அலகு 10

அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

வாழ்க்கை என்பது குழப்பத்தின் இரு நிலைகளுக்கு இடையே நிகழும் மாறா அலைவுகளாகும்.. – H.L.மென்கென் (H.L.Menken)

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- அலைவுறு இயக்கம் – சீரலைவு இயக்கம் மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம்
- தனிச்சீரிசை இயக்கம்
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வரைபட விளக்கம்
- கோணச் சீரிசை இயக்கம்
- நேர்கோட்டு சீரிசை அலையியற்றி – கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து அலைவுகள்
- சுருள்வில்களின் தொகுப்புகள்: தொடரிணைப்பு மற்றும் பக்க இணைப்பு
- தனி ஊசல்
- ஆற்றலுக்கான கோவை – நிலை ஆற்றல், இயக்க ஆற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல்
- அலைவுகளின் வகைகள் – கட்டற்ற அலைவுகள், தடையுறு அலைவுகள், நிலை நிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் மற்றும் திணிப்பு அதிர்வுகள்
- ஒத்ததிர்வின் கருத்து

10.1 அறிமுகம்

படம் 10.1 தஞ்சாவூர் தலையாட்டி பொம்மை

தஞ்சாவூர் நடனப் பொம்மையை [தஞ்சாவூர் தலையாட்டிப் பொம்மை] நீங்கள் பார்த்திருக்கிறீர்களா? இது ஓர் உலகப் புகழ்பெற்ற தமிழகக் கலாச்சாரத்தைப் பிரதிபலிக்கும் பொம்மையாகும். இந்த பொம்மையை ஆட்டிவிட்டால் நிகழ்வது என்ன? பொம்மையின் தலை மற்றும் உடல் தொடர்ச்சியாக முன்னும் பின்னும் இயங்கி, பின்னர் இயக்கம் படிப்படியாக குறைந்து நிற்கிறது. இதே போல் நாம் சாலையில் நடக்கும் பொழுது, நம்முடையகைகளும்,கால்களும்முன்னும்பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் போது நிகழும். தாய் தன் குழந்தையை தூங்கவைப்பதற்காக தொட்டிலை ஆட்டும்பொழுது தொட்டிலானது முன்னும் பின்னும் இயக்கமடையும். முன்னர் (Volume 1) விவாதித்த இயக்கங்களிலிருந்து இவ்வகையான அனைத்து இயக்கங்களும் வேறுபட்டவை. இந்த இயக்கங்கள் படம் 10.2 இல் விளக்கமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய இயக்கங்களை அலைவுறு இயக்கம் அல்லது அதிர்வுறு இயக்கம் என்று அழைக்கின்றோம். இம்மாதிரியான இயக்கம் அணுக்களில் கூட நிகழ்கின்றது.

ஒரு திடப்பொருளின் வெப்பநிலை உயரும் பொழுது அணுக்கள் அதனுடைய நடுநிலை அல்லது

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 195 27-03-2022 20:02:39

படம் 10.2 அலைவுறு அல்லது அதிர்வுறு இயக்கங்கள்

சமநிலையைப் பொருத்து அதிர்வடைகிறது. கட்டிடங்களின் கட்டமைப்பு மற்றும் எந்திரவியல் கருவிகளை ஆகியவற்றை வடிவமைத்தல் போன்ற பொறியியல் பயன்பாடுகளில் அதிர்வு இயக்கம் பற்றிய கற்றல் மிகவும் முக்கியத்துவத்தை பெறுகிறது.

10.1.1 சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம்

இயற்பியலில் இயக்கமானது, மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் இயக்கம் சீரலைவு இயக்கம், எனவும் மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத இயக்கம் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனவும் இருவகையாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது .

1. **சீரலைவு இயக்கம்** (Periodic motion)

   சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு ஊசல் கடிகாரத்தில் உள்ள முட்கள், தொட்டிலின் அலைவுகள், சூரியனைச் சுற்றிவரும் புவியின் இயக்கம், வளரும் மற்றும் தேயும் சந்திரன் மற்றும் சில.

2. **சீரற்ற அலைவு இயக்கம்** (Non–Periodic motion)

   சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு நில நடுக்க நிகழ்வு, எரிமலை வெடிப்பு நிகழ்வு போன்றவை.

எடுத்துக்காட்டு 10.1

கீழ்க்காணும் இயக்கங்களில், சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கங்களை வகைப்படுத்துக.

(a) ஹேலியின் வால்மீன் (Halley's comet)
(b) மேகங்களின் இயக்கம்
(c) புவியைச் சுற்றிவரும் சந்திரனின் இயக்கம்.

தீர்வு

(a) சீரலைவு இயக்கம்
(b) சீரற்ற அலைவு இயக்கம்
(c) சீரலைவு இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டு 10.2

கீழ்க்கண்ட சார்புகளில், எந்த சார்பு காலத்தைப் பொருத்து சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கத்தைக் குறிக்கும்?

(a) $\sin \omega t + \cos \omega t$
(b) $ln\ \omega t$

தீர்வு

(a) சீரலைவு இயக்கம்
(b) சீரற்ற அலைவு இயக்கம்

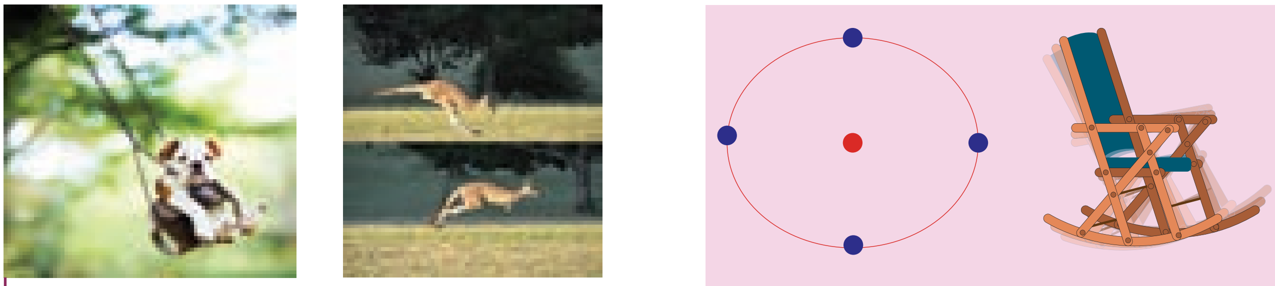
சிந்தனைக்கு

புவியானது சூரியனை சுற்றிவரும் இயக்கம் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனில் நிகழ்வது என்ன? – விவாதிக்க

10.1.2 அலைவுறு இயக்கம் (Oscillatory motion)

ஒரு பொருள் அல்லது துகளானது குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் மீண்டும் மீண்டும் முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளுமானால் அவ்வியக்கம் அலைவுறு இயக்கம் (அல்லது அதிர்வியக்கம்) எனப்படும்.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 196 27-03-2022 20:02:40



படம் 10.3 அலைவுறு அல்லது அதிர்வுறு இயக்கங்கள்

எடுத்துக்காட்டுகள் நமது இதயதுடிப்பு, பூச்சியின் சிறகின் இயக்கம், தாத்தாவின் கடிகாரம் (Grand father's clock–ஊசல் கடிகாரம்) போன்றவை

அனைத்து அலைவுறு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கமாகும். ஆனால் அனைத்து சீரலைவு இயக்கங்களும் அலைவுறு இயக்கமாகாது என்பதை கவனத்தில் கொள்ளவும். (படம் 10.3 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது)

10.2 தனிச்சீரிசை இயக்கம் (SHM)

தனிச்சீரிசை இயக்கம் அலைவுறு இயக்கத்தின் சிறப்பு வகையாகும். இதில் துகளின் முடுக்கம் அல்லது விசையானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து அது அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவிலும், எப்பொழுதும் நிலையான புள்ளியை நோக்கியும் இருக்கும் எனலாம்.

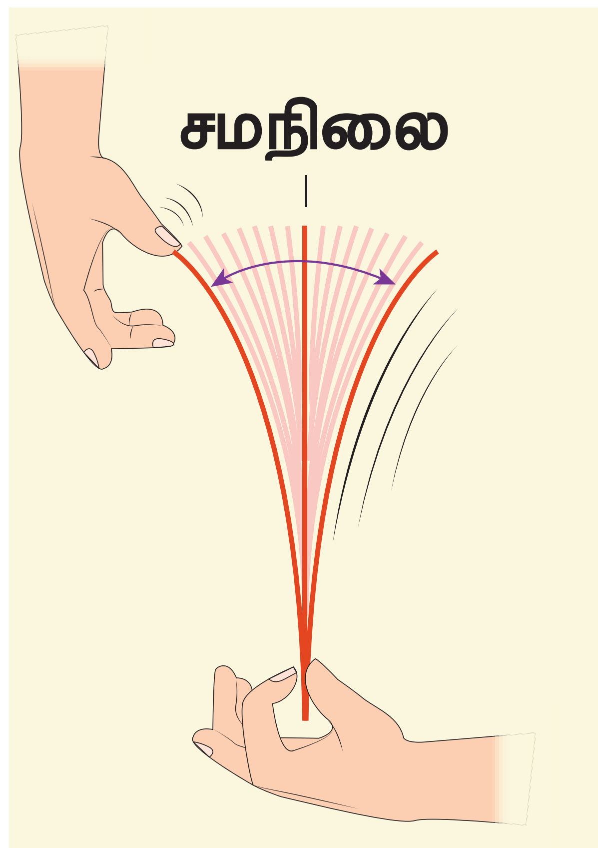
ஒருபரிமாண இயக்கத்தில் x என்பது துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் a_x என்பது அத்துகளின் முடுக்கம் எனில்,

$$a_x \propto x \qquad (10.1)$$

$$a_x = -\,b\,x \qquad (10.2)$$

இங்கு b என்பது மாறிலி. இது முடுக்கம் மற்றும் ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சிக்கிடையேயான தகவினால் அளவிடப்படுகிறது. இதன் பரிமாணம் T^{-2} க்குச் சமம்.

குறிப்பு ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கம் அலைவுறு இயக்கமாகும் ஆனால் அனைத்து அலைவுறு இயக்கமும் தனிச்சீரிசை இயக்கமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. சிந்திக்க



படம் 10.4 தனிச்சீரிசை இயக்கம்

சமன்பாடு (10.2) ன் இருபுறமும் துகளின் நிறை m – ஆல் பெருக்கி நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைப்பயன்படுத்த, விசையானது,

$$F_x = -\,k\,x \qquad (10.3)$$

இங்கு k என்பது விசை மாறிலி ஆகும். இம்மாறிலி ஓரலகு நீளத்திற்கான விசை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இடப்பெயர்ச்சியும், விசையும் (அல்லது முடுக்கம்) ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த்திசையில் உள்ளதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 197 27-03-2022 20:02:40

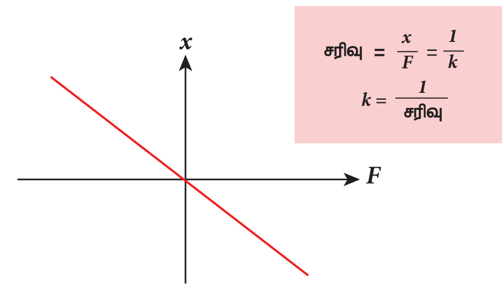
துகளின் இடப்பெயர்ச்சி சமநிலை புள்ளியிலிருந்து வலதுபுறம் (x நேர்க்குறி மதிப்பு), நோக்கி உள்ளபோது விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (இடதுபுறம் நோக்கி) இருக்கும். இதேபோல் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியானது சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து இடதுபுறம் நோக்கி உள்ளபோது (x எதிர்க்குறி மதிப்பு), விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (வலதுபுறம் நோக்கி) இருக்கும். இவ்வகையான விசையானது மீள் விசை எனப்படும். ஏனெனில் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளை, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் தொடக்க நிலைக்கே (சமநிலை அல்லது நடுநிலை) கொண்டு வரும். இவ்விசையானது ஒருமையவிசை ஆகும். இது சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படும் மைய கவர்ச்சி விசையாகும்.

இருபரிமாணம் மற்றும் முப்பரிமாணத்தில் இதனை நாம் வெக்டர் குறியீட்டில் எழுதலாம்.

$$\vec{F} = -k\vec{r} \qquad (10.4)$$

இங்கு $\vec{r}$ என்பது எடுத்துக்கொண்ட ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து துகளின் இடப்பெயர்ச்சியாகும். விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் நேர்விகிதத் தொடர்பு கொண்டது என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. அதாவது விசையின் அடுக்கும், இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கும் ஒன்றுக்கொன்றுச் சமம்.

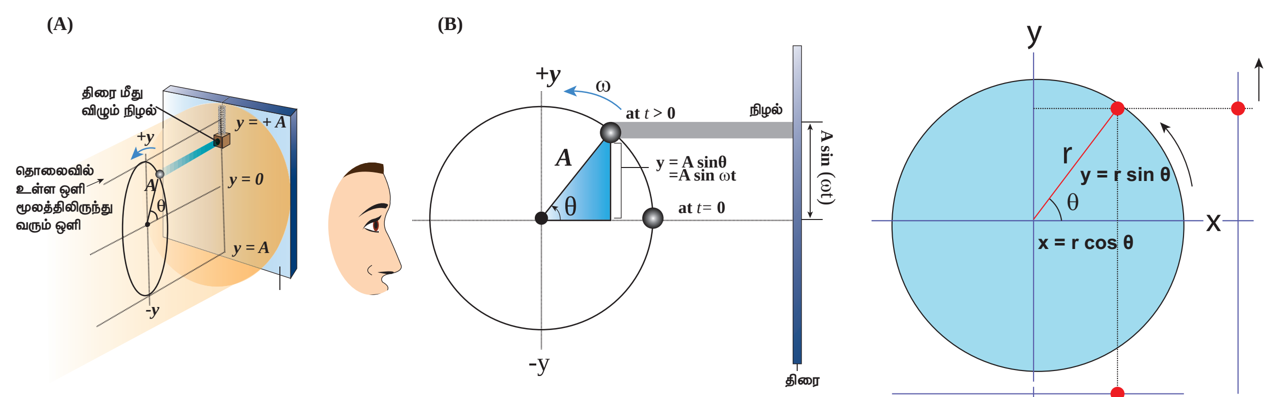
படம் 10.5 இல் காட்டியவாறு செயல் (விசையின் எண்மதிப்பு| $\vec{F}$ |)மற்றும்விளைவு(இடப்பெயர்ச்சியின் எண் மதிப்பு | $\vec{r}$ |) இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பை வரைபடத்தில் குறித்தால், இரண்டாம் மற்றும் நான்காம் கால்பகுதிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோடாக அமையும். அக்கோட்டின் சரிவு $\frac{1}{k}$ யை அளந்து, விசைமாறிலி $\frac{1}{k}$ –இன் எண்மதிப்பை கண்டறியலாம்.



