கணிதம்

வகுப்பு V

பகுதி - 2

Mathematics
Standard V
Part - 2
Tamil Medium

கேரள அரசு
கல்வித்துறை

தயாரிப்பு
மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் (SCERT), கேரளம்
2015

JT 563-1/ Maths (Tamil)- 5 (Vol-2)

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப சிந்து குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காகே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
ஜய ஹே! ஜய ஹே! ஜய ஹே!
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

- மகாகவி இரவீந்திரநாத் தாகூர்

உறுதிமொழி

இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன்பிறந்தோர்.

எனது நாட்டை நான் உயிரினும் மேலாக மதிக்கிறேன். அதன் வளம் வாய்ந்த பல்வகைப் பரம்பரைப் புகழில் நான் பெருமைகொள்கிறேன். அதற்குத்தக நான் என்றும் நடந்துகொள்வேன்.

என் பெற்றோர், ஆசிரியர், மூத்தோர் இவர்களை நான் நன்கு மதிப்பேன்.

எல்லாருடனும் நான் பண்புடன் பழகுவேன். எனது நாட்டினிடமும் நாட்டு மக்களிடமும் பக்தியுடன் இருப்பேன் என உறுதி கூறுகிறேன். அவர்களின் நலத்திலும் வளத்திலும்தான் எனது இன்பமும் அடங்கியிருக்கிறது.

Prepared by :
State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram - 695 012, Kerala
Website: www.scertkerala.gov.in
e-mail: scertkerala@gmail.com
Phone : 0471 - 2341883, Fax: 0471 - 2341869
First Edition: 2014, Reprint : 2015
Type setting & Layout: SCERT Computer Lab
Printed at : K.B.P.S.Kakkanad, Kochi-30

© Government of Kerala • Department of Education

அன்பான குழந்தைகளே,

எண்களும் வடிவங்களும் தொடர்பான

பல்வேறு கருத்துகளை நாம் புரிந்து கொண்டோம்.
மேலும் பெரிய எண்கள், பின்ன எண்கள்

அவற்றின் செயல்கள், பயன்படுத்தும் முறைகள்,

சிறப்பியல்புகள் ஆகியவற்றை

நாம் இங்கே கலந்துரையாடுவோம். வடிவியலோடு

தொடர்புடைய புதிய கருத்துகள், உருவாக்கங்கள்

ஆகியவற்றை நாம் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

அறிவுபூர்வமாகச் சிந்தித்தும், துல்லியமாக
வரைந்தும், தொடர்புகள் கண்டுபிடித்தும் நாம்

தன்னம்பிக்கையோடு முன்னேறுவோம்.

வாழ்த்துகளுடன்,

முனைவர் எஸ். இரவீந்தரன் நாயர்,
இயக்குநர்
மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும்
பயிற்சி நிறுவனம்(SCERT)

Text Book Committee

Members

Ramesan.N.K, HSA
RGMHSS Panoor, Kannur.

Kunjahammad.T.P, PD Teacher
GMUPS Thiruvalloor.

Prakasan.T.P, HSA
GHSS Vazhakkad, Malapuram.

Ravikumar.T.S, PD Teacher
GUPS Anjachavadi, Malapuram.

Anitha.V.S,
Lecturer, DIET Thiruvananthapuram.

Suseelan.K,
BRC Trainer¸Tirur, Malapuram.

Vasudevan.K.P
Master Trainer, It@School Project, Trissur.

Veerankutty.K, UPSA
CHMKM UPS Mundakulam, Malapuram.

Ravayath.M.K, Teacher
GHS Bemmanur, Palakkad.

Krishnadhas paleri, Teacher
GUPS Kodiyamma, Kasarkode.

Experts

Dr. Rameshkumar.P
Asst.Prof. Kerala University

Dr. Mumdhas.N.S
Associate.Prof. Farook Training College, Kozhikkode.

Artists

Dhanesan.M.V,
AVSGHSS Karivalloor, Kannur.

Kunjiraman.P.C,
DIET, Ernakulam.

Harikumar.K.B
Kazhakoottam, Thiruvananthapuram.

Hari Charutha
Nemam, Thiruvananthapuram.

Academic Co-Ordinators

Sujith Kumar.G
Research Officer, SCERT

Arun Jothi.S
Research Officer, SCERT

Dr.Lidson Raj.J
Research Officer, SCERT

Tamil Version

Monivannan.C
GTLPS Chalai.

Justin.W
GHSS Karamana.

Dr.Nainar.M,
Reader (Rtd), University College, Thiruvananthapuram.

Academic Co-Ordinator

Dr.Sahayadhas.D
Research Officer, SCERT

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Vidhya Bhavan, Poojappura, Thiruvananthapuram - 695 012

உள்ளடக்கம்

6.	பரப்பளவு....................................	91
7.	எண்களின் உள்ளே	103
8.	பாகங்கள் சேரும்போது........	121
9.	படங்களைப் படிப்போம்......	142

இந்தப்புத்தகத்தில் நம் வசதிக்காகச் சில

ICT வாய்ப்புகள்

செய்து பார்ப்போம்

செயல்திட்டம்

மீள்பார்வை

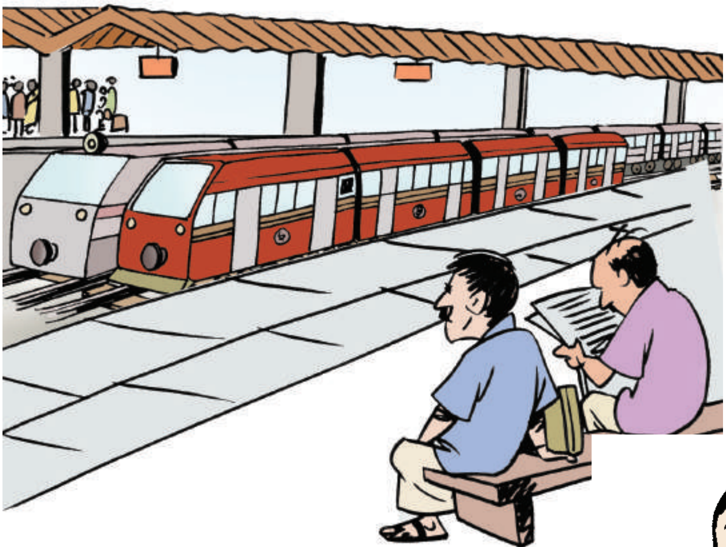
6

பரப்பளவு

பெரியது எது?

ரயில் நிலையத்தில் இரண்டு ரயில்களை நிறுத்தி இருக்கும் படம் பார்த்தீர்களா?

இவற்றில் நீளம் கூடிய ரயில் எது?



கயல்விழி தன்னிடமுள்ள இரண்டு ரிப்பன்களில் எது நீளம் கூடியது எனப் பார்க்கிறாள்.

அதற்கு என்ன வழி?

இரண்டையும் சேர்த்து வைத்துப் பார்த்தால் போதுமல்லவா!

ரவியின் நோட்டுப் புத்தகத்தில் வரைந்த இரண்டு கோடுகள் படத்தில் உள்ளன.

இவற்றில் நீளமான கோட்டை எப்படிக் கண்டுபிடிப்பீர்கள்?

இங்கே கோடுகளை அருகே வைத்து நீளமானதைக் கண்டுபிடிக்க இயலாதல்லவா!

முதல் படத்தில் நீளமான ரயில்வண்டியைக் கண்டுபிடித்ததைப் போல இதனைக் கண்டுபிடிக்க இயலாது. வேறு என்ன வழி?

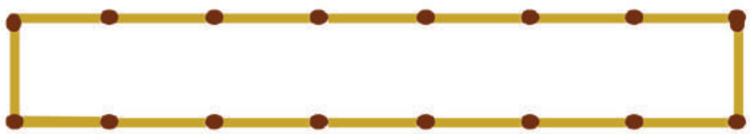
அளந்து பார்த்துக் கூறலாம். அல்லவா?

தீக்குச்சிகளை வைத்துச் செவ்வகம்

ஜோஸ், ரஹீம் இவர்களிடம் தலா 16 தீக்குச்சிகள் இருக்கின்றன..

இவை சமநீளமுடையவை.

இந்தத் தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி இருவரும் உருவாக்கிய செவ்வகங்களின் படங்களைக் கீழே பார்க்கலாம்.



ஜோஸ் உருவாக்கிய செவ்வகம்

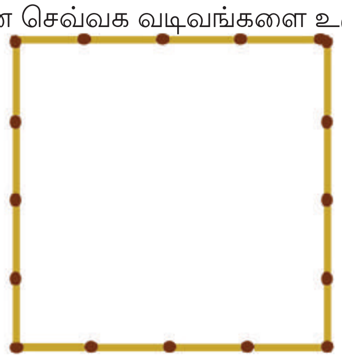
ரஹீம் உருவாக்கிய செவ்வகம்

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் எந்தச் செவ்வகத்திற்கு நீளம் கூடுதல்?

அகலம்?

எப்படிக் கண்டுபிடித்தீர்கள்?

16 தீக்குச்சிகளை உபயோகித்து வேறு என்னென்ன செவ்வக வடிவங்களை உருவாக்கலாம்?



இவற்றைத் தவிர வேறு ஏதேனும் செவ்வகம் உருவாக்க முடியுமா?

இங்கே நான்கு செவ்வகங்கள் அல்லவா உருவாக்க முடிந்தன. இந்தச் செவ்வகங்களைப் பற்றி இவ்வாறு கூறலாம்:

மொத்தம் 16 தீக்குச்சிகள்.

முதலாம் செவ்வகத்தின் நீளத்தில் 7 குச்சிகளும், அகலத்தில் 1 குச்சியும்.

இரண்டாம் செவ்வகத்தின் நீளத்தில் 6–உம் அகலத்தில் 2 உம் குச்சிகள்.

மூன்றாவது செவ்வகத்தின் நீளத்தில் 5 உம் அகலத்தில் 3 உம் குச்சிகள்.
நான்காவது செவ்வகத்தின் நீளத்திலும் அகலத்திலும் 4 குச்சிகள் வீதம்
இந்தச் செவ்வகங்களிலெல்லாம் நீளத்திலும் அகலத்திலும் வைத்த குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் மொத்த குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு உண்டா?

கண்டு பிடித்து எழுதவும்.

20 தீக்குச்சிகளை உபயோகித்து என்னென்ன வழிகளில் செவ்வகங்கள் உருவாக்கலாம்?

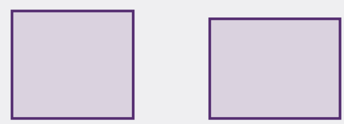
உங்களுடைய நோட்டுப்புத்தகத்தில் வரைந்து பார்க்கவும்.

24 குச்சிகள் ஆனால்?

15 தீக்குச்சிகள் உபயோகித்து இதுபோல் செவ்வகங்கள் உருவாக்க முடியுமா? ஏன்?

ஈர்க்கில் செவ்வகம்

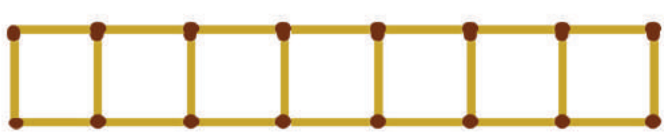
இரண்டு ஈர்க்கில்களை மடித்துக் கிடைத்த செவ்வகங்களைப் பாருங்கள்.



எந்தச் செவ்வகத்தில் அதிக நீளமுள்ள ஈர்க்கில் தேவைப்பட்டது என எப்படிக் கண்டுபிடிக்கலாம்?
ஈர்க்கிலை நேராக வைத்தால் போதுமல்லவா. பெரிய ஈர்க்கிலை உபயோகித்து உருவாக்கிய செவ்வகத்திற்கு அல்லவா சுற்றளவு அதிகம்.

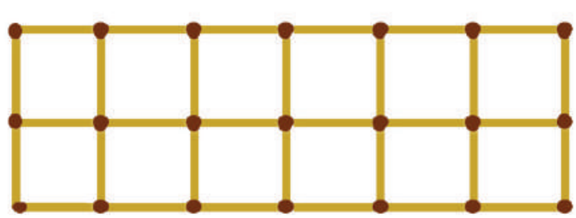
செவ்வகத்தின் உள்ளே சதுரம்

தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி ஜோசும், ரஹீமும் உருவாக்கிய செவ்வகங்கள் நினைவிருக்கிறதல்லவா.ஜோஸ் தனது செவ்வகத்தைத் தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்திச் சதுரங்களாக்கிய படங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன?

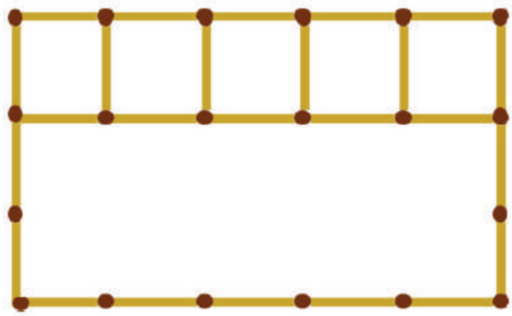


இதில் எத்தனை சதுரங்கள் உள்ளன?

ரஹீம் உருவாக்கிய செவ்வகத்தை இதே அளவுள்ள சதுரங்கள் ஆக்கினால்?



நீளத்தில் 5 தீக்குச்சிகளும் அகலத்தில் 3 தீக்குச்சிகளும் வைத்துச் செவ்வகத்தின் உள்ளே இதுபோன்ற எத்தனை சதுரங்களை உருவாக்க முடியும்?



இங்கு எத்தனை வரிசைகளில் சதுரங்கள் உருவாக்கலாம்?

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் எத்தனை சதுரங்கள் உள்ளன? சதுரங்களின் எண்ணிக்கை மொத்தம் எத்தனை?

16 தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கிய பிற செவ்வகங்களிலும் இதுபோன்று சதுரங்கள் உருவாக்கலாமல்லவா!

ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை சதுரங்கள் கிடைக்குமென்று கண்டுபிடியுங்கள்.

அதிகமான எண்ணிக்கையில் சதுரங்கள் எதில் உள்ளன?

- 14 தீக்குச்சிகள் நீளமாகவும் 6 தீக்குச்சிகள் அகலமாகவும் வைத்து உருவாக்கிய செவ்வகத்தின் உள்ளே இதுபோன்று எத்தனை சதுரங்கள் உருவாக்க முடியும்?

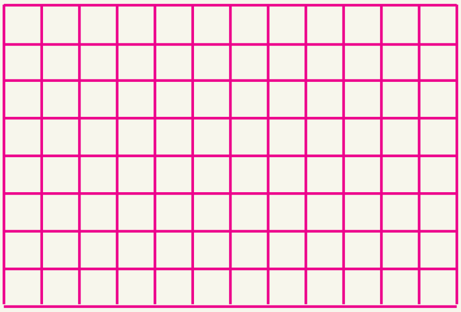
காகிதத்தில் சதுரம்

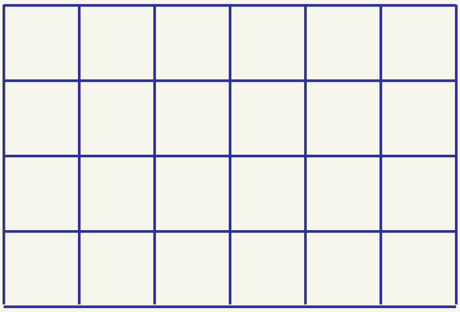
இராணியும், வீணாவும் செவ்வகவடிவிலான இரண்டு அட்டைத் துண்டுகளை வைத்துள்ளனர். இராணியின் அட்டைத்துண்டுக்கு 7 செ.மீ, நீளமும், 3 செ.மீ அகலமும் உண்டு. வீணாவின் அட்டைத்துண்டுக்கு 6 செ.மீ நீளமும், 4 செ.மீ அகலமும் உண்டு.

யாருடைய கையிலுள்ள அட்டைத் துண்டிலிருந்து 1 செ.மீ. பக்கமுள்ள சதுரங்கள் அதிக எண்ணிக்கையில் வெட்டி எடுக்க முடியும்? துண்டுகளாக்குவதற்கு முன்னர் சதுரங்கள் வரைந்து பார்ப்போம்.

பற் பல சதுரங்கள்

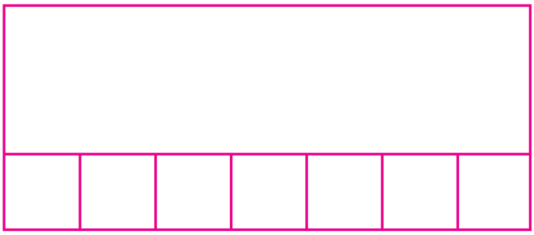
சமநீளமுடைய 40 குச்சிகள் உபயோகித்து உருவாக்கிய செவ்வகத்தின் உள்ளே வேறுபட்ட அளவிலுள்ள சதுரங்கள் உருவாக்கியதைப் பாருங்கள்.





இந்தச் செவ்வகத்தின் உள்ளே வேறு ஏதேனும் அளவில் சதுரம் உருவாக்க முடியுமா?

முதலில் 7 செ. மீ .நீளமும் 3 செ. மீ அகலமும் உள்ள அட்டைத்துண்டை எடுப்போம்.

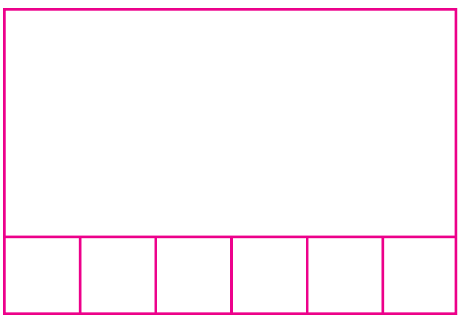


ஒரு வரிசையில் 1 செ. மீ. பக்கமுள்ள 7 சதுரங்கள் கிடைக்குமல்லவா!

இதுபோன்று எத்தனை வரிசைகள் உருவாக்கலாம்.

சதுரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = ...

இனி வீணாவிற்கு எத்தனை சதுரங்கள் வெட்டி எடுக்க முடியும்? என்று கண்டுபிடியுங்கள்.



எத்தனை சதுரங்கள் கிடைத்தன?

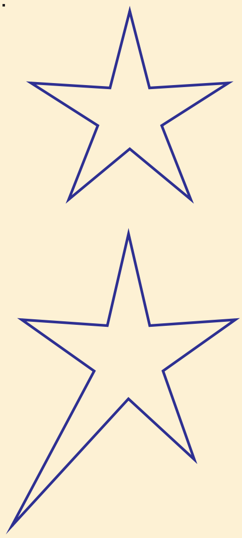
இராணி வெட்டியெடுத்ததை விட மூன்று சதுரங்கள் வீணாவிற்கு அதிகமாக வெட்டி எடுக்க முடிந்தது.

இப்படி அதிகமாகக் கிடைத்தது எதனால்?

வீணாவின் கையிலுள்ள அட்டைத்துண்டின் பரப்பளவு அதிகமானதால் தானே!

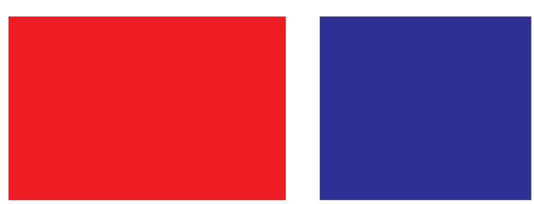
வண்ணம் பூசுவோம்

கீழே வரையப்பட்டுள்ள இரண்டு படங்களைப் பாருங்கள்.



இரண்டு படங்களுக்கும் ஒரே வண்ணம் பூச வேண்டும். எந்தப் படத்திற்கு அதிகமாக வண்ணம் தேவைப்பட்டது?

பரப்பளவு



சிவப்பும் நீலமும் நிறத்திலுள்ள இரு செவ்வகங்களைப் பார்த்தீர்களல்லவா!

