15 شماریات

آیئے سمجھ لیں :

اوسط (Median / Average)

اسمیتا کو روزانہ گھر سے اسکول سائیکل کے ذریعے جانے کے لیے کتنے منٹ لگتے ہیں، یہ معطیات ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اسمیتا کو پیر سے سنیچر سائیکل کے ذریعے اسکول جانے کے لیے درکار وقت ذیل کی جدول میں دیا ہوا ہے۔

دن	پیر	منگل	بدھ	جمعرات	جمعہ	سنیچر
منٹ	20	20	22	18	18	20

اس جدول سے ہمیں یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ کبھی اُسے 18 منٹ لگتے ہیں، کبھی 22 منٹ تو کبھی 20 منٹ لگتے ہیں۔ اسکول کے 6 دنوں کا خیال کریں تو اسے اسکول جانے کے لیے روزانہ اندازاً کتنے منٹ لگتے ہیں؟

ریاضی میں اس طرح کا اندازہ معلوم کرنے کے لیے اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہاں 6 دنوں میں لگنے والے منٹوں کی جمع کو 6 سے تقسیم کیا جائے تو جو عدد حاصل ہوگا وہ اندازاً روزانہ لگنے والا وقت ہوگا۔ وہ اُن تمام اعداد کا اوسط ہے۔

$$\therefore \quad \text{اوسط} = \frac{\text{چھے دنوں میں اسکول جانے کے لیے درکار منٹوں کی جمع}}{\text{کل دن کی تعداد}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

اسمیتا کو اسکول جانے کے لیے روزانہ اوسطاً $19\frac{2}{3}$ منٹ لگتے ہیں۔

مثال : ایک اسکول نے ، طلبہ کا گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا۔ اُن میں سے ذیل میں چھے طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ دیا گیا ہے۔ اس فاصلہ کا اوسط معلوم کریں گے۔

750 میٹر، 1 کلومیٹر، 1.5 کلومیٹر، 700 میٹر، 800 میٹر، 950 میٹر

حل : طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ یکساں اکائی میں لینا ضروری ہے۔

1 کلومیٹر = 1000 میٹر
1.5 کلومیٹر = 1500 میٹر

$$\text{اوسط} = \frac{\text{چھے طلبہ کا گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کا مجموعہ}}{\text{کل طلبہ}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6}$$

$$= 950 \text{ میٹر}$$

اسکول کے طلبہ کے گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کی اوسط 950 میٹر ہے۔

آئیے بحث کریں

مثال : ایک ہفتہ کے ساتوں دن رضیہ رسّی کود کی مشق کرتی ہے۔ ہر روز ایک منٹ میں اس کی لگائی ہوئی رسی کود کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

حل :

$$\text{اوسط} = \frac{\text{سات دنوں میں لگائے ہوئے رسّی کود کا مجموعہ}}{\text{کل دن}} \quad \therefore$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

$\therefore$ روزانہ ایک منٹ میں لگائی گئی رسی کود کا اوسط = 60.42

جس عدد کی معلومات ہمیں ضروری ہے۔ اس کے جتنے نمونے ہمیں دی ہوئی معلومات میں ملتے ہیں،
اُسے (شمارہ) معطیات کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ رسی کود کی تعداد طبعی اعداد میں گنتے ہیں کسی بھی دن یہ گنتی کسر میں نہیں ہوتی۔ لیکن اوسط کسر میں ہوسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$\text{اوسط} = \frac{\text{دی گئی معلومات کے تمام معطیات کا مجموعہ}}{\text{کل معطیات کی تعداد}}$$

سرگرمی : ✸ کلاس میں 10 طلبہ کا گروپ بنا کر ہر گروپ کے طلبہ کی اونچائی کا اوسط معلوم کیجیے۔
✸ کلاس ٹیچر سے حاضری مانگ کر ایک ہفتے کی اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 54

1. ایک شہر میں ایک ہفتہ میں ہوئی بارش ملی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر ہفتہ بھر کی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

