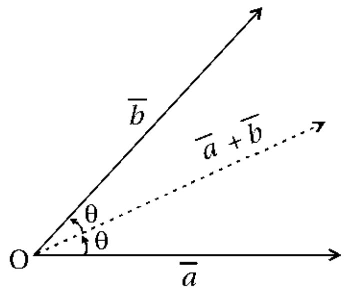
1. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : બે શૂન્યેતર સદિશો $\bar{a}$ તથા $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાને સદિશ $(\bar{a} + \bar{b})$ દુભાગે તો .... હોય.**

➡ **$a = b$ હોય.**



અહીં સદિશ $(\bar{a} + \bar{b})$ એ આપેલા સદિશો $\bar{a}$ તથા $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાને દુભાગે છે.

$\therefore \bar{a} \wedge (\bar{a} + \bar{b})$ તથા

$\bar{b} \wedge (\bar{a} + \bar{b})$ સમાન થાય.

ધારો કે $\bar{a} \wedge (\bar{a} + \bar{b}) = \theta$

$\therefore \bar{b} \wedge (\bar{a} + \bar{b}) = \theta$ થશે.

$$\therefore \cos\theta = \frac{\bar{a} \cdot (\bar{a} + \bar{b})}{|\bar{a}| \cdot |\bar{a} + \bar{b}|} \qquad \text{.........(i)}$$

અને $$\cos\theta = \frac{\bar{b} \cdot (\bar{a} + \bar{b})}{|\bar{b}| \cdot |\bar{a} + \bar{b}|} \qquad \text{.........(ii)}$$

$$\therefore \frac{\bar{a} \cdot (\bar{a} + \bar{b})}{|\bar{a}| \cdot |\bar{a} + \bar{b}|} = \frac{\bar{b} \cdot (\bar{a} + \bar{b})}{|\bar{b}| \cdot |\bar{a} + \bar{b}|}$$

$$\therefore \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \frac{\bar{b}}{|\bar{b}|}$$

$\therefore \hat{a} = \hat{b}$

$\therefore \bar{a} = \bar{b}$

2. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : જો કોઈ શૂન્યેત્તર સદિશ $\bar{r}$ માટે જો $\bar{r} \cdot \bar{a} = 0, \bar{r} \cdot \bar{b} = 0$ અને $\bar{r} \cdot \bar{c} = 0$ હોય તો $\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) =$ ....**

➡ **$\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = 0$ થાય.**

અહીં $\bar{r}$ એ શૂન્યેતર સદિશ છે. તથા $\bar{r} \cdot \bar{a} = \bar{r} \cdot \bar{b} = \bar{r} \cdot \bar{c} = 0$ છે.

$\therefore \bar{a}, \bar{b}$ તથા $\bar{c}$ એક જ સમતલમાં હોય અર્થાત્ સમતલીય (co planner) હોય.

$\therefore \bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = 0$ થાય.

($\because$ સદિશો સમતલીય હોવાની શરત)

3. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : કોઈ સ.બા. ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બાજુઓ $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$ તથા $\bar{b} = -\bar{i} - 2\bar{k}$ હોય તો તેના વિકર્ણ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ .... થાય.**

➥ $\frac{\pi}{4}$ **અર્થાત્ 45° થાય.**

અહીં $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$ અને $\bar{b} = -\bar{i} - 2\bar{k}$ સ.બા. ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બાજુઓ છે.

$\therefore$ $\bar{a}$ = (3, –2, 2) અને $\bar{b}$ = (–1, 0, –2)

$\therefore$ તેના વિકર્ણો $\bar{a} + \bar{b}$ = (3 – 1, –2 + 0, 2 – 2)

= (2, –2, 0)

તથા $\bar{a} - \bar{b}$ = (3 + 1, –2 – 0, 2 + 2)

= (4, –2, 4) થાય.

ધારો કે $(\bar{a} + \bar{b}) \wedge (\bar{a} - \bar{b}) = \theta$ છે.

$$\therefore \cos\theta = \frac{(\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a} - \bar{b})}{|\bar{a} + \bar{b}| \cdot |\bar{a} - \bar{b}|}$$

$$= \frac{(2, -2, 0) \cdot (4, -2, 4)}{\sqrt{4 + 4} \cdot \sqrt{16 + 4 + 16}}$$

$$= \frac{8 + 4}{2\sqrt{2} \cdot 6} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4}$$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$ અથવા 45°.

4. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. :** $|k \cdot \bar{a}| < |\bar{a}|$ **અને** $k \cdot \bar{a} + \frac{1}{2}\bar{a}$ **કોઈ શૂન્યેતર સદિશ** $\bar{a}$ **માટે સમાંતર સદિશો થાય તો** k **નું શક્ય મૂલ્ય .... જ્યાં** $k \in]-1, 1[- \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ **અર્થાત** $k \in]-1, 1[$ $k \neq -\frac{1}{2}$

➥ અહીં $|k \cdot \bar{a}| < |\vec{a}|$ અને $k \cdot \bar{a} + \frac{1}{2}\bar{a}$ બંને સદિશ $\bar{a}$ ને સમાંતર છે.

હવે $|k \cdot \bar{a}| < |\bar{a}|$

$\therefore |k| \cdot |\bar{a}| < |\bar{a}|$

$\therefore |k| < 1$

$\therefore -1 < k < 1$

હવે જો $k \cdot \bar{a} + \frac{1}{2}\bar{a}$ એ આપેલ સદિશ $\bar{a}$ ને સમાંતર હોય તો સ્પષ્ટ છે કે, $k = -\frac{1}{2}$ માટે $k\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{a}$ શૂન્ય સદિશ થશે જે સદિશ a ને સમાંતર ન હોય.

$\therefore$ $k \cdot \bar{a} + \frac{1}{2}\bar{a}$ તથા $\bar{a}$ પરસ્પર સમાંતર હોય તો $k \in]-1, 1[$, $k \neq -\frac{1}{2}$

5. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : શૂન્યેતર સદિશો** $\bar{a}$ **તથા** $\bar{b}$ **માટે** $|\bar{a} \times \bar{b}|^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$ **= .....**

➥ $|\bar{a} \times \bar{b}|^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$

$= |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2 \cdot \sin^2\theta + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$

(લાગ્રાંજનું નિત્યસમ)

$= |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2 (1 - \cos^2\theta) + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$

$= |\bar{a}|^2 |\bar{b}|^2 - |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2 \cos^2\theta + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$

$= |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2 - (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2$

(જો $\bar{a} \wedge \bar{b} = \theta$ હોય તો $|\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos\theta = \bar{a} \cdot \bar{b}$ થાય.)

$= |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2$

આમ $|\bar{a} \times \bar{b}|^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 = |\bar{a}|^2 \cdot |b|^2$ થાય.

6. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : જો $|\bar{a}| = 4$ તથા $|\bar{a} \times \bar{b}|^2 + |\bar{a} \cdot \bar{b}|^2 = 144$ હોય તો $|\bar{b}| =$ ....**

➡ $|\bar{a} \times \bar{b}|^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 = |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2$

$\therefore 144 = |\bar{a}|^2 \cdot |\bar{b}|^2$

$\therefore 144 = (4)^2 \cdot |\bar{b}|^2$

$\therefore |\bar{b}|^2 = \dfrac{144}{16}$

$\therefore |\bar{b}|^2 = 9 = (3)^2$

$\therefore |\bar{b}| = 3$

7. **ખાલી જગ્યાઓ પૂરો. : જો $\bar{a}$ કોઈ શૂન્યેતર સદિશ હોય તો**
$(\bar{a} \cdot \bar{i}) \cdot \bar{i} + (\bar{a} \cdot \bar{j}) \cdot \bar{j} + (\bar{a} \cdot \bar{k}) \cdot \bar{k} =$ ....

➡ ધારો કે $\bar{a} = (x, y, z)$ છે.

$\therefore \bar{a} \cdot \bar{i} = (x, y, z) \cdot (1, 0, 0)$

$= x + 0 + 0$

$\therefore \bar{a} \cdot \bar{i} = x$

આજ રીતે $\bar{a} \cdot \bar{j} = y$ અને $\bar{a} \cdot \bar{k} = z$ થાય.

$\therefore (\bar{a} \cdot \bar{i})\, \bar{i} + (\bar{a} \cdot \bar{j})\, \bar{j} + (\bar{a} \cdot \bar{k})\, \bar{k}$

$= x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$

$= (x, y, z)$

$= \bar{a}$