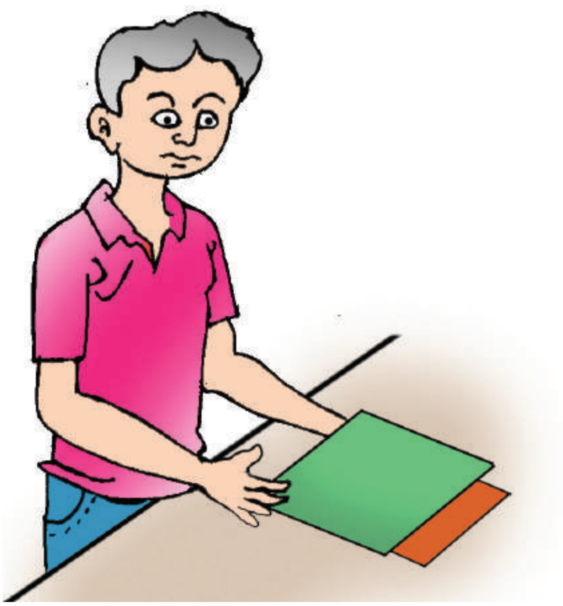
எந்தச் செவ்வகத்திற்குப் பரப்பளவு அதிகம் ?

செவ்வகங்களைப் பார்க்கும்போதே தெரியும், சிவப்புச் செவ்வகத்திற்குப் பரப்பளவு அதிகம் என்று.

இரண்டு 10 ரூபாய் நோட்டுகளின் பரப்பளவைப் பற்றி என்ன கூறலாம்?

10 ரூபாய் நோட்டு ஒன்றும் மற்றொன்று 100 ரூபாய் நோட்டும் ஆனால் எந்த ரூபாய் நோட்டிற்கு பரப்பளவு அதிகம்?

பரப்பளவிற்கு ஓர் எண்



இரவி தன் கையில் உள்ள இரு அட்டைத் துண்டுகளில் எதற்குப் பரப்பளவு அதிகம் என அறிய முயற்சி செய்கிறான்.

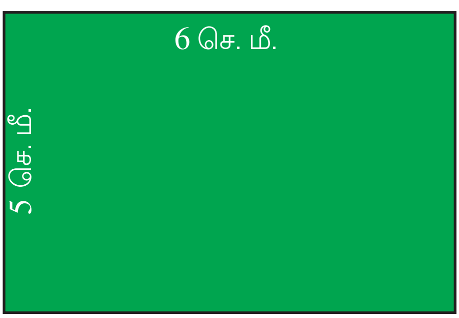
அவன் அட்டைத் துண்டுகள் இரண்டையும் ஒன்றன் மேல் ஒன்றாக வைத்தான்.

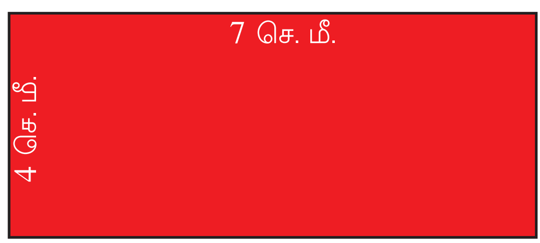
எந்தத் துண்டிற்குப் பரப்பளவு அதிகம் என்று இரவிக்குக் கூறமுடியுமா? எதனால்?

அவனுக்கு எப்படி உதவலாம்?

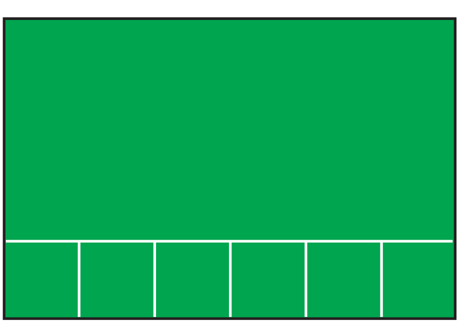
ஒவ்வொரு அட்டைத் துண்டிலிருந்தும் ஒரே அளவிலான எத்தனை சதுரங்களை வெட்டி எடுக்க முடியும் எனப் பார்த்தால் போதுமல்லவா?

அதற்காக இரண்டு அட்டைத் துண்டுகளின் நீளமும், அகலமும் அளந்து எழுதுவோம்.





இனி ஒவ்வொரு அட்டைத் துண்டிலும் 1 செ.மீ பக்கமுள்ள எத்தனை சதுரங்கள் வரையலாம் எனப் பார்ப்போம்.



இங்கு ஒரு வரிசையில் 6 சதுரங்கள் உள்ளன. ஐந்து வரிசைகளிலும் மொத்தம் $5 \times 6 = 30$ சிறிய சதுரங்கள் இருக்கும்.

அப்படியானால் சிவப்பு நிறச் செவ்வகத்தில் எத்தனை சதுரங்கள் உண்டு?
$4 \times 7 = 28$ சிறிய சதுரங்கள் அல்லவா?

இனி எதற்கு அதிகப் பரப்பளவு என்று கூறலாமல்லவா.

இங்குச் சிவப்பு நிறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 28 சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவிற்குச் சமம் என்று கூறலாம்.

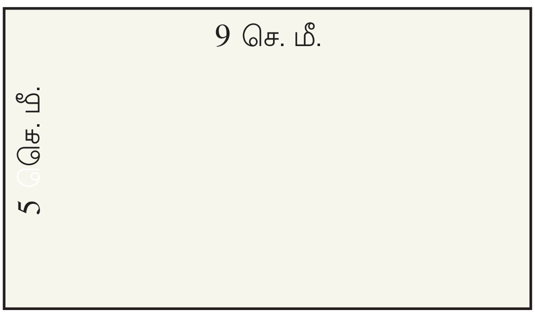
> பக்கம் 1 செ.மீ உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவை 1 சதுர செ.மீ. (1 Square centimetre) என்று கூறலாம். பரப்பளவை ஆங்கிலத்தில் 'Area' எனக் குறிப்பிடுவர்.

அப்படியென்றால் சிவப்பு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 28 ச,செ,மீ என்று கூறலாம்.

பச்சை நிறச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு?

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம்

கீழே வரையப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தைப் பாருங்கள்.



சிறிய சதுரங்களை வரையாமலே செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எவ்வாறு காணலாம்?

செவ்வகத்தின் உள்ளே நேராகவும் குறுக்காகவும் 1 செ.மீ அகலத்தில் கோடுகள் வரையப் பட்டுள்ளதாகக் கற்பனை செய்து பாருங்கள்.

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் எத்தனை சதுரங்கள் இருக்கும்?

இவற்றில் எத்தனை வரிசைகள் இருக்கும்?

இனி செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கூறலாமல்லவா.

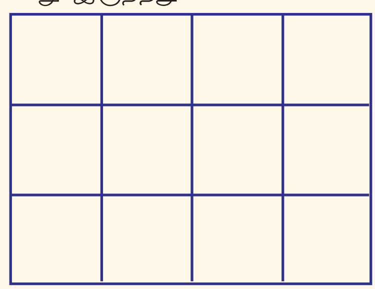
இதை இப்படியும் எழுதலாம்:

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 20 செ.மீ, அகலம் 10 செ.மீ. ஆனால் பரப்பளவை எளிதில் கூறலாமல்லவா?

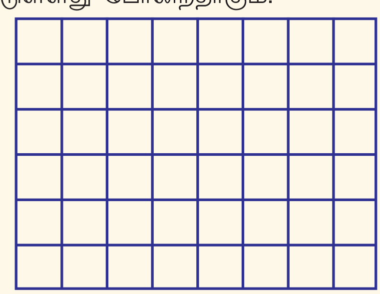
பொதுவான முறை

8 செ.மீ நீளமும், 6 செ.மீ அகலமும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு என்ற வினாவிற்கு அம்முவின் விளக்கம் இவ்வாறு இருந்தது.



செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 12 சிறிய சதுரங்களுக்குச் சமமாகும்.

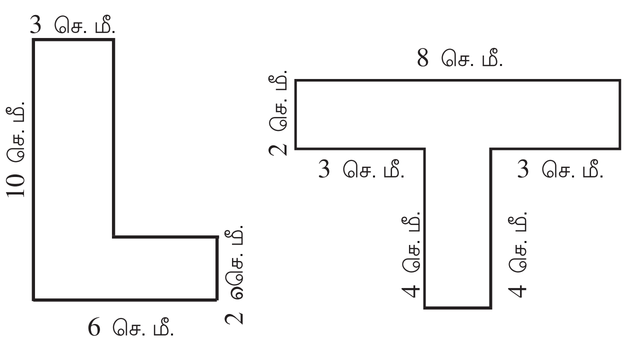
அனுவின் விளக்கம் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளது போன்றதாகும்.

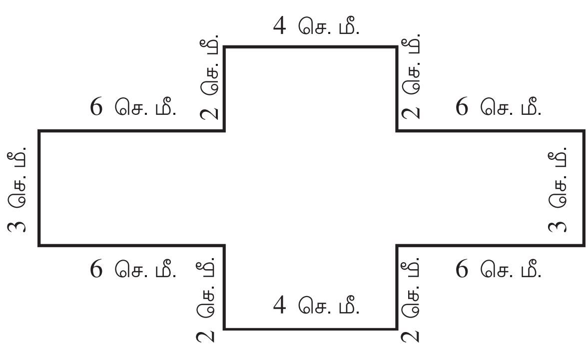


செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 48 சிறிய சதுரங்களுக்குச் சமமாகும்.

இருவருடைய விளக்கமும் சரிதானே? ஆனால் பரப்பளவைக் குறிப்பிடும் எண்கள் வித்தியாசமாகும். இதைத் தவிர்க்க பொதுவாகப் பரப்பளவை குறிப்பிடுவது 1 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரங் களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படை யிலாகும்.

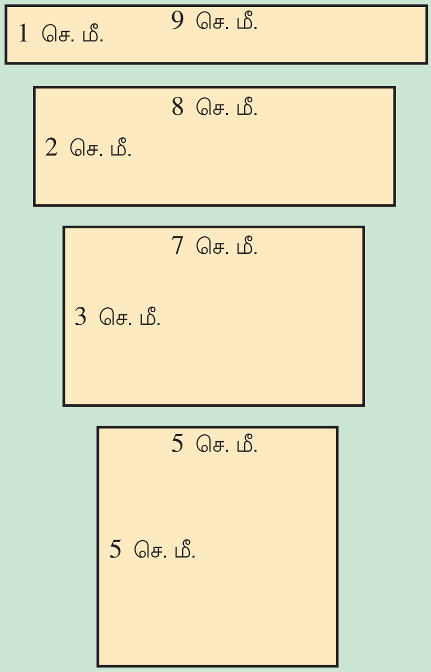
- 15 செ.மீ நீளமும் 8 செ.மீ அகலமும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர சென்டிமீட்டராகும்?
- ஒரு செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் எல்லாம் 8 செ.மீ என்றால் பரப்பளவு எவ்வளவு?
- ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 96 சதுர செ.மீ ஆகும். அதன் நீளம் 12 செ.மீ என்றால் அகலம் எவ்வளவு?
- ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 81 செ. மீ. ஆகும். சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் என்ன?
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கவும் .





சுற்றளவும் பரப்பளவும்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள செவ்வகங்களின் சுற்றளவும் பரப்பளவும் எவ்வளவு எனக் கண்டுபிடியுங்கள்.



இங்குச் செவ்வகங்களுடைய சுற்றளவு மாறுபடுகின்றனவா? அப்படியானால் பரப்பளவு?

எந்தச் செவ்வகத்திற்கு அதிகமான பரப்பளவு?

ஒரு செவ்வகம் பெரியதா, சிறியதா எனத் தெரிந்து கொள்ள அதன் பரப்பளவை அடிப்படையாக வைத்துக் கூறமுடியும்.

பல்வேறு நடைமுறைச் சூழல்களில் ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவிற்கும் பரப்பளவிற்கும் மாறுபட்ட முக்கியத்துவம் கொடுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, செவ்வக வடிவிலுள்ள விவசாய நிலத்தைச் சுற்றி வேலி கட்ட வேண்டுமெனில் செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் கணக்கிட வேண்டும்.

மாறாக, அங்கு விவசாயம் செய்யத் தகுந்த இடத்தைத் தேர்வு செய்ய வேண்டுமெனில் அந்த இடத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிட வேண்டும்.

செயல்திட்டம்

ஒரு செவ்வகத்தின் அகலத்தில் மாற்றம் ஏற்படுத்தாமல் நீளம் இரண்டு மடங்கு ஆகும் போது பரப்பளவில் என்ன மாற்றம் ஏற்படும்? இதைப் போன்று நீளத்தை மாற்றாமல் அகலம் இரு மடங்கு ஆனால்? நீளமும், அகலமும் இரு மடங்கு ஆகும்போது என்னாகும்? செவ்வகத்தின் நீளமும், அகலமும் ஒரு குறிப்பிட்ட மடங்கு கூடும்போது பரப்பளவில் ஏற்படும் மாற்றம் என்ன?

பெரிய பரப்பளவு

1 கிலோ மீட்டர் பக்கமுள்ள சதுரத்தைக் கற்பனை செய்யுங்கள். இதன் பரப்பளவை ஒரு சதுர கி.மீ என்கிறோம். பெரிய நிலப்பரப்புகளைச் சதுர கி.மீட்டரில் குறிப்பிடுகிறோம். இந்தியாவின் பரப்பளவு 32,87,263 ச.கி.மீட்டர் ஆகும். கேரளத்தின் பரப்பளவு 38,863 ச.கி.மீட்டர் ஆகும். கேரளத்தின் மிகப்பெரிய மாவட்டமான பாலக்காட்டின் பரப்பளவு 4480 ச.கி.மீட்டர் ஆகும். சிறிய மாவட்டமான ஆலப்புழையின் பரப்பளவு 1414 ச.கி.மீட்டராகும். உங்களுடைய ஊராட்சியின் பரப்பளவு எவ்வளவு என்று கேட்டுத் தெரிந்து கொள்ளுங்கள்.

- ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 6 செ.மீ, அகலம் 5 செ.மீ ஆனால் அதன் பரப்பளவு என்ன? அகலத்தை மாற்றாமல் நீளத்தை 12 செ.மீ ஆக மாற்றும்போது கிடைக்கின்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்கும் முதலாவது செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?
- நீளம் 10 செ.மீ, அகலம் 8 செ.மீ ஆன செவ்வகத்தின் நீளமும், அகலமும் இரு மடங்காகும்போது கிடைக்கின்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்ன? இது முதல் செவ்வகத்தினுடைய பரப்பளவின் எத்தனை மடங்காகும்?
- ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 48 செ.மீ, அகலம் 9 செ.மீ ஆகும் எனில் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்ன?
- ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 40 சதுர செ.மீ ஆகும். செவ்வகத்தின் நீளம் அகலம் இவற்றின் மதிப்பாக வரக்கூடிய எண்ணல் எண்கள் யாவை?

பெரிய செவ்வகங்கள்

ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் ஒவ்வொன்றும் 1 மீட்டர் நீளமானால் அதன் பரப்பளவு 1 சதுர மீட்டர்.

ஒரு சதுரமீட்டர் என்பது எத்தனை சதுர செ.மீ ?

ஒரு மீட்டர் எத்தனை செ.மீட்டர் என்று தெரியுமல்லவா.

இந்தச் சதுரத்தின் பக்கங்களின் நீளம் 100 செ.மீ வீதம் ஆகும். அதன் பரப்பளவு எத்தனை சதுர செ.மீ?

பெரிய அளவுகள்

நிலங்களை அளப்பதற்குச் சதுர மீட்டரை விடப் பெரிய அளவுகளைப் பயன்படுத்துகிறார்கள். 10 மீட்டர் வீதம் பக்கமுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு ஒரு ஆர் (Are) எனக் கூறுகிறோம்.

100 ஆர் என்பது ஒரு ஹெக்டேர் (Hectare) என்று கூறுகிறோம். 1 ஹெக் டேர் என்பது எத்தனை சதுரமீட்டர்?

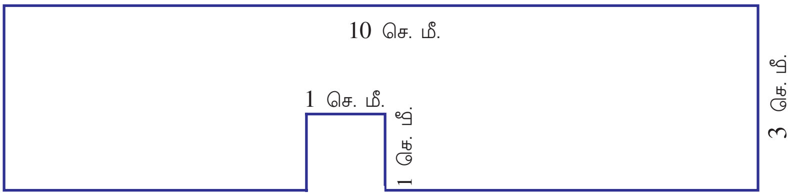
1 சதுர மீட்டர் = $100 \times 100 = 10000$ சதுர சென்டி மீட்டர்

அதாவது பக்கங்களின் நீளம் ஒரு செ.மீ உள்ள 10,000 சிறிய சதுரங்கள் சேர்ந்த இடத்தின் பரப்பளவு 1 சதுர மீட்டர்.

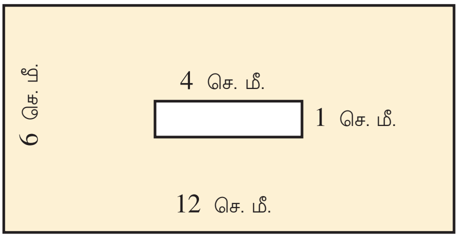
மக்கள் நெருக்கம்

உலகின் பல பகுதிகளில் மக்கள் வாழ்ந்து வருகிறார்கள். சில பகுதி களில் மக்கள் நெருங்கி வாழ்கிறார் கள். மக்கள் வசிக்க முடியாத பாழடைந்த இடங்களும் உள்ளன. ஒரு சதுர கிலோமீட்டர் பரப்பளவில் வசிக்கும் மக்கள் தொகையைத் தான் மக்கள் நெருக்கம் எனக் கூறுகிறோம். கேரளாவின் மக்கள் நெருக்கம் சதுர கிலோ மீட்டருக்கு 859 ஆகும். இந்தியாவின் மக்கள் நெருக்கம் சதுர கிலோ மீட்டருக்கு 382 ஆகும். இந்தியாவில் மக்கள் நெருக்கம் மிகுந்த மாநிலம் பீகார் ஆகும். சதுர கிலோ மீட்டருக்கு 1102. மிகக் குறைந்த மாநிலம் அருணாச்சல பிரதேசம். சதுர கிலோ மீட்டருக்கு 17.

- 5 மீட்டர் நீளமும் 1 மீட்டர் அகலமும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர மீட்டராகும்?
- செவ்வக வடிவிலுள்ள ஒரு நிலத்திற்கு 40 மீட்டர் நீளமும், 25 மீட்டர் அகலமும் என்றால் இதன் பரப்பளவு எத்தனை சதுர மீட்டர்?
- 6 மீட்டர் நீளமும் 50 செ.மீ அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர செ.மீ? இது எத்தனை சதுர மீட்டர்?
- படத்தில் காணும் வடிவமுடைய அட்டைத் துண்டிலிருந்து 1 செ.மீ பக்கமுள்ள எத்தனை சதுரங்கள் வெட்டி எடுக்கலாம்?



- செவ்வக வடிவிலுள்ள ஒரு அட்டைத் துண்டிலிருந்தது 1 செ.மீ பக்கமுள்ள 36 சதுரங்கள் வெட்டி எடுத்தால், செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் அளவுகளாக வரக்கூடிய எண்ணல் எண்கள் எவை?
- 10 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களையும், 5 செ.மீ வீதம் கூட்டினால் கிடைக்கும். சதுரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
- 14 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரவடிவிலான அட்டைத்துண்டின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் 1 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரங்களை வெட்டி எடுத்தபின் மீதி பகுதியின் பரப்பளவு எவ்வளவு? சுற்றளவு எவ்வளவு?
- படத்தில் நிறம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு எவ்வளவு?



மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இன்னும் மேம்பட வேண்டியுள்ளது
• செவ்வகத்தின் உள்ளே ஓர் அலகு சதுரங்கள் வரைந்து பரப்பளவு கண்டடைதல்.			
• செவ்வகத்தின் பரப்பளவு கண்டு பிடிப்பதற்கான வழிகளை விளக்குதல்.			
• சூத்திரத்தின் உதவியுடன் செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடித்தல்.			
• பரப்பளவுடன் தொடர்புடைய கருத்துக்களைப் பயன்படுத்திச் செயல்முறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.			
• பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணும்போது பல்வேறு அலகுகளை ஒன்றுக்கொன்று மாற்ற முடிதல்.			

