अध्याय

12

प्रतिशतता

Percentage

'प्रतिशतता' की अवधारणा, उस भिन्न पर आधारित है जिसका हर सदैव 100 तथा अंश निर्धारित राशि/संख्या होती है। इस निर्धारित राशि/संख्या को ही 'दर' (प्रति सौ पर) कहा जाता है। प्रतिशत को सामान्यतया चिह्न '%' से निरूपित किया जाता है। **जैसे** $\frac{33}{100} = 33\%$

प्रतिशतता सम्बन्धित विशिष्ट जानकारी Special Facts Related to Percentage

प्रतिशतता पर आधारित प्रश्नों को सुगमतापूर्वक हल करने हेतु कुछ विशिष्ट जानकारी होना आवश्यक है, *जो निम्नलिखित हैं*

- किसी भी भिन्न या दशमलव भिन्न को प्रतिशत के रूप में बदलने के लिए उसमें 100 से गुणा करके प्रतिशत का चिह्न लगा देते हैं।

  जैसे $\frac{4}{25} = \frac{4}{25} \times 100\% = 16\%$
- प्रतिशत को दशमलव भिन्नं या भिन्न में परिवर्तित करने के लिए उसे 100 से भाग देकर प्रतिशत का चिह्न हटा देते हैं।

  जैसे $36\% = \frac{36}{100} = 0.36$
- x का $y\%$ ज्ञात करना $\Rightarrow x \times \frac{y}{100}$

  जैसे 5 का $20\% = \frac{5 \times 20}{100} = 1$
- x में $y\%$ की वृद्धि होने पर नई संख्या ज्ञात करना $\Rightarrow \left(\frac{100 + y}{100}\right) \times x$

  जैसे 12 में 25% की वृद्धि होने पर प्राप्त संख्या
  $= \frac{(100 + 25)}{100} \times 12 = \frac{12 \times 125}{100} = 15$
- x में $y\%$ की कमी होने पर नई संख्या ज्ञात करना $\Rightarrow \left(\frac{100 - y}{100}\right) x$

  जैसे 80 में 20% की कमी होने पर प्राप्त संख्या
  $= \frac{100 - 20}{100} \times 80 = \frac{80 \times 80}{100} = 64$

महत्त्वपूर्ण तथ्य एवं सूत्र

- यदि A की आय, B की आय से $x\%$ अधिक या $x\%$ कम हो, तो B की आय, A की आय से $\left(\frac{x}{100 + x} \times 100\right)\%$ कम या $\left(\frac{x}{100 - x} \times 100\right)\%$ अधिक होगी।
- यदि किसी वस्तु के मूल्य में $r\%$ वृद्धि या $r\%$ कमी होती है, तो उसकी माँग में $\left(\frac{r}{100 + r} \times 100\right)\%$ की कमी या $\left(\frac{r}{100 - r} \times 100\right)\%$ की वृद्धि हो जाने पर खर्च समान रहता है।
- यदि किसी संख्या में $x\%$ की वृद्धि हो जाए, तदोपरान्त $x\%$ की कमी कर दी जाए, तो उस संख्या में प्रतिशत कमी $= \left(\frac{x^2}{100}\right)\%$
- किसी संख्या में क्रमशः $x\%$ व $y\%$ का बदलाव होने पर,
  कुल बदलाव $= \left[\pm a \pm b + \frac{(\pm a)(\pm b)}{100}\right]\%$

  नोट *यहाँ वृद्धि के लिए '+' तथा कमी के लिए '–' चिह्न प्रयुक्त होता है।*
- कोई व्यक्ति अपनी आय का $x\%$ भोजन पर, शेष का $y\%$ मकान के किराये पर एवं शेष $z\%$ मनोरंजन पर खर्च करता है। यदि उसके पास शेष राशि ₹ M हो, तो व्यक्ति की आय $= \frac{M \times 100 \times 100 \times 100}{(100 - x)(100 - y)(100 - z)}$
- यदि कोई व्यक्ति अपनी आय का $x\%$ मद A पर, $y\%$ मद B पर तथा $z\%$ मद C पर व्यय करता है। इसके पश्चात् वह ₹ M बचाता है, तो व्यक्ति की आय $= \frac{M \times 100}{100 - (x + y + z)}$
- किसी वस्तु के मूल्य में $x\%$ की वृद्धि या कमी हो जाने के कारण कोई व्यक्ति ₹ y में a किग्रा वस्तु कम या अधिक खरीदता है, तो वस्तु का प्रति किग्रा बढ़ा/घटा हुआ मूल्य $= \frac{xy}{100 \times a}$

