

Class -XII

MODEL QUESTION PAPER

Max Marks : 100

Time : 3 Hours

Pass Marks : 33

General Instructions

All questions are compulsory

This question paper consist 29 questions

Divided into three sections – A, B and C

Section – “A” Comprises of 10 questions bearing 01 mark each.

Section – “B” Comprises of 12 questions bearing 04 marks each.

Section – “C” Comprises of 7 questions bearing 06 marks each.

सामान्य निर्देश

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों अ, ब और स

में बटे हुए हैं।

खण्ड - “अ” में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 01 अंक का है।

खण्ड - “ब” में 12 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 04 अंक का है।

खण्ड - “स” में 7 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 06 अंक का है।

(SECTION – A)

(खण्ड - अ)

1. Let * be the binary operation on R defined by $a * b = a + b - 2ab$ Then find the value of $4 * 2$
माना की R में एक द्विआधारिय संक्रिया जो $a * b = a + b - 2ab$, इस प्रकार परिभाषित है तो $4 * 2$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)
2. Find the value of $\tan^{-1}(-1)$
मान ज्ञात कीजिए $\tan^{-1}(-1)$ (1)
3. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = 3i + 2j$
एक 2×2 आव्यूह $A = [a_{ij}]$ की रचना कीजिए जिसके अवयव निम्नलिखित प्रकार से प्रदत्त हैं $a_{ij} = 3i + 2j$ (1)
4. Find the value of x . $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$
 x का मान ज्ञात कीजिए $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$ (1)
5. Find the slope of the tangent to the curve $y = \frac{x-1}{x-2}$, ($x \neq 2$) at $x = 10$.
 $x = 10$, वक्र $y = \frac{x-1}{x-2}$, ($x \neq 2$) के स्पर्श रेखा की ढाल निकालें। (1)
6. Find $\frac{dy}{dx}$. $y = \cos\{\sin(\log x)\}$ (1)

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए $y = \cos\{\sin(\log x)\}$

7. Find the value of $\int (\cos x + \sin x)^2 \cdot dx$. (1)

मान ज्ञात कीजिए $\int (\cos x + \sin x)^2 \cdot dx$.

8. Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ (1)

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ।

9. Given $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ Find the value of $|\vec{a} \times \vec{b}|$ (1)

यदि $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 2$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ का मान ज्ञात कीजिए ।

10. Find the Cartesian equation of the plane whose vector equation is $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) = 7$ (1)

उस तल का कार्तीय समीकरण ज्ञात करें जिसके सदिश समीकरण है $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) = 7$ ।

(SECTION - B)

(खण्ड - ब)

11. If $f: R \rightarrow R$ by given by $f(x) = x^2 - 3x + 2$ Then find the value of $f \circ f(x)$. (4)

यदि $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ से प्रदत्त है तो $f \circ f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

12. Prove that $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos^{-1} x^2$ (4)

सिद्ध करें $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos^{-1} x^2$

13. Prove that $\begin{vmatrix} a^2 + 2a & 2a + 1 & 1 \\ 2a + 1 & a + 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (a - 1)^3$ (4)

सिद्ध करें $\begin{vmatrix} a^2 + 2a & 2a + 1 & 1 \\ 2a + 1 & a + 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (a - 1)^3$

(OR)

Show that $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 + Px^3 \\ y & y^2 & 1 + Py^3 \\ z & z^2 & 1 + Pz^3 \end{vmatrix} = (1 + Pxyz)(x - y)(y - z)(z - x)$

दिखाएँ की $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 + Px^3 \\ y & y^2 & 1 + Py^3 \\ z & z^2 & 1 + Pz^3 \end{vmatrix} = (1 + Pxyz)(x - y)(y - z)(z - x)$

14. Find all points of discontinuity of the function f defined by $f(x) = \begin{cases} |x| + 3, & \text{if } x \leq -3 \\ -2x, & \text{if } -3 < x < 3 \\ 6x + 2, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$

फलन f के सभी असांतत्यवा के बिन्दुओं को निकालें जो निम्न प्रकार परिभाषित है (4)

$f(x) = \begin{cases} |x| + 3, & \text{if } x \leq -3 \\ -2x, & \text{if } -3 < x < 3 \\ 6x + 2, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$

15. If $x = a \sin 2t(1 + \cos 2t)$ and $y = b \cos 2t(1 - \cos 2t)$ Then show that

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{b}{a}$$

यदि $x = a \sin 2t(1 + \cos 2t)$ तथा $y = b \cos 2t(1 - \cos 2t)$ तो साबित करें की

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{b}{a}$$

(OR)

If $x^y + y^x = 4$, Then find the $\frac{dy}{dx}$

यदि $x^y + y^x = 4$ तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें।

16. A particle moves along the curve $6y = x^3 + 2$ Find the Points on the curve at which the y Co-Ordinate is changing 8 times as fast as the x Co-Ordinates. (4)

एक कण वक्र $6y = x^3 + 2$ के अनुगत गति कर रहा है। वक्र पर उन बिन्दुओं को सात कीजिए, जबकि x निर्देशांक की तुलना में y निर्देशांक 8 गुणा तीव्रता से बदल रहा है।