7

எண்களின் உள்ளே

நிறம் கொடுப்போம்

கணித மன்றத்தின் சார்பாக வெளியிடுகின்ற கணித மலரின் அட்டைப்படம் தயாரிக்கிறார்கள் அருணும் நண்பர்களும்.

நிரையும் நிரலுமாகக் கட்டங்கள் வரைந்து நிறம் கொடுக்கலாம் என்று நீது கூறினாள்.

முதலாவது நிரையில் அனைத்துக் கட்டங்களுக்கும் நிறம் கொடுக்கலாம்.

இரண்டாவது நிரையில் ஒவ்வொரு இரண்டாவது கட்டத்திற்கும் நிறம் கொடுத்தால் போதும் என்றாள் இரம்யா.

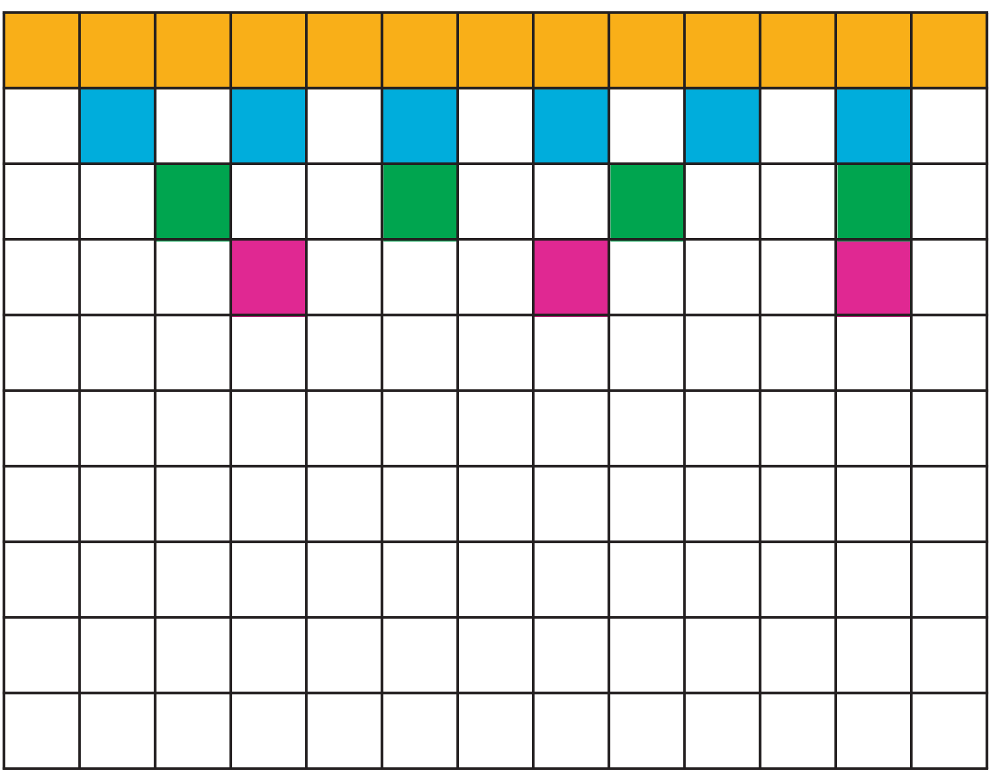
அப்படியானால் மூன்றாவது நிரையில் ஒவ்வொரு மூன்றாவது கட்டத்திற்கும் நிறம் கொடுத்தால் போதும் என்றாள் ஸல்மா.

நான்காவது நிரையில் எவ்வாறு நிறம் கொடுக்கலாம்?

அப்படியானால் ஐந்தாவது நிரையில் எவ்வாறு நிறம் கொடுக்கலாம்?

முதல் நான்கு நிரைகளில் நிறம் கொடுத்ததைப் பார்த்தீர்களல்லவா!

நிறம் கொடுக்க வேண்டியுள்ள மீதி கட்டங்களைக் கண்டுபிடித்து நிறம் கொடுக்கவும்.



கட்டங்களில் நிறம் கொடுத்தீர்களா? கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புங்கள்.

இரண்டாம் நிரையில் நிறம் கொடுக்கப்பட்ட கட்டங்கள் யாவை?	2, 4, ...
மூன்றாவது நிரையில் நிறம் கொடுக்கப்பட்ட கட்டங்கள் யாவை?	3, 6, ...
மூன்றாவது நிரலில் நிறம் கொடுக்கப்பட்ட கட்டங்கள் யாவை?	
ஆறாவது நிரலில் நிறம் கொடுக்கப்பட்ட கட்டங்கள் யாவை?	
எட்டாவது நிரலில் நிறம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கட்டங்கள் யாவை?	
இரண்டு கட்டங்களில் மட்டும் நிறம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எந்தெந்த நிரல்களில் ஆகும்?	

இங்கு நிரைகளுக்கும் நிரல்களுக்கும் அவற்றின் எண்ணிக்கையை அதிகரித்து நிறம் கொடுத்தால் இரண்டாவது நிரையில் நிறம் கொடுத்த கட்டங்கள் எவை?

2, 4, 6, 8, ...

2, 4, 6, 8 ... இந்த எண் வரிசைக்குள்ள சிறப்புத்தன்மை என்ன?

இவை அனைத்தும் 2-உடன் 2 வீதம் தொடர்ந்து கூட்டினால் கிடைக்கும் எண்களாகும்.

வேறுவிதமாகக் கூறினால் 1, 2, 3, ... போன்ற எண்களை 2 ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் எண்களாகும்.

அதாவது 2, 4, 6, 8, ... போன்ற எண்கள் எல்லாம் இரண்டின் மடங்குகள் ஆகும்.

மூன்றாவது நிரையைப் பாருங்கள். நிறம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை 3, 6, 9, 12, ... என்ற கட்டங்களிலாகும். இவை அனைத்தும் 1, 2, 3, ... போன்ற எண்களை 3 ஆல் பெருக்கினால் கிடைப்பவையாகும். அதாவது இவை அனைத்தும் 3 இன் மடங்குகளாகும்.

1 முதல் 10 வரையுள்ள எண்களின் பெருக்கல் அட்டவணையை எழுதிப்பாருங்கள்...

எண்கள்	மடங்குகள்									
1	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
2	2	4	-	-	-					
3					15					
4										
5										
6										
7			21							
8										
9								72		
10				40						

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு அட்டவணையிலிருந்து விடைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1 இன் மடங்குகளாக வரும் எண்கள் யாவை?

10 என்ற எண் எந்தெந்த எண்களின் மடங்காகும்?

இரண்டு மூன்று இவற்றின் மடங்குகளாக வருகின்ற எண்கள் யாவை?

56 என்ற எண் 7 இன் மடங்காகுமா?

5–ற்கும், 10–ற்கும் பொதுவாக வருகின்ற மடங்குகள் எவையெல்லாம்?

8 இன் மிகச் சிறிய மடங்கு எது?

எந்த ஒரு எண்ணினுடையவும் மிகச்சிறிய மடங்கு அதே எண் தானா?

- 12, 20, 36, 45 என்ற எண்களின் மடங்குகளை நான்கு வீதம் எழுதுக.
- பள்ளி விளையாட்டு விழாவின் சார்பாக ஓடு தளத்தில் தடைகளை ஆன்சியும் அன்னாவும் வைக்கிறார்கள். போட்டி தொடங்கும் இடம் முதல் 11 மீட்டர் இடைவெளி விட்டுத் தடைகளை வைக்கிறார்கள். போட்டி தொடங்கும் இடத்திலிருந்து ஒவ்வொரு தடைகளுக்கும் இடையே உள்ள தூரம் வரிசையாக எழுதுக.

- ஒரு கட்டிடத்தின் ஏணிப்படி வழியே ஏறுகிறார் ரஸியா. ஒவ்வொரு படிக்கும் உள்ள உயரம் 25 செ.மீ. ஆகும். அப்படியென்றால் தரை மட்டத்திலிருந்து ஒவ்வொரு படிக்கும் இடையே உள்ள தூரம் எத்தனை செ.மீ வீதமாகும்?

அளந்தெடுப்போம்

நஜீமும், மனோஜும் பால் அளந்ததெடுக்கிறார்கள். நஜீமிடம் 2 லிட்டர் அளப்பதற்கான அளவு பாத்திரமும், மனோஜிடம் 5 லிட்டர் அளப்பதற்கான அளவு பாத்திரமும் இருக்கின்றன என்றால் நஜீமிற்கு என்னென்ன அளவுகளில் பால் அளந்து கொடுக்க முடியும்?

நஜீமிற்கு அளக்க முடிந்த அளவுகள் 2 லிட்டர், 4 லிட்டர், 6 லிட்டர், 8 லிட்டர், 10 லிட்டர், ...

போன்றவையாகும்.

இதுபோன்று மனோஜிற்கு அளக்க முடிந்த அளவுகள் 5 லிட்டர், 10 லிட்டர், 15 லிட்டர், 20 லிட்டர், ... போன்றவையாகும்.

நஜீமிற்கும், மனோஜிற்கும் 2 லிட்டர் பால் அளந்து எடுக்க முடியுமா? 5 லிட்டரோ? இருவருக்கும் அளந்தெடுக்க முடியும் அளவுகள் யாவை?

நஜீமிற்கு அளக்க இயலுகின்ற அளவுகள்

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... என்பவை ஆகும்.

அதுபோன்று மனோஜிற்கு 5, 10, 15, 20, 25 ... போன்ற அளவுகளை அளக்க முடியும். இதிலிருந்து 10 லிட்டர் பால் இருவருக்கும் அளந்து எடுக்க முடியும் என்று காணலாம். இருவருக்கும் அளக்க இயலும் பிற அளவுகள் யாவை?

20 லிட்டர், 30 லிட்டர், 40 லிட்டர், ...

4 ஆல் வகுத்தல்

535 ஐ 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்கலாமா? முடியாது. ஏனெனில்

535 ஒன்றை எண் ஆகும். எனில் 536 ஐ வகுத்து பார்க்காமலே கூற என்ன வழி?

536 = 500 + 36.

100, 4 -இன் மடங்கு ஆனதினால் 500 உம் நான்கின் மடங்கு ஆகும். 36 உம் நான்கின் மடங்காகும்.

அப்படியானால் 536 உம் 4 இன் மடங்காகும்.

100, 1000, 10000, ... போன்றவை 4 இன் மடங்குகள் ஆனதினால், ஓர் எண் 4 இன் மடங்குதானா என்று பார்க்கக் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் சேர்ந்த எண் 4 இன் மடங்காகுமா என்று பார்த்தால் போதும்.

பொதுமடங்கு

நஜீமிடமும் மனோஜிடமும் உள்ள பால் அளக்கின்ற பாத்திரங்கள் மூன்று லிட்டரும், நான்கு லிட்டரும் ஆனால்?

3 லிட்டரின் பாத்திரம் உபயோகித்து அளக்க முடிகின்ற அளவுகள் 3 லிட்டர்., 6 லிட்டர்., 9 லிட்டர்., 12 லிட்டர்... போன்றவையாகும். 3, 6, 9 ... இவை அனைத்தும் 3 இன் மடங்குகள் அல்லவா. இதுபோன்று 4 லிட்டர் பாத்திரம் உபயோகித்து அளக்க இயலும் அளவுகள் எல்லாம் 4 இன் மடங்குகள் ஆகும். இந்த இரண்டு பாத்திரங்களையும் உபயோகித்துப் பொதுவாக அளக்க இயலும் அளவுகள் மூன்று, நான்கு இவற்றின் மடங்குகளில் பொதுவாக வருகின்றவையாக இருக்கும்.

12, 24, 36, ... போன்ற எண்களை மூன்று, நான்கு இவற்றின் பொதுமடங்குகள் (Common multiples) என்று கூறலாம்.

இவற்றில் மிகச்சிறிய எண் 12 ஆகும்.

அதனால் 12 ஐ 3, 4 இவற்றின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு (Least Common Multiple) என்று கூறலாம்.

இதுபோன்று 6 , 8 இவற்றின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம்?

6 இன் மடங்குகள் 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

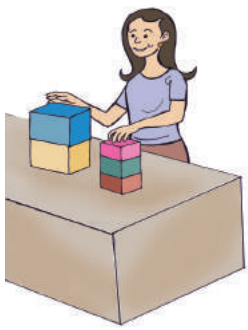
8 இன் மடங்குகள் 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

இவற்றில் 6, 8 இவற்றின் பொது மடங்குகள் 24, 48, 72, ... என்று பார்க்கலாம்.

இவற்றில் மிகச் சிறிய எண் 24 ஆனதால் 6, 8 இவற்றின் மீச்சிறு பொது மடங்கு 24 ஆகும்.

- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண் ஜோடிகளின் பொதுமடங்குகளைக் கண்டுபிடியுங்கள். இவற்றிலிருந்து அவற்றின் மீச்சிறு பொதுமடங்கை எழுதுக.
  - 2, 5
  - 4, 6
  - 3, 7
  - 5, 10
  - 8, 6
  - 9, 12
  - 12, 14
  - 9, 18
- பள்ளி ஆண்டுவிழாவை முன்னிட்டுப் பள்ளி நுழைவு வாயில் பச்சை, நீல நிற பல்புகளால் அலங்கரிக்கப்பட்டிருந்தது. பச்சைப்பல்புகள் 4 வினாடி இடைவெளியிலும், நீல பல்புகள் 6 வினாடி இடைவெளியிலும் ஒளிருமாறு அலங்கரிக்கப்பட்டிருந்தன.
- இரண்டு நிறத்திலுள்ள பல்புகளும் ஒரே நேரத்தில் காலை எட்டு மணிக்கு ஒளிரத் தொடங்கின. அவை மீண்டும் எப்பொழுது ஒரே நேரத்தில் ஒளிரும்?

- ஓடுகள் பதித்த தரையில் மீனுவும் ஆஷாவும் விளையாடுகிறார்கள். தரையின் ஒரு பக்கத்திலிருந்து ஒவ்வொரு இரண்டாவது ஓட்டிலும் மீனு ஒரு மஞ்சாடி வீதம் வைத்தாள். ஆஷா ஒவ்வொரு மூன்றாவது ஓட்டிலும் வளையலும் வைத்தாள். அப்படியென்றால் மஞ்சாடியும், வளையலும் சேர்ந்து இருக்கும் முதலாவது ஓடு ஏது? இதுபோன்று சேர்ந்து வரும் பிற ஓடுகள் யாவை?



- 4 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரக் கட்டைகளும், 9 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரக் கட்டைகளும் தனித்தனியே அடுக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளன. இரண்டு அடுக்குகளும் சமஉயரத்தை எட்டும்போது தரை மட்டத்திலிருந்து மிகக் குறைந்த உயரம் எவ்வளவு?

மடங்குகளின் மடங்கு

1 முதல் தொடர்ந்து வரும் எண்ணல் எண்களை எழுதியவுடன் 2இன் மடங்குகளுக்கு வட்டம் வரைக.

1, (2) 3, (4) 5, (6) 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

இவற்றில் 4இன் மடங்குகளுக்குச் சதுரமும் வரைக.

1, (2) 3, [(4)] 5, (6) 7, [(8)] 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

இங்குச் சதுரதத்தின் உள்ளே உள்ள எண்கள், வட்டத்தினுள்ளும் இருக்கின்றன.

அதாவது 4இன் மடங்குகள் அனைத்தும் இரண்டின் மடங்குகளாகும். மறுதலையாகக் கூறினால், 2இன் மடங்குகள் எல்லாம் 4இன் மடங்குகளா?

இனி 3இன் மடங்குகள் எல்லாம் 2இன் மடங்குகள் தானா என்று பார்ப்போம்.

முன்னர் செய்தது போல 2இன் மடங்குகளை வட்டத்திலும் 3இன் மடங்குகளைச் சதுரத்திலுமாக அடையாளமிட வேண்டும்.

1 (2) [3] (4) 5 [(6)] 7 (8) [9] (10) 11 [(12)] 13, ...

இதிலிருந்து 3இன் மடங்குகள் எல்லாம் 2இன் மடங்குகள் இல்லை என்று பார்க்கலாம். மறுதலையாகக் கூறினால் 2இன் மடங்குகள் எல்லாம் 3இன் மடங்குகள் இல்லை என்றும் பார்க்கலாம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றைச் சோதனை செய்து பாருங்கள்.

- 3 இன் மடங்குகளெல்லாம் 6இன் மடங்குகளா?
- 6 இன் மடங்குகளெல்லாம் 3இன் மடங்குகளா?
- 4 இன் மடங்குகளெல்லாம் 8இன் மடங்குகளா?

- 8 இன் மடங்குகள் எல்லாம் 4இன் மடங்குகளா?
- 4இன் மடங்குகள் எல்லாம் 6இன் மடங்குகளா?
- 6இன் மடங்குகள் எல்லாம் 4இன் மடங்குகளா?

காரணிகள்

2 இன் மடங்கு 6. இதை வேறுவிதமாக

6இன் காரணி 2 என்றும் கூறலாம்.

இதுபோன்று

3 இன் மடங்கு 6.

6 இன் காரணி 3.

அதாவது 2 உம் 3 உம் 6 இன் காரணிகள்.

3இன் மடங்குதானா 45 என்று பார்க்க வேண்டும்.

3 ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் 45 கிடைக்கும்?

எட்டின் மடங்குகள்

100 ஐ 4ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியும். ஆதலால் ஒரு எண் நான்கின் மடங்காகுமா என்று பார்க்க, அந்த எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் சேர்ந்து வருகின்ற எண் 4இன் மடங்காகுமா என்று பார்த்தால் போதும். ஆனால் ஒரு எண் எட்டின் மடங்காகுமா என்று கண்டுபிடிக்க என்ன செய்ய வேண்டும்?

உதாரணமாக, 6424 என்ற எண் 8இன் மடங்காகுமா?

100 என்ற எண் 8இன் மடங்கல்ல. ஆனால் 1000, 10000, 100000, ... போன்ற எண்கள் எட்டின் மடங்குகள் ஆகும். அதனால் 6000 உம் 8இன் மடங்காகும்.

$6424 = 6000 + 424$

இனி 424, 8இன் மடங்காகுமா என்று பரிசோதித்தால் போதும்.

$424 = 53 \times 8$ எனவே 6424 என்ற எண் 8இன் மடங்காகும்.

8இன் மடங்காகுமா என்று சோதனை செய்ய தந்திரம் கிடைத்தது அல்லவா?

45 ஐ 3 ஆல் வகுத்தால் போதுமல்லவா?.

$45 \div 3 = 15$

அதாவது $15 \times 3 = 45$

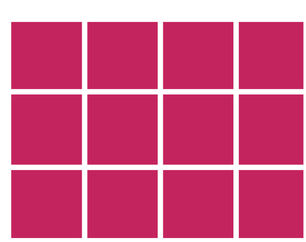
அப்படியானால் 3இன் மடங்காகும் 45.

இதிலிருந்து 45இன் ஒரு காரணி 3 என்று அறியலாம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஜோடி எண்களில் இரண்டாவது எண் முதல் எண்ணின் காரணியாக வருபவற்றைக் கண்டுபிடி.

- 12, 6
- 50, 5
- 45, 7
- 35, 9
- 62, 8
- 42, 6

செவ்வகம் உருவாக்குவோம்



2, 6 இவற்றின் மடங்கு 12 ஆகும்.

12இன் காரணிகள் 6ம் 2ம் ஆகும்.

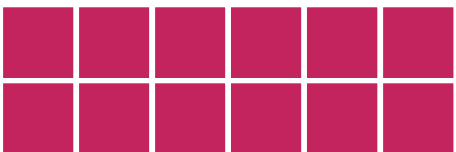
12 க்கு வேறு காரணிகள் இருக்கின்றனவா? எப்படிக் கண்டுபிடிப்பது?

படத்தில் காண்பது போல் ஒரே அளவிலான சதுரங்களை வெட்டி எடுக்க வேண்டும். இவற்றை இணைத்து வைத்து எத்தனை வழிகளில் செவ்வகங்கள் உருவாக்கலாம்.

12 சதுரங்களும் ஒரே வரிசையில் சேர்த்து வைத்தால் கிடைக்கின்ற படத்தைப் பாருங்கள்.