9, 11, 8, 20, 10, 16, 12

2. اسکول کے سالانہ گیدرنگ میں اپنی مدد آپ مہیلا بچت گٹ نے اپنی خوردنوش کی دکان لگائی۔ ہر گھنٹے میں فروخت ہونے سے حاصل ہوئی رقم ₹960، ₹830، ₹945، ₹800، ₹847، ₹970 اس طرح ہے۔ تو فی گھنٹہ فروخت ہوئی رقم کا اوسط معلوم کیجیے۔

3. وردھ میں 5 سال میں ہوئی بارش ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس معطیات کی بنا پر 5 سال میں ہوئی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

900 ملی میٹر، 650 ملی میٹر، 450 ملی میٹر، 733 ملی میٹر، 400 ملی میٹر

4. ایک کسان نے جانوروں کے خوراک کے بورے خریدا۔ ان کے اوزان کلوگرام میں ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ تو ان بوروں کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔

49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

آیئے سمجھ لیں :

تعددی تقسیمی جدول (Frequency distribution table)

کبھی کبھی دی ہوئی معلومات میں کچھ شمارے (Data) کئی مرتبہ آتے ہیں۔کون سا شمارہ کتنی مرتبہ آیا ہے اسے دکھانے والے عدد کو اس شمارہ کا تعدد کہتے ہیں۔

ایسے وقت تعددی جدول بنائی جاتی ہے۔اس جدول میں شمارہ،شماریاتی نشان (Tally mark) اور تعدد اس طرح کل تین ستون ہوتے ہیں۔

1. پہلے ستون میں چھوٹے عدد سے شروع کرتے ہوئے بڑے عدد تک تمام شمارے لکھیے۔
   مثلاً 1، 2، 3، 4، 5، 6 ان تمام اعداد کو ایک کے نیچے ایک ترتیب وار لکھیے۔
2. معلومات میں دیے ہوئے اعداد ترتیب سے پڑھیے۔ ہر وقت معطیات میں سے عدد پڑھنے کے بعد، جدول میں اُس عدد کے بازو کی ستون میں '|' ایسا نشان لگائیے۔اس کھڑی لکیر (نشان) کو شماریاتی نشان (tally کا نشان) کہتے ہیں۔
   جیسے 3 کا عدد پڑھ کر 3 عدد کے سامنے دوسرے ستون میں '|' اس طرح نشان لگائیے۔ 4 نشانات تک '||||' چار عمودی لکیر کھینچی جاتی ہیں۔لیکن پانچواں نشان $\bcancel{||||}$ اس طرح لکھتے ہیں۔اس طرح شماریاتی نشان کی کل تعداد کی گنتی کرنا آسان ہو جاتا ہے۔
3. ہر عدد کے سامنے شماریاتی نشان کی کل تعداد گن کر لکھیے، اُس عدد کو تعدد کہتے ہیں۔تیسرے ستون میں تعدد لکھتے ہیں۔
4. آخر میں تمام تعددوں کی جمع کی جاتی ہے۔اُسے 'N' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔یہ مجموعہ کل شماروں کی تعداد کے مساوی ہوتا ہے۔

دی ہوئی معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنانا

مثال : ایک کلاس کے کچھ لڑکیوں کا گھر سے اسکول تک کا فاصلہ (کلومیٹر) میں دیا ہوا ہے۔

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

اس کی بنا پر ہم دیکھیں گے کہ تعددی جدول کس طرح تیار کرتے ہیں۔

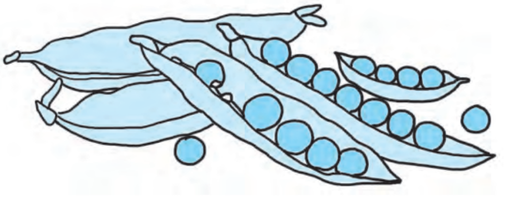
شماروں کی گنتی کرتے وقت جس شمارہ (عدد) کو گن چکے ہیں اسے دھیان میں رکھنے کے لیے اس عدد پر ترچھی لکیر سے کٹ مار کا نشان لگاتے ہیں۔ یہاں پر پہلے تین شماروں کی گنتی ہونے کے بعد شماروں کی فہرست دی ہوئی ہے۔

