

باب 14



اجزائے ضربی میں تحلیل

14.1 تعارف

14.1.1 طبی اعداد کے اجزاء ضربی

آپ چھٹی جماعت میں اجزاء ضربی کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آئیے ایک طبی عدد لیتے ہیں، مان یجیے یہ عدد 30 ہے۔

ہم اسے دوسرے طبی اعداد کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ جیسے

$$2 \times 15 = 30$$

$$= 3 \times 10 = 5 \times 6$$

اس طرح 1، 2، 3، 5، 6، 10، 15 اور 30 عدد 30 کے اجزاء ضربی ہیں۔ ان میں 2، 3 اور 5 مفرد اجزاء ضربی ہیں (کیوں؟)

جب کوئی عدد مفرد اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھا ہو تو وہ اس کی مفرد اجزاء ضربی کی شکل کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر 30 کو مفرد اجزاء ضربی کی شکل میں $2 \times 3 \times 5$ لکھتے ہیں۔

70 کی مفرد اجزاء ضربی کی شکل $7 \times 5 \times 2$ ہے۔

90 کی مفرد اجزاء ضربی کی شکل $5 \times 3 \times 3 \times 2$ ہے، وغیرہ۔

اس طرح ہم الجبری عبارتوں کو بھی ان کے اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس باب میں ہم اسی کا مطالعہ کریں گے۔

نور یجیے کہ $5xy$ کا ایک جزو ضربی ہے کیوں کہ

$$5xy = 1 \times 5 \times x \times y$$

حقیقت میں 1 ہر ایک رکن کا جزو ضربی ہوتا ہے۔ طبی اعداد ہی کی طرح جب تک کہ خاص طور پر ضروری نہ ہو، ہم 1 کو کسی بھی رکن کا الگ سے جزو ضربی نہیں ظاہر کرتے ہیں۔

14.1.2 الجبری عبارتوں کے اجزاء ضربی

ساتوں جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کے ارکان اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں بنتے ہیں۔ مثال کے طور پر الجبری عبارت $5xy + 3x$ میں $5xy$ اجزاء ضربی 5، x اور y سے بنائے یعنی $y \times x \times 5$ میں

نٹ کبھی کہ جز ضربی 2 دونوں ارکان میں مشترک ہے۔

دیکھیے، تنسیمی اصول کے ذریعے

$$2 \times (x+2) = (2 \times x) + (2 \times 2)$$

اس لیے، ہم لکھ سکتے ہیں

$$2x + 4 = 2 \times (x+2) = 2(x+2)$$

اس طرح عبارت $4x + 2$ وہی ہے جو $(x+2)$ کے اجزائے ضربی پڑھ سکتے ہیں: وہ ہیں 2 اور

$(x+2)$ ، یہ نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

اب $5xy + 10x$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

x اور y کی تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کی شکل بالترتیب ہے۔

$$5xy = 5 \times x \times y$$

$$10x = 2 \times 5 \times x$$

مشابہہ کبھی دو ارکان میں 5 اور x مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ اب

$$5xy + 10x = (5 \times x \times y) + (5 \times x \times 2)$$

$$= (5x \times y) + (5x \times 2)$$

تنسیمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے ہم دونوں ارکان کو ملاتے ہیں۔

$$(5x \times y) + (5x \times 2) = 5x \times (y+2)$$

اس لیے (2) یہ مطلوب جز ضربی کی شکل ہے) $5xy + 10x = 5x(y+2)$

مثال 1: $12a^2b + 15ab^2$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

$$12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \quad \text{حل: ہمارے پاس ہے:}$$

$$15ab^2 = 3 \times 5 \times a \times b \times b$$

دو ارکان میں 3، a اور b مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

$$12a^2b + 15ab^2 = (3 \times a \times b \times 2 \times 2 \times a) + (3 \times a \times b \times 5 \times b) \quad \text{اس لیے،}$$

$$(3 \times a \times b \times [(2 \times 2 \times a) + (5 \times b)]) \quad \text{لکھنے پر)$$

غور کیجیے کہ $5xy$ کے اجزاء ضربی 5، x اور y کو مزید اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں نہیں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 5 کے مفرد اجزاء ضربی 5، x اور y ہیں۔ الگری عبارتوں میں ہم 'مفرد' کی جگہ نہ تخلیل ہونے والی استعمال کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ 5 کی تخلیل ہونے والی شکل $y \times x \times 5$ ہے۔ غور کیجیے کہ $(xy) \times 5$ کن $5xy$ کی تخلیل ہونے والی شکل نہیں ہے۔ کیوں کہ جزو ضربی xy کو اور آگے x اور y کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$$\text{لے } xy = x \times y$$

اب الگری عبارت $(x+2)x^3$ پر غور کیجیے۔ اسے اجزاء ضربی 3، x اور $(x+2)$ کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$$3x(x+2) = 3 \times x \times (x+2)$$

الگری عبارت $(x+2)x^3$ کے نہ تخلیل ہونے والے اجزاء ضربی 3، x اور $(x+2)$ ہیں۔ اسی طرح الگری عبارت $(y+3)(x+2)10x$ کو تخلیل ہونے والی شکل میں اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے

$$10x(x+2)(y+3) = 2 \times 5 \times x \times (x+2) \times (y+3)$$

14.2 اجزاء ضربی میں تخلیل کیا ہے؟

جب ہم کسی الگری عبارت کے اجزاء ضربی بناتے ہیں تو ہم انھیں اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزاء ضربی اعداد الگری متغیر یا الگری عبارتیں ہو سکتی ہیں۔

جب ہم پہلے سے ہی جانتے ہیں تو ہم مذکورہ بالا عبارتوں کے اجزاء ضربی انھیں دیکھ کر ہی پڑھ سکتے ہیں۔

جب ہم پہلے سے ہی جانتے ہیں تو ہم مذکورہ بالا عبارتوں کے اجزاء ضربی انھیں دیکھ کر ہی پڑھ سکتے ہیں۔