படம் 10.5 விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்

10.2.1 சீரான வட்ட இயக்கத்தின் விட்டத்தின் மீதான வீழல் ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கம்

m நிறை கொண்ட துகள் ஒன்று v என்ற சீரான திசைவேகத்தில் r ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதி வழியே இடஞ்சுழித்திசையில் இயங்குவதாகக் கருதுவோம். (படம் 10.6 – ல் காட்டியுள்ளவாறு) ஆய

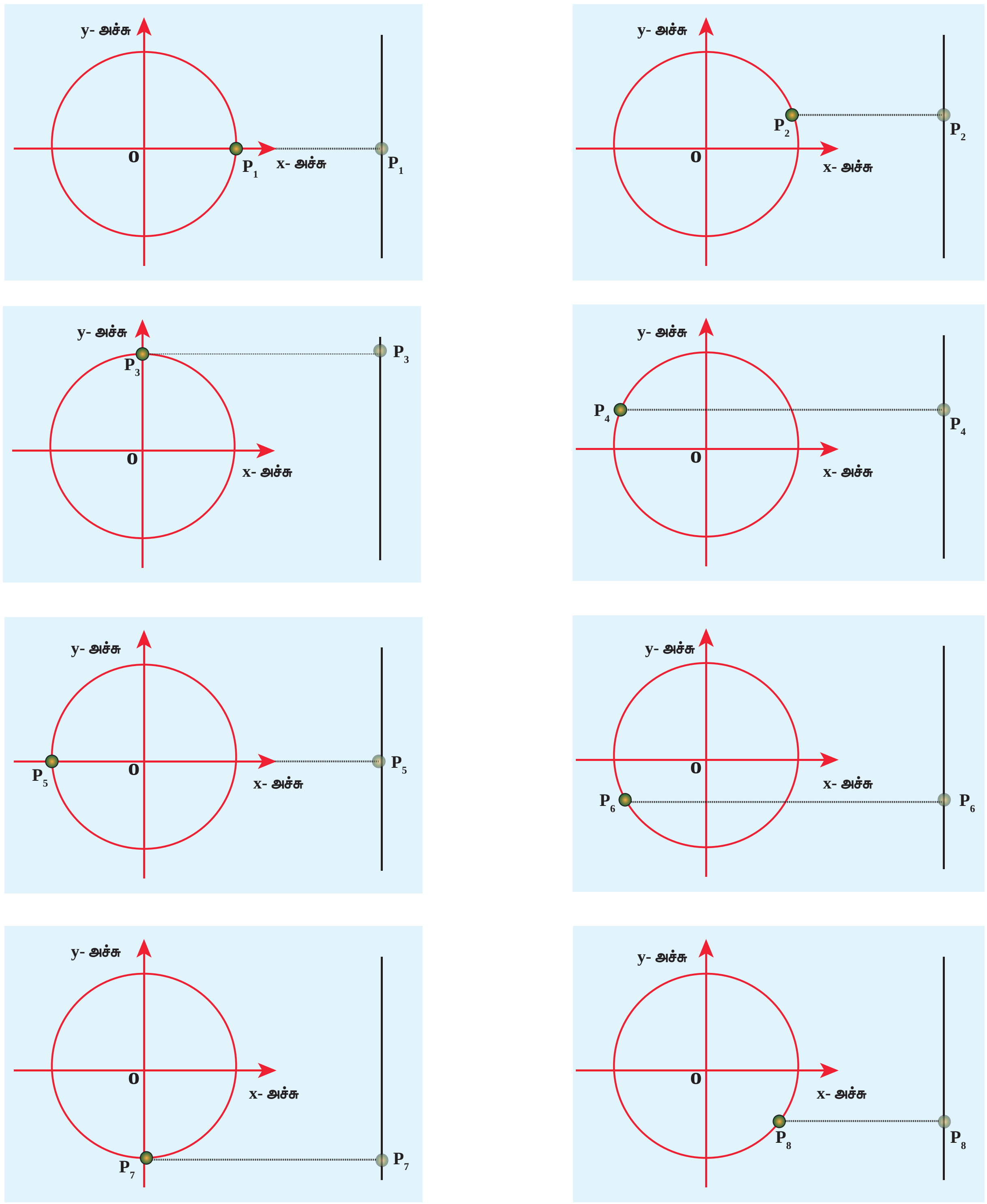


படம் 10.6 வட்டப்பாதையின் இயங்கும் துகளின் விட்டத்தின் மீதான வீழ்ச்சி

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் இருக்கும் ஒரு துகளின் நிலையை (position), அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தில் விழச்செய்தால் அந்த வீழல் (projection) ஒரு தனிச் சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். இதன் மூலம் சீரான வட்ட இயக்கம் மற்றும் அதிர்வுறும் இயக்கம் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை நாம் இணைக்க முடியும்.

அச்சு அமைப்பின் ஆதிப்புள்ளியானது வட்டத்தின் மையம் O வுடன் பொருந்துவதாகக் கொள்க. துகளின் கோணத்திசைவேகம் ω எனவும் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t இல் அத்துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனவும் கொண்டால்

$$\theta = \omega t$$



படம் 10.7 காலத்தைப் பொருத்து செங்குத்து அச்சின் மீது வீழ்ச்சியடைந்த துகளின் நிலை

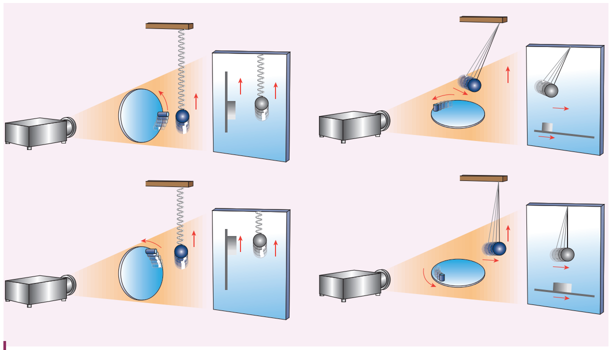
UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 199 27-03-2022 20:02:42

இதேபோன்று எந்த ஒரு அதிர்வுறு இயக்கம் அல்லது சுழல் இயக்கத்தினை, சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் இணைக்க முடியும். வேறுவிதமாக கூறினால் இவ்விரு இயக்கங்களும் ஒரே இயல்பை பெற்றுள்ளது.

படம் 10.7–இல் காட்டியுள்ளவாறு வட்டப்பாதையில் இயங்கும் துகளின் நிலையை (position) அவ்வட்டப்பாதையின் செங்குத்து விட்டத்தின் மீது அல்லது செங்குத்து விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது வீழல் (projection) செய்வோம்.

இதேபோல், மேற்கூறிய நிகழ்வை கிடைத்தளஅச்சு அல்லது கிடைத்தள அச்சுக்கு இணையான கோட்டில் நாம் வீழ்ச்சியடையச் செய்ய முடியும்.

படம் 10.8 –இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு சுருள்வில் – நிறை அமைப்பை (அல்லது அலைவுறும் ஊசல்) ஒரு குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டாகக் கருதுவோம். சுருள்வில் மேலும் கீழும் இயக்கும் போது (அல்லது ஊசல் முன்னும் பின்னும் அலைவுறும் போது) அதன் நிறை அல்லது ஊசல் குண்டின் இயக்கம் வட்ட இயக்கத்தில் உள்ள புள்ளிகளுடன் இணைத்து காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 10.8 சுருள்வில் – நிறை அமைப்பின் (அல்லது தனிஊசல்) இயக்கத்தை சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் ஒப்பிடல்

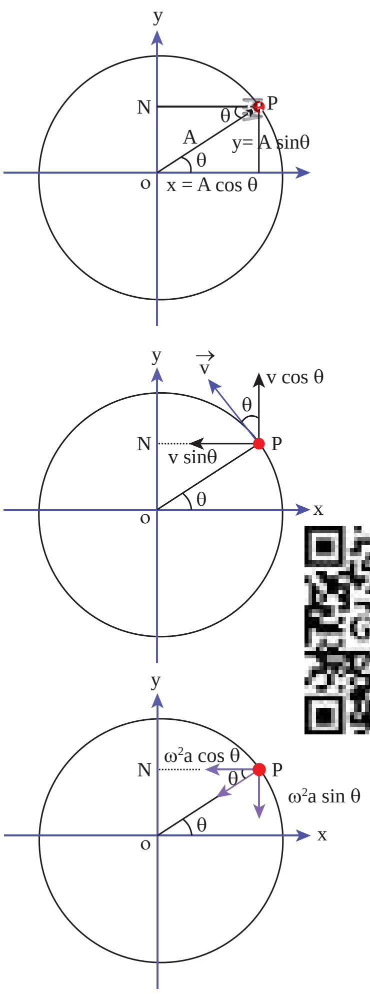
எனவே சீரான வட்ட இயக்கத்தில் துகளின் நிலையை அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தின் மீது (அல்லது விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது) விழச் செய்தால் (projection) அவ்வியக்கம் நேர்கோட்டு இயக்கமாக அமையும். இதனையே தனிச்சீரிசை இயக்கம் எனக் கருதுகிறோம். இவ்வட்டம் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் மேற்கோள் வட்டம் (circle of reference) எனப்படும்.

தனிச்சீரிசை இயக்கமானது ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டத்தின் எந்த ஒரு விட்டத்தின் மீதும் இயங்கும் துகள் நிலையின் வீழ்வு (projection of position) எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

செயல்பாடு

a. சுருள்களுக்கு உள்ளே உள்ள அலைவடிவத்தின் வீழ்ச்சியினை வரைக.
b. சுருள்களுக்கு வெளியே உள்ள அலைவடிவத்தின் வீழ்ச்சியினை வரைக.

10.2.2 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் அவற்றிற்கான வரைபட விளக்கம்



படம் 10.9 குறிப்பிட்ட நேரத்தில் உள்ள ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம்

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 200 27-03-2022 20:02:43

ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல் அதிர்வடையும் துகளானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து கடந்த தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.

படம் 10.9 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல், A ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் மீதான துகளின் நிலை P என்க. t என்ற கணத்தில் அதன் இடப்பெயர்ச்சி y – யை கீழ்க்கண்டவாறு தருவிக்கலாம்.

ΔOPN இல்

$$\sin\theta = \frac{ON}{OP} \Rightarrow ON = OP\sin\theta \qquad (10.5)$$

ஆனால் $\theta = \omega t$, $ON = y$ மற்றும் $OP = A$

$$y = A \sin \omega t \qquad (10.6)$$

$\sin \omega t = 1$ எனும்பொழுது இடப்பெயர்ச்சி y ஆனது பெரும மதிப்பை பெறும் (இந்த மதிப்பு A–க்குச் சமம்)

நடுநிலையிலிருந்து அதிர்வடையும் துகள் அடைந்த பெரும இடப்பெயர்ச்சி வீச்சு (A) எனப்படும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் வீச்சு மாறிலியாகும். பொதுவாக தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை தவிர மற்ற எந்த இயக்கத்திற்கும் வீச்சு மாறிலியாக இருக்க தேவையில்லை, இது காலத்தைப் பொறுத்து மாறலாம்.

திசைவேகம்

இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதம் திசைவேகம் ஆகும். காலத்தை சார்ந்து சமன்பாடு (10.6) ஐ வகைப்படுத்த நாம் பெறுவது

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t)$$

வட்ட இயக்கத்தில் (மாறா ஆரம்) வீச்சு A மாறிலி, மேலும் சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு கோணத்திசைவேகம் ω மாறிலி, எனவே

$$v = \frac{dy}{dt} = A\,\omega \cos \omega t \qquad (10.7)$$

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \Rightarrow \cos \omega t = \sqrt{1-\sin^2 \omega t}$$

என்ற திரிகோண முற்றொருமையைப் பயன்படுத்த

$$v = A\omega\sqrt{1-\sin^2 \omega t}$$

சமன்பாடு (10.6) லிருந்து

$$\sin \omega t = \frac{y}{A}$$

$$v = A\omega\sqrt{1-\left(\frac{y}{A}\right)^2}$$

$$v = \omega\sqrt{A^2 - y^2} \qquad (10.8)$$

சமன்பாடு (10.8) – லிருந்து இடப்பெயர்ச்சி y = 0 எனில் அதன் திசைவேகம் $v = \omega A$ (பெருமம்) மற்றும் பெரும இடப்பெயர்ச்சி y = A, எனில் அதன் திசைவேகம் v = 0 (சிறுமம்). இடப்பெயர்ச்சியானது சுழியிலிருந்து பெருமத்திற்கு அதிகரித்தால் திசைவேகம் பெருமத்திலிருந்து சுழிக்கு குறையும். இது எதிர்திசையில் மீண்டும் நிகழும்.

திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகையால், சமன்பாடு (10.7) – ஐ வெக்டர் கூறுகளைக் கண்டறிவதன் மூலமும் பெறலாம்.

அட்டவணை: 10.1 வேறுபட்ட கணநேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம்

காலம்	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4} = T$
ωt	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
இடப்பெயர்ச்சி $y = A \sin \omega t$	0	A	0	$-A$	0
திசைவேகம் $v = A\,\omega \cos \omega t$	$A\,\omega$	0	$-A\,\omega$	0	$A\,\omega$
முடுக்கம் $a = -A\,\omega^2 \sin \omega t$	0	$-A\,\omega^2$	0	$A\,\omega^2$	0

முடுக்கம்

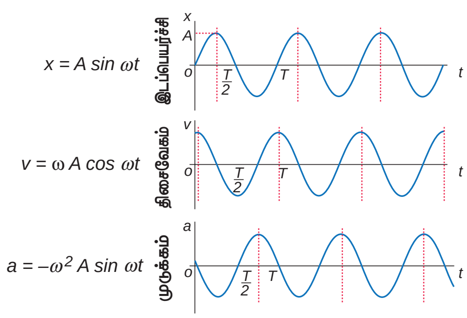
திசைவேக மாறுபாடு முடுக்கம் எனப்படும். சமன்பாடு (10.7) ஐ காலத்தைப் பொருத்து வகைப்படுத்த, நாம் பெறுவது

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A\omega\cos\omega t\right)$$

$$a = -\omega^2 A\sin\omega t = -\omega^2 y \qquad (10.9)$$

$$\therefore \quad a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y \qquad (10.10)$$

அட்டவணை 10.1 மற்றும் படம் 10.10 – லிருந்து நாம் அறிவது நடுநிலைப்புள்ளியில் (y = 0) துகளின் திசைவேகம் பெருமம் ஆனால் துகளின் முடுக்கம் சுழியாகும். பெரும நிலையில் ($y = \pm A$), துகளின் திசைவேகம் சுழி ஆனால் முடுக்கம் பெரும மதிப்புடன் ($\mp A\omega^2$) எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது.



படம் 10.10 வெவ்வேறு கணநேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கத்தின் மாறுபாடு

எடுத்துக்காட்டு 10.3

கீழ்கண்டவற்றுள் எந்த சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை குறிக்கிறது?

(i) $x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$

(ii) $x = A\sin\omega t + B\cos 2\omega t$

(iii) $x = A e^{i\omega t}$

(iv) $x = A\ln\omega t$

தீர்வு :

(i) $x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$

$$\frac{dx}{dt} = A\,\omega\cos\omega t - B\,\omega\sin\omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2\,(A\sin\omega t + B\cos\omega t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு போன்று உள்ளது (சமன்பாடு 10.10).

எனவே, $x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$ தனிச்சீரிசை இயக்கத்தினைக் குறிக்கும்.

(ii) $x = A\sin\omega t + B\cos 2\omega t$

$$\frac{dx}{dt} = A\,\omega\cos\omega t - B\,(2\omega)\sin 2\omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2\,(A\sin\omega t + 4B\cos 2\omega t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} \neq -\,\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசையியக்கத்தின் வகைக்கெழு சமன்பாடு (சமன்பாடு 10.10) போன்று அமையவில்லை.

எனவே, $x = A\sin\omega t + B\cos 2\omega t$ என்ற சார்பு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தினைக் குறிக்காது.

(iii) $x = A e^{i\omega t}$

$$\frac{dx}{dt} = A\,\omega e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\,\omega^2 e^{i\omega t}\,(i^2 = -1)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழு சமன்பாடு (சமன்பாடு 10.10) போன்று அமைந்துள்ளது. எனவே, $x = Ae^{i\omega t}$ என்பது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்கும்.

(iv) $x = A\ln\omega t$

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{A}{\omega t}\right)\omega = \frac{A}{t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{A}{t^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} \neq -\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழு சமன்பாடு (சமன்பாடு 10.10) போன்று அமையவில்லை. எனவே, $x = A\ln\omega t$ தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்காது.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 202 27-03-2022 20:02:48

எடுத்துக்காட்டு 10.4

ஒரு துகளானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளுவதாக கொள்வோம். x_1 நிலையில் துகளானது v_1 திசைவேகத்தையும் மற்றும், x_2 நிலையில் v_2 திசைவேகத்தையும் பெற்றிருப்பதாகக் கருதுவோம். அலைவு நேரம் மற்றும் வீச்சின் தகைவு

$$\frac{T}{A} = 2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2x_2^2 - v_2^2x_1^2}}$$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு

சமன்பாடு 10.8 ஐப் பயன்படுத்த

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

எனவே, x_1 நிலையில்,

$$v_1^2 = \omega^2(A^2 - x_1^2) \qquad (1)$$

இதேபோல், x_1 நிலையில்,

$$v_2^2 = \omega^2(A^2 - x_2^2) \qquad (2)$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து சமன்பாடு (2) ஐ கழிக்க, நாம் பெறுவது

$$v_1^2 - v_2^2 = \omega^2(A^2 - x_1^2) - \omega^2(A^2 - x_2^2)$$

$$= \omega^2(x_2^2 - x_1^2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} \qquad (3)$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து சமன்பாடு (2) ஐ வகுக்க, நாம் பெறுவது

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\omega^2\left(A^2 - x_1^2\right)}{\omega^2\left(A^2 - x_2^2\right)} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{v_1^2x_2^2 - v_2^2x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} \qquad (4)$$

சமன்பாடு (3) ஐ சமன்பாடு (4) ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது

$$\frac{T}{A} = 2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2x_2^2 - v_2^2x_1^2}}$$

10.2.3 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுநேரம், அதிர்வெண், கட்டம், கட்ட வேறுபாடு மற்றும் தொடக்கக் கட்டம்

i. **அலைவுநேரம்**

துகளொன்று ஒரு முழு அலைவிற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் அலைவுநேரம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இது வழக்கமாக T என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. ஒரு முழுச்சுற்றுக்கு எடுத்துக்கொண்ட காலம் $t = T$, எனில்

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (10.11)$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை சைன் (sine) அல்லது கொசைன் (cosine) சார்புகளாக குறிப்பிடலாம்.

$$y(t) = A\sin\frac{2\pi}{T}t \text{ அல்லது } y(t) = A\cos\frac{2\pi}{T}t$$

இங்கு T என்பது அலைவுநேரம். காலம் t க்கு பதிலாக $t + T$ எனப் பிரதியிட்டால் அதன் சார்பானது,

$$y(t+T) = A\sin\frac{2\pi}{T}(t+T)$$

$$= A\sin(\frac{2\pi}{T}t + 2\pi)$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{T}t = y(t)$$

$$y(t+T) = y(t)$$

எனவே இச்சார்பு ஒரு அலைவுநேரத்திற்கு பிறகும் மீண்டும் மீண்டும் நிகழும் சார்பு ஆகும். இந்த $y(t)$ என்பது சீரிசைச் சார்புக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.

ii. **அதிர்வெண் மற்றும் கோண அதிர்வெண்**

துகளொன்று ஒரு நொடியில் ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை அதிர்வெண் எனப்படும். இது f என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு s^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் ஆகும். (குறியீடு Hz).

