# સ્વા 13.3

1. 4.2 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ધાતુના ગોલકને ઓગાળીને 6 સેમી ત્રિજ્યાવાળા નળાકાર સ્વરૂપમાં રૂપાંતરિત કરવામાં આવે છે. નળાકારની ઊંચાઈ શાધો.
2. 6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ધાતુના ગોળાઓને ઓગાળીને એક મોટો નક્કર ગોળો બનાવવામાં આવે છે, તો આ રીતે બનતા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.
3. એક કૂવો 7 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળ પર 20 મીટર સુધી ખોદવામાં આવે છે, અને તે ખોદવાથી નીકળેલી માટીને એક સરખી રીતે પાથરી 22 મીટર × 14 મીટરની એક વ્યાસપીઠ બનાવવામાં આવે છે, તો વ્યાસપીઠની ઊંચાઈ શોધો.
4. 3 મીટર વ્યાસવાળા એક વર્તુળ પર એક કૂવો 14 મીટર સુધી ખોદવામાં આવે છે. તેમાંથી નીકળેલી માટીને 4 મીટર પહોળા વર્તુળાકાર વલયમાં સમાન રીતે પાથરીને ઓટલો બનાવ્યો છે. તો ઓટલાની ઊંચાઈ શોધો.
5. 12 સેમી વ્યાસ અને 15 સેમી ઊંચાઈવાળા એક પાત્રનો આકાર લંબવૃત્તીય નળાકાર છે. તે આઈસ્ક્રીમથી સંપૂર્ણ ભરેલો છે. તેમાંથી 12 સેમી ઊંચાઈ અને 6 સેમી વ્યાસવાળા શંકુ આકારના કોન પર અર્ધગોળાકાર સ્વરૂપમાં આઈસ્ક્રીમ ભરવામાં આવે છે. તો આ આઈસ્ક્રીમ દ્વારા કેટલા કોન ભરી શકાય તે શોધો.
6. 5.5 સેમી × 10 સેમી × 3.5 સેમીના માપનો લંબઘન બનાવવા 1.75 સેમી વ્યાસ અને 2 મિમી જાડાઈવાળા ચાંદીના કેટલા સિક્કા ઓગાળવા પડે ?
7. 32 સેમી ઊંચાઈ અને પાયાની ત્રિજ્યા 18 સેમી હોય તેવી એક નળાકાર ડોલ રેતીથી ભરેલી છે, આ ડોલને જમીન પર ખાલી કરી શંકુ આકારનો ઢગલો બનાવ્યો છે. જો શંકુ આકારના ઢગલાની ઊંચાઈ 24 સેમી હોય, તો ઢગલાની ત્રિજ્યા અને તિર્યક ઊંચાઈ શોધો.
8. 6 મીટર પહોળી અને 1.5 મીટર ઊંડી એક પાણીની નહેરમાં પાણી 10 કિમી/કલાકની ઝડપે વહે છે. 30 મિનિટમાં આ નહેરમાંથી કેટલા ક્ષેત્રફળની સિંચાઈ કરી શકાશે. સિંચાઈ માટે 8 સેમી પાણીની ઊંચાઈ આવશ્યક છે.
9. એક ખેડૂત પોતાના ખેતરમાં 10 મીટર વ્યાસવાળી અને 2 મીટર ઊંડી એક નળાકાર ટાંકીને અંદરથી 20 સેમી વ્યાસવાળી એક પાઈપ દ્વારા એક નહેર સાથે જોડે છે. જો પાઈપમાં પાણીનો પ્રવાહ 3 કિમી/કલાકની ઝડપે વહેતો હોય છે, તો કેટલા સમયમાં ટાંકી પાણીથી પૂર્ણ રીતે ભરાઈ જશે ?

1. **4.2 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ધાતુના ગોલકને ઓગાળીને 6 સેમી ત્રિજ્યાવાળા નળાકાર સ્વરૂપમાં રૂપાંતરિત કરવામાં આવે છે. નળાકારની ઊંચાઈ શાધો.**

➤ ધાતુનાં ગોલકની ત્રિજ્યા $r = 4.2$ સેમી

ધાતુનાં ગોલકનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10}$ સેમી$^3$

નળાકારની ત્રિજ્યા R = 6 સેમી

ધારો કે નળાકારની ઊંચાઈ H

નળાકારનું ઘનફળ $= \pi R^2 H$

$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times H$ સેમી$^3$

ધાતુના ગોળાનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ

$\therefore \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} = \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times H$

$\therefore H = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10}}{\frac{22}{7} \times 6 \times 6}$

$\therefore H = \frac{4}{3} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{1}{6 \times 6}$

$\therefore H = \frac{2744}{1000}$

$\therefore H = 2.744$ સેમી

$\therefore H = 2.74$ સેમી

આમ, નળાકારની ઊંચાઈ 2.74 સેમી થાય.

