ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
મશબ- 1215/16/છ , તા.15/2/2017 થી -મંજૂર

તત્ત્વજ્ઞાન

ધોરણ 12

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382 010

© ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર
આ પાઠ્યપુસ્તકના સર્વ હક ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળને હસ્તક છે. આ પાઠ્યપુસ્તકનો કોઈ પણ ભાગ કોઈ પણ રૂપમાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળના નિયામકની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

વિષય-સલાહકાર
શ્રી પ્રો. પ્રશાંતભાઇ દવે

લેખન
પ્રિ. નિરુપમા બી. મહેતા (કન્વીનર)
શ્રી મુકુંદભાઇ કોટેચા
ડૉ. દીલીપભાઇ ચારણ
ડૉ. દ્યુતિબેન યાજ્ઞિક
ડૉ. જે. બી. પટેલ
ડૉ. શ્રધ્ધા રઘુવંશી
શ્રી ઇલાબેન મોઢ

પરામર્શકો
શ્રી પરિમલ દલાલ
શ્રી કૌમુદીબેન જોષી
શ્રી શોભનાબેન શાહ
શ્રી એમ. ડી. ખારીવાલા
ડૉ. કે. એ. નલીનપરા
ડૉ. ધીરેન્દ્ર મહેતા
ડૉ. ઉર્મિલા ભાલસોડ
ડૉ. ઉમાબેન શર્મા
શ્રી દેવરાજ દેસાઇ

ભાષાશુદ્ધિ
ડૉ. જશભાઇ પટેલ

સંયોજન
ડૉ. ક્રિષ્ના દવે
(વિષય-સંયોજક : અંગ્રેજી)

નિર્માણ-આયોજન
ડૉ. કમલેશ એન. પરમાર
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન
શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાચીયા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય અભ્યાસક્રમોના અનુસંધાનમાં ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડે નવા અભ્યાસક્રમો તૈયાર કર્યા છે. આ અભ્યાસક્રમો ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર કરવામાં આવ્યા છે.

ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર થયેલા **ધોરણ 12 તત્ત્વજ્ઞાન** વિષયના નવા અભ્યાસક્રમ અનુસાર તૈયાર કરવામાં આવેલ આ પાઠ્યપુસ્તક વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

આ પાઠ્યપુસ્તકનું લેખન તથા સમીક્ષા નિષ્ણાત શિક્ષકો અને પ્રાધ્યાપકો પાસે કરાવવામાં આવ્યાં છે. સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવ્યું છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે મંડળે પૂરતી કાળજી લીધી છે. તેમ છતાં શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી પુસ્તકની ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

એચ. એન. ચાવડા
નિયામક
તા.13-02-2017

ડૉ. નીતિન પેથાણી
કાર્યવાહક પ્રમુખ
ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2017
પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી એચ. એન. ચાવડા, નિયામક
મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજ નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો અને સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતનાં સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓના ગૌરવને અપમાનિત કરે, તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની અને જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની;

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-ક

અનુક્રમણિકા

1.	વિધાનનાં રૂપો અને તેના પ્રકારો	1
2.	દલીલનું રૂપ અને દલીલનું પ્રામાણ્ય	27
3.	અનુમાનના નિયમો	37
4.	નિરુપાધિક સંવિધાન	54
5.	વ્યાપ્તિકરણ અને વૈજ્ઞાનિક અન્વેષણની રીતિઓ	69
6.	ભારતીય તર્કશાસ્ત્રમાં અનુમાન	84
7.	મૂલ્યમીમાંસા	99
8.	ધર્મનો અર્થ અને ધાર્મિક જીવન	109
9.	જગતના વિદ્યમાન ધર્મો	117
10.	આત્મસાક્ષાત્કારની વૈજ્ઞાનિક પદ્ધતિ : યોગ	126
●	જવાબો	139

●

1 વિધાનનાં રૂપો અને તેના પ્રકારો

પ્રસ્તાવના :

અગિયારમાં ધોરણમાં આપણે અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રનો અભ્યાસ કર્યો. આપણે આ અભ્યાસ દરમિયાન જાણ્યું કે, અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રમાં પ્રતીકોનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે. પ્રતીકોના બહોળા ઉપયોગને કારણે અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રને પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્ર તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. પ્રતીકોની મદદથી ભાષાની અસ્પષ્ટતાઓને દૂર કરી આપણે જટિલ દલીલોની સરળ રજૂઆત કરી શકીએ છીએ. પ્રતીકોના ઉપયોગને કારણે દલીલના પ્રામાણ્યની તપાસ લગભગ યાંત્રિક રીતે થઇ શકે છે અને બૌધ્ધિક શક્તિનો પણ બચાવ થાય છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ સાદા અને સંયુક્ત વિધાનો, તાર્કિક કારકો, વિધાનપરક અચલ, વિધાનપરક પરિવર્તી વગેરે વિશે સમજૂતી મેળવીશું. સાદાં અને સંયુક્ત વિધાનોના સંયુક્ત ઉપયોગથી જટિલ સંયુક્ત વિધાનની રચના કેવી રીતે થઇ શકે છે અને તે જટિલ સંયુક્ત વિધાનોનું સત્યતામૂલ્ય સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા કેવી રીતે થઇ શકે છે તે અંગે વીગતવાર માહિતી મેળવીશું. વિધાનોનું રૂપ, તેનું સ્થાપત્તિનિદર્શન, વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારો તેમજ વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારો તપાસવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની રીતનો અભ્યાસ કરીશું.

