

باب 12

ہیرون کا فارمولہ (Heron's Formula)

12.1 تعارف (Introduction)

چھپلی کلاسوں میں آپ نے مختلف شکلوں والی اشکال جیسے مربع، مستطیل، مثلث اور چار ضلعی کے بارے میں پڑھا ہے۔ آپ نے ان میں سے کچھ اشکال جیسے مستطیل، مربع وغیرہ کے احاطہ اور رقبہ کی بھی تحسیب کی ہے۔ مثال کے طور پر آپ اپنے کلاس روم کے فرش کا احاطہ اور رقبہ معلوم کر سکتے ہیں آئیے فرش کے چاروں طرف اس کے اضلاع پر چل کر دیکھیں۔ جتنا فاصلہ ہم چلتے ہیں وہ اس کا احاطہ ہوتا ہے اور کمرہ کے فرش کا سائز اس کا رقبہ ہے۔

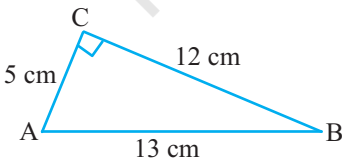
اس طرح سے اگر آپ کا کلاس روم مستطیل نما ہے جس کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 10m اور 8m ہے تو اس احاطہ $2(10+8)m = 36m$ ہوگا اور اس کا رقبہ $10m \times 8m = 80m^2$ یعنی $8000cm^2$ ہوگا۔

لمبائی اور چوڑائی کی پیمائش کی اکائیاں میٹر (M) یا سینٹی میٹر (cm) وغیرہ میں کسی بھی مستوی شکل کے رقبہ کی اکائی مربع میٹر ہوتی ہے جیسے m^2 مربع میٹر یا مربع سینٹی میٹر cm^2 وغیرہ مان لیجیے آپ ایک مثلث نما باغ میں بیٹھے ہیں۔ آپ اس کا رقبہ کس طرح معلوم کریں گے؟

باب ۹ اور چھپلی کلاسوں سے آپ جانتے ہیں کہ

(I)

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{اونچائی}$$



شکل 12.1

ہم مشاہد کرتے ہیں کہ جب مثلث قائمہ زاویہ ہو تو ہم قائمہ زاویہ کے حاصل اضلاع پر سیدھا فارمولہ استعمال کر لیتے ہیں جس

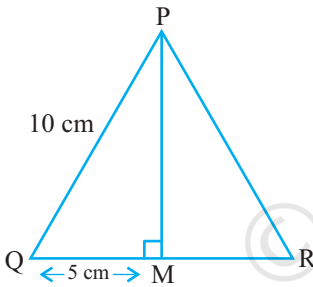
میں ایک ضلع قاعدہ اور دوسرا اونچائی ہوتا ہے مثال کے طور پر کسی قائم زاوی مثلث کے ABC کے اضلاع 12cm, 5cm اور 13cm لمبائی کے ہیں ہم قاعدہ 12cm اور اونچائی 5cm (شکل 12.1 دیکھیے) لیتے ہیں۔ تب مثلث کا رقبہ ہوتا ہے

$$30\text{cm}^2 \text{ یعنی } \frac{1}{2} \times 12 \times 5\text{cm}^2 = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{اونچائی}$$

نوٹ کیجیے کہ آپ قاعدہ 5cm اور اونچائی 12cm بھی لے سکتے ہیں۔

اب مان لیجیے آپ کو 10cm ضلع والے ایک مساوی ضلعی مثلث PQR کا رقبہ معلوم کرنا ہے (شکل 12.2 دیکھیے) اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس کی اونچائی کی ضرورت ہے۔ کیا آپ اس مثلث کی اونچائی معلوم کر سکتے ہیں؟

آئیے دہراتے ہیں ہم کس طرح اس کی اونچائی معلوم کرتے ہیں جب ان کے اضلاع دئے ہوئے ہوں ایک ماوی ضلعی مثلث میں یہ ممکن ہے QR کا وسطی نقطہ M لیجیے اور اس کو P سے ملا دیجیے۔ باب 7 میں دئے گئے نتیجہ کا استعمال کرنے کی کوشش کیجیے۔ ہم جانتے ہیں کہ ΔPMQ ایک قائم مثلث ہے۔ اس لیے فیثاغورث کے مسئلہ کے مطابق ہم PM کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے



شکل 12.2

$$PQ^2 = PM^2 + QM^2$$

$$\text{یعنی } (10)^2 = PM^2 + (5)^2 \text{ کیونکہ } QM = MR$$

$$\text{اس لیے ہمارے پاس ہے } PM^2 = 75$$

$$\text{یعنی } PM = \sqrt{75}\text{cm} = 5\sqrt{3}\text{cm}$$

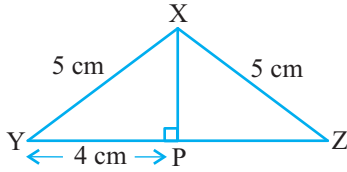
$$\text{تب } \Delta PQR \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{اونچائی} = \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}\text{cm}^2 = 25\sqrt{3}\text{cm}^2 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

آئیے دیکھتے ہیں کہ آیا ہم مساوی الساقین مثلث کا رقبہ بھی اس فارمولہ سے معلوم کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر ہم مثلث

XYZ لیتے ہیں جس میں دو مساوی اضلاع XY اور YZ 5cm اور غیر مساوی ضلع YZ 8cm ہے (شکل 12.3)

اس حالت میں بھی ہمیں مثلث کی اونچائی معلوم ہونی چاہیے۔ اس لیے ہم ضلع YZ پر عمود XP کھینچتے ہیں۔ آپ دیکھ

سکتے ہیں کہ یہ عمود XP، قاعدہ YZ کو دو مساوی حصوں میں منقسم کرتا ہے۔



شکل 12.3

$$YP = PZ = \frac{1}{2} YZ = 4 \text{ cm}$$

تب فیثاغورث کے مسئلہ کے استعمال سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$XP^2 = XY^2 - YP^2$$

$$= 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$XP = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta XYZ \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{اونچائی} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

اب مان لیجیے اب ہم مختلف الاضلاع مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں جانتے ہیں اونچائی نہیں۔ کیا آپ اب بھی اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟ مثال کے طور پر ایک مثلث نما پارک ہے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 40m، 32m اور 24m ہیں: آپ اس کا رقبہ کیسے معلوم کریں گے؟ یقیناً اگر آپ فارمولہ استعمال کرنا چاہتے ہیں تو آپ کو اونچائی معلوم کرنا ہوگی۔ لیکن اونچائی معلوم کرنے کا ہمارے پاس کوئی طریقہ نہیں ہے۔ اس لیے ہم اگلے سیکشن کی طرف آگے بڑھتے ہیں

12.2 مثلث کا رقبہ ہیرون کے فارمولہ سے (Area of a Triangle by Heron's Formula)



ہیرون (10 سے 75 عیسوی)

ہیرون 10 عیسوی میں مصر کے الیکزیڈریا میں پیدا ہوا۔ وہ اطلاقی ریاضی پر کام کرتا تھا۔ ریاضی اور فزیکل مضامین پر اس کا کام اتنا زیادہ تھا کہ وہ اس میدان میں (encyclopedia) کہلاتا ہے۔ اس کے جیومیٹریائی کام میں زیادہ تر مساحت کے مسائل تھے جو تین کتابوں میں لکھے گئے۔ پہلی کتاب میں مربع، مستطیل، مثلث، منحرف، مخصوص قسم کے چار ضلعی، مساوی کثیر ضلعی، دائرے، استوانہ، مخروط اور کرہ وغیرہ کے رقبہ سے متعلق باتیں تھیں۔ اس کتاب میں ہیرون نے مثلث کے رقبہ کے مشہور فارمولہ سے معرف کرایا جب کہ اس کی تین اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہوں۔

شکل 12.4

ہیرون کے ذریعہ دئے گئے مثلث کے رقبہ کے فارمولہ کو صرف ہیرو کا فارمولہ بھی کہتے ہیں۔ یہ فارمولہ ہے:

(II)

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \Delta ABC \text{ مثلث کا رقبہ}$$

جہاں a, b, c اور c مثلث کے اضلاع ہیں اور s مثلث کا نصف احاطہ ہے یعنی $\frac{a+b+c}{2}$

یہ فارمولہ وہاں بہت مفید ہوتا ہے جہاں مثلث کی اونچائی معلوم کرنا ممکن نہیں۔ آئیے مندرجہ بالا میں دئے گئے پارک ABC کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس کا استعمال کرتے ہیں۔