2. **6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ધાતુના ગોળાઓને ઓગાળીને એક મોટો નક્કર ગોળો બનાવવામાં આવે છે, તો આ રીતે બનતા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.**

➤ $r_1 = 6$ સેમી  $r_2 = 8$ સેમી  $r_3 = 10$ સેમી

$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$  $V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$  $V_3 = \frac{4}{3}\pi r_3^3$

$\therefore V = V_1 + V_2 + V_3$

$= \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3$

$= \frac{4}{3}\pi \left[r_1^3 + r_2^3 + r_3^3\right]$

$= \frac{4}{3}\pi \left[6^3 + 8^3 + 10^3\right]$ સેમી$^3$

$= \frac{4}{3}\pi [216 + 512 + 1000]$ સેમી$^3$

$= \frac{4}{3}\pi [1728]$ સેમી$^3$

$\therefore V = \frac{4}{3} \times \pi \times 1728$ સેમી$^3$

ત્રણ ગોળાઓનું ઘનફળ = એક ગોળાનું ઘનફળ

$\frac{4}{3} \times \pi \times 1728 = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

$\frac{4}{3} \times \pi \times (12)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

$\therefore (12)^3 = (R)^3$

$\therefore$ R = 12 સેમી

આમ, પરિણામી નવા ગોળાની ત્રિજ્યા 12 સેમી થાય.

3. **એક કૂવો 7 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળ પર 20 મીટર સુધી ખોદવામાં આવે છે, અને તે ખોદવાથી નીકળેલી માટીને એક સરખી રીતે પાથરી 22 મીટર × 14 મીટરની એક વ્યાસપીઠ બનાવવામાં આવે છે, તો વ્યાસપીઠની ઊંચાઈ શોધો.**

➤ નળાકાર કૂવા માટે ત્રિજ્યા $r = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{7}{2}$ મીટર

નળાકાર કૂવાની ઊંચાઈ (ઊંડાઈ) $h$ = 20 મીટર

લંબઘન વ્યાસપીઠ માટે $l$ = 22 મીટર, $b$ = 10 મીટર, ઊંચાઈ H મીટર

કૂવામાંથી નીકળેલ માટીનું ઘનફળ = વ્યાસપીઠ બનાવવામાં વપરાયેલ માટીનું ઘનફળ

$\therefore \pi r^2 h = l \times b \times H$

$\therefore \frac{\pi r^2 h}{l \times b} = H$ મીટર

$\therefore H = \frac{\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20}{22 \times 14}$ મીટર

$\therefore H = \frac{22 \times 7 \times 7 \times 20}{7 \times 2 \times 2 \times 22 \times 14}$ મીટર

$\therefore H = \frac{5}{2}$ મીટર

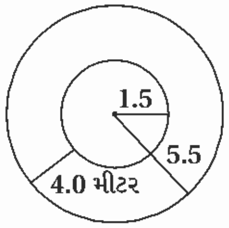
$\therefore$ H = 2.5 મીટર

આમ, વ્યાસપીઠની ઊંચાઈ 2.5 મીટર થાય.

4. **3 મીટર વ્યાસવાળા એક વર્તુળ પર એક કૂવો 14 મીટર સુધી ખોદવામાં આવે છે. તેમાંથી નીકળેલી માટીને 4 મીટર પહોળા વર્તુળાકાર વલયમાં સમાન રીતે પાથરીને ઓટલો બનાવ્યો છે. તો ઓટલાની ઊંચાઈ શોધો.**

➤ નળાકાર કૂવાની ત્રિજ્યા r = $\frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{3}{2}$ = 1.5 મીટર

નળાકાર કૂવાની ઊંચાઈ h = 14 મીટર




કૂવામાંથી નીકળેલ માટીનું ઘનફળ

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{15}{10} \times \frac{15}{10} \times 14$ મીટર$^3$

= 11 × 3 × 3 મીટર$^3$

= 99 મીટર$^3$

ધારો કે વર્તુળાકાર ઓટલાની ઊંચાઈ H મીટર છે.