આપણે જાણીએ છીએ કે, દલીલો વિધાનોની બનેલી હોય છે. દલીલોની અંદર આવતાં વિધાનો ત્રણ પ્રકારનાં હોય છે :

(1) સાદાં વિધાન

(2) સંયુક્ત વિધાન અને

(3) જટિલ સંયુક્ત વિધાન

સાદું વિધાન : (Simple Proposition)

જે વિધાનમાં બીજા કોઈ વિધાનનો સમાવેશ થતો ન હોય તે વિધાન સાદું વિધાન છે.

દા.ત. હિમાલય પર્વત છે.

સંયુક્ત વિધાન : (Compound Proposition)

જે વિધાનમાં એક કે તેથી વધુ સાદાં વિધાનનો સમાવેશ થતો હોય તે વિધાન સંયુક્ત વિધાન છે.

દા.ત. હિમાલય પર્વત છે અને ગંગા નદી છે.

તાર્કિક સંયોગીઓ કે તાર્કિક કારકો : (Logical Connectives or Logical Operators)

જે શબ્દ કે શબ્દજૂથના ઉપયોગને લીધે સાદાં વિધાનોમાંથી સંયુક્ત વિધાનની રચના થાય છે તે શબ્દ કે શબ્દજૂથને તાર્કિક સંયોગીઓ કે તાર્કિક કારકો કહે છે. ઉપરના સંયુક્ત વિધાનમાં બે સાદાં વિધાનો છે :

(1) હિમાલય પર્વત છે.

(2) ગંગા નદી છે.

આ બંને સાદાં વિધાનો 'અને' શબ્દ દ્વારા જોડાતાં હોવાથી 'અને' શબ્દ **તાર્કિક સંયોગી** કે **તાર્કિક કારક** છે.

તાર્કિક સંયોગી કે તાર્કિક કારક અંગે નોંધપાત્ર બાબત એ છે કે, તાર્કિક સંયોગી કે તાર્કિક કારક બે અલગ વિધાનોને જોડે છે. એટલું જ નહિ, પરંતુ તે દ્વારા બે વિધાનો અલગ ન રહેતાં બંને વિધાનોને સમાવનારું એક નવું વિધાન બને છે. આ નવા વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય તેનાં ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે નક્કી થાય છે. આ રીતે તાર્કિક સંયોગીઓ કે તાર્કિક કારકો સત્યાફલનલક્ષી છે. આમ, તાર્કિક સંયોગી કે તાર્કિક કારક —

1. વિધાનોને જોડે છે.
2. એક નવા વિધાનની રચના કરે છે.
3. આ નવા વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનના સત્યતામૂલ્યને આધારે નક્કી થાય છે.
4. તાર્કિક સંયોગીઓ કે તાર્કિક કારકો સત્યતાફલનલક્ષી કારકો છે.

કુલ પાંચ તાર્કિક કારકો અને તેમને માટેનાં પ્રયોજેલાં પ્રતીકોનો નિર્દેશ પૃ.2 ઉપર દર્શાવેલા કોષ્ટકમાં કરેલો છે

ક્રમ	તાર્કિક કારકો	પ્રતીકો
1	...... નહિ	~
2	.... અને	&
3	કાં તો........ અથવા.......	V
4	જો........તો.......	→
5	જો.... તો અને તો જ....	↔

વિધાનપરક અચલ કે અચલો : (Propositional Constant or Constants)

વિધાનપરક અચલ એટલે અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે વાપરવામાં આવતું પ્રતીક.

વિધાનપરક અચલ તરીકે A થી Z સુધીના કોઈપણ કૅપિટલ અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. A, B, C, D, P, Q, R, S વગેરે કૅપિટલ અક્ષરોમાંથી ગમે તે અક્ષરને અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટેના પ્રતીક તરીકે વાપરી શકાય છે. એટલે કે કોઈ પણ કૅપિટલ અક્ષર અમુક નિશ્ચિત વિધાનનો વાચક છે.

વિધાનપરક અચલના ઉપયોગ અંગે નોંધપાત્ર મુદ્દો એ છે કે, કોઇ પણ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત કરતી વખતે અમુક જ કૅપિટલ અક્ષરનો વિધાનપરક અચલ તરીકે ઉપયોગ થવો જોઇએ એવો કોઇ નિયમ નથી.