கணிதமுறையில் அதிர்வெண், அலைவு காலத்துடன் கீழ்க்கண்டவாறு தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது.

$$f = \frac{1}{T} \qquad (10.12)$$

ஒரு நொடியில் ஏற்படும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை கோண அதிர்வெண் எனப்படும். இது வழக்கமாக ω (Omega) என்ற கிரேக்கச் சிறிய எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது.

சமன்பாடு (10.11) மற்றும் (10.12), ஆகியவற்றை ஒப்பிடும் பொழுது, கோண அதிர்வெண் மற்றும் அதிர்வெண்ணின் தொடர்பு

$$\omega = 2\pi f \qquad (10.13)$$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 203 27-03-2022 20:02:50

கோண அதிர்வெண்ணின் SI அலகு rad s^{-1} (ரேடியன் பெர் செகண்ட் என வாசிக்கவும்)

iii. **கட்டம்**

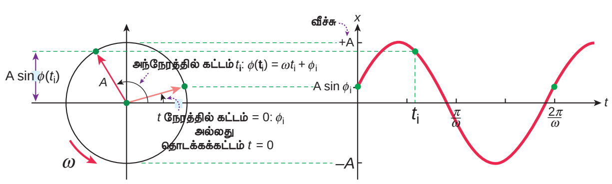
ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம், அக்கணத்தில் அத்துகளின் நிலையை முழுமையாகக் குறிப்பிடுவதாகும்.

குறிப்பிட்ட கணத்தில் சமநிலையைப் பொருத்து அத்துகளின் நிலை (position) மற்றும் இயக்கத்திசை ஆகியவற்றை கட்டம் விவரிக்கிறது (படம் 10.11).

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (10.14)$$

இங்கு $\omega t + \varphi_0 = \varphi$ என்பது அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$t = 0s$ (தொடக்க காலம்) இல், துகளின் கட்டம் $(\varphi = \varphi_0)$ தொடக்கக் கட்டம் என அழைக்கப்படுகிறது. φ_0 என்பது தொடக்கக் கட்டத்தின் கோணம் (angle of epoch) என அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 10.11 இரு வேறு கணநேரங்களில் அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம்

கட்ட வேறுபாடு : தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் இரு துகள்களைக் கருதுவோம்.

அவற்றின் சமன்பாடுகள் $y_1 = A\sin(\omega t + \varphi_1)$ மற்றும் $y_2 = A\sin(\omega t + \varphi_2)$, எனில் அவற்றுக் கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$.

எடுத்துக்காட்டு 10.5

ஒரு செவிலியர் நோயாளி ஒருவரின் சராசரி இதயத்துடிப்பை அளவிட்டு மருத்துவரிடம் $0.8\,s$ என்று அலைவு நேரத்தில் குறிப்பிட்டார். நோயாளியின் இதயத்துடிப்பை ஒரு நிமிடத்திற்கான துடிப்புகளின் எண்ணிக்கையில் கூறவும்.

தீர்வு

அளவிடப்பட்ட இதயத்துடிப்புகளின் எண்ணிக்கை f என்க. அலைவு நேரமானது இதயத்துடிப்புக்கு எதிர்விகிதத்தில் அமைவதால்,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.8} = 1.25\,s^{-1}$$

1 நிமிடம் என்பது 60 விநாடிகள் ஆகும்.

(1 வினாடி = $\frac{1}{60}$ நிமிடம் $\Rightarrow 1\,s^{-1} = 60\,min^{-1}$)

$f = 1.25\,s^{-1} \Rightarrow f = 1.25 \times 60\,min^{-1} = 75$ துடிப்புகள்/நிமிடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 10.6

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தனிச்சீரிசை அலைவுகளுக்கான வீச்சு, கோண அதிர்வெண், அதிர்வெண், அலைவுநேரம் மற்றும் தொடக்கக்கட்டம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக

a. $y = 0.3\sin(40\pi t + 1.1)$

b. $y = 2\cos(\pi t)$

c. $y = 3\sin(2\pi t - 1.5)$

தீர்வு

தனிச்சீரிசைஅலைவுச்சமன்பாடு $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ அல்லது $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

a. $y = 0.3\sin(40\pi t + 1.1)$ என்ற அலைக்கு

வீச்சு $A = 0.3$ அலகு

கோண அதிர்வெண் $\omega = 40\pi$ rad s^{-1}

அதிர்வெண் $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi}{2\pi} = 20\,Hz$

அலைவுநேரம் $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0.05\,s$

தொடக்கக் கட்டம் $\varphi_0 = 1.1$ rad

b. $y = 2\cos(\pi t)$ என்ற அலைக்கு

வீச்சு $A = 2$ அலகு

கோண அதிர்வெண் $\omega = \pi$ rad s^{-1}

அதிர்வெண் $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0.5\,Hz$

அலைவுக்காலம் $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.5} = 2\,s$

தொடக்கக் கட்டம் $\varphi_0 = 0$ rad

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 204 27-03-2022 20:02:52

c. $y = 3\sin(2\pi t + 1.5)$ என்ற அலைக்கு

வீச்சு $A = 3$

கோண அதிர்வெண் $\omega = 2\pi \text{ rad s}^{-1}$

அதிர்வெண் $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1Hz$

அலைவுக்காலம் $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1} = 1s$

தொடக்கக் கட்டம் $\varphi_0 = 1.5$ rad

எடுத்துக்காட்டு 10.7

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில்

a. இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் திசைவேகத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$ ரேடியன் அல்லது 90°.

b. திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$ ரேடியன் அல்லது 90°.

c. இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு π ரேடியன் அல்லது 180° எனக் காட்டுக.

தீர்வு

a. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி

$$y = A\sin\omega t$$

துகளின் திசைவேகம்

$$v = A\omega\cos\omega t = A\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் திசைவேகத்திற்கிடைநு யேயான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$.

b. துகளின் திசைவேகம்

$$v = A\omega\cos\omega t$$

துகளின் முடுக்கம்

$$a = -A\omega^2\sin\omega t = A\omega^2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$.

c. துகளின் இடப்பெயர்ச்சி

$$y = A\sin\omega t$$

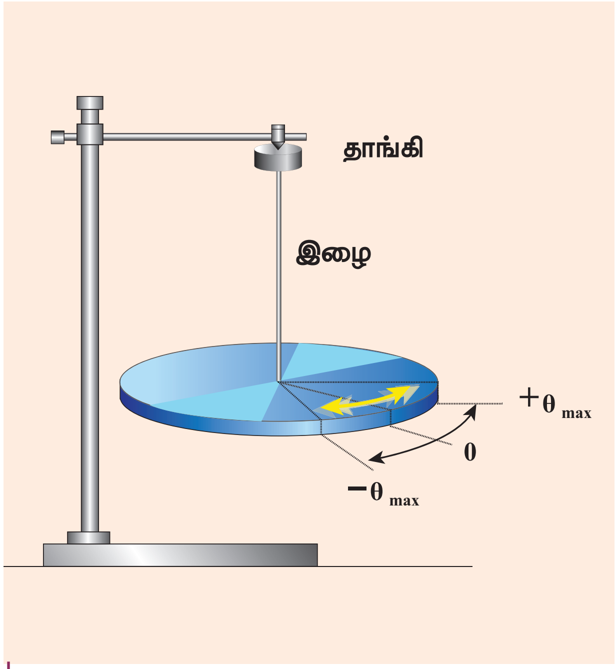
துகளின் முடுக்கம்

$$a = -A\omega^2\sin\omega t = A\omega^2\sin(\omega t + \pi)$$

இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு π ரேடியன்.

10.3 கோண சீரிசை இயக்கம்

10.3.1 கோண சீரிசையியக்கத்தின் அலைவு நேரம் மற்றும் அதிர்வெண்



படம் 10.12 அச்சைப்பற்றி தனித்து சுழலும் பொருள் (வட்டு)

கொடுக்கப்பட்ட அச்சைப்பற்றி தனித்து சுழலும் பொருளின் அலைவுகள், கோண அலைவுகள் எனப்படும்.

எந்த ஒரு புள்ளியில் பொருளின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் திருப்புவிசை சுழியாகின்றதோ அப்புள்ளி சமநிலைப்புள்ளி எனப்படும்.

பொருள் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடபெயர்ச்சிக்குள்ளாகும்போது, செயல்படும் பயனுறு தொகுபயன் திருப்புவிசை கோண இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்தகவில் இருக்கும் மற்றும் இத் திருப்பு விசையானது அப்பொருளை சமநிலைக்கு கொண்டு வர முயற்சிக்கும். (திருப்பு விசை அலகு 5 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது.)

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 205 27-03-2022 20:02:53

பொருளின் கோண இடபெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ எனவும் பொருளின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் திருப்பு விசை $\vec{\tau}$ எனவும் கொண்டால்,

$$\vec{\tau} \propto \vec{\theta} \qquad (10.15)$$

$$\vec{\tau} = -\kappa\vec{\theta} \qquad (10.16)$$

இங்கு κ என்பது மீள்திருப்புவிசை மாறிலி. இது ஓரலகு கோண இடப்பெயர்ச்சிக்கான திருப்பு விசையாகும். I என்பது ஒரு பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் மற்றும் $\vec{\alpha}$ என்பது கோண முடுக்கம் எனில்

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} = -\kappa\vec{\theta}$$

ஆனால் $\vec{\alpha} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$

எனவே,

$$\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\vec{\theta} \qquad (10.17)$$

இச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாடு போல் உள்ளது. ஆகையால் சமன்பாடு (10.17) தனிச்சீரிசை இயக்கச்சமன்பாடு (10.10) உடன் ஒப்பிட நாம் பெறுவது

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}\, rad\, s^{-1} \text{ என நாம் பெறலாம்} \qquad (10.18)$$

கோணச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் (சமன்பாடு 10.13 – லிருந்து)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{I}}\, Hz \qquad (10.19)$$

அலைவு நேரம் (சமன்பாடு 10.12 – லிருந்து)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \qquad (10.20)$$

10.3.2 தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு

நேர்கோட்டு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியானது நேர்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி $\vec{r}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது.

மீள்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$, இங்கு k என்பது சுருள் மாறிலி அல்லது விசை மாறிலியாகும். இது ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சிக்கான விசைக்குச் சமம். நேர்கோட்டு சீரிசை இயக்கத்தில் பொருளின் நிலைமக்காரணி என்பது பொருளின் நிறை ஆகும்.

கோண சீரிசை அலை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி கோண இடப்பெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது. இங்கு சுருள்காரணி என்பது திருப்பு விசை மாறிலி ஆகும். அதாவது ஓரலகு கோண இடப்பெயர்ச்சிக்கான இரட்டையின் திருப்புத் திறனாகும் அல்லது ஓரலகு கோண

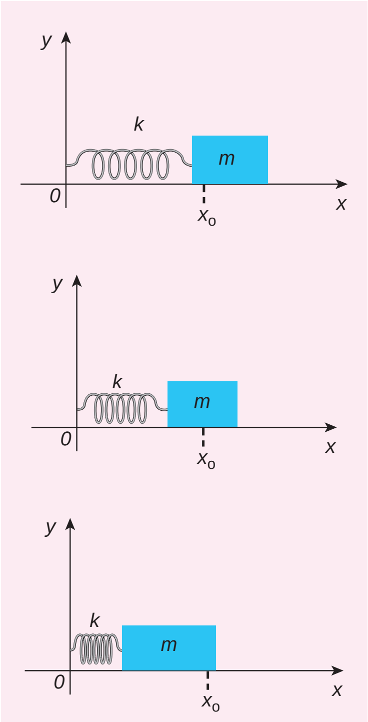
அட்டவணை 10.2 தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு

வ.எண்	தனிச்சீரிசை இயக்கம்	கோணச்சீரிசை இயக்கம்
1.	துகளின் இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி $\vec{r}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது.	துகளின் இடப்பெயர்ச்சி கோண இடப்பெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது. (சுழற்சி கோணம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது)
2.	துகளின் முடுக்கம் $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$	துகளின் கோண முடுக்கம் $\vec{\alpha} = -\omega^2\vec{\theta}$.
3.	விசை, $\vec{F} = m\,\vec{a}$, இங்கு m என்பது துகளின் நிறை ஆகும்.	திருப்பு விசை, $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$, இங்கு I என்பது பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்
4.	மீள்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$, இங்கு κ என்பது மீள்விசை மாறிலி	மீள் திருப்பு விசை $\vec{\tau} = -\kappa\vec{\theta}$, இங்கு κ என்பது திருப்பு விசை மாறிலி (கிரேக்க எழுத்து κ ஐ 'kappa' என்று உச்சரிக்கவும்) இம்மாறிலி ஒரு குறிப்பிட்ட முறுக்கு இழையை பொருத்து அமையும்.
5.	கோண அதிர்வெண், $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ rad s^{-1}	கோண அதிர்வெண், $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$

இடப்பெயர்ச்சிக்கான மீள் திருப்பு விசையாகும். கோண சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் பொருளின் நிலைமக் காரணி என்பது பொருளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் ஆகும்.

10.4 நேர்போக்கு சீரிசை அலையியற்றி (LHO)

10.4.1 சுருள்வில் – நிறை அமைப்பின் கிடைத்தள அலைவுகள்



படம் 10.13 சுருள்வில் நிறை அமைப்பின் கிடைத்தள அலைவுகள்

படம் 10.13 காட்டியுள்ளவாறு, நிறையற்ற சுருள்வில்லுடன் m நிறை கொண்ட பொருள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த சுருள்வில் – நிறை அமைப்பானது உராய்வற்ற கிடைத்தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது எனக்கொள்க. சுருள்வில்லின் விறைப்பு மாறிலி அல்லது விசை மாறிலி அல்லது சுருள்வில் மாறிலி k ஆகும். இந்த அமைப்பின் மீது விசை செலுத்தப்படாதபோது நிறை m ன் சமநிலைப்புள்ளி, அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 என்க.

நிறையை, சமநிலையில் இருந்து வலப்புறமாக x தொலைவிற்கு இடம்பெயரச் செய்து பின்பு விடுவித்தால், நிறையானது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 ஐப் பொருத்து முன்னும் பின்னும் அலைவுறும்.