  प्रारम्भिक मूल्य $= \frac{xy}{(100 \pm x)a}$
- माना किसी नगर की वर्तमान जनसंख्या P है तथा जनसंख्या में $r\%$ की वार्षिक वृद्धि होती है, तब

  (i) n वर्ष पश्चात् नगर की जनसंख्या $= P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

  (ii) n वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या $= \frac{P}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n}$

  नोट *यदि नगर की जनसंख्या में कमी हो रही हो, तो उपरोक्त सूत्रों में $r\%$ के स्थान पर $-r\%$ रखते हैं।*

www.classroomtest.in

साधित उदाहरण

1. यदि 24 का $x\% = 64$ हो, तो x का मान है

(1) $133\frac{1}{3}$ (2) $37\frac{1}{2}$ (3) $2\frac{2}{3}$ (4) $266\frac{2}{3}$

(5) $4\frac{3}{7}$

हल *(4)* 24 का $x\% = 64 \Rightarrow \frac{24 \times x}{100} = 64 \quad \therefore x = \frac{64 \times 100}{24} = 266\frac{2}{3}\%$

2. 2 कुन्तल, 2.5 किग्रा का कितने प्रतिशत है?

(1) 0.8 (2) 800 (3) 8000 (4) 80000

(5) इनमें से कोई नहीं

हल *(3)* 2.5 किग्रा का $x\% = 2$ कुन्तल

$\Rightarrow \quad 2.5 \times \frac{x}{100} = 200 \quad \Rightarrow x = \frac{200 \times 100}{2.5}$

$\therefore \quad x = 8000\%$

3. A की आय, B की आय से 10% अधिक है, तो B की आय, A की आय से कितने प्रतिशत कम होगी?

(1) $11\frac{1}{9}$ (2) $9\frac{1}{11}$ (3) $33\frac{1}{3}$ (4) $66\frac{2}{3}$

(5) $17\frac{1}{3}$

हल *(2)* $\because$ A की आय, B की आय से 10% अधिक है।

$\therefore$ B की आय, A की आय से कम होगी

$$= \left(\frac{10}{100+10} \times 100\right) = \frac{1000}{110} = 9\frac{1}{11}\%$$

4. नीलम अपनी कुल आय का 20% मकान के किराये पर तथा शेष का 70% घरेलू मदों पर खर्च करती है। यदि वह ₹3600 की बचत करती है, तो उसकी कुल आय कितनी है?

(1) ₹15000 (2) ₹10500 (3) ₹10050 (4) ₹10000

(5) ₹7000

हल *(1)* अभीष्ट आय $= \frac{3600 \times 100 \times 100}{(100-20)(100-70)}$

$= \frac{3600 \times 100 \times 100}{80 \times 30}$

$=$ ₹15000

5. चीनी के भाव में 20% कमी हो जाने के कारण ₹80 में 2 किग्रा चीनी अधिक प्राप्त होती है। चीनी के भाव में कमी होने से पहले चीनी का भाव प्रति किग्रा क्या था?

(1) ₹8 (2) ₹10 (3) ₹12 (4) ₹14

(5) ₹18

हल *(2)* चीनी का प्रारम्भिक मूल्य $= \frac{xy}{(100-x)a} = \frac{80 \times 20}{(100-20) \times 2}$

$=$ ₹10 प्रति किग्रा

6. एक कस्बे की जनसंख्या पहले वर्ष 12% बढ़ती है तथा दूसरे वर्ष 10% कम होती है। यदि उसकी वर्तमान जनसंख्या 50400 हो, तो 2 वर्ष पहले यह कितनी थी?

