બાહ્યક્ષેત્રમાં **r** આગળ $q$ની સ્થિતિઊર્જા

$= q\mathrm{V}(\mathbf{r})$ (2.27)

લખી શકીએ છીએ, જ્યાં V(r) એ **r** બિંદુએ બાહ્ય સ્થિતિમાન છે.

આમ, જો વિદ્યુતભાર $q = e = 1.6\times10^{-19}$C ધરાવતા ઇલેક્ટ્રૉનને $\Delta$V = 1 voltના સ્થિતિમાન તફાવતમાંથી પ્રવેગિત કરવામાં આવે તો તે $q\Delta\mathrm{V} = 1.6\times10^{-19}$ J ઊર્જા પ્રાપ્ત કરે છે. ઊર્જાના આ એકમને 1 **ઇલેક્ટ્રૉન વોલ્ટ** અથવા 1$e$V તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે, એટલે કે 1$e$V $= 1.6\times10^{-19}$ J. $e$V આધારિત એકમો વધુ વ્યાપક પ્રમાણમાં પરમાણુ, ન્યુક્લિયર અને કણ ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં વપરાય છે. (1 $ke$V $= 10^3$ $e$V $= 1.6\times10^{-16}$ J, 1 M$e$V $= 10^6$ $e$V $= 1.6\times10^{-13}$ J, 1 G$e$V $= 10^9$ $e$V $= 1.6\times10^{-10}$ J, 1 T$e$V $= 10^{12}$ $e$V $= 1.6\times10^{-7}$ J)
(અગાઉ આ વ્યાખ્યા ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન ભાગ-I, પાન 117, કોષ્ટક 6.1માં આપેલ છે.)

### 2.8.2 બાહ્ય ક્ષેત્રમાં બે વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા (Potential Energy of a System of Two Charges in an External Field)

હવે પછીનો આપણો પ્રશ્ન આ છે : બાહ્ય ક્ષેત્રમાં $\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$ સ્થાનોએ રહેલા બે વિદ્યુતભારોના તંત્રની, સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ? પ્રથમ, આપણે વિદ્યુતભાર $q_1$ને અનંત અંતરેથી $\mathbf{r}_1$ પર લાવવા માટેનું કાર્ય ગણીએ. સમીકરણ (2.27) પરથી આ ક્રિયામાં કરેલું કાર્ય $q_1\mathrm{V}(\mathbf{r}_1)$ છે. પછી આપણે $q_2$ને $\mathbf{r}_2$ પર લાવવા માટેનું કાર્ય શોધીએ. આ માટે માત્ર બાહ્યક્ષેત્ર **E** ની વિરૂદ્ધમાં નહિ પણ $q_1$ના ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં પણ કાર્ય કરવું પડે છે.

બાહ્ય ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં $q_2$ પર કરેલું કાર્ય

$= q_2\mathrm{V}(\mathbf{r}_2)$

$q_1$ના ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં $q_2$ પર કરેલું કાર્ય

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

જ્યાં $r_{12}$, $q_1$ અને $q_2$ વચ્ચેનું અંતર છે. આપણે સમીકરણો (2.27) અને (2.22)નો ઉપયોગ કર્યો છે. ક્ષેત્રો માટેના સંપાતપણાના સિદ્ધાંત મુજબ આપણે બે ક્ષેત્રો (**E** અને $q_1$નું ક્ષેત્ર) વિરૂદ્ધનાં $q_2$ પર કરેલા કાર્યનો સરવાળો કરીએ :

$q_2$ને $\mathbf{r}_2$ એ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય

$$= q_2\mathrm{V}(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \tag{2.28}$$

આમ,
આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જા
= આ ગોઠવણ કરવા માટે કરેલું કુલ કાર્ય

$$= q_1\mathrm{V}(\mathbf{r}_1) + q_2\mathrm{V}(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \tag{2.29}$$

**ઉદાહરણ 2.5**

(a) (–9 cm, 0, 0) અને (9 cm, 0, 0) સ્થાનોએ રહેલા બે વિદ્યુતભારો અનુક્રમે 7 μC અને –2 μCના તંત્રની (બાહ્યક્ષેત્ર વિના) સ્થિત વિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા શોધો.

(b) આ બે વિદ્યુતભારોને એકબીજાથી અનંત અંતર સુધી જુદા પાડવા માટે કેટલું કાર્ય જરૂરી છે ?

(c) ધારો કે આ વિદ્યુતભારોના તંત્રને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર $E = A(1/r^2)$માં મૂકવામાં આવે છે. જ્યાં, $A = 9\times10^5\,N\,C^{-1}\,m^2$ છે, તો આ તંત્રની વિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?

**ઉકેલ**

(a) $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1q_2}{r} = 9\times10^9 \times \dfrac{7\times(-2)\times10^{-12}}{0.18} = -0.7\,J$

(b) $W = U_2 - U_1 = 0 - U = 0 - (-0.7) = 0.7\,J$

(c) બે વિદ્યુતભારોની પરસ્પર આંતરક્રિયાની ઊર્જા બદલાતી નથી. ઉપરાંત, બે વિદ્યુતભારોની બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથેની આંતરક્રિયાની ઊર્જા પણ છે. આમ આપણને

$$q_1V(\mathbf{r}_1) + q_2V(\mathbf{r}_2) = A\,\frac{7\,\mu C}{0.09m} + A\,\frac{-2\,\mu C}{0.09m}$$

મળે અને કુલ વિદ્યુતસ્થિતિ ઊર્જા

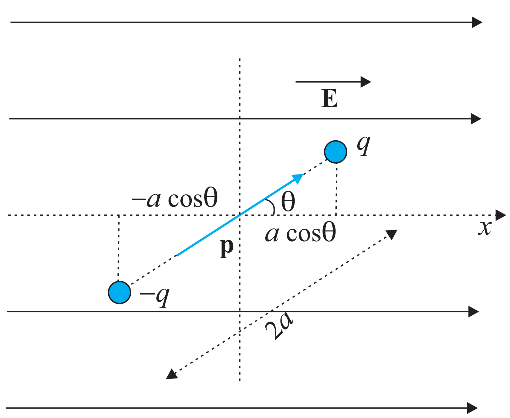
$$q_1V(\mathbf{r}_1) + q_2V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} = A\,\frac{7\,\mu C}{0.09m} + A\,\frac{-2\,\mu C}{0.09m} - 0.7\,J$$

$$= 70 - 20 - 0.7 = 49.3\,J$$

ઉદાહરણ 2.5

### 2.8.3 બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલની સ્થિતિઊર્જા (Potential Energy of a Dipole in an External Field)

આકૃતિ 2.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે $q_1 = +q$ અને $q_2 = -q$ ધરાવતી એક ડાયપોલને એકસમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**માં મૂકેલી વિચારો.




**આકૃતિ 2.16** સમાન બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલની સ્થિતિઊર્જા

છેલ્લા પ્રકરણમાં જોયું તેમ, સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ડાયપોલ કોઈ પરિણામી (Net) બળ અનુભવતું નથી, પરંતુ તે ટૉર્ક અનુભવે છે, જે

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\times\mathbf{E} \tag{2.30}$$

વડે અપાય છે. આ ટૉર્ક તેને ભ્રમણ કરાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે (સિવાય કે **p**, **E**ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય). ધારોકે તેના પર એક બાહ્ય ટૉર્ક $\tau_{ext}$ એવી રીતે લગાડવામાં આવે છે કે તે આ ટૉર્કને નાબૂદ કરે છે અને પુસ્તકના પૃષ્ઠના સમતલમાં, કોણીય પ્રવેગ સિવાય, અત્યંત સૂક્ષ્મ કોણીય ઝડપથી, કોણ $\theta_0$થી $\theta_1$ સુધી ભ્રમણ કરાવે છે. આ દરમિયાન બાહ્ય ટૉર્ક વડે થયેલું કાર્ય,

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta_1}\tau_{ext}(\theta)d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} pE\sin\theta\, d\theta$$

$$= pE(\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \tag{2.31}$$

આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આપણે ડાયપોલના નમન ($\theta$) સાથે સ્થિતિઊર્જા $U(\theta)$ને સાંકળી શકીએ. અન્ય સ્થિતિઊર્જાઓની જેમ સ્થિતિઊર્જાને શૂન્ય લેવા માટેના કોણની પસંદગીમાં આપણને સ્વતંત્રતા છે. એક સ્વાભાવિક પસંદગી $\theta_0 = \pi/2$ લેવાની છે. (આ માટેની સમજૂતી આ ચર્ચાના અંત ભાગમાં આપેલ છે.) આ પરથી આપણે

$$U(\theta) = pE(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\theta) = -pE\cos\theta = -\boldsymbol{p}\cdot\mathbf{E} \tag{2.32}$$

લખી શકીએ.

આ સમીકરણને વૈકલ્પિક રીતે સમીકરણ (2.29) પરથી પણ સમજી શકાય છે. આપણે સમીકરણ (2.29), $+q$ અને $-q$ના આ તંત્રને લાગુ પાડીએ, તો સ્થિતિઊર્જાનું સૂત્ર

$$U'(\theta) = q[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \qquad (2.33)$$

અત્રે, $\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$, $+q$ અને $-q$ના સ્થાનસદિશો દર્શાવે છે. $\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$ સ્થાનો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત, એકમ ધન વિદ્યુતભારને ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં $\mathbf{r}_2$ થી $\mathbf{r}_1$ પર લાવવા માટે કરવા પડતા કાર્ય બરાબર છે. બળને સમાંતર સ્થાનાંતર $2a\cos\theta$ છે. આમ, $[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = -E \times 2a\cos\theta$. આમ,

$$U'(\theta) = -pE\cos\theta - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} = -\mathbf{p.E} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \qquad (2.34)$$

આપણને મળે. આપણે નોંધીએ કે આપેલ ડાયપોલ માટે $U(\theta)$ કરતાં $U'(\theta)$ માત્ર એક અચળાંક જેટલું જ જુદું પડે છે. સ્થિતિઊર્જા માટે અચળાંક અર્થપૂર્ણ નથી. તેથી સમીકરણ (2.34)માંના બીજા પદને આપણે છોડી દઈ શકીએ છીએ અને આમ કરવાથી તે સમીકરણ (2.32) જ બની જાય છે.

હવે આપણે સમજી શકીએ કે આપણે $\theta_0 = \pi/2$ કેમ લીધું હતું. એ કિસ્સામાં, $+q$ અને $-q$ને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં લાવવા માટેનાં કાર્ય સમાન અને વિરૂદ્ધ છે અને તેથી નાબુદ થાય છે, એટલે કે $q\,[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = 0$.

**ઉદાહરણ 2.6** એક દ્રવ્યના અણુને $10^{-29}$ C m જેટલી કાયમી વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા છે. આ દ્રવ્યના એક મોલ જથ્થાને $10^6$ V m$^{-1}$ મૂલ્યનું પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડીને (નીચા તાપમાને) ધ્રૂવીભૂત કરેલ છે. ક્ષેત્રની દિશા એકાએક $60^o$ના કોણ જેટલી બદલવામાં આવે છે. આ દ્રવ્યની ડાયપોલ ક્ષેત્રની નવી દિશામાં ગોઠવાતાં મુક્ત થતી ઉષ્માની ગણતરી કરો. સરળતા ખાતર નમૂનાનું 100% ધ્રૂવીભવન થયું છે એમ ધારો.

**ઉકેલ** અહીં, દરેક અણુની ડાયપોલ ચાકમાત્રા $= 10^{-29}$ C m

1 મોલ દ્રવ્યમાં $6 \times 10^{23}$ અણુઓ હોય છે, તેથી બધાં અણુઓની કુલ

ડાયપોલ ચાકમાત્રા $p = 6 \times 10^{23} \times 10^{-29}$ C m $= 6 \times 10^{-6}$ C m

પ્રારંભિક સ્થિતિઊર્જા $U_i = -pE\cos\theta = -6 \times 10^{-6} \times 10^6 \cos 0^0 = -6$ J

અંતિમ સ્થિતિઊર્જા (જ્યારે $\theta = 60^o$), $U_f = -6 \times 10^{-6} \times 10^6 \cos 60^0 = -3$ J

સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત $= -3\text{ J} - (-6\text{J}) = 3$ J

આમ, સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો થાય છે. આ ડાયપોલની ગોઠવણીમાં દ્રવ્ય દ્વારા ઉષ્મા રૂપે મુક્ત થતી ઊર્જા છે.

ઉદાહરણ 2.6

## 2.9 સુવાહકોનું સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર (ELECTROSTATICS OF CONDUCTORS)

સુવાહકો અને અવાહકો વિષે પ્રકરણ-1માં ટૂંકમાં જણાવવામાં આવ્યું હતું. સુવાહકો ગતિશીલ વિદ્યુતભાર વાહકો ધરાવે છે. ધાત્વિક સુવાહકોમાં આ વિદ્યુતભાર વાહકો તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન છે. ધાતુમાં, બહારના (વેલન્સ) ઇલેક્ટ્રૉન તેમના પિતૃ-પરમાણુઓથી છૂટા પડી જાય છે અને ગતિ કરવા માટે મુક્ત હોય છે. આ ઇલેક્ટ્રૉન ધાતુની અંદર મુક્ત હોય છે પણ ધાતુને છોડવા માટે મુક્ત નથી. આ મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન એક 'વાયુ' જેવું રચે છે, તેઓ એકબીજા સાથે અને આયનો સાથે અથડાય છે અને જુદી જુદી દિશાઓમાં અવ્યવસ્થિત (Random) ગતિ કરે છે. બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં તેઓ ક્ષેત્રની દિશાની વિરૂદ્ધમાં ઘસડાય (Drift) છે. ન્યુક્લિયસ અને બંધિત ઇલેક્ટ્રૉનના બનેલા ધન આયનો તેમનાં નિશ્ચિત સ્થાનો પર જ જકડાયેલાં રહે છે. વિદ્યુત દ્રાવણિય (Electrolytic) સુવાહકોમાં, વિદ્યુતભાર વાહકો તરીકે ધન

અને ઋણ આયનો બંને છે, પરંતુ આ કિસ્સામાં પરિસ્થિતિ એવી છે કે વિદ્યુતવાહકોની ગતિ પર, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર અને કહેવાતા રાસાયણિક બળો (જુઓ પ્રકરણ-3) બંનેની અસર થાય છે. આપણે આપણી ચર્ચા ધાત્વિક ધન સુવાહકો પુરતી મર્યાદિત રાખીશું. સુવાહકોના સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રને લગતાં અગત્યનાં પરિણામો નોંધીએ :

**1. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે**

એક તટસ્થ અથવા વિદ્યુતભારિત સુવાહકનો વિચાર કરો. બાહ્ય સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર પણ તેના પર હોઈ શકે છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં, જ્યારે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કે તેની સપાટી પર કોઈ વિદ્યુતપ્રવાહ ન હોય ત્યારે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ હકીકતને સુવાહકને વ્યાખ્યાયિત કરતા ગુણધર્મ તરીકે લઈ શકાય છે. સુવાહકને મુક્ત ઈલેક્ટ્રોન હોય છે. જ્યાં સુધી વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય ન હોય, ત્યાં સુધી આ મુક્ત વિદ્યુતભાર વાહક કણો બળ અનુભવે છે અને ઘસડાય છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં મુક્ત વિદ્યુતભારો સુવાહકમાં એવી રીતે વિતરિત થાય (વહેંચાય) છે કે સુવાહકની અંદર બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. સુવાહકની અંદર સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

**2. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને દરેક બિંદુએ લંબ હોય છે**

જો **E** સપાટીને લંબ ન હોત તો તેનો કંઈક અ-શૂન્ય ઘટક સપાટીને સમાંતર હોત. આ સંજોગોમાં સપાટી પરના મુક્ત વિદ્યુતભારો બળ અનુભવત અને તેઓ ગતિ કરવા લાગત. આથી, સ્થાયી સ્થિતિમાં **E**નો કોઈ સ્પર્શીય ઘટક ન હોવો જોઈએ. આમ, વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને દરેક બિંદુએ લંબ હોવું જ જોઈએ. (કોઈ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા ન હોય તેવા સુવાહક માટે સપાટી પર પણ ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.) જુઓ પરિણામ-5.

**3. સ્થાયી સ્થિતિમાં સુવાહકના અંદરના ભાગમાં વધારાનો વિદ્યુતભાર હોઈ શકે નહિ**

કોઈ તટસ્થ સુવાહકના દરેક નાના સપાટી ખંડ કે કદ ખંડમાં સમાન જથ્થાના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હોય છે. જ્યારે સુવાહકને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે સ્થાયી સ્થિતિમાં વધારાનો વિદ્યુતભાર માત્ર સપાટી પર જ રહી શકે છે. ગૉસના નિયમ પરથી આ બાબત ફલિત થાય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કોઈ યાદચ્છિક કદ ખંડ $v$નો વિચાર કરો. કદખંડ $v$ને ઘેરતી બંધ સપાટી S પર સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આમ, Sમાંથી પસાર થતું કુલ વિદ્યુતફ્લક્સ શૂન્ય છે. આથી, ગૉસના નિયમ મુજબ S વડે કોઈ ચોખ્ખો (net પરિણામી) વિદ્યુતભાર ઘેરાતો નથી. પણ આવી સપાટી S તમે ગમે તેટલી નાની બનાવી શકો છો એટલે કે કદ $v$ અલોપ થઈ શકે તેટલું નાનું (Vanishingly Small) લઈ શકાય. આનો અર્થ એ કે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કોઈપણ બિંદુએ કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતભાર હોતો નથી અને વધારાનો કોઈપણ વિદ્યુતભાર સપાટી પર જ રહેવો જોઈએ.

**4. સુવાહકના સમગ્ર કદમાં સ્થિત વિદ્યુતસ્થિતિમાન અચળ હોય છે અને અંદરના ભાગમાં તેનું મૂલ્ય સપાટી પરના મૂલ્ય જેટલું જ હોય છે**

આ બાબત ઉપરના પરિણામો 1 અને 2 પરથી સમજી શકાય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં $\mathbf{E} = 0$ હોવાથી અને સપાટી પર **E**નો કોઈ સ્પર્શીય ઘટક ન હોવાથી નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સુવાહકની અંદરના ભાગમાં અને સપાટી પર ગતિ કરાવવા માટે કોઈ કાર્ય કરવું પડતું નથી એટલે કે સુવાહકની અંદરના કે સપાટી પરના કોઈપણ બે બિંદુઓ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત નથી તેથી આ પરિણામ મળે છે. જો સુવાહક વિદ્યુતભારિત હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબરૂપે હોય છે, એનો અર્થ એ કે સપાટી પરનું સ્થિતિમાન અને સપાટીની તરત બહારના બિંદુનું સ્થિતિમાન જુદાં છે.

યાદચ્છિક પરિમાણ, આકાર અને વિદ્યુતભાર-વિતરણ ધરાવતા સુવાહકોના તંત્રમાં દરેક સુવાહકને લાક્ષણિક અચળ મૂલ્યનું સ્થિતિમાન હોય છે, પરંતુ આ અચળાંક જુદા જુદા સુવાહક માટે જુદો હોઈ શકે છે.

**5. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર વિદ્યુતક્ષેત્ર :**

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}} \tag{2.35}$$

છે, જ્યાં $\sigma$ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે અને $\hat{\mathbf{n}}$ સપાટીને લંબ બહારની તરફ એકમ સદિશ છે.

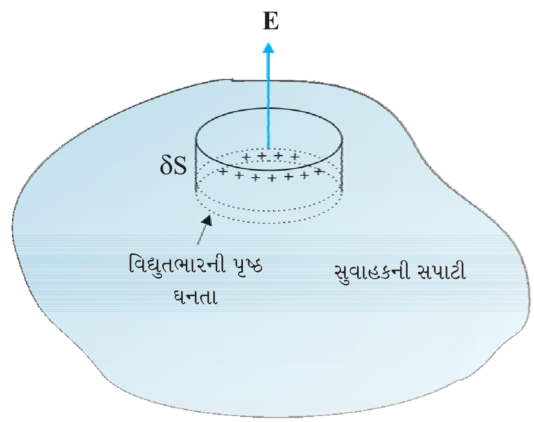
આ પરિણામ સાધિત કરવા માટે સપાટી પરના P બિંદુની આસપાસ એક પીલ-બૉક્સ (Pill-box, એક ટૂંકો નળાકાર) ગૉસિયન સપાટી તરીકે, આકૃતિ 2.17 મુજબ પસંદ કરો. પીલ-બૉક્સ સુવાહકની સપાટીની અંશતઃ અંદર અને અંશતઃ બહાર છે. તેને આડછેદનું અલ્પ ક્ષેત્રફળ $\delta S$ અને અવગણ્ય ઉંચાઈ છે.

સપાટીની અંદરના તરતના ભાગમાં સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે અને બહારના તરતના ભાગમાં ક્ષેત્ર સપાટીને લંબ અને E મૂલ્યનું છે. આમ, પીલ-બૉક્સમાંથી કુલ ફ્લક્સ માટેનો ફાળો પીલ-બૉક્સના બહારના (વર્તુળાકાર) આડછેદમાંથી જ આવે છે. આનું મૂલ્ય $\pm E\delta S$ ($\sigma > 0$ માટે ધન, $\sigma < 0$ માટે ઋણ) બરાબર છે, કારણ કે, અલ્પ ક્ષેત્રફળ $\delta S$ પર $\mathbf{E}$ને અચળ ગણી શકીએ અને $\mathbf{E}$ અને $\delta S$ સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર છે. પીલ બૉક્સ વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર $\sigma\delta S$ છે. ગૉસના નિયમ પરથી,

$$E\delta S = \frac{|\sigma|\delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} \tag{2.36}$$

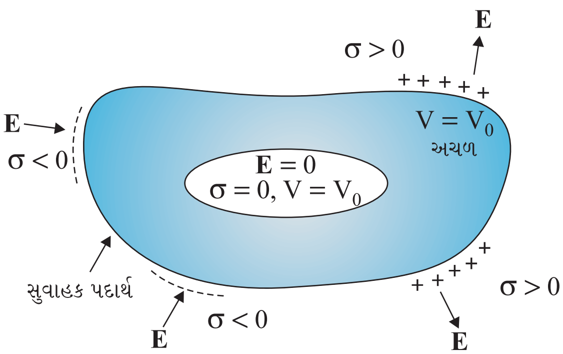
વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ છે તે હકીકતનો સમાવેશ કરતાં આપણને સમીકરણ (2.35) મુજબનો સદિશ સંબંધ મળે છે, વળી, તે $\sigma$ના બંને ચિહ્ન માટે સાચો છે. $\sigma > 0$ માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ બહાર તરફ છે. $\sigma < 0$ માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ અંદર તરફ છે.