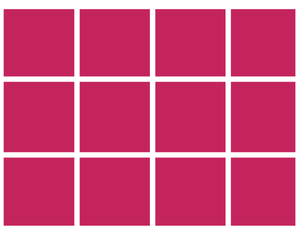
1×12

இரண்டு வரிசைகளில் ஒழுங்குபடுத்தினால்?



2×6

மூன்று வரிசைகளில் ஒழுங்குபடுத்துவோம்.



3×4

இனி வேறு ஏதேனும் வழிகளில் செவ்வகம் உருவாக்கலாமா?

இப்பொழுது வரைந்த செவ்வகங்களிலிருந்து 12இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 6, 12 என்று கண்டறியலாம்.

இதுபோன்று 24இன் அனைத்து காரணிகளையும் கண்டுபிடித்து எழுதவும்.

$24 = 1 \times 24$

$24 = 2 \times 12$

___ = ___ × ___

___ = ___ × ___

....

24 இன் காரணிகள் 1, ___, ___, ___, ___, ___, ___

ஒன்பதின் மடங்கும் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையும்

ஒரு எண் 9இன் மடங்கு ஆகுமா என்று கண்டுபிடிக்க என்ன செய்ய வேண்டும்? அந்த எண்ணின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 9இன் மடங்குதானா என்று பார்த்தால் போதும். அல்லது அந்த எண்ணின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 9 தானா எனப் பார்த்தால் போதும். இவ்வாறு வருவதற்குக் காரணம் என்ன?

எடுத்துக்காட்டாக ஒரு எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம் – 342

$342 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 2$ ஆகும்.

$= (3 \times 99 + 3) + (4 \times 9 + 4) + 2$ என்று எழுதலாம்.

3×99 உம் 4×9 உம் 9இன் மடங்குகள் ஆகும். மீதி வருபவை $3 + 4 + 2$ ஆகும். இது 9இன் மடங்கு ஆனால் 342 ஒன்பதின் மடங்கு ஆகும். அதாவது

$3 + 4 + 2 = 9$ ஆனதால் 342 ஒன்பதின் மடங்கு ஆகும்.

ஒரு நான்கு இலக்க எண் ஆனால்?

எடுத்துக்காட்டாக,

$8631 = 8 \times 1000 + 6 \times 100 + 3 \times 10 + 1$

$= (8 \times 999 + 8) + (6 \times 99 + 6) + (3 \times 9 + 3) + 1$

$8 + 6 + 3 + 1 = 18$, ஒன்பதின் மடங்கு ஆகும். எனவே 8631 ஒன்பதின் மடங்கு ஆகும். வேறு எண்களை உபயோகித்து செய்து பார்க்கவும். ஒரு எண் மூன்றின் மடங்கு தானா என்று கண்டுபிடிக்க இந்த உத்தியைப் பயன்படுத்தி விளக்கலாமல்லவா.

- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் காரணிகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

  10 18 25 16 36 13

- இரஹீமின் கையில் 28 பேனாக்கள் உள்ளன. சமமான எண்ணிக்கை வருமாறு இவற்றைப் பெட்டிகளில் வைக்க வேண்டும். எந்தெந்த முறையில் பெட்டிகளில் வைக்கலாம்?
- ஒரு வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் இருக்கிறார்கள். அவர்களை உடற்பயிற்சிக்காக வரிசையில் நிறுத்துகிறார்கள். எல்லா வரிசைகளிலும் சமமான எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் நிற்கும் விதமாக எவ்வாறெல்லாம் ஒழுங்குபடுத்தலாம்?
- ஜின்சியின் கைகளில் ஒரே அளவிலான 42 சதுரக் கட்டைகள் உள்ளன. இவற்றை ஒரே உயரத்தில் குழுக்களாக அடுக்கி வைக்க வேண்டும். எப்படியெல்லாம் அடுக்கி வைக்கலாம்?
- 48இன் மிகச் சிறிய காரணி எது? மிகப்பெரிய காரணி எது? பிற காரணிகள் யாவை? மொத்தம் எத்தனை காரணிகள் உள்ளன?
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை சரியா? தவறா எனக் காண்க.

1 அனைத்து எண்களின் காரணி ஆகும். ☐

அனைத்து எண்களுடைய மிகப் பெரிய காரணி அதே எண் ஆகும். ☐

அனைத்து எண்களுக்கும் இரண்டிற்குக் கூடுதல் காரணிகள் உள்ளன. ☐

ஒன்றைத் தவிர பிற எண்களின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைஎண் ஆகும். ☐

ஒரு காரணி மட்டும் உள்ள ஒரேயொரு எண் ஒன்று ஆகும். ☐

வகுத்துப் பார்க்காமலே...

கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்களிலிருந்து 10ஐக் காரணியாக உடையவை, 5ஐக் காரணியாக உடையவை, 2ஐக் காரணியாக உடையவை எவை எனக் கண்டுபிடித்து, கொடுக்கப்பட்ட வட்டங்களில் எழுதுக.

50 18 45 40 28 14 25 70
12 20 25 6 9 8 10 5

10ஐக் காரணியாகக் கொண்ட எண்கள் | 5ஐக் காரணியாகக் கொண்ட எண்கள் | 2ஐக் காரணியாகக் கொண்ட எண்கள்

ஒவ்வொரு வட்டத்திலும் உள்ள எண்களுக்கு ஏதேனும் தனித்தன்மை உண்டா?

10, 5, 2 ஆகிய எண்கள் காரணிகளாக வருகின்ற பிற எண்களுக்கும் இந்தத் தனித்தன்மை உள்ளனவா? எனப் பரிசோதித்துப் பாருங்கள்.

எண்கள்	ஒன்றாம் இடத்தின் இலக்கம்
10 காரணியாக வருபவை	
5 காரணியாக வருபவை	
2 காரணியாக வருபவை	

இதைப் போல 3 ஒரு எண்ணின் காரணியாகுமா என்று எப்படிக் கண்டுபிடிக்கலாம்?

3 காரணியாக வரும் எண்கள் 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

இவற்றின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடித்துப் பாருங்கள்.

3 காரணியாக வரும் பிற எண்களின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

இதைப் போன்று 9 காரணியாக வரும் எண்களின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை?

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் காரணிகளாக வரும் எண்களுக்கு நேராக ☑ அடையாளமும் அல்லாதவைகளுக்கு ☒ அடையாளமும் இடுக.

எண்கள்	காரணிகள்				
	2	**3**	**5**	**9**	**10**
12	✓	✓	x	x	x
35					
30					
55					
60					
215					
240					
316					

பகுஎண், பகா எண்

13 என்ற எண்ணை 1 ஆலும் 13 ஆலும் மட்டுமே மீதியின்றி வகுக்க முடியும். இந்த இரண்டு எண்களும் தவிர பிற எண்களைக் கொண்டு 13 ஐ மீதியின்றி வகுக்க முடியுமா? இதைப்போன்று 1 ஆலும் அதே எண்ணாலும் மட்டும் மீதியின்றி வகுக்க முடிகின்ற எண்கள் யாவை?

2, 3, 5, 7, 11, ... போன்ற எண்கள் இதே போன்று தனித்தன்மையுள்ள எண்களாகும்.

1உம் அதே எண்ணையும் தவிர பிற எண்களைக் கொண்டு மீதியின்றி வகுக்க முடியாத எண்களைப் பகாஎண்கள் (Prime numbers) என்று கூறுகிறோம்.

வேறுவிதத்தில் கூறினால் இப்படிப்பட்ட எண் களுக்கு 1உம் அதே எண்ணும் மட்டும் காரணிகளாக இருக்கும்.

ஆனால் 4, 6, 8, 9, 10, ... போன்ற எண்களை 1உம் அதே எண்ணும் அல்லாமல் வேறு எண்கள் கொண்டும் மீதியின்றி வகுக்க முடியும். இப்படிப்பட்ட எண்களைப் பகுஎண்கள் (Composite numbers) என்று கூறுகிறோம்.

1ஐப் பகுஎண்ணாகவோ பகாஎண்ணாகவோ கணக்கிட முடியாது.

எண்களின் வடிகட்டி

பகாஎண்களைக் கண்டுபிடிக்க கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு முன் வாழ்ந்து வந்த இறாத் தோஸ்தெனீஸ் என்ற கணிதமேதை கண்டு பிடித்த ஒரு வழியை இப்போதும் கடை பிடிக்கிறோம்.

- 1 முதல் 50 வரையுள்ள எண்களை தொடர்ச்சியாக எழுதுங்கள்.
- தொடர்ந்து வரும் எண்கள் எல்லாம் 1இன் மடங்குகள் ஆகும். அதனால் 1 ஐ விட்டுவிடலாம்.
- முதலில் காணப்படுகின்ற ஒவ்வொரு எண்ணையும் அதேபடி வைத்து அதன் மடங்குகளை விட்டு விடவும்.
- மீதி இருக்கின்ற எண்கள் பகா எண்கள் ஆகும்.
- 100க்கு கீழே உள்ள பகாஎண்கள் கிடைக்க எந்த எண்ணின் மடங்குகள் வரை விட்டுவிட வேண்டும்?

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைப் பகுஎண்கள், பகா எண்கள் எனப் பிரித்து எழுதுங்கள்.

9, 17, 26, 23, 45, 31,

36, 29, 48, 64, 41, 51

100 க்குக் குறைவான பகாஎண்களைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

பகாகாரணிகள்

10ஐ வேறுபட்ட எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எப்படியெல்லாம் எழுதலாம்?

1×10

2×5

இதேபோன்று 30ஐ எவ்வாறு எழுதலாம்?

1×30

2×15

3×10

6×5

$2 \times 3 \times 5$

10 உம் 30 உம் பல்வேறு எண்களுடைய பெருக்கல் பலனாக வெவ்வேறு முறைகளில் எழுதியிருப்பதைப் பார்த்தீர்களல்லவா.

நிறை எண்கள்

6ஐத் தவிர 6இன் காரணிகளின் தொகை 6 அல்லவா.

$$6 = 1 + 2 + 3$$

இந்தத் தனித்தன்மையுள்ள எல்லா எண்களும் நிறை எண்கள் (Perfect Numbers) என்று அழைக்கப் படுகின்றன.

50க்குக் குறைவான எண்ணல் எண்களில் நிறை எண்ணாக இனி ஒரு எண் மட்டும் தான் உண்டு.

அதை நீங்கள் கண்டுபிடிப்பீர்களா?

அதற்கடுத்த நிறை எண் 496 ஆகும்.

2013ம் வருடம் வரை 48 நிறை எண்களை மட்டுமே கண்டு பிடித்துள்ளனர்.

பகுமிகு எண்கள்
(Highly Composite Numbers)

எண்	காரணிகள்
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6

இவற்றில் 2, 4, 6 என்ற எண்களுக்கு ஒரு தனித் தன்மை உண்டு. 2 ஐ விடச் சிறிய எண்ணிற்கு 2இன் காரணிகளின் எண்ணிக்கையை விடக் குறைவான காரணிகளே உள்ளன. 4 க்கு அதன் முன்னர் உள்ள எல்லா எண்களை விடவும் கூடுதலான காரணிகள் உண்டு. இவ்வாறான எண்களைத் தான் பகுமிகு எண் எனக் கூறுகிறோம். 1ஐயும் இக்குழுவில் உட்படுத்தலாம். அடுத்த பகுமிகு எண் யாது?

ஒவ்வொன்றிற்கும் பகாஎண்கள்
மட்டும் வரும்படியான பெருக்கல் வடிவில் எழுதுங்கள்.

அதாவது,

$$10 = 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

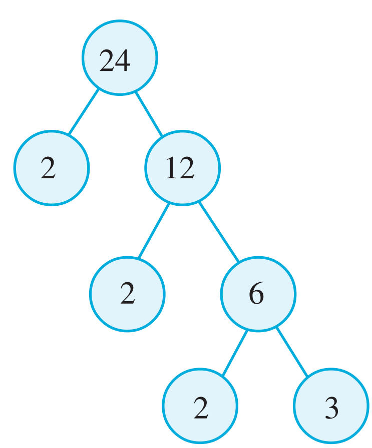
இங்கு 10இன் பகாகாரணிகள் 2, 5 ஆகும். அதுபோன்று 30இன் பகாகாரணிகள் 2, 3, 5.

24ஐப் பகா காரணிகளின் பெருக்கல் பலனாக எப்படி எழுதலாம்?

$$24 = 2 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$6 = 2 \times 3$$



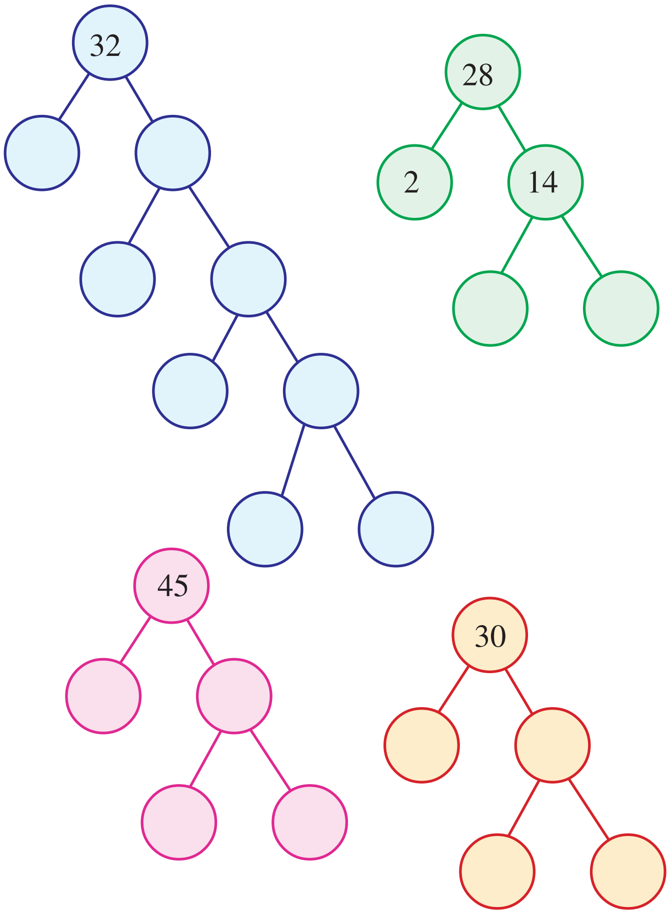
ஆகையால் $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ என்று எழுதலாம்.

அப்படியானால்

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

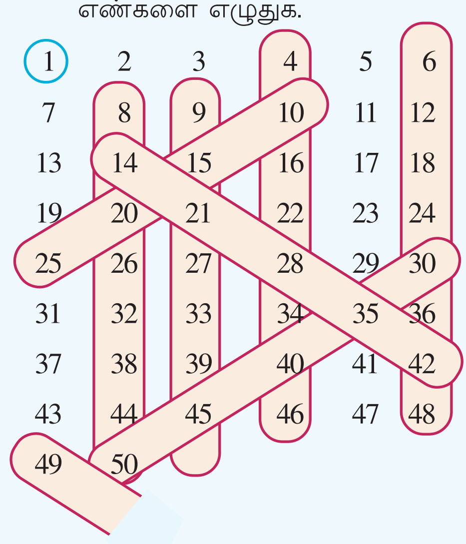
20 வரை உள்ள எண்களைப் பகாஎண்கள் மட்டும் உள்ள பெருக்கல் வடிவத்தில் எழுதுக. இதை உபயோகித்து ஒவ்வொன்றினுடைய பகா காரணிகளை எழுதுக.

- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதுக.



பகா எண்களைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு வழி

ஆறு நிரைகளிலாக 1 முதல் 50 வரை எண்களை எழுதுக.



- 2ஐத் தவிர 2இன் மடங்குகளைத் தவிர்க்கவும். 2, 4, 6 நிரல்களைத் தவிர்க்கவும்.
- 3ஐத் தவிர 3இன் மடங்குகளைத் தவிர்க்கவும்.
- இதுபோன்று 5, 7 என்ற எண்களைத் தவிர இவற்றின் மடங்குகளைத் தவிர்க்கவும்.
- மீதியிருப்பவை பகா எண்களாகும்.

அடிப்படைக் காரணிகள்

252 ஐப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எப்படி எழுதலாம்?

இங்கு ஒன்றாம் இடத்தின் இலக்கம் இரட்டை எண் அல்லவா! அதனால் 2 ஒரு காரணியாகும். பிற காரணிகளைக் கண்டுபிடிக்க 252ஐ இரண்டால் வகுத்துப் பார்க்கலாம்.

$252 = 2 \times 126$

126 இன் ஒன்றாம் இடத்தில் இருப்பது 6 அல்லவா.

அதனால் 2 ஒரு காரணி ஆகும்.

$126 = 2 \times 63$

63 இன் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 9 அல்லவா. எனவே 9இன் காரணி 3 ஆகும்.

இதிலிருந்து 3 ஒரு காரணியாகும் எனக் காணலாம்.

$63 = 3 \times 21$

21 ஐ 7×3 என்று எழுதலாமல்லவா.

இதை வகுத்தல் வடிவில் இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

அதாவது $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் வடிவில் எழுதுக.

- 145 • 210 • 100
- 168 • 225 • 288

பதினொன்றின் மடங்கு

462 என்ற எண் 11ன் மடங்குதானா?

462 ஐ 11ஆல் வகுத்துப் பார்த்து விடை கூறலாம்.

வகுத்துப் பார்க்காமல் விடை கிடைக்க என்ன வழி?

$$\begin{aligned} 462 &= 4 \times 100 + 6 \times 10 + 2 \\ &= 4 \times (99 + 1) + 6\,(11 - 1) + 2 \\ &= 4 \times 99 + 4 + 6 \times 11 - 6 + 2 \\ &= (4 \times 99 + 6 \times 11\,) + \ 4 - 6 + 2 \end{aligned}$$

99 உம் 11 உம் 11 ன் மடங்குகள் ஆகும். அப்படியானால் 462, 11 ன் மடங்காக வேண்டுமெனில் 4 - 6 + 2, 11 ன் மடங்கானால் போதும். 4 - 6 + 2 = 0 ஆனதால் 462 என்ற எண் 11இன் மடங்கு ஆகும்.

வேறு ஒரு எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்:

$$\begin{aligned} 2596 &= 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 9 \times 10 + 6 \\ &= 2\,(1001 - 1) + 5\,(99 + 1) + 9\,(11 - 1) + 6 \\ &= 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 9 \times 11 - 9 + 6 \\ &= (2 \times 1001 + 5 \times 99 + 9 \times 11) - 2 + 5 - 9 + 6 \end{aligned}$$

1001, 99, 11 என்பவை 11 ன் மடங்குகள் ஆகும். 2596 என்ற எண் 11ன் மடங்காகும். அதாவது எண்ணின் ஒன்று, நூறு, பதினாயிரம், ... போன்ற இடங்களிலுள்ள இலக்கங்களின் தொகைக்கும் பத்து, ஆயிரம், லட்சம்,......... போன்ற இடங்களிலுள்ள இலக்க தொகைக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசம் 11ன் மடங்கானால் அந்த எண் 11 ன் மடங்காகும்.

மீப்பெரு பொதுக் காரணி

16 இன் காரணிகள் யாவை?

1, 2, 4, 8, 16 என்பவை அல்லவா!

12 இன் காரணிகள் யாவை?

1, 2, 3, 4, 6, 12

12 க்கு 16 க்கும் பொதுவான காரணிகள் 1, 2, 4 என்பவையாகும்.

இந்த எண்களை 12க்கும், 16க்கும் பொதுக் காரணிகள் (Common factors) என்று கூறுகிறோம்.

இந்தப் பொதுக் காரணிகளில் மிகப் பெரிய எண் 4 ஆனதால் 4ஐ 12க்கும், 16க்கும் மீப்பெரு பொதுக் காரணி (Highest Common Factor) என்று கூறுகிறோம்.

இதை வேறு ஒரு முறையிலும் பார்க்கலாம்.

16ஐயும், 12ஐயும் பகா காரணிகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதத் தெரியுமல்லவா!