(1) 10000 (2) 1500 (3) 20000 (4) 25000

(5) 50000

हल *(6)* माना कस्बे की प्रारम्भिक जनसंख्या $= x$

प्रथम वर्ष के अन्त में कस्बे की जनसंख्या

$$= x\left(1 + \frac{12}{100}\right)^1 = x\left(\frac{28}{25}\right) = \frac{28x}{25}$$

दूसरे वर्ष के अन्त में कस्बे की जनसंख्या

$$= \frac{28x}{25}\left(1 - \frac{10}{100}\right) = \frac{28x}{25} \times \frac{9}{10} = \frac{126x}{125}$$

प्रश्नानुसार, $\frac{126x}{125} = 50400$

$\therefore \quad x = \frac{50400 \times 125}{126} = 50000$

अभ्यास प्रश्न

1. $3\frac{4}{7}$ का 63% बराबर है

(1) 2.25 (2) 2.40 (3) 2.50

(4) 2.75 (5) 2

2. $14185.2986 \div 199.54 + 210$ का 15% बराबर है

(1) 120.95 (2) 102.95 (3) 102.59

(4) 120.59 (5) 120

3. यदि x का $7\frac{1}{2}\% = 150$ हो, तो x का मान है

(1) 4000 (2) 2000

(3) 3000 (4) 2500

(5) इनमें से कोई नहीं

4. यदि 30 का 35% = (x का 25%) + 1 हो, तो x का मान है

(1) 28 (2) 38 (3) 42

(4) 32 (5) 48

5. 5% का 8% कितने प्रतिशत है?

(1) 160 (2) 150

(3) 115 (4) 130

(5) 140

6. 0.035 बराबर है

(1) 0.35% (2) 35% (3) 3.5%

(4) 49.5% (5) 4.9%

7. यदि 24 का $x\% = 64$ हो, तो x का मान है

(1) $133\frac{1}{3}$ (2) $37\frac{1}{2}$ (3) $2\frac{2}{3}\%$

(4) $66\frac{2}{3}$ (5) $266\frac{2}{3}$

8. 2 क्विन्टल, 2.5 किग्रा का कितने प्रतिशत है?

(1) 0.8% (2) 800% (3) 8000%

(4) 80 (5) इनमें से कोई नहीं

9. यदि y का 90% = x हो, तो x का कितने प्रतिशत y होगा?

(1) 101.1% (2) 190% (3) 90%

(4) 111.1% (5) 100.1%

10. यदि x का 8% = y का 4% हो, तो x का 20% क्या है?

(1) y का 10% (2) y का 16%

(3) y का 80% (4) y का 20%

(5) इनमें से कोई नहीं

www.classroomnotes.in

11. 70 का 4/5 भाग, 112 का 5/7 भाग एक-दूसरे से कितने प्रतिशत कम है?
(1) 42% (2) 30% (3) 24%
(4) 36% (5) 40%

12. किसी परीक्षा में 70% परीक्षार्थी अंग्रेजी में तथा 80% परीक्षार्थी गणित में उत्तीर्ण हुए तथा 10% दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण हुए। यदि दोनों विषयों में कुल 144 परीक्षार्थी उत्तीर्ण हुए हों, तो परीक्षार्थियों की कुल संख्या थी
(1) 125 (2) 200 (3) 400
(4) 375 (5) 240

13. किसी चुनाव में 8% मतदाताओं ने अपने मत नहीं डाले। इस चुनाव में केवल दो ही प्रत्याशी थे। जीतने वाले प्रत्याशी ने कुल मतों के 48% मत प्राप्त कर 1100 मतों से चुनाव में दूसरे प्रत्याशी को हरा दिया। चुनाव में कुल मत थे
(1) 21000 (2) 23500
(3) 22000 (4) 27500
(5) 27000

14. यदि A की आय का 60%, B की आय के 75% के बराबर है तथा B की आय, A की आय के x% के बराबर है। x का मान है
(1) 70 (2) 60
(3) 80 (4) 90
(5) 50