اس کے بخلاف $2x+4$ ، $2x+4$ ، $3x+3y$ ، x^2+5x ، x^2+5x+6 جیسی عبارتوں پر غور کیجیے۔ یہ معلوم نہیں کہ اس کے اجزاء ضربی کیا ہیں۔ اس طرح کی عبارتوں کے اجزاء ضربی معلوم کرنے کے لیے ہم ایک منظم طریقہ استعمال کرنے کی ضرورت ہے۔ اسی طریقہ کا استعمال ہم یہاں کریں گے۔

14.2.1 مشترک اجزاء ضربی کا طریقہ

- ہم ایک آسان مثال سے شروع کرتے ہیں۔ $4+2x$ کے اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔
- ہم اس کے ہر رکن کو اجزاء ضربی میں نہ تخلیل ہونے والے اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیں گے۔

$$2x = 2 \times x$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$2x+4 = (2 \times x) + (2 \times 2) \quad \text{اس لیے}$$

عبارت $3x + 3y + 2$ اب اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ہے۔ اس کے اجزائے ضربی ہیں $(x+1)$ اور $(2y+3)$ ، نوٹ کیجیے کہ یہ اجزائے ضربی نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

دبارہ گروپ بنانا کیا ہے؟

مان لجھیے اور دی گئی عبارت $2x + 3y + 3x + 2$ کی شکل میں دی ہوئی ہے، تب اس کے اجزائے ضربی بنانا آسان نہیں ہیں۔ اسی عبارت کو $3x + 3y + 2$ کی شکل میں دوبارہ ترتیب دینے پر اس کے $(2xy+2y^2+3x^2+3x)$ اور $(x+1)$ گروپ بنایا جاسکتے ہیں۔ بہنچہ دوبارہ گروپ بنانا ہے۔

دوبارہ گروپ بنانا ایک سے زیادہ طریقوں کے ذریعے ممکن ہو سکتا ہے۔ مان لجھیے ہم اور دی گئی عبارت کا $3x + 2y + 2$ کی شکل میں دوبارہ گروپ بناتے ہیں اس سے بھی ہم اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں۔ آئیے کوشش کریں:

$$\begin{aligned} 2x + 3x + 2y + 2 &= 2 \times x + 3 \times x + 2y + 2 \\ &= x \times (2y + 3) + 1 \times (2y + 3) \\ &= (2y + 3)(x + 1) \end{aligned}$$

اجزائے ضربی وہی ہیں (جیسا کہ انھیں ہونا چاہیے)، بھلے ہی وہ مختلف ترتیب میں لکھے ہوئے ہوں۔

مثال 3: $6x - 4y + 9x - 6$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل :

قدم 1 جانچ کیجیے کہ کیا سبھی دواکان میں کوئی مشترک جز ضربی ہے۔ یہاں کوئی نہیں ہے۔

قدم 2 گروپ کے بارے میں سوچیے، غور کیجیے کہ پہلے دواکنوں میں مشترک جز ضربی y^2 ہے۔

$$6x - 4y = 2y(3x - 2) \quad (a)$$

آخری دواکان کے بارے میں کیا کہا جاسکتا ہے؟ انھیں دیکھیے۔ اگر آپ ان کی ترتیب بدل کر $9x + 6 - 3x - 2$ لکھ لیں تو

جز ضربی $(3x - 2)$ آجائے گا:

$$-9x + 6 = -3(3x) + 3(2) \quad \text{اس لیے}$$

$$= -3(3x - 2) \quad (b)$$

قدم 3 (a) اور (b) کو ایک ساتھ رکھنے پر

$$\begin{aligned} 6x - 4y + 9x - 6 &= 6x - 4y - 9x + 6 \\ &= 2y(3x - 2) - 3(3x - 2) \\ &= (3x - 2)(2y - 3) \end{aligned}$$

$$(مطلوبہ جز ضربی شکل) = 3ab \times (4a + 5b)$$

$$= 3ab(4a + 5b)$$

مثال 2: $10x^2 - 18x^3 + 14x^4$ کو اجزاءے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

$$10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x : \text{حل}$$

$$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$$

$$14x^4 = 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x$$

تین ارکان کے مشترک اجزاءے ضربی 2، x اور x ہیں

$$(2 \times x \times x \times 5) - (2 \times x \times x \times 3 \times 3 \times x) = 10x^2 - 18x^3 + 14x^4 \quad \text{اس لیے،}$$

(تینوں ارکان کو ملانے پر)

$$+ (2 \times x \times x \times 7 \times x \times x)$$

$$= 2 \times x \times x \times [(5 - (3 \times 3 \times x)) + (7 \times x \times x)]$$

$$= 2x^2 \times (5 - 9x + 7x^2) = \underline{\underline{2x^2(7x^2 - 9x + 5)}}$$

کوشش کیجیے

اجزاءے ضربی بنائیے (i) $14pq + 35pqr$ (iii) $22y - 33z$ (ii) $12x + 36$

کیا آپ نے غور کیا
کسی عبارت کے جز
ضربی شکل میں صرف
ایک رکن ہوتا ہے؟

14.2.2 ارکان کے گروپ بنا کر اجزاءے ضربی میں تحلیل

عبارت $3x + 2xy + 2y + 3x + 3$ کو دیکھیے۔ آپ نوٹ کریں گے کہ پہلے دو ارکان میں 2 اور y مشترک جز ضربی ہیں اور آخری دو ارکان میں 3 مشترک جز ضربی ہے۔ لیکن تمام ارکان میں کوئی ایک مشترک جز ضربی نہیں ہے۔ ہم سطح آگے بڑھیں گے؟ آئیے $(2xy + 2y)$ کو جز ضربی کی شکل میں لکھیں:

$$2xy + 2y = (2 \times x \times y) + (2 \times y)$$

$$= (2 \times y \times x) + (2 \times y \times 1)$$

$$= (2y \times x) + (2y \times 1) = 2y(x + 1)$$

نوٹ: یہاں ہمیں 1 کو جز ضربی کی شکل میں ظاہر کرنے کی ضرورت ہے۔ کیوں؟

$$3x + 3 = (3 \times x) + (3 \times 1) \quad \text{اسی طرح}$$

$$= 3 \times (x + 1) = 3(x + 1)$$

$$2xy + 2y + 3x + 3 = 2y(x + 1) + 3(x + 1) \quad \text{لہذا}$$

مشابہ کیجیے اب S H R کے دونوں ارکان میں مشترک اجزاءے ضربی $(x + 1)$ ہے دونوں ارکان کو ملانے پر

$$2xy + 2y + 3x + 3 = 2y(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(2y + 3)$$