દા.ત., **તાજમહેલ દુનિયાની અજાયબી છે.**

આ વિધાન માટેના પ્રતીક તરીકે A અથવા R અથવા S કે અન્ય કોઇ પણ કૅપિટલ અક્ષરનો ઉપયોગ કરી શકાય. આમ, આપણી સગવડ અને સૂઝ મુજબ P, Q, R, S, T, W, A, B, D વગેરેમાંથી ગમે તે કૅપિટલ અક્ષરનો કોઇ પણ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆતમાં વિધાનપરક અચલ તરીકે ઉપયોગ થઇ શકે છે. જોકે એકના એક સંદર્ભમાં એકના એક વિધાનપરક અચલનો ઉપયોગ એકથી વધુ વિધાનોની પ્રાતીક રજૂઆત માટે થઇ શકે નહિ. દા.ત., 'તાજમહેલ દુનિયાની અજાયબી છે,' આ વિધાન માટે 'T' પ્રતીક પસંદ કર્યા પછી એના એ જ સંદર્ભમાં જેટલી વાર આ વિધાન આવે તેટલી વાર આનું આ જ પ્રતીક મૂકવું. એ જ રીતે 'તાજમહેલ ઐતિહાસિક સ્થળ છે,' આ વિધાન માટે 'T' પ્રતીક પ્રયોજી શકાય નહિ, એના માટે અન્ય કોઇ પ્રતીક પસંદ કરવું જોઇએ.

વિધાનપરક પરિવર્તી કે પરિવર્તીઓ : (Propositional Variable or Variables)

વિધાનપરક પરિવર્તી એટલે જેને સ્થાને કોઈ પણ વિધાન મૂકી શકાય એવું પ્રતીક.

વિધાનપરક પરિવર્તીઓ વિધાનો નથી પણ વિધાનના સ્થાનનો નિર્દેશ કરનારાં પ્રતીકો છે. વિધાનપરક પરિવર્તી તરીકે p, q, r, s વગેરે નાના (કૅપિટલ નહિ) અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આ નાના અક્ષરો અમુક નિશ્ચિત વિધાનનો નહિ પણ વિધાનના સ્થાનનો જ નિર્દેશ કરે છે. આ નાના અક્ષરો એટલું જ સૂચવે છે કે આ અક્ષરને સ્થાને કોઇ પણ વિધાન મૂકી શકાય. દા.ત., જો આપણે ~ p એમ લખીએ તો એનો અર્થ એટલો જ થાય કે p ને સ્થાને કોઇ વિધાન મૂકવામાં આવે તો આપણને ~ p ના રૂપનું નિષેધવાચક વિધાન મળે.

વિધાનપરક પરિવર્તીઓના ઉપયોગ અંગે એ મુદ્દો નોંધપાત્ર છે કે, વિધાનપરક પરિવર્તીઓ વિધાન નહિ પણ વિધાનના સ્થાનનો જ નિર્દેશ કરનારાં પ્રતીકો હોવાથી, વિધાન માટેના રૂપ (Propositional Form) ની રજૂઆત કરવા માટે જ વિધાનપરક પરિવર્તીઓનો ઉપયોગ થઇ શકે.

વિધાન માટેનું રૂપ એ પ્રતીકોની એક એવી ગોઠવણી છે કે જેમાં વિધાનો નહિ પણ વિધાનપરક પરિવર્તી કે વિધાનપરક પરિવર્તીઓ અને તાર્કિક કારકો આવે છે.

મનોયત્ન 1.1

1. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે શબ્દોમાં જવાબ આપો :

(1) અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્ર અન્ય કયા નામે ઓળખાય છે ?

(2) જે વિધાનમાં બીજા કોઇ વિધાનનો સમાવેશ થતો ન હોય તે વિધાનને શું કહેવાય છે ?

(3) તાર્કિક કારકો અન્ય કયા નામે ઓળખાય છે ?

(4) 'V'ની શાબ્દિક રજૂઆત માટે કયા શબ્દ જૂથનો ઉપયોગ થાય છે ?

(5) જો.......... તો.......... શબ્દ જૂથ માટેનું પ્રતીક લખો.

(6) જો.......... તો અને તો જ.......... શબ્દ જૂથ માટેનું પ્રતીક લખો.

(7) અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે વાપરવામાં આવતાં પ્રતીકને શું કહે છે ?

(8) 'તમે પ્રામાણિક છો' આ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત લખો.

(9) વિધાનના સ્થાનનો નિર્દેશ કરનારા પ્રતીકોને શું કહેવાય છે ?

(10) વિધાનપરક પરિવર્તીઓનો ઉપયોગ શેની રજૂઆત કરવા માટે થાય છે ?