15. एक परीक्षार्थी किसी परीक्षा में 20% अंक प्राप्त करके 30 अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है, परन्तु अन्य परीक्षार्थी 32% अंक प्राप्त करके न्यूनतम अंकों से 42 अंक अधिक प्राप्त करता है तब, उत्तीर्ण होने के लिए न्यूनतम अंकों का प्रतिशत है
(1) 52% (2) 50%
(3) 33% (4) 25%
(5) 35%

16. दूध और पानी के एक 40 लीटर मिश्रण में 10% पानी है। नये मिश्रण में 20% पानी रखने के लिए, मूल मिश्रण में मिलाए जाने वाले पानी की मात्रा है
(1) 6 लीटर (2) 6.5 लीटर
(3) 5.5 लीटर (4) 5 लीटर
(5) इनमें से कोई नहीं

17. एक व्यक्ति ने अपनी आय का 20% अपने बड़े पुत्र को दिया तथा शेष का 30% अपने छोटे पुत्र को दे दिया। शेष बची हुई राशि का 10% उसने एक ट्रस्ट को दे दिया और इस प्रकार उसके पास ₹ 10080 बचे। उसकी आय थी
(1) ₹ 50000 (2) ₹ 40000 (3) ₹ 30000
(4) ₹ 12000 (5) ₹ 20000

18. किसी परीक्षा देने वालों में 640 लड़के तथा 360 लड़कियाँ थीं। लड़कों में 60% तथा लड़कियों में 80% परीक्षार्थी सफल रहे। फेल होने वाले परीक्षार्थियों का प्रतिशत था
(1) 20 (2) 60 (3) 30.5
(4) 32.8 (5) 32

19. किसी संख्या में 10% की वृद्धि कर दी जाती है तथा पुनः उसमें 10% की कमी कर दी जाती है। अन्तिम रूप से उस संख्या में
(1) कोई परिवर्तन नहीं होता है। (2) 1% की कमी हो जाती है।
(3) 1% की वृद्धि हो जाती है। (4) 0.1% की वृद्धि हो जाती है।
(5) 0.1% की कमी हो जाती है।

20. निम्न में से सबसे छोटा है
100 का $22\frac{1}{2}\%$, $12.\overline{55}$, $\left(\frac{18}{5}\right)^2$, $\sqrt{160}\ \sqrt{257}$
(1) 100 का $22\frac{1}{2}\%$ (2) $12.\overline{55}$ (3) $\left(\frac{18}{5}\right)^2$
(4) $\sqrt{160}$ (5) सभी बराबर हैं

उत्तरमाला

1. (1)	**2.** (3)	**3.** (2)	**4.** (2)	**5.** (1)	**6.** (3)	**7.** (5)	**8.** (3)	**9.** (4)	**10.** (1)
11. (2)	**12.** (5)	**13.** (4)	**14.** (3)	**15.** (4)	**16.** (4)	**17.** (5)	**18.** (4)	**19.** (2)	**20.** (2)

संकेत एवं हल

1. $3\frac{4}{7}$ का $63\% = \frac{25}{7}$ का 63%

$$= \frac{25}{7} \times \frac{63}{100} = \frac{9}{4} = 2.25$$

3. x का $7\frac{1}{2}\% = 150 \Rightarrow x \times \frac{15}{2 \times 100} = 150$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{150 \times 2 \times 100}{15}$$

$$\Rightarrow \quad x = 2000$$

5. 5% का $8\% = \left(\frac{8\%}{5\%} \times 100\right)\%$

$$= \left(\frac{8/100}{5/100} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{8}{5} \times 100\right)\% = 160\%$$

12. अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण परीक्षार्थी $= 100 - 70 = 30\%$
गणित में अनुत्तीर्ण परीक्षार्थी $= 100 - 80 = 20\%$
दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण परीक्षार्थी $= 10\%$
दोनों विषयों में कुल उत्तीर्ण परीक्षार्थी

$$= [100 - (30 + 20 - 10)]\%$$
$$= (100 - 40)\%$$
$$= 60\%$$

माना कुल परीक्षार्थियों की संख्या x है।

$\therefore \quad x$ का $60\% = 144$

$$\Rightarrow \quad \frac{x \times 60}{100} = 144$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{144 \times 100}{60}$$

$$\Rightarrow \quad x = 240$$

13. माना कुल मतदाता x थे। 8% मतदाताओं ने अपने मत नहीं डाले।
जीतने वाले उम्मीदवार को प्राप्त मत = 48%
हारने वाले उम्मीदवार को प्राप्त मत
$= [100 - (48 + 8)]\% = 44\%$
मतों का अन्तर = 1100

$$\therefore \text{कुल मतों की संख्या} = \frac{\text{मतों में अन्तर}}{\text{प्रतिशतता अन्तर}} \times 100$$

$$= \frac{1100}{48 - 44} \times 100$$

$$= \frac{1100 \times 100}{4} = 27500$$

14. माना A की आय ₹ A तथा B की आय ₹ B है।
प्रश्नानुसार, A की आय का 60% = B की आय का 75%

$$\Rightarrow \quad \frac{A \times 60}{100} = \frac{B \times 75}{100} \Rightarrow A = \frac{B \times 75}{60}$$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{5B}{4} \qquad \ldots(i)$$

तथा B की आय = A की आय का x%

$$\Rightarrow \quad B = A \times \frac{x}{100} = \frac{5B}{4} \times \frac{x}{100} \qquad \text{[समी (i) से]}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{4 \times 100}{5} = 80$$

15. यहाँ $r_1 = 20\%, \quad x = 30$
तथा $r_2 = 32\%, \quad y = 42$

$$\therefore \quad \text{परीक्षा का पूर्णांक} = \frac{x + y}{r_2 - r_1} \times 100$$

$$= \frac{30 + 42}{32 - 20} \times 100$$

$$= \frac{72}{12} \times 100 = 600$$

$$\therefore \quad \text{परीक्षा के न्यूनतम अंक} = \frac{32 \times 600}{100} - 42$$

$$= 192 - 42 = 150$$

$$\therefore \text{न्यूनतम अंकों का प्रतिशत} = \frac{150 \times 100}{600} = 25\%$$

16. 40 लीटर मिश्रण में पानी की मात्रा = 40 का 10%

$$= \frac{40 \times 10}{100}$$

= 4 लीटर
माना मिश्रण में x लीटर पानी मिलाया जाता है।
नये मिश्रण की मात्रा = $40 + x$
नये मिश्रण में पानी की मात्रा = $4 + x$
प्रश्नानुसार, $(40 + x)$ का 20% = $(4 + x)$

$$\Rightarrow \quad (40 + x) \times \frac{20}{100} = 4 + x$$

$$\Rightarrow \quad (40 + x)\frac{1}{5} = 4 + x$$

$$\Rightarrow \quad 8 + \frac{x}{5} = 4 + x$$

$$\Rightarrow \quad x - \frac{x}{5} = 8 - 4$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4x}{5} = 4$$

$$\Rightarrow \quad x = 5 \text{ लीटर}$$

18. यहाँ $A = 640, \quad B = 360$
तथा $r_1 = 60\%, \quad r_2 = 80\%$

$$\text{सफल परीक्षार्थियों का प्रतिशत} = \left(\frac{A \cdot r_1 + B \cdot r_2}{A + B}\right)\%$$

$$= \left(\frac{640 \times 60 + 360 \times 80}{640 + 360}\right)\%$$

$$= \left(\frac{38400 + 28800}{1000}\right)\%$$

$$= 67.2\%$$

$$\therefore \text{फेल होने वाले परीक्षार्थियों का प्रतिशत} = (100 - 67.2)\%$$

$$= 32.8\%$$

19. $$\text{प्रतिशत कमी} = \frac{x^2}{100} = \frac{(10)^2}{100}$$

$$= \frac{100}{100} = 1\%$$

www.classroomnotes.in