کے باہمیں طرف کے نظیری عبارت سے مطلوبہ اجزاءے ضربی حاصل ہو جاتے ہیں۔

مثال 4 : $x^2 + 8x + 16$ کو اجزاءے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : عبارت پر غور کیجیے۔ اس میں تین ارکان ہیں۔ اس لیے اس میں تماثل III کا استعمال نہیں ہو سکتا۔ اس عبارت کا پہلا اور تیسرا رکن کامل مربع ہے اور سطحی رکن سے پہلے جمع کی علامت ہے۔ اس لیے یہ $a^2 + 2ab + b^2$ کی شکل ہے۔ جہاں $a = x$ اور $b = 4$ ہے۔

$$a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2(x)(4) + 4^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= x^2 + 8x + 16 \quad \text{اس لیے}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2 \quad \text{موازنہ کرنے پر}$$

مثال 5 : $4y^2 - 12y + 9$ کو اجزاءے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : غور کیجیے $12y = 2 \times 3 \times (2y)$ اور $4y^2 = (2y)^2$ ، $9 = 3^2$

$$4y^2 - 12y + 9 = (2y)^2 - 2 \times 3 \times (2y) + (3)^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= (2y - 3)^2 \quad \text{اس لیے}$$

مثال 6 : $49p^2 - 36$ کے اجزاءے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : اس سوال میں دو ارکان ہیں۔ دونوں کامل مربع ہیں اور دوسرا منفی ہے۔ یہ عبارت $(a^2 - b^2)$ کی شکل کی ہے۔ تماثل III یہاں

استعمال ہو سکتا ہے:

$$49p^2 - 36 = (7p)^2 - (6)^2$$

$$(49p^2 - 36) = (7p - 6)(7p + 6) \quad (\text{مطلوبہ اجزاءے ضربی})$$

مثال 7 : $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ کو اجزاءے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : دی ہوئی عبارت کے پہلے تین ارکان $(a^2 - 2ab + b^2)$ کی شکل کے ہیں۔ چوتھا رکن ایک مربع ہے۔ اس لیے عبارت کو دو مربعوں کے فرق میں تحلیل کر سکتے ہیں۔

$$(a^2 - 2ab + b^2 - c^2) = (a - b)^2 - c^2 \quad \text{اس طرح سے}$$

اس طرح $(6xy - 4y + 6 - 9x)$ اور $(2y - 3)(3x - 2)$ کے اجزاء ضربی (products of parts) کے میں۔

14.1 مشتمل

1. دیے گئے ارکانوں کے مشترک اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

$$14pq, 28p^2q^2 \quad (\text{iii})$$

$$2y, 22xy \quad (\text{ii})$$

$$12x, 36 \quad (\text{i})$$

$$6abc, 24ab^2, 12a^2b \quad (\text{v})$$

$$2x, 3x^2, 4 \quad (\text{iv})$$

$$10pq, 20qr, 30rp \quad (\text{vii})$$

$$16x^3, -4x^2, 32x \quad (\text{vi})$$

$$3x^2y^3, 10x^3y^2, 6x^2y^2z \quad (\text{viii})$$

2. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

$$7a^2 + 14a \quad (\text{iii})$$

$$6p - 12q \quad (\text{ii})$$

$$7x - 42 \quad (\text{i})$$

$$20lm + 30alm \quad (\text{v})$$

$$-16z + 20z^3 \quad (\text{iv})$$

$$10a^2 - 15b^2 + 20c^2 \quad (\text{vii})$$

$$5x^2y - 15xy^2 \quad (\text{vi})$$

$$x^2yz + xy^2z + xyz^2 \quad (\text{ix})$$

$$-4a^2 + 4ab - 4ca \quad (\text{viii})$$

$$ax^2y + bxy^2 + cxyz \quad (\text{x})$$

3. اجزاء ضربی میں تخلیل کیجیے۔

$$15xy - 6x + 5y - 2 \quad (\text{ii})$$

$$x^2 + xy + px + 8y \quad (\text{i})$$

$$15pq + 15 + 9q + 25p \quad (\text{iv})$$

$$ax + bx - ay - by \quad (\text{iii})$$

$$z - 7 + 7xy - xyz \quad (\text{v})$$

14.2.3 تماشات کے استعمال سے اجزاء ضربی میں تخلیل کرنا

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (\text{I}) \quad \text{ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (\text{II})$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (\text{III})$$

مندرجہ ذیل حل کی گئی مثالوں سے یہ ظاہر ہو جائے گا کہ اجزاء ضربی معلوم کرنے کے لیے ان تماشات کا کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پہلے ہم دی ہوئی عبارت کو دیکھتے ہیں۔ اگر یہ اور دی گئی تماشات میں سے کسی ایک کے دائیں طرف کی شکل کا ہے تو اس تماش



حل : اگر ہم تماش (IV) کے RHS کا $x^2 + 5x + 6$ سے موازنہ کریں تو ہم پائیں گے کہ $a + b = 6$ اور $ab = 5$ ۔ اس سے ہمیں a اور b معلوم کرنا چاہیے، تب $(x + a)$ اور $(x + b)$ اجزائے ضربی ہوں گے۔ اگر $a + b = 6$ ہے تو اس کا مطلب ہے کہ a اور b عدد 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔ آئیے $a = 1$ اور $b = 5$ لے کر کوشش کرتے ہیں۔ ان قدرتوں کے لیے $a + b = 6$ اور $ab = 5$ نہیں ہے۔ اس لیے یہ انتخاب صحیح نہیں ہے۔ آئیے $a = 2$ اور $b = 3$ لے کر کوشش کریں۔ اس کے لیے $a + b = 5$ ہے جو ٹھیک ہے اور یہ وہی ہے جو ہم چاہتے ہیں۔ اس لیے اس دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی $(x + 2)(x + 3)$ ہوں گے