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ એક-બે વિધાનોમાં આપો :

(1) અર્વાચીન તર્કશાસ્ત્રને પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્ર તરીકે શા માટે ઓળખવામાં આવે છે ?

(2) દલીલોની અંદર આવતાં વિધાનો કેટલા પ્રકારના હોય છે ? કયા કયા ?

(3) સાદાં વિધાનની વ્યાખ્યા લખો.

(4) સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા લખો.

(5) તાર્કિક કારકો એટલે શું ?

(6) તાર્કિક કારકો કેટલા છે ? કયા કયા ?

(7) તાર્કિક કારકો માટે પ્રયોજાતા પ્રતીકો લખો.

(8) તાર્કિક કારકોને શા માટે સત્યતાફલનલક્ષી કારકો કહે છે ?

(9) વિધાનપરક અચલ એટલે શું ?

(10) વિધાનપરક પરિવર્તી એટલે શું ?

* * * *

'$\sim$', '&', 'V', '$\rightarrow$' અને '$\leftrightarrow$' એ મૂળભૂત પાંચ કારકોનું તાર્કિક સ્વરૂપ :

તર્કશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ '$\sim$', '&', 'V', '$\rightarrow$' અને '$\leftrightarrow$' એ પાંચ મૂળભૂત તાર્કિક કારકો છે. આપણે આ મૂળભૂત કારકોના તાર્કિક સ્વરૂપની સમજૂતી મેળવીશું. આ પાંચેય કારકોના તાર્કિક સ્વરૂપના સ્પષ્ટ નિરૂપણ માટે આપણે અનુક્રમે એમાના પ્રત્યેકનું લક્ષણ આપીશું અને એ લક્ષણની વિશ્લેષણાત્મક સમજૂતી મેળવીશું.

1. '$\sim$'નું લક્ષણ અને તેનું વિશ્લેષણ :- '$\sim$' ના લક્ષણની રજૂઆત નીચે આપેલા સત્યતાકોષ્ટકમાં થયેલી છે :

ઘટકરૂપ વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય	સંયુક્ત વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય
P	**$\sim$ P**
T	F
F	T

'$\sim$'ના લક્ષણના રજૂઆત કરતા સત્યતાકોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરતાં '$\sim$' ના તાર્કિક સ્વરૂપ અંગેના નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ થાય છે :

(1) '$\sim$' એકમુખી કારક છે. કારણ કે એનું ક્ષેત્ર ફક્ત એની જમણી બાજુએ જ હોય છે. એટલે કે '$\sim$'એની જમણી બાજુએ આવેલા એક જ વિધાનને લાગુ પડે છે અને '$\sim$ p' એ રૂપના સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે. p એ '$\sim$'ની જમણી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે.

(2) '$\sim$' સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કારણ કે '$\sim$' એ એવા સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે, કે જેનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ નક્કી થાય છે.

દા.ત., 'સુભાષબાબુ જીવિત નથી' એ નિષેધક વિધાનમાં 'સુભાષબાબુ જીવિત છે' એ ઘટકરૂપ વિધાન સમાયેલું છે.

આથી, આ ઘટકરૂપ વિધાનની સત્યતાને આધારે નિષેધક વિધાનની સત્યતા નક્કી થશે. અર્થાત્ 'સુભાષબાબુ જીવિત છે' ઘટકરૂપ વિધાન જો સત્ય હોય તો 'સુભાષબાબુ જીવિત નથી' એ વિધાન અસત્ય ઠરે અને જો 'સુભાષબાબુ જીવિત છે' એ ઘટકરૂપ વિધાન જો અસત્ય હોય તો 'સુભાષબાબુ જીવિત નથી' એ વિધાન સત્ય ઠરે.

(3) ' ∼P' એ રૂપમાં રજૂ થયેલું વિધાન એવું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે જેમાં ' ∼p' ના રૂપમાં રજૂ થયેલું વિધાન અસત્ય તો બને જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) સત્ય હોય ∼pના રૂપમાં રજૂ થયેલું વિધાન સત્ય તો બને p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અસત્ય હોય.

' ∼p' એ રૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને **નિષેધ** કહે છે. નિષેધ એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એના સત્યતામૂલ્યના નિયમો સ્પષ્ટ બને એ રીતે એનું લક્ષણ આપીએ.

નિષેધનું લક્ષણ : જે સંયુક્ત વિધાન ' ∼p' (વાચન : પી નહિ) એ રૂપમાં રજૂ થયેલું હોય અને જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) સત્ય હોય, તો અસત્ય હોય અને જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અસત્ય હોય તો સત્ય હોય, એવા સંયુક્ત વિધાનને નિષેધવાચક વિધાન કે નિષેધ કહે છે.