**આકૃતિ 2.17** વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પરના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સમીકરણ (2.35) સાધિત કરવા માટે પસંદ કરેલ ગૉસિયન સપાટી (પીલ-બૉક્સ)

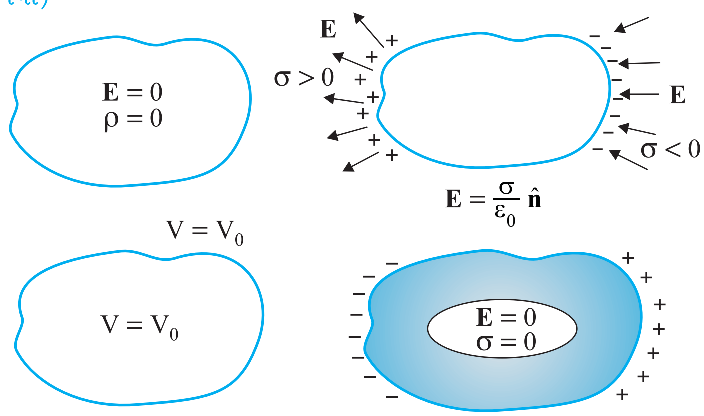
**6. સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ**

એક બખોલ (Cavity) ધરાવતા સુવાહકનો વિચાર કરો. બખોલની અંદર કોઈ વિદ્યુતભાર નથી. એક નોંધપાત્ર પરિણામ એ મળે છે કે બખોલનું પરિમાણ કે આકાર ગમે તે હોય, સુવાહક પર ગમે તે વિદ્યુતભાર હોય અને સુવાહકને ગમે તે બાહ્યક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે તો પણ બખોલમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ પરિણામનો એક સાદો કિસ્સો આપણે સાબિત કરેલો જ છે : વિદ્યુતભારિત કવચની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે (જુઓ પ્રકરણ-1). પરંતુ સુવાહકની અંદર (વિદ્યુતભાર-વિહિન) બખોલની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું એ, ઉપર જણાવ્યું તેમ બહુ વ્યાપક પરિણામ છે. આની સાથે સંબંધ ધરાવતું પરિણામ એ છે કે, સુવાહકને વિદ્યુતભારિત કરેલો હોય અથવા બાહ્ય ક્ષેત્ર વડે તટસ્થ સુવાહક પર વિદ્યુતભારોને પ્રેરિત કરવામાં આવે તો પણ બધા વિદ્યુતભારો, બખોલ ધરાવતા સુવાહકની બાહ્ય સપાટી પર જ રહેતા હોય છે.




**આકૃતિ 2.18** કોઈ પણ સુવાહકની બખોલની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. બખોલ ધરાવતા સુવાહકની બાહ્ય સપાટી પર જ બધા વિદ્યુતભાર રહે છે. (બખોલમાં કોઈ વિદ્યુતભારો મૂકેલા નથી)

આકૃતિ 2.18માં નોંધેલાં પરિણામોની સાબિતિઓ અહીં છોડી દઈએ છીએ, પરંતુ આપણે તેનો અગત્યનો સૂચિતાર્થ નોંધીએ. સુવાહકની બહાર ગમે તે વિદ્યુતભાર કે ક્ષેત્ર હોય, પણ સુવાહકની અંદરની બખોલ બહારની વિદ્યુત અસરોથી હંમેશાં શીલ્ડેડ (Shielded-સુરક્ષિત) રહે છે : બખોલની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર હંમેશાં શૂન્ય હોય છે. આને સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ કહે છે. આ અસરનો ઉપયોગ સંવેદી ઉપકરણોને બહારની વિદ્યુત અસરોથી બચાવવા માટે કરી શકાય છે. આકૃતિ 2.19 સુવાહકના અગત્યના સ્થિતવિદ્યુત ગુણધર્મોનો સારાંશ આપે છે.




**આકૃતિ 2.19** સુવાહકના કેટલાક અગત્યના સ્થિત વિદ્યુત ગુણધર્મો

**ઉદાહરણ 2.7**

(a) કોઈ માણસના સૂકા વાળમાંથી પસાર કરેલો કાંસકો કાગળના નાના ટુકડાઓને આકર્ષે છે. શા માટે ? જો વાળ ભીના હોય અથવા તે વરસાદી દિવસ હોય તો શું થાય ? (યાદ રાખો કે કાગળ વિદ્યુતનું વહન કરતો નથી.)

(b) સામાન્ય રબર અવાહક છે. પરંતુ વિમાનના વિશિષ્ટ રબરના ટાયરો સ્હેજ સુવાહક બનાવવામાં આવે છે. આવું શા માટે જરૂરી છે ?

(c) દહનશીલ દ્રવ્યોને લઈ જતા વાહનોમાં જમીનને અડકતા હોય તેવા ધાતુના દોરડા રાખેલા હોય છે. શા માટે ?

(d) ખુલ્લી હાઈપાવર લાઈન પર પક્ષી આરામથી બેસે છે તો પણ તેને કંઈ થતું નથી. જમીન પર ઉભેલો માણસ તે જ લાઈનને સ્પર્શે તો તેને પ્રાણઘાતક આંચકો લાગે છે. શા માટે ?

**ઉકેલ**

(a) આનું કારણ એ છે કે, કાંસકો ઘર્ષણથી વિદ્યુતભારિત થાય છે. આ વિદ્યુતભારિત કાંસકા વડે કાગળની અંદરના અણુઓ ધ્રુવીભૂત થાય છે, તેના પરિણામે ચોખ્ખું (Net) આકર્ષણ બળ ઉદ્ભવે છે. જો વાળ ભીના હોય અથવા તે વરસાદી દિવસ હોય તો વાળ અને કાંસકા વચ્ચે ઘર્ષણ ઘટી જાય છે. કાંસકો વિદ્યુતભારિત થતો નથી અને તેથી તે કાગળના નાના ટુકડાઓને આકર્ષતો નથી.

ઉદાહરણ 2.7

ઉદાહરણ 2.7

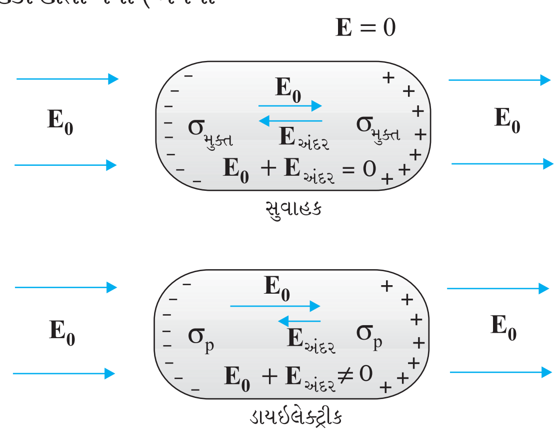
(b) (ઘર્ષણથી ઉદ્‌ભવતા) વિદ્યુતભારને જમીનમાં વહન કરાવી દેવા માટે આમ કરાય છે. જો ખૂબ સ્થિત વિદ્યુતભાર એકઠો થાય તો તણખા (Spark) થઈ શકે અને પરિણામે આગ લાગી શકે.

(c) કારણ (b)ના જેવું જ છે.

(d) જ્યારે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત હોય ત્યારે જ પ્રવાહ પસાર થાય છે.

## 2.10 ડાયઈલેક્ટ્રીક અને ધ્રુવીભવન (Dielectric and Polarisation)

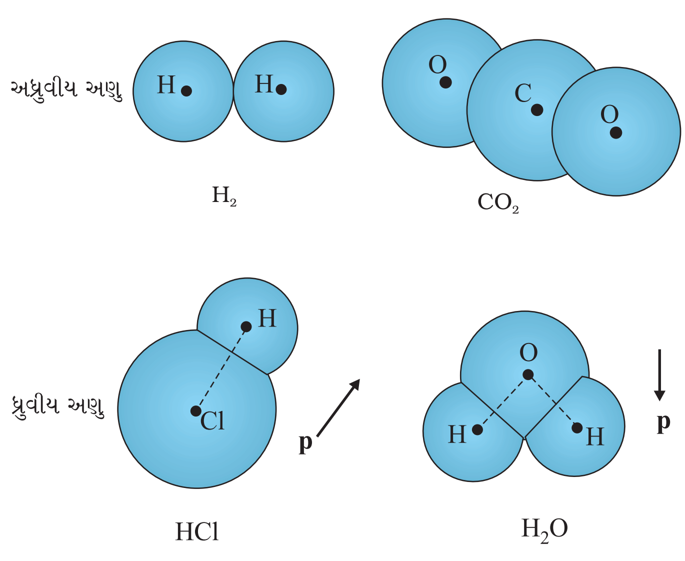
ડાયઈલેક્ટ્રીક અવાહક પદાર્થો છે. સુવાહકથી વિરૂદ્ધ તેમનામાં વિદ્યુતભાર વાહકો હોતા નથી (અથવા અવગણ્ય સંખ્યાના હોય છે). પરિચ્છેદ 2.9 પરથી, સુવાહકને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકતાં શું થાય છે તે યાદ કરો. મુક્ત વિદ્યુતવાહક કણો ગતિ કરે છે અને સુવાહકમાં વિદ્યુતભાર વિતરણ સ્વયં એવી રીતે ગોઠવાય છે કે પ્રેરિત વિદ્યુતભારોને લીધે ઉદ્‌ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રનો સુવાહકની અંદર વિરોધ કરે છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં બંને વિદ્યુતક્ષેત્રો એકબીજાને નાબૂદ કરે અને સુવાહકમાં ચોખ્ખું (Net) વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય બને ત્યાં સુધી આવું થાય છે. ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં વિદ્યુતભારોની મુક્ત ગતિ શક્ય નથી. બાહ્યક્ષેત્ર ડાયઈલેક્ટ્રીકના અણુઓને ખેંચીને કે પુનઃગોઠવણીથી ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. બધી આણ્વિક ડાયપોલ ચાકમાત્રાની સામૂહિક અસર ડાયઈલેક્ટ્રીકની સપાટી પર ચોખ્ખા વિદ્યુતભાર રૂપે જણાય છે. આ વિદ્યુતભારો બાહ્ય ક્ષેત્રનો વિરોધ કરતું ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. જો કે સુવાહકથી વિપરિત આ કિસ્સામાં આ રીતે પ્રેરિત થયેલું વિરોધક ક્ષેત્ર બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રને પૂરેપૂરું નાબૂદ કરતું નથી. તે માત્ર તેને ઘટાડે છે. આ અસરનું પ્રમાણ ડાયઈલેક્ટ્રીકના પ્રકાર પર આધારિત છે. આ અસરને સમજવા માટે આપણે આણ્વિક સ્તરે ડાયઈલેક્ટ્રીકનું વિદ્યુતભાર વિતરણ જોવું જોઈએ.



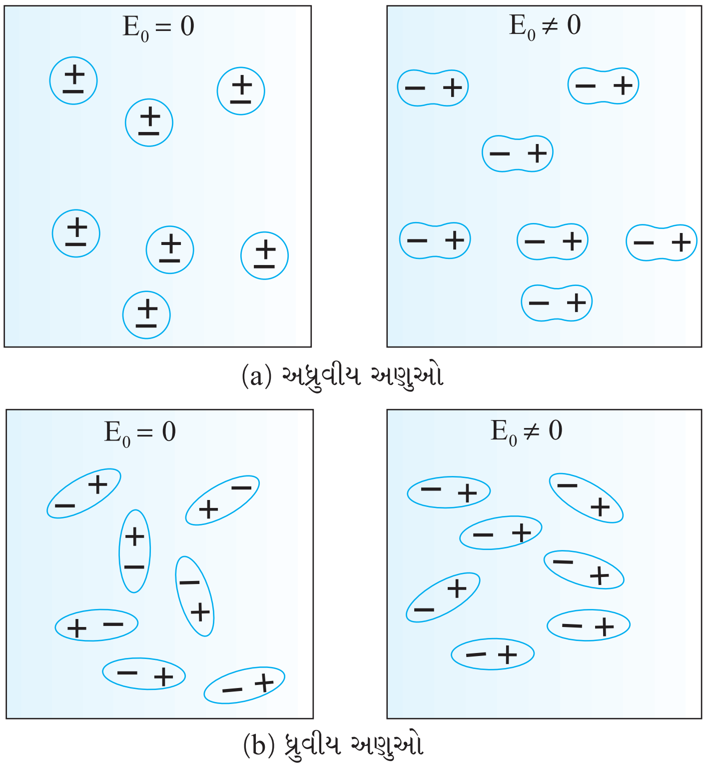

**આકૃતિ 2.20** બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સુવાહક અને ડાયઈલેક્ટ્રીકની વર્તણૂંકમાં તફાવત

દ્રવ્યના અણુઓ ધ્રુવીય કે અધ્રુવીય હોઈ શકે. અધ્રુવીય અણુમાં, ધન વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર અને ઋણ વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર એકબીજા પર સંપાત થાય છે. આથી, અણુને કોઈ કાયમી (કે આંતરિક) ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોતી નથી. અધ્રુવીય અણુઓનાં ઉદાહરણ ઑક્સિજન ($O_2$) અને હાઈડ્રોજન ($H_2$) અણુઓ છે, જેઓને તેમની સંમિતિને લીધે કોઈ ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોતી નથી. બીજી બાજુ, ધ્રુવીય અણુ એવો હોય છે કે જેમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોનાં કેન્દ્રો (બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર ન હોય ત્યારે પણ) જુદાં જુદાં હોય છે. આવા અણુઓને કાયમી ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોય છે. HCl જેવો આયોનિક અણુ અથવા પાણી ($H_2O$)નો અણુ એ ધ્રુવીય અણુઓનાં ઉદાહરણ છે.

બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં, અધ્રુવીય અણુના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો પરસ્પર વિરૂદ્ધ દિશાઓમાં સ્થાનાંતર પામે છે. જ્યારે અણુઓના ઘટક વિદ્યુતભારો પરનું બાહ્યબળ (અણુની અંદરના આંતરિક ક્ષેત્રને લીધે લાગતા) પુનઃસ્થાપક બળ વડે સમતુલિત થાય છે ત્યારે સ્થાનાંતર અટકી જાય છે. આમ, અધ્રુવીય અણુમાં પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉદ્‌ભવે છે. બાહ્યવિદ્યુતક્ષેત્ર વડે ડાયઈલેક્ટ્રીક ધ્રૂવીભૂત થયો એમ કહેવાય છે.




**આકૃતિ 2.21** ધ્રુવીય અને અધ્રુવીય અણુઓના કેટલાંક ઉદાહરણો




**આકૃતિ 2.22** બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલ ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં ચોખ્ખી ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉદ્‌ભવે છે. (a) અધ્રુવીય અણુઓ (b) ધ્રુવીય અણુઓ

આપણે માત્ર એવી સરળ પરિસ્થિતિનો વિચાર કરીએ છીએ કે જ્યારે પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ક્ષેત્રની દિશામાં છે અને તે ક્ષેત્રની તીવ્રતાના સમપ્રમાણમાં છે. (જે દ્રવ્યો માટે આ પૂર્વધારણા સાચી રહે તેમને **રેખીય સમદિગ્‌ધર્મી ડાયઈલેક્ટ્રીક** કહે છે.) બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં જુદા જુદા અણુઓની ડાયપોલ ચાકમાત્રાઓનો સરવાળો થઈને ડાયઈલેક્ટ્રીકની ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા મળે છે.

ધ્રુવીય અણુઓ ધરાવતા ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં પણ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે, પણ તે બીજા કારણથી. બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં કાયમી ડાયપોલ્સ ઉષ્મીય ગતિને લીધે અસ્તવ્યસ્ત ગોઠવાયેલી હોય છે, આથી કુલ ડાયપોલ ચાકમાત્રા શૂન્ય હોય છે. જ્યારે બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે છે ત્યારે વ્યક્તિગત ડાયપોલ ચાકમાત્રાઓ ક્ષેત્રને સમાંતર બનવાનો પ્રયત્ન કરે છે. આથી, બધા અણુઓ માટે સરવાળો કરતાં, વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા મળે છે, એટલે કે ડાયઈલેક્ટ્રીકનું ધ્રુવીભવન થાય છે. ધ્રુવીભવનનું પ્રમાણ નીચેના બે પરસ્પર વિરોધી પરિબળોની સાપેક્ષ પ્રબળતા પર આધારિત છે : બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલ સ્થિતિઊર્જા કે જે ડાયપોલ્સને ક્ષેત્રને સમાંતર ગોઠવવાનો પ્રયત્ન કરે છે તે અને ઉષ્મીય ઊર્જા જે આવી ગોઠવણને છિન્ન ભિન્ન કરવાનો પ્રયત્ન કરે છે તે. વધારામાં અધ્રુવીય અણુઓની જેમ 'પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા' અસર પણ હોય છે પરંતુ સામાન્ય રીતે ધ્રુવીય અણુઓ માટે સમાંતરે ગોઠવાઈ જવાની અસર વધારે મહત્ત્વની છે.

આમ, ધ્રુવીય કે અધ્રુવીય દરેક કિસ્સામાં બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં પરિણામી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે. એકમ કદ દીઠ ડાયપોલ ચાકમાત્રાને પોલરાઈઝેશન (ધ્રુવીભવન) કહે છે અને તેને **P** વડે દર્શાવાય છે. રેખીય સમદિગ્‌ધર્મી (સમદૈશિક) ડાયઈલેક્ટ્રીક માટે

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \tag{2.37}$$

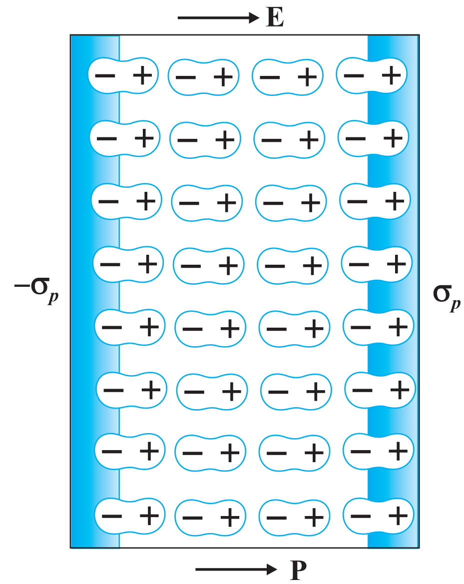
જ્યાં, $\chi_e$ ડાયઈલેક્ટ્રીકનો લાક્ષણિક અચળાંક છે અને તેને ડાયઈલેક્ટ્રીક માધ્યમની વિદ્યુત સસેપ્ટીબીલીટી કહે છે.

$\chi_e$ના દ્રવ્યના આણ્વિક ગુણધર્મો સાથેના સંબંધો મેળવી શકાય છે પરંતુ આપણે અહીં તેમ કરીશું નહિ.

પ્રશ્ન આ છે : ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઈલેક્ટ્રીક તેના અંદરના ભાગમાં મૂળ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં કેવો ફેરફાર કરે છે ? સરળતા ખાતર, લંબઘન ડાયઈલેક્ટ્રીક ચોસલાને બાહ્ય સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_0$માં તેની બે બાજુઓ $\mathbf{E}_0$ને સમાંતર રહે તેમ મૂકેલો વિચારીએ. ક્ષેત્ર ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં સમાન પોલરાઈઝેશન **P** ઉપજાવે છે. આમ, ચોસલાનો દરેક કદ ખંડ $\Delta v$, $\mathbf{P}\Delta v$ જેટલી ડાયપોલ ચાકમાત્રા ક્ષેત્રની દિશામાં ધરાવે છે. કદ ખંડ $\Delta v$ સ્થૂળ દૃષ્ટિએ નાનો છે પરંતુ ઘણી મોટી સંખ્યાના આણ્વિક ડાયપોલ ધરાવે છે. ડાયઈલેક્ટ્રીકની અંદર ક્યાંય પણ કદ ખંડ $\Delta v$ને કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતભાર નથી.

(જો કે તેને ચોખ્ખી ડાયપોલ ચાકમાત્રા છે). આનું કારણ એ છે કે એક ડાયપોલનો ધન વિદ્યુતભાર બાજુની ડાયપોલના ઋણ વિદ્યુતભારની પાસે બેઠેલો છે. આમ છતાં વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ એવી ડાયઇલેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભાર ઘનતા હોય છે. આકૃતિ 2.23માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જમણી સપાટી પર ડાયપોલના ધન છેડાઓ અને ડાબી સપાટી પર ડાયપોલના ઋણ છેડાઓ તટસ્થીકરણ પામેલા નથી. આ અસમતુલિત વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્રને લીધે પ્રેરિત થયેલા વિદ્યુતભારો છે.

આમ, ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઇલેક્ટ્રીક, પ્રેરિત વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા $\sigma_p$ અને $-\sigma_p$ ધરાવતી બે વિદ્યુતભારિત સપાટીઓને સમતુલ્ય છે. સ્પષ્ટપણે, આ પૃષ્ઠ વિદ્યુતભારો વડે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર, બાહ્ય ક્ષેત્રનો વિરોધ કરે છે. ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, ત્યાં ડાયઇલેક્ટ્રીક ન હતો ત્યારે જે ક્ષેત્ર હતું તેના કરતાં ઘટી જાય છે. આપણે એ નોંધવું જોઈએ કે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા $\pm\sigma_p$, ડાયઇલેક્ટ્રીકમાંના બંધિત વિદ્યુતભારો (મુક્ત વિદ્યુતભારો નહિ)ને લીધે ઉત્પન્ન થાય છે.