વર્તુળાકાર ઓટલાની અંદરની ત્રિજ્યા $r$ = 1.5 મીટર

વર્તુળાકાર ઓટલાની બહારની ત્રિજ્યા R = 4 + 1.5 = 5.5 મીટર

ઓટલાનું ઘનફળ $= \pi R^2 H - \pi r^2 H$

$= \pi H(R^2 - r^2)$

$= \pi H(R - r)(R + r)$

$= \pi H(5.5 - 1.5)(5.5 + 1.5)$

$= \frac{22}{7} \times H \times 4 \times 7$ મીટર$^3$

ઓટલામાં પાથરેલી માટીનું ઘનફળ = કૂવામાંથી નીકળેલી માટીનું ઘનફળ

$\therefore \frac{22}{7} \times H \times 4 \times 7 = 99$ મીટર$^3$

$\therefore \frac{22 \times H \times 4 \times 7}{7} = 99$ મીટર$^3$

$\therefore 22 \times H \times 4 = 99$ મીટર$^3$

$\therefore H = \frac{99}{22 \times 4}$ મીટર

$\therefore H = 1.125$ મીટર ઓટલાની ઊંચાઈ થાય.

**5. 12 સેમી વ્યાસ અને 15 સેમી ઊંચાઈવાળા એક પાત્રનો આકાર લંબવૃત્તીય નળાકાર છે. તે આઈસ્ક્રીમથી સંપૂર્ણ ભરેલો છે. તેમાંથી 12 સેમી ઊંચાઈ અને 6 સેમી વ્યાસવાળા શંકુ આકારના કોન પર અર્ધગોળાકાર સ્વરૂપમાં આઈસ્ક્રીમ ભરવામાં આવે છે. તો આ આઈસ્ક્રીમ દ્વારા કેટલા કોન ભરી શકાય તે શોધો.**

➤ નળાકારનો વ્યાસ 12 સેમી $\therefore$ ત્રિજ્યા $r = 6$ સેમી

નળાકારની ઊંચાઈ $h = 15$ સેમી

શંકુની ઊંચાઈ $h = 12$ સેમી

શંકુની ત્રિજ્યા $= \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{6}{2} = 3$ સેમી

નળાકારનું ઘનફળ $V = \pi r^2 h$ સેમી

$= \pi \times 6 \times 6 \times 15$ સેમી$^3$

શંકુનું ઘનફળ $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

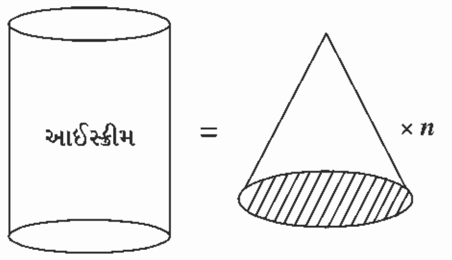
$= \frac{\pi \times 3 \times 3 \times 12}{3} = \pi \times 3 \times 12$ સેમી$^3$

અર્ધગોળાનું ઘનફળ (શંકુ આકારનાં કોન પર આઈસ્ક્રીમ અર્ધગોળાકાર છે.)

$V = \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$

$= 3 \times 3 \times 2 \times \pi$




કોનની સંખ્યા $= \frac{\text{નળાકારનું ઘનફળ}}{\text{શંકુનું ઘનફળ + અર્ધગોળાકારનું ઘનફળ}}$

$= \pi \times 6 \times 6 \times 15 \div \pi \times 3 \times 12 + 3 \times 3 \times 2 \times \pi$

$= \pi(6 \times 6 \times 15) \div \pi(3 \times 12 + 3 \times 3 \times 2)$

$= \pi(6 \times 6 \times 15) \div \pi(36 + 18)$

$= \frac{\pi \times 6 \times 6 \times 15}{\pi \times 54}$

$= 10$

આમ, આઈસ્ક્રીમ દ્વારા ભરી શકાતા કોનની સંખ્યા 10 થાય.