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

இங்கு 12, 16 என்பனவற்றின் பகாகாரணிகளில் பொதுவாக வரும் எண்கள் யாவை?

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

2, 2 அல்லவா

அதனால் 12, 16 இவற்றின் மீப்பெரு பொதுக்காரணி $2 \times 2 = 4$ ஆகும்.

24, 18 இவற்றின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியை எப்படிக் கண்டுபிடிக்கலாம்?

24 ஐப் பகா எண்களின் பெருக்கல் வடிவில் எழுதத் தெரியுமல்லவா!

2	24
2	12
2	6
	3

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

இனி, 18ஐப் பகா எண்களின் பெருக்கல் வடிவில் எழுதலாம்.

2	18
3	9
	3

$18 = 2 \times 3 \times 3$

24, 18 இவற்றின் பொதுக்காரணிகளை இவற்றிலிருந்து கண்டுபிடிக்கலாமல்லவா.
பொதுக்காரணிகள்

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$2 \times 3 = 6$

மீப்பெரு பொதுக்காரணி 6 என்று அறிந்து கொள்ளலாம்.

- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஜோடி எண்களின் பொதுக்காரணிகளையும் மீப்பெரு பொதுக்காரணியையும் கண்டுபிடிக்கவும்.
    - 28, 20
    - 15, 25
    - 28, 36
    - 36, 45
    - 32, 40
    - 18, 24
- ஜோஸ் தேங்காய் எண்ணெய் அளந்து கொடுக்கிறார். ஸியாதுக்கு 12 லிட்டரும், மீராவிற்கு 16 லிட்டரும் தேங்காய் எண்ணெய் தேவைப்படுகிறது. ஜோஸினுடைய கையில் அனைத்து அளவுகளையும், அளக்க இயலுகின்ற பாத்திரங்கள் உள்ளன. இரண்டு பேருக்கும் அளந்து கொடுக்க இயலுகின்ற மிகப்பெரிய பாத்திரம் எது?

கருத்தரங்கம்: 'பகா எண்களின் வரலாறு' என்ற தலைப்பை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஒரு கருத்தரங்கம் நடத்தவும்.

- கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் 5 மடங்குகள் வீதம் எழுதவும்.

    32   23   55   60

- ஜோடி எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு காணவும்.
    - 12, 15
    - 20, 30
    - 7, 8
    - 8, 16
- காரணிகள் கண்டுபிடிக்கவும்.

    25   37   48   100

- பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதுக.

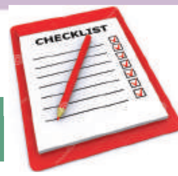
    25   60   58   125

    160   204   190   92

- பொதுக்காரணிகளையும் மீப்பெரு பொதுக்காரணியையும் கண்டுபிடியுங்கள்.
    - 36, 48
    - 44, 64
    - 24, 56

செயல்திட்டம்

பலவிதமான ஜோடி எண்களுடைய மீச்சிறு பொது மடங்கிற்கும் மீப்பெரு பொதுக்காரணிக்கும் இடையேயுள்ள உறவைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

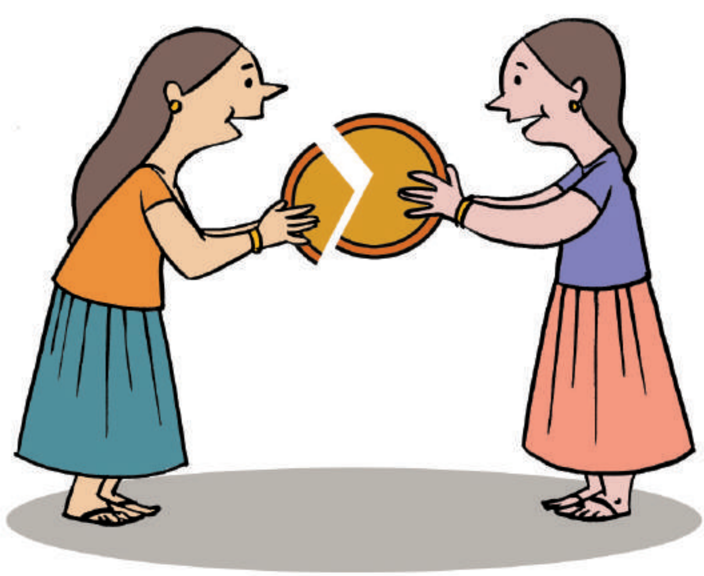


மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இன்னும் மேம்பட வேண்டியுள்ளது
• எண்களின், பொதுமடங்குகளைப் பகுத்து அறியவும் விளக்கவும், இயலுதல்.			
• எண்களின் பொதுக்காரணிகளைப் பகுத்து அறியவும், விளக்கவும் இயலுதல்.			
• பொதுமடங்குகள், பொதுக்காரணிகள் என்பவற்றின் சிறப்புகளைப் பயன்படுத்திப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.			
• எண்களினுடைய காரணிகளின் சிறப்பியல்பின் அடிப்படையில் பகுஎண்கள், பகா எண்கள் என வகைப்படுத்துதல்.			
• எண்களை அவைகளின் பகா காரணிகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதும் முறையை விளக்குதல்.			
• எந்த ஒரு எண்ணையும் 2,3,4,5,6,8,9,10 போன்ற எண்களின் மடங்குதானா என்று வகுத்துப் பார்க்காமலே தீர்மானித்தல்.			
• இரண்டு எண்களுக்கு அவற்றின் மீச்சிறு பொது மடங்கிற்கும், மீப்பெரு பொதுக்காரணிக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை விளக்குதல்.			

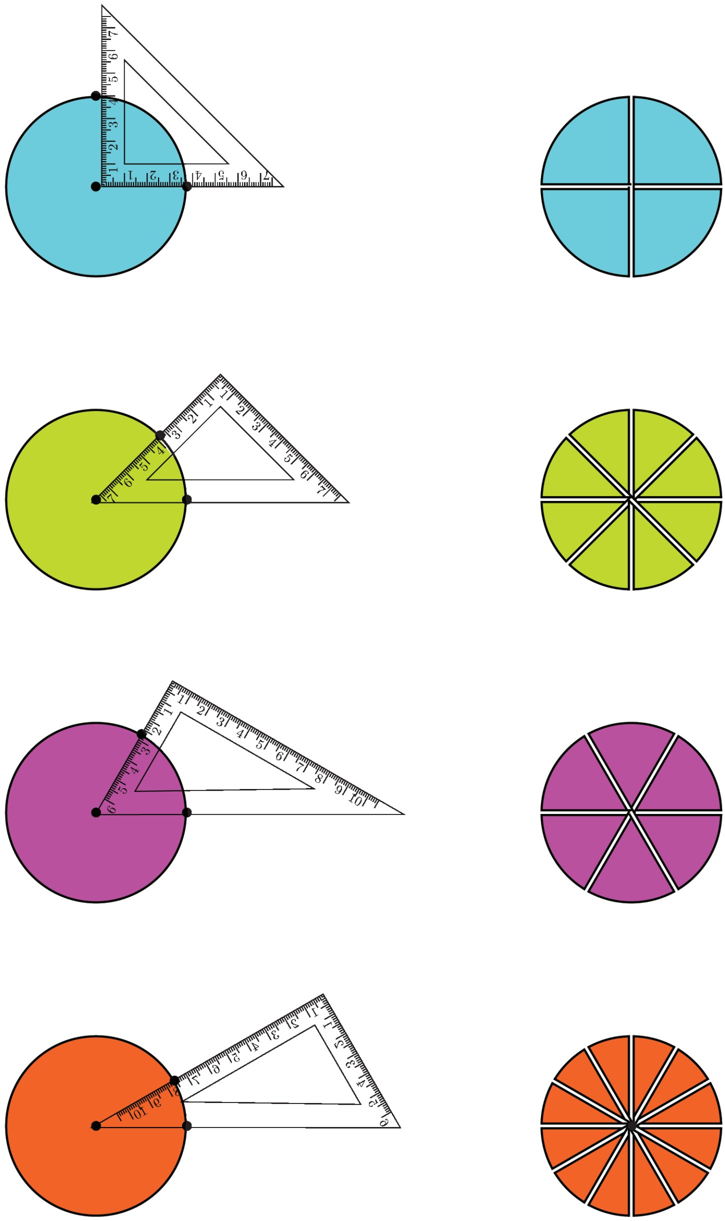
8

பாகங்கள் சேரும் போது



வட்டத்துண்டுகள்

ஒரு வட்டத்தை மட்டமானி உபயோகித்துப் பல சம பாகங்களாக்கலாம் எனப் பார்த்தோமல்லவா?



இவ்வாறு ஒரே அளவுள்ள பல வட்டங்களின் சில $\frac{1}{4}$ பாகங்களும், $\frac{1}{8}$ பாகங்களும், $\frac{1}{6}$ பாகங்களும், $\frac{1}{12}$ பாகங்களும், நான்கு பெட்டிகளிலிட்டு லீலா டீச்சர் வகுப்பிற்குக் கொண்டு வந்தார். குழந்தைகளை நான்கு குழுக்களாக்கினார். ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் ஒரு பெட்டி கொடுத்தார். ஒவ்வொரு குழுவும் அவர்களுக்குக் கிடைத்த வட்டத்துண்டுகளைப் பயன்படுத்தி பாதி வட்டம் உருவாக்க வேண்டும்.

$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$

இதுபோன்று வட்டத்துண்டுகள் உங்களுக்கும் உருவாக்கலாமல்லவா? அவற்றைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறெல்லாம் வட்டத்தின் $\frac{1}{4}$ பாகம் உருவாக்கலாம்?

$\frac{1}{3}$ ஆனாலோ?

எவ்வாறெல்லாம் $\frac{2}{3}$ உருவாக்கலாம்?

பகுதியும் தொகுதியும்

இரண்டு சம பாகங்களாக்கிய ஒன்றைப் பாதி என்று கூறுகிறோம், $\frac{1}{2}$ என எழுதுகிறோம்.

நான்கு சமபாகங்களிலிருந்து இரண்டை எடுத்துச் சேர்த்து வைத்தாலும் பாதியே. அதாவது நான்கில் இரண்டும், இரண்டில் ஒன்றும் பாதியே. இதனை

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

என எழுதலாம்.

6 சம பாகங்களாக்கி 3 எண்ணிக்கை எடுத்தால்,

அப்போது

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$$

இவ்வாறு எத்தனை வேண்டுமென்றாலும் தொடர்ந்து எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக 100 சமபாகங்களில் எத்தனை எடுத்தால் பாதி கிடைக்கும்?

இதனை எவ்வாறு எழுதலாம்?

$$\frac{1}{2}=..........$$

இதனை வேறொரு முறையிலும் கூறலாம். $\frac{50}{100}$ என்ற பின்ன எண்ணில் கீழேயுள்ள 100 என்ற எண் மொத்தம் எத்தனை பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதனைக் குறிக்கிறது. மேலேயுள்ள எண் 50, எத்தனை பாகங்கள் எடுத்தோம் என்பதைக் குறிக்கிறது.

பிரிக்கவும் என்பதைப் பகுதியாக்குக எனவும் கூறலாம். அதனால் 100 என்ற எண்ணை, $\frac{50}{100}$ இன் பகுதி (denominator) என்று கூறுவர். எடுத்துக்கொண்ட பாகத்தினைத் தொகுதி எனக் கூறுவதினால், 50 ஐ $\frac{50}{100}$ இன் தொகுதி (numerator) எனவும் கூறுவர்.

பாதி என்பதன் பல எண்வடிவங்களான

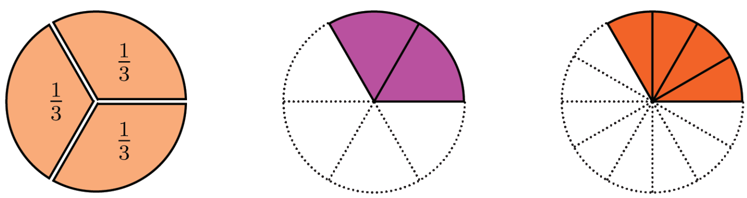
$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots$$

என்பவற்றில் பகுதி 2, 4, 6, 8, ... என மாறும் போது தொகுதி 1, 2, 3, 4, ... என்றிவ்வாறு மாற வேண்டும்.

இனி மூன்றிலொன்றைப் பற்றிப் பார்ப்போம் :

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள் :



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

படத்திலிருந்து $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ எனத் தெளிவாகின்றதல்லவா.

மேலும் இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்.

ஒரு நாடா 9 சம பாகங்களாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. இதில் எத்தனை எடுத்தால் நாடாவின் $\frac{1}{3}$ பாகம் கிடைக்கும்?

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

அவ்வாறு

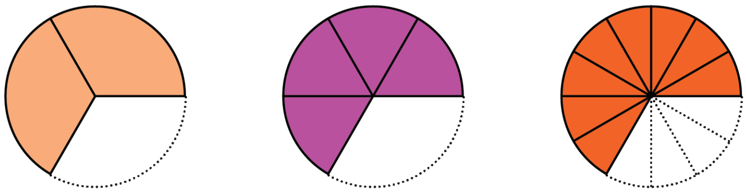
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

எனப் பார்க்கலாம். இதை எத்தனை முறை வேண்டுமானாலும் தொடர்ந்து எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நாடாவை 15 சமபாகங்களாக்கி எத்தனை எண்ணிக்கை எடுத்தால் நாடாவின் $\frac{1}{3}$ கிடைக்கும்?

இதனை எவ்வாறு எழுதலாம்?

$$\frac{1}{3} = \ldots\ldots\ldots$$

முன்னர் வெட்டி எடுத்த வட்டத்துண்டுகளைச் சேர்த்து வைத்து எவ்வாறெல்லாம் $\frac{2}{3}$ உருவாக்கலாம்?



$\frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

ஒரு நாடாவை 9 சமபாகங்களாக்கியதில் எத்தனை எண்ணிக்கை எடுத்தால் நாடாவின் $\frac{2}{3}$ பாகம் கிடைக்கும்?

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

இதிலிருந்து என்ன தெரிந்து கொண்டீர்கள்?

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

இதனை மேலும் தொடருவோம். $\frac{2}{3}$ இன் பற்பல வடிவங்களில், பகுதியாக வரும் எண்கள் எவை?

இவை அனைத்தும் எந்த எண்ணின் மடங்குகளாகும்?

தொகுதிகளோ?

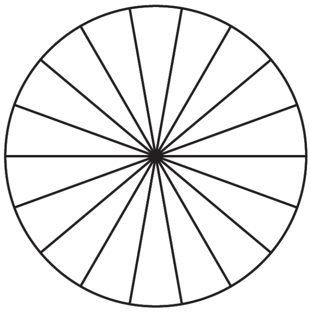
3 இன் எந்த மடங்கையும் பகுதியாக எடுக்க இயலுமா?

பகுதி 24 ஆனால் தொகுதியாக எத்தனை எடுக்க வேண்டும்?

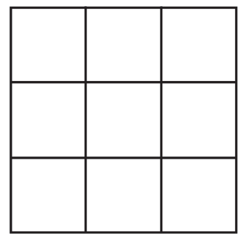
2 இன் மடங்குகளையெல்லாம் தொகுதியாக எடுக்கலாமா?

தொகுதி 24 ஆனால் பகுதி எது?

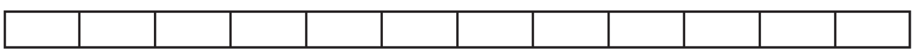
- கீழே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு படத்திலும் கூறப்பட்டுள்ள பாகத்திற்கு நிறம் கொடுக்கவும். அதிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் பின்ன எண்ணின் வேறொரு வடிவம் கண்டுபிடியுங்கள்:



$\frac{1}{6}$

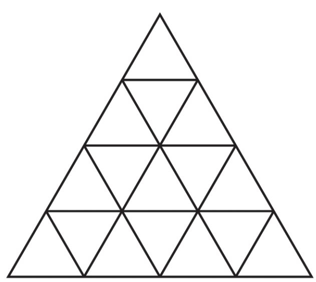


$\frac{2}{3}$



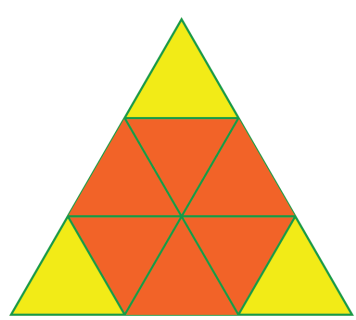
$\frac{3}{4}$

- கீழே கொடுத்துள்ள முக்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ பாகத்திற்கு நிறம் கொடுங்கள்:



நண்பர்களோடு சேர்ந்து வெவ்வேறு முறைகளில் இதனைச் செய்து பாருங்கள். இதிலிருந்து கிடைப்பது $\frac{1}{4}$ இன் எந்த வடிவம்?

- கீழே கொடுத்துள்ள படத்தில் சிவப்பு நிறம் கொடுத்திருப்பது பெரிய முக்கோணத்தின் எத்தனை பாகம்?



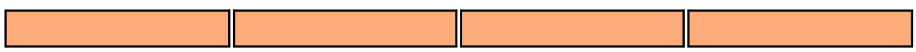
இந்தப் பின்ன எண்ணை 3 பகுதியாக வரும் வடிவத்தில் எழுதவும்.

- ஒரு வட்டம் வரைந்து அதனை 12 சமபாகங்களாக வெட்டி எடுங்கள். இத்துண்டுகளைச் சேர்த்து வட்டத்தின் $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ என்ற பாகங்களை உருவாக்குங்கள். இந்தப் பின்ன எண்களின் பகுதி 12 ஆக வரும் வடிவம் எழுதுக.
- ஒரு வட்டம் வரைந்து 8 சமபாகங்களாக வெட்டி எடுங்கள். இத்துண்டுகளைச் சேர்த்து வைத்து $\frac{1}{3}$ பாகம் உருவாக்க இயலுமா? $\frac{2}{3}$ பாகமாக்கினால்? $\frac{3}{4}$ பாகமாக்கினால்?

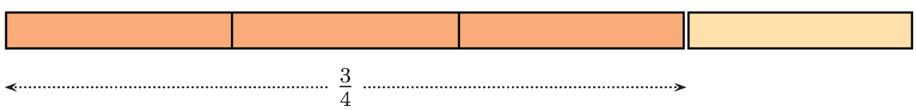
ஒரு பின்னம் பல வடிவம்

ஒரு பின்ன எண்ணைப் பகுதியும் தொகுதியும் மாற்றிப் பல வடிவங்களில் எழுதலாம் எனப் பார்த்தோம். $\frac{3}{4}$ இன் இதுபோன்ற வடிவங்கள் கண்டுபிடிப்பது எவ்வாறு?

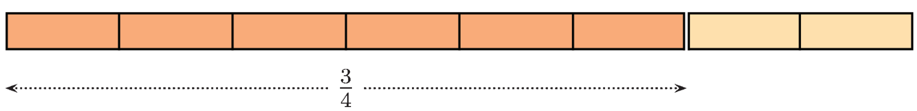
நீளமுள்ள ஒரு நாடாவை 4 சமபாகங்களாக்குங்கள் :



இவற்றின் 3 பாகம் சேர்த்து வைத்தால் நாடாவின் $\frac{3}{4}$ ஆகும்.



நான்கு துண்டுகளையும் பாதியாக்கினால்?

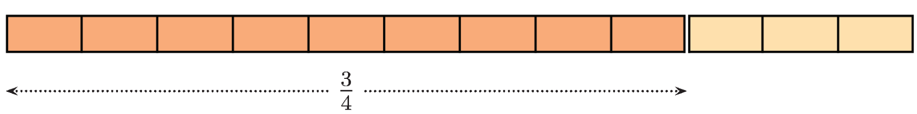


நாடா 8 சமபாகங்களானது. அதில் 6 பாகம் சேர்ந்தது $\frac{3}{4}$

அதாவது,

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

முதல் நான்கு துண்டுகளை இரண்டு சமபாகங்களாகுவதற்குப் பதில் மூன்று சமபாகங்களாக்கினாலோ?



$\frac{3}{4}$ இன் வேறொரு வடிவம் கிடைத்ததல்லவா?

