నేర్చుకున్నాం?

K7T4Q1

- **రేఖీయద్వయం స్వీకృతము :** ఒక కిరణము తొలి బిందువు ఒక సరళరేఖపై ఉన్నచో అప్పుడు ఏర్పడిన ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180°.
- **రేఖీయద్వయ విపర్యయ స్వీకృతము :**

  రెండు ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180° అయిన ఆ రెండు కోణములలో ఉమ్మడిగా లేని భుజాలు ఒక సరళ రేఖను ఏర్పరుస్తాయి.
- **సిద్ధాంతము :** రెండు సరళరేఖలు ఖండించుకొనగా ఏర్పడిన శీర్షాభిముఖ కోణములు సమానము.
- **సదృశకోణాల స్వీకృతము :** ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ప్రతీ సదృశ కోణాల జతలు సమానంగా ఉంటాయి.
- **సిద్ధాంతము :** రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ప్రతీ ఏకాంతర కోణాల జత సమానము.
- **సిద్ధాంతము :** రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఒకేవైపునున్న ప్రతీ అంతర కోణాల జత సంపూరకాలు.
- **సదృశకోణాల విపర్యయ స్వీకృతము :**

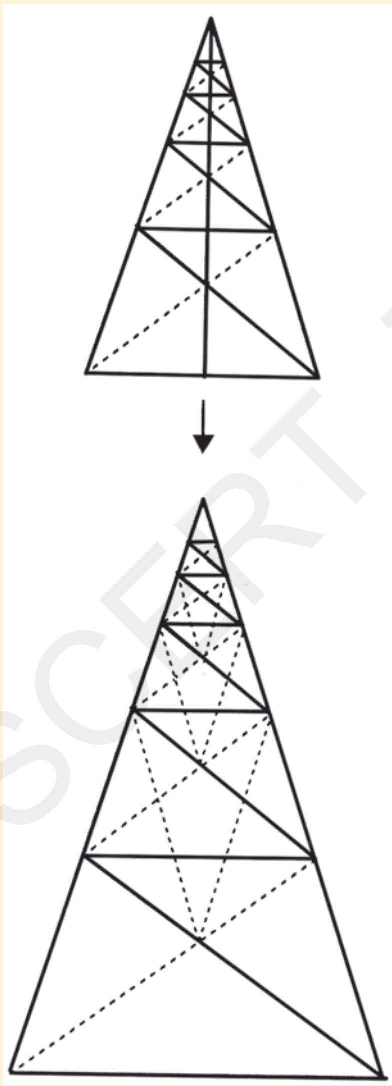
  రెండు సరళ రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ఒక జత సదృశకోణాలు సమానమైన ఆ రెండు సరళ రేఖలు సమాంతర రేఖలు.
- **సిద్ధాంతము :**

  రెండు సరళరేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు సమానమైన ఆరెండు సరళరేఖలు సమాంతర రేఖలు.

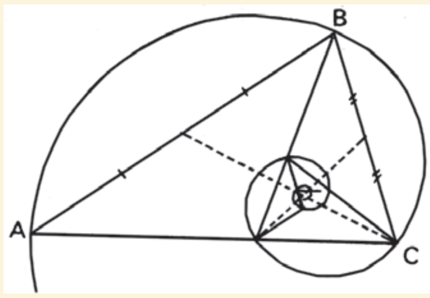
SCERT, TELANGANA

- **సిద్ధాంతము :** రెండు సరళరేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న ఒక జత అంతరకోణాలు సంపూరకాలు అయిన ఆ రెండు సరళ రేఖలు సమాంతర రేఖలు.
- **సిద్ధాంతము :** ఇచ్చిన సరళరేఖకు సమాంతరంగా ఉండేటట్లు గీసిన సరళరేఖలు పరస్పర సమాంతర రేఖలు.
- **సిద్ధాంతము :** ఒక త్రిభుజములోని మూడు (అంతర) కోణముల మొత్తము 180^o.
- **సిద్ధాంతము :** ఒక త్రిభుజ భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణం ఆ త్రిభుజ అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం.

మీకు తెలుసా?



స్వయంగా రూపొందించగలిగే స్వర్ణత్రిభుజము. స్వర్ణత్రిభుజం అనేది ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజము. దీనిలో భూకోణాలు 72^0 మరియు శీర్షకోణము 36^0. భూకోణాలకు సమద్విఖండన రేఖలు గీయగా ఏర్పడే త్రిభుజాలు కూడా స్వర్ణ త్రిభుజాలే. ఈ ప్రక్రియను అనంతంగా కొనసాగించవచ్చు.



ఈ త్రిభుజము సమకోణ సర్పిలాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. దీనిలో స్వర్ణ నిష్పత్తి $\phi = |AB| / |BC| = 1.618.........$ అగును.

ఈ విధమైన అనంత ఆరోహణ స్వర్ణ త్రిభుజాల పైన అనంత ఆరోహణ పంచభుజాలను నిర్మించవచ్చు. పంచభుజాల యొక్క అయిదు బిందువులు కూడా స్వర్ణ త్రిభుజాలే!

SCERT, TELANGANA