சுருள்வில்லின் நீட்சியால் ஏற்படும் மீள்விசை F என்க. இவ்விசையானது நிறையின் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

ஒரு பரிமாண இயக்கத்திற்கு

$$F \propto x$$
$$F = -k\,x$$

எனக் கணிதவியல் முறையில் நாம் பெறலாம். இங்கு, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் என்பதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

இச்சமன்பாடு ஹீக் விதி என்று அழைக்கப்படுகிறது (பார்க்க அலகு 7). இங்கு மீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சியுடன் நேர்போக்கில் உள்ளதை கவனத்தில் கொள்க (அதாவது விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கு (exponent) ஒன்றாகும்). இது எப்பொழுதும் சரியாக இருப்பதில்லை, ஏனென்றால் சில நேர்வுகளில் அதிகமான அளவு இழுவிசையை நாம் செலுத்தும்போது, அலைவுகளின் வீச்சுகள் அதிகமாக அமையும். (அதாவது விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் x ன் அதிக அடுக்குகளுக்கு நேர்த்தகவாக அமையும்) எனவே இந்த அமைப்பின் அலைவுகள் நேர்போக்கு அலைவுகளாக இருப்பதில்லை என்பதால் இவை நேர்போக்கு அல்லாத அலைவுகளாகும். இதுவரை நம்முடைய விவாதங்களின் படி நேர்போக்கு அலைவுகள் மட்டுமே விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் அடிப்படையில் ஹீக் விதி ஏற்புடையதாக அமைகின்றது. அதாவது (விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி நேர்போக்கு தொடர்புடையவை)

நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்க விதியிலிருந்து தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு நாம் எழுத முடியும்.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (10.21)$$

சமன்பாடு (10.21) ஐ தனிச்சீரிசை இயக்கச் சமன்பாடு (10.10), உடன் ஒப்பிட, நாம் பெறுவது

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

அதாவது அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண் அல்லது இயல்பு அதிர்வெண்

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad } s^{-1} \qquad (10.22)$$

அலையியற்றியின் அதிர்வெண்

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ Hz} \qquad (10.23)$$

மற்றும் அலைவுகளின் அலைவுநேரம்

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ s} \qquad (10.24)$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் அலைவுகளின் அலைவுநேரம் வீச்சைப்பொருத்தது அல்ல என்பதைக் கருத்தில் கொள்க. இது அலைவுகள் தோராயமாக சிறிய அளவில் உள்ளபோது மட்டுமே பொருந்தும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \qquad (10.25)$$

அல்லது

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \qquad (10.26)$$

இங்கு A, ω மற்றும் φ ஆகியவை மாறிலிகள். வகைக்கெழுச் சமன்பாடு 10.21 –ன் பொதுத்தீர்வு

குறிப்பு

(அ) நிறை ஓர் நிலைமப்பண்பாகவும் சுருள் மாறிலி மீட்சிப்பண்பாகவும் இருப்பதால் அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{நிலைமப்பண்பு}}{\text{மீட்சிப்பண்பு}}} = 2\pi\sqrt{\left|\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}\right|}$$

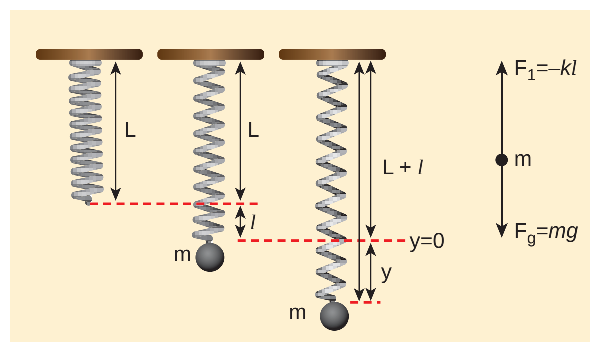
(ஆ) $\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}} = \frac{x}{\frac{d^2x}{dt^2}} = -\frac{m}{k}$,

$\left|\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}\right|$ இன் எண்மதிப்பு $\frac{m}{k}$ க்குச் சமம். எனவே அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$x(t) = A\ \sin(\omega t + \varphi) + B\ \cos(\omega t + \varphi)$ ஆகும். இங்கு A, B மாறிலிகள்.

10.4.2 சுருள்வில்லின் செங்குத்து அலைவுகள்

படம் 10.14 கம்பி சுருள்கள்



படம் 10.15 சுருள் மாறிலி கொண்ட நிறையற்ற சுருள்வில்கள்

படம் 10.15 –ல் காட்டியுள்ளவாறு, நிறையற்ற விசை மாறிலி அல்லது சுருள்வில் மாறிலி k (spring constant) கொண்ட சுருள்வில்லானது கூரையின் மேற்பகுதியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாக கருதுவோம். நிறை m இணைக்கப்படுவதற்கு முன்பு சுருள்வில்லின் நீளம் L என்க. சுருள்வில்லின் மற்றொரு முனையில் நிறை m இணைக்கப்படும்போது சுருள்வில்லானது l நீளத்திற்கு விரிவடைகிறது. சுருள்வில்லின் நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை F_1 என்க

நிறை m –ல் செயல்படும் ஈர்ப்பு விசையானது செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படும்.

இந்த அமைப்பிற்கு தனித்த பொருளின் விசைப்படம் நாம் வரைய முடியும். இது படம் 10.15–ல்

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 208 27-03-2022 20:02:59

காட்டப்பட்டுள்ளது. அமைப்பானது சமநிலையில் உள்ள போது,

$$F_1 + mg = 0 \qquad (10.27)$$

ஆனால் சுருள்வில் l இடப்பெயர்ச்சிக்கு நீட்சியடைந்துள்ளது. எனவே

$$F_1 \propto l \Rightarrow F_1 = -k\,l \qquad (10.28)$$

சமன்பாடு (10.28) ஐ சமன்பாடு (10.27) –ல் பிரதியிட நாம் பெறுவது

$$-k\,l + mg = 0$$

$$mg = k\,l$$

அல்லது

$$\frac{m}{k} = \frac{l}{g} \qquad (10.29)$$

மிகச்சிறிய அளவிலான புற விசையை நிறை மீது நாம் செலுத்தினால், அந்த நிறை மேலும், கீழ்நோக்கிய திசையில் இடப்பெயர்ச்சி y–க்கு நீள்கிறது, பிறகு அது மேலும், கீழும் அலைவுறுகிறது. இப்பொழுது சுருள்வில்லின் நீட்சி $(y + l)$ (சுருள்வில்லின் மொத்த நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை.

$$F_2 \propto (y + l)$$

$$F_2 = -k\,(y + l) = -ky - kl \qquad (10.30)$$

$\frac{d^2y}{dt^2}$, என்ற முடுக்கத்துடன் இயங்கும் நிறைக்கு தனித்த விசைப்படம் வரைந்தால், நாம் பெறுவது

$$-ky - kl + mg = m\frac{d^2y}{dt^2} \qquad (10.31)$$

நீட்சியின் காரணமாக நிறை மீது செயல்படும் மொத்த விசை

$$F = F_2 + mg$$

$$F = -ky - kl + mg \qquad (10.32)$$

ஈர்ப்புவிசையானது மீள்விசைக்கு எதிராக அமையும், சமன்பாடு (10.29) ஐ சமன்பாடு (10.32), இல் பிரதியிட, நாம் பெறுவது

$$F = -ky - kl + kl = -ky$$

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -k\,y$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m}y \qquad (10.33)$$

இச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வடிவமாகும். எனவே

$$\text{அலைவுநேரம் } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ \text{s} \qquad (10.34)$$

குறிப்பு

சுருள்வில்லின் கிடைத்தள அலைவுகள் மற்றும் செங்குத்து அலைவுகளின் அலைவுநேரம் சமமாக இருக்கும்

சமன்பாடு (10.29) பயன்படுத்தி, அலைவுநேரத்தை வேறு வடிவில் எழுதினால்

$$\text{அலைவுநேரம் } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (10.35)$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து புவிஈர்ப்பு முடுக்கம் g யின் மதிப்பை பெறலாம்

$$g = 4\pi^2\left(\frac{l}{T^2}\right)\ \text{m s}^{-2} \qquad (10.36)$$

எடுத்துக்காட்டு 10.8

சுருள்வில் தராசு 0.25 m நீளமும் 0 முதல் 25 kg வரை நிறையை அளவிடும் வகையிலும் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சுருள்வில் தராசானது 11.5 m s^{-2} ஈர்ப்பு முடுக்கம் கொண்ட X என்ற நாம் அறிந்திராத கோள் ஒன்றில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. M kg நிறை கொண்ட ஒரு பொருள் சுருள் வில்லில் தராசில் தொங்க விடப்படும் பொழுது 0.50 s அலைவுக்காலத்துடன் அலைவுறுகிறது. பொருளின் மீது செயல்படும் ஈர்ப்பியல் விசையை கணக்கிடுக.

தீர்வு

சமன்பாடு (10.29) பயன்படுத்தி, முதலில் சுருள்வில் தராசின் விறைப்பு மாறிலியை நாம் கணக்கிடலாம்.

$$k = \frac{mg}{l} = \frac{25 \times 11.5}{0.25} = 1150\ N\,m^{-1}$$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 209 27-03-2022 20:03:01

அலைவுகளின் அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

இங்கு M –ன்பது பொருளின் நிறையாகும். M என்பது தெரியாத நிறையாதலால்

சமன்பாட்டை மாற்றி அமைக்க நாம் பெறுவது

$$M = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{(1150)(0.5)^2}{4\pi^2} = 7.3kg$$

பொருளின் மீது செயல்படும் ஈர்ப்பு விசை

$$W = Mg = 7.3 \times 11.5 = 83.95\ N \approx 84\ N$$

10.4.3 சுருள்வில்களின் தொகுப்புகள்

படம் 10.16 உந்து வண்டியின் அதிர்வுத்தாங்கியில் சுருள்வில்களின் தொகுப்பு

சுருள்வில்லின் விறைப்புத் தன்மையானது, சுருள்மாறிலி அல்லது விசைமாறிலி அல்லது விறைப்பு மாறிலியால் அளவிடப்படுகிறது.

சுருள்மாறிலியின் மதிப்பு அதிகமெனில் சுருள்வில்லானது விறைப்பாக இருக்கும். சுருள்வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அமுக்கச் செய்யவோ அதிக விசையை செலுத்த வேண்டும் என்பதை இது உணர்த்துகின்றது. இதேபோல் சுருள்மாறிலியின் மதிப்பு குறைவெனில் குறைந்த விசையை செலுத்தி சுருள்வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அமுக்கவோ முடியும்.

இரு சுருள்வில்களை இரு வழிகளில் இணைக்க முடியும். ஒன்று தொடரிணைப்பில் இணைத்தல் மற்றொன்று பக்க இணைப்பில் இணைத்தல்.

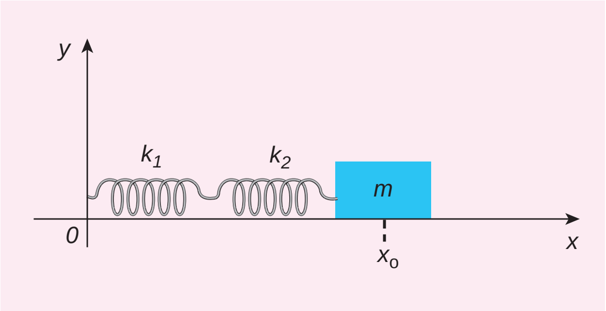
a. சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ள போதும்
b. சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோதும்

தொகுபயன் சுருள்மாறிலியை கீழ்க்காணும் துணைப்பிரிவுகளில் நாம் கணக்கிடலாம்.

a. தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ள சுருள்வில்கள்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்க. தொடரிணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகர விளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்வில்லை (தொகுபயன் சுருள்வில்) அச்சுருள்வில் தொகுப்புக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

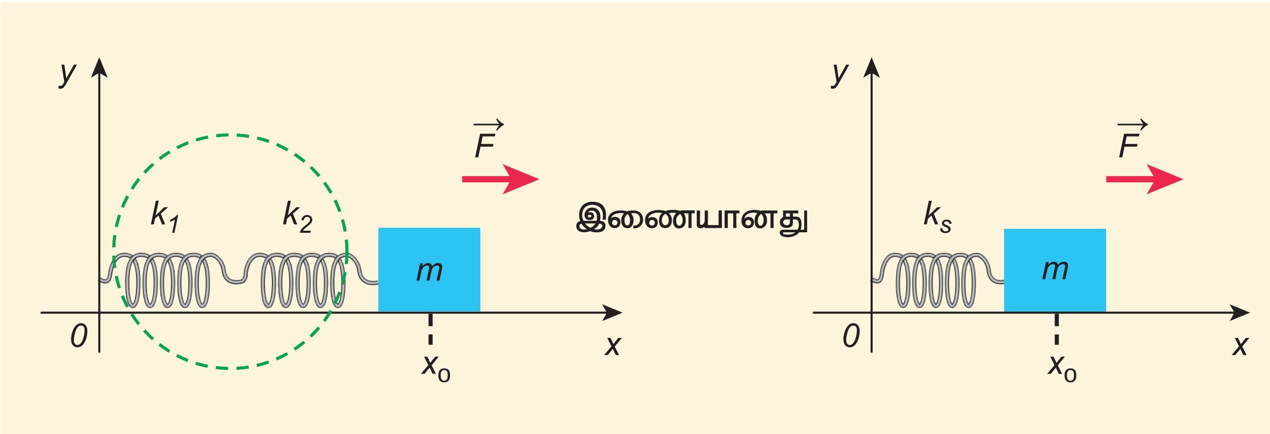
தனித்தனி சுருள்மாறிலிகளின் மதிப்புகள் $k_1, k_2, k_3,$ (தெரிந்த அளவுகள்), மற்றும் தொகுபயன் சுருள்மாறிலி k_s (தெரியாத அளவுகள்) ஆகியவற்றுக்கிடையே கணிதவியல் தொடர்பினை நாம் பெறலாம். எளிமைக்காக k_1, k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்களை மட்டும் கருதுவோம். அவை படம் 10.17 – ல் காட்டியுள்ளவாறு m என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்தி தொடரிணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள் வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.



படம் 10.17 சுருள்வில்களின் தொடரிணைப்பு

படம் 10.18 இல் காட்டியுள்ளவாறு புறவிசை F வலதுபுறம் நோக்கி செலுத்தப்படுவதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு சுருள்வில்லின் சுருள்மாறிலி வெவ்வேறானவை மேலும் அவற்றுக்கிடையேயான பிணைப்பு இறுக்கமாக (rigid) இருப்பதில்லை. ஆதலால் அவை வெவ்வேறு நீளத்திற்கு நீட்சியடைகின்றன.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 210 27-03-2022 20:03:02



படம் 10.18 தொடரிணைப்பில் உள்ளபோது தொகுபயன் சுருள் மாறிலி

செலுத்தப்பட்ட விசை F – ன் காரணமாக சுருள்கள் அதனுடைய சமநிலையிலிருந்து (நீட்சியடையா நிலை) நீட்சியடைந்த தொலைவுகள் முறையே x_1 மற்றும் x_2 என்க.

எனவே, நிறைப் புள்ளியின் மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$$x = x_1 + x_2 \qquad (10.37)$$

ஹுக்கின் விதியிலிருந்து

$$F = -k_s(x_1 + x_2) \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{F}{k_s} \qquad (10.38)$$

சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ளதால்

$$-k_1x_1 = -k_2x_2 = F$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{F}{k_1} \text{ and } x_2 = -\frac{F}{k_2} \qquad (10.39)$$

எனவே சமன்பாடு (10.39) – ஐ சமன்பாடு (10.38) – இல் பிரதியிட்டு தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் கணக்கிட முடியும்.

$$-\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} = -\frac{F}{k_s}$$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

அல்லது

$$k_s = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2} \text{ N m}^{-1} \qquad (10.40)$$

"n" சுருள்வில்களை தொடரிணைப்பில் இணைப்பதாகக் கொண்டால் தொடரிணைப்பின் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i} \qquad (10.41)$$

அனைத்து சுருள் மாறிலிகளும் சமம் எனில் அதாவது

$$\frac{1}{k_s} = \frac{n}{k} \Rightarrow k_s = \frac{k}{n} \qquad (10.42)$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி "n" மடங்கு குறையும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

ஆகவே, சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்படும் பொழுது தொகுபயன் சுருள்மாறிலியானது தனித்த சுருள் மாறிலியைவிட குறைவாக இருக்கும்.

சமன்பாடு 10.39 – லிருந்து நாம் பெறுவது

$$k_1x_1 = k_2x_2$$

இறுக்கப்பட்ட நீளம் அல்லது நீட்சியடைந்த நீளம் x_1 மற்றும் x_2–க்கான தகவு

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{k_1}{k_2} \qquad (10.43)$$

முதல் மற்றும் இரண்டாவது சுருள்வில்லில் தேக்கி வைக்கப்பட்டுள்ள மீள் நிலையாற்றல் முறையே $U_1 = \frac{1}{2}k_1x_1^2$ மற்றும் $U_2 = \frac{1}{2}k_2x_2^2$, எனில் அவற்றின் தகவு

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2}k_1x_1^2}{\frac{1}{2}k_2x_2^2} = \frac{k_1}{k_2}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 = \frac{k_2}{k_1} \qquad (10.44)$$

குறிப்பு விறைப்பு மாறிலியின் தலைகீழ் நெகிழ்வுத்தன்மை மாறிலி (flexible constant) அல்லது இணக்கம் (compliance) எனப்படுகிறது. இது C என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது $N^{-1}m$ அலகால் அளவிடப்படுகிறது.

n சுருள்கள் தொடரிணைப்பில் இருப்பின், தொகுபயன் இணக்கம்

$$C_s = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

n சுருள்கள் பக்க இணைப்பில் இருப்பின், தொகுபயன் இணக்கம்

$$\frac{1}{C_p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.9

$1\,N\,m^{-1}$ மற்றும் $2\,N\,m^{-1}$ சுருள்மாறிலிகள் கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்படுவதாக கொள்வோம். இவ்வமைப்பின் தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் (k_s) கணக்கிடுக. மேலும் k_s ஐ பற்றி கருத்து கூறுக.