عام طور پر $x^2 + px + q$ فرم کی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ہم (مستقل رکن) کے دو اجزائے ضربی a اور b معلوم کرتے ہیں جب کہ

$$a + b = p \text{ اور } ab = q$$

تب یہ عبارت بنتی ہے

$$x^2 + (a + b)x + ab$$

یا

$$x(x + a) + b(x + a)$$

یا

$$(x + a)(x + b)$$

یا

جو مطلوبہ اجزائے ضربی ہیں۔

مثال 10 : $y^2 - 7y + 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ $12 = 3 \times 4$ اور $7 = 3 + 4$ ہے۔ اس لیے،

$$y^2 - 7y + 12 = y^2 - 3y - 4y + 12$$

$$= y(y - 3) - 4(y - 3) = (y - 3)(y - 4)$$

غور کیجیے کہ اس بارہم نے a اور b معلوم کرنے کے لیے دی ہوئی عبارت کا موازنہ تماش IV سے نہیں کیا۔ خاصی مشق کے بعد آپ کو دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے اس کا موازنہ تماشات کی عبارتوں سے کرنے کی ضرورت نہیں ہوگی۔ آپ سیدھے ہی اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ ہم نے اوپر کوشش کی۔

مثال 11 : $z^2 - 4z - 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : یہاں $ab = -12$ ہے، اس کا مطلب ہے a اور b میں سے ایک منفی ہے۔ ساتھ ہی $a + b = -4$ ہے۔ اس کا مطلب

$$(تماثل III) استعمال کرنے پر = [(a - b) - c] [(a - b) + c]$$

$$(مطلوبہ اجزاء ضربی) = (a - b - c) (a - b + c)$$

نور کیجیے کہ مطلوبہ اجزاء ضربی حاصل کرنے کے لیے ہم ایک کے بعد دوسرے تماثل کو کیسے استعمال کرتے ہیں۔

مثال 8 : $m^4 - 256$ کو اجزاء ضربی میں تخلیل کیجیے۔

$$\text{حل :} \quad \text{ہم لکھتے ہیں} \quad 256 = (16)^2 \quad \text{اور} \quad m^4 = (m^2)^2$$

اس طرح سے، دی ہوئی عبارت میں تماثل III کا استعمال ہوگا۔

$$m^4 - 256 = (m^2)^2 - (16)^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= (m^2 - 16) (m^2 + 16) \quad [\text{تماثل III} \text{ استعمال کرنے پر}]$$

اب $(m^2 + 16)$ کے مزید اجزاء ضربی نہیں بنائے جاسکتے لیکن $(m^2 - 16)$ کے اجزاء ضربی بنائے جاسکتے ہیں۔ تماثل III کے استعمال سے

$$m^2 - 16 = m^2 - 4^2$$

$$= (m - 4) (m + 4)$$

$$m^2 - 256 = (m - 4) (m + 4) (m^2 + 16) \quad \text{اس لیے}$$

(x + a) (x + b) کی شکل کے اجزاء ضربی 14.2.4

آئیے اب ہم بحث کرتے ہیں کہ کس طرح ایک تغیری والی عبارتوں کو اجزاء ضربی میں تخلیل کیا جاتا ہے جیسے 6 $x^2 + 5x + 6$ ، y^2 ، $x^2 + 3m^2 + 9m + 6$ ، $z^2 - 4z - 12$ ، $-7y + 12$ وغیرہ۔ مشاہدہ کیجیے کہ یہ عبارتیں $(a + b)(a - b)$ یا $(a + b)^2$ یا $(a - b)^2$ قسم کی نہیں ہیں یعنی یہ کامل مربع نہیں ہیں۔ مثال کے طور پر $6x^2 + 5x + 6$ میں رُکن 6 کامل مربع نہیں ہے۔ یہ عبارتیں یقیناً $(a^2 - b^2)$ کے استعمال سے اجزاء ضربی میں تخلیل نہیں ہو سکتی۔

جب کہ یہ بظاہر $x^2 + (a + b)x + ab$ کی لگتی ہیں۔ اس لیے ہم ان عبارتوں کے اجزاء ضربی معلوم کرنے کے لیے پچھلے باب میں دیے گئے تماثل IV کا استعمال کرتے ہیں:

$$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad (\text{IV})$$

اس کے لیے ہمیں x کے ضریب اور مستقل کرن کو دیکھنا ہوگا۔ مندرجہ ذیل مثال کو دیکھیے کہ اس کا حل کس طرح کیا جاتا ہے۔

مثال 9 : $x^2 + 5x + 6$ کے اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

$$(x^2 - 2xy + y^2) - z^2 \quad (\text{viii}) \qquad 9x^2y^2 - 16 \quad (\text{vi})$$

$$25a^2 - 4b^2 + 28bc - 49c^2 \quad (\text{viii})$$

3. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزاءے ضربی معلوم کیجیے۔

$$2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2 \quad (\text{iii}) \qquad 7p^2 + 21q^2 \quad (\text{ii}) \qquad ax^2 + bx \quad (\text{i})$$

$$(lm + l) + m + 1 \quad (\text{v}) \qquad am^2 + bm^2 + bx^2 + ax^2 \quad (\text{iv})$$

$$5y^2 - 20y - 8z + 2yz \quad (\text{vii}) \qquad y(y+z) + 9(y+z) \quad (\text{vi})$$

$$6xy - 4y + 6 - 9x \quad (\text{ix}) \qquad 10ab + 4a + 5b + 2 \quad (\text{viii})$$

4. اجزاءے ضربی معلوم کیجیے۔

$$x^4 - (y+z)^4 \quad (\text{iii}) \qquad p^4 - 81 \quad (\text{ii}) \qquad a^4 - b^4 \quad (\text{i})$$

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 \quad (\text{v}) \qquad x^4 - (x-z)^4 \quad (\text{iv})$$

5. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزاءے ضربی معلوم کیجیے۔

$$p^2 + 6p - 16 \quad (\text{iii}) \qquad q^2 - 10q + 21 \quad (\text{ii}) \qquad p^2 + 6p + 8 \quad (\text{i})$$