ہم $a = 40$ m، $b = 24$ m، $c = 32$ m لیتے ہیں

$$s = \frac{40 + 24 + 32}{2} \text{ m} = 48 \text{ m} \text{ اس لیے ہمارے پاس ہے}$$

$$s - a = (48 - 40) \text{ m} = 8 \text{ m}$$

$$s - b = (48 - 24) \text{ m} = 24 \text{ m}$$

$$s - c = (48 - 32) \text{ m} = 16 \text{ m}$$

اس لیے پارک ΔABC کا رقبہ

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{48 \times 8 \times 24 \times 16} \text{ m}^2$$

$$= 384 \text{ m}^2$$

مزید ہم دیکھتے ہیں کہ $32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600 = 40^2$ یعنی پارک کے اضلاع ایک قائم

مثلث بتاتے ہیں جس میں سب سے بڑا ضلع جو 40 m ہے وہ ہوگا اور اضلاع AB اور AC کے درمیان کا زاویہ 90° ہوگا۔

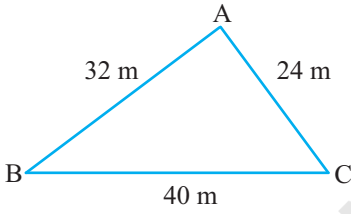
فارمولہ 1 کا استعمال کر کے ہم پارک کے رقبہ کی جانچ کر سکتے ہیں۔

$$\frac{1}{2} \times 32 \times 24 \text{ m}^2 = 384 \text{ m}^2$$

ہم دیکھتے ہیں کہ اس طرح سے حاصل رقبہ وہی ہے جو ہیرون کے فارمولہ سے حاصل ہوا تھا۔

اب ہم ہیرون کے فارمولہ سے اس حقیقت کی تصدیق اوپر نکالے گئے مثلثوں کے رقبوں سے کریں گے۔

(i) مساوی ضلعی مثلث جس کا ضلع 10 cm کا ہے۔



شکل 12.5

(ii) مساوی الساقین مثلث جس کا غیر مساوی ضلع 8cm کا اور مساوی ضلع 5cm ہے آپ دیکھیں گے کہ

$$s = \frac{10 + 10 + 10}{2} \text{ cm} = 15 \text{ cm} \text{ ہے لیے ہمارے پاس ہے (i)}$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{15(15-10)(15-10)(15-10)} \text{ cm}^2 =$$

$$\sqrt{15 \times 5 \times 5 \times 5} \text{ cm}^2 = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{8 + 5 + 5}{2} \text{ cm} = 9 \text{ cm} \text{ ہے لیے ہمارے پاس ہے (ii)}$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{9(9-8)(9-5)(9-5)} \text{ cm}^2 =$$

$$\sqrt{9 \times 1 \times 4 \times 4} \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

آئیے کچھ اور مثالیں حل کرتے ہیں

مثال 1: ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے جس کے دو اضلاع 8cm اور 11cm ہیں اور احاطہ 32cm (شکل 12.6 دیکھیے)

حل: یہاں احاطہ $c = 32 \text{ cm}$ ، $a = 8 \text{ cm}$ اور $b = 11 \text{ cm}$

$$\text{تیسرا ضلع} = c = 32 \text{ cm} - (8 + 11) \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

$$s - a = (16 - 8) \text{ cm}$$

$$s - b = (16 - 11) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

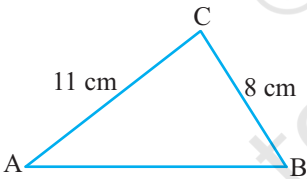
$$s - c = (16 - 13) \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$s = 16 \text{ cm} \text{ یعنی } 2s = 32 \text{ cm} \text{ لیے}$$

$$\text{اس لیے} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ مثلث کا رقبہ}$$

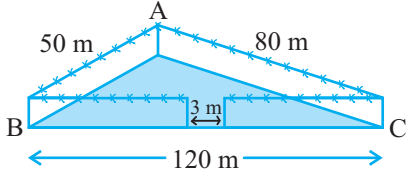
$$= \sqrt{16 \times 8 \times 5 \times 3} \text{ cm}^2 = 8\sqrt{30} \text{ cm}^2$$