($\not{1}$, $\not{3}$, $\not{2}$, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

تعدد	شماریاتی نشان	شمارہ
2	||	1
1	|	2
2	||	3
5	$\bcancel{||||}$	4
2	||	5
3	|||	6
	کل تعدد N = 15	

پریا کی والدہ نے بازار سے مٹر کی پھلیاں خرید لائی۔ والدہ نے پھلیاں چھیلنا شروع کیا۔ پریا قریب ہی بیٹھ کر ریاضی کی پڑھائی کر رہی تھی۔ اُس کا دھیان والدہ کی پھلیوں کے چھیلنے کی طرف گیا۔ کچھ پھلیوں میں سے 4 دانہ تو کچھ پھلیوں میں سے 7 دانے نکل رہے تھے۔ پھر پریا نے اُس میں سے 50 پھلیاں اُٹھا کر چھیلا اور اس میں موجود دانوں کی تعداد کا اندراج کیا۔

پریا نے مٹر کے پھلیوں میں موجود دانوں کی تعددی جدول بنائی۔



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

دانوں کی تعداد	شماریاتی نشان	تعدد
2	$\cancel{||||}$ |||	8
3	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$	15
4	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ ||	12
5	||	2
6	$\cancel{||||}$ ||	7
7	|||	3
8	|||	3
	کل تعدد	N = 50

والدہ : کیا تم چھلی ہوئی پھلیوں کے دانوں کا اوسط معلوم کر سکتی ہو؟

پریا : ہاں، ان 50 اعداد کی جمع کر کے اس مجموعے کو 50 سے تقسیم کرنا ہوگا؟ یہ پیچیدہ کام ہے نا؟

والدہ : ہم اس کام کو آسان کر سکتے ہیں۔ تعدی جدول میں 2 دانے کتنی پھلیوں میں، 3 دانے کتنی پھلیوں میں ہیں وغیرہ ہمیں معلوم ہیں نا؟

پریا : جی ہاں! 2 دانے 8 پھلیوں میں، 3 دانے 15 پھلیوں میں، 4 دانے 12 پھلیوں میں وغیرہ ہمیں معلوم ہے۔

اب میری سمجھ میں آیا۔ 8×2، 15×3، 12×4 اس طرح ضرب کر کے ان کے حاصل ضرب کی جمع کی جائے تو ان 50 اعداد کی جمع حاصل ہوتی ہے۔

والدہ : سات چھوٹی حاصل ضرب اور ان کی جمع کرنا آسان ہے نا؟

بہت زیادہ شمارے یا معطیات ہوتو ایسے وقت میں تعددی جدول کا استعمال کیا جاتا ہے۔

پریا : پھر تمام شماروں کا مجموعہ 206 ہوا۔

$$\therefore \text{اوسط} = \frac{206}{50} = 4.12$$

والدہ : کسی بھی پھلی میں مٹر کے دانے مکمل عدد میں ہی ہوتے ہیں، لیکن اوسط کبھی کبھی کسر میں بھی ہوسکتا ہے۔ یہاں ہر پھلی میں عموماً 4 دانے ہیں یہ کہا جاسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- شماروں کی درجہ بندی آسانی سے کرنے کے لیے شماریاتی نشانات (tally کے نشان) کا استعمال کیا جاتا ہے۔
- شماریاتی نشانات کی تعداد، تعدد ظاہر کرتی ہے۔ ایسی جدول کو تعددی جدول کہتے ہیں۔
- شماروں کی تعداد زیادہ ہو تو تعددی جدول کا استعمال اوسط معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

مشقی سوالات 55

1. ایک کلاس کے 30 طلبہ کی اونچائی سینٹی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132,