தீர்வு

$$k_1 = 1\text{ N m}^{-1},\ k_2 = 2\text{ N m}^{-1}$$

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\ \text{N m}^{-1}$$

$$k_s = \frac{1\times 2}{1+2} = \frac{2}{3}\ \text{N m}^{-1}$$

$$k_s < k_1 \text{ and } k_s < k_2$$

எனவே தொகுபயன் சுருள் மாறிலியானது k_1 மற்றும் k_2 மதிப்புகளைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.

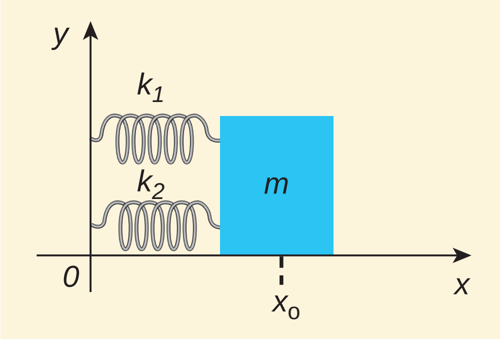
a. பக்க இணைப்பில் சுருள்வில்கள்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்க. பக்க இணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகர விளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்வில்லை (தொகுபயன் சுருள்வில்) அச்சுருள்வில் தொகுப்புகளுக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

தனித்தனி சுருள் மாறிலிகளின் மதிப்புகள் $k_1, k_2, k_3,$ (தெரிந்த மதிப்புகள்), மற்றும் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி k_p (தெரியாத அளவு) ஆகியவற்றுக்கிடையேயான கணிதவியல் தொடர்பினை நாம் பெற முடியும்.

எளிமைக்காக k_1 மற்றும் k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்களை மட்டும் கருதுவோம். அவை படம் 10.19 ல் காட்டியுள்ளவாறு m என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்க.

இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்தி பக்க இணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள்வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.



படம் 10.19 சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில்

படம் 10.20 –ல் காட்டியுள்ளவாறு விசை F-ஐ வலது புறமாக செலுத்துவதாக கொள்வோம்.

இந்நேர்வில், இரு சுருள்களும் ஒரே அளவிலான நீட்சி அல்லது இறுக்கத்தினை அடைகின்றது.

நிறை m அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி எனில்

$$F = -k_p x \qquad (10.45)$$

இங்கு k_p என்பது தொகுபயன் சுருள்மாறிலி ஆகும்.

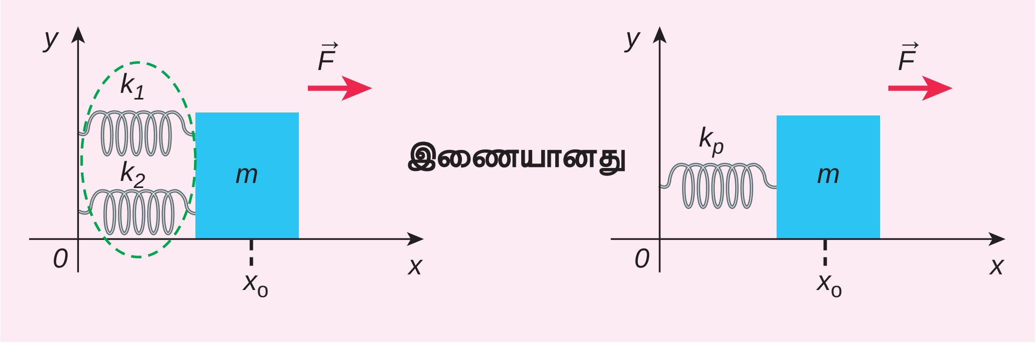
முதல் சுருளில் x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_1 எனவும், இரண்டாவது சுருளில் அதே அளவு x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_2 எனவும் கொண்டால், தொகுபயன் விசையானது.

$$F = -k_1 x - k_2 x \qquad (10.46)$$

சமன்பாடு (10.46) மற்றும் (10.45), ஆகியவற்றை சமன்செய்ய நாம் பெறுவது

$$k_p = k_1 + k_2 \qquad (10.47)$$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 212 27-03-2022 20:03:07



படம் 10.20 சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோது தொகுபயன் சுருள்வில்

பொதுவாக n சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின்,

$$k_p = \sum_{i=1}^{n} k_i \qquad (10.48)$$

அனைத்து சுருள்வில் மாறிலியின் மதிப்பும் சமமெனில் அதாவது

$k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k$

$$k_p = n\,k \qquad (10.49)$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி n மடங்கு அதிகரிக்கும் என்பதை இது காட்டுகிறது. ஆகவே சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி தனித்தனி சுருள் மாறிலியின் மதிப்பினைவிட அதிகமாக இருக்கும்.

குறிப்பு

சுருள் மாறிலி சுருள்வில்லின் நீளத்திற்கு எதிர் விகிதத் தொடர்புடையது

$$k \propto \frac{1}{\text{சுருள்வில்லின் நீளம்}}$$

ஒரு சுருள்வில்லானது இரு துண்டுகளாக வெட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். ஒன்றின் நீளம் l_1 மற்றொன்றின் நீளம் l_2 இங்கு $l_1 = nl_2$ எனில் முதல் நீளத்தின் சுருள் மாறிலி $k_1 = \frac{k(n+1)}{n}$ மற்றும் இரண்டாவது நீளத்தின் சுருள்மாறிலி $k_2 = (n+1)\ k$, ஆகும். இங்கு k என்பது வெட்டப்படுவதற்கு முன்பு சுருள் மாறிலி ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.10

1 N m^{-1} மற்றும் 2 N m^{-1} சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் கணக்கிடுக மேலும் k_p ஐ பற்றி கருத்து கூறுக.

தீர்வு

$$k_1 = 1\text{ N m}^{-1},\ k_2 = 2\text{ N m}^{-1}$$

$$k_p = k_1 + k_2\text{ N m}^{-1}$$

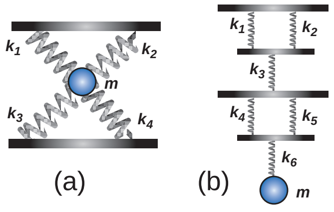
$$k_p = 1 + 2 = 3\text{ N m}^{-1}$$

$$k_p > k_1 \text{ மேலும் } k_p > k_2$$

எனவே தொகுபயன் சுருள்மாறிலியானது k_1 மற்றும் k_2 மதிப்பைவிட அதிக மதிப்பு கொண்டது.

எடுத்துக்காட்டு 10.11

கீழ்க்காணும் அமைப்புகளின் தொகுபயன் சுருள்வில் மாறிலியின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக. அனைத்து சுருள்வில்களுக்கும் சுருள்மாறிலிகளின் மதிப்பு சமம் எனக் கொண்டு கணக்கீடு செய்க.



தீர்வு

a. k_1 மற்றும் k_2 பக்க இணைப்பில் உள்ளதால்,

$k_u = k_1 + k_2$

இதேபோல், k_3 மற்றும் k_4 பக்க இணைப்பில்

$k_d = k_3 + k_4$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 213 27-03-2022 20:03:08

k_u மற்றும் k_p ஆகியவை தொடரிணைப்பில் உள்ளன.

எனவே $k_{eq} = \frac{k_u k_d}{k_u + k_d}$

அனைத்து சுருள்வில் மாறிலிகளும் சமம் என்பதால்

$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$

அதாவது $k_u = 2k$ மற்றும் $k_d = 2k$

எனவே, $k_{eq} = \frac{4k^2}{4k} = k$

b. k_1 மற்றும் k_2 பக்க இணைப்பில் உள்ளதால்,

$k_A = k_1 + k_2$

இதேபோல், k_4 மற்றும் k_5 உள்ளதால்,

$k_B = k_4 + k_5$

k_A, k_3, k_B, மற்றும் k_6 தொடரிணைப்பில்

உள்ளதால் $\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_6}$

அனைத்து சுருள் மாறிலிகளும் சமம் என்பதால்

$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k$ எனவே

$k_A = 2k$ மற்றும் $k_B = 2k$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{k} = \frac{3}{k}$$

$$k_{eq} = \frac{k}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.12

m நிறையானது v என்ற வேகத்தில் ஒரு உராய்வற்ற கிடைத்தள பரப்பில் சென்று, ஏறத்தாழ நிறையற்ற, சுருள் மாறிலி k கொண்ட சுருள்வில் மீது மோதுகின்றது. மோதலுக்கு பிறகு நிறையானது அமைதிநிலைக்கு வருகின்றது எனில் சுருள்வில்லின் அமுக்கத்தை கணக்கிடுக.

தீர்வு

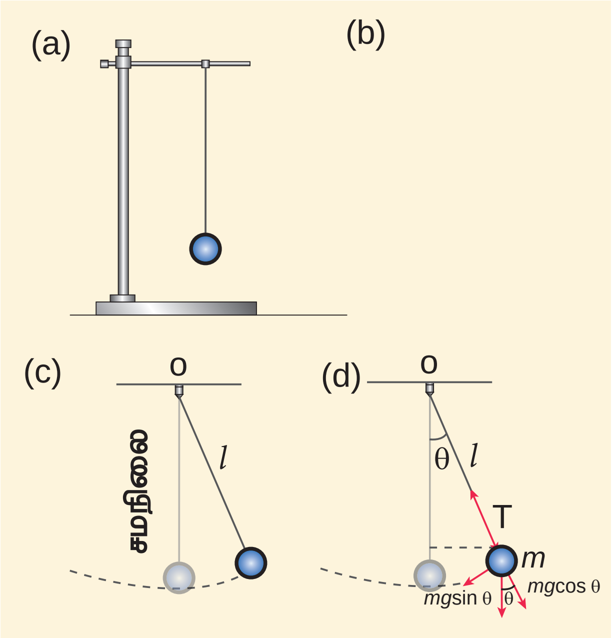
நிறையானது சுருள்வில்லை மோதும்போது நிறையின் இயக்க ஆற்றல் இழப்பானது சுருள்வில்லில் மீள் நிலை ஆற்றலாக பெறப்படுகிறது. (ஆற்றல் மாறாக்கோட்பாட்டின்படி)

x என்பது சுருளின் இறுக்கமடைந்த தூரம் என்க, ஆற்றல் மாறாக் கோட்பாட்டின்படி

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow x = v\sqrt{\frac{m}{k}}$$

10.4.4 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் தனி ஊசலின் அலைவுகள் மற்றும் தனிஊசலின் விதிகள்

தனி ஊசல்:



படம் 10.21 தனி ஊசல்

தனி ஊசல் என்பது சீரலைவு இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு இயந்திரவியல் அமைப்பாகும். நீளமான கயிற்றில் (நிறையற்ற மீட்சித் தன்மையற்றதாக கருதுக) m நிறை கொண்ட ஊசல்குண்டு ஒரு முனையில் தொங்க விடப்பட்ட நிலையில் மறு முனையானது படத்தில் [படம் 10.21 (a).] காட்டியுள்ளவாறு தாங்கியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில், தனி ஊசல் அலைவுறாமல் செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி தொங்கிக் கொண்டிருக்கும். இந்நிலை சம நிலைப்புள்ளி அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி எனப்படும். தனி ஊசலானது சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து சிறிய இடப்பெயர்ச்சிக்கு உட்படுத்தப்பட்டு விடப்படும் போது, ஊசல் குண்டானது முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 214 27-03-2022 20:03:10

மேற்கொள்ளும். தனி ஊசலின் நீளம் l என்பது தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளிக்கும் ஊசல் குண்டின் ஈர்ப்பு மையதிற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு ஆகும்.

படம் 10.21 (d) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் ஊசல் குண்டின் மீது எந்த ஒரு இடம் பெயர்ந்த நிலையிலும் இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

i. ஈர்ப்பியல் விசை $\vec{F}=m\vec{g}$ செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது.
ii. தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியை நோக்கி கயிற்றின் வழியாக செயல்படும் இழுவிசை $\vec{T}$

ஈர்ப்பியல் விசையின் இருகூறுகளாவன

a. **செங்குத்து கூறு:** கயிற்றின் வழியாக இழுவிசைக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் கூறு . $F_{as} = mg\cos\theta$.
b. **தொடுவியல் கூறு:** கயிற்றிற்கு செங்குத்தாக உள்ள கூறு அதாவது வில்லின் தொடுகோட்டு திசையில் உள்ள கூறு F_{ps} = mg sinθ.

எனவே,

கயிற்றின் வழியே விசையின் செங்குத்துக்கூறு

$$T-F_{as}=m\frac{v^2}{l}$$

இங்கு v என்பது ஊசல் குண்டின் வேகம்

$$T-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{l} \qquad (10.50)$$

படம் 10.21 – ஐ நாம் உற்று நோக்கும்போது ஈர்ப்பியல் விசையின் தொடுகோட்டு கூறானது எப்பொழுதும் சமநிலை நோக்கியே அமையும். அதாவது ஈர்ப்பியல் விசையானது, ஊசல் குண்டின் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியின் எதிர்திசையில் அமையும். இந்த தொடுவியல் விசையே மீள் விசையாகும். தொடுவியல் விசையை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின் மூலம் நாம் பெறலாம்.

குறிப்பு

நியூட்டனின் 2 வது விதியிலிருந்து $\vec{F}=m\vec{a}$ இங்கு இடப்பக்கத்தில் நிகரவிசை T-F_{as} மற்றும் வலது பக்கத்தில் $m\vec{a}$ மையநோக்கு விசைக்கு $\left(\frac{mv^2}{l}\right)$ சமமமாக உள்ளதால் ஊசல் குண்டு அலைவுறுகிறது.

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+F_{ps}=0 \Rightarrow m\frac{d^2s}{dt^2}=-F_{ps}$$

$$m\frac{d^2s}{dt^2}=-mg\sin\theta \qquad (10.51)$$

இங்கு s என்பது ஊசல் குண்டின் இடப் பெயர்ச்சியாகும். இது வட்டவில்லின் வழியே அளவிடப்படுகிறது.

வட்ட வில்லின் நீளத்தை கோண இடப்பெயர்ச்சியின் வாயிலாக பெறலாம். அதாவது

$$s=l\theta \qquad (10.52)$$

இதன் முடுக்கம்,

$$\frac{d^2s}{dt^2}=l\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (10.53)$$

சமன்பாடு (10.53) ஐ சமன்பாடு (10.51), ல் பிரதியிட

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2}=-g\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{g}{l}\sin\theta \qquad (10.54)$$

மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாட்டில் $\sin\theta$ இருப்பதனால், இச்சமன்பாடு நேர்போக்கற்ற (இரண்டாம் வரிசை ஒருபடித்தான) சமன்பாடாகும். சிறிய அலைவுகளுக்கு தோராயமாக sin $\theta \approx \theta$ என்பதால் மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு நேர்போக்கு வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகிறது.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{g}{l}\theta \qquad (10.55)$$

இது நன்கு அறிந்த அலையியக்கத்திற்கான வகைக்கெழு சமன்பாடு. எனவே அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண்ணானது (அமைப்பின் இயல்பு அதிர்வெண்)

$$\omega^2=\frac{g}{l} \qquad (10.56)$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\ \text{rad}\ s^{-1} \qquad (10.57$$

அலையியக்கத்தின் அதிர்வெண்

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}\ \text{Hz} \qquad (10.58)$$

அலையியக்கத்தின் அலைவுநேரம்

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ s \qquad (10.59)$$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 215 27-03-2022 20:03:14

தனி ஊசலின் விதிகள்

தனி ஊசலின் அலைவுநேரமானது

a. கீழ்க்கண்ட விதிகளின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.