2. '&' નું વિશ્લેષણ

'&'ના લક્ષણની રજૂઆત નીચે આપેલા સત્યતાકોષ્ટકમાં થયેલી છે :

ઘટકરૂપ વિધાનો અને એમનાં સત્યતામૂલ્યો		સંયુક્ત વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય
p	**q**	**p & q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

'&'ના લક્ષણની રજૂઆત કરતા ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરતાં '&'ના તાર્કિક સ્વરૂપ અંગેના નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ થાય છે :

(1) '&' દ્વિમુખી કારક છે. કારણ કે '&'નું ક્ષેત્ર એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ હોય છે. એટલે કે '&' એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ આવેલા એક એક વિધાનને લાગુ પડે છે અને આ બંને વિધાનોને સાંકળીને 'p & q' એ રૂપના સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે. 'p & q' રૂપમાં p એ '&'ની ડાબી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે અને q એ '&'ની જમણી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે.

(2) '&' સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કારણ કે '&' એ એવા સત્યફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે, કે જેનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ નક્કી થાય છે.

(3) 'p & q' એ રૂપનું વિધાન એવું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે કે જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અને q (qને સ્થાને આવતું વિધાન) એ બંને સત્ય હોય, તો અને તો જ સત્ય હોય છે અને નહિ તો અસત્ય હોય છે.

'p & q' એ રૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને **'સમુચ્ચ'** કહે છે. સમુચ્ચયમાં સમાવેશ પામતાં બે વિધાનોમાંના પ્રત્યેકને 'સમુચ્ચિત' કહે છે. સમુચ્ચય એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એના સત્યતામૂલ્યના નિયમો સ્પષ્ટ બને એ રીતે એનું લક્ષણ આપીએ.

સમુચ્ચયનું લક્ષણ :

જે સંયુક્ત વિધાન 'p & q' (વાચન : પી અને ક્યૂ) રૂપમાં રજૂ થયેલું હોય અને જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અને q (qને સ્થાને આવતું વિધાન) બંને સત્ય હોય તો અને તો જ, સત્ય હોય અને નહિ તો અસત્ય હોય એવા સંયુક્ત વિધાનને સામુચ્ચયિક વિધાન કે સમુચ્ચય કહે છે.

3. 'V'નું લક્ષણ અને તેનું વિશ્લેષણ

'V' ના લક્ષણની રજૂઆત નીચે આપેલા સત્યતાકોષ્ટકમાં થયેલી છે :

ઘટકરૂપ વિધાનો અને એમનાં સત્યતામૂલ્યો		સંયુક્ત વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય
p	**q**	**p v q**
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

'V'ના લક્ષણની રજૂઆત કરતા ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરતાં 'V'ના તાર્કિક સ્વરૂપ અંગેના નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ થાય છે:

(1) 'V' દ્વિમુખી કારક છે. 'V'નું ક્ષેત્ર એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ હોય છે. એટલે કે 'V' એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ આવેલ એક એક વિધાનને લાગુ પડે છે અને આ બંને વિધાનોને સાંકળીને 'p V q' એ રૂપના સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે. 'p V q' રૂપમાં p એ 'V'ની ડાબી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે અને 'q' એ 'V'ની જમણી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે.

(2) 'V' સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કારણ કે 'V' એ એવા સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે, કે જેનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ નક્કી થાય છે.

(3) 'p V q' એ રૂપનું વિધાન એવું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે કે જે p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અને q (q ને સ્થાને આવતું વિધાન) એ બંને હોય, તો અને તો જ અસત્ય હોય છે અને નહિ તો સત્ય હોય છે.

'p V q' એ રૂપમાં રજૂ થયેલાં સંયુક્ત વિધાનને **'વિકલ્પન'** કહે છે. વિકલ્પનમાં સમાવેશ પામતાં બે વિધાનોમાંના પ્રત્યેકને વિકલ્પ કહે છે. વિકલ્પન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એના સત્યતામૂલ્યના નિયમો સ્પષ્ટ બને એ રીતે એનું લક્ષણ આપીએ.

વિકલ્પનનું લક્ષણ :

જે સંયુક્ત વિધાન 'p V q' (વાંચન : પી અથવા ક્યૂ) એ રૂપમાં રજૂ થયેલું હોય અને જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અને q (qને સ્થાને આવતું વિધાન) બંને અસત્ય હોય તો અને તો જ, અસત્ય હોય અને નહિ તો સત્ય હોય એવા સંયુક્ત વિધાનને વૈકલ્પિક વિધાન કે વિકલ્પન કહે છે.