131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

2. ایک بستی میں 50 خاندان رہتے ہیں۔ ہر خاندان کے افراد کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنائیے۔

5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2,

4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2

3. ایک پانسہ 40 مرتبہ اُچھالنے پر اوپری رخ پر حاصل ہوئے اعداد کا اندراج ذیل کے مطابق ہے۔ اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6

3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4

4. ایک اقامت خانہ کے میس میں 30 طلبہ کو کھانے میں دی جانے والی پوڑیوں کی تعداد ذیل کے مطابق ہے، اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3, 2

اوسط کا استعمال سائنس کے تمام شعبوں میں، علم طب، جغرافیہ، علم معاشیات، سماجی علوم وغیرہ مضامین میں ہوتا ہے۔

مجموعۂ سوالات 2

.1 اجمل نے 1500 روپے، 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں جمع کیے۔ اُسے مدت ختم ہونے پر 5400 روپے مفرد سود ملا۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم بینک میں جمع کیا؟

.2 ایک سڑک بنانے کے کام کے لیے 10 مزدوروں کو 4 دن لگتے ہیں، تو 8 مزدوروں کو کتنے دن درکار ہوں گے؟

.3 نصیرالدین اور مہیش ہر ایک نے بالترتیب ₹40,000 اور ₹60,000 سرمایہ لگا کر ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں اُنھیں 30% نفع حاصل ہوا۔ تو بتائیے ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

.4 ایک دائرے کا قطر 5.6 سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔

.5 توسیع کیجیے۔

(i) $(2a-3b)^2$ (ii) $(10+y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$

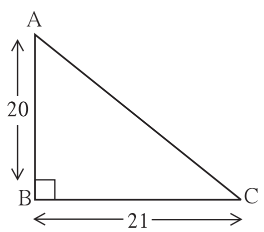
.6 ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے ضرب کیجیے۔

(i) $(x-5)(x+5)$ (ii) $(2a-13)(2a+13)$ (iii) $(4z-5y)(4z+5y)$ (iv) $(2t-5)(2t+5)$

.7 ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.05 میٹر ہے۔ تو پہیے کے 1000 گردشوں میں بیل گاڑی کتنے کلومیٹر کا فاصلہ طے کرے گی؟

.8 ایک 40 میٹر لمبائی کے مستطیل نما باغ کا رقبہ 1000 مربع میٹر ہے۔ تو باغ کی چوڑائی اور اسی طرح باغ کا احاطہ معلوم کیجیے۔ اس باغ کے گرد دروازہ کے لیے 4 میٹر کی جگہ چھوڑ کر 3 پھیروں والی تار کی باڑھ لگانا ہے۔ اگر تار کی باڑھ کا خرچ 250 روپے فی میٹر ہو تو باڑھ لگانے کا کل خرچ معلوم کیجیے۔

.9 بازو کی شکل میں دی ہوئی معلومات سے وتر AC معلوم کیجیے اور اسی طرح ΔABC کا احاطہ معلوم کیجیے۔



.10 ایک مکعب کا ضلع 8 سم ہے تو اس مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ کتنا ہے؟

.11 اجزائے ضربی کیجیے : $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

کثیر متبادل سوالات

سوال : مندرجہ ذیل سوالات کے متبادل جوابات دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

.1 اگر اعداد 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 کا اوسط 36 ہو تو x کی قیمت .... ہوگی۔

(i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36

.2 $(61^2 - 51^2)$ ان مربعی اعداد کی حاصل تفریق، .... ہوگی۔

(i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250

.3 2600 روپے کو 5 : 8 کے تناسب میں سمیرا اور سنیتا میں تقسیم کرنے پر ہر ایک کے حصے میں .... اور .... روپے آئیں گے۔

(i) ₹1500 , ₹ 1100 (ii) ₹1300 , ₹ 900

(iii) ₹ 800 , ₹ 500 (iv) ₹1600 , ₹ 1000