(i) **நீளத்தின் விதி**

கொடுக்கப்பட்ட புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் மதிப்பிற்கு, தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் தனிஊசலின் நீளத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு நேர்த்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \sqrt{l} \qquad (10.60)$$

(ii) **முடுக்கத்தின் விதி**

கொடுக்கப்பட்ட தனி ஊசலின் நீளம் மாறாதிருக்கும் போது ஊசலின் அலைவுநேரம் புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \qquad (10.61)$$

b. **பின்வரும் காரணிகளைச் சார்ந்திருக்காது**

(i) **ஊசல் குண்டின் நிறை**

தனி ஊசலில் ஊசல் குண்டின் அலைவுநேரம் நிறையை சார்ந்திராது. இது தானே கீழே விழும் பொருளின் இயக்கத்தை போன்றது. எனவே மாறாத நீளம் கொண்ட தனிஊசலில் ஊசல் குண்டாக யானை ஊசலுற்றாலும் எறும்பு ஊசலுற்றாலும் அலைவுக் காலம் பாதிக்காது. இரண்டும் ஒரே அலைவுக்காலத்தை பெற்றிருக்கும்.

(ii) **அலைவுகளின் வீச்சு**

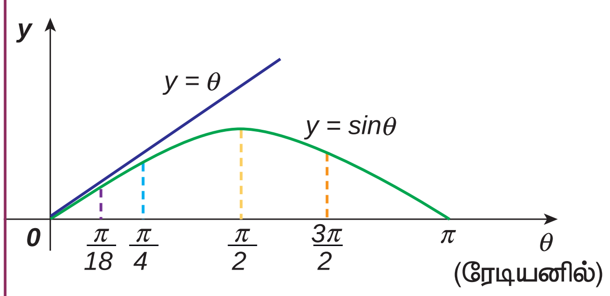
சிறிய கோண அளவுகளில் தனி ஊசல் (கோண இடப்பெயர்ச்சி சிறியதாக உள்ளபோது) அலைவுற்றால் அலைவுநேரம் வீச்சினை சார்ந்திராது.

எடுத்துக்காட்டு 10.13

தனி ஊசல் சோதனைகளில், தோராயமாக சிறிய கோணங்களை பயன்படுத்துவோம். இச்சிறிய கோணங்களை விவாதிக்க

θ (டிகிரியில்)	θ (ரேடியனில்)	sin θ
0	0	0
5	0.087	0.087
10	0.174	0.174
15	0.262	0.256
20	0.349	0.342
25	0.436	0.422
30	0.524	0.500
35	0.611	0.574
40	0.698	0.643
45	0.785	0.707

θ என்பது ரேடியனில் உள்ளபோது, சிறிய கோணங்களுக்கு $\sin\theta \approx \theta$



அதாவது θ வானது 10 டிகிரி மற்றும் அதைவிட குறைவாக இருக்கும்போது, θ *வை ரேடியனில் குறிப்பிட்டால்* $\sin\theta$ வானது θ வுக்கு சமம். θ அதிகரிக்கும்பொழுது $\sin\theta$ மதிப்பானது θ விலிருந்து படிப்படியாக வேறுபடுகிறது.

வெப்பநிலையினால் தனி ஊசலின் நீளத்தில் ஏற்படும் விளைவு

வெப்பநிலை மாறுபாட்டின் காரணமாக தொங்கவிடப்பட்ட கம்பியானது பாதிப்படைகிறது என கொள்க. வெப்பநிலை உயர்த்தும்போது கம்பியின் நீளத்தில் ஏற்படும் பாதிப்பானது

$$l = l_o(1 + \alpha\,\Delta t)$$

என மாற்றமடைகிறது. இங்கு l_o என்பது கம்பியின் ஆரம்ப நீளம் மற்றும் l என்பது வெப்பநிலையின் உயர்வால் ஏற்படும்

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 216 27-03-2022 20:03:14

கம்பியின் இறுதி நீளம். Δt என்பது வெப்பநிலை மாற்றம் மற்றும் α என்பது நீள்விரிவெண் என்க. எனவே

$$\text{எனவே, } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha\Delta t)}{g}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}\sqrt{(1+\alpha\Delta t)}$$

$$T = T_0\,(1+\alpha\Delta t)^{\frac{1}{2}} \approx T_0\,(1+\frac{1}{2}\alpha\Delta t)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{T-T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2}\alpha\Delta t$$

இங்கு ΔT என்பது வெப்பநிலை மாறுபாட்டின் காரணமாக அலைவு நேரத்தில் ஏற்படும் மாறுபாடு மற்றும் T_0 என்பது தனிஊசலின் தொடக்க நீளம் l_0 ஆக உள்ளபோது உள்ள அலைவுநேரம்.

எடுத்துக்காட்டு 10.14:

ஒரு தனி ஊசலின் நீளம் அதன் தொடக்க நீளத்திலிருந்து 44% அதிகரிக்கிறது எனில் தனிஊசலின் அலைவுநேரம் அதிகரிக்கும் சதவீதத்தை கணக்கிடுக.

தீர்வு

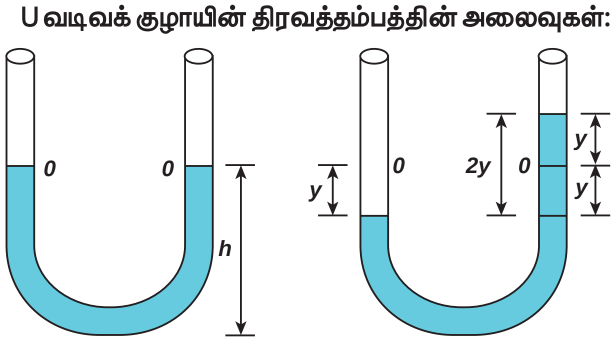
$T \propto \sqrt{l}$ என்பதால்

$$T = \text{மாறிலி } \sqrt{l}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{l + \frac{44}{100}l}{l}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

எனவே, $T_f = 1.2\ T_i = T_i + 20\%\ T_i$

U வடிவக் குழாயின் திரவத்தம்பத்தின் அலைவுகள்:



படம் 10.22 U– வடிவ கண்ணாடிக் குழாய்

ஒரு சீரான குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு A கொண்ட திறந்த புயங்களைக் கொண்ட U வடிவ கண்ணாடிக் குழாயை கருதுக. படம் 10.22–ல் காட்டப்பட்டதுபோல், பாகுநிலையற்ற, அழுக்க இயலாத ρ அடர்த்தி கொண்ட திரவமானது U வடிவக் குழாயின் புயங்களில் h உயரத்திற்கு நிரப்பப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. குழாயும் திரவமும் அசைவற்ற நிலையில் உள்ளதெனில் திரவத்தம்ப மட்டம் சமநிலைப் புள்ளி O வில் இருக்கும். திரவத்தின் மீது எந்த ஒரு புள்ளியில் அழுத்தத்தை அளவிட்டாலும் சமமாக இருக்கும். மேலும் புயங்களின் மேற்பகுதியிலும் அழுத்தம் (குழாயின் இருபுறங்களின் உள்ள முனைகளில்) சமமாக இருக்கும். இவ்வழுத்தம் வளிமண்டல அழுத்தத்திற்குச் சமம். இதனால் குழாயின் புயங்களில் திரவமட்டங்கள் சமநிலையில் இருக்கும். ஏதேனும் ஒரு புயத்தில் நாம் காற்றை ஊதுவதன் மூலம் தேவையான விசையை செலுத்துவதால் சமநிலைப் புள்ளி O விலிருந்து திரவ மட்டம் மாறுபடுகிறது. அதாவது ஒரு புயத்தில் ஊதப்பட்ட காற்றின் அழுத்தம் மற்றொரு புயத்தைவிட அதிகம். இந்த அழுத்த மாறுபாடு திரவத்தை நடு அல்லது சமநிலைப் பொருத்து சிறிது நேரம் அலைவுகளை உருவாக்குகிறது பின் இறுதியாக அமைதி நிலைக்கு திரும்புகிறது. இதன் அலைவுநேரம்.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} \text{ விநாடி} \qquad (10.62)$$

இங்கே l என்பது U – வடிவ குழாயில் உள்ள **திரவத்தம்பத்தின் மொத்தநீளம்**

10.5 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் ஆற்றல்

a. நிலை ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் விசைக்கும் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையேயான தொடர்பு ஹூக் விதியின்படி

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

பொதுவாக விசை என்பது வெக்டர் அளவு ஆதலால் முப்பரிமாணத்தில் இது மூன்று கூறுகளை கொண்டது. மேலும் மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் விசையானது ஆற்றல் மாற்றா விசையாகும். இந்த விசையை ஒருகூறு கொண்ட ஸ்கேலார் சார்பிலிருந்து தருவிக்க முடியும். ஒருபரிமாண இயக்கத்தில்

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 217 27-03-2022 20:03:16

$$F = -\,k\,x \qquad (10.63)$$

தொகுதி 1, அலகு 4 இல் விவாதித்தது போல் ஆற்றல் மாற்றா விசைப்புலத்தினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்திராது. கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து அதன் நிலையாற்றலைக் கணக்கிட முடியும்.

$$F = -\frac{dU}{dx} \qquad (10.64)$$

(10.63) வையும் (10.64), யையும் ஒப்பிட

$$-\frac{dU}{dx} = -\,kx$$

$$dU = k\,x\,dx$$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒப்பு மாறி

தொகையீட்டு மாறிலி x' என்பது ஒப்பு மாறியாகும்.

$$\int_0^y t\,dt = \int_0^y x\,dx = \int_0^y p\,dp = \frac{y^2}{2}$$

மாறி t, x மற்றும் p என்பன ஒப்பு மாறிகள் ஏனெனில் தொகையீட்டின் போது t, x அல்லது p ஆகிய எந்த மாறிகளை வைத்து தொகையீட்டை நாம் செய்யும்போதும் ஒரே விடை கிடைக்கப்பெறும்.

சிறிய இடப்பெயர்ச்சி dx– ஐ மேற்கொள்ள F என்ற விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை நிலை ஆற்றலாக சேகரிக்கப்படுகிறது.

$$U(x) = \int_0^x k\,x'\,dx' = \frac{1}{2}k\left(x'\right)^2\Big|_0^x = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (10.65)$$

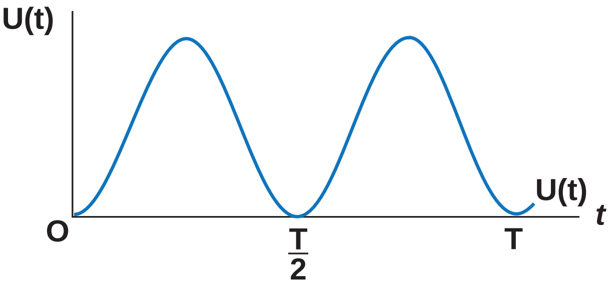
சமன்பாடு (10.22), லிருந்து விசை மாறிலியின் மதிப்பு $k = m\,\omega^2$ யை சமன்பாடு (10.65) இல் நாம் பிரதியிட

$$U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \qquad (10.66)$$

இங்கு, ω என்பது அலைவுறு அமைப்பின் இயல்பு அதிர்வெண். சமன்பாடு (10.6) விலிருந்து சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள்களுக்கு, நாம் பெறுவது

$$x = A\sin\omega t$$

$$U(t) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2\omega t \qquad (10.67)$$



படம் 10.23 காலத்தைப் பொருத்து நிலை ஆற்றல் மாறுபாடு

உங்கள் சிந்தனைக்கு

நிலை ஆற்றலானது சிறுமம் எனில் இரண்டாம் நிலை வகைக்கெழு நேர் மதிப்பில் இருக்கும் ஏன்?

b. இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \qquad (10.68)$$

துகளானது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது எனில், சமன்பாடு (10.6) லிருந்து

$$x = A\sin\omega t$$

எனவே திசைவேகமானது

$$v_x = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t \qquad (10.69)$$

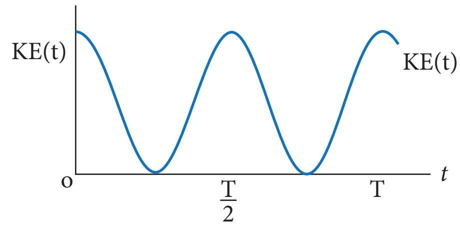
$$= A\omega\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

$$v_x = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \qquad (10.70)$$

எனவே,

$$KE = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) \qquad (10.71)$$

$$KE = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\cos^2\omega t \qquad (10.72)$$



படம் 10.24 காலத்தைப் பொருத்து இயக்க ஆற்றல் மாறுபாடு

c. மொத்த ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் இவற்றின் கூடுதல் மொத்தஆற்றல் ஆகும்.

$$E = KE + U \qquad (10.73)$$

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

எனவே, x^2 ஐ நீக்க,

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2= \text{ = மாறிலி} \qquad (10.74)$$

மறுதலையாக சமன்பாடு (10.67) மற்றும் சமன்பாடு (10.72), லிருந்து நாம் பெறும் மொத்த ஆற்றல்

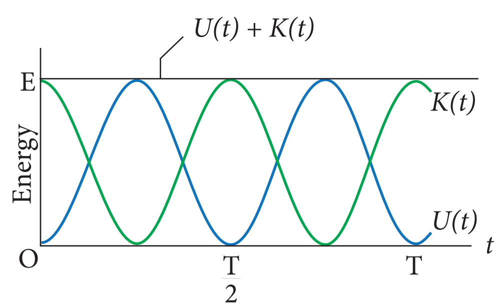
$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\omega t+\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2\omega t$$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2(\sin^2\omega t+\cos^2\omega t)$$

திரிகோணமிதி முற்றொருமையிலிருந்து,

$$(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t) = 1$$

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \text{ = மாறிலி}$$



படம் 10.25 நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் மாறுபடும் ஆனால் மொத்த ஆற்றல் மாறாது

எனவே மொத்த ஆற்றலைக் கொண்டு பெறப்படும் சீரிசை அலையியற்றியின் வீச்சு

$$A=\sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}=\sqrt{\frac{2E}{k}} \qquad (10.75)$$

எடுத்துக்காட்டு 10.15

ஒருபரிமாண இயக்கத்திற்கான இயக்க ஆற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் இவற்றின் சமன்பாடுகளை நேர்க்கோட்டு உந்தத்தைக் கொண்டு எழுதுக.

தீர்வு

இயக்க ஆற்றல் $KE=\frac{1}{2}mv_x^2$

பகுதி மற்றும் தொகுதியை m ஆல் பெருக்க

$$KE=\frac{1}{2m}m^2v_x^2=\frac{1}{2m}(mv_x)^2=\frac{1}{2m}p_x^2$$

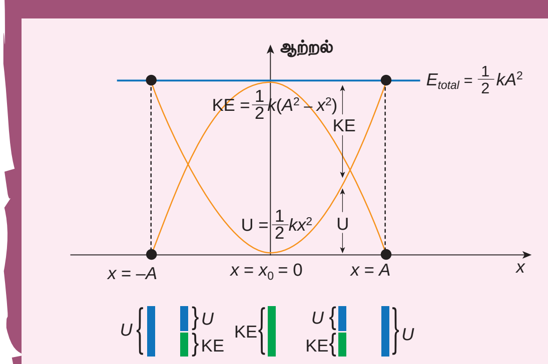
இங்கு, p_x என்பது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் நேர்க்கோட்டு உந்தம்.