6. **5.5 સેમી × 10 સેમી × 3.5 સેમીના માપનો લંબઘન બનાવવા 1.75 સેમી વ્યાસ અને 2 મિમી જાડાઈવાળા ચાંદીના કેટલા સિક્કા ઓગાળવા પડે ?**

➤ લંબઘનનું ઘનફળ $V = l \times b \times h$

$= 5.5 \times 10 \times 3.5$ ઘન સેમી

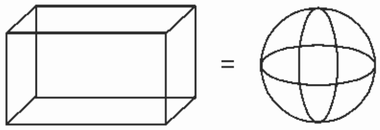
$= \frac{55}{10} \times 10 \times \frac{35}{10}$ ઘન સેમી

$= \frac{55 \times 35}{10}$ ઘન સેમી

ચાંદીના સિક્કાનું ઘનફળ $V = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{175}{200} \times \frac{175}{200} \times \frac{2}{10}$ સેમી$^3$

$= \frac{11 \times 7}{8 \times 2 \times 10}$ સેમી$^3$




ચાંદીના સિક્કાની સંખ્યા $= \frac{\text{લંબઘનનું ઘનફળ}}{\text{ચાંદીના સિક્કાનું ઘનફળ}}$

$= \frac{55 \times 35}{10} \div \frac{11 \times 7}{8 \times 2 \times 10}$

$= \frac{55 \times 35}{10} \times \frac{8 \times 2 \times 10}{11 \times 7}$

$= 25 \times 16$

$= 400$

આમ, ચાંદીના ઓગાળવા પડતા સિક્કાની સંખ્યા 400 થાય.

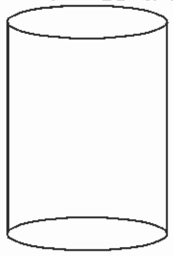
7. **32 સેમી ઊંચાઈ અને પાયાની ત્રિજ્યા 18 સેમી હોય તેવી એક નળાકાર ડોલ રેતીથી ભરેલી છે, આ ડોલને જમીન પર ખાલી કરી શંકુ આકારનો ઢગલો બનાવ્યો છે. જો શંકુ આકારના ઢગલાની ઊંચાઈ 24 સેમી હોય, તો ઢગલાની ત્રિજ્યા અને તિર્યક ઊંચાઈ શોધો.**

➤ નળાકારની ઊંચાઈ

$h = 32$ સેમી

નળાકારની ત્રિજ્યા

$r = 18$ સેમી



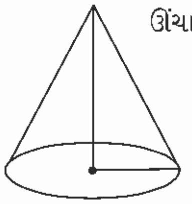
શંકુ આકારનાં ઢગલાની ઊંચાઈ

$H = 24$ સેમી

શંકુ આકારનાં ઢગલાની ત્રિજ્યા

$R = ?$

શંકુ આકારનાં ઢગલાની તિર્યક ઊંચાઈ $l = ?$



નળાકારનું ઘનફળ = શંકુનું ઘનફળ

$\pi r^2 h = \frac{\pi R^2 h}{3}$

$\therefore 3r^2 h = R^2 H$ ($\because$ બંને બાજુ $\pi$ વડે ભાગતાં)

$\therefore 3 \times 18 \times 18 \times 32 = R^2 \times 24$

$\therefore R^2 = \frac{3 \times 18 \times 18 \times 32}{24}$

$\therefore R^2 = 18 \times 18 \times 4$

$\therefore R^2 = 9 \times 2 \times 9 \times 2 \times 2 \times 2$

$\therefore R^2 = 9^2 \times 2^2 \times 2^2$

$\therefore (R)^2 = (9 \times 2 \times 2)^2$

$\therefore (R)^2 = (36)^2$

$\therefore R = 36$ સેમી

શંકુના ઢગલાની તિર્યક ઊંચાઈ $l = \sqrt{H^2 + R^2}$

$= \sqrt{(24)^2 + (36)^2}$ સેમી

$= \sqrt{576 + 1296}$ સેમી

$= \sqrt{1872}$ સેમી

$= \sqrt{144 \times 13}$ સેમી

$\therefore l = 12\sqrt{13}$ સેમી

આમ, શંકુ આકારનાં ઢગલાની ત્રિજ્યા 36 સેમી અને તિર્યક ઊંચાઈ $12\sqrt{13}$ સેમી થાય.