4. '→' નું લક્ષણ અને વિશ્લેષણ

'→' ના લક્ષણની રજૂઆત નીચે આપેલા સત્યતાકોષ્ટકમાં થયેલી છે :

ઘટકરૂપ વિધાનો અને એમનાં સત્યતામૂલ્યો		સંયુક્ત વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય
p	**q**	**p → q**
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

'→'ના લક્ષણની રજૂઆત કરતાં ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરતાં '→'ના તાર્કિક સ્વરૂપ અંગેના પૃ.6 ઉપરના મુદ્દાઓ દ્વારા સ્પષ્ટ થાય છે :

(1) ' $\rightarrow$ ' દ્વિમુખી કારક છે, કારણ કે ' $\rightarrow$ 'નું ક્ષેત્ર એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ હોય છે. એટલે કે ' $\rightarrow$ ' એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ આવેલા એક એક વિધાનને લાગુ પડે છે અને આ બંને વિધાનોને સાંકળીને 'p $\rightarrow$ q' એ રૂપના સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે. 'p $\rightarrow$ q' રૂપમાં p એ ' $\rightarrow$ 'ની ડાબી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે અને q એ ' $\rightarrow$ 'ની જમણી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે.

(2) ' $\rightarrow$ ' સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કારણ કે ' $\rightarrow$ ' એ એવા સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે, કે જેનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ નક્કી થાય છે.

(3) 'p $\rightarrow$ q' રૂપનું વિધાન એવું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે કે જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) સત્ય હોય અને q (qને સ્થાને આવતું વિધાન) અસત્ય હોય, તો અને તો જ અસત્ય હોય છે અને નહિ તો સત્ય હોય છે.

'p $\rightarrow$ q' એ રૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને **'શરતી વિધાન'** કહે છે. શરતી વિધાન $\rightarrow$ ની પહેલા આવતા વિધાનને પૂર્વાંગ અને $\rightarrow$ ની પછી આવતા વિધાનને ઉત્તરાંગ કહે છે. શરતી વિધાન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એના સત્યતામૂલ્યના નિયમો સ્પષ્ટ બને એ રીતે એનું લક્ષણ આપીએ :

' $\rightarrow$ 'શરતી વિધાનનું લક્ષણ :

જે સંયુક્ત વિધાન 'p $\rightarrow$ q' (વાચન : પી તો ક્યૂ) રૂપમાં રજૂ થયેલું હોય અને જો p (p ને સ્થાને આવતું વિધાન) સત્ય હોય અને q (qને સ્થાને આવતું વિધાન) અસત્ય હોય તો અને તો જ, અસત્ય હોય અને નહિ તો સત્ય હોય એવા સંયુક્ત વિધાનને શરતી વિધાન કહે છે.

5. ' $\leftrightarrow$ ' નું લક્ષણ અને તેનું વિશ્લેષણ

' $\leftrightarrow$ ' ના લક્ષણની રજૂઆત નીચે આપેલા સત્યકોષ્ટકમાં થયેલી છે :

ઘટકરૂપ વિધાનો અને એમનાં સત્યતામૂલ્યો		સંયુક્ત વિધાન અને એનું સત્યતામૂલ્ય
p	**q**	**p $\leftrightarrow$ q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

' $\leftrightarrow$ 'ના લક્ષણની રજૂઆત કરતા ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરતાં ' $\leftrightarrow$ ' ના તાર્કિક સ્વરૂપ અંગેના નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ થાય છે :

(1) ' $\leftrightarrow$ ' દ્વિમુખી કારક છે. કારણ કે ' $\leftrightarrow$ 'નું ક્ષેત્ર એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ હોય છે. એટલે કે ' $\leftrightarrow$ ' એની ડાબી અને જમણી બંને બાજુએ આવેલા એક એક વિધાનને લાગુ પડે છે અને આ બંને વિધાનોને સાંકળીને 'p $\leftrightarrow$ q' એ રૂપના સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે. 'p $\leftrightarrow$ q' રૂપમાં p એ ' $\leftrightarrow$ ' ની ડાબી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે અને q એ ' $\leftrightarrow$ ' ની જમણી બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતા વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે.

(2) ' $\leftrightarrow$ 'સત્યતાફલનલક્ષી કારક છે. કારણ કે ' $\leftrightarrow$ ' એ એવા સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનની રચના કરે છે, કે જેનું સત્યતામૂલ્ય એના ઘટકરૂપ વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને આધારે જ નક્કી થાય છે.

(3) 'p $\leftrightarrow$ q' રૂપનું વિધાન એવું સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે કે જો p (pને સ્થાને આવતું વિધાન) અને q (q ને સ્થાને આવતું વિધાન) એ બંને સત્ય હોય અથવા બંને અસત્ય હોય, તો અને તો જ 'p $\leftrightarrow$ q' રૂપનું વિધાન સત્ય હોય છે અને નહિ તો અસત્ય હોય છે.