**આકૃતિ 2.23** સમાન રીતે ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઇલેક્ટ્રીકને પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા છે પણ વિદ્યુતભાર કદ ઘનતા નથી

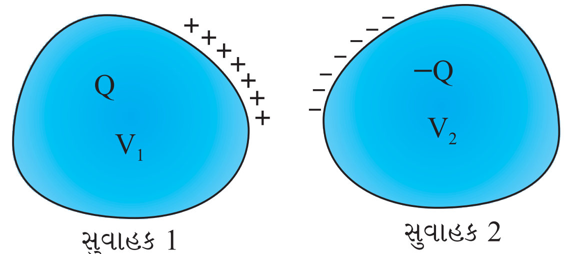
## 2.11 કેપેસીટરો અને કેપેસીટન્સ (CAPACITORS AND CAPACITANCE)

કેપેસીટર (સંધારક) એ એકબીજાથી અલગ કરેલા બે સુવાહકોથી બનતી રચના છે (આકૃતિ 2.24). સુવાહકો પર ધારોકે વિદ્યુતભારો $Q_1$ અને $Q_2$ છે અને તેમનાં સ્થિતિમાનો $V_1$ અને $V_2$ છે. સામાન્યતઃ વ્યવહારમાં બે સુવાહકો પર વિદ્યુતભારો Q અને $-Q$ હોય છે અને તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત $V = V_1 - V_2$ છે. આપણે માત્ર આવી વિદ્યુતભાર સંરચના ધરાવતા કેપેસીટરનો વિચાર કરીશું. (એક સુવાહકને પણ બીજો સુવાહક અનંત અંતરે ધારી લઈને કેપેસીટર તરીકે વાપરી શકાય.) સુવાહકોને બૅટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડીને આ રીતે વિદ્યુતભારિત કરી શકાય છે. Qને કેપેસીટરનો વિદ્યુતભાર કહે છે, જો કે તે હકીકતમાં, એક જ સુવાહક પરનો વિદ્યુતભાર છે. વળી, કેપેસીટરનો કુલ વિદ્યુતભાર તો શૂન્ય છે.

સુવાહકોની વચ્ચેના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, વિદ્યુતભાર Qને સમપ્રમાણમાં છે. એટલે કે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર બે ગણો કરવામાં આવે તો, દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ બે ગણું થશે (કુલંબના નિયમમાં વિદ્યુતભાર અને ક્ષેત્ર વચ્ચેની સપ્રમાણતા અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી આ બાબત સમજાય છે). હવે, સ્થિતિમાનનો તફાવત V, નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 થી 1 પર લઈ જતાં એકમ ધન વિદ્યુતભાર દીઠ ક્ષેત્ર વિરૂદ્ધ કરેલું કાર્ય છે. પરિણામે V પણ Qને સમપ્રમાણમાં છે અને Q/V ગુણોત્તર અચળ છે :

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (2.38)$$

અચળાંક Cને કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ (સંધારકની ક્ષમતા) કહે છે. ઉપર જણાવ્યું તેમ C, Q અને V બંનેથી સ્વતંત્ર છે. કેપેસીટન્સ C બે સુવાહકોની માત્ર ભૌમિતિક સંરચના (આકાર, માપ, અંતર) પર આધારિત છે [આપણે આગળ જોઈશું કે તે બે સુવાહકોને અલગ કરતાં અવાહક (ડાયઇલેક્ટ્રીક) પર પણ આધાર રાખે છે]. કેપેસીટન્સનો SI એકમ 1 farad ($= 1$ coulomb volt$^{-1}$) અથવા $1\ F = 1\ C\ V^{-1}$ છે. નિશ્ચિત કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરને પ્રતિકાત્મકરૂપે ⊣⊢ તરીકે દર્શાવાય છે અને ચલિત કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરને ⊣̸⊢ તરીકે દર્શાવાય છે.



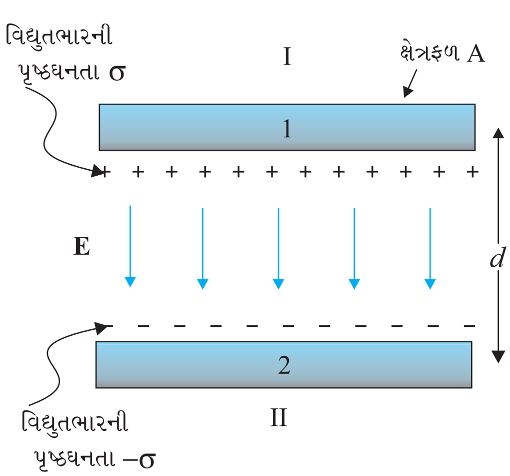

**આકૃતિ 2.24** અવાહક વડે અલગ કરેલ બે સુવાહકોનું તંત્ર કેપેસીટર રચે છે

સમીકરણ (2.38) દર્શાવે છે કે, Cનું મૂલ્ય મોટું હોય તો, આપેલા Q માટે V નાનું છે. આનો અર્થ એ કે મોટું કેપેસીટન્સ ધરાવતું કેપેસીટર, પ્રમાણમાં નાના V માટે મોટા જથ્થાનો વિદ્યુતભાર ધારણ કરી શકે છે. આનું વ્યાવહારિક મહત્વ છે. વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત વધારે હોય તો સુવાહકની આસપાસ પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર હોય છે. પ્રબળ વિદ્યુત ક્ષેત્ર આસપાસની હવાનું આયનીકરણ કરી શકે છે અને આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા વિદ્યુતભારોને વિરૂદ્ધ રીતે વિદ્યુતભારિત પ્લેટો તરફ પ્રવેગિત કરી શકે છે અને કેપેસીટરની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભારને અંશતઃ પણ તટસ્થ કરી દે છે. બીજા શબ્દોમાં કેપેસીટરનો વિદ્યુતભાર વચ્ચેના માધ્યમની અવાહક તરીકેની ક્ષમતા ઘટવાથી સ્ખલન પામે છે (Leaks).

ડાયઈલેક્ટ્રીક માધ્યમ (તેનો અવાહકતાનો ગુણધર્મ) બ્રેક-ડાઉન થયા સિવાય, જે મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્રનો સામનો કરી શકે તેને ડાયઈલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ (મજબૂતાઈ) કહે છે. હવા માટે તે લગભગ $3 \times 10^6$ V m$^{-1}$ છે. બે સુવાહકો વચ્ચેના 1 cmના ક્રમના અંતર માટે આ ક્ષેત્રને અનુરૂપ સ્થિતિમાનનો તફાવત $3 \times 10^4$ V છે. આમ, મોટા જથ્થાના વિદ્યુતભારને સ્ખલન (Leak) થયા વિના ધારણ કરવા માટે કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ પુરતું મોટું હોવું જોઈએ કે જેથી સ્થિતિમાન તફાવત અને તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર બ્રેક-ડાઉન સીમાથી વધી ન જાય. બીજી રીતે કહીએ તો, આપેલા કેપેસીટર પર ખાસ સ્ખલન (Leak) થયા વિના વિદ્યુતભારને સંગ્રહ કરવાની એક સીમા હોય છે. વ્યવહારમાં farad ખૂબ મોટો એકમ છે, બહુ વ્યાપક રીતે વપરાતા એકમો તેના અપૂર્ણાંક ગુણાંકો છે, 1 $\mu$F = $10^{-6}$ F, 1 $n$F = $10^{-9}$ F, 1 $p$F = $10^{-12}$ F, વગેરે. વિદ્યુતભારના સંગ્રહ કરવાના તેના ઉપયોગ ઉપરાંત, મોટાભાગના મહત્ત્વના $ac$ પરિપથોમાં કેપેસીટર એ એક ચાવીરૂપ ઘટક છે, જે પ્રકરણ 7માં સમજાવેલ છે.

## 2.12 સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટર (Parallel Plate Capacitor)

સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટર, એકબીજાથી થોડા અંતરે રહેલી બે મોટી સમતલ સમાંતર વાહક પ્લેટોનું બનેલું છે (આકૃતિ 2.25). આપણે શરૂઆતમાં બે પ્લેટ વચ્ચેના માધ્યમ તરીકે શૂન્યાવકાશ લઈશું. બે પ્લેટો વચ્ચે ડાયઈલેક્ટ્રીક માધ્યમની અસર હવે પછીના પરિચ્છેદમાં ચર્ચેલ છે. દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ A અને બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર $d$ ધારો. બે પ્લેટો પરના વિદ્યુતભારો Q અને −Q છે. $d$, પ્લેટોના રેખીય પરિમાણ કરતાં ઘણું નાનું ($d^2 << A$) હોવાથી, આપણે વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા ધરાવતા અનંત સમતલથી ઉદ્ભવતા ક્ષેત્ર અંગેનું પરિણામ (પરિચ્છેદ 1.15) વાપરી શકીએ છીએ. પ્લેટ 1 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા $\sigma = Q/A$ છે અને પ્લેટ 2 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા $-\sigma$ છે. સમીકરણ (1.33) પરથી, વિવિધ વિસ્તારોમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર આ મુજબ છે :



**આકૃતિ 2.25** સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટર

બહારનો વિભાગ-I (પ્લેટ-1ની ઉપરનો વિભાગ)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.39)$$

બહારનો વિભાગ-II (પ્લેટ-2ની નીચેનો વિસ્તાર)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.40)$$

બે પ્લેટ 1 અને 2ની વચ્ચેના વિસ્તારમાં બે વિદ્યુતભારિત પ્લેટો વડે ઉદ્ભવતાં ક્ષેત્રોનો સરવાળો થાય છે. આ રીતે

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \tag{2.41}$$

મળે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ધન પ્લેટથી ઋણ પ્લેટ તરફ છે.

આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર બે પ્લેટની વચ્ચેના વિસ્તાર પૂરતું મર્યાદિત અને એ સમગ્ર વિસ્તારમાં એકસમાન છે. સીમિત ક્ષેત્રફળની પ્લેટો માટે આ બાબત પ્લેટોની બહારની સીમાઓ આગળ સત્ય રહેતી નથી. કિનારીઓ પાસે ક્ષેત્ર રેખાઓ બહાર તરફ વળે છે. આ ઘટનાને 'Fringing of the field' કહે છે. આ જ લક્ષણથી $\sigma$ સમગ્ર પ્લેટ પર એક સમાન નહિ હોય [E અને $\sigma$ વચ્ચેનો સંબંધ સમીકરણ (2.35) છે]. આમ છતાં $d^2 << A$ માટે, કિનારીઓથી પૂરતા દૂરના વિસ્તારો માટે આ અસરો અવગણી શકાય છે અને તે સ્થાને ક્ષેત્ર સમીકરણ (2.41) પરથી મળે છે. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સ્થિતિમાનનો તફાવત, વિદ્યુતક્ષેત્ર ગુણ્યા બે પ્લેટ વચ્ચેના અંતર જેટલો છે. એટલે કે,

$$V = Ed = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Qd}{A} \tag{2.42}$$

આ પરથી સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{2.43}$$

છે. અપેક્ષા મુજબ આ કેપેસીટન્સ તંત્રની માત્ર ભૂમિતિ પર આધાર રાખે છે. $A = 1\ m^2$ અને $d = 1$ mmના લાક્ષણિક મૂલ્યો માટે આપણને

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2} \times 1\ m^2}{10^{-3}\ m} = 8.85 \times 10^{-9}\ F \tag{2.44}$$

[તમે $1F = 1C\ V^{-1} = 1C\ (NC^{-1}m)^{-1} = 1\ C^2\ N^{-1}m^{-1}$ છે તેમ ચકાસી શકો છો.] આ દર્શાવે છે કે, અગાઉ નોંધ્યું તેમ 1F એ વ્યવહારમાં બહુ મોટો એકમ છે. 1Fનું 'મોટાપણું' જોવાનો એક બીજો રસ્તો, C = 1F માટે 1 cm અંતર ધરાવતી પ્લેટોનું ક્ષેત્રફળ ગણવાનો છે :

$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{1F \times 10^{-2}m}{8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}} = 10^9 m^2 \tag{2.45}$$

જે પ્લેટની લંબાઈ અને પહોળાઈ દરેક 30 km હોય તેમ સૂચવે છે.

PHYSICS

**Factors affecting capacitance, capacitors in action interactive Java tutorial**
http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/capacitance/

## 2.13 કેપેસીટન્સ પર ડાયઈલેક્ટ્રીકની અસર (Effect of Dielectric on Capacitance)

પરિચ્છેદ 2.10માં મેળવેલ, બાહ્ય ક્ષેત્રમાં ડાયઈલેક્ટ્રીકની વર્તણૂંકની સમજણ સાથે, હવે આપણે જ્યારે ડાયઈલેક્ટ્રીક હાજર હોય ત્યારે સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ કેવી રીતે બદલાય છે તે જોઈએ. અગાઉની જેમ આપણી પાસે એકબીજાથી $d$ અંતરે રહેલી, દરેકનું ક્ષેત્રફળ A હોય તેવી બે મોટી પ્લેટ છે. પ્લેટ પરના વિદ્યુતભાર $\pm Q$ છે, અનુરૂપ વિદ્યુતભાર ઘનતા $\pm\sigma$ ($\sigma = Q/A$ સાથે) છે. જ્યારે બે પ્લેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે,

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

અને સ્થિતિમાનનો તફાવત $V_0$ છે.

$$V_0 = E_0 d$$

આ કિસ્સામાં કેપેસીટન્સ $C_0$

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{2.46}$$

છે.

હવે બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારને પૂરેપૂરું ભરી દે તેમ ડાયઇલેક્ટ્રીકને દાખલ કરેલો વિચારો. ક્ષેત્ર વડે ડાયઇલેક્ટ્રીક ધ્રુવીભૂત થાય છે અને પરિચ્છેદ 2.10માં સમજાવ્યા મુજબ, વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા $\sigma_p$ અને $-\sigma_p$ ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સમતલો (ક્ષેત્રને લંબરૂપે ડાયઇલેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર) હોય તેને સમતુલ્ય અસર ઉત્પન્ન થાય છે. હવે ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરનું ક્ષેત્ર, પ્લેટ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા $\pm(\sigma - \sigma_p)$ હોય તેવા કિસ્સાને અનુરૂપ છે. એટલે કે,

$$E = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} \tag{2.47}$$

છે. આથી, પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત

$$V = Ed = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} d \tag{2.48}$$

રેખીય ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે $\sigma_p$, $E_0$ને એટલે કે $\sigma$ને સમપ્રમાણમાં હોય તેવું અપેક્ષિત છે. આમ, $(\sigma - \sigma_p)$, $\sigma$ને સમપ્રમાણમાં છે અને આપણે

$$\sigma - \sigma_P = \frac{\sigma}{K} \tag{2.49}$$

લખી શકીએ છીએ, જ્યાં K એ અચળાંક છે જે ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે લાક્ષણિક છે. સ્પષ્ટપણે $K > 1$. આથી આપણે

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 K} = \frac{Qd}{A\varepsilon_0 K} \tag{2.50}$$

લખી શકીએ છીએ. આ પરથી પ્લેટો વચ્ચે ડાયઇલેક્ટ્રીક રહેલું હોય ત્યારે કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 KA}{d} \tag{2.51}$$

ગુણાકાર $\varepsilon_0 K$ને માધ્યમનો પરાવૈદ્યુતાંક (Permittivity) કહે છે અને તેને $\varepsilon$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 K \tag{2.52}$$

શૂન્યાવકાશ માટે $K = 1$ અને $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\varepsilon_0$ને શૂન્યાવકાશનો *પરાવૈદ્યુતાંક* કહે છે. પરિમાણરહિત ગુણોત્તર

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{2.53}$$

ને *દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક* કહે છે. સમીકરણ (2.49) પરથી અગાઉ નોંધ્યું તેમ એ સ્પષ્ટ છે કે, K, 1 કરતાં મોટું છે. સમીકરણ (2.46) અને (2.51) પરથી,

$$K = \frac{C}{C_0} \tag{2.54}$$

આમ, દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક એ, કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચે સંપૂર્ણપણે ડાયઇલેક્ટ્રીક દાખલ કરતાં તેનું કેપેસીટન્સ તેના શૂન્યાવકાશ સાથેના મૂલ્ય કરતાં વધીને જેટલાં ગણું $(K > 1)$ થાય છે તે અંક છે. જો કે આપણે સમીકરણ (2.54) સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરના કિસ્સા માટે મેળવ્યું છે, પરંતુ તે કોઈ પણ

પ્રકારના કેપેસીટર માટે સાચું છે અને હકીકતમાં વ્યાપકરૂપે તેને દ્રવ્યના ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંકની વ્યાખ્યા તરીકે જોઈ શકાય છે.

## વિદ્યુત સ્થાનાંતર

પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા $\sigma_p$ અને પોલરાઈઝેશન **P** વચ્ચેનો કોઈ સ્પષ્ટ સંબંધ આપ્યા વિના આપણે ડાયઇલેક્ટ્રીકનો ખ્યાલ દાખલ કર્યો છે અને સમીકરણ (2.54) મેળવ્યું છે.

આપણે સાબિતી વિના

$$\sigma_p = \mathbf{P}\cdot\hat{\mathbf{n}}$$

પરિણામ સ્વીકારી લઈશું. જ્યાં $\hat{\mathbf{n}}$ સપાટીને બહારની તરફ લંબ એકમ સદિશ છે. ઉપરનું સમીકરણ વ્યાપક અને, ગમે તે આકારના ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે સાચું છે. આકૃતિ 2.23માં ચોસલા માટે **P**, જમણી સપાટી માટે $\hat{\mathbf{n}}$ ની દિશામાં (સમાંતર) છે અને ડાબી સપાટી માટે $\hat{\mathbf{n}}$ ની વિરૂદ્ધ છે. આમ, જમણી સપાટીએ પ્રેરિત વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન અને ડાબી સપાટીએ તે ઋણ છે, જે અગાઉની ગુણાત્મક ચર્ચામાં અનુમાન કરેલું હતું. વિદ્યુતક્ષેત્રના સમીકરણને સદિશ સ્વરૂપમાં લખતાં,

$$\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma - \mathbf{P}\cdot\hat{\mathbf{n}}}{\varepsilon_0}$$

અથવા $(\varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P})\cdot\hat{\mathbf{n}} = \sigma$

$(\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P})$ એ રાશિને વિદ્યુત સ્થાનાંતર (Electric Displacement) કહે છે અને તેને **D** વડે દર્શાવાય છે. તે સદિશ રાશિ છે. આમ,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}, \qquad \mathbf{D}\cdot\hat{\mathbf{n}} = \sigma$$

**D**નું મહત્ત્વ આ છે : શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા $\sigma$ સાથે સંબંધ ધરાવે છે. જ્યારે ડાયઇલેક્ટ્રીક માધ્યમ હાજર હોય છે ત્યારે તેવો જ ભાગ **D** ભજવે છે. ડાયઇલેક્ટ્રીક માધ્યમ માટે ઉપરના સમીકરણમાં જણાય છે તેમ, મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા $\sigma$ સાથે સીધો સંબંધ **E**નો નહિ પણ **D**નો છે. **P**, **E**ની દિશામાં જ હોવાથી ત્રણેય સદિશો **P**, **E** અને **D** સમાંતર છે. **D** અને **E**ના માનનો ગુણોત્તર

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{E}} = \frac{\sigma\varepsilon_0}{\sigma-\sigma_p} = \varepsilon_0 \mathrm{K} \text{ છે.}$$

આમ, $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathrm{K}\mathbf{E}$

અને $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon_0(\mathrm{K}-1)\mathbf{E}$

આ પરથી સમીકરણ (2.37)માં વ્યાખ્યાયિત કરેલ વિદ્યુત સસેપ્ટીબીલીટી $\chi_e$ માટે

$\chi_e = \varepsilon_0(\mathrm{K}-1)$ મળે છે.

**ઉદાહરણ 2.8** ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક K ધરાવતા દ્રવ્યના એક ચોસલાનું ક્ષેત્રફળ સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની પ્લેટ જેટલું છે, પરંતુ તેની જાડાઈ $(3/4)d$ છે. જ્યાં, $d$ બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર છે. જ્યારે આ ચોસલાને પ્લેટો વચ્ચે દાખલ કરવામાં આવે ત્યારે કેપેસીટન્સમાં કેવો ફેરફાર થાય ?

**ઉકેલ** જ્યારે ડાયઇલેક્ટ્રીક ન હોય ત્યારે પ્લેટો વચ્ચેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર ધારોકે $\mathrm{E}_0 = \mathrm{V}_0/d$ છે અને સ્થિતિમાન તફાવત $\mathrm{V}_0$ છે. હવે જો ડાયઇલેક્ટ્રીક દાખલ કરવામાં આવે તો, ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરનું ક્ષેત્ર $\mathrm{E}=\mathrm{E}_0/\mathrm{K}$. તેથી સ્થિતિમાન તફાવત,

ઉદાહરણ 2.8

ઉદાહરણ 2.8

$$V = E_0\left(\frac{1}{4}d\right) + \frac{E_0}{K}\left(\frac{3}{4}d\right)$$

$$= E_0 d\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4K}\right) = V_0 \frac{K+3}{4K}$$

સ્થિતિમાન તફાવત $(K+3)/4K$ અવયવ જેટલો ઘટે છે જ્યારે પ્લેટો પરનો મુક્ત વિદ્યુતભાર $Q_0$ બદલાતો નથી. આમ, કેપેસીટન્સ વધે છે.

$$C = \frac{Q_0}{V} = \left(\frac{4K}{K+3}\right)\frac{Q_0}{V_0} = \left(\frac{4K}{K+3}\right)C_0$$

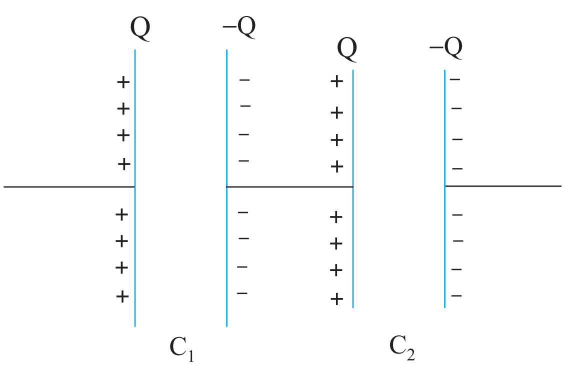
## 2.14 કેપેસીટરોનું સંયોજન (Combination of Capacitors)

આપણે $C_1, C_2, ....., C_n$ કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરોને સંયોજન કરીને અસરકારક કેપેસીટન્સ C ધરાવતું તંત્ર મેળવી શકીએ. અસરકારક કેપેસીટન્સ, વ્યક્તિગત કેપેસીટરોનાં સંયોજનની રીત પર આધાર રાખે છે. બે સરળ શક્યતાઓની નીચે ચર્ચા કરેલ છે.