مثال 2: ایک مثلث نما پارک کے اضلاع 120m، 80m اور 50m کے ہیں (شکل 12.7 دیکھیے) ایک مالی دھنیا اس کے چاروں طرف ایک تار باندھنا چاہتا ہے اور اس کے اندر گھاس اگانا چاہتا ہے۔ گھاس اگانے کے لیے اس کو کتنے رقبہ کی



شکل 12.6

ضرورت ہوگی۔ 20 روپیہ فی میٹر کی شرح سے چاروں کانٹے دار تار لگانے کا خرچ معلوم کیجیے اگر 3m جگہ گیٹ کے لیے چھوڑ دیتی ہے۔



شکل 12.7

حل: پارک کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے ہمارے پاس ہے

$$2s = 50m + 80m + 120 = 250m$$

$$s = 125m \text{ یعنی}$$

$$s - a = (125 - 120)m = 5m \text{ اب}$$

$$s - b = (125 - 80)m = 45m$$

$$s - c = (125 - 50)m = 75m$$

$$\text{اس لیے پارک کا رقبہ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{125 \times 5 \times 45 \times 75} m^2$$

$$= 375\sqrt{15} m^2$$

$$AB + BC + CA = 250m \text{ اور پارک کا احاطہ}$$

$$\text{اس لئے چاروں طرف تار لگانے کے لیے تار کی لمبائی} = (250m - 3m) \text{ گیٹ کے لیے چھوڑی گئی}$$

$$247m = 247m =$$

$$\text{تار لگانے کا خرچ} = 20 \times 247 = 4940 \text{ روپیہ}$$

مثال 3: ایک مثلث نما پلاٹ کے اضلاع میں 3:5:7 کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ 300m ہے اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

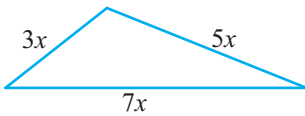
حل: مان لیجیے میٹروں میں اس کے اضلاع ہیں $3x$, $5x$ اور $7x$ (شکل 12.8 دیکھیے)

$$\text{تب ہم جانتے ہیں کہ} \quad 3x + 5x + 7x = 300 \text{ (مثلث کا احاطہ)}$$

$$\text{اس لئے} \quad 15x = 300 \text{ میں سے ملتا ہے} \quad x = 20$$

$$\text{اس طرح سے مثلث کے اضلاع ہیں} \quad 3 \times 20m, 5 \times 20m \text{ اور } 7 \times 20m$$

$$\text{یعنی} \quad 60m, 100m \text{ اور } 140m$$



شکل 12.8

کیا آپ اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں [ہیرون کے فارمولہ کو استعمال کر کے]؟

$$s = \frac{60 + 100 + 140}{2} m = 150m \text{ ہمارے پاس ہے}$$

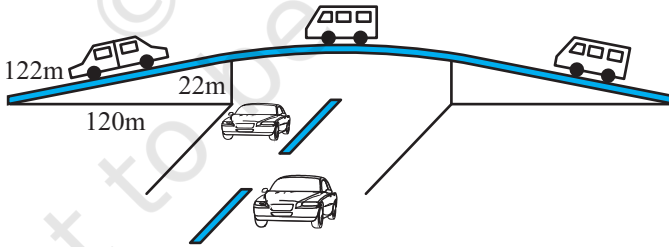
$$\text{اور اس لیے } \sqrt{150(150 - 60)(150 - 100)(150 - 140)} m^2 \text{ رقبہ ہوگا}$$