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

இனி, முதல் நான்கு துண்டுகள் ஒவ்வொன்றையும் நான்கு சமபாகங்களாக்கினாலோ?

படங்கள் இல்லாமல் ஆலோசித்துப் பார்க்கலாம்: மொத்தத் துண்டுகள் $4 \times 4 = 16$

$\frac{3}{4}$ பாகத்தில் துண்டுகள் $3 \times 4 = 12$

அப்போது

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

அதாவது மொத்தத் துண்டுகள் 4இன் எத்தனை மடங்கோ அத்தனை மடங்கு 3 எடுத்தால் $\frac{3}{4}$ கிடைக்கும்.

மற்றொரு விதத்தில் கூறினால்: $\frac{3}{4}$ இன் பல வடிவங்கள் கிடைக்க 4இன் எந்த மடங்கையும் பகுதியாக எடுக்கலாம். 3இன் அதே மடங்கை தொகுதியாக எடுக்க வேண்டும்.
எடுத்துக்காட்டாக,

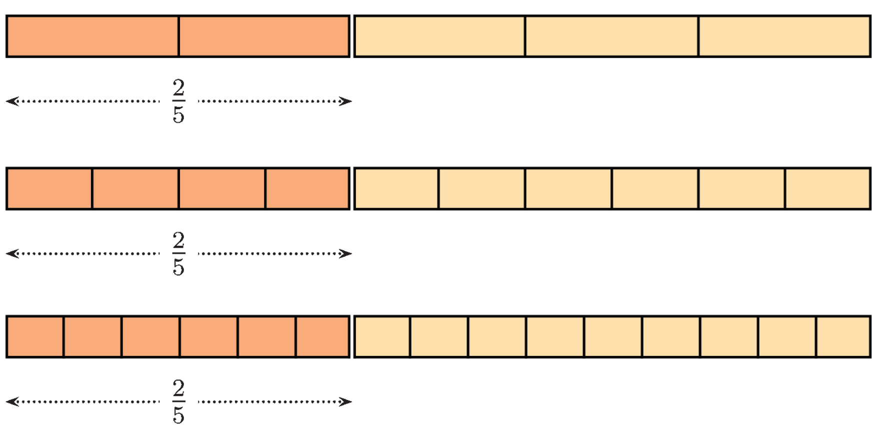
$$4 \times 25 = 100 \quad 3 \times 25 = 75$$

என்ற பெருக்கலிலிருந்து

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

எனக் கிடைக்கும்.

இது எல்லாப் பின்னங்களுக்கும் பொருந்துமா? எடுத்துக்காட்டாக $\frac{2}{5}$ பார்ப்போம்:



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

இங்கே நாம் பார்க்கும் பொதுத்தன்மை என்ன?
ஒரு பின்ன எண்ணின் பகுதியையும், தொகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினால் அந்தப் பின்ன எண்ணின் வேறொரு வடிவம் கிடைக்கும்.

வேறொரு மாதிரியைக் காண்போம். $\frac{18}{24}$ என்ற பின்ன எண்ணைப் பாருங்கள். இதன் பகுதியும், தொகுதியும் இரட்டை எண்களாகும்; அவை இரண்டிற்கும் 2 காரணியாகும்:

$$24 = 12 \times 2 \quad 18 = 9 \times 2$$

அப்போது மேலே பார்த்ததிற்கேற்ப,

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12}$$

9 க்கும் 12 க்கும் பொதுவான காரணிகள் ஏதாவது உண்டா?

$$12 = 4 \times 3, \quad 9 = 3 \times 3$$

எனக் காணலாம்; அப்போது

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

அதைப்போல்

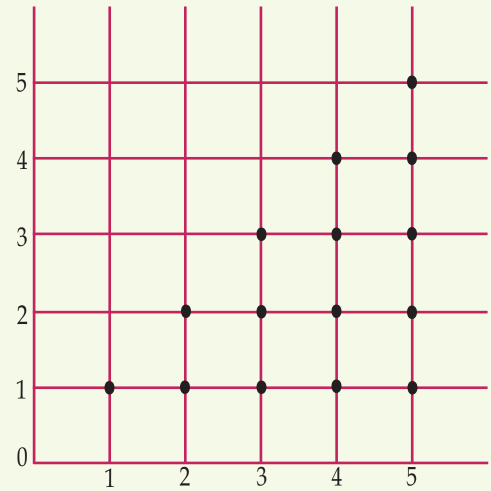
$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

இங்கே நாம் கண்டதென்ன?

ஒரு பின்ன எண்ணின் பகுதிக்கும் தொகுதிக்கும் பொதுவான காரணி உண்டென்றால் அதனைக் கொண்டு பகுதியையும் தொகுதியையும் வகுத்தால் பின்ன எண்ணின் வேறொரு வடிவம் கிடைக்கும்.

மேலே பார்த்த எடுத்துக்காட்டில் $\frac{18}{24}$ ஐ முதலில் $\frac{9}{12}$ என எழுதினோம்; பின்னர் பகுதியையும் தொகுதியையும் சிறியதாக்கி $\frac{3}{4}$ என எழுதினோம்.

பெரியதும் சிறியதும்



படத்திலுள்ள 0, $\frac{1}{2}$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கவும். இக்கோட்டில் வரும் பின்ன எண்ணின் தனித்தன்மை என்ன? 0, $\frac{2}{3}$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கவும். இந்தக் கோட்டின் மேலே வரும் பின்னங்களின் தனித்தன்மை என்ன? இந்தக் கோட்டின் கீழே வரும் பின்ன எண்களின் தனித்தன்மை என்ன?

பகுதியையும், தொகுதியையும் மேலும் சிறியதாக்க முடியாதல்லவா? (எதனால்?) ஆகவே $\frac{18}{24}$ இன் எளிய வடிவம் $\frac{3}{4}$ (in lowest terms) எனக் கூறலாம்.

பொதுவாகக் கூறினால் ஒரு பின்ன எண்ணின் பகுதி, தொகுதி இவற்றினுடைய பொதுவான காரணிகளை வகுத்து மாற்றினால் கிடைப்பது அதன் எளிய வடிவம்.

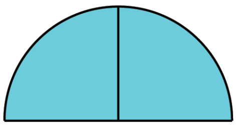
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்:

- நிரப்புங்கள்
  - $\frac{3}{5} = \frac{.....}{30}$
  - $\frac{5}{6} = \frac{20}{.....}$
  - $\frac{45}{75} = \frac{3}{.....}$
  - $\frac{42}{48} = \frac{.....}{8}$
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்ன எண்களை 10, 100, 1000 இவை ஏதாவது பகுதியாக வரும் பின்ன எண்ணாக எழுதுங்கள்:
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{3}{4}$
  - $\frac{5}{8}$

- $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ என்ற பின்ன எண்களை 10, 100, 1000 இவற்றில் ஏதாவது ஒன்று பகுதியாகவரும் பின்ன எண்ணாக எழுதமுடியுமா? எதனால்?
- கீழே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு ஜோடி பின்ன எண்களையும், ஒரே பகுதி வரும் பின்ன எண்களாக எழுதுங்கள்.
  - $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
  - $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

சேர்த்து வைப்போம்

ஒரு வட்டத்தை நான்கு சமபாகங்களாக்கினதில் இரண்டினைச் சேர்த்து வைத்தால் அரை வட்டம் கிடைக்கும்:

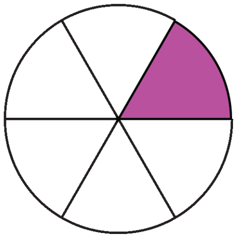


அதாவது கால்வட்டத்தோடு கால்வட்டம் சேர்த்தால் அரைவட்டம். அதாவது காலும், காலும் சேர்த்தால், அரை. இதனை இவ்வாறு எழுதலாம் :

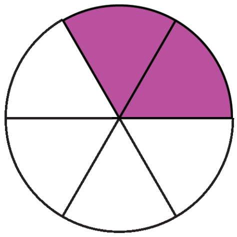
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

இது போன்று வட்டத்தை ஆறு சமபாகங்களாக்கி இரண்டு சேர்த்து வைத்தால்?

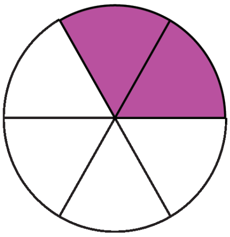
ஒரு வட்டம் வரைந்து ஆறு சமபாகங்கள் அடையாளப்படுத்தவும். ஒரு பாகத்திற்கு நிறம் கொடுக்கவும்.

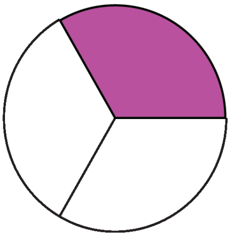


மீண்டும் ஒரு பாகத்திற்கு நிறம் கொடுக்கவும்:



இப்போது வட்டத்தின் $\frac{2}{6}$ பாகத்திற்கு நிறம் கொடுத்துள்ளோம். $\frac{2}{6}$ என்பது, $\frac{1}{3}$ இன் வேறொரு வடிவமல்லவா?





இதனையும் ஒரே தொகையாக எழுதலாம்:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

இனி வட்டத்தை எட்டு சமபாகங்களாக்கி அதில் இரண்டு சேர்த்து வைத்தால் மொத்தம் எத்தனை பாகம் என மனக்கணக்காகக் கூறுங்கள்.

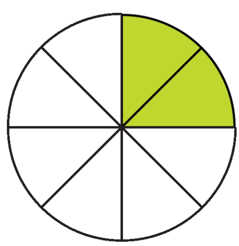
8 சமபாகங்களில் 2 எடுத்தால் $\frac{2}{8}$; மேலும்,

$$\frac{2}{8}=\frac{1\times 2}{4\times 2}=\frac{1}{4}$$

என எழுதலாம்; அப்போது

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

படம் வரைந்து நிறம் கொடுங்கள் :



வட்டத்தின் $\frac{1}{8}$ பாகமும் $\frac{3}{8}$ பாகமும் சேர்த்து வைத்தால் எத்தனை பாகமாகும்?

8 சமபாகங்களாக்கியதில் $1 + 3 = 4$ பாகங்கள் எடுத்துள்ளோம்.

அதாவது $\frac{4}{8}$ இதில் பகுதியையும், தொகுதியையும் சிறியதாக்கலாமல்லவா?:

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

பாதியும், பாதியில் பாதியும்

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=1$$

....

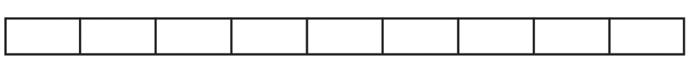
....

....

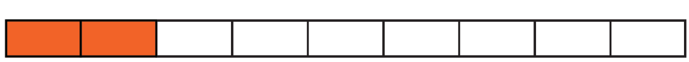
கூடுதலாகச் சில வரிகள் எழுதிப் பாருங்கள்.

வட்டத்தின் பாகங்களுக்கு நிறம் கொடுத்து இந்தத் தொகையின் படம் வரைந்து பாருங்கள்.

நீளமுள்ள ஒரு நாடா எடுத்து அதில் 9 சமபாகங்கள் அடையாளப்படுத்துங்கள்:



இதில் 2 பாகங்களுக்கு நிறம் கொடுங்கள்.



மேலும் 4 பாகங்களுக்கு நிறம் கொடுங்கள்.

இப்போது 2 + 4 = 6 பாகத்திற்கு நிறம் கொடுத்துள்ளோம்.

வேறொரு முறையில் கூறினால்: முதலில் நிறம் கொடுத்தது நாடாவின் $\frac{2}{9}$ பாகம்; இரண்டாவது நிறம் கொடுத்தது நாடாவின் $\frac{4}{9}$ பாகம்; மொத்தம் நிறம் கொடுத்தது $\frac{6}{9}$ பாகம்.

இதனைப் பின்ன எண்களின் தொகையாக எழுதுவோம்:

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9}$$

இதில் $\frac{6}{9}$ ஐ எளிய வடிவில் எழுதலாமா?

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

அதாவது,

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்:

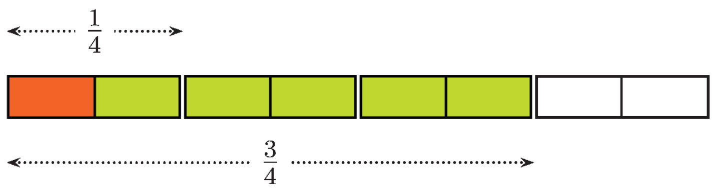
சிவப்பு நிறம் கொடுத்திருப்பது படத்தின் எத்தனை பாகத்திற்கு?

பச்சை நிறமோ?

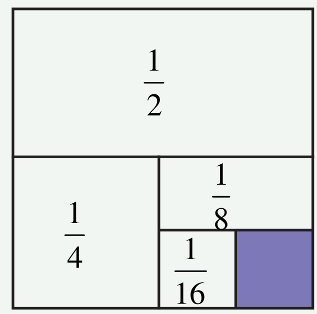
மொத்தம் நிறம் கொடுத்திருப்பது எத்தனை பாகத்திற்கு?

இதிலிருந்து கிடைக்கும் பின்ன எண்களின் தொகை என்ன?

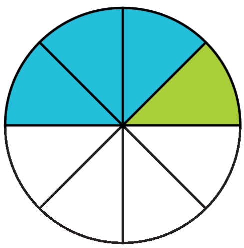
$$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



படத்தில் ஒரு சதுரத்தைப் பல்வேறு பாகங்களாக்கியதைப் பார்த்தீர்களல்லவா. நிறம் கொடுக்காதது சதுரத்தின் எத்தனை பாகம்? படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள பின்ன எண்களைக் கூட்டாமல் விடை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



இது போன்று கீழே கொடுத்துள்ள படங்களில் வெவ்வேறு நிறம் கொடுத்த பாகங்களையும் மொத்தம் நிறம் கொடுத்திருக்கும் பாகத்தையும் பின்ன எண்களாக எழுதுங்கள். ஒவ்வொரு படத்திலிருந்தும் கிடைக்கும் பின்ன எண்களின் தொகையை எளிய வடிவத்தில் எழுதுங்கள்:

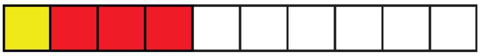


நிறம் ___ பாகம்

நிறம் ___ பாகம்

தொகை ___ பாகம்

___ + ___ = ___ = ___

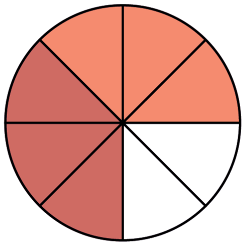


நிறம் ___ பாகம்

நிறம் ___ பாகம்

தொகை ___ பாகம்

___ + ___ = ___ = ___

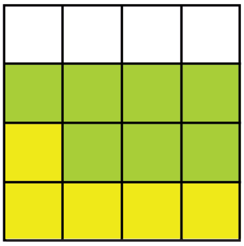


நிறம் ___ பாகம்

நிறம் ___ பாகம்

தொகை ___ பாகம்

___ + ___ = ___ = ___



நிறம் ___ பாகம்

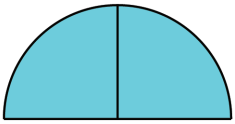
நிறம் ___ பாகம்

தொகை ___ பாகம்

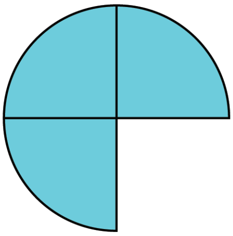
___ + ___ = ___ = ___

பின்னங்களின் கூட்டல்

ஒரு வட்டத்தை நான்கு சமபாகங்களாக்கி அதில் இரண்டு துண்டுகள் சேர்த்து வைத்தால் பாதி வட்டம் கிடைக்கும்:



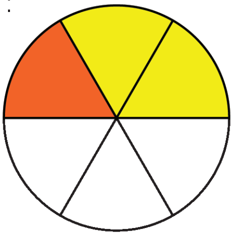
இன்னொரு துண்டு கூட சேர்த்து வைத்தாலோ?



முக்கால் வட்டமானது, அதாவது பாதியும், காலும் சேர்ந்தால் முக்கால்:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

இனி இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள் :



வட்டத்தை 6 சமபாகங்களாக்கி, அதில் 2 பாகத்திற்கு மஞ்சள் நிறமும் 1 பாகத்திற்குச் சிவப்பு நிறமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மொத்தம் நிறம் கொடுத்தது $1 + 2$ பாகம். இதனைப் பின்ன எண்களின் தொகையாக எவ்வாறு எழுதலாம்?

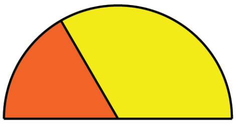
$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

இதில்

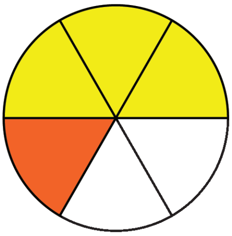
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

இவ்வாறு எளிய வடிவத்தில் எழுதலாமல்லவா? அப்போது

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$



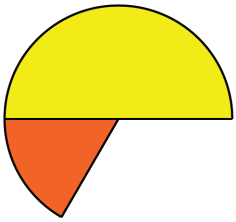
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து கிடைக்கும் தொகை என்ன?



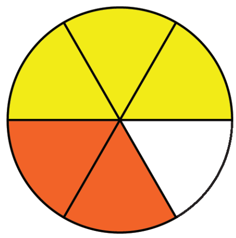
$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ என்றும், $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ எனச் சுருக்கினால் இதனை இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$



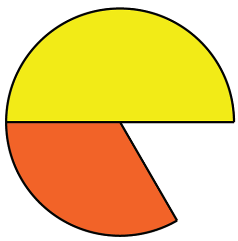
படம் இவ்வாறு ஆனால்?



$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$\frac{3}{6}, \frac{2}{6}$ இவற்றைச் சுருங்கிய வடிவத்தில் எழுதினால், இது இவ்வாறு ஆகும்.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$



இனி வட்டத்தின் $\frac{1}{4}$ பாகமும், $\frac{3}{8}$ பாகமும் சேர்த்து வைத்தால் எத்தனை பாகமாகும் எனப் படம் வரையாமல் சிந்தித்துப் பார்ப்போம்:

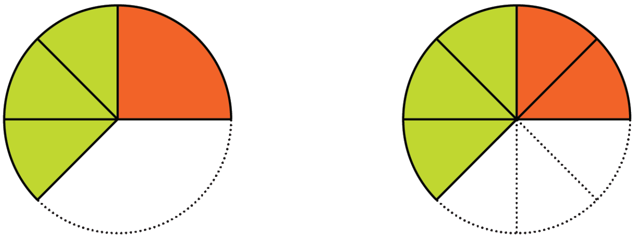
துண்டுகளெல்லாம் ஒரே போலிருந்தால் சீக்கிரம் கூட்டலாம். இதில் பெரிய துண்டான $\frac{1}{4}$ பாகம், 8 சமபாகங்களில் 2 சேர்த்ததாகப் பார்ப்போமானால்?

$\frac{3}{8}$ என்பது இதுபோன்று 3 பாகங்கள் சேர்ந்ததாகும்.

அப்போது 8 சமபாகங்களாக்கியதில் மொத்தம் $2 + 3 = 5$ பாகம்; அதாவது $\frac{5}{8}$.

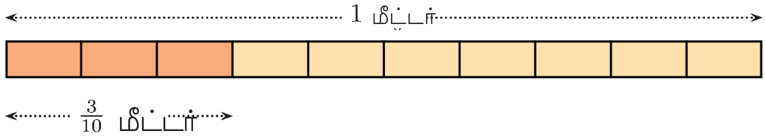
$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

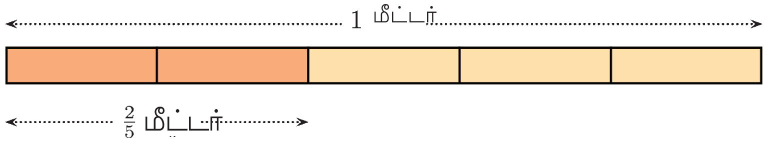
இக்கருத்தைப் படம் வரைந்து பார்ப்போம்:



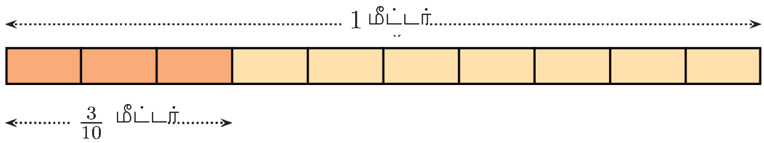
வேறொரு கணக்கு: $\frac{3}{10}$ மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு நாடாவை $\frac{2}{5}$ மீட்டர் நீளமுள்ள மற்றொரு நாடாவின் முனையோடு சேர்த்து வைத்தால் மொத்தம் எத்தனை மீட்டர் கிடைக்கும்?