### 2.14.1 કેપેસીટરો શ્રેણીમાં (Capacitors in Series)

આકૃતિ 2.26 કેપેસીટરો $C_1$ અને $C_2$ને શ્રેણીમાં જોડેલા દર્શાવે છે.

$C_1$ની ડાબી પ્લેટ અને $C_2$ની જમણી પ્લેટ બૅટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડેલ છે અને તેમના પર અનુક્રમે Q અને –Q વિદ્યુતભાર છે. આ પરથી એવું સમજાય તેમ છે કે $C_1$ની જમણી પ્લેટ પર –Q અને $C_2$ની ડાબી પ્લેટ પર +Q વિદ્યુતભાર છે. જો આમ ન હોત તો દરેક કેપેસીટર પરનો કુલ (Net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય ન હોત. આના પરિણામે $C_1$ અને $C_2$ને જોડતાં વાહકમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાયું હોત. આથી, $C_1$ અને $C_2$ બંને પરનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય બને ત્યાં સુધી વિદ્યુતભાર વહન પામે અને તેથી $C_1$ અને $C_2$ને જોડતાં વાહકમાં ક્ષેત્ર શૂન્ય બને. આમ, શ્રેણી જોડાણમાં બે પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર ($\pm Q$) દરેક કેપેસીટર માટે સમાન મૂલ્યના હોય છે. સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત $C_1$ અને $C_2$ના સ્થિતિમાન તફાવતો અનુક્રમે $V_1$ અને $V_2$ના સરવાળા જેટલો છે.




આકૃતિ 2.26 બે કેપેસીટરોનું શ્રેણીમાં સંયોજન

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \tag{2.55}$$

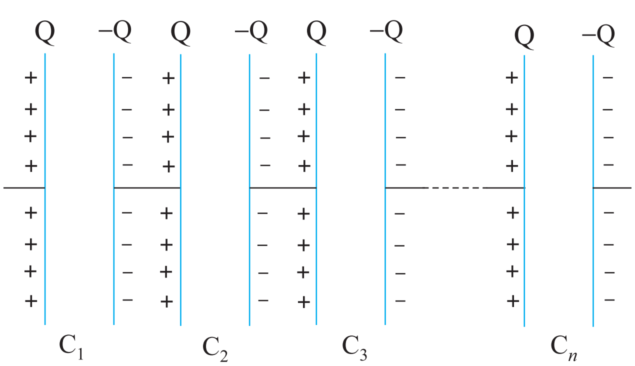
એટલે કે, $$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.56}$$

હવે, આ સંયોજનને આપણે વિદ્યુતભાર Q અને સ્થિતિમાન તફાવત V ધરાવતા અસરકારક કેપેસીટર તરીકે ગણી શકીએ છીએ. સંયોજનનું અસરકારક કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.57}$$

છે. આ સમીકરણ (2.57)ને આપણે સમીકરણ (2.56) સાથે સરખાવીએ તો,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.58}$$




આકૃતિ 2.27 *n* કેપેસીટરોનું શ્રેણીમાં સંયોજન

મળે છે. આવી રીતે ગોઠવેલા ગમે તે સંખ્યાના કેપેસીટરો માટે પણ આ સાબિતિ લાગુ પડે છે. શ્રેણીમાં ગોઠવેલા $n$-કેપેસીટરો માટે સમીકરણ (2.55) વ્યાપક રૂપે

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots + \frac{Q}{C_n} \qquad (2.59)$$

સ્વરૂપ ધારણ કરે છે. બે કેપેસીટરના કિસ્સા જેવાં જ પદો પ્રમાણે આગળ વધતાં આપણને $n$-કેપેસીટરોના શ્રેણી સંયોજનના અસરકારક કેપેસીટન્સનું વ્યાપક સૂત્ર મળે છે :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n} \qquad (2.60)$$

### 2.14.2 કેપેસીટરો સમાંતરમાં (Capacitors in Parallel)

આકૃતિ 2.28(a) સમાંતરમાં જોડેલા બે કેપેસીટરો દર્શાવે છે. આ કિસ્સામાં બંને કેપેસીટરો પર એકસરખો સ્થિતિમાન તફાવત લગાડેલો છે. પરંતુ કેપેસીટર 1ની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર ($+Q_1$) અને કેપેસીટર 2ની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર ($+Q_2$) સમાન હોવા જરૂરી નથી.

$$Q_1 = C_1V, \; Q_2 = C_2V \qquad (2.61)$$

સમતુલ્ય કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad (2.62)$$

અને સ્થિતિમાન તફાવત V છે.

$$Q = CV = C_1V + C_2V \qquad (2.63)$$

સમીકરણ (2.63) પરથી સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ C,

$$C = C_1 + C_2 \qquad (2.64)$$

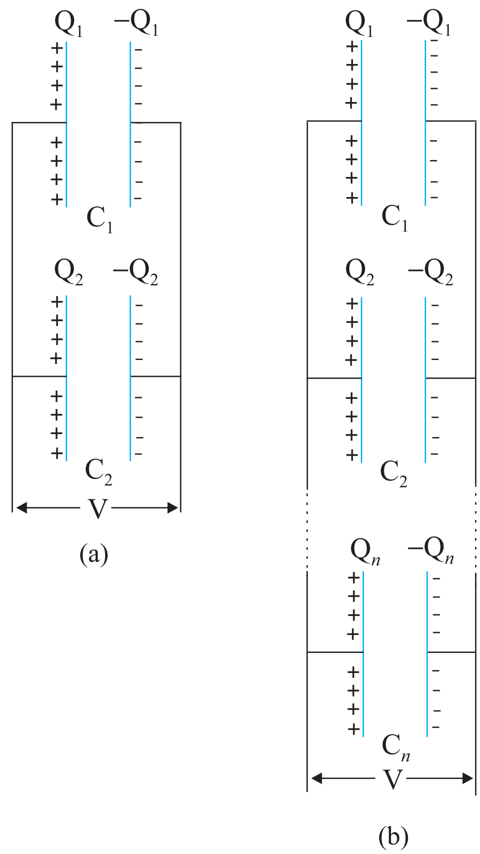
છે. આવી જ રીતે $n$-કેપેસીટરોના સમાંતર જોડાણ માટે સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ C [આકૃતિ 2.28($b$)] મળી શકે.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \qquad (2.65)$$

એટલે કે, $CV = C_1V + C_2V + \ldots + C_nV$ (2.66)

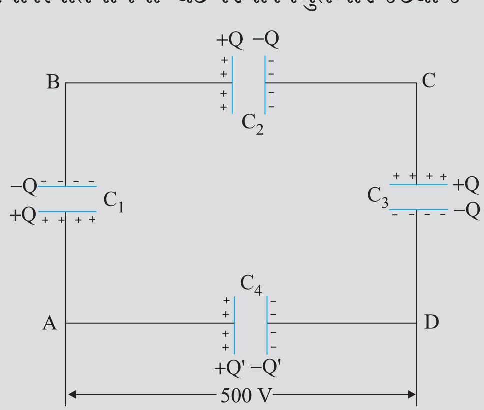
આ પરથી,

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n \qquad (2.67)$$




**આકૃતિ 2.28** (a) બે કેપેસીટરોનું (b) $n$-કેપેસીટરોનું સમાંતર સંયોજન

**ઉદાહરણ 2.9** આકૃતિ 2.29માં દર્શાવ્યા મુજબ 10 μFના ચાર કેપેસીટરોનું એક નેટવર્ક 500Vના સપ્લાય સાથે જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ (b) દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો. (નોંધો કે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર એ ઊંચા સ્થિતિમાનની પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર છે જે નીચા સ્થિતિમાનની પ્લેટ પરના વિદ્યુતભાર જેટલો જ અને વિરુદ્ધ છે.)




**આકૃતિ 2.29**

ઉદાહરણ 2.9

ઉદાહરણ 2.9

**ઉકેલ**

(a) આપેલ નેટવર્કમાં $C_1$, $C_2$ અને $C_3$ને શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ ત્રણ કેપેસીટરોનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ C'

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$ પરથી મળે છે.

$C_1 = C_2 = C_3 = 10\ \mu F$, માટે $C' = (10/3)\ \mu F$.

નેટવર્કમાં C' અને $C_4$ સમાંતરમાં જોડેલા છે. આમ, નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ

$$C = C' + C_4 = \frac{10}{3} + 10\ \mu F = 13.3\ \mu F$$

(b) આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટપણે દરેક કેપેસીટર $C_1$, $C_2$ અને $C_3$ પરનો વિદ્યુતભાર સમાન, ધારો કે Q છે. $C_4$ પરનો વિદ્યુતભાર Q' છે. સ્થિતિમાનના તફાવત AB વચ્ચે $Q/C_1$, BC વચ્ચે $Q/C_2$ અને CD વચ્ચે $Q/C_3$ હોવાથી,

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500\ V$$

વળી, $Q'/C_4 = 500\ V$

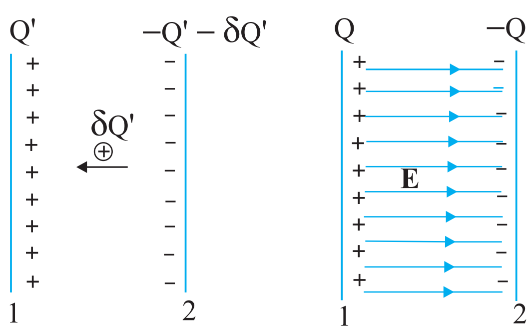
આ પરથી કેપેસીટન્સના આપેલાં મૂલ્યો માટે

$$Q = 500\ V \times \frac{10}{3}\ \mu F = 1.7 \times 10^{-3} C$$

$$Q' = 500\ V \times 10 \mu F = 5.0 \times 10^{-3} C$$

## 2.15 કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા (Energy Stored in a Capacitor)

આપણે ઉપર જોયું તેમ, કેપેસીટર Q અને –Q વિદ્યુતભારો ધરાવતા બે સુવાહકોનું તંત્ર છે. આ સંરચનામાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા શોધવા માટે, પ્રારંભમાં વિદ્યુતભાર-વિહીન સુવાહકો 1 અને 2ને ધ્યાનમાં લો. પછી વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 પરથી સુવાહક 1 પર ટુકડે-ટુકડે લઈ જવાની પ્રક્રિયા વિચારો, જેથી અંતે સુવાહક 1 વિદ્યુતભાર Q પ્રાપ્ત કરે છે. વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પરથી, અંતે સુવાહક 2 પર વિદ્યુતભાર –Q છે (આકૃતિ 2.30).




**આકૃતિ 2.30** (a) સુવાહક 1 પર વિદ્યુતભાર Q'થી વધારી Q'+ δQ' કરવાના નાના પગલામાં થતું કાર્ય (b) કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે કરેલા કાર્યને, પ્લેટો વચ્ચેના ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય

સુવાહક 2 પરથી ધન વિદ્યુતભારને સુવાહક 1 પર લઈ જવા માટે, બહારથી કાર્ય કરવું પડશે, કારણ કે કોઈ પણ તબક્કે સુવાહક 1, સુવાહક 2 કરતાં ઉંચા સ્થિતિમાને છે. કરેલા કુલ કાર્યની ગણતરી કરવા માટે આપણે પ્રથમ તો એક નાના પગલામાં અત્યંત સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારના સ્થાનાંતરમાં થતું કાર્ય ગણીએ. આ સમગ્ર પ્રક્રિયા દરમિયાનની વચગાળાની એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જ્યારે સુવાહકો 1 અને 2 પર અનુક્રમે Q' અને –Q' વિદ્યુતભારો હોય. આ તબક્કે સુવાહકો 1 અને 2 વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત V', Q'/C જેટલો છે. જ્યાં, C આ તંત્રનું કેપેસીટન્સ છે. હવે એક સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભાર δQ'ને સુવાહક 2 પરથી 1 પર સ્થાનાંતરિત કર્યાની કલ્પના કરો. આ પગલામાં કરેલું કાર્ય (δW),

$$\delta W = V' \delta Q' = \frac{Q'}{C} \delta Q' \qquad (2.68)$$

પરથી મળે છે. આ કાર્યના પરિણામે સુવાહક 1 પરનો વિદ્યુતભાર Q' વધીને Q' + δQ' થાય છે. δQ'ને આપણે આપણી ઇચ્છા મુજબ ગમે તેટલો નાનો કરી શકીએ છીએ તેથી સમીકરણ (2.68)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\delta W = \frac{1}{2C}\left[(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2\right] \tag{2.69}$$

સમીકરણ (2.68) અને (2.69) એકસમાન જ છે, કારણ કે δQ'માં દ્વિતિય ઘાતનું પદ એટલે કે $\delta Q'^2/2C$ અવગણ્ય છે, કારણ કે δQ' યાદચ્છિક રીતે નાનું છે. વિદ્યુતભાર Q'ને શૂન્યથી Q સુધી જમા કરવા માટે, કરેલું કુલ કાર્ય (W), નાનાં કાર્ય δWના ખૂબ મોટી સંખ્યાના પગલાંઓ માટે સરવાળો કરવાથી મળે છે.

$$W = \sum_{\text{બધાં પગલાં પર સરવાળો}} \delta W$$

$$= \sum_{\text{બધાં પગલાં પર સરવાળો}} \frac{1}{2C}\left[(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2\right] \tag{2.70}$$

$$= \frac{1}{2C}\left[\{\delta Q'^2 - 0\} + \{2\delta Q'\}^2 - \delta Q'^2\} + \{3\delta Q'\}^2 - \{2\delta Q'\}^2 + \ldots\ldots\right.$$

$$\left. + \{Q^2 - (Q - \delta Q')^2\}\right] \tag{2.71}$$

$$= \frac{1}{2C}\left[Q^2 - 0\right] = \frac{Q^2}{2C} \tag{2.72}$$

આ જ પરિણામ સમીકરણ (2.68) પરથી સંકલન દ્વારા સીધું મળી શકે છે.

$$W = \int_0^Q \frac{Q'}{C}\,\delta Q' = \frac{1}{C}\left.\frac{Q'^2}{2}\right|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

આ નવાઈ જેવું નથી કારણ કે સંકલન એ મોટી સંખ્યાનાં નાનાં પદોનો સરવાળો છે.

આપણે અંતિમ પરિણામ સમીકરણ (2.72)ને જુદી જુદી રીતે લખી શકીએ.

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \tag{2.73}$$

સ્થિતવિદ્યુત બળ સંરક્ષી હોવાથી આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આ જ કારણથી સ્થિતિઊર્જા માટેનું અંતિમ પરિણામ [સમીકરણ (2.73)], કેપેસીટરની વિદ્યુતભાર સંરચના કેવી રીતે મેળવી છે તેના પર આધારિત નથી. આ કેપેસીટર જ્યારે ડિસ્ચાર્જ (વિદ્યુતવિભાર, વિદ્યુતભાર વિસર્જન) થાય ત્યારે આ સંગ્રહિત ઊર્જા મુક્ત થાય છે. કેપેસીટરની સ્થિતિઊર્જાને પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં 'સંગ્રહ પામેલી' ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય છે. આવું જોવા માટે, સરળતા ખાતર સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટર (દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ A અને પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર $d$ હોય તેવું) વિચારો.

કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\varepsilon_0 A} \tag{2.74}$$

વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા σ, બે પ્લેટ વચ્ચેના વિદ્યુત ક્ષેત્ર સાથે સંબંધિત છે.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{2.75}$$

સમીકરણ (2.74) અને (2.75) પરથી આપણને

કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U = (1/2)\,\varepsilon_0 E^2 \times Ad \tag{2.76}$$

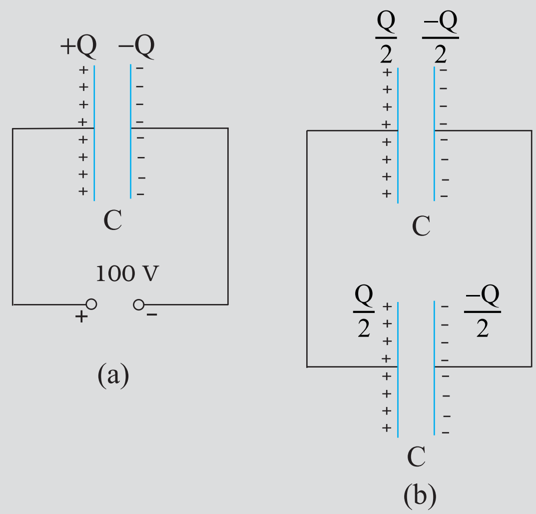
મળે છે.

નોંધો કે $Ad$, બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારનું કદ છે (જ્યાં, માત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રનું અસ્તિત્વ છે). જો આપણે ઊર્જા ઘનતા એકમ કદમાં સંગ્રહિત ઊર્જા તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ તો સમીકરણ (2.76) દર્શાવે છે કે

વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા $u = (1/2)\,\varepsilon_0 E^2$ (2.74)

જો કે આપણે સમીકરણ (2.77), સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરના કિસ્સા માટે સાધિત કર્યું છે, પરંતુ વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા પરનું પરિણામ, હકીકતમાં ઘણું વ્યાપક છે અને વિદ્યુતભારોની કોઈ પણ સંરચનાના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સાચું છે.

**ઉદાહરણ 2.10** (a) 900 pFના એક કેપેસીટરને 100 Vની બૅટરી વડે વિદ્યુતભારિત કરાય છે [આકૃતિ 2.37(a)]. કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા કેપેસીટર વડે સંગ્રહ પામશે ? (b) કેપેસીટરનું બૅટરીથી જોડાણ દૂર કરી બીજા 900 pFના વિદ્યુતભાર વિહિન કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે [આકૃતિ 2.37(b)]. હવે આ તંત્ર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા સંગ્રહ પામશે ?




**આકૃતિ 2.31**

**ઉકેલ**

(a) કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર

$Q = CV = 900 \times 10^{-12}\,F \times 100\,V = 9 \times 10^{-8}\,C$

કેપેસીટર વડે સંગ્રહિત ઊર્જા

$= (1/2)\,CV^2 = (1/2)\,QV$

$= (1/2) \times 9 \times 10^{-8}\,C \times 100\,V = 4.5 \times 10^{-6}\,J$

(b) સ્થાયી સ્થિતિમાં, બે કેપેસીટરોની ધન પ્લેટો પર સમાન વિદ્યુતભાર હશે અને તેમની ઋણ પ્લેટો પર પણ સમાન વિદ્યુતભાર હશે. તેમનો સામાન્ય સ્થિતિમાનનો તફાવત ધારોકે $V'$ છે. દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર $Q' = CV'$. વિદ્યુતભાર સંરક્ષણ અનુસાર $Q' = Q/2$. આ પરથી $V' = V/2$. તંત્રમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા

$= 2 \times \frac{1}{2} Q'V' = \frac{1}{4} QV = 2.25 \times 10^{-6}\,J$

ઉદાહરણ 2.10

આમ, (a) થી (b) પર જવામાં કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવાયો નથી, છતાં અંતિમ ઊર્જા પ્રારંભિક ઊર્જાની માત્ર અડધી છે. બાકીની ઊર્જા ક્યાં ગઈ ? તંત્ર (b) સ્થિતિમાં ઠરીઠામ (Settle) થાય તે અગાઉ થોડો સમય વ્યતિત થાય છે. આ સમય દરમ્યાન એક ક્ષણિક પ્રવાહ, પ્રથમથી બીજા કેપેસીટર તરફ વહન પામે છે. આ સમય દરમિયાન ઊર્જા, ઉષ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં વિખેરાય (ગુમાવાય) છે.

## સારાંશ

1. સ્થિતવિદ્યુત બળ એ સંરક્ષી બળ છે. કોઈ બાહ્યબળ (સ્થિતવિદ્યુત બળ જેટલું જ અને વિરૂદ્ધ દિશામાં) વડે $q$ વિદ્યુતભારને R બિંદુથી P બિંદુએ લાવવા કરેલું કાર્ય $q(V_P - V_R)$ છે, જે $q$ વિદ્યુતભારની અંતિમ અને પ્રારંભિક બિંદુઓએ સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત છે.
2. કોઈ બિંદુ આગળનું સ્થિતિમાન એ (બાહ્ય પરિબળ દ્વારા) એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય છે. કોઈ બિંદુનું સ્થિતિમાન યાદચ્છિક છે, જેમાં કોઈ અચળાંક ઉમેરી શકાય, કારણ કે ભૌતિક રીતે તો બે બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત જ મહત્વનો છે. અનંત અંતરે સ્થિતિમાનને શૂન્ય તરીકે પસંદ કરીએ તો, ઉગમબિંદુએ મૂકેલા બિંદુ વિદ્યુતભાર Qને લીધે સ્થાન સદિશ **r** ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતિમાન,

   $V(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r}$ દ્વારા અપાય છે.
3. ઉગમબિંદુએ મૂકેલ, **p** ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતી બિંદુ ડાયપોલને લીધે, **r** સ્થાન સદિશ ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન

   $V(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

   છે. આ પરિણામ ડાયપોલ ($-q$ અને $q$ વિદ્યુતભારો અને તેમની વચ્ચે $2a$ અંતર ધરાવતી) માટે પણ $r >> a$ માટે સાચું છે.
4. સ્થાન સદિશો $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..... \mathbf{r}_n$ પર વિદ્યુતભાર $q_1, q_2, ..... q_n$ હોય તેવી સંરચના માટે, P બિંદુએ સ્થિતિમાન સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી મળે છે.