$$= \sqrt{150 \times 90 \times 50 \times 10} m^2$$

$$= 1500\sqrt{3} m^2$$

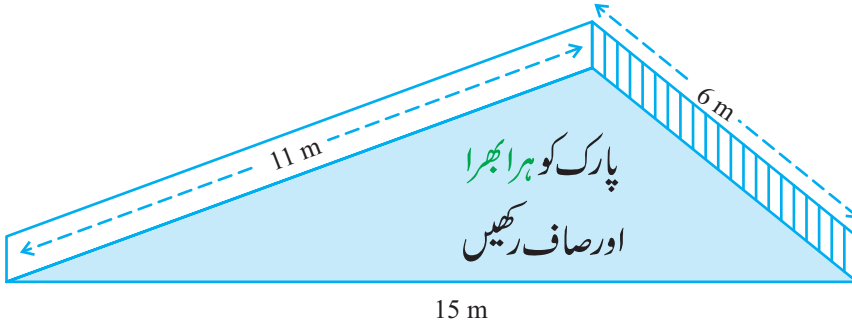
مشق 12.1

1. ٹریفک کا ایک سگنل بورڈ جس پر (آگے اسکول ہے) لکھا ہوا ہے ایک مساوی ضلعی مثلث ہے جس کا ضلع a ہے۔ ہیرون کے فارمولہ کو استعمال کر کے سگنل بورڈ کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا احاطہ $180cm$ ہو تو سگنل بورڈ کا رقبہ کیا ہوگا۔
2. ایک فلائی اوور کی مثلث نما دیواریں ایڈورٹائزمنٹ کے لیے استعمال ہوتی ہیں۔ دیواروں کے اضلاع ہیں $122m$ ، $22m$ اور $120m$ (شکل 12.9 دیکھیے) ایڈورٹائزمنٹ کے ذریعہ ہر سال 5000 روپیہ فی مربع میٹر کمائی کی جاتی ہے۔ ایک کمپنی نے تین مہینوں کے لیے اس کی دیواریں کرائے پر لیں۔ اُس نے ان کا کتنا کرایہ ادا کیا؟



شکل 12.9

3. ایک پارک میں ایک سلائیڈ ہے۔ اس کی ایک طرف کی دیوار پر کسی رنگ سے اس پیغام کے ساتھ رنگ کیا گیا ہے۔ پارک کو ہرا بھرا اور صاف ستھرا رکھیں (شکل 12.10 دیکھیے) اگر دیوار کے اضلاع $15m$ ، $11m$ اور $6m$ ہوں تو رنگ کئے گئے حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے



شکل 12.10

4. ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے دو اضلاع 18 cm اور 10 cm کے ہیں اور اس کا احاطہ 42 cm ہے۔
5. ایک مثلث کے اضلاع میں 12:17:25 کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ 540 cm ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔
6. ایک مساوی الساقین مثلث کا احاطہ 30 cm ہے اور اس کے مساوی اضلاع میں ہر ایک 12 cm کا ہے۔ مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

12.3 چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہیرون کے فارمولہ کا استعمال

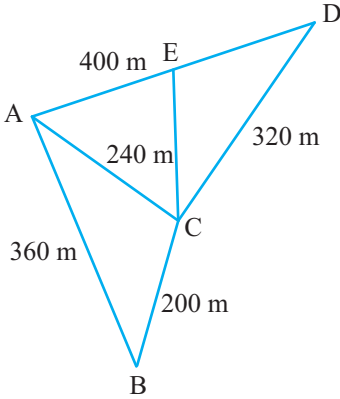
(Application of Heron's Formula in finding Area of Quadrilateral)

مان لیجیے ایک کسان کے پاس کاشت کاری کے لیے کچھ زمین ہے وہ اس مقصد کے لئے کچھ مزدوروں کو کام پر اس شرط کے ساتھ لگاتا ہے کہ اجرت کی تحسب فی مربع میٹر کاشت کی گئی زمین کے رقبہ کے حساب سے ہوگی۔ وہ ایسا کیسے کرے گا؟ اکثر زمین چار ضلعی شکل کی ہوتی ہیں۔ ہم چار ضلعی کو مثلث نما حصوں میں منقسم کرتے ہیں اور پھر مثلث کے رقبہ کا فارمولہ استعمال کرتے ہیں۔ آئیے اس سوال پر غور کرتے ہیں۔

مثال 4: کملا کے پاس ایک مثلث نما کھیت ہے جس کے اضلاع 240m، 200m، 360m ہیں جہاں وہ گیہوں بونا چاہتی ہے۔ اس سے متصل دوسرے مثلث نما کھیت جس کے اضلاع کی لمبائیاں 240m، 320m اور 400m ہیں جہاں وہ آلو اور پیاز بونا چاہتی ہے (شکل 12.11 دیکھیے) اس نے کھیت کو اس کے سب سے لمبے ضلع کے وسطی نقطہ کو مخالف راس سے ملا کر دو حصوں میں منقسم کر دیا۔ ایک حصہ میں اُس نے آلو بوئے اور ایک میں پیاز۔ گیہوں، آلو اور پیاز کے لئے کتنا رقبہ (ہیکٹر میں) استعمال کیا۔