14.3 الجبری عبارتوں کی تقسیم

ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کو کس طرح جمع کیا جاتا ہے اور کس طرح گھٹایا جاتا ہے۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ دو عبارتوں کو کس طرح ضرب کیا جاتا ہے لیکن ہم نے ایک الجبری عبارت کو دوسری الجبری عبارت سے تقسیم کرنے پر ابھی تک بحث نہیں کی ہے۔ اس حصے میں ہم یہی کوشش کریں گے۔

آپ کو یاد ہو گا کہ تقسیم ضرب کا معمکوس عمل ہے۔ اس طرح $56 = 7 \times 8$ سے $7 \div 8 = 7 \times 8 = 56 \div 8$ یا 56 حاصل ہوتا ہے۔

یہی عمل ہم الجبری عبارتوں کی تقسیم (یا تقسیم کرنے) کے لیے بھی کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر

$$2x \times 3x = 6x^3 \quad (\text{i})$$

$$6x^3 \div 2x = 3x^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$6x^3 \div 3x^2 = 2x \quad \text{اور ساتھ ہی}$$

$$5x(x+4) = 5x^2 + 20x \quad (\text{ii})$$

$$(5x^2 + 20x) \div 5x = x+4 \quad \text{اس لیے}$$

ہے کہ بڑی قدر والا عدد منفی ہے، مگر $a+b = -4$ اور $b = 3$ کے لئے کوشش کرتے ہیں، لیکن اس سے بھی بات نہیں بنے گی کیونکہ -1 کو جو ہمیں چاہیے۔

$$z^2 - 4z - 12 = z^2 - 6z + 2z - 12$$

$$= z(z-6) + 2(z-6)$$

$$= (z-6)(z+2)$$

مثال 12 : 3 کے اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ 3 سبھی ارکان میں ایک مشترک جزو ضربی ہے۔

$$3m^2 + 9m + 6 = 3(m^2 + 3m + 2) \quad \text{اس لیے}$$

$$(2 = 1 \times 2) \quad m^2 + 3m + 2 = m^2 + m + 2m + 2 \quad \text{اب}$$

$$= m(m+1) + 2(m+1)$$

$$= (m+1)(m+2)$$

$$3m^2 + 9m + 6 = 3(m+1)(m+2) \quad \text{اس لیے}$$

مشق 14.2



1. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

$$25m^2 + 30m + 9 \quad (\text{iii}) \quad p^2 - 10p + 25 \quad (\text{ii}) \quad a^2 + 8a + 16 \quad (\text{i})$$

$$4x^2 - 8x + 4 \quad (\text{v})$$

$$49y^2 + 84yz + 36z^2 \quad (\text{iv})$$

$$121b^2 - 88bc + 16c^2 \quad (\text{vi})$$

$$(l+m)^2 - (l-m)^2 \quad (\text{viii}) \quad (l+m)^2 - 4lm \quad (\text{vii})$$

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \quad (\text{viii})$$

2. اجزاء ضربی معلوم کیجیے۔

$$49x^2 - 36 \quad (\text{iii}) \quad 63a^2 - 112b^2 \quad (\text{ii}) \quad 4p^2 - 9q^2 \quad (\text{i})$$

$$(l+m)^2 - (l-m)^2 \quad (\text{v}) \quad 16x^5 - 144x^3 \quad (\text{iv})$$



$$7x^2y^2z^2 \div 14xyz = \frac{7 \times x \times x \times y \times y \times z \times z}{2 \times 7 \times x \times y \times z} = \frac{x \times y \times z}{2} = \frac{1}{2}xyz \quad (\text{ii})$$

کوشش کیجیے

تقسیم کیجیے۔

$$\leftarrow 7a^2b^2c^3 \text{ کو } 63a^2b^4c^6 \quad (\text{ii})$$

$$\leftarrow 6yz^2 \text{ کو } 24xy^2z^3 \quad (\text{i})$$

14.3.2 ایک کشیر رکنی کی یک رکنی سے تقسیم

آئیے ایک سرکنی $4y^3 + 5y^2 + 6y$ کی یک رکنی $2y$ سے تقسیم پر غور کریں۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = (2 \times 2 \times y \times y \times y) + (5 \times y \times y) + (2 \times 3 \times y)$$

(یہاں ہم کشیر رکنی کے ہر ایک رکن کو اجزائے ضربی کی شکل میں لکھتے ہیں) ہم دیکھتے ہیں کہ $2y$ ہر ایک رکن میں ایک مشترک جز ضربی ہے۔ اس لیے ہر ایک رکن سے y \times 2 علاحدہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = 2 \times y \times (2 \times y \times y) + 2 \times y \times \left(\frac{5}{2} \times y\right) + 2 \times y \times 3$$

$$= 2y(2y^2) + 2y\left(\frac{5}{2}y\right) + 2y(3)$$

$$= 2y\left(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3\right) \quad (\text{مشترک جز ضربی } 2y \text{ کو الگ دکھایا گیا ہے})$$

$$\text{اس لیے } (4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y$$

$$= \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y} = \frac{2y(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3)}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

تبادل شکل میں ہم سرکنی کے ہر ایک رکن کو خارج کرنے کے طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے اسے یک رکنی سے تقسیم کر سکتے ہیں۔

یہاں ہم شمار لکنندہ میں کشیر رکنی کے ہر ایک رکن کو نسب نما میں یک رکنی سے تقسیم دیتے ہیں۔

$$(4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y = \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y}$$

$$= \frac{4y^3}{2y} + \frac{5y^2}{2y} + \frac{6y}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

$$(5x^2 + 20x) \div (x + 4) = 5x \quad \text{اور ساتھ ہی}$$

اب ہم غور سے دیکھیں کہ ایک عبارت کو دوسری عبارت سے کس طرح تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ شروع کرنے کے لیے ہم ایک یک رُکنی کو دوسری یک رُکنی سے تقسیم کرنے پر غور کریں گے۔