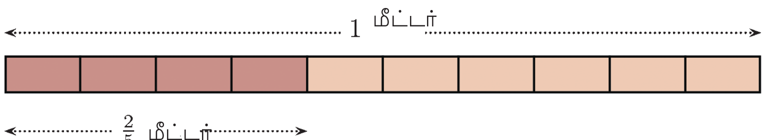
$\frac{3}{10}$ மீட்டரை ஒரு மீட்டரின் 10 சமபாகங்களில் 3 பாகம் எனவும், $\frac{2}{5}$ மீட்டரை, ஒரு மீட்டரின் 5 சமபாகங்களில் 2 பாகமாகவும் எடுத்தால் இந்த பாகங்கள் சமமானவை அல்ல.





$\frac{2}{5}$ மீட்டரை ஒரு மீட்டரின் 10 சமபாகங்களில் 4 பாகம் எனவும் எடுக்கலாமல்லவா :





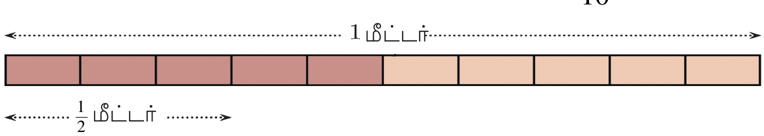
மொத்தம் இதுபோன்று 4 + 3 = 7 சமபாகங்களானது. அதாவது $\frac{7}{10}$ மீட்டர்.

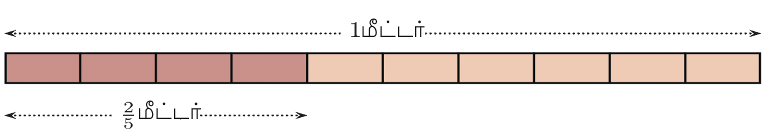
$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$\frac{1}{2}$ மீட்டரையும் $\frac{2}{5}$ மீட்டரையும் சேர்த்து வைத்தாலோ?

$\frac{2}{5}$ மீட்டரை 1 மீட்டரின் 10 சமபாகங்களில் 4 பகுதி என எழுதலாம்; $\frac{1}{2}$ மீட்டர் என்றால்?

ஒரு மீட்டரின் 10 சமபாகங்களில் 5 பாகம் எடுத்தால் $\frac{1}{2}$ மீட்டராகுமல்லவா. அப்போது இதுபோன்ற பாகங்கள் மொத்தம் 4 + 5 = 9 பாகம். அதாவது $\frac{9}{10}$ மீட்டர்.





$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$$

இங்கே நாம் காணும் பொதுவான முறை என்ன?

இரண்டு பின்னங்களின் தொகையைக் கணக்கிட அவற்றை ஒரே பகுதியாக வருமாறு மாற்ற வேண்டும்.

இதன் மூலம், $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?

முதலில் இதனை ஒரே பகுதியுள்ள வடிவத்திலாக்க வேண்டும்.

$\frac{1}{3}$ பல்வேறு வடிவங்கள் பகுதி 3இன் மடங்குகளாகும்.

$\frac{2}{5}$இன் பல்வேறு வடிவங்கள் பகுதி 5இன் மடங்குகளாகும்.

அப்படியானால் ஒரே பகுதியாக்க 3-ஐயும், 5-ஐயும் மடங்குகளாக்க வேண்டும்.

அதற்கு $3 \times 5 = 15$ எடுத்தால் போதுமல்லவா?

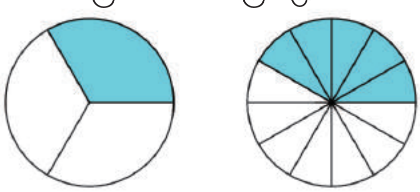
$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

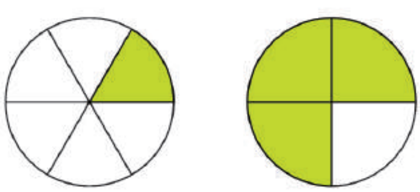
இனி, தொகையைக் கண்டுபிடிப்போம்:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

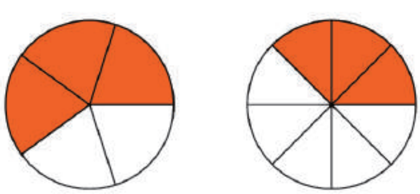
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் இரண்டு வட்டங்களிலும் நிறம் கொடுத்த பாகங்களை வெட்டி எடுத்துச் சேர்த்து வைத்தால் ஒரு வட்டத்தின் எத்தனை பாகம் கிடைக்கும்? கணக்குகிடுங்கள்:



□ + □ = □ + □ = □ = □



□ + □ = □ + □ = □ = □



□ + □ = □ + □ = □ = □

- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்னங்களின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

- $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$
- $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$

வேறு சில கூட்டல்கள்

ஒரு பாத்திரத்தில் முக்கால் லிட்டர் பால் உள்ளது. அதில் அரைலிட்டர் பால் கூட ஊற்றினால் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர்?

அரைலிட்டர் ஊற்றியது கால் லிட்டர் வீதம் இரண்டு தடவை எனக் கொள்வோம். முதல் கால் லிட்டர் ஊற்றியபோது ஒரு லிட்டரானது (முக்காலும் காலும்). மீண்டும் கால் லிட்டர் ஊற்றிய போது?

ஒன்றே கால் லிட்டர்.

இதனைப் பின்ன எண்களின் தொகையாக எழுதினால்?

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}=1\frac{1}{4}$$

முன்னர் பகுதியைச் சமமாக்கி கூட்டியது போல் இதனைச் செய்து பார்ப்போம்

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$$

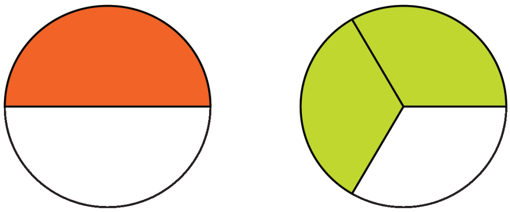
$\frac{5}{4}$ என்பது, $1\frac{1}{4}$ இன் வேறொரு வடிவம் என முன்னர் கண்டோமல்லவா. அப்போது எவ்வாறு கூட்டினாலும் சரியே.

முக்கால் லிட்டருடன் முக்கால் லிட்டர் சேர்த்தால்?

முக்காலும் காலும், ஒன்று. இனி கூட்ட வேண்டியது அரை. மொத்தம் ஒன்றரை லிட்டர்

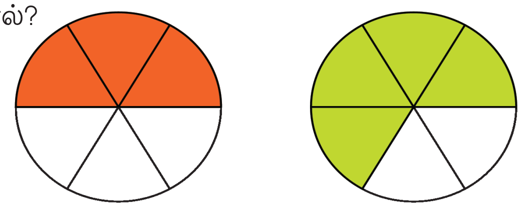
$$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$$

ஒரே அளவுள்ள இரண்டு வட்டங்கள் வரைந்து ஒரு வட்டத்தின் பாதிக்கும் அடுத்த வட்டத்தின் மூன்றில் இரண்டு பாகத்திற்கும் நிறம் கொடுங்கள்.

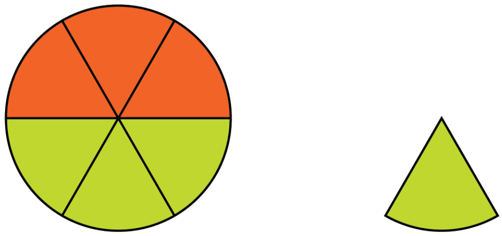


நிறம் கொடுத்த பாகங்களை வெட்டி எடுத்துச் சேர்த்து வைத்தாலோ? ஒரு வட்டத்தை விடக் கூடுதலல்லவா?

இவ்வாறு துண்டுகளாக்கினால்?



துண்டுகளைச் சேர்த்து ஒரு முழு வட்டமும் மீதமுள்ள ஒரு பாகமாகவும் மாற்றலாம் அல்லவா?



இதன் கணக்கை எழுதிப் பார்ப்போம்:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

- வேறொரு கணக்கு. அனுவிற்கும், அனுவின் அப்பாவிற்கும் சட்டைத் துணி வாங்க வேண்டும். அனுவிற்கு ஒன்றரை மீட்டர், அப்பாவிற்கு இரண்டேகால் மீட்டர். ஒரே துணியாக வாங்குவதென்றால் மொத்தம் எத்தனை மீட்டர் வாங்க வேண்டும்?

  ஒன்றும், இரண்டும் மூன்று. அரையும் காலும் முக்கால் மொத்தம் மூன்றே முக்கால் மீட்டர் எனக் கணக்கிடலாம். அவ்வாறெனில்

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right) = (1 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

  வேறு முறையிலும் கூட்டலாம்.

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \qquad 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

  என எழுதினால்

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} = \frac{(3\times4)+3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

- ஒரு பாத்திரத்தில் ஒன்றரை லிட்டர் பாலும், வேறொரு பாத்திரத்தில் இரண்டேகால் லிட்டர் பாலும் உள்ளது. இரண்டு பாத்திரங்களிலும் சேர்த்து மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் பால் உள்ளது?
- ஒன்றரை மீட்டர் நீளமுள்ள இரண்டு கயிறுகளின் முனைகளைச் சேர்த்து வைத்தால் கயிற்றின் மொத்த நீளமென்ன?
- சரளா ஒன்றரை கிலோகிராம் பயறும் முக்கால் கிலோகிராம் சேனையும் வாங்கினால் மொத்த எடை என்ன?
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்னங்களின் தொகை காண்க.

  - $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$
  - $\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$
  - $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$
  - $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$
  - $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$

கழிப்பது எவ்வாறு?

முக்கால் மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கம்பியிலிருந்து கால்மீட்டர் வெட்டி எடுத்தால் மீதியுள்ள கம்பியின் நீளம் எவ்வளவு?

முக்கால் மீட்டர் என்பது அரைமீட்டரும் கால்மீட்டரும் சேர்ந்தல்லவா. அதிலிருந்து கால் மீட்டர் மாற்றினால் மீதி அரைமீட்டர், இதனை இவ்வாறு எழுதலாம்/

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

பின்ன எண்களைக் கூட்டியது போல் இதனைக் கழிக்கவும் செய்யலாம்:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

முக்கால் மீட்டர் கம்பியிலிருந்து அரைமீட்டர் வெட்டி மாற்றினால் மீதி கால் மீட்டர்

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

கூட்டலில் செய்தது போன்று இதையும் பகுதியைச் சமமாக்கிச் செய்யலாம்:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

அரை மீட்டரிலிருந்து மூன்றில் ஒன்று மீட்டர் வெட்டி மாற்றினால்?

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பகுதியைச் சமமாக்கி செய்து பார்ப்போம்:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

அதாவது மீதியுள்ளது $\frac{1}{6}$ மீட்டர்

ஒவ்வொரு சதுரங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 என்ற எண்களில் ஒரு எண் வீதம் சதுரங்களில் எழுதிப் பாருங்கள். இவ்வாறு எத்தனை வேறுபட்ட முறைகளில் எழுதலாம். சதுரத்தில் எண்கள் திரும்பத் திரும்ப எழுதாமல் எத்தனை முறை களில் எழுதலாம்?

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$$

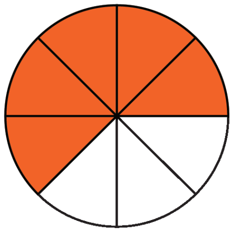
ஒரு லிட்டர் பாலிலிருந்து கால் லிட்டர் பால் எடுத்தால் மீதி எத்தனை லிட்டர்?

காலும், முக்காலும் சேர்ந்து ஒன்று என்றால், மீதி முக்கால் லிட்டர். இதனை எழுதுவதெப்படி?

$$1 - \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

இது போன்றும் செய்யலாம்: $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்:



வட்டத்தின் எத்தனை பாகங்களுக்கு நிறம் கொடுத்தோம்?

எத்தனை பாகத்திற்கு நிறம் கொடுக்க வேண்டும்?

நிறம் கொடுக்க வேண்டிய பாகத்திற்கான கணக்கை இவ்வாறு எழுதலாம்: $1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

இதனை இவ்வாறும் கணக்கிடலாம் : $1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$

வேறொரு கணக்கு ; இரண்டரை கிலோகிராம் சேனையிலிருந்து ஒன்றேகால் கிலோகிராமுள்ள துண்டு வெட்டி மாற்றினால் மீதி எத்தனை கிலோகிராம் உள்ளது?

இரண்டு கிலோகிராமிலிருந்து ஒரு கிலோகிராம் எடுத்தால் மீதி ஒரு கிலோகிராம். அரை கிலோகிராமிலிருந்து கால் கிலோகிராம் எடுத்தால் மீதி கால் கிலோகிராம். என்றால் மீதியுள்ளது ஒன்றே கால் கிலோகிராம் என மனக்கணக்காகச் செய்யலாம்.

இதனை இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right) = (2-1) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = 1\frac{1}{4}$$

வேறொரு முறையில் கணக்கிடலாம்:

$$2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

என்றும்

$$1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

எனவும் எழுதலாமல்லவா? எனவே

$$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{10}{4} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

முன்னர் செய்த துணிக் கணக்கில் அனுவிற்கு ஒன்றரை மீட்டரும் அப்பாவிற்கு இரண்டேகால் மீட்டருமல்லவா வாங்கியது. அப்பா அனுவைவிட எத்தனை மீட்டர் கூடுதல் வாங்கினார்?

இங்கே, கால்மீட்டரிலிருந்து அரைமீட்டர் கழிக்க முடியாதல்லவா? வேறொரு முறையில் சிந்திக்கலாம்:

ஒன்றரை மீட்டரோடு அரைமீட்டர் கூட்டினால் இரண்டு மீட்டராகும். மீண்டும் கால்மீட்டர் கூட்டினால் இரண்டேகால் மீட்டர். மொத்தம் கூட்டிய அரையும் காலும் முக்கால்; என்றால் முக்கால் மீட்டர் கூடுதல். அதாவது

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

மேலே குறிப்பிட்ட கருத்தை இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

வேறொரு முறையிலும் கணக்கிடலாம்.

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{9}{4} - \frac{6}{4} = \frac{3}{4}$$

- ஒன்றே முக்கால் மீட்டர் நீளமுள்ள கயிற்றிலிருந்து அரை மீட்டர் வெட்டி எடுத்தால் மீதி கயிற்றின் நீளம் என்ன?
- மூன்றரை கிலோகிராம் பூசணிக்காயிலிருந்து ஒன்றேமுக்கால் கிலோகிராம் வெட்டி எடுத்தால் மீதமுள்ளது எத்தனை கிலோகிராம்?

- அனு ஒரு வட்டம் வரைந்தாள். அதன் $\frac{5}{12}$ பாகத்திற்கு நிறம் கொடுத்தாள். இனி எத்தனை பாகத்திற்கு நிறம் கொடுக்க வேண்டும்?
- 10 லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளளவுள்ள தொட்டியில் $3\frac{3}{4}$ லிட்டர் தண்ணீர் உள்ளது. தொட்டி நிரம்ப எவ்வளவு தண்ணீர் ஊற்ற வேண்டும்?
- ஊராட்சியில் சென்ற வருடம் $14\frac{3}{4}$ கிலோமீட்டர் சாலை புதிதாக அமைத்தார்கள். இந்த வருடம் $16\frac{1}{4}$ கிலோ மீட்டர். இந்த வருடம் எத்தனை கிலோமீட்டர் கூடுதல் சாலை அமைத்தனர்.
- வினோத் 20 மீட்டர் கயிறு வாங்கினான். இதிலிருந்து முதலில் $5\frac{3}{4}$ மீட்டரும் பின்னர் $6\frac{1}{2}$ மீட்டரும் வெட்டி எடுத்தான். மீதியுள்ளது எத்தனை மீட்டர்?
- ஒரு தண்ணீர் தொட்டியில் மூன்றிலொரு பாகம் தண்ணீர் இருந்தது. 100 லிட்டர் தண்ணீர் ஊற்றியபோது பாதி நிறைந்தது. தண்ணீர் தொட்டியில் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும்?
- ஒரு தொட்டியில் தண்ணீர் நிரப்ப இரண்டு குழாய்கள் உள்ளன. முதல் குழாயை மட்டும் திறந்து வைத்தால் 10 நிமிடத்தில் தொட்டி நிரம்பும். இரண்டாவது குழாய் மட்டும் திறந்து வைத்தால் தொட்டியை நிரப்ப 15 நிமிடம் வேண்டும்.
    - முதல் குழாயை மட்டும் திறந்து வைத்தால் ஒரு நிமிடத்தில் தொட்டியின் எவ்வளவு பாகம் நிறையும்?
    - இரண்டாவது குழாய் மட்டும் திறந்து வைத்தால் ஒரு நிமிடத்தில் தொட்டியின் எவ்வளவு பாகம் நிறையும்?
    - இரண்டு குழாய்களும் திறந்து வைத்தால் ஒரு நிமிடத்தில் தொட்டியின் எவ்வளவு பாகம் நிறையும்?
    - இரண்டு குழாய்களும் திறந்து வைத்தால் எத்தனை நிமிடத்தில் தொட்டி நிறையும்?
    - பால் விற்பனை சங்கத்தில் காலையில் $75\frac{1}{4}$ லிட்டரும் மாலையில் $55\frac{1}{4}$ லிட்டரும் பால் கிடைத்தது. இதில் $15\frac{1}{4}$ லிட்டர் விற்பனையானது மீதியுள்ளது எத்தனை லிட்டர்?

மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியரின் உதவியுடன் இயலும்	இன்னும் மேம்பட வேண்டியுள்ளது
• ஒரு பின்னஎண்ணின் பல வடிவங்கள் கண்டுபிடிக்க இயல்கிறது.			
• ஒரு பின்னஎண்ணின் பல வடிவங்களைக் கண்டுபிடிக்கும் வழி முறைகள் உருவாக்குவதோடு விளக்கமும் கொடுக்க இயல்கிறது.			
• ஒரு பின்னஎண்ணின் எளிய வடிவம் கண்டுபிடிக்க இயல்கிறது.			
• படங்கள், நடைமுறைச் சந்தர்பங்களின் உதவியால் ஒரு பின்ன எண்ணின் தொகையை விளக்க இயல்கிறது.			
• வெவ்வேறு பகுதிகளாலான பின்னஎண்களின் பகுதிகளை ஒன்று போல் ஆக்கி தொகைகள் கண்டு பிடிக்கவும் நடைமுறைப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாணவும் இயல்கிறது.			
• பகுதிகளை ஒன்றுபோல் ஆக்கி பின்னஎண்களின் வேறுபாடுகள் கண்டுபிடிக்கவும் நடைமுறைப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாண வும் இயல்கிறது.			

9

படங்களைப் படிப்போம்

வினாடிவினாப் போட்டி

கணித மன்றத்தின் சார்பில் நடைபெற்ற வினாடிவினாப் போட்டியில் கலந்து கொண்ட குழுக்களுக்குக் கிடைத்த புள்ளிகளைப் போட்டி நடத்துபவர் அடையாளப்படுத்துவதைக் கல்யாணி ஆர்வத்துடன் பார்த்துக் கொண்டிருந்தாள்.

"ஒவ்வொரு குழுக்களிடமும் கேட்கின்ற வினாவிற்கு அவர்கள் சரியான பதிலைச் சொன்னால் நட்சத்திர அடையாளமும் (★) விடை தெரியாமல் கேள்வி அடுத்த குழுவிற்குச் சென்று அந்தக் குழுவினர் விடையைக் கூறினால் முக்கோண அடையாளமும் (▲) கொடுக்கிறார்."