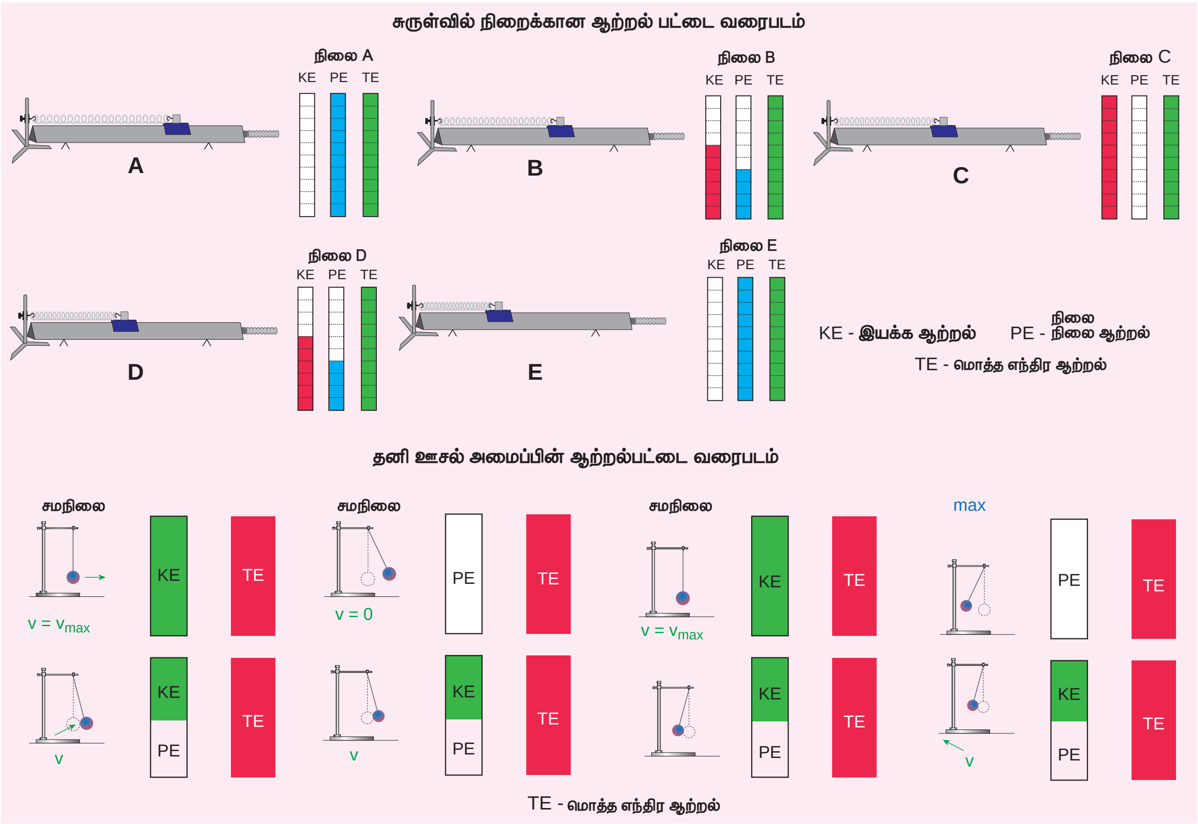
குறிப்பு

ஆற்றல் மாறா விதி:

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் இரண்டும் சீரலைவு சார்பு மற்றும் அவற்றின் மதிப்புகள் அலைவுகாலம் $\frac{T}{2}$ பிறகு மீண்டும் நிகழும். ஆனால் x அல்லது t ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் மொத்த ஆற்றல் மாறிலி. தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு இயக்க ஆற்றலும் நிலை ஆற்றலும் எப்பொழுதும் நேர்க்குறி. இயக்க ஆற்றலை எதிர்மதிப்பில் எடுத்துக்கொள்ளக்கூடாது. ஏனெனில் இது திசைவேகத்தின் இருமடிக்கு நேர்விகிதப் பொருத்தமடையாது என்பதை நினைவில் கொள்க.

ஒரு இயற்பியல் அளவின் அளவீடு இயல் எண்ணாகவே இருக்க வேண்டும். இயக்க ஆற்றல் எதிர்குறி எனில், திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு கற்பனை எண்ணாகும், இது நடைமுறையில் ஏற்புடையது அல்ல. சமநிலையில் முழுவதும் இயக்க ஆற்றலாகவும், பெரும நிலையில் முற்றிலும் நிலையாற்றலாகவும் இருக்கும்.





படம் 10.26 ஆற்றல் மாறா விதி – சுருள்வில் நிறை மற்றும் தனி ஊசல் அமைப்பு

மொத்த ஆற்றல் என்பது இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல்களின் கூடுதல் ஆகும். எனவே சமன்பாடு (10.73) மற்றும் சமன்பாடு (10.75) லிருந்து

$$E = KE + U(x) = \frac{1}{2m}p_x^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \text{மாறிலி}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.16:

அலைவுறும் துகளின் நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் சமமாக உள்ள நிலையை கணக்கிடுக.

தீர்வு

அலைவுறும் துகளின் நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் சமம் எனில்

$$\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$A^2 - x^2 = x^2$$

$$2x^2 = A^2$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$$

10.6 அலைவுகளின் வகைகள்

10.6.1 கட்டற்ற அலைவுகள்

அலையியற்றியை அதன் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடம்பெயரச் செய்து அலைவுறச் செய்தால் அது அலைவுறும் அதிர்வெண்ணானது இயல்பு அதிர்வெண்ணிற்கு சமமாக இருக்கும். இவ்வகை அலைவுகள் அல்லது அதிர்வுகள் கட்டற்ற அலைவுகள் அல்லது கட்டற்ற அதிர்வுகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

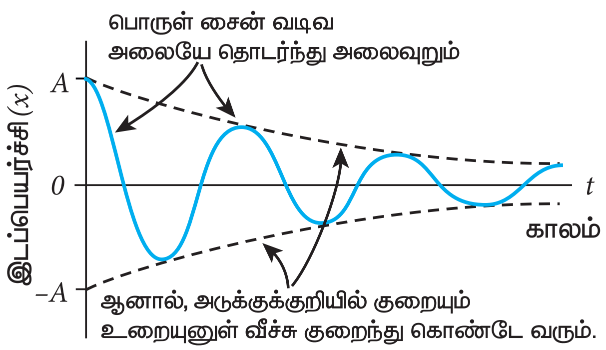
i. இசைக்கவையின் அதிர்வுகள்.
ii. இழுத்துக்கட்டப்பட்ட கம்பியின் அதிர்வுகள்.
iii. தனி ஊசலின் அலைவுகள்.
iv. சுருள்வில் நிறை அமைப்பின் அலைவுகள்.

10.6.2 தடையுறு அலைவுகள்

தனி ஊசல் அலைவுறும் போது (முந்தைய நிகழ்வில்) அலைவின் வீச்சானது மாறிலி எனவும்

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 220 27-03-2022 20:03:24

அலையியற்றியின் மொத்த ஆற்றல் மாறாதது எனவும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். ஆனால் உண்மையில் ஊடகத்தின் உராய்வு மற்றும் காற்றின் இழுவையால் காலம் அதிகரிக்கும்போது வீச்சு குறைகின்றது. இதன் அலைவுகள் நிலைநிறுத்தப்படாமல் இருக்கும் மற்றும் சீரிசை அலையியற்றின் ஆற்றல் படிப்படியாக குறைகின்றது. இந்த ஆற்றல் இழப்பு அலையியற்றி சூழ்ந்துள்ள ஊடகம் உட்கவர்தலால் ஏற்படுகிறது. இந்த வகை அலை இயக்கம் தடையுறு அலைவுகள் என அழைக்கப்படுகின்றது. வேறுவிதமாக கூறினால் அலையின் வீச்சு குறைகின்றது மற்றும் அலையியற்றியின் ஆற்றல் ஊடகத்தின் தடைக்கு எதிராக செய்யப்பட்ட வேலையாக மாற்றப்படுகிறது. இவ்வகை இயக்கம் தடையுறு இயக்கம் என அழைக்கப்படுகின்றது மற்றும் இந்நிகழ்வில் உராய்வு விசை (தடையுறு விசை) அலையியற்றியின் திசைவேகத்திற்கு நேர்தகவில் இருக்கும்.



படம் 10.27 தடையுறு சீரிசை அலையியற்றி – காலம் அதிகரிக்கும்போது வீச்சு குறைகிறது

எடுத்துக்காட்டுகள்:

i. தனி ஊசலின் அலைவுகள் (காற்றின் தடையுடன்) அல்லது எண்ணெய் நிரப்பப்பட்ட கலனிற்குள் தனி ஊசலின் அலைவுகள்.
ii. தொட்டிச் சுற்றில் ஏற்படும் மின்காந்த அலைவுகள்
iii. கால்வனா மீட்டரில் ஏற்படும் தடையுறு அலைவு

10.6.3 நிலைநிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள்

ஊசலில் ஆடிக் கொண்டிருக்கும்போது ஒரு சில அலைவுகளுக்கு பிறகு அலைவு நிறுத்தப்படும். இதற்கு காரணம் தடையுறு விசையாகும். இதனைத் தவிர்க்க தள்ளு விசையைச் செலுத்தி அலைவுகளானது நிலை நிறுத்தப்படுகிறது. புற மூலத்திலிருந்து ஆற்றலை பயன்படுத்தி அலையியற்றிக்கு அளிப்பதனால் அலைவுகளின் வீச்சு மாறாமல் இருக்கும். இவ்வகை அதிர்வுகளை நிலை நிறுத்தப்பட்ட அதிர்வுகள் என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

அதிர்வுறும் இசைக்கவையின் ஆற்றலை மின்கலஅடுக்கு அல்லது மின் மூலத்திலிருந்து பெறச்செய்தல்

10.6.4 திணிப்பு அதிர்வுகள்

எந்த ஒரு அலையியற்றி, தான் இழந்த ஆற்றலை புறச்சீரலைவு அமைப்பினால் பெற்று தொடர்ந்து இயங்குகின்றதோ அந்த அலையியற்றியை திணிப்பு அலையியற்றி அல்லது இயக்கப்பட்ட அலையியற்றி என அழைக்கின்றோம்.

இவ்வகை அதிர்வுகளில், பொருளானது ஆரம்பத்தில் இயல்பு அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும் பின்னர் புற சீரலைவு விசையின் காரணமாக புற சீரலைவு விசையின் அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும். இத்தகைய அதிர்வுகள் திணிப்பு அதிர்வுகள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

கம்பி இசைக் கருவிகளில் பெறப்படும் அதிர்வுகள்

10.6.5 ஒத்ததிர்வு

ஒத்ததிர்வு திணிப்பு அதிர்வின் சிறப்பு நிகழ்வு ஆகும். இங்கு புற சீரலைவு விசையின் (அல்லது இயக்கி விசையின்) அதிர்வெண்ணும் அதிர்வுறும் பொருளின் இயல்பு அதிர்வெண்ணும் சமமாக இருக்கும். இதன் விளைவினால் அதிர்வுறும் பொருளின் வீச்சு அதிகரிக்க ஆரம்பித்து பெரும வீச்சு நிலையைப் பெறும். இந்த நிகழ்வை ஒத்ததிர்வு எனவும் அதன் அதிர்வுகள் ஒத்திசைவு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

ஒலியால் கண்ணாடி உடைதல்

குறிப்பு

ரேடியோ (அல்லது தொலைக்–காட்சி) ஏற்பி சுற்றுக்களை, ரேடியோ நிலையத்துடன் (அல்லது தொலைக்காட்சி) இசைவு செய்தலில் ஒத்திசைவு தத்துவம் பயன்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒத்திசைவு அதிர்வுகள் பாலத்தில் ஏற்படுவதை தவிர்க்க பாலத்தின் மீது இராணுவ வீரர்கள் அணிவகுத்து கடந்து செல்ல அனுமதிக்கப்பட மாட்டார்கள்.

இராணுவ வீரர்கள் பாலத்தைக் கடந்து செல்லும்போது, அவர்கள் பாலத்தின் மீது காலடி எடுத்து வைக்கும் அதிர்வெண் பாலத்தின் இயல்பு அதிர்வெண்ணிற்கு சமம் எனில் இப்பாலம் ஒத்திசை அதிர்வுகளை பெறலாம். வீச்சின் மதிப்பு மிகப்பெரியது என்பதால் பாலம் இடிந்துவிழ வாய்ப்புள்ளது.

குறிப்பு

மின்தூக்கியில் தனி ஊசல்:

(i) a முடுக்கத்துடன் மேல்நோக்கி இயங்கும் மின்தூக்கி ஈர்ப்பு முடுக்கத்தால் ஏற்படும் தொகுபயன் முடுக்கம்.

$g_{eff} = g + a$ என்பதால் அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g+a)}}$$

அலைவுக்காலமானது புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்தகவில் தொடர்புடையது. எனவே மின்தூக்கி மேலே இயங்கும்போது அலைவுக் காலம் குறைகிறது.

(ii) a முடுக்கத்துடன் கீழ்நோக்கி இயங்கும் மின்தூக்கி தொகுபயன் $g_{eff} = g - a$ என்பதால்

அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g-a)}}$.

அலைவுக் காலமானது புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்தகவில் உள்ளதால் மின்தூக்கி கீழ்நோக்கி இயங்கும்போது அலைவுநேரம் அதிகரிக்கும்.

(iii) மின் தூக்கியானது $a > g$ வுடன் விழும்போது தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = a - g$.
எனவே, அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(a-g)}}$$

இந்நிகழ்வில், ஊசல் தலைகீழாக திரும்பி அதனுடைய பெரும உயரப்புள்ளியைப் பொருத்து அலைவுறும்.

(iv) மின்தூக்கியானது a = g என்ற முடுக்கத்துடன் கீழே விழும்போது தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = g - g = 0$. எனவே அலைவுநேரம்

$T \to \infty$ எனும்போது ஊசலானது அலைவுறாது மற்றும் அதன் இயக்கம் நிறுத்தப்படுகிறது.

(v) தனிஊசலானது கிடைத்தளத்தில் a முடுக்கத்துடன் இயங்கிக் கொண்டு இருக்கும் காரில் வைக்கப்பட்டுள்ளது எனில் தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = \sqrt{g^2 + a^2}$ எனவே, அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}.$$

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 222 27-03-2022 20:03:26

பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு பொருள் அல்லது துகள் குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் ஒரு புள்ளியை ஆதாரமாகக் கொண்டு முன்னும் பின்னும் திரும்ப திரும்ப இயக்கமடைந்தால் அவ்வியக்கம் அலை இயக்கம் அல்லது அதிர்வியக்கம் எனப்படும்.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு ஒரு பொருளின்மீது செயல்படும் விசை அல்லது முடுக்கமானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து அது அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்தகவிலும் எப்பொழுதும் அந்நிலைப்புள்ளியை நோக்கியதாக அமையும்.

$$\text{விசை } F_x = -k\,x$$

- இங்கு k என்பது விசை மாறிலி, அதன் மதிப்பு ஓரலகு நீளத்தில் சுருள்வில் உணரும் விசைக்குச் சமம்.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் இடப்பெயர்ச்சி, $y = A \sin \omega t$.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் திசைவேகம் $v = A\,\omega \cos \omega t = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் முடுக்கம், $a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$.
- துகள் ஒன்று ஒரு அலைவை முழுமையாக நிகழ்த்த எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அலைவு நேரம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதனை T எனக் குறிப்பிடலாம். அலைவுநேரம் $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
- ஒரு துகளால் ஓரலகு காலத்தில் ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை அதிர்வெண் எனப்படும். இது f என குறிக்கப்படுகிறது. இதன் அலகு s^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் கணிதமுறைப்படி அதிர்வெண்ணானது அலைவுக்காலத்துடன் $f = \frac{1}{T}$ எனும் தொடர்பை பெற்றுள்ளது.
- கோணச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{I}}$ in Hz
- n சுருள்வில் தொடர் இணைப்பில் உள்ளபோது சுருள் மாறிலியின் தொகுபயன்

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{k_i}$$

- n சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோது சுருள் மாறிலிகளின் தொகுபயன்

$$k_p = \sum_{i=1}^{n} k_i$$

- U வடிவக் குழாயில் உள்ள திரவம் அலைவுறும்போது அதன் அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ விநாடி
- ஆற்றல் மாறா அமைப்பு ஒன்றில் ஒரு பரிமாணத்தில் விசையின் புலமானது நிலையாற்றலில் இருந்து எண்ணியல் முறையில் $F = -\frac{dU}{dx}$ எனப் பெறப்படுகிறது.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலை ஆற்றல் $U(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் இயக்க ஆற்றல் $KE = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$.
- சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் மொத்த ஆற்றல் $E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 =$ மாறிலி
- அலைவுகளின் வகைகள் – கட்டற்ற அலைவுகள், தடையுறு அலைவுகள், நிலைநிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் மற்றும் திணிப்பு அதிர்வுகள்
- ஒத்ததிர்வு என்பது திணிப்பு அதிர்வுகளின் சிறப்பு வகையாகும்.