'p $\leftrightarrow$ q'રૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને **'દ્વિશરતી વિધાન'** કહે છે. દ્વિશરતી વિધાન એ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાન છે. એના સત્યતામૂલ્યના નિયમો સ્પષ્ટ અને એ રીતે દ્વિશરતી વિધાનનું લક્ષણ આપીએ :

દ્વિશરતી વિધાનનું લક્ષણ :

જે સંયુક્ત વિધાન 'p $\leftrightarrow$ q' (વાચન : જો પી તો અને તો જ ક્યૂ) એ રૂપમાં રજૂ થયેલું હોય અને જો p (p ને સ્થાને

આવતુ વિધાન) અને q (q ને સ્થાને આવતું વિધાન) બંને સત્ય અથવા બંને અસત્ય હોય તો અને તો જ, સત્ય હોય અને નહિ તો અસત્ય હોય એવા સંયુક્ત વિધાનને દ્વિશરતી વિધાન કહે છે.

'∼', **'&'**, **'V'**, **'→'** અને **'↔'** ની લાક્ષણકિતાઓના આપણે ઉપર કરેલા નિરૂપણ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે (1) આ પાંચેપાંચ કારકો સત્યતાફલનલક્ષી છે. (2) એમના ઉપયોગથી વિવિધ પ્રકારનાં સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોની રચના થાય છે અને (3) આ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનના સત્યતામૂલ્યના નિશ્ચિત નિયમો છે. આ હકીકતના પાયા પર જ વિધાનપરક તર્કશાસ્ત્રની રચના થયેલી હોઇ, વિધાનપરક તર્કશાસ્ત્રને સત્યતાફલનલક્ષી તર્કશાસ્ત્ર તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

મનોયત્ન 1.2

1. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે શબ્દોમાં જવાબ આપો :

(1) 'તમે આવશો' એ વિધાન અસત્ય હોય તો 'તમે આવશો નહિ' એ વિધાન કેવું હોય છે ?

(2) p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p & q વિધાનરૂપનું સત્યતામૂલ્ય જણાવો.

(3) 'p & q' એ વિધાન રૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને શું કહેવાય છે ?

(4) p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p v q વિધાનરૂપનું સત્યતામૂલ્ય જણાવો.

(5) 'p v q' વિધાન રૂપમાં P એ 'V' ની કઇ બાજુના ક્ષેત્રમાં આવતાં વિધાનનું સ્થાન સૂચવે છે ?

(6) p સત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p → q વિધાન રૂપનું સત્યતામૂલ્ય જણાવો.

(7) 'p → q' એ વિધાન રૂપનું વાચન લખો.

(8) p અસત્ય હોય અને q અસત્ય હોય તો p ↔ q વિધાન રૂપનું સત્યતામૂલ્ય જણાવો.

(9) 'p ↔ q' એ વિધાનરૂપમાં રજૂ થયેલા સંયુક્ત વિધાનને શું કહેવાય છે ?

(10) સત્યતાફલનલક્ષી કારકો કેટલા છે ?

2. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે વિધાનોમાં જવાબ આપો :

(1) **'∼'** એકમુખી કારક શા માટે કહેવાય છે ?

(2) દ્વિમુખી કારકો કેટલા પ્રકારના છે ? કયા કયા ?

(3) **'∼'** નું સત્યતાકોષ્ટક રચો.

(4) સમુચ્ચયનું લક્ષણ લખો.

(5) 'V' નું સત્યતાકોષ્ટક રચો.

(6) 'V' ને સત્યતાફલનલક્ષી કારક શા માટે કહેવાય છે ?

(7) '→' નું સત્યતાકોષ્ટક રચો.

(8) શરતીવિધાનમાં સમાવેશ પામતાં વિધાનોને શું કહેવાય છે ?

(9) દ્વિશરતી વિધાનનું લક્ષણ લખો.

(10) ∼ p, p & q, p v q, અને p ↔ q વિધાન રૂપોના વાચન લખો.

* * * *

જટિલ સંયુક્ત વિધાન : (Complex Compound Proposition)

જટિલ સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય :

જે સંયુક્ત વિધાનમાં એના ઘટકરૂપ અંગ તરીકે એક કે વધુ સંયુક્ત વિધાનોનો સમાવેશ થતો હોય તે સંયુક્ત વિધાનને જટિલ સંયુક્ત વિધાન કહે છે.

જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં એના ઘટકરૂપ વિધાન તરીકે એક કે વધુ સંયુક્ત વિધાનોનો સમાવેશ થતો હોવાથી જટિલ સંયુક્ત વિધાનની રચનામાં એક કરતાં વધારે કારકોનો ઉપયોગ થતો હોય છે. આથી જટિલ સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય. **જટિલ સંયુક્ત વિધાન એટલે બે કે તેથી વધુ કારકોના ઉપયોગ વડે રચાયેલું વિધાન.**