حل: مان لیجیے ABC وہ کھیت ہے جہاں گیہوں بوئے گئے ہیں اور ACD وہ کھیت ہے جس میں AD کے وسطی نقطہ کو E

کو C سے ملا کر دو حصوں میں منقسم کیا گیا ہے۔ ABC کے رقبہ کے لئے $a = 200\text{m}$, $b = 240\text{m}$, $c = 360\text{m}$



$$s = \frac{200 + 240 + 360}{2} \text{m} = 400\text{m} \text{ اس لیے}$$

اس لیے گیہوں کے لیے رقبہ ΔACD کا رقبہ =

$$= \sqrt{400(400 - 200)(400 - 240)(400 - 360)} \text{m}^2$$

$$= \sqrt{400 \times 200 \times 160 \times 40} \text{m}^2$$

$$16000\sqrt{2} \text{m}^2 = 1.6 \times \sqrt{2} \text{ (ہیکٹر)}$$

$$2.26 \text{ (ہیکٹر)}$$

اس لئے اب ΔACD کی تحسب کرتے ہیں۔

$$s = \frac{240 + 320 + 400}{2} \text{m} = 480\text{m} \text{ یہاں ہمارے پاس ہے}$$

$$\Delta ACD = \sqrt{480(480 - 240)(480 - 320)(480 - 400)} \text{m}^2 \text{ اس لئے مثلث ACD کا رقبہ ہے}$$

$$= \sqrt{480 \times 240 \times 160 \times 80} \text{m}^2 = 38400 \text{m}^2 = 3.84$$

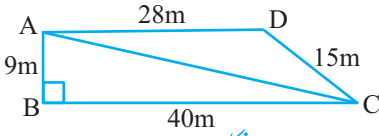
ہم نوٹ کرتے ہیں کہ AD کے وسطی نقطہ سے E سے C کو ملانے والا خط ΔACD مساوی رقبہ والے دو حصوں میں منقسم کرتا ہے۔ کیا آپ اس کی وجہ بتا سکتے ہیں؟ درحقیقت ان کی قاعدہ AE اور ED مساوی ہیں اور ان کی اونچائی بھی ایک ہی ہے۔

$$\text{اس لئے آلو ہونے کے لئے رقبہ} = \text{پیاز ہونے کے لئے رقبہ} = 1.92 \text{ ہیکٹر} = (3.84 \div 2) \text{ ہیکٹر}$$

مثال 5: ایک اسکول کے طلباء نے صفائی کی ایک مہم شروع کی وہ گلی کوچوں میں دو گروپ کی شکل میں نکلے۔ ایک گروپ لین (گلی) AB، BC اور CA میں مارچ کیا اور دوسرے گروپ نے لین (گلی) AC، CD اور DA میں مارچ کیا (شکل

12.12 دیکھئے) پھر انھوں نے اپنی لین کے گھیر کے رقبہ کی صفائی کی اگر $AB=9m$ ، $BC=40m$ ، $CD=15m$ اور $DA=28m$ اور $\angle B = 90^\circ$ ۔ کس گروپ نے زیادہ رقبہ کی صفائی کی اور کتنی؟ طلباء کے ذریعہ کل کتنے رقبہ کی صفائی ہوئی۔

حل: کیوں کہ $AB=9m$ ، $BC=40m$ اور $\angle B = 90^\circ$ ہمارے پاس ہے



شکل 12.12

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{9^2 + 40^2} \\ &= \sqrt{81 + 1600} \\ &= \sqrt{1681} = 41m \end{aligned}$$

اس لئے پہلے گروپ کو $\triangle ABC$ کے رقبہ کی صفائی کرنی ہوگی جو قائم زاوی ہے۔

$$\Delta ABC \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{اونچائی} \times \text{قاعدہ}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 40 \times 9m^2 = 180m^2$$

دوسرے گروپ کو $\triangle ACD$ کے رقبہ کی صفائی کرنی ہے جو کہ ایک مختلف اضلاع مثلث ہے