14.3.1 ایک یک رُکنی کی دوسری یک رُکنی سے تقسیم

$$6x^3 \div 2x \quad \text{پر غور کیجیے}$$

ہم x^2 اور x^3 کو تخلیل ہونے والے جزو ضرbi میں لکھ سکتے ہیں۔

$$2x = 2 \times x$$

$$6x^3 = 2 \times 3 \times x \times x \times x$$

اب ہم $2x$ کو الگ کرنے کے لیے x^3 کے اجزاء ضرbi کا گروپ بناتے ہیں۔

$$6x^3 = 2 \times x \times (3 \times x \times x) = (2x) \times (3x^2)$$

$$6x^3 \div 2x = 3x^2 \quad \text{اس طرح}$$

تحرک اجزاء ضرbi کو خارج کرنے کا ایک مختصر طریقہ یہ ہے جو ہم اعداد کی تقسیم میں کرتے ہیں۔

$$77 \div 7 = \frac{77}{7} = \frac{7 \times 11}{7} = 11$$

$$\begin{aligned} 6x^3 \div 2x &= \frac{6x^3}{2x} \quad \text{اسی طرح} \\ &= \frac{2 \times 3 \times x \times x \times x}{2 \times x} = 3 \times x \times x = 3x^2 \end{aligned}$$

مثال 13 : مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے

$$7x^2y^2z^2 \div 14xyz \quad (\text{ii}) \quad -20x^4 \div 10x^2 \quad (\text{i})$$

: حل

$$-20x^4 = -2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x \quad (\text{i})$$

$$10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$$

$$(-20x^4) \div 10x^2 = \frac{-2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x}{2 \times 5 \times x \times x} = -2 \times x \times x = -2x^2$$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2 (x - 8) (x + 3)$$

اس لیے،

$$= \frac{2 \times 2 \times 11 \times x \times x \times (x + 3) \times (x - 8)}{11 \times x \times (x - 8)}$$

$$= 2 \times 2 \times x \times (x + 3) = 4x(x + 3)$$

مثال 16 : $z(5z^2 - 80)$ سے تقسیم کو بیجیے۔

حل : مقوم

$$= z[(5 \times z^2) - (5 \times 16)]$$

$$= z \times 5 \times (z^2 - 16)$$

$$= 5z \times (z + 4)(z - 4)$$

($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$) استعمال کرنے پر

$$z(5z^2 - 80) \div 5z(z + 4) = \frac{5z(z - 4)(z + 4)}{5z(z + 4)} = (z - 4)$$

اس طرح

مشق 14.3



1. مندرجہ ذیل تقسیم کیجیے۔

$$66pq^2r^3 \div 11qr^2 \quad (\text{iii})$$

$$-36y^3 \div 9y^2 \quad (\text{ii})$$

$$28x^4 \div 56x \quad (\text{i})$$

$$12a^8b^8 \div (-6a^6b^4) \quad (\text{v})$$

$$34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3 \quad (\text{iv})$$

2. دی ہوئی کشیر رکنی کو دی ہوئی یک رکنی سے تقسیم کیجیے۔

$$(3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4 \quad (\text{ii})$$

$$(5x^2 - 6x) \div 3x \quad (\text{i})$$

$$(x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x \quad (\text{iv})$$

$$8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2 \quad (\text{iii})$$

$$(p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3 \quad (\text{v})$$

3. مندرجہ ذیل تقسیم کیجیے۔

$$(10x - 25) \div (2x - 5) \quad (\text{ii})$$

$$(10x - 25) \div 5 \quad (\text{i})$$

مثال 14 : مندرجہ بالا دونوں طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے $24(x^2yz + xy^2z + xyz^2)$ کو $8xyz$ سے تقسیم دیجیے۔

حل :

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times [(x \times x \times y \times z) + (x \times y \times y \times z) + (x \times y \times z \times z)]$$

$$(\text{مشترک جز ضربی باہر لینے پر}) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times y \times z \times (x + y + z) = 8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z)$$

$$\text{اس لیے، } 24(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8xyz$$

$$= \frac{(8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z))}{8 \times xyz} = 3 \times (x + y + z) = 3(x + y + z)$$

$$24(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8xyz = \frac{24x^2yz}{8xyz} + \frac{24xy^2z}{8xyz} + \frac{24xyz^2}{8xyz} \quad \text{تبادل شکل میں}$$

$$= 3x + 3y + 3z = 3(x + y + z)$$

14.4 کثیر رکنی کی کثیر رکنی سے تقسیم

($7x^2 + 14x$) پر غور کیجیے۔ ●

نسب نما کے ساتھ ($7x^2 + 14x$) کے اجزاء ضربی کی جائی اور میلان کرنے کے لیے پہلے اس کے اجزاء ضربی معلوم کریں گے:

$$7x^2 + 14x = (7 \times x \times x) + (2 \times 7 \times x)$$

$$= 7 \times x \times (x + 2) = 7x(x + 2)$$

$$(7x^2 + 14x) \div (x + 2) = \frac{(7x^2 + 14x)}{x + 2}$$

اب

$$(\text{اجزاء ضربی } (x+2) \text{ کو خارج کرنے پر}) = \frac{7x(x+2)}{x+2} = 7x$$

لیا شمارکنندہ کے ہر کن
کونسب نما کے دور کنی
تقسیم دینا فائدہ مند
ہوگا؟

مثال 15 : $44(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کو $11x(x-8)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل : $44(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کے اجزاء ضربی نکالنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4(x^4 - 5x^3 - 424x^2) = 2 \times 2 \times 11 \times x^2(x^2 - 5x - 24)$$

(مشترک اجزاء ضربی x^2 کو بریکٹ سے باہر لانے پر)

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2(x^2 - 8x + 3x - 24)$$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2[x(x-8) + 3(x-8)]$$

یاد رکھیے جب آپ کسی یہ
رُنی کا مرتع کرتے ہیں تو
عدوی ضریب اور ہر ایک جز ضربی
کا مرتع لیا جاتا ہے۔

کوئی بھی فارمولہ استعمال کرنے
سے پہلے یہ یقین کر لیں کہ کیا وہ
فارمولہ صحیح معنوں میں استعمال
کیا جاسکتا ہے۔