   $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + ... + \frac{q_n}{r_{nP}}\right)$$

   જ્યાં, $r_{1P}$ એ $q_1$ અને P વચ્ચેનું અંતર છે, વગેરે.
5. સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ એ એવી સપાટી છે કે જેના પર સ્થિતિમાનનું મૂલ્ય અચળ છે. બિંદુ-વિદ્યુતભાર માટે, વિદ્યુતભારના સ્થાને કેન્દ્ર ધરાવતા સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ, સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો છે. કોઈ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**, તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ છે. **E**, સ્થિતિમાનના(અંતર સાથેના) સૌથી ઝડપી ઘટાડાની દિશામાં હોય છે.

6. વિદ્યુતભારોના તંત્રમાં સંગ્રહ પામેલી સ્થિતિઊર્જા, એ (બાહ્ય પરિબળ દ્વારા) વિદ્યુતભારોને તેમનાં સ્થાનોએ એકઠા કરવા માટે કરેલું કાર્ય છે. $\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$ આગળ બે વિદ્યુતભારો $q_1$ અને $q_2$ની સ્થિતિઊર્જા

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad \text{છે.}$$

જ્યાં, $r_{12}$, $q_1$ અને $q_2$ વચ્ચેનું અંતર છે.

7. બાહ્ય સ્થિતિમાન $V(\mathbf{r})$માં વિદ્યુતભાર $q$ની સ્થિતિઊર્જા $qV(\mathbf{r})$ છે. ડાયપોલ ચાકમાત્રા $\mathbf{p}$ ધરાવતી ડાયપોલની સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}$માં સ્થિતિઊર્જા $-\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$ છે.

8. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની તરત બહાર $\mathbf{E}$, સપાટીને લંબ હોય છે અને $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$ વડે અપાય છે, જ્યાં $\hat{\mathbf{n}}$ એ સપાટીને બહારની તરફ લંબની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને $\sigma$ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે. સુવાહકોમાં વિદ્યુતભારો માત્ર સપાટી પર જ રહેતા હોય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં અને સપાટી પર સ્થિતિમાન અચળ હોય છે. સુવાહકની અંદર (વિદ્યુતભારો વગરની) બખોલ (કેવીટી)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

9. કેપેસીટર એ અવાહક વડે અલગ કરેલા બે સુવાહકોનું તંત્ર છે. તેનું કેપેસીટન્સ $C = Q/V$ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. જ્યાં, Q અને $-Q$ બે સુવાહકો પરના વિદ્યુતભાર છે અને V તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. Cનું મૂલ્ય બે સુવાહકોનાં આકાર, માપ અને સાપેક્ષ સ્થાનો વડે માત્ર ભૌમિતિક રીતે નક્કી થાય છે. કેપેસીટન્સનો એકમ farad છે : $1\,F = 1\,C\,V^{-1}$. સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટર માટે (બે પ્લેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે),

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

જ્યાં, A દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ છે અને $d$ તેમની વચ્ચેનું અંતર છે.

10. જો કેપેસીટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનો અવકાશ અવાહક દ્રવ્ય (ડાયઇલેક્ટ્રીક)થી ભરવામાં આવે તો, વિદ્યુતભારિત પ્લેટો વડે ઉદ્‌ભવતું ક્ષેત્ર ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. આ ધ્રુવીભવન તરીકે ઓળખાતી અસરને લીધે વિરૂદ્ધ દિશામાં ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે. આથી, ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરનું ચોખ્ખું (Net) ક્ષેત્ર અને તેથી પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત ઘટી જાય છે. પરિણામી કેપેસીટન્સ જ્યારે કોઈ માધ્યમ ન હતું (શૂન્યાવકાશ હતો) ત્યારના તેના મૂલ્ય $C_0$થી વધી જાય છે.

$$C = KC_0$$

જ્યાં, K અવાહક દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક છે.

11. કેપેસીટરોનાં શ્રેણી જોડાણ માટે કુલ કેપેસીટન્સ C,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \quad \text{દ્વારા અપાય છે.}$$

સમાંતર જોડાણમાં કુલ કેપેસીટન્સ C :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \quad \text{પરથી મળે છે.}$$

જ્યાં $C_1, C_2, C_3$ .... એ વ્યક્તિગત કેપેસીટન્સ છે.

12. કેપેસીટન્સ C, વિદ્યુતભાર Q અને વોલ્ટેજ V ધરાવતા કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$ છે.

વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતા વિસ્તારમાં વિદ્યુતઊર્જા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ ઊર્જા) $(1/2)\varepsilon_0 E^2$ છે.

| ભૌતિક રાશિ | પ્રતિક | પરિમાણો | એકમ | નોંધ |
|---|---|---|---|---|
| સ્થિતિમાન | $\phi$ અથવા V | $[M^1L^2T^{-3}A^{-1}]$ | V | ભૌતિક રીતે સ્થિતિમાનનો તફાવત મહત્ત્વનો છે. |
| કેપેસીટન્સ | C | $[M^{-1}L^{-2}T^{-4}A^2]$ | F | |
| પોલરાઈઝેશન | **P** | $[L^{-2}AT]$ | $C\,m^{-2}$ | એકમ કદ દીઠ ડાયપોલ ચાકમાત્રા |
| ડાયઈલેક્ટ્રીક અચળાંક | K | પરિમાણરહિત | | |

## ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. સ્થિતવિદ્યુત સ્થિર વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળો વિશે સમજાવે છે, પણ જો કોઈ વિદ્યુતભાર પર બળ લાગતું હોય તો તે સ્થિર કેવી રીતે રહી શકે ? આમ, જ્યારે આપણે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળની વાત કરીએ ત્યારે તે સમજી લેવાનું છે કે દરેક વિદ્યુતભાર કોઈ અજાણ્યા બળ વડે સ્થિર જકડી રાખેલ છે. આ બળ વિદ્યુતભાર પરના કુલ કુલંબ બળનો વિરોધ કરે છે.
2. કેપેસીટર એવી સંરચના ધરાવે છે કે તે અવકાશના નાના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓને મર્યાદિત કરે છે. આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર ખાસ્સું પ્રબળ હોવા છતાં, કેપેસીટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત નાનો હોય છે.
3. ગોળાકાર વિદ્યુતભારિત કવચની આરપાર વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. અંદર તે શૂન્ય છે અને બહાર $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$ છે. આમ છતાં, વિદ્યુતસ્થિતિમાન સપાટીની આરપાર સતત છે અને સપાટી પર $q/4\pi\varepsilon_0 R$ જેટલું છે.
4. ડાયપોલ પર લાગતું ટૉર્ક $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$, તેને **E**ની આસપાસ દોલનો કરાવે છે. માત્ર જો ઊર્જા-વ્યય કરતી ક્રિયાઓ થતી હોય તો જ દોલનો મંદ પડે છે અને સમય જતાં ડાયપોલ **E**ને સમાંતર બને છે.
5. વિદ્યુતભાર $q$ વડે તેના પોતાના સ્થાને સ્થિતિમાન વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી - તે અનંત છે.
6. વિદ્યુતભાર $q$ની સ્થિતિઊર્જા માટેના $qV(\mathbf{r})$ પદમાં $V(\mathbf{r})$એ બાહ્ય (અન્ય) વિદ્યુતભારોને લીધે સ્થિતિમાન છે, $q$ને લીધે નહિ. મુદ્દા 5માં જોયું તેમ જો $V(\mathbf{r})$માં $q$ને લીધે મળતા સ્થિતિમાનનો પણ સમાવેશ થાય તો આ પદની વ્યાખ્યા ખોટી પડે છે.

7. સુવાહકની અંદરની બખોલ (Cavity) બહારની વિદ્યુત અસરોથી રક્ષિત (Shielded) છે. એ નોંધવું યોગ્ય છે કે સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ ઉલટા ક્રમમાં કારગત નથી. એટલે કે જો તમે બખોલની અંદર વિદ્યુતભાર મૂકો તો સુવાહકની બહારનો ભાગ અંદરના વિદ્યુતભારોના ક્ષેત્રથી રક્ષિત (Shielded) નથી.

## સ્વાધ્યાય

**2.1** $5 \times 10^{-8}$ C અને $-3 \times 10^{-8}$ Cના બે વિદ્યુતભારો એકબીજાથી 16 cm અંતરે રહેલા છે. આ બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પરના કયા બિંદુ(ઓ)એ વિદ્યુતસ્થિતિમાન શૂન્ય છે ? અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લો.

**2.2** 10 cmની બાજુવાળા નિયમિત ષટ્કોણના દરેક શિરોબિંદુએ 5 μC વિદ્યુતભાર છે. ષટ્કોણના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન ગણો.

**2.3** બે વિદ્યુતભારો 2 μC અને –2 μC એકબીજાથી 6 cm દૂર આવેલા બિંદુઓ A અને B પર મૂકેલા છે.

(a) તંત્રના કોઈ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠની ઓળખ કરો.

(b) આ સપાટી પર દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા કઈ છે ?

**2.4** 12 cm ત્રિજ્યાના એક ગોળાકાર સુવાહકની સપાટી પર $1.6 \times 10^{-7}$C વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે વિતરિત થયેલો છે.

(a) ગોળાની અંદર

(b) ગોળાની તરત બહાર

(c) ગોળાના કેન્દ્રથી 18 cm અંતરે આવેલા બિંદુએ - વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું છે ?

**2.5** પ્લેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ 8 pF (1 pF = $10^{-12}$ F) છે. જો પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે અને તેમની વચ્ચેના અવકાશને ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક = 6 ધરાવતા દ્રવ્ય વડે ભરી દેવામાં આવે તો તેનું કેપેસીટન્સ કેટલું થશે ?

**2.6** દરેક 9 pF કેપેસીટન્સ ધરાવતા ત્રણ કેપેસીટરોને શ્રેણીમાં જોડેલ છે.

(a) સંયોજનનું કુલ કેપેસીટન્સ કેટલું હશે ?

(b) આ સંયોજનને 120 Vના સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસીટરને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત કેટલો થશે ?

**2.7** 2 pF, 3 pF અને 4 pF કેપેસીટન્સના ત્રણ કેપેસીટરોને સમાંતરમાં જોડેલ છે.

(a) સંયોજનનું કુલ કેપેસીટન્સ કેટલું ?

(b) જો આ સંયોજનને 100 V સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.

**2.8** બે પ્લેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરમાં દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ $6 \times 10^{-3}$m$^2$ અને બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 3 mm છે. આ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ ગણો. જો આ કેપેસીટરને 100 V સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો તેની દરેક પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

**2.9** સ્વાધ્યાય 2.8માં આપેલ કેપેસીટરમાં 3 mm જાડાઈની માઈકા (અબરખ)ની પ્લેટ (ડાયઈલેક્ટ્રીક અચળાંક = 6) કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચે

(a) વોલ્ટેજ સપ્લાય જોડેલો રહે ત્યારે,

(b) વોલ્ટેજ સપ્લાયનું જોડાણ દૂર કર્યા બાદ

- દાખલ કરવામાં આવે તો, દરેક કિસ્સામાં શું થાય તે સમજાવો.

**2.10** 12 pFનું એક કેપેસીટર 50 Vની બેટરી સાથે જોડેલું છે. કેપેસીટરમાં કેટલી સ્થિતવિદ્યુતઊર્જા સંગ્રહ પામી હશે ?

**2.11** 600 pFનું એક કેપેસીટર 200 Vના સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેનું સપ્લાય સાથેનું જોડાણ દૂર કરવામાં આવે છે અને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 600 pFના કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયામાં કેટલી ઊર્જા ગુમાવાઈ હશે ?

## વધારાના સ્વાધ્યાય

**2.12** એક 8 mC વિદ્યુતભાર ઉગમબિંદુએ રહેલો છે. એક નાના $-2 \times 10^{-9}$ C વિદ્યુતભારને P(0, 0, 3 cm) બિંદુથી R(0, 6, 9 cm) બિંદુએ થઈ Q(0, 4 cm, 0) બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય શોધો.

**2.13** $b$ બાજુવાળા એક ઘનના દરેક બિંદુએ વિદ્યુતભાર $q$ છે. આ વિદ્યુતભારના તંત્રને લીધે ઘનના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.

**2.14** 1.5 μC અને 2.5 μC વિદ્યુતભાર ધરાવતા બે નાના ગોળાઓ એકબીજાથી 30 cm અંતરે રહેલા છે. નીચેના સ્થાનોએ સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.

(a) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુએ અને

(b) આ રેખાના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને રેખાને લંબ સમતલમાં મધ્યબિંદુથી 10 cm અંતરે આવેલા બિંદુએ.

**2.15** અંદરની ત્રિજ્યા $r_1$ અને બહારની ત્રિજ્યા $r_2$ ધરાવતી એક ગોળાકાર સુવાહક કવચ પરનો વિદ્યુતભાર Q છે.

(a) કવચના કેન્દ્ર પર વિદ્યુતભાર $q$ મૂકવામાં આવે છે. કવચની અંદરની અને બહારની સપાટીઓ પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા કેટલી હશે ?

(b) જો કવચ ગોળાકાર ન હોય પણ ગમે તેવો અનિયમિત આકાર ધરાવતી હોય તો પણ બખોલ (જેમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી)ની અંદરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે ? સમજાવો.

**2.16** (a) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્રના લંબ ઘટકનું, વિદ્યુતભારિત સપાટીની એકબાજુથી બીજી બાજુ સુધી અસતતપણું

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

દ્વારા અપાય છે. જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ તે બિંદુએ સપાટીને લંબ એકમ સદિશ છે. $\sigma$ તે બિંદુએ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે. ($\hat{\mathbf{n}}$ ની દિશા બાજુ 1થી બાજુ 2 તરફ છે). આ પરથી દર્શાવો કે સુવાહકની તરત બહાર વિદ્યુતક્ષેત્ર $\sigma \hat{\mathbf{n}}/\varepsilon_0$ છે.

(b) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક, વિદ્યુતભારિત સપાટીની એક બાજુથી બીજી બાજુ સુધી સતત હોય છે. [**સૂચન :** (a) માટે ગૉસના નિયમનો ઉપયોગ કરો. (b) માટે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર વડે બંધ ગાળા પર કરેલું કાર્ય શૂન્ય છે તે હકીકતનો ઉપયોગ કરો.]

**2.17** રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા $\lambda$ ધરાવતો એક લાંબો નળાકાર એક પોલા, સમઅક્ષીય, સુવાહક નળાકાર વડે ઘેરાયેલ છે. બે નળાકારની વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?

**2.18** હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન 0.53 Å અંતરે એકબીજા સાથે બંધિત અવસ્થામાં છે.

(a) ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન વચ્ચેના અનંત અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લઈને આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જાનો $e$Vમાં અંદાજ કરો.

(b) ઇલેક્ટ્રૉનને મુક્ત કરવા માટે કેટલું લઘુત્તમ કાર્ય કરવું પડે ? તેની કક્ષામાંની ગતિઊર્જા ($a$)માં મળેલી સ્થિતિઊર્જા કરતાં અડધી છે તેમ આપેલ છે.

(c) બંને વચ્ચેના 1.06 Å અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લેવામાં આવે તો ઉપર (a) અને (b) માટેના જવાબો શું હશે ?

**2.19** જો $H_2$ અણુના બેમાંથી એક ઇલેક્ટ્રૉન દૂર કરવામાં આવે તો આપણને હાઇડ્રોજન આણ્વિક આયન $H_2^+$ મળે. $H_2^+$ની ધરાસ્થિતિમાં બે પ્રોટોન વચ્ચેનું અંતર લગભગ 1.5 Å છે અને ઇલેક્ટ્રૉન દરેક પ્રોટોનથી લગભગ 1 Å અંતરે છે. આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જા શોધો. સ્થિતિઊર્જાના શૂન્ય માટેની તમારી પસંદગી જણાવો.

**2.20** $a$ અને $b$ ત્રિજ્યાઓ ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સુવાહક ગોળાઓને એક તાર વડે જોડવામાં આવે છે. બે ગોળાઓની સપાટીઓ પરના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ? આ પરિણામનો ઉપયોગ કરી સુવાહકના તીક્ષ્ણ અને ધારદાર છેડાઓ આગળ સપાટ વિભાગો કરતાં વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા શા માટે વધારે હોય છે તે સમજાવો.

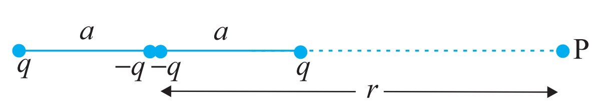
**2.21** બે વિદ્યુતભારો $-q$ અને $+q$ અનુક્રમે $(0, 0, -a)$ અને $(0, 0, a)$ બિંદુઓએ રહેલા છે.

(a) $(0, 0, z)$ અને $(x, y, 0)$ બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું કેટલું છે ?

(b) સ્થિતિમાન, ઉગમબિંદુથી કોઈ બિંદુના અંતર $r$ પર, $r/a >> 1$ હોય ત્યારે કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો.

(c) એક નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને $x$-અક્ષ પર $(5, 0, 0)$ બિંદુથી $(-7, 0, 0)$ બિંદુ સુધી લઈ જવામાં કેટલું કાર્ય થશે ? જો પરીક્ષણ વિદ્યુતભારનો માર્ગ તે જ બે બિંદુઓ વચ્ચે $x$-અક્ષ પર ન હોત તો જવાબમાં ફેર પડે ?

**2.22** આકૃતિ 2.34 વિદ્યુત ચતુર્ધ્રુવી (Electric Quadrapole) તરીકે ઓળખાતી વિદ્યુતભારોની ગોઠવણ દર્શાવે છે. ચતુર્ધ્રુવીની અક્ષ પરના બિંદુ માટે, $r/a >> 1$ માટે, સ્થિતિમાન $r$ પર કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો અને વિદ્યુત ડાયપોલ અને વિદ્યુત મોનોપોલ (એટલે કે એકલ વિદ્યુતભાર) માટેના આવા સૂત્રથી તમારું પરિણામ કેવી રીતે જુદું પડે છે તે જણાવો.

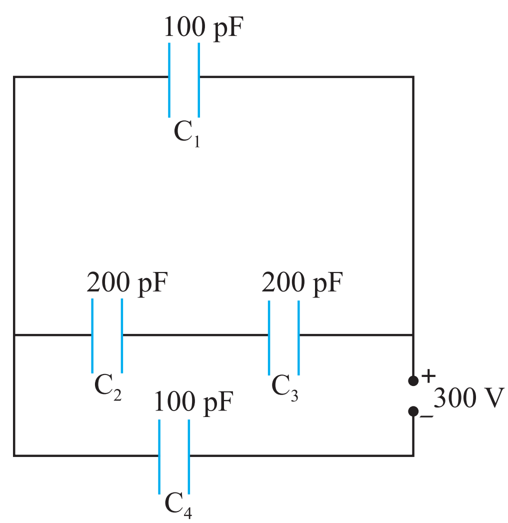



આકૃતિ 2.34

**2.23** એક ઇલેક્ટ્રીકલ ટેકનીશિયનને એક પરિપથમાં 1 kVને સમાંતર 2 μFના કેપેસીટરની જરૂર પડે છે. તેની પાસે 1 μFના મોટી સંખ્યાના કેપેસીટર પ્રાપ્ય છે જેઓ 400 વોલ્ટ કરતાં વધુ ન હોય તેવો સ્થિતિમાનનો તફાવત ખમી શકે છે. એવી શક્ય ગોઠવણ દર્શાવો કે જેમાં લઘુત્તમ સંખ્યાના કેપેસીટરની જરૂર પડે.

**2.24** 2 Fના એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 0.5 cm આપેલ હોય તો તેની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે ? [તમારા જવાબ પરથી તમે સમજી શકશો કે સામાન્ય કેપેસીટરો શા માટે μFના અથવા ઓછા ક્રમના હોય છે. આમ છતાં, ઇલેક્ટ્રોલીટિક કેપેસીટરોનાં મૂલ્યો, સુવાહકો વચ્ચે ખૂબ નાનું અંતર હોવાથી, ઘણાં મોટાં (0.1 F) હોય છે.]

**2.25** આકૃતિ 2.35માં દર્શાવેલ નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ શોધો. 300 Vના સપ્લાય માટે દરેક કેપેસીટરને સમાંતરે વોલ્ટેજ અને તેના પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.




**આકૃતિ 2.35**

**2.26** એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ 90 $cm^2$ અને બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર 2.5 mm છે. કેપેસીટરને 400 Vના સપ્લાય સાથે જોડીને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે.

(a) કેપેસીટર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુતઊર્જા સંગ્રહિત થયેલ છે ?

(b) આ ઊર્જાને બે પ્લેટ વચ્ચેના સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ગણો અને એકમ કદ દીઠ ઊર્જા $u$ મેળવો. આ પરથી $u$ અને વિદ્યુતક્ષેત્રના માન E વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

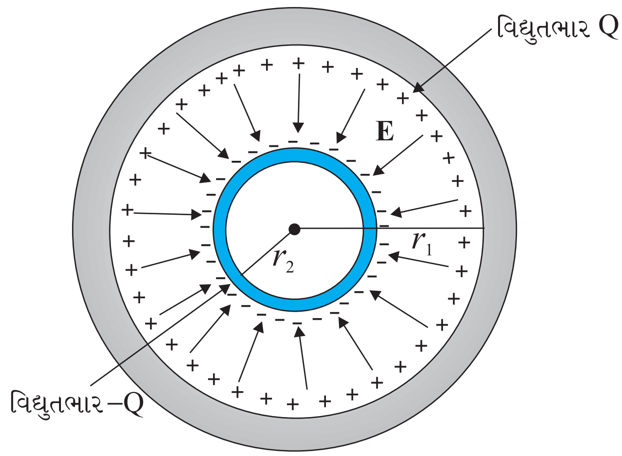
**2.27** 4 μFના એક કેપેસીટરને 400 V સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેને સપ્લાયથી જુદું પાડીને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 2 μFના કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે. પ્રથમ કેપેસીટરની કેટલી ઊર્જા ઉષ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં ગુમાવાય છે ?