جس کے اضلاع ہیں $41m$ ، $15m$ اور $28m$

$$s = \frac{41 + 15 + 28}{2} = 42m \text{ یہاں}$$

$$\text{اس لئے مثلث } \triangle ACD \text{ کا رقبہ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{42(42-41)(42-15)(42-28)}m^2$$

$$= \sqrt{42 \times 1 \times 27 \times 14} = 126m^2$$

اس لیے پہلا گروپ $180m^2$ رقبہ کی صفائی کی جو $(180-126)m^2$ یعنی $54m^2$ جو زیادہ ہے اس رقبہ سے جس کی

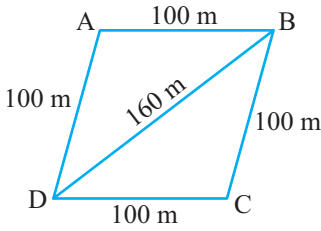
صفائی دوسرے گروپ نے کی۔

$$\text{تمام طلباء کے ذریعہ کی گئی صفائی کا کل رقبہ} = 306m^2 = (180+126)m^2$$

مثال 6: ثانیہ کے پاس زمین کا ایک ٹکڑا ہے جو معین کی شکل کا ہے (شکل 12.13 دیکھیے) وہ چاہتی ہے کہ اس کا ایک لڑکا اور

ایک لڑکی اُس زمین پر کھیتی کریں اور گھر کی ضرورتوں کو پورا کرنے کے لیے اُس میں مختلف قسم کی فصل بوئیں۔ اس نے زمین کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دیا۔ اگر اُس زمین کا احاطہ 400m اور اس کا ایک وتر 160m ہے تو ہر ایک کو کتنا رقبہ ملے گا؟

حل: مان لیجیے ABCD زمین ہے



شکل 12.13

احاطہ = 400 میٹر

اس لئے ہر ایک ضلع $400 \div 4 = 100\text{m}$

یعنی $AB = AD = 100\text{m}$

مان لیجیے وتر $BD = 160\text{m}$ تب $\triangle ABD$ کا نصف احاطہ ہے

$$s = \frac{100 + 100 + 160}{2} \text{m} = 180\text{m}$$

$$\triangle ABD \text{ کا رقبہ} = \sqrt{180(180-100)(180-100)(180-160)}$$

$$= \sqrt{180 \times 80 \times 80 \times 20} \text{m}^2 = 4800\text{m}^2$$

اس لئے ہر ایک کو 4800m^2 رقبہ ملے گا۔

متبادل طریقہ $CE \perp BD$ (شکل 12.14 دیکھیے)

کیوں کہ $BD = 160\text{m}$ ہمارے پاس ہے

$$DE = 160 \div 2 = 80\text{m}$$

$$CE = \sqrt{DC^2 - DE^2} \text{ اور } DE^2 + CE^2 = DC^2 \text{ جس سے ہمیں ملتا ہے}$$

$$CE = \sqrt{100^2 - 80^2} \text{m} = 60\text{m}$$

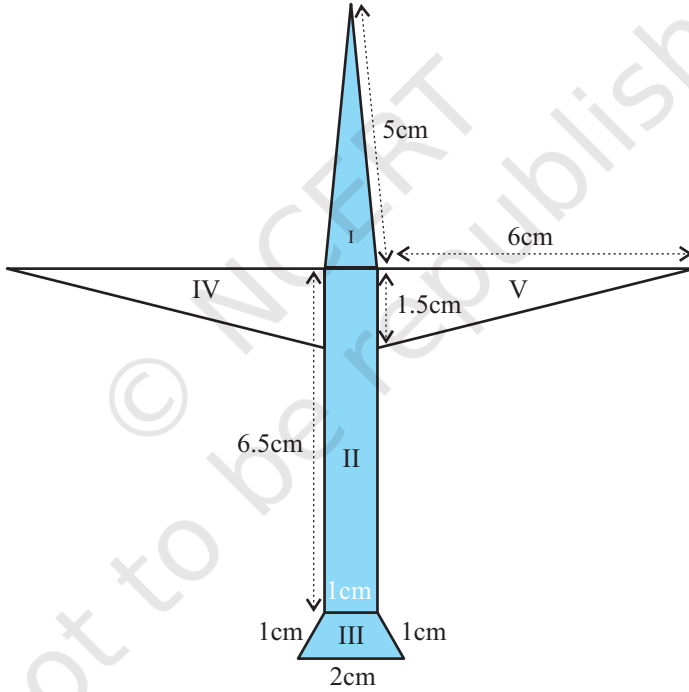
$$\text{اس لئے } \triangle BCD \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times 160 \times 60 \text{m}^2 = 4800\text{m}^2$$