ایک کشیر رُنی کو ایک یہ رُنی سے تقسیم
کرتے وقت ہم شمارکندہ کے ہر رُن کو
سب نامیں دی گئی ایک رُنی سے تقسیم
کرتے ہیں۔

سلمه

$$3(x-4) = 3x - 12$$

$$3(x-4) = 3x - 4 \quad (\text{a})$$

$$(2x)^2 = 4x^2$$

$$(2x)^2 = 2x^2 \quad (\text{b})$$

$$(2a-3)(a+2) = (2a-3)(a+2) \quad (\text{c})$$

$$= 2a^2 + a - 6 = 2a^2 - 6$$

$$(x+8)^2 \quad (x+8)^2 = x^2 + 64 \quad (\text{d})$$

$$= x^2 + 16x + 64$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 25 \quad (\text{e})$$

کیا نمرتا اور سلمہ کے ذریعے کی گئی ضرب صحیح ہے؟ اپنے جواب کی وجہات بتائیے۔

$$\frac{a+5}{5} = a + 1 : \text{یا}$$

$$\frac{a+5}{5} = a : \text{اس طرح کیا}$$

$$\frac{a+5}{5} = \frac{a}{5} + 1 : \text{اس طرح کیا}$$

کس کا طریقہ صحیح ہے اور کس کا غلط؟ اور کیوں؟

کچھ تفریغ!

اٹل کے سوچنے کا انداز ہمیشہ الگ ہوتا ہے۔ اس نے سو ما تھی ٹیچر سے پوچھا ”آپ جو کچھ کہتی ہیں اگر وہ صحیح ہے تو مجھے $\frac{64}{16}$ صحیح جواب کیوں معلوم ہو رہا ہے؟“ ٹیچر نے اسے سمجھایا۔ ایسا اس لیے ہے کہ $64 \times 4 = 16 \times 16 = 256$ ہوتا ہے اور $\frac{64}{16}$ ہے۔ حقیقت میں، ہم مشترک جز ضربی 16 کو خارج کرتے ہیں، 6 کو نہیں، جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں۔

دراصل 6 نہ 64 اور نہ 16 کا جز ضربی ہے۔ ٹیچر نے نفتگو جاری رکھتے ہوئے کہا ”ساتھ ہی $\frac{664}{166} = \frac{4}{1}$ “

وغیرہ بھی ہوتا ہے۔ کیا یہ لچسپ نہیں ہے؟ کیا آپ $\frac{64}{16}$ جیسی کچھ اور مثالوں میں اٹل کی مدد کر سکتے ہیں۔

$$9 x^2 y^2 (3z - 24) \div 27 xy (z - 8) \quad (\text{iv})$$

$$10 y (6y + 21) \div 5 (2y + 7) \quad (\text{iii})$$

$$96 abc (3a - 12) (5b - 30) \div 144 (a - 4) (b - 6) \quad (\text{v})$$

4. ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

$$26 xy (x + 5) (y - 4) \div 13 x (y - 4) \quad (\text{ii}) \quad 5 (2x + 1) (3x + 5) \div (2x + 1) \quad (\text{i})$$

$$52 pqr (p + q) (q + r) (r + p) \div 104 pq (q + r) (r + p) \quad (\text{iii})$$

$$x (x + 1) (x + 2) (x + 3) \div x (x + 1) \quad (\text{v}) \quad 20 (y + 4) (y^2 + 5y + 3) \div 5 (y + 4) \quad (\text{iv})$$

5. عبارتوں کے اجزاء ضربی بنائیے اور ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

$$(m^2 - 14m - 32) \div (m + 2) \quad (\text{ii}) \quad (y^2 + 7y + 10) \div (y + 5) \quad (\text{i})$$

$$4yz (z^2 + 6z - 16) \div 2y (z + 8) \quad (\text{iv}) \quad (5p^2 - 25p + 20) \div (p - 1) \quad (\text{iii})$$

$$5pq (p^2 - q^2) \div 2p (p + q) \quad (\text{v})$$

$$39y^3 (50y^2 - 98) \div 26y^2 (5y + 7) \quad (\text{vii}) \quad 12xy (9x^2 - 16y^2) \div 4xy (3x + 4y) \quad (\text{vi})$$

کسی زکن کے ضریب 1 کو عام طور سے ظاہر نہیں کیا جاتا۔ لیکن یہاں ارکان کو جمع کرتے وقت ہم اسے جمع میں شامل کرتے ہیں۔

ایک منفی قدر رکھتے وقت بریکٹوں کا استعمال کرنا یاد رکھیں۔

یاد رکھیے جب آپ بریکٹوں میں بند کسی عبارت کو اس کے باہر لکھے متعلقہ (یا متغیر) سے ضرب کرتے ہیں تو عبارت کے ہر ایک دُر کن سے اس مستقل (یا متغیر) کو ضرب کیا جاتا ہے۔

3. نمرتا اور سلمہ نے الجبرا عبارتوں کی ضرب کے لیے مندرجہ ذیل طریقة اختیار کیا۔

14.5 کیا آپ غلطی تلاش کر سکتے ہیں؟

کام 1 ایک مساوات کو حل کرتے وقت سریت انے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا۔

$$3x + x + 5x = 72$$

$$8x = 72$$

اس لیے

$$x = \frac{72}{8} = 9$$

اس نے کہاں غلطی کی ہے؟ صحیح جواب معلوم کیجیے۔

کام 2 اپنے اس طرح حل کیا:

$$5x = 5 - 3 = 2, x = -3$$

کیا یہ طریقہ صحیح ہے؟ اگر نہیں تو اسے صحیح کیجیے۔

3. کسی عبارت کے اجزاءے ضربی معلوم کرنے کا ایک منظم طریقہ مشترک جزو ضربی طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے 3 اقسام ہوتے ہیں۔ (i) عبارت کے ہر ایک رُنگ کو مزید اجزاءے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والے اجزاءے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیے۔ (ii) مشترک اجزاءے ضربی کا پختہ لگائیے اور انھیں الگ کیجیے۔ (iii) ہر ایک رُنگ میں باقی اجزاءے ضربی کو سمجھی اصول کے مطابق ملائیے۔