**2.28** દર્શાવો કે સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની દરેક પ્લેટ પર લાગતા બળનું માન (1/2)QE છે. જ્યાં, Q કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર છે અને E પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. અહીં, અવયવ 1/2 કેવી રીતે આવે છે તે સમજાવો.

**2.29** ગોળાકાર કેપેસીટરમાં બે સમકેન્દ્રિય ગોળાકાર સુવાહકોને યોગ્ય અવાહક ટેકાઓ વડે તેમના સ્થાનો પર જકડી રાખેલા હોય છે (આકૃતિ 2.36). દર્શાવો કે ગોળાકાર કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$

વડે અપાય છે. જ્યાં, $r_1$ અને $r_2$ અનુક્રમે બહારના અને અંદરના ગોળાઓની ત્રિજ્યાઓ છે.




**આકૃતિ 2.36**

**2.30** એક ગોળાકાર કેપેસીટરના અંદરના ગોળાની ત્રિજ્યા 12 cm અને બહારના ગોળાની ત્રિજ્યા 13 cm છે. બહારના ગોળાનું અર્થિંગ (Earthing) કરી દીધેલું છે અને અંદરના ગોળા પર 2.5 μC વિદ્યુતભાર આપેલ છે. બે સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ વચ્ચેના અવકાશને ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક 32 ધરાવતા પ્રવાહી વડે ભરી દીધેલ છે.

(a) કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ શોધો.

(b) અંદરના ગોળાનું સ્થિતિમાન કેટલું હશે ?

(c) આ કેપેસીટરના કેપેસીટન્સને 12 cm ત્રિજ્યાના અલગ કરેલા ગોળાના કેપેસીટન્સ સાથે સરખાવો. અલગ ગોળા માટેનું મૂલ્ય ખૂબ નાનું કેમ છે તે સમજાવો.

**2.31** કાળજીપૂર્વક ઉત્તર આપો :

(a) બે મોટા $Q_1$ અને $Q_2$ વિદ્યુતભાર ધરાવતા સુવાહક ગોળાઓ એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે છે. તેમની વચ્ચેનું સ્થિતિવિદ્યુતબળ સચોટતાથી $Q_1Q_2/4\pi\varepsilon_0 r^2$ વડે અપાય છે, જ્યાં, $r$ તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર છે ?

(b) જો કુલંબનો નિયમ ($1/r^2$ ને બદલે) $1/r^3$ પર આધારિત હોત તો પણ શું ગૉસનો નિયમ સાચો રહેત ?

(c) એક સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર સંરચનામાં એક નાના પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને સ્થિર સ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે વિદ્યુતભાર, તે બિંદુમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્રરેખા પર ગતિ કરવા લાગશે ?

(d) ન્યુક્લિયસના ક્ષેત્ર વડે ઇલેક્ટ્રૉનની પૂર્ણ વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન કેટલું કાર્ય થયું હશે ? જો કક્ષા લંબવૃત્તિય (Elliptical) હોય તો શું ?

(e) આપણે જાણીએ છીએ કે વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટીની આરપાર (Across) વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. શું ત્યાં વિદ્યુત સ્થિતિમાન પણ અસતત હોય છે ?

(f) એકલ (એકાકી, Single) સુવાહકના કેપેસીટન્સનો તમે શું અર્થ કરશો ?

(g) પાણીનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક (= 80) એ માઇકા (= 6) કરતાં ઘણો મોટો હોવાના શક્ય કારણનું અનુમાન કરો.

**2.32** એક નળાકાર કેપેસીટરમાં બે સમ-અક્ષીય નળાકારોની લંબાઈ 15 cm અને ત્રિજ્યાઓ 1.5 cm અને 1.4 cm છે. બહારના નળાકારનું અર્થિંગ કરી દીધેલું છે અને અંદરના નળાકાર પર 3.5 μC વિદ્યુતભાર આપેલો છે. આ તંત્રનું કેપેસીટન્સ શોધો અને અંદરના નળાકારનું સ્થિતિમાન શોધો. છેડા પરની અસરો (એટલે કે છેડા પર ક્ષેત્ર રેખાઓનું વળવું)ને અવગણો.

**2.33** ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક 3 અને ડાયઇલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ લગભગ $10^7$ V $m^{-1}$ ધરાવતા દ્રવ્યની મદદથી 1 kV રેટીંગ ધરાવતા એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની રચના કરવાની છે. [ડાયઇલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ એ દ્રવ્ય દ્વારા બ્રેકડાઉન પામ્યા વિના (આંશિક આયનીકરણ દ્વારા વિદ્યુતનું વહન શરૂ થયા વિના) સહન કરી શકાતું મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે.] સલામતી માટે ડાયઇલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થના 10% કરતાં ક્ષેત્ર કદી વધે નહિ તે ઇચ્છનીય છે. 50 pFનું કેપેસીટન્સ મેળવવા માટે પ્લેટોનું લઘુત્તમ ક્ષેત્રફળ કેટલું હોવું જરૂરી છે ?

**2.34** નીચેના કિસ્સાઓ માટે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો રેખાકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

(a) $z$-દિશામાં અચળ વિદ્યુતક્ષેત્ર

(b) ક્ષેત્ર કે જેનું માન નિયમિત રીતે વધે છે પરંતુ અચળ દિશામાં (દા.ત., $z$-દિશા) રહે છે.

(c) ઉગમબિંદુએ એકલ ધન વિદ્યુતભાર.

(d) સમતલમાં સમાંતર અને સમાન અંતરે રહેલા લાંબા વિદ્યુતભારિત તારથી બનેલ નિયમિત જાળી.

**2.35** $r_1$ ત્રિજ્યા અને $q_1$ વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક નાનો ગોળો $r_2$ ત્રિજ્યા અને $q_2$ વિદ્યુતભાર ધરાવતી એક ગોળાકાર કવચ વડે ઘેરાયેલ છે. દર્શાવો કે જો $q_1$ ધન હોય તો (જ્યારે તે બંનેને તાર વડે જોડેલા હોય), કવચ પર કોઈ પણ વિદ્યુતભાર $q_2$ હોય તો પણ, વિદ્યુતભાર ગોળાથી કવચ પર વહન પામશે જ.

**2.36** નીચેનાના જવાબ આપો :

(a) પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ સાથે ઘટતા વિદ્યુતક્ષેત્રને અનુરૂપ વાતાવરણની ટોચ પરનું સ્થિતિમાન જમીનની સાપેક્ષે 400 kV છે. પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ક્ષેત્ર 100 V $m^{-1}$ છે. તો પછી આપણા ઘરમાંથી બહાર ખુલ્લામાં પગ મૂકતાં આપણે વિદ્યુત આંચકો કેમ અનુભવતા નથી ? (ઘરને એક સ્ટીલનું પાંજરૂં ધારો કે જેમાં અંદર કોઈ ક્ષેત્ર નથી !)

(b) એક માણસ એક દિવસ સાંજે તેના ઘરની બહાર એક બે મીટર ઉંચાઈનું અવાહક ચોસલું (Slab) ગોઠવે છે કે જેની ટોચ પર મોટું 1 $m^2$ ક્ષેત્રફળનું ઍલ્યુમિનિયમનું પતરું રાખેલ છે. બીજે દિવસે સવારે જો તે ધાતુના પતરાને સ્પર્શ કરે તો તેને વિદ્યુતઆંચકો લાગશે ?

(c) હવાની નાની (ઓછી) વાહકતાને કારણે સમગ્ર પૃથ્વી પર વાતાવરણમાં સરેરાશ ડિસ્ચાર્જિંગ પ્રવાહ 1800 A જણાયો છે. તો પછી વાતાવરણ પોતે સમય જતાં સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ (વિદ્યુત વિભારિત) થઈને તટસ્થ કેમ બની જતું નથી ? બીજા શબ્દોમાં વાતાવરણ વિદ્યુતભારિત શાને લીધે રહે છે ?

(d) વાતાવરણમાં વીજળી (Lightning) થવા દરમિયાન વિદ્યુતઊર્જા, ઊર્જાના કયા સ્વરૂપોમાં વિખેરાય છે ? (સૂચન : પૃથ્વીની સપાટી આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ $100\ V\ m^{-1}$ અધોદિશામાં છે. જે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા $= 10^{-9}\ C\ m^{-2}$ને અનુરૂપ છે. 50 km સુધી વાતાવરણની સ્હેજ વાહકતા (તેનાથી આગળ ઉપર તો તે સુવાહક છે)ને લીધે, સમગ્ર પૃથ્વીની અંદર દર સેકંડે લગભગ +1800 C વિદ્યુતભાર દાખલ થાય છે. આમ, છતાં પૃથ્વી ડિસ્ચાર્જ થઈ જતી નથી કારણ કે સમગ્ર પૃથ્વી પર થતી ગાજવીજને લીધે સમાન જથ્થાનો ઋણ વિદ્યુતભાર પણ પૃથ્વીમાં દાખલ થાય છે.)

## પ્રકરણ ત્રણ

# પ્રવાહ વિદ્યુત
# (CURRENT ELECTRICITY)

### 3.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

પ્રકરણ-1માં મુક્ત કે બંધિત બધા જ વિદ્યુતભારોને સ્થિર ધારવામાં આવ્યા હતા. ગતિમાન વિદ્યુતભારો વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે. આવા વિદ્યુતપ્રવાહો કુદરતી રીતે જ ઘણી પરિસ્થિતિમાં રચાતા હોય છે. વીજળી આવી જ એક ઘટના છે કે જેમાં વિદ્યુતભારો (પૃથ્વીના) વાતાવરણમાંથી પસાર થઈને વાદળથી પૃથ્વી તરફ વહે છે, કે જે ઘણીવખત વિનાશકારી પરિણામ પણ નિપજાવે છે. વીજળીમાં વિદ્યુતભારનું વહન સ્થાયી હોતું નથી, પરંતુ આપણાં રોજીંદા જીવનમાં આપણે ઘણાં ઉપકરણો જોઈએ છીએ કે જેમાં વિદ્યુતભાર, નદીમાં જેમ સરળતાથી (Smoothly) પાણી વહેતું હોય તેમ, સ્થાયી રીતે વહેતા હોય છે. ટોર્ચ અને સેલથી ચાલતી ઘડીયાળ આવા ઉપકરણોનાં ઉદાહરણ છે. આ પ્રકરણમાં, આપણે સ્થિત વિદ્યુતપ્રવાહને લગતા કેટલાક મૂળભૂત નિયમોનો અભ્યાસ કરીશું.

### 3.2 વિદ્યુતપ્રવાહ (ELECTRIC CURRENT)

વિદ્યુતભારના વહનની દિશાને લંબ એક નાનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતું પૃષ્ઠ રાખેલ છે તેમ વિચારો. ધન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારો આ ક્ષેત્રફળમાંથી આગળ અને પાછળ વહન પામી શકે છે. આપેલ સમય અંતરાલ $t$ દરમિયાન, ધારોકે $q_+$ જેટલો ધન વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો (એટલે કે આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતભારમાંથી પાછળની દિશામાં વહેતો વિદ્યુતભાર બાદ કરીએ તેટલો) ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, ધારો કે $q_-$ જેટલો ઋણ વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તો $t$ જેટલા સમય અંતરાલમાં, ક્ષેત્રફળમાંથી આગળની દિશામાં વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર $q = q_+ - q_-$ છે. સ્થાયી પ્રવાહના કિસ્સામાં, આ વિદ્યુતભાર $t$ને સમપ્રમાણમાં હશે

$$I = \frac{q}{t} \tag{3.1}$$

અને ગુણોત્તરને ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહની વ્યાખ્યા તરીકે લઈશું. (આ જો ઋણ સંખ્યા મળે તો તેનો અર્થ પ્રવાહ પાછળ (વિરૂદ્ધ) દિશામાં છે તેમ સમજવું.)

પ્રવાહ હંમેશા સ્થાયી જ હોય તેવું બનતું નથી અને તેથી, વધુ વ્યાપક રીતે, આપણે પ્રવાહને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. ધારો કે, $\Delta Q$ એ $\Delta t$ સમય અંતરાલ દરમિયાન (એટલે કે $t$ અને $t + \Delta t$ સમય વચ્ચે) સુવાહકના આડછેદમાં થઈને વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર છે. તો $t$ સમયે વાહકના આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહને $\Delta t$ના શૂન્ય તરફના લક્ષ માટે $\Delta Q$ અને $\Delta t$ના ગુણોત્તરના મૂલ્ય તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.2}$$

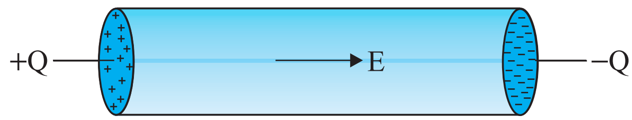
SI એકમોમાં, પ્રવાહનો એકમ ઍમ્પિયર છે. એક ઍમ્પિયરની વ્યાખ્યા પ્રવાહની ચુંબકીય અસરો દ્વારા અપાય છે કે જે આપણે હવે પછીના પ્રકરણમાં ભણીશું. ઘર વપરાશના સાધનોમાં વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય લાક્ષણિક રીતે ઍમ્પિયરના ક્રમનું હોય છે. વીજળીમાં વહેતા સરેરાશ પ્રવાહનું મૂલ્ય અમુક દશ હજાર ઍમ્પિયરના ક્રમનું જ્યારે તેના બીજા છેડે આપણી ચેતાઓ (Nerves)માં વહેતો પ્રવાહ માઈક્રોઍમ્પિયરના ક્રમનો હોય છે.

## 3.3 સુવાહકોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો (ELECTRIC CURRENTS IN CONDUCTORS)

જો વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે તો વિદ્યુતભાર બળ અનુભવે છે. હવે જો તે મુક્ત હોય તો તે ગતિ કરશે અને વિદ્યુતપ્રવાહ રચશે. કુદરતમાં આવા મુક્ત વિદ્યુતભારો ખરેખર વાતાવરણના આયનોસ્ફિયરથી ઓળખાતા ઉપલા સ્તર (Upper Strata)માં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. પરંતુ અણુ અને પરમાણુઓમાં ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રૉન અને ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિયસો એકબીજા સાથે જકડાયેલા હોય છે અને તેથી તેઓ ગતિ કરવા મુક્ત હોતા નથી. સ્થૂળપદાર્થ મુખ્યત્વે ઘણા અણુઓ (Molecules)ના બનેલા હોય છે. દા.ત., 1 ગ્રામ પાણી લગભગ $10^{22}$ જેટલા અણુઓ ધરાવે છે. આ અણુઓ એકબીજા સાથે એટલા ગાઢ રીતે જકડાયેલા હોય છે કે ઇલેક્ટ્રૉન જે-તે (વ્યક્તિગત) ન્યુક્લિયસો સાથે જકડાયેલા હોતા નથી. કેટલાંક પદાર્થોમાં, ઇલેક્ટ્રૉન હજીય બંધિત હોય છે, એટલે કે વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાવવા છતાં તેઓ પ્રવેગિત થતા નથી. બીજા પદાર્થો જેવાં કે, ધાતુઓમાં, અમુક ઇલેક્ટ્રૉન (લગભગ) મુક્ત હોય છે કે જેથી તેઓ સમગ્ર પદાર્થમાં ગતિ કરે છે. આવા પદાર્થોને સામાન્યતઃ સુવાહકો કહે છે અને તેમને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડતાં તેમાં વિદ્યુતપ્રવાહ રચાય છે.

હવે જો આપણે ઘન સુવાહક પદાર્થ વિચારીએ તો પરમાણુઓ (Atoms) એકબીજા સાથે દૃઢ રીતે જકડાયેલા હોવાથી, ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રૉન વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે. જો કે બીજા વિદ્યુતદ્રાવણ (Electrolytic Solution) જેવા સુવાહકો પણ છે કે જેમાં ધન અને ઋણ એમ બંને પ્રકારના વિદ્યુતભારો ગતિ કરી શકે છે. આપણી ચર્ચામાં ફક્ત ઘન સુવાહકો પર જ ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીશું કે જેથી પ્રવાહ ફક્ત જડિત ધન આયનોની પાર્શ્વભૂમિમાં ઋણ વિદ્યુતભારીત ઇલેક્ટ્રૉનોને કારણે છે.

શરૂઆતમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર ગેરહાજર છે તેવો કિસ્સો વિચારો. તેમની ઉષ્મીય ઊર્જાને કારણે ઇલેક્ટ્રૉન ગતિ કરતા હશે અને તે ગતિ દરમિયાન જડિત આયનોની સાથે અથડાતાં હશે. આવી આયન સાથેની અથડામણ બાદ ઇલેક્ટ્રૉન ફરી પાછા એ જ ઝડપથી ગતિ ચાલુ કરશે કે જે તેમની અથડામણ પહેલાંની ઝડપ હશે. પરંતુ તેમના અથડામણ પછીના વેગની દિશા અસ્તવ્યસ્ત (Random) હશે. આપેલ સમયે, આવા ઇલેક્ટ્રૉનના




**આકૃતિ 3.1** ધાત્વીય નળાકારના છેડે +Q અને −Q વિદ્યુતભારો મૂકેલા છે. વિદ્યુતભારોને તટસ્થ (સમતોલ) કરવા ઉત્પન્ન વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રૉન ડ્રિફ્ટ (Drift) ગતિ કરશે. +Q અને −Q વિદ્યુતભારો જો સતત પાછા ભરાતા નહીં જાય તો પ્રવાહ થોડા સમય બાદ અટકી જશે.

વેગ માટે કોઈ ચોક્કસ પંસદગીની દિશા નહીં હોય. આમ, સરેરાશ રીતે કોઈ ચોક્કસ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા, તેનાથી વિરૂદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા જેટલી જ હશે. તેથી કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતપ્રવાહ રચાતો નથી.

હવે જો આવા સુવાહકના ટુકડાને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડીએ તો શું થાય તે જોઈએ. આપણા વિચારોને કેન્દ્રિત કરવા, સુવાહક R ત્રિજ્યાના નળાકાર આકારનો છે તેમ વિચારો (આકૃતિ 3.1). ધારોકે આપણે બે સમાન ત્રિજ્યા ધરાવતી પાતળી વર્તુળાકાર અવાહક તક્તિઓ લઈએ કે જેમાં એક તક્તિ પર +Q વિદ્યુતભાર અને બીજી પર −Q વિદ્યુતભાર વિતરિત થયેલો છે. હવે આપણે આ બે તક્તિઓને નળાકારની બે સપાટ સપાટીઓ સાથે જોડીએ. ધન વિદ્યુતભારથી ઋણ વિદ્યુતભાર તરફ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થશે. આ ક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રૉન +Q વિદ્યુતભાર તરફ પ્રવેગિત થશે. તેઓ આમ (ધન) વિદ્યુતભારને તટસ્થ કરવા ગતિ કરશે. જ્યાં સુધી ઇલેક્ટ્રૉન ગતિ કરતા હશે ત્યાં સુધી પ્રવાહ રચાશે. આથી આ વિચારેલ પરિસ્થિતિમાં બહુ થોડા સમય માટે પ્રવાહ મળે છે અને ત્યારબાદ પ્રવાહ નહીં હોય.

આપણે એવું તંત્ર (વ્યવસ્થા) વિચારી શકીએ કે જેમાં સુવાહકમાં વહેતા ઇલેક્ટ્રૉન દ્વારા તટસ્થ થતા વિદ્યુતભારોને સ્થાને (ભરપાઈ કરવા) નવો વીજભાર નળાકારના છેડા આગળથી મળતો રહે. તે કિસ્સામાં, સુવાહક પદાર્થની અંદર સ્થિત (સ્થાયી) વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાશે. આ સ્થિતિ ટૂંકા સમયગાળા માટેના પ્રવાહને બદલે સતત (અવિરત) પ્રવાહમાં પરિણમશે. એવી (તંત્રક્રિયા) કાર્યપ્રણાલી (Mechanism) કે જે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખે છે તે વિદ્યુતકોષો અને બૅટરી છે, કે જેનો અભ્યાસ આપણે આ પ્રકરણના પાછળના ભાગમાં કરીશું. હવે પછીના વિભાગોમાં આપણે સુવાહકમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઉદ્ભવતા સ્થિત પ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.

## 3.4 ઓહ્મનો નિયમ (Ohm's Law)

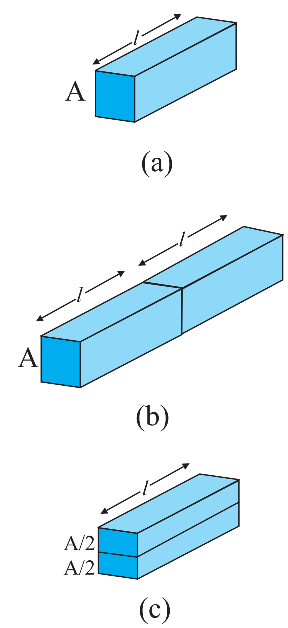
પ્રવાહોના વહન માટેનો મૂળભૂત નિયમ, તેના માટે જવાબદાર ભૌતિકક્રિયાની સમજણ મળી તેનાથી ઘણાં પહેલાં, જી. એસ. ઓહ્મ (G. S. Ohm) દ્વારા ઇ.સ. 1828માં શોધાયો હતો. ધારો કે એક સુવાહકમાંથી I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે અને સુવાહકના બે છેડા વચ્ચે V જેટલો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. ઓહ્મનો નિયમ સૂચવે છે કે,

$$V \propto I$$

અથવા $V = RI$ (3.3)

જ્યાં, સપ્રમાણતા અચળાંક Rને સુવાહકનો અવરોધ કહે છે, અવરોધનો SI એકમ ઓહ્મ છે અને તે Ω સંજ્ઞા વડે દર્શાવાય છે. અવરોધ R વાહકના ફક્ત દ્રવ્ય પર જ નહીં પરંતુ તેના પરિમાણ પર પણ આધાર રાખે છે. Rનું વાહકના પરિમાણ પરનું અવલંબન (Dependence) નીચે મુજબ જાણી શકાય છે.