8. **6 મીટર પહોળી અને 1.5 મીટર ઊંડી એક પાણીની નહેરમાં પાણી 10 કિમી/કલાકની ઝડપે વહે છે. 30 મિનિટમાં આ નહેરમાંથી કેટલા ક્ષેત્રફળની સિંચાઈ કરી શકાશે. સિંચાઈ માટે 8 સેમી પાણીની ઊંચાઈ આવશ્યક છે.**

➤ નહેરની પહોળાઈ 6 મીટર

નહેરની ઊંડાઈ 1.5 મીટર

નહેરમાં પાણી 10 કિમી/કલાકની ઝડપે વહે છે.

60 મિનિટ = 10 કિમી

$\therefore$ 30 મિનિટ = (?) $\therefore \frac{10}{1} \times \frac{30}{60} = 5$ કિમી

$= 5 \times 1000$ મીટર

$= 5000$ મીટર

30 મિનિટમાં 6 મીટર પહોળી અને 1.5 મીટર ઊંડી નહેરમાં વહેતા પાણીનું ઘનફળ $= 6 \times \frac{15}{10} \times 5000$ મીટર$^2$

$= 45000$ મીટર$^3$

સિંચાઈ માટે 8 સેમી પાણીની ઊંચાઈ આવશ્યક છે.

8 સેમી $= \frac{8}{100}$ મીટર

લંબઘનનું ઘનફળ = ક્ષેત્રફળ × ઊંચાઈ

$45000 = a \times \frac{8}{100}$ મીટર

$\therefore a = \frac{45000 \times 100}{8}$

$\therefore a = 5,62,500$ મીટર$^2$

$\therefore a = \frac{5,62,500}{10,000}$ હેક્ટર [$\because$ 1 હેક્ટર = 10000 મીટર$^2$]

$\therefore a = 56.25$ હેક્ટર

આમ, 30 મિનિટમાં 56.25 હેક્ટરને પાણી મળી શકશે.

9. **એક ખેડૂત પોતાના ખેતરમાં 10 મીટર વ્યાસવાળી અને 2 મીટર ઊંડી એક નળાકાર ટાંકીને અંદરથી 20 સેમી વ્યાસવાળી એક પાઈપ દ્વારા એક નહેર સાથે જોડે છે. જો પાઈપમાં પાણીનો પ્રવાહ 3 કિમી/કલાકની ઝડપે વહેતો હોય છે, તો કેટલા સમયમાં ટાંકી પાણીથી પૂર્ણ રીતે ભરાઈ જશે ?**

➤ **1 કલાકમાં પાઈપમાંના વહેતા પાણીનું ઘનફળ**

પાઈપમાં પાણીનો પ્રવાહ 3 કિમી/કલાકની ઝડપે વહે છે.

$\therefore$ 3 કિમી $= 3 \times 1000$ મીટર $= 3000$ મીટર

$= 3000 \times 100$ સેમી $= 3,00,000$ સેમી

**પાઈપમાં પાણીનું ઘનફળ** $= \pi r^2 h$

$= \pi \times (10)^2 \times 3,00,000$ સેમી$^3$

$= \pi \times 100 \times 3,00,000$ સેમી$^3$

$= \pi \times 3,00,00,000$ સેમી$^3$

**નળાકાર ટાંકીનું ઘનફળ**

નળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ = 10 મીટર

$\therefore$ ત્રિજ્યા $\frac{10}{2}$ = 5 મીટર = 5 × 100 સેમી = 500 સેમી

$\therefore$ R = 500 સેમી

નળાકાર ટાંકીની ઊંચાઈ H = 2 મીટર = 200 સેમી

નળાકાર ટાંકીનું ઘનફળ $V = \pi R^2 H$

$= \pi \times (500)^2 \times 200$ સેમી$^3$

**કેટલા સમયમાં ટાંકી પાઈપ દ્વારા ભરાઈ જશે.**

સમય $= \dfrac{\text{નળાકાર ટાંકીનું ઘનફળ}}{\text{1 કલાકમાં વહેતા પાણીનું ઘનફળ}}$

$= \dfrac{\pi \times 500 \times 500 \times 200}{\pi \times 3,00,00,000}$ કલાક

$= \dfrac{5 \times 5 \times 2}{30}$

$= \dfrac{5}{3}$ કલાક

$= \dfrac{5}{3} \times 60$ મિનિટ

= 100 મિનિટ

આમ, 100 મિનિટમાં ટાંકી પાણીથી સંપૂર્ણ ભરાઈ જશે.