4. کبھی کبھی ایک دی ہوئی عبارت کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جزو ضربی نہیں ہوتا لیکن ان ارکان کے کچھ گروپ اس طرح بنائے جاسکتے ہیں کہ ہر ایک گروپ کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جزو ضربی ہوتا ہے۔ جب ہم ایسا کرتے ہیں تو سبھی گروپ میں ایک مشترک جزو ضربی ظاہر ہو جاتا ہے۔ جس سے ہم عبارت کے اجزاءے ضربی حاصل کر لیتے ہیں۔ یہ طریقہ گروپ بنانے کا طریقہ کہلاتا ہے۔

5. گروپ کے ذریعے اجزاءے ضربی میں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ عبارت کے ارکان کے دوسرے گروپ یا دوسری ترتیب بنانے سے اجزاءے ضربی حاصل نہیں ہوتے ہیں۔ ہمیں عبارت کا مشاہدہ کرنا چاہیے اور سمجھی اور خطاكے طریقہ سے مطلوب گروپ حاصل کرنا چاہیے۔

6. اجزاءے ضربی میں تبدیل ہونے والی عبارتوں میں سے بہت سی $a^2 - b^2$ ، $a^2 + 2ab + b^2$ اور $x^2 + (a+b)x + ab$ میں سے ہوئی مندرجہ ذیل مثالات کی شکل کے ہوتے ہیں یا انھیں اس شکل میں بدلانا جاسکتا ہے۔ ان عبارتوں کے اجزاءے ضربی باب 9 میں دی ہوئی مندرجہ ذیل مثالات I، II، III اور IV سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

7. ان عبارتوں میں جن کے اجزاءے ضربی $(x+a)(x+b)$ شکل کے ہیں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ عددی رُنگ سے ab حاصل ہوتا ہے۔ اس کے اجزاءے ضربی a اور b کو اس طرح منتخب کرنا چاہیے کہ علامت کا خیال رکھتے ہوئے ان کا حاصل جمع x کے ضریب کے برابر ہو۔

8. ہم جانتے ہیں کہ اعداد میں تقسیم، ضرب کا معکوس عمل ہوتا ہے۔ یہی بات الجبری عبارتوں کی تقسیم کے لیے بھی مناسب ہوتی ہے۔

9. ایک کشیر رُنگ کو ایک یک رُنگ سے تقسیم کی حالت میں ہم تقسیم کرنے کے لیے کشیر رُنگ کے ہر ایک رُنگ کو اس یک رُنگ سے تقسیم دے کر کر سکتے ہیں یا مشترک اجزاءے ضربی کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔

10. ایک کشیر رُنگ کی ایک کشیر رُنگ سے تقسیم کی حالت میں ہم مقسم کشیر رُنگ کے ہر ایک رُنگ کو قسم کشیر رُنگ سے تقسیم کر کے آگے نہیں بڑھتے اس کے بجائے ایک جگہ ہم ہر ایک کشیر رُنگ کے اجزاءے ضربی معلوم کرتے ہیں اور مشترک اجزاءے ضربی کو خارج کر دیتے ہیں۔

مشق 14.4

مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت میں غلطی تلاش کر کے اُسے صحیح کیجیے۔

$$2x + 3y = 5xy \quad .3 \quad x(3x+2) = 3x^2 + 2 \quad .2 \quad 4(x-5) = 4x - 5 \quad .1$$

$$3x + 2x = 5x^2 \quad .6 \quad 5y + 2y + y - 7y = 0 \quad .5 \quad x + 2x + 3x = 5x \quad .4$$



$$(2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x \quad .8 \quad (2x)^2 + 4(2x) + 7 = 2x^2 + 8x + 7 \quad .7$$

$$(3x+2)^2 = 3x^2 + 6x + 4 \quad .9$$

$$\text{رکھنے پر } x = -3 \quad .10$$

$$(-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 + 2 + 4 = 15 \leftarrow x^2 + 5x + 4 \quad (\text{a})$$

$$(-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 = -2 \leftarrow x^2 - 5x + 4 \quad (\text{b})$$

$$(-3)^2 + 5(-3) = -9 - 15 = -24 \leftarrow x^2 + 5x \quad (\text{c})$$

$$(z+5)^2 = z^2 + 25 \quad .12 \quad (y-3)^2 = y^2 - 9 \quad .11$$

$$(a+4)(a+2) = a^2 + 8 \quad .14 \quad (2a+3b)(a-b) = 2a^2 - 3b^2 \quad .13$$

$$\frac{3x^2}{3x^2} = 0 \quad .16$$

$$(a-4)(a-2) = a^2 - 8 \quad .15$$

$$\frac{3}{4x+3} = \frac{1}{4x} \quad .19$$

$$\frac{3x}{3x+2} = \frac{1}{2} \quad .18$$

$$\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1+1=2 \quad .17$$

$$\frac{7x+5}{5} = 7x \quad .21$$

$$\frac{4x+5}{4x} = 5 \quad .20$$

هم نے کیا سیکھا؟

1. جب ہم کسی عبارت کے اجزاء ضرب نکالتے ہیں تو ہم اسے اجزاء ضرب کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزاء ضربی اعداد، الجبری متغیر یا الجبری عبارت ہو سکتے ہیں۔

2. ایک اجزاء ضربی میں نہ تخلیل ہونے والا جزو ضربی ایسا جزو ضربی ہے جسے اور آگے اجزاء ضرب کی شکل میں ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔

11. اس باب میں پڑھے گئے الجبری عبارت کی تقيیم کی حالت سے ہمیں مقوم = (خارج قسم) \times قاسم حاصل ہوگا۔

عمومی طور پر یہ رشتہ اس طرح ہوتا ہے:

$$\text{مقوم} = \text{باقي} + \text{خارج قسم} \times \text{قاسم}$$

اس طرح اس باب میں ہم نے صرف ان تقيیموں کے بارے میں پڑھا ہے جن میں صفر باقی ہے۔

12. الجبری سوالوں کو حل کرتے ہوئے طلباء مختلف قسم کی غلطیاں کرتے ہیں آپ کو ایسی غلطیوں سے بچنا چاہیے۔