(OR)

Find the interval in which the function $f(x) = x^4 - \frac{x^3}{3}$ is increasing or decreasing

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x^4 - \frac{x^3}{3}$ वर्धमान या हासमान है।

17. Find the value of $\int \frac{x+2}{x^2+2x+3} dx$ (4)

मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{x+2}{x^2+2x+3} dx$

18. Find the value of $\int \frac{x^2}{x^4-x^2-12} dx$ (4)

मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{x^2}{x^4-x^2-12} dx$

(OR)

Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x. dx$

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x. dx$

19. Evaluate $\int \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}}. dx$ (4)

मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}}. dx$

20. Using vector method, find the area of the triangle whose Vertices are (4)

$A(1,1,1)$ $B(1,2,3)$ and $C(2,3,1)$

सदिश विधि का प्रयोग कर त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष

$A(1,1,1)$ $B(1,2,3)$ तथा $C(2,3,1)$ है

21. Find the angle between the following Pair of lines

(4)

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \gamma(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$$

निम्नलिखित रेखा युग्मों के बिच का कोण ज्ञात कीजिए ।

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \gamma(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$$

(OR)

Find the equation of the plane that passes through the points $(2,5,-3)$, $(-2,-3,5)$ and $(5,3,-3)$

बिन्दुओं $(2,5,-3)$, $(-2,-3,5)$ तथा $(5,3,-3)$ से जाते हुए तल का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

22. A black and a red die rolled. Find the conditional probability of obtaining a sum greater than 9, given that black die resulted in a 5.

(4)

एक काले और एक लाल पासे को उछाला गया है । यदि पासों पर प्राप्त संख्याओं का योग 9 होने की सम्प्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि यह ज्ञात हो की काले पासे पर 5 प्रकट हुआ है ।

(OR)

If $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{10}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ Then find the value of

1) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

2) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

यदि $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{10}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ है, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए ।

1) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

2) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(SECTION - C)

(खण्ड - स)

23. Find the inverse of the following matrix by using elementary transformations (operations)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

(6)

प्रारंभिक संक्रियाओं का प्रयोग कर निम्नलिखित आव्यूह का प्रतिलोभ निकालें

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

24. Determine the absolute maximum and the absolute minimum values of the following function

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1 \quad \text{in} \quad [1, 5] \quad (6)$$

प्रदत्त अंतराल में निम्नलिखित फलन के निरपेक्ष उच्चतम मान तथा निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए ।

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1 \quad [1, 5] \quad \text{में}$$

25. Find the area of the smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ and the line $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

$$\text{दीर्घवृत्त } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ एवं रेखा } \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \text{ से घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।} \quad (6)$$

(OR)

Evaluate $\int_0^1 e^x \cdot dx$ as the limit of a sum.

योगफल की सीमा के रूप में $\int_0^1 e^x \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

$$26. \text{ Solve } 2ye^{\frac{x}{y}} \cdot dx + \left(y - 2xe^{\frac{x}{y}}\right) \cdot dy = 0 \quad (6)$$

$$\text{हल करें } 2ye^{\frac{x}{y}} \cdot dx + \left(y - 2xe^{\frac{x}{y}}\right) \cdot dy = 0$$

(OR)

Solve the following differential equation given that $y = 1$ when $x = 2$

$$x \cdot \frac{dy}{dx} + y = x^3$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें यदि $y = 1$ जब $x = 2$

$$x \cdot \frac{dy}{dx} + y = x^3$$

27. Find the shortest distance between the two lines whose vector equation are given by : (6)

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \gamma(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + t(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

दो रेखाओं जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \gamma(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ तथा } \vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + t(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

28. A card from a pack of 52 Card is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn and are found to be both diamonds. What is the probability of the lost card being a diamond. (6)

52 ताशों की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है । शेष पत्तों में से दो पत्ते निकाले जाते हैं जो ईट

के पत्ते हैं । खो गए पत्ते की ईट होने की क्या प्रायिकता है ।

(OR)

A die is thrown 6 times. If "getting an odd number" is a success. What is the probability of ?

- i) 5 successes?
- ii) At least 5 successes?
- iii) At most 5 successes?

(6)

एक पासे को 6 बार उछाला जाता है। यदि "पासे पर विषम संख्या प्राप्त होना" एक सफलता है तो निम्नलिखित की प्रयिकताएँ क्या होगी।

- i) तथ्यत : 5 सफलताएँ ?
- ii) न्यूनतम 5 सफलताएँ ?
- iii) अधिकतम 5 सफलताएँ ?

29. Solve the following LPP graphically:

(6)

Minimize $z = 5x + 10y$

Subjected to Constraints

$$x + y \geq 60$$

$$x + 2y \leq 120$$

$$x - 2y \geq 0 \text{ and } x, y \geq 0$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल आलेखीय विधि से करें।

$$\text{न्यूनतम } z = 5x + 10y$$

जबकि :

$$x + y \geq 60$$

$$x + 2y \leq 120$$

$$x - 2y \geq 0 \text{ तथा } x, y \geq 0$$