સમીકરણ (3.3)ને અનુસરતો સુવાહક કે જેની લંબાઈ $l$ અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા સ્વરૂપમાં છે તેમ ધ્યાનમાં લો [આકૃતિ 3.2(a)]. એવું વિચારો કે આવા બે સમાન ચોસલાઓ એકબીજાને લગોલગ રાખેલા છે [આકૃતિ 3.2(b)], કે જેથી આ સંયોજનની લંબાઈ $2l$ થાય. આ સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ એ દરેક સ્વતંત્ર ચોસલામાંથી પસાર થતા પ્રવાહ જેટલો જ હશે. હવે જો પ્રથમ ચોસલાના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો બીજા ચોસલાના છેડા વચ્ચેનો તફાવત પણ V




**આકૃતિ 3.2** $l$ લંબાઈના અને A જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા માટે $R = \rho l/A$ સંબંધ દર્શાવેલ છે.

જ્યોર્જ સિમોન ઓહ્‌મ (George Simon Ohm) (1787-1854)

**જ્યોર્જ સિમોન ઓહ્‌મ (George Simon Ohm) (1787-1854) :** એક જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી, મ્યુનીચ (યુનિવર્સિટી)માં પ્રાધ્યાપક. ઓહ્‌મે તેમનો નિયમ ઉષ્માવહનની પ્રક્રિયા સાથેની સામ્યતાને આધારે આપ્યો. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ તાપમાનના પ્રચલનને સમતુલ્ય અને વિદ્યુતપ્રવાહ એ ઉષ્માપપ્રવાહ સાથે સામ્યતા ધરાવે છે.

જેટલો જ થશે, કારણ કે બંને ચોસલા સમાન છે અને તેઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ I પણ સમાન છે. સ્પષ્ટ છે કે આ સંયોજનના છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત બે વ્યક્તિગત ચોસલાના સ્થિતિમાનોના સરવાળા બરાબર અને તેથી 2V જેટલો છે. સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ I છે અને સંયોજનનો અવરોધ $R_C$ હોય તો [સમીકરણ (3.3)] પરથી,

$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \tag{3.4}$$

થશે કારણ કે, V/I = R, દરેક ચોસલાનો અવરોધ. આમ, સુવાહકની લંબાઈ બમણી કરતાં તેનો અવરોધ પણ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ લંબાઈના સમપ્રમાણમાં છે.

$$R \propto l \tag{3.5}$$

પછી એવું ધારો કે ચોસલાને તેની લંબાઈને સમાંતર બે ભાગમાં કાપવામાં આવે છે કે જેથી આ ચોસલાને બે સમાન $l$ લંબાઈના પણ દરેકના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A/2 હોય તેવા ચોસલાના સંયોજન તરીકે લઈ શકાય (આકૃતિ 3.2(c)).

ચોસલાના બે છેડા વચ્ચે આપેલ વૉલ્ટેજ V માટે જો આખાય ચોસલામાંથી વહેતો પ્રવાહ I હોય તો સ્વાભાવિક છે કે આ દરેક અડધા ચોસલાઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ I/2 થશે. અત્રે આ દરેક અડધા ચોસલાઓના છેડા વચ્ચે વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોવાથી, એટલે કે આખાય ચોસલાને સમાંતર સ્થિતિમાન જેટલો જ હોવાથી આ દરેક અડધા ચોસલાનો અવરોધ $R_1$ હોય તો,

$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = \frac{2V}{I} = 2R \tag{3.6}$$

આમ, આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અડધું કરતાં સુવાહકનો અવરોધ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ R એ આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

$$R \propto \frac{1}{A} \tag{3.7}$$

સમીકરણ (3.5) અને (3.7)ને સાથે લખતાં,

$$R \propto \frac{l}{A} \tag{3.8}$$

અને તેથી આપેલ સુવાહક માટે,

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{3.9}$$

જ્યાં, સપ્રમાણતા અચળાંક ρ એ સુવાહકના દ્રવ્ય પર આધાર રાખે છે. પરંતુ તેના પરિમાણ પર આધાર રાખતો નથી, ρને અવરોધકતા (Resistivity) કહે છે.

છેલ્લા સમીકરણનો ઉપયોગ કરી ઓહ્‌મનો નિયમ લખતાં,

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \tag{3.10}$$

એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ (પ્રવાહને લંબરૂપે) પ્રવાહ I/Aને પ્રવાહ ઘનતા (Current Density) કહે છે

અને તે $j$ વડે દર્શાવાય છે. પ્રવાહ ઘનતાનો SI એકમ A/m$^2$ છે. વધારામાં, જો $l$ લંબાઈના સુવાહકમાં નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રનું મૂલ્ય E હોય તો છેડાઓ વચ્ચેના સ્થિતિમાનનો તફાવત V એ E$l$ જેટલો છે. આનો ઉપયોગ કરી છેલ્લું સમીકરણ નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$E\,l = j\rho\, l$$

અથવા $E = j\rho$ (3.11)

ઉપરોક્ત **E** અને ***j***ના માનાંક વચ્ચેનો સંબંધ ખરેખર સદિશ સ્વરૂપમાં લખી શકાય. પ્રવાહ ઘનતા (કે જે આપણે પ્રવાહને લંબ એવા એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી વહેતા પ્રવાહ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી છે) પણ Eની દિશામાં છે અને તે પણ સદિશ $\mathbf{j}\ (\equiv j\,\mathbf{E}/E)$ છે. આમ, છેલ્લું સમીકરણ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\rho \tag{3.12}$$

અથવા $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ (3.13)

જ્યાં, $\sigma \equiv 1/\rho$ને વાહકતા (Conductivity) કહે છે. ઓહ્મનો નિયમ ઘણી વખત સમીકરણ (3.3) ઉપરાંત સમીકરણ (3.13)ના સમતુલ્ય સ્વરૂપમાં પણ દર્શાવવામાં આવે છે. હવે પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્મના નિયમનું ઉદ્‌ગમ ઇલેક્ટ્રૉનની ડ્રિફ્ટ લાક્ષણિકતાને કારણે ઉદ્‌ભવે છે તેવી સમજણ મેળવીશું.

## 3.5 ઇલેક્ટ્રૉનની ડ્રિફ્ટ ગતિ અને અવરોધકતાનું ઉદ્‌ગમ (Drift of Electrons and the Origin of Resistivity)

અગાઉ નોંધ્યું તેમ ઇલેક્ટ્રૉન ભારે અને જડિત આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે પરંતુ અથડામણ બાદ તેઓ એ જ ઝડપથી પરંતુ અસ્તવ્યસ્ત દિશામાં ગતિ કરે છે. હવે જો આપણે બધાં જ ઇલેક્ટ્રૉનને ધ્યાનમાં લઈએ તો અસ્તવ્યસ્ત દિશાને કારણે તેમના સરેરાશ વેગ શૂન્ય થશે. આમ, જો N જેટલા ઇલેક્ટ્રૉન હોય અને તેમાં $i$માં ($i$ = 1, 2, 3, .... N) ઇલેક્ટ્રૉનનો આપેલ સમયે વેગ $\upsilon_i$ હોય તો,

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\upsilon}_i = 0 \text{ થશે.} \tag{3.14}$$

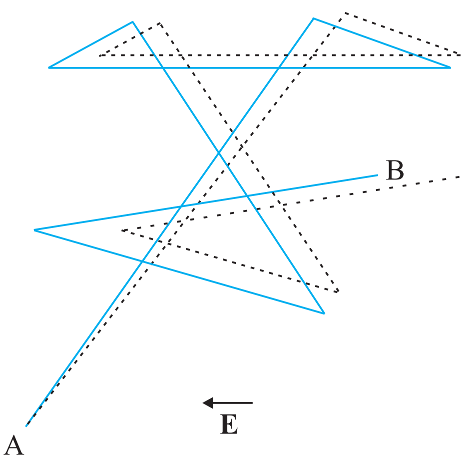
હવે, એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર હાજર હોય. આ ક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રૉન પ્રવેગિત થશે.

$$\mathbf{a} = \frac{-e\mathbf{E}}{m} \tag{3.15}$$

જ્યાં, $-e$ એ વિદ્યુતભાર અને $m$ એ ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ છે. ફરીથી $t$ સમયે $i$મા ઇલેક્ટ્રૉનને ધ્યાનમાં લો. આ ઇલેક્ટ્રૉનની અગાઉની (છેલ્લી) અથડામણ $t$ સમય કરતાં પહેલાં ક્યારેક થઈ હશે અને ધારો કે આ અથડામણ બાદ $t_i$ જેટલો સમય પસાર થયો છે. જો અગાઉની અથડામણ બાદ તરત જ વેગ $\upsilon_i$ હોય તો $t$ સમયે તેનો વેગ $\boldsymbol{V}_i$ નીચે મુજબ અપાશે.

$$\mathbf{V}_i = \boldsymbol{\upsilon}_i + \frac{-e\mathbf{E}}{m}t_i \tag{3.16}$$

કારણ કે, તે અગાઉની અથડામણ બાદ $t_i$ જેટલા સમયગાળા દરમિયાન સમીકરણ (3.15) મુજબ પ્રવેગિત થયો હશે (આકૃતિ 3.3). $t$ સમયે ઇલેક્ટ્રૉનનો સરેરાશ વેગ એ આ બધા જ $\mathbf{V}_i$ ઓની સરેરાશ થશે. પણ $\upsilon_i$ ઓની સરેરાશ શૂન્ય

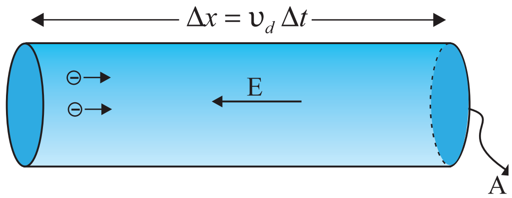



**આકૃતિ 3.3** પુનરાવર્તિત અથડામણો થકી બિંદુ A થી B સુધી પહોંચતા ઇલેક્ટ્રૉન અંગેની રેખાકૃતિ (સળંગ રેખા). જો દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડીએ તો ઇલેક્ટ્રૉન B' સુધી પહોંચે છે (ત્રુટક રેખા). વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં થતી થોડીક ડ્રિફ્ટ ગતિ નોંધો.

[સમીકરણ (3.14)] છે કારણ કે અથડામણ બાદ તરત જ ઇલેક્ટ્રૉનના વેગની દિશા સંપૂર્ણ રીતે અસ્તવ્યસ્ત છે. ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચેની અથડામણો નિયમિત સમયગાળે નથી થતી પણ અસ્તવ્યસ્ત સમયગાળે થાય છે. બે ક્રમિક અથડામણો વચ્ચેના સરેરાશ સમયને $\tau$ વડે દર્શાવો. તો આપેલ સમયે અમુક ઇલેક્ટ્રૉનએ $\tau$ કરતાં વધારે જ્યારે અમુક ઇલેક્ટ્રૉનએ $\tau$ કરતાં ઓછો સમય પસાર કર્યો હશે. બીજા શબ્દોમાં, સમીકરણ (3.16)માં $i = 1, 2, ....$ Nના મૂલ્યો માટે આવતો સમય $t_i$ એ કેટલાંક ઇલેક્ટ્રૉન માટે $\tau$ કરતાં ઓછો જ્યારે બીજા માટે $\tau$ કરતાં વધારે હશે. $t_i$ના આ મૂલ્યોની સરેરાશ કિંમત $\tau$ હશે (જેને રીલેક્સેશન સમય કહે છે). આમ, કોઈપણ આપેલ $t$ સમયે, સમીકરણ (3.16)નું N-ઇલેક્ટ્રૉન પરનું સરેરાશ આપણને સરેરાશ વેગ $\upsilon_d$ આપશે.

$$\upsilon_d = (\upsilon_i)_{\text{સરેરાશ}} = (\upsilon_i)_{\text{સરેરાશ}} - \frac{e\mathbf{E}}{m}\,(t_i)_{\text{સરેરાશ}}$$

$$= 0 - \frac{e\mathbf{E}}{m}\tau = -\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau \tag{3.17}$$




**આકૃતિ 3.4** ધાત્વિય સુવાહકમાં પ્રવાહ. ધાતુમાં પ્રવાહ ઘનતાનું મૂલ્ય એ એકમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને $\upsilon_d$ જેટલી લંબાઈ ધરાવતા નળાકારમાં રહેલા વીજભારના મૂલ્ય જેટલું થાય

આ છેલ્લું સમીકરણ નવાઈ પમાડે તેવું છે. તે એવું દર્શાવે છે કે ઇલેક્ટ્રૉન પ્રવેગિત હોવા છતાં સમયથી સ્વતંત્ર એવા સરેરાશ વેગથી ગતિ કરે છે. આ ઘટનાને ડ્રિફ્ટ અને સમીકરણ (3.17)માંના વેગ $\upsilon_d$ને ડ્રિફ્ટવેગ કહે છે.

ડ્રિફ્ટને કારણે **E**ને લંબ એવા કોઈપણ ક્ષેત્રફળમાંથી વિદ્યુતભારોનું ચોખ્ખું સંવહન (Transport) થાય છે. સુવાહકના અંદરના ભાગમાં, એક સમતલીય ક્ષેત્રફળ **A** વિચારો કે જેને દોરેલ લંબ એ **E**ને સમાંતર હોય (આકૃતિ 3.4).

ડ્રિફ્ટને કારણે $\Delta t$ જેટલા અતિસૂક્ષ્મ સમયગાળામાં, ક્ષેત્રફળની ડાબી બાજુ $|\upsilon_d|\Delta t$ જેટલા અંતરે રહેલાં બધા જ ઇલેક્ટ્રૉન આ ક્ષેત્રફળને પસાર કરી જશે. ધાતુમાં જો એકમ કદ દીઠ મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા $n$ હોય તો આવા $n\Delta t|V_d|$A ઇલેક્ટ્રૉન હશે. હવે દરેક ઇલેક્ટ્રૉન $-e$ જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોવાથી $\Delta t$ સમયમાં આ ક્ષેત્રફળમાંથી જમણી બાજુ પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર $-ne\mathrm{A}|\upsilon_d|\Delta t$ થશે. વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** ડાબી બાજુ પ્રવર્તતું હોવાથી સપાટીમાંથી અને **E**ની દિશામાં પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર આના ઋણ મૂલ્ય બરાબર થશે. $\Delta t$ સમયમાં ક્ષેત્રફળ Aમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય, વ્યાખ્યા (સમીકરણ (3.2)) મુજબ $\mathrm{I}\Delta t$ થશે. જ્યાં, I એ પ્રવાહનું માન દર્શાવે છે. તેથી,

$$\mathrm{I}\Delta t = +\, ne\mathrm{A}\,|\upsilon_d|\,\Delta t \tag{3.18}$$

$|\upsilon_d|$નું મૂલ્ય સમીકરણ (3.17)માંથી મૂકતાં,

$$\mathrm{I}\Delta t = \frac{e^2\mathrm{A}}{m}\,\tau n \Delta t |\mathbf{E}| \tag{3.19}$$

વ્યાખ્યા મુજબ I એ પ્રવાહ ઘનતાના માન $|\,\mathbf{j}\,|$ સાથે સંકળાયેલ હોવાથી,

$$\mathrm{I} = |\,\mathrm{j}\,|\mathrm{A} \tag{3.20}$$

તેથી સમીકરણો (3.19) અને (3.20) પરથી,

$$|\,\mathbf{j}\,| = \frac{ne^2}{m}\tau\,|\mathbf{E}| \tag{3.21}$$

સદિશ **j** એ **E**ને સમાંતર હશે અને તેથી આપણે સમીકરણ (3.21)ને પણ સદિશ સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2}{m}\tau\,\mathrm{E} \tag{3.22}$$

સમીકરણ (3.13) સાથેની સરખામણી દર્શાવે છે કે જો વાહકતા $\sigma$ને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરીએ તો, સમીકરણ (3.22) એ ઓહ્‌મનો નિયમ જ છે,

$$\sigma = \frac{ne^2}{m}\tau. \tag{3.23}$$

આમ, આપણે જોઈ શક્યા કે વિદ્યુતવહનનું એકદમ સરળ ચિત્ર ઓહ્‌મનો નિયમ તારવે છે. અલબત્ત, આપણે એવું ધારી લીધું છે કે $\tau$ અને $n$ વિદ્યુતક્ષેત્ર Eથી સ્વતંત્ર એવા અચળ છે. આના પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્‌મના નિયમની મર્યાદાઓ ચર્ચીશું.

**ઉદાહરણ 3.1** (a) 1.5 A પ્રવાહનું વહન કરતા અને $1.0 \times 10^{-7}\ m^2$ જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક તારમાંથી વહન પામતા ઈલેક્ટ્રૉન માટે સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગણો. એવું ધારો કે દરેક કૉપરનો પરમાણું (Atom) લગભગ એક વાહક ઈલેક્ટ્રૉન આપે છે. કૉપરની ઘનતા $9.0 \times 10^3$ kg/m$^3$ અને તેનો પરમાણુ દળાંક 63.5 $u$ છે. (b) ઉપરોક્ત મળેલ ડ્રિફ્ટ ઝડપને (i) સામાન્ય તાપમાને કૉપર પરમાણુઓની ઉષ્મીય ઝડપ, (ii) સુવાહકમાં આ ડ્રિફ્ટ ગતિ માટે જવાબદાર છે, તે વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રસરણની ઝડપ સાથે સરખામણી કરો.

**ઉકેલ**

(a) વાહક ઈલેક્ટ્રૉનનો ડ્રિફ્ટ વેગ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશાની વિરૂદ્ધ દિશામાં છે, એટલે કે ઈલેક્ટ્રૉન વધતા સ્થિતિમાનની દિશામાં ડ્રિફ્ટ થાય છે. ડ્રિફ્ટ ઝડપ $\upsilon_d$ સમીકરણ (3.18) દ્વારા આપી શકાય.

$\upsilon_d = (I/neA)$

હવે, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $A = 1.0 \times 10^{-7} m^2$, $I = 1.5$ A છે. વાહક ઈલેક્ટ્રૉનની ઘનતા $n$ એ પ્રતિ ઘનમીટરમાં રહેતા પરમાણુ (દરેક Cu પરમાણુદીઠ, તેનો વેલન્સ ઈલેક્ટ્રૉન એક હોવાને કારણે, એક વાહક ઈલેક્ટ્રૉન ધારતાં) જેટલી થશે. એક ઘનમીટર કૉપરનું દળ $9.0 \times 10^3$ kg છે. અત્રે, $6.0 \times 10^{23}$ કૉપર પરમાણુઓનું દળ 63.5 $g$ હોવાથી,

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6$$
$$= 8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$$

તે પરથી,

$$\upsilon_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$
$$= 1.1 \times 10^{-3}\ m\ s^{-1} = 1.1\ mm\ s^{-1}$$

(b) (i) T જેટલા તાપમાને M દળ ધરાવતા કૉપર પરમાણુની ઉષ્મીય ઝડપ* [$<(1/2)\,M\upsilon^2> = (3/2)k_B T$] સૂત્ર પરથી મળે છે, જે $\sqrt{\frac{k_B T}{M}}$ ના ક્રમની છે. જ્યાં, $k_B$ એ બોલ્ટ્ઝમેન અચળાંક છે. 300 K તાપમાને રહેલ કૉપર માટે આ લગભગ $2 \times 10^2$ m/s મળે. આ સંખ્યા સુવાહકમાં કૉપર પરમાણુઓની અસ્તવ્યસ્ત દોલન ઝડપ દર્શાવે છે. અત્રે નોંધો કે ઈલેક્ટ્રૉનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ સામાન્ય તાપમાને જોવા મળતી ઉષ્મીય ઝડપ કરતાં ખૂબ જ નાની, લગભગ $10^{-5}$ ગણી નાની હોય છે.

(ii) સુવાહકમાં (પ્રસરતા) વિદ્યુતક્ષેત્રની ઝડપ, વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગ જેટલી, એટલે કે $3.0 \times 10^8\ m\ s^{-1}$ જેટલી હોય છે (જેના વિશે તમે પ્રકરણ-8માં ભણશો). આની સરખામણીમાં, ડ્રિફ્ટ ઝડપ અત્યંત નાની $10^{-11}$ ગણી નાની હોય છે.

ઉદાહરણ 3.1

* ધોરણ XIના પુસ્તકના પ્રકરણ-13નું સમીકરણ (13.23) જુઓ.

**ઉદાહરણ 3.2**

(a) ઉદાહરણ 3.1માં ઈલેક્ટ્રૉનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ, કેટલાક ઍમ્પિયરના ગાળામાંના પ્રવાહો માટે કેટલાક mm $s^{-1}$ જેટલી હોવાનો અંદાજ કરેલ છે તો પરિપથને બંધ (Closed) કરતાં લગભગ તત્ક્ષણ જ પ્રવાહનું નિર્માણ કેવી રીતે થાય છે ?

(b) ઈલેક્ટ્રૉન ડ્રિફ્ટ એ વાહકમાં પ્રવર્તતા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે અનુભવાતા બળને કારણે ઉદ્‌ભવે છે, પણ બળ તો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે તો પછી શા માટે ઈલેક્ટ્રૉન અચળ (Steady) સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.

(c) જો ઈલેક્ટ્રૉનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ઘણી નાની અને ઈલેક્ટ્રૉનના વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય પણ નાનું હોવા છતાં શા માટે આપણને સુવાહકમાં ખૂબ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતપ્રવાહ મળે છે ?

(d) ધાતુમાં ઈલેક્ટ્રૉન જ્યારે નીચેથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ડ્રિફ્ટ થાય તો શું તેનો અર્થ એવો થયો કે ધાતુમાં રહેલા બધા જ મુક્ત ઈલેક્ટ્રૉન એક જ દિશામાં ગતિ કરે છે ?