"இந்த முறை நன்றாக இருக்கிறதே?" கல்யாணி சிந்தித்தாள்.

போட்டியின் முடிவில் கிடைத்த புள்ளிகளைப் பாருங்கள்.

குழு	புள்ளிகள்	மொத்த புள்ளிகள்
A	★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲ ▲	
B	★ ★ ★ ▲ ▲	
C	★ ★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲	
D	★ ★ ▲ ▲ ▲	

இந்தப் போட்டியில் யார் வெற்றி பெற்றார்? கல்யாணிக்கு ஒன்றுமே புரியவில்லை.

"★ க்கு 10 புள்ளிகளும் ▲ க்கு 5 புள்ளிகளும் கிடைக்கும் என்றார் போட்டி நடத்துபவர்.

"சார் மொத்தப்புள்ளிகளை நான் கூறுகிறேன்." கல்யாணி எழும்பி நின்றாள்.

ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் கிடைத்த மொத்த புள்ளிகளைக் கல்யாணி எப்படிக் கண்டுபிடித்தாள்?

குழு A க்கு 4 ★ உம் 4 ▲ உம் கிடைத்தன.

4 ★ க்கு கிடைத்த புள்ளிகள் = $4 \times 10 = 40$

4 ▲ க்கு கிடைத்த புள்ளிகள் = $4 \times 5 = 20$

குழு A க்கு கிடைத்த மொத்த புள்ளிகள் = $40 + 20 = 60$

டாலி அடையாளம்

முன்னர் கோடுகளை உபயோகித்து எண்ணிக்கையை அடையாளப்படுத்தினார்கள்.

| - 1

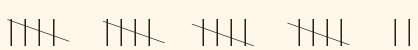
|| - 2

||| - 3

|||| - 4

||||| - 5

எண்கள் பெரிதாகும்போது எளிதில் தெரியவும், எண்ணவும் ஐந்தின் கூட்டங்களாக மாற்றலாம். எடுத்துக் காட்டாக 23ஐ இப்படி எழுதலம்.



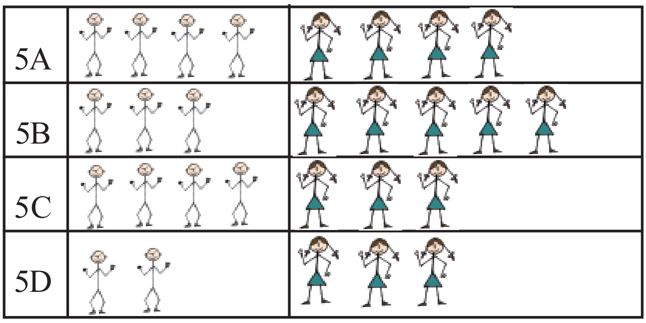
வினாடிவினாப் போட்டியில் இந்த முறையில் புள்ளிகளை அடையாளப் படுத்துவது நீங்கள் கவனித்திருப் பீர்கள் அல்லவா! இதுபோன்று கோடு களைப் பயன்படுத்தி அடையாளப் படுத்துவது டாலி அடையாளம் (Tally Marks) ஆகும்.

இதைப்போன்று மற்ற குழுக்களுக்குக் கிடைத்த புள்ளிகளைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

வினாடிவினாப் போட்டியில் வெற்றிபெற்ற குழு எது? ______

ஐந்தாம் வகுப்பில் எத்தனை மாணவர்கள்?

ஒரு பள்ளியில் ஐந்தாம் வகுப்பில் மாணவ மாணவியர்களின் எண்ணிக்கை பிரிவு வாரியாகப் படவிளக்கம் செய்யப்பட்டுள்ளதைப் பாருங்கள்.

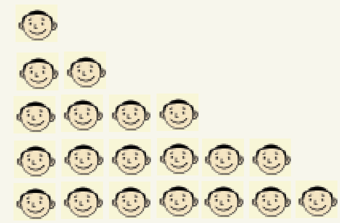


- 5 மாணவர்கள்

- 5 மாணவிகள்

படமும் விளக்கமும்

வெவ்வேறு ஆண்டுகளில் உலக மக்கள் தொகை இந்தப் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



இதில் ஒரு மனிதனின் படம் 100 கோடி மக்கள் தொகையைக் குறிக்கும். இப்படிச் செய்வதனால் ஒப்புமைப் படுத்துதல் மிக எளிமையாகிறது.

எந்த வகுப்பில் மாணவிகள் அதிகம்? அந்த வகுப்பில் எத்தனை மாணவிகள் உள்ளனர்?

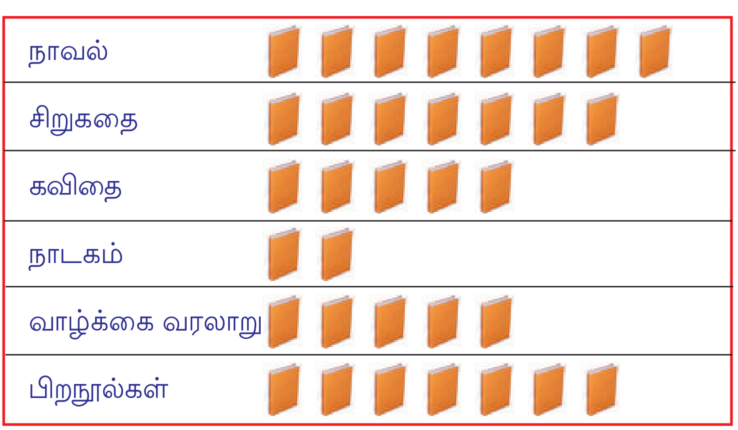
5C வகுப்பில் எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்? எத்தனை மாணவிகள்?

ஒவ்வொரு பிரிவிலும் எத்தனை மாணவ, மாணவிகள் உள்ளனர்?

மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை விட மாணவிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை எவ்வளவு அதிகம்?

பள்ளி நூலகம்

ஊராட்சி நடுநிலைப்பள்ளி நூலகத்தில் உள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை தகவல் பலகையில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.



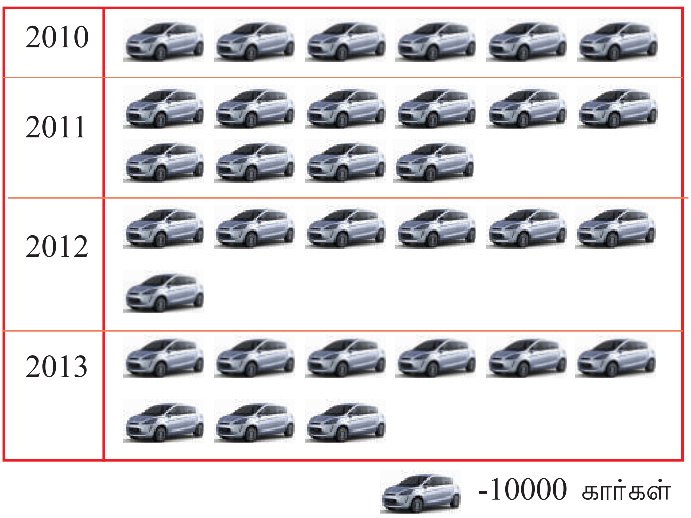
- 100 புத்தகங்கள்

எந்தப் பிரிவில் அதிகப் புத்தகங்கள் உள்ளன?

நூலகத்தில் மொத்தம் எத்தனை புத்தகங்கள் உள்ளன?

எத்தனை கார்கள்?

ஒரு தொழிற்சாலையில் 2010 முதல் 2013 வரை உற்பத்தியான கார்களின் எண்ணிக்கை படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



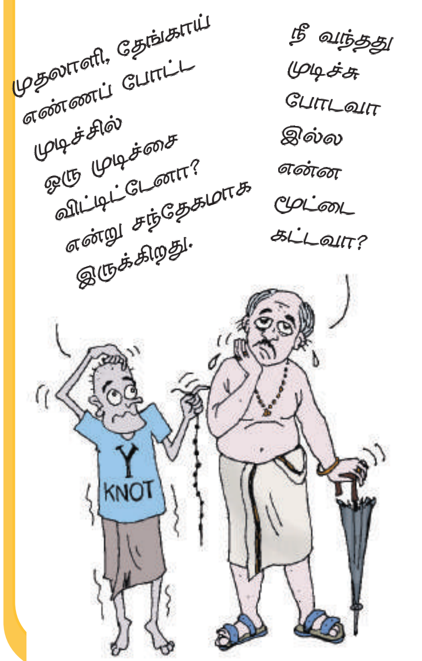
கார்கள் மிக அதிகமாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட வருடம் எது? அந்த ஆண்டு உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

2011ஐ விட 2013-இல் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு கூடுதல் ?

இந்தச் சூழ்நிலைகளில் எண்ணிக்கையைக் குறித்த விவரங்களைப் பொருத்தமான படங்களைப் பயன் படுத்திக் காட்டியிருக்கிறார்கள். இவ்வாறு எண்ணிக்கை பற்றிய விவரங்களை, படங்களைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிடுகின்ற முறையைப் படவரை படம் (Pictograph) அல்லது படவிளக்கப் படம் (Pictogram) என்பர். பெரிய எண்கள் உட்படுகின்ற விபரங்கள் படவரைபடத்தில் அடையாளப்படுத்துவது எளிமையானதாகும். எண் களைக் குறித்த விபரங்களை ஒப்புமைப்படுத்தவும் இந்த முறை எளிமையானதாகும்.

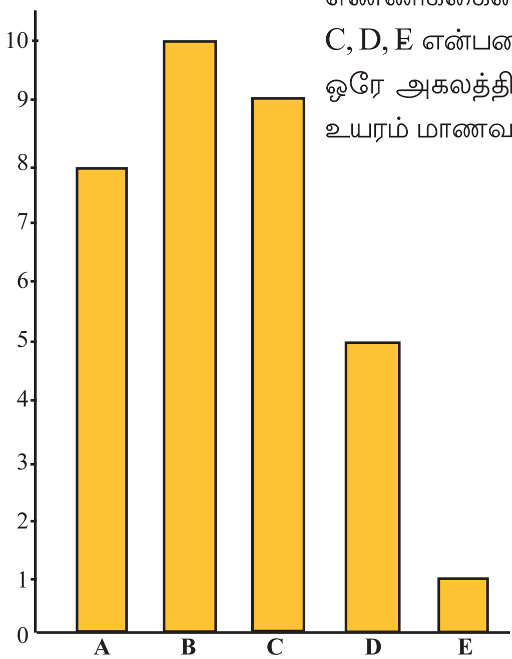
கயிறும் கணக்கும்

கயிற்றில் முடிச்சு போட்டு எண் ணிக்கைகளை அடையாளப்படுத் துகின்ற முறை பழங்காலத்தில் பல நாடுகளிலும் இருந்தது. எடுத் துக்காட்டாக நமது நாட்டில் பல இடங்களிலும் தேங்காய் எண்ணும் போது 100 தேங்காய்களுக்கு ஒரு முடிச்சு என்ற முறையில் கயிற்றில் அடையாளப்படுத்துவார்கள். எண்களைப் பற்றியுள்ள எராளமான விவரங்களைப் பற்பல கயிற்றில் ஒன்றாகக் கட்டி பாதுகாக்கின்ற முறை 13ஆம் நூற்றாண்டில் தென் அமெரிக்காவில் வாழ்ந்து வந்த இன்கா வம்சாவழியினர் கடைபி டித்து வந்தனர். ஹீபு என்பது இப் படிப்பட்ட கயிறுகளின் பெயர்.



வேறு ஒரு படவிளக்கம்

ஒரு வகுப்பில் அரையாண்டுத் தேர்வுக்குக் கணிதப் பாடத்தில் கிடைத்த தரங்களின் எண்ணிக்கை படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலிருந்து கீழே உள்ள கோட்டில் குறிப்பிட்ட அகலத்தில் 1, 2, 3, 4, ... அடையாளப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இவை மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். கீழே உள்ள கிடைக்கோட்டில் A, B, C, D, E என்பன தரத்தைக் குறிக்கும். ஒவ்வொரு தரத்திற்கும் மேலே ஒரே அகலத்தில் செவ்வகம் வரையப்பட்டுள்ளது. செவ்வகத்தின் உயரம் மாணவர் களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.



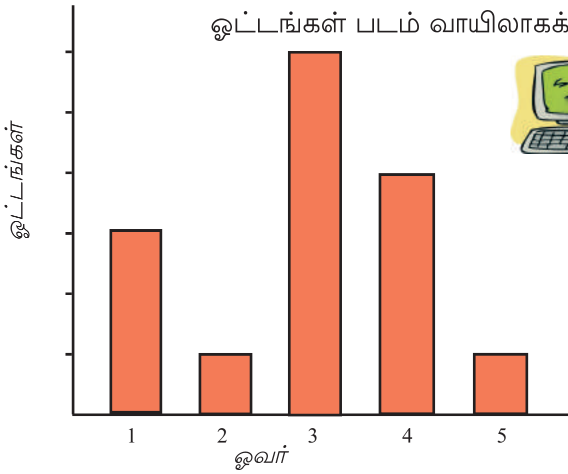
படத்தைப் பார்த்து அட்டவணையை நிரப்புங்கள்.

தரம்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
A	....
B	....
C	9
D	....
E	....

இவ்வாறு எண்களைப் பற்றிய விவரங் களைச் செவ்வகங்களை உபயோகித்து குறிப்பிடும் முறையைப் பட்டை வரைபடம் (Bar Graph) அல்லது பட்டை விளக்கப்படம் (Bar Diagram) என்று கூறுவர்.

கிரிக்கெட் போட்டி

- ஒரு கிரிக்கெட் போட்டியில் முதல் 5 ஓவர்களில் இந்திய அணிக்குக் கிடைத்த ஓட்டங்கள் படம் வாயிலாகக் குறிப்பிட்டுள்ளதைப் பாருங்கள்.



அதிகமான ஓட்டங்கள் கிடைத்தது எந்த ஓவரில்?

முதல் மூன்று ஓவர்களில் மொத்தம் எத்தனை ஓட்டங்கள் கிடைத்தன?

முதல் ஐந்து ஓவர்களில் மொத்தம் எத்தனை ஓட்டங்கள் கிடைத்தன?

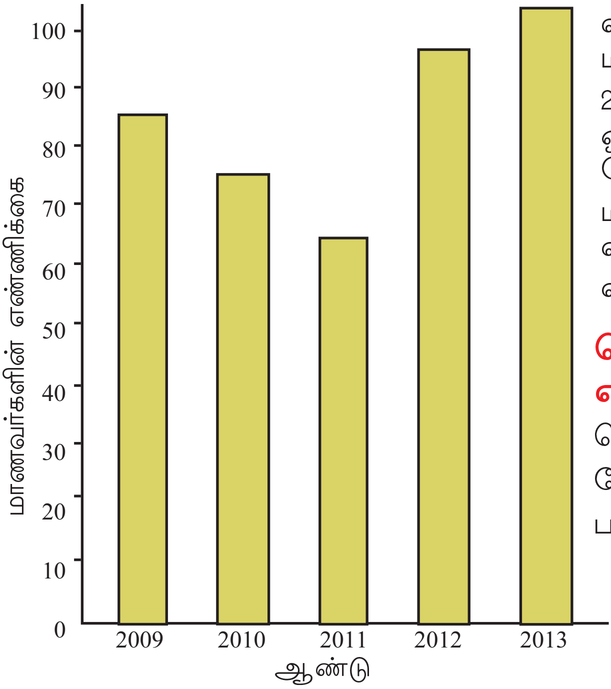
செவ்வகப்பட்டை வரைபடம் கணினியில் வரைவோம்

நமக்குக் கிடைத்த அல்லது நாம் சேகரித்த விவரங்களைப் பலமுறைகளிலும் படம் மூலமாக அடையாளப்படுத்துகின்றோம். விவரங்களைப் பகுப்பாய்வு செய்ய இத்தகைய படங்கள் நமக்குப் பெரிதும் உதவி செய்கின்றன. மிக எளிமையாக ஸ்பிரட் ஷீட் மென்பொருள் உபயோ கித்து ஒரு செவ்வகப்பட்டை வரைபடம் தயாரிப்போம்.

இதற்காக Application -> Office -> OpenOffice.org Spreadsheet/LibreOffice Calc என்ற வழிமுறையில் Spreadsheet Software ஐத் திறக்கலாம். விவரங்களைப் பட்டியல் வடிவில் Spreadsheet ல் கொடுக்கவும். இந்தப் பட்டியலில் ஏதாவது ஒரு கட்டத்தில் கிளிக் செய்தபின் Insert -> Chart என்ற வரிசையில் செவ்வகப்பட்டை வரைபடம் வரையலாம்.

பள்ளிச் சேர்க்கை

- ஒரு பள்ளியில் தொடர்ந்து 5 வருடங்களில் முதலாம் வகுப்பில் சேர்ந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப் பட்டுள்ளதைப் பாருங்கள்.



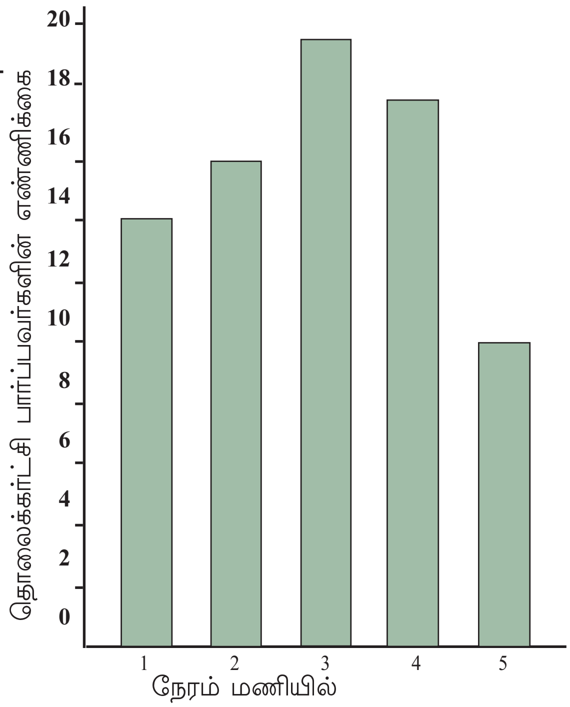
எந்த ஆண்டு முதலாம் வகுப்பில் அதிகமாக மாணவர்கள் சேர்க்கை நடைபெற்றது?

2012, 2013 ஆகிய இரு ஆண்டு களை மட்டும் ஒப்பிடுக. எந்த வருடம் மாணவர்கள் அதிகம் சேர்ந்துள்ளனர்? எவ்வளவு அதிகம்?

மிகக் குறைவான சேர்க்கை நடை பெற்றது எந்த ஆண்டு? முந்தைய ஆண்டை விட எவ்வளவு குறைவு?

தொலைக்காட்சி பார்ப்பது எவ்வளவு நேரம்?

தொலைக்காட்சி பார்ப்பது தொடர்பாகச் சேகரித்த விவரங்கள் கீழே பட்டை விளக்கப் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



- 1 மணிநேரம் மட்டும் தொலைக்காட்சி பார்ப்பவர்கள் எத்தனை பேர்? ☐
- 3 மணிநேரம் தொலைக்காட்சி பார்ப்பவர்கள் எத்தனை பேர்? ☐
- 2 மணி நேரத்திற்கும் அதிகமாகத் தொலைக்காட்சி பார்ப்பவர்கள் எத்தனை பேர்? ☐
- இதனோடு தொடர்புடைய வினாக்கள் அதிகமாகத் தயாரியுங்கள்.

மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இன்னும் மேம்பட வேண்டியுள்ளது
• படவரைபடத்தில் கூறப்பட்டுள்ள விவரங்கள் சேகரிக்கவும், தரம் பிரிக்கவும் செய்தல். • பட்டை வரைபடத்தில் கூறப்பட்ட விவரங்கள் சேகரித்தல், தரம்பிரித்தல். • வரைபடங்களை விவரித்தல், ஒப்புமைப் படுத்துதல்.			