கருத்து வரைபடம்

அலைவுகள்

↓

தனிச்சீரிசை இயக்கம் (SHM)

↓

$F = -kx \quad x = +A\sin\omega t$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

→ $a = -\omega^2 A \sin\omega t$, $a = -\omega^2 y$

→ $F = -\frac{dU}{dx}$ — $U = \frac{1}{2}kx^2$

$TE = \frac{1}{2}kA^2$ — $KE = \frac{1}{2}mv^2$

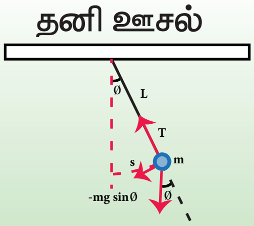
→ $V = A\omega\cos\omega t$ → $v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$

→ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

→ கோண SHM: $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$

→ நேர்ப்போக்கு SHM: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

தனி ஊசல்



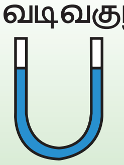
வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

U – வடிவகுழாய்



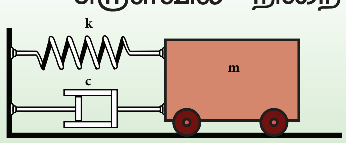
வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{2g}{l}y$$

அலைவு நேரம்

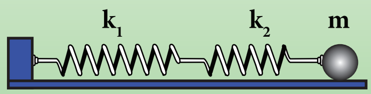
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$$

சுருள்வில் –நிறை அமைப்பு



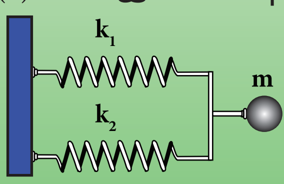
சுருள்வில்கள் இணைப்பு

(1) தொடர் இணைப்பு



$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

(2) பக்க இணைப்பு



$$k_p = k_1 + k_2$$

I. சரியான விடையை தேர்தெடுக்க

1. தனிசீரிசை இயக்கத்தில் ஒரு முழு அலைவிற்கான இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிரான முடுக்கமானது ஏற்படுத்துவது

(NSEP 2000-01 model)

(a) நீள்வட்டம்
(b) வட்டம்
(c) பரவளையம்
(d) நேர்க்கோடு

2. சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள், A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளை ஒரே திசைவேகத்துடன் கடக்கிறது. A யிலிருந்து B க்கு செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 3 s மற்றும் B யிலிருந்து A க்கு செல்ல மீண்டும் 3 s எடுத்துக்கொள்ளுகிறது எனில் அதன் அலைவுநேரம்.

(a) 15 s (b) 6 s
(c) 12 s (d) 9 s

3. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள வினாடி ஊசலின் நீளம் 0.9 m. புவியைப்போல n மடங்கு முடுக்கத்தைப் பெற்றுள்ள X என்ற கோளின் மேற்பரப்பில் உள்ளபோது அதே ஊசலின் நீளம்

(a) 0.9n (b) $\frac{0.9}{n}m$
(c) $0.9n^2$m (d) $\frac{0.9}{n^2}$

4. a முடுக்கத்துடன், கிடைத்தளத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் பள்ளி வாகனத்தின் மேற்கூரையில் கட்டி தொங்கவிடப்பட்ட தனி ஊசல் ஒன்றின் அலைவுநேரம்.

a) $T \propto \frac{1}{g^2+a^2}$ b) $T \propto \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2+a^2}}}$
c) $T \propto \sqrt{g^2+a^2}$ d) $T \propto (g^2+a^2)$

5. 1:2 என்ற விகிதத்தில் நிறைகொண்ட A மற்றும் B என்ற இருபொருள்கள், முறையே k_A மற்றும் k_B சுருள்மாறிலி கொண்ட நிறையற்ற இரு சுருள்வில்கள் மூலம் தனித்தனியே தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இரு பொருள்களும் செங்குத்தாக அலைவுறும் போது அவற்றின் பெருமத்திசைவேகங்கள் 1:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளபோது A யின் வீச்சனாது B யின் வீச்சைப்போல் _______ மடங்காகும்

a) $\sqrt{\frac{k_B}{2k_A}}$ b) $\sqrt{\frac{k_B}{8k_A}}$
c) $\sqrt{\frac{2k_B}{k_A}}$ d) $\sqrt{\frac{8k_B}{k_A}}$

6. m நிறையுடன் இணைக்கப்பட்ட சுருள்வில்லானது செங்குத்தாக அலைவுறும்போது அதன் அலைவுநேரம் T ஆகும். அச்சுருள்வில்லானது இரு சமபாகங்களாக வெட்டப்பட்டு அவற்றுள் ஒன்றுடன் அதே நிறை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது அதன் செங்குத்து அலைவின் அலைவுநேரம்

a) $T'=\sqrt{2}T$ b) $T'=\frac{T}{\sqrt{2}}$
c) $T'=\sqrt{2T}$ d) $T'=\sqrt{\frac{T}{2}}$

7. ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் இடப்பெயர்ச்சி, $y(t) = A\sin(\omega t+\varphi)$. இங்கு A என்பது அலைவின் வீச்சு, ω என்பது கோண அதிர்வெண் மற்றும் φ என்பது கட்டம். அலைவின் வீச்சு 8 cm மற்றும் அலைவு நேரம் 24 s. தொடக்க நேரத்தில் $(t=0)$ இடப்பெயர்ச்சி 4 cm எனில், $t=6\,s$ நேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி:

(a) 8 cm
(b) 4 cm
(c) $4\sqrt{3}$ cm
(d) $8\sqrt{3}$ cm

8. ஒரு தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் T_1 அது தொங்கவிடப்பட்டுள்ள புள்ளியானது $y = kt^2$ என்ற சமன்பாட்டின்படி செங்குத்தாக மேல்நோக்கி இயங்குகின்றது. இங்கு y என்பது கடந்த செங்குத்து தொலைவு மற்றும் $k = 1\ m\,s^{-2}$, இதன் அலைவுநேரம் T_2 எனில் $\frac{T_1^2}{T_2^2}$ (g = 10 m s⁻²) (IIT 2005) என்பது

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{11}{10}$

c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{5}{4}$

9. k சுருள் மாறிலி கொண்ட நல்லியல்பு சுருள் வில்லானது ஓர் அறையொன்றின் மேற்கூரையில் பொருத்தப்பட்டு அதன் கீழ்முனையில் M நிறை கொண்ட பொருளானது தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சுருள்வில்லை நீட்சியுறாத நிலையில் பொருளை விடுவிக்கும் போது சுருள் வில்லின் பெரும நீட்சி (IIT 2002)

a) $4\frac{Mg}{k}$ b) $\frac{Mg}{k}$

c) $2\frac{Mg}{k}$ d) $\frac{Mg}{2k}$

10. தனி ஊசல் ஒன்று மிக அதிக உயரம் கொண்ட கட்டிடத்தில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளபோது, சீரிசை அலை இயற்றியைப் போல தன்னிச்சையான முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து 4 m தொலைவில், ஊசல் குண்டின் முடுக்கமானது 16 $m\,s^{-2}$ எனில் அதன் அலைவுநேரம்

(NEET 2018 model)

a) 2 s b) 1 s

c) 2πs (d) πs

11. ஒரு உள்ளீடற்ற கோளகம் நீரினால் நிரப்பட்டுள்ளது இது ஒரு நீண்ட கயிற்றினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கோளத்தின் அடிப்–பகுதியின் உள்ள ஒரு சிறு துளையினால் நீரானது வெளியேறும் நிலையில் கோளம் அலைவுறும்போது அதன் அலைவுநேரம்

(a) ஆரம்பத்தில் அதிகரித்து பிறகு குறையும்

(b) ஆரம்பத்தில் குறைந்து பிறகு அதிகரிக்கும்

(c) தொடர்ந்து அதிகரிக்கும்

(d) தொடர்ந்து குறையும்

12. அலையியற்றியின் தடையுறு விசையானது திசை வேகத்திற்கு நேர்த்தகவில் உள்ளது எனில் தகவு மாறிலியின் அலகு (AIPMT 2012)

a) $kg\ m\ s^{-1}$ b) $kg\ m\ s^{-2}$

c) $kg\ s^{-1}$ d) kg s

13. 1 rad s^{-1} கோண அதிர்வெண் கொண்ட, தனிச்சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள ஒரு துகளின் மொத்த ஆற்றல் 0.256 J. $t = \frac{\pi}{2}\ s$ நேரத்தில் அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி $8\sqrt{2}$ cm எனில், அவ்வியக்கத்தின் வீச்சு:

a) 8 cm b) 16 cm

c) 32 cm d) 64 cm

14. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சி y – ஆனது t_0, $2t_0$ மற்றும் $3t_0$ நேரங்களில் முறையே A, B மற்றும் C எனில், $\left(\frac{A+C}{2B}\right)$ன் மதிப்பு:

(a) $\cos\omega t_0$ (b) $\cos 2\omega t_0$

(c) $\cos 3\omega t_0$ (d) 1

15. சுருள்வில்லின் ஒரு முனையில் இணைக்கப்பட்ட 3 kg நிறையானது உராய்வற்ற, சமதள மேசை ஒன்றின் மீது 2π அலைவு நேரமும் 2m வீச்சும் உடைய தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது எனில், அச்சுருள்வில்லின் மீது செயல்படும் பெரும விசை

(a) 1.5 N (b) 3 N

(c) 6 N (d) 12 N

விடைகள்:

1) d	2) c	3) a	4) b	5) b
6) b	7) d	8) c	9) c	10) d
11) a	12) c	13) b	14) a	15) c

II. சிறு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க

1. சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் என்றால் என்ன? இரு உதாரணங்கள் தருக
2. சுருள் வில்லின் விசை மாறிலி என்றால் என்ன?.
3. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுநேரம் வரையறு.
4. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் வரையறு.
5. ஆரம்ப கட்டம் (epoch) என்றால் என்ன?.
6. இரு சுருள்வில்கள் தொடர் இணைப்பில் உள்ள தொகுப்பை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
7. இரு சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ள தொகுப்பை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
8. தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் பற்றி எழுதுக.
9. தனி ஊசலின் விதிகளைத் தருக?.
10. நேர்போக்கு சீரிசை அலையியற்றியின் அலைவுநேரம் பற்றி எழுதுக.
11. கட்டற்ற அலைவுகள் என்றால் என்ன?.
12. தடையுறு அலைவுகளை விளக்குக. எடுத்துக்காட்டு தருக.
13. திணிப்பு அதிர்வுகளை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
14. நிலை நிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக.
15. ஒத்ததிர்வு விளக்குக. எடுத்துக்காட்டு தருக.

III. பெரு வினாக்கள்

1. சீரிசை அலை இயக்கம் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக மற்றும் எல்லா சீரிசை இயக்கங்களும் சீரலைவு இயக்கமே ஆனால் அதன் மறுதலை உண்மையல்ல ஏன்?. விளக்குக.
2. சீரான வட்ட இயக்கத்தின் வீழல் சீரிசை இயக்கம் என்பதை விவரி.
3. கோணச்சீரிசை அலையியற்றி என்றால் என்ன? அதன் அலைவுக் காலத்தை கணக்கிடுக.
4. சீரிசை அலை இயக்கத்திற்கும் கோண சீரிசை அலை இயக்கத்திற்கு இடையேயான வேறுபாடுகளை தருக.
5. தனிஊசலை விரிவாக விவாதிக்க.
6. சுருள்வில்லின் கிடைத்தள அலைவுகளை விவரி.
7. சுருள்வில்லின் செங்குத்து அலைவுகளை விவரி.
8. U வடிவக்குழாயில் திரவ தம்பத்தின் அலைவுகளைப் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.
9. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் ஆற்றலை விரிவாக விவாதிக்க.
10. அலைவுகளின் நான்கு வகைகளை விரிவாக விளக்குக.

IV. எண்ணியல் கணக்குகள்

1. ஒரு பரிமாணத்தில் இயங்கும் அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் $E = \frac{p^2_x}{2m} + V(x)$ = மாறிலி, இங்கு p_x என்பது $x-$ கூறில் நேர்க்கோட்டு உந்தம் மற்றும் $V(x)$ என்பது அமைப்பின் நிலை ஆற்றல் ஆகும். ஆற்றலின் மொத்த நேர வகைக்கெழுவானது, விசை $F_x = -\frac{d}{dx}V(x)$ தருகிறது என நிரூபி. நிலை ஆற்றல் $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ என தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் ஹூக்கின் விதியை சரிபார்க்கவும்.

2. கிடைத்தளத்துடன் 45° கோணம் ஏற்படுத்தும் சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள உருளும் டிராலியில் l = 0.9 m நீளமுள்ள தனிஊசல் முறையாக பொருத்தப்பட்டுள்ளதாக கொள்வோம். சாய்தளமான உராய்வற்றது எனில் தனிஊசலின் அலைவுக்காலத்தை கணக்கிடுக.

விடை: 0.86 s

3. ρ அடர்த்தி கொண்ட திரவத்தின் மீது m நிறைகொண்ட மரக்கட்டை மிதந்து கொண்டிருக்கிறது. அக் கட்டை இலேசாக கீழ்நோக்கி அமுக்கப்பட்டு விடப்படும் போது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அதன் அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{Ag\rho}}$ எனக் காட்டுக.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 227 27-03-2022 20:03:35

4. ஒத்த அதிர்வெண்ணும் வெவ்வேறான வீச்சுகளும் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்கள் x மற்றும் y அச்சுகளின் வழியே $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (x அச்சின் வழியாக) மற்றும் $y = B\sin\omega t$ (y அச்சின் வழியாக) என்ற வீச்சுகளுடன் இயக்கமடைகிறது எனக் கொள்க.

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-\frac{2xy}{AB}\cos\varphi=\sin^2\varphi$$ எனக் காட்டுக

a. $\varphi = 0$ b. $\varphi = \pi$ c. $\varphi = \frac{\pi}{2}$

d. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ மற்றும் $A = B$ (e) $\varphi = \frac{\pi}{4}$

ஆகிய சிறப்பு நிகழ்வுகளையும் விவாதிக்க.

குறிப்பு: துகளானது ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக செயல்படும் இரு சீரிசை இயக்கங்களுக்கு உட்படுத்தப்படும் போது துகளானது வேறுபாதையின் வழியாக இயக்கமடையும், அப்பாதையே லிசாஜோ படம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

விடை

(a) $y=\frac{B}{A}x$, என்ற சமன்பாடு ஆதிவழிச் செல்லும் நேர்மறை சாய்வுடன் கூடிய நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடாகும்.

(b) $y=-\frac{B}{A}x$, என்ற சமன்பாடு ஆதிவழிச் செல்லும் எதிர்மறை சாய்வுடன் கூடிய நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடாகும்.

(c) $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$ என்ற சமன்பாடு நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடாகும். அதன் மையம் ஆதியில் அமையும்.

(d) $x^2+y^2 = A^2$, என்ற சமன்பாடு வட்டத்திற்கான சமன்பாடாகும். அதன் மையம் ஆதியில் அமையும்.

(e) $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-\frac{2xy}{AB}\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$, என்பது நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடாகும். (சாய்ந்த நீள்வட்டம்)

5. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின்

(a) இயக்க ஆற்றலின் சராசரி மதிப்பானது நிலையாற்றலின் சராசரி மதிப்பிற்குச் சமம்.

(b) சராசரி நிலையாற்றல் = சராசரி இயக்க ஆற்றல் = $\frac{1}{2}$ (மொத்த ஆற்றல்)

எனக் காட்டுக

குறிப்பு : சராசரி இயக்க ஆற்றல்

$= \langle$இயக்க ஆற்றல்$\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T$ (இயக்க ஆற்றல்)dt

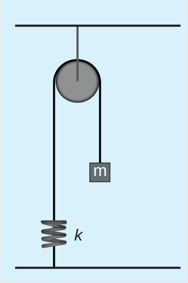
மற்றும்

சராசரி நிலையாற்றல்

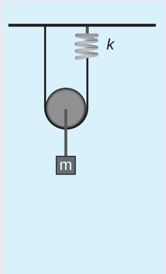
$= \langle$நிலையாற்றல்$\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T$ (நிலையாற்றல்)dt

6. கீழ்க்காணும் அமைப்பில் நிறை m ஆனது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி சிறிது இடம்பெயர்ச்சி செய்து பின் விடப்பட்டால் அலைவு நேரத்திற்கான சமன்பாட்டை கணக்கிடுக.

(கப்பி மெல்லியது மற்றும் உராய்வற்றது மேலும் கம்பியும் சுருள்வில்லும் லேசானது)



(a)



(b)

குறிப்பு மற்றும் விடைகள்:

நேர்வு (a)

இங்கு கப்பியானது சுருள் வில்லினுள் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. நிறையானது y – க்கு இடம்பெயர்ந்தால் சுருள்வில்லும் y க்கு நீட்சி அமையும்.

எனவே, $F = T = ky$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

நேர்வு (b)

நிறை y க்கு இடம்பெயர்ந்தால், கப்பி y அளவு நீட்சி அடையும்.

$T = 4ky$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$$

மேற்கோள் நூல்கள் (BOOKS FOR REFERENCE)

1. Vibrations and Waves – A. P. French, CBS publisher and Distributors Pvt. Ltd.
2. Concepts of Physics – H. C. Verma, Volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publisher.
3. Fundamentals of Physics – Halliday, Resnick and Walker, Wiley Publishers, 10th edition.
4. Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics – Serway and Jewett, Brook/Coole Publishers, Eighth Edition.

UNIT-10(XI-Physics_Vol-2)_Tamil.indd 229 27-03-2022 20:03:38