(e) શું બે ક્રમિક (ધાતુના ધન આયનો સાથેની) અથડામણ વચ્ચે ઈલેક્ટ્રૉનનો પથ (i) વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં (ii) વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સુરેખ હશે ?

**ઉકેલ**

(a) પરિપથમાં લગભગ તત્ક્ષણ (પ્રકાશની ઝડપથી) વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થતાં તે દરેક બિંદુ આગળ સ્થાનીક (Local) ઈલેક્ટ્રૉન ડ્રિફ્ટ ઉત્પન્ન કરે છે. પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત થવાની પ્રક્રિયાને ઈલેક્ટ્રૉનને સુવાહકના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી પહોંચે ત્યાં સુધી રાહ જોવી પડતી નથી. આમ છતાં, પ્રવાહને તેના સ્થિત મૂલ્ય સુધી પહોંચતા થોડો સમય જરૂરથી લાગે છે.

(b) દરેક 'મુક્ત' ઈલેક્ટ્રૉન ચોક્કસપણે પ્રવેગિત થાય છે, તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ત્યાં સુધી વધે છે જ્યાં સુધી તે ધાતુના ધન આયન સાથે અથડામણ ના અનુભવે. અથડામણ બાદ તે તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગુમાવે છે પરંતુ ત્યારબાદ પ્રવેગિત થઈ તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ બીજી અથડામણ ના થાય ત્યાં સુધી વધે છે અને આમ (વારંવાર) ચાલ્યા કરશે. તેથી (સમગ્રતયા) સરેરાશ રીતે ઈલેક્ટ્રૉન ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.

(c) ઈલેક્ટ્રૉન સંખ્યાઘનતા પ્રચંડ $\sim 10^{29}$ $m^{-3}$ હોવાથી.

(d) ના, કોઈપણ રીતે નહીં. ડ્રિફ્ટ વેગ ઈલેક્ટ્રૉનના મોટા અસ્તવ્યસ્ત, વેગ પર સંપાત થાય છે.

(e) વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં ગતિ પથો સુરેખ હશે, વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સામાન્ય રીતે, પથ વક્ર હશે.

### 3.5.1 મોબીલીટી (ગતિશીલતા) (Mobility)

આપણે જોયું કે વાહકતા એ ગતિશીલ (Mobile) વિદ્યુતભાર વાહકોને કારણે ઉદ્‌ભવે છે. ધાતુમાં આ ગતિશીલ વિદ્યુતભાર વાહક તરીકે ઈલેક્ટ્રૉન, આયનીકૃત વાયુમાં ઈલેક્ટ્રૉન અને ધન વિદ્યુતભારિત આયનો, વિદ્યુત દ્રાવણો (Elecetrolyte)માં ધન અને ઋણ આયનો બંને છે.

મોબીલીટી $\mu$ એક અગત્યની રાશિ છે કે જે એકમ વિદ્યુતક્ષેત્ર દીઠ ડ્રિફ્ટ વેગના માન તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\mu = \frac{|v_d|}{E} \tag{3.24}$$

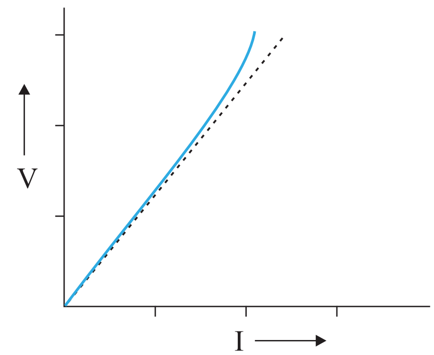
મોબીલીટીનો SI એકમ $m^2/Vs$ છે અને તે વ્યવહારુ એકમ ($cm^2/Vs$)થી $10^4$ ગણો છે. મોબીલીટી ધન હોય છે. સમીકરણ (3.17) પરથી,

$$\upsilon_d = \frac{e\,\tau\,\mathrm{E}}{m}$$

તેથી,

$$\mu = \frac{\upsilon_d}{\mathrm{E}} = \frac{e\,\tau}{m} \qquad (3.25)$$

જ્યાં, $\tau$ ઇલેક્ટ્રૉનનો અથડામણ વચ્ચેનો સરેરાશ સમય છે.



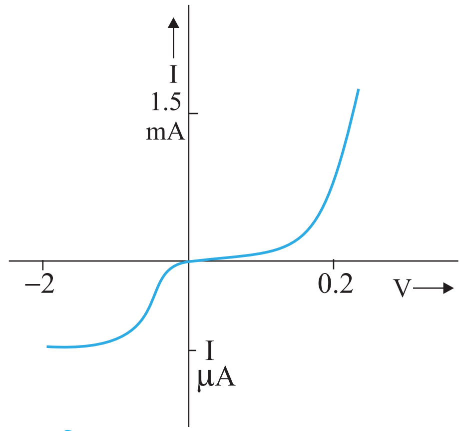

**આકૃતિ 3.5** ત્રૂટક રેખા ઓહ્મનો સુરેખ નિયમ દર્શાવે છે. સળંગ રેખા એક સુવાહક માટે વૉલ્ટેજ V વિરૂદ્ધ પ્રવાહ I દર્શાવે છે.

## 3.6 ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ (LIMITATIONS OF OHM'S LAW)

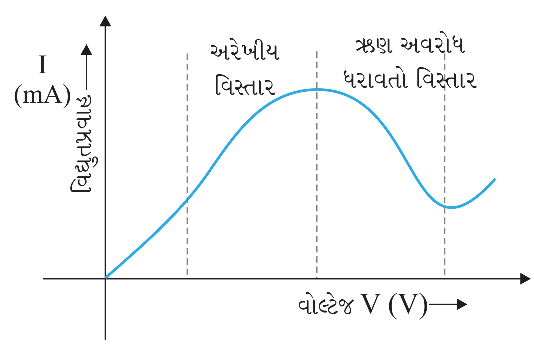
ઓહ્મનો નિયમ દ્રવ્યોના વિશાળ વર્ગમાં લાગુ પાડી શકાતો હોવા છતાં વિદ્યુત પરિપથમાં વપરાતા એવા પદાર્થો અને ઉપકરણો અસ્તિત્વ ધરાવે છે કે જેમાં V અને I વચ્ચેની સપ્રમાણતા જળવાતી નથી. આ વિચલનો મુખ્યત્વે નીચેનામાંથી એક અથવા બીજા પ્રકારના હોય છે :

(a) V એ Iના સમપ્રમાણમાં રહે નહીં (આકૃતિ 3.5).

(b) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ Vના ચિહ્ન ઉપર આધાર રાખે. બીજા શબ્દોમાં Vના કોઈ ચોક્કસ મૂલ્ય માટે પ્રવાહ I હોય તો Vનું મૂલ્ય અચળ રાખી તેની દિશા ઉલટાવતા સમાન મૂલ્ય ધરાવતો પરંતુ ઊલટી (વિરૂદ્ધ) દિશામાં પ્રવાહ I ઉત્પન્ન થતો નથી (આકૃતિ 3.6). આવું દા.ત., ડાયોડનાં કિસ્સામાં બને છે, જેનો અભ્યાસ આપણે પ્રકરણ-14માં કરીશું.




**આકૃતિ 3.6** ડાયોડનો લાક્ષણિક વક્ર. અત્રે વૉલ્ટેજના અને પ્રવાહના ધન અને ઋણ મૂલ્યો માટે જુદા-જુદા પ્રમાણમાપ (Scales) છે તે નોંધો.




**આકૃતિ 3.7** GaAs માટે પ્રવાહ વિરૂદ્ધ વૉલ્ટેજ ફેરફાર.

(c) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય (Unique)ના હોય, એટલે કે સમાન પ્રવાહ I માટે Vનું એક કરતાં વધારે મૂલ્ય મળે (આકૃતિ-3.7). આવી વર્તણૂક ધરાવતા દ્રવ્યનું ઉદાહરણ GaAs છે.

સમીકરણ (3.3)માં દર્શાવેલ ઓહ્મના નિયમનું પાલન ન કરતાં દ્રવ્યો અને ઉપકરણોનો ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથોમાં ખૂબ બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પરંતુ, આના પછીના અને ત્યારબાદના કેટલાક પ્રકરણોમાં આપણે ઓહ્મના નિયમોનું પાલન કરતા દ્રવ્યોમાં વિદ્યુતપ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.

## 3.7 જુદા-જુદા દ્રવ્યોની અવરોધકતા (RESISTIVITY OF VARIOUS MATERIALS)

વ્યવહારમાં ઉપયોગી કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા કોષ્ટક-3.1માં દર્શાવેલ છે. આ પદાર્થોને તેમની

અવરોધકતા ચઢતા ક્રમના મૂલ્યોને આધારે સુવાહકો, અર્ધવાહકો અને અવાહકોમાં વર્ગીકૃત કરાય છે. ધાતુઓની અવરોધકતા ઓછી હોય છે અને તે $10^{-8}$ $\Omega$m થી $10^{-6}$ $\Omega$mના ગાળામાં હોય છે. આનાથી સામે છેડે, સીરામિક્સ, રબર, પ્લાસ્ટીક જેવાં અવાહકો છે જેમની અવરોધકતા ધાતુઓ કરતાં $10^{18}$ ગણી કે તેનાથી પણ વધારે હોય છે. આ બંનેની વચ્ચે અર્ધવાહકો છે. જો કે તેઓની અવરોધકતા તાપમાન સાથે લાક્ષણિક રીતે ઘટતી જતી હોય છે. આ અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તેમાં નાના પ્રમાણમાં રહેલ અશુદ્ધિઓની હાજરી પર પણ આધાર રાખે છે. આ છેલ્લી લાક્ષણિકતાનો ઉપયોગ કરીને અર્ધવાહકોનો ઉપયોગ ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉપકરણો બનાવવા માટે થાય છે.

**કોષ્ટક : 3.1 કેટલાક પદાર્થોની અવરોધકતા**

| દ્રવ્ય | અવરોધકતા $\rho$ <br> $0^{\circ}$C તાપમાને ($\Omega$m) | અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક $\alpha(^{\circ}C)^{-1}$ <br> $\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)$, $0^{\circ}$C તાપમાને |
|---|---|---|
| **સુવાહકો** | | |
| ચાંદી | $1.6 \times 10^{-8}$ | 0.0041 |
| કૉપર | $1.7 \times 10^{-8}$ | 0.0068 |
| એલ્યુમિનિયમ | $2.7 \times 10^{-8}$ | 0.0043 |
| ટંગ્સ્ટન | $5.6 \times 10^{-8}$ | 0.0045 |
| આયર્ન | $10 \times 10^{-8}$ | 0.0065 |
| પ્લેટિનમ | $11 \times 10^{-8}$ | 0.0039 |
| મરક્યુરી (પારો) | $98 \times 10^{-8}$ | 0.0009 |
| નિક્રોમ (Ni, Fe અને Crની મિશ્રધાતુ) | $\sim 100 \times 10^{-8}$ | 0.0004 |
| મેન્ગેનીન (મિશ્રધાતુ) | $48 \times 10^{-8}$ | $0.002 \times 10^{-3}$ |
| **અર્ધવાહકો** | | |
| કાર્બન (ગ્રેફાઇટ) | $3.5 \times 10^{-5}$ | $-0.0005$ |
| જર્મેનિયમ | 0.46 | $-0.05$ |
| સિલિકોન | 2300 | $-0.07$ |
| **અવાહકો** | | |
| શુદ્ધ પાણી | $2.5 \times 10^{5}$ | |
| ગ્લાસ | $10^{10} - 10^{14}$ | |
| કઠણ રબર | $10^{13} - 10^{16}$ | |
| NaCl | $\sim 10^{14}$ | |
| ફ્યુઝ્ડ (પીગળેલ) ક્વાર્ટ્ઝ | $\sim 10^{16}$ | |

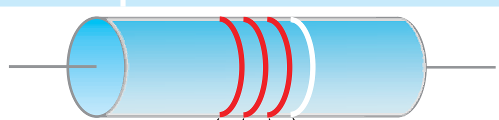
રોજિંદા જીવનમાં અને પ્રયોગશાળામાં વપરાતા અને વ્યાપારી ધોરણે બનતા અવરોધો મુખ્યત્વે બે પ્રકારનાં હોય છે : બંધિત તાર અવરોધકો (Wire Bound Resistors) અને કાર્બન અવરોધકો (Carbon Resistors). તાર વીંટાળેલ અવરોધો મેન્ગેનીન, કોન્સ્ટન્ટન, નિક્રોમ અને તેમના જેવી મિશ્રધાતુઓના તારને બાંધીને બનાવવામાં આવે છે. આવા પદાર્થોની પસંદગી મુખ્યત્વે તેમની અવરોધકતા તાપમાન પ્રત્યે (બીજાની) સરખામણીમાં અસંવેદનશીલ (ઘણા ઓછા સંવેદનશીલ) હોવાને કારણે કરવામાં આવે છે. તેમના અવરોધો એક ઓહ્મના કેટલાંક ભાગથી માંડીને કેટલાંક સો ઓહ્મ જેટલાં હોય છે.

મોટા ક્રમનાં મૂલ્યો ધરાવતાં અવરોધો મુખ્યત્વે કાર્બનના બનેલાં હોય છે. કાર્બન અવરોધો નાના, સસ્તા હોવાને કારણે તેમનો ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથોમાં બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે. તેઓ નાના કદના હોવાથી તેમના મૂલ્યો Colour Code (રંગ-સંજ્ઞા) વડે આપવામાં આવે છે.

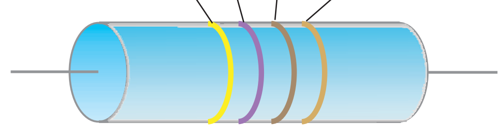
**કોષ્ટક : 3.2 અવરોધ માટે વર્ણ સંકેત (Colour Code)**

| રંગ | સંખ્યા | ગુણક | સહનશીલતા (Tolerance) (%) |
|---|---|---|---|
| કાળો (Black) | 0 | 1 | |
| કથ્થઈ (Brown) | 1 | $10^1$ | |
| લાલ (Red) | 2 | $10^2$ | |
| નારંગી (Orange) | 3 | $10^3$ | |
| પીળો (Yellow) | 4 | $10^4$ | |
| લીલો (Green) | 5 | $10^5$ | |
| વાદળી (Blue) | 6 | $10^6$ | |
| જાંબલી (Violet) | 7 | $10^7$ | |
| ભૂખરો (Gray) | 8 | $10^8$ | |
| સફેદ (White) | 9 | $10^9$ | |
| ગોલ્ડ (Gold) | | $10^{-1}$ | 5 |
| સિલ્વર (Silver) | | $10^{-2}$ | 10 |
| કોઈ રંગ નહિ (No Colour) | | | 20 |

અવરોધો પર સમઅક્ષીય રંગીન વલયોનો સમૂહ હોય છે. જેનું મૂલ્ય/અર્થ કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવેલ છે. છેડા તરફથી પ્રથમ બે વલયો ઓહ્મમાં અવરોધના પહેલાં બે સાર્થક (Significant) અંકો દર્શાવે છે. ત્રીજો પટ્ટો (કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવ્યા મુજબ) દશાંશ ગુણક (Decimal Multiplier) દર્શાવે છે. છેલ્લો પટ્ટો દર્શાવેલ કિંમતમાં ટકામાં ટોલરન્સ અથવા વિચલન દર્શાવે છે. ઘણીવખત, આ છેલ્લો પટ્ટો ગેરહાજર હોય છે અને તે 20% ટોલરન્સ (આકૃતિ 3.8) છે તેમ દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે ચાર રંગો નારંગી (Orange), વાદળી (Blue), પીળો (Yellow) અને ગોલ્ડ (Gold) હોય તો અવરોધનું મૂલ્ય $36 \times 10^4 \Omega$ થશે, અને તેનું ટોલરન્સ મૂલ્ય 5% છે.



(a)



(b)

**આકૃતિ 3.8** Colour Code વાળા અવરોધ
(a) $(22 \times 10^2 \Omega) \pm 10\%$
(b) $(47 \times 10 \Omega) \pm 5\%$

## 3.8 અવરોધકતાનો તાપમાન પરનો આધાર (TEMPERATURE DEPENDENCE OF RESISTIVITY)

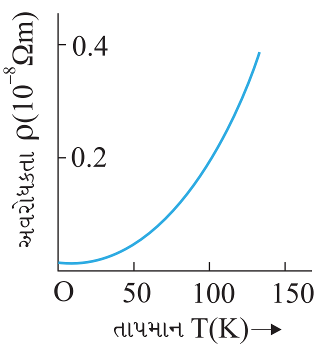
દ્રવ્યની અવરોધકતા તાપમાન ઉપર આધાર રાખે છે. જુદા જુદા દ્રવ્યો તાપમાન ઉપર સમાન રીતે આધાર રાખતા નથી. બહુ મોટો ના હોય તેવા તાપમાનના મર્યાદિત ગાળા માટે ધાતુ સુવાહકની અવરોધકતા આશરે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (3.26)$$

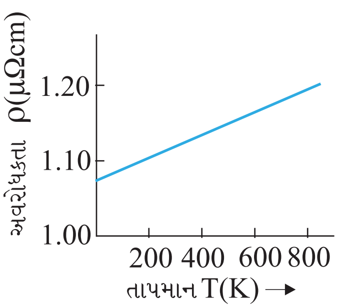
જ્યાં, $\rho_T$ એ T તાપમાને અવરોધકતા અને $\rho_0$એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન $T_0$ એ અવરોધકતા સૂચવે છે. $\alpha$ને અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistivity) કહે છે અને સમીકરણ (3.26) પરથી $\alpha$નું પરિમાણ (તાપમાન)$^{-1}$ છે. ધાતુઓ માટે $\alpha$નું મૂલ્ય ધન હોય છે અને કેટલીક ધાતુઓ માટે $T_0 = 0^\circ C$ તાપમાને $\alpha$નું મૂલ્ય કોષ્ટક 3.1માં આપેલ છે.

સમીકરણ (3.26)માં દર્શાવેલ સંબંધ સૂચવે છે કે $\rho_T$ વિરૂદ્ધ Tનો આલેખ સુરેખા હશે. 0 $^{o}$C તાપમાન કરતા ખૂબ નીચા તાપમાને અલબત્ત આ આલેખ સુરેખ કરતાં સારો એવો જુદો પડે છે (આકૃતિ 3.9).

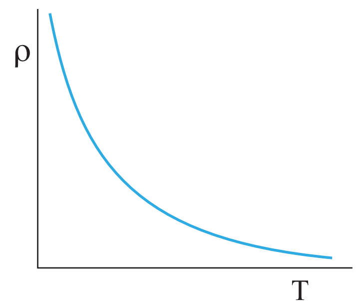
આમ, સમીકરણ (3.26)નો ઉપયોગ એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન $T_0$ની આસપાસ જ્યાં આલેખ લગભગ સુરેખા લઈ શકાય, ત્યાં Tના મર્યાદિત ગાળા માટે કરી શકાય.




**આકૃતિ 3.9** કૉપરની અવરોધકતા $\rho_T$ તાપમાન Tના વિધેય તરીકે.




**આકૃતિ 3.10** નિક્રોમ માટે નિરપેક્ષ તાપમાન Tના વિધેય તરીકે અવરોધકતા $\rho_T$.




**આકૃતિ 3.11** એક લાક્ષણિક અર્ધવાહક માટે અવરોધકતાનું તાપમાન પરનું અવલંબન (આધાર).

નિક્રોમ (કે જે નિકલ, આયર્ન અને ક્રોમિયમની મિશ્રધાતુ છે) જેવા કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા તાપમાન પર ખૂબ જ નિર્બળ રીતે આધાર રાખે છે (આકૃતિ 3.10) મેન્ગેનીન અને કોન્સ્ટન્ટનને પણ આવા ગુણધર્મો છે. તેમના અવરોધ તાપમાન સાથે ખૂબ જ ઓછા (નજીવા) બદલાતાં હોવાથી આવા પદાર્થોનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ પ્રમાણભૂત Wire Bound અવરોધો બનાવવામાં થાય છે.

ધાતુઓથી વિપરીત, અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તાપમાનના વધારા સાથે ઘટતી જાય છે. તે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે દર્શાવતી એક લાક્ષણિકતા આકૃતિ 3.11માં દર્શાવેલ છે.

સમીકરણ (3.23)ની મદદથી આપણે ગુણાત્મક રીતે અવરોધકતા તાપમાન સાથે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજી શકીએ. આ સમીકરણ પરથી દ્રવ્યની અવરોધકતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n\,e^2\,\tau} \tag{3.27}$$

આમ, $\rho$ એ એકમ કદ દીઠ રહેલ મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા $n$ અને બે સંઘાત વચ્ચેના સરેરાશ સમય $\tau$ એમ બંનેના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ચલે છે. આપણે જેમ તાપમાન વધારતા જઈએ તેમ, પ્રવાહ માટેના જરૂરી વાહકો એવા ઇલેક્ટ્રૉનની સરેરાશ ઝડપ વધતી જાય છે. પરિણામે અથડામણ થવાની આવૃત્તિ પણ વધતી જાય છે. આમ, બે સંઘાત વચ્ચેનો સરેરાશ સમય $\tau$ તાપમાન સાથે ઘટતો જાય છે.

ધાતુમાં $n$ એ તાપમાન પર ખાસ પ્રમાણમાં આધાર રાખતો નથી અને તેથી તાપમાન સાથે $\tau$માં થતો ઘટાડો $\rho$માં વધારો કરે છે કે જે આપણે નોંધ્યું.

અલબત્ત, અવાહકો અને અર્ધવાહકો માટે તાપમાન સાથે $n$ વધે છે. આ વધારો સમીકરણ (3.23)માં આવતા $\tau$માં થતા કોઈપણ ઘટાડાને ભરપાઈ કરવા કરતાં પણ વધુ હોવાથી આવા દ્રવ્યો માટે તાપમાન સાથે $\rho$માં ઘટાડો થાય છે.