مشق 12.2

1. ایک پارک چار ضلعی ABCD کی شکل کا ہے جس میں $BC = 12m$ ، $AB = 9m$ ، $\angle C = 90^\circ$ ، $AD = 8m$ اور $CD = 5m$ یہ کتنا رقبہ گھیرے گا؟

2. چار ضلعی ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے جس میں $DA = 5\text{ cm}$ ، $CD = 4\text{ cm}$ ، $BC = 4\text{ cm}$ ، $AB = 3\text{ cm}$ اور $AC = 5\text{ cm}$

3. رادھانے رنگین پیپر سے ہوائی جہاز کی ایک تصویر بنائی (شکل 12.15 دیکھیے) پیپر (کاغذ) کا رقبہ معلوم کیجیے



شکل 12.15

4. ایک مثلث اور ایک متوازی اضلاع کا ایک قاعدہ اور مساوی رقبہ ہے اگر مثلث کے اضلاع 26 cm، 28 cm اور 30 cm ہیں اور متوازی اضلاع کا قاعدہ 28 cm تو متوازی اضلاع کی اونچائی معلوم کیجیے۔

5. معین کے شکل ایک میدان میں 18 گائیوں کے چرنے کے لئے گھاس ہے۔ اگر معین کا ہر ضلع 30 m ہے اور اس کا بڑا

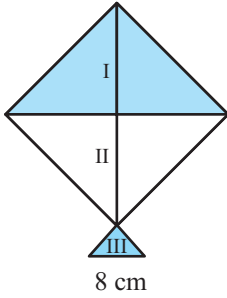
وتر 48m ہے۔ تو ہر گائے کو چرنے کے لیے گھاس کے میدان کا کتنا رقبہ چاہیے۔

6. ایک چھتری دو مختلف رنگوں کے 10 مثلث نما کپڑوں کی سلائی سے بنی ہے (شکل 12.16 دیکھیے)

ہر ایک ٹکڑے کی پیمائش 20cm، 50cm اور 50cm ہے: چھتری کے لئے ہر رنگ کا کتنا کپڑا درکار ہے

7. ایک پتنگ تین مختلف قسم کے شیڈ جن کو I، II اور III مارک کیا گیا ہے کی بنی ہوئی ہے (شکل 12.17 دیکھیے) اس میں ہر

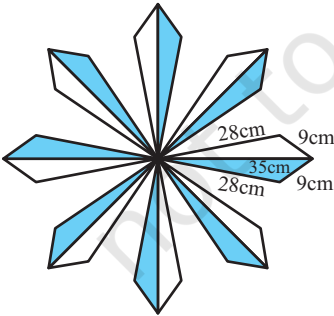
ایک شیڈ کا کتنا پیپر استعمال ہوا ہے۔



شکل 12.17



شکل 12.16



شکل 12.18

8. ایک فرش پر مثلث نما 16 ٹائلوں کا بنا ایک پھول کا ڈیزائن ہے

مثلث کے اضلاع 9cm، 28cm اور 35cm ہیں (شکل 12.18 دیکھیے)

50 پیسے فی مربع سم کی شرح سے ٹائلوں کو پالش کرانے کا

خرچ معلوم کیجیے

9. ایک میدان منحرف کی شکل کا ہے جس کے متوازی اضلاع 25m

اور 10m ہیں۔ اس کے غیر متوازی اضلاع کی لمبائیاں 14m اور

13m ہیں۔ میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

12.4 خلاصہ

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل کا مطالعہ کیا۔

1. ایک مثلث جس میں اس کے اضلاع 'a'، 'b' اور 'c' دئے ہوئے ہوں اس کا رقبہ ہیرون کا فارمولہ کے استعمال سے معلوم کیا

جاتا ہے جو ہے

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} \text{ جہاں}$$

2. کسی چار ضلعی جس کے اضلاع اور ایک وتر دیئے گئے ہوں، کا رقبہ اس کو دو مثلثوں میں تقسیم کر کے ہیرون کے فارمولہ کا

استعمال کر کے نکالا جاتا ہے۔