જટિલ સંયુક્ત વિધાન એ એક પ્રકારનું સંયુક્ત વિધાન છે. તેથી, જેમ સંયુક્ત વિધાનો સત્યતાફલનલક્ષી હોય છે. તેમ જટિલ સંયુક્ત વિધાનો પણ સત્યતાફલનલક્ષી હોય છે. (1) જટિલ દ્વિશરતી વિધાન (2) જટિલ સામુચ્ચયિક વિધાન (3) જટિલ વિકલ્પન વિધાન (4) જટિલ શરતી વિધાન અને (5) જટિલ દ્વિશરતી વિધાન એ પાંચ પ્રકારના સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનો છે. સત્યતાફલનલક્ષી જટિલ સંયુક્ત વિધાનોને પણ સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોનું આ વર્ગીકરણ લાગુ પડે છે. અર્થાત્ જટિલ સંયુક્ત વિધાન પણ (1) નિષેધ (2) સમુચ્ચય (3) વિકલ્પન (4) શરતી વિધાન કે (5) દ્વિશરતી વિધાન હોઇ શકે છે. આ પાંચ પ્રકારનાં જટિલ સંયુક્ત વિધાનોનાં ઉદાહરણો નીચે પ્રમાણે છે.

(1) જટિલ દ્વિશરતી વિધાન (Complex Negative Proposition) :

(1) (ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને રજા પડશે) એમ નથી.

$\sim$ (R & H)

(2) એ ખરું નથી કે(કાં તો ખેલમહાકુંભ યોજાશે અથવા રજા પડશે.)

$\sim$ (R V H)

(3) (જો આપણી ટીમ જીતશે તો મીઠાઇ વહેંચાશે) એવાત ખરી નથી.

$\sim (T \rightarrow M)$

(4) (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો અને તો જ વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે) એ વાતમાં કોઇ માલ નથી.

$\sim (M \leftrightarrow S)$

ઉપરનાં ચાર જટિલ સંયુક્ત વિધાનો તપાસતાં એ બાબત સ્પષ્ટ થાય છે કે, એ ચારેય વિધાનો નિષેધવાચક છે. તેમાંના (1) પહેલા વિધાનમાં સમુચ્ચયનો (2) બીજા વિધાનમાં વિકલ્પનનો (3) ત્રીજા વિધાનમાં શરતી વિધાનનો અને (4) ચોથા વિધાનમાં દ્વિશરતી વિધાનનો નિષેધ થયેલો છે. આમ, આપણે જોઇએ છીએ કે જટિલ નિષેધકમાં સમગ્ર સંયુક્ત વિધાનનો નિષેધ થયેલો હોય છે.

(2) જટિલ સામુચ્ચયિક વિધાન (Complex Conjunctive Proposition) :

(1) (ખેલમહાકુંભ યોજાશે) અને (રજા પડશે નહિ.)

R & $\sim$ H

(2) (કાં તો ખેલમહાકુંભ યોજાશે અથવા રજા પડશે) અને (વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

(R V H) & S

(3) (જો ખેલમહાકુંભ યોજાશે તો રજા પડશે) અને (જો રજા પડશે તો વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(R \rightarrow H)$ & $(H \rightarrow S)$

(4) (જો આપણી ટીમ જીતશે તો અને તો જ મીઠાઇ વહેંચાશે) અને (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(T \leftrightarrow M)$ & $(M \rightarrow S)$

ઉપરનાં ચારેય જટિલ સંયુક્ત વિધાનો તપાસતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, એ ચારેય વિધાનો સમુચ્ચયો છે. તેમાંનાં (1) પહેલાં સમુચ્ચયનું એક સમુચ્ચિત સાદું વિધાન છે અને બીજું સમુચ્ચિત નિષેધવાચક વિધાન છે. (2) બીજા સમુચ્ચયનું એક સમુચ્ચિત વૈકલ્પિક વિધાન છે અને બીજું સમુચ્ચિત સાદું વિધાન છે. (3) ત્રીજા સમુચ્ચયનું એક સુમચ્ચિત શરતી વિધાનો છે અને (4) ચોથા સમુચ્ચયનું એક સમુચ્ચિત દ્વિશરતી વિધાન છે અને બીજું સમુચ્ચિત શરતી વિધાન છે. આમ, આપણે જોઇએ છીએ કે જટિલ સમુચ્ચયમાં ઓછામાં ઓછું એક સમુચ્ચિત તો કોઇ સંયુક્ત વિધાન હોવું જ જોઇએ. બીજું સમુચ્ચિત કાં તો સાદું, સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાન હોઇ શકે.

(3) જટિલ વૈકલ્પિક વિધાન (Complex Disjunctive Proposition) :

(1) કાં તો ખેલમહાકુંભ યોજાશે અથવા (રજા પડશે અને વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

R V (H & S)

(2) કાં તો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે નહિ) અથવા (રજા પડશે.)

$\sim$ R V $\sim$ H

(3) (જો ખેલ મહાકુંભ યોજાશે તો રજા પડશે) અથવા (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(R \rightarrow H) \& (M \rightarrow S)$

(4) (જો આપણી ટીમ જીતશે તો અને તો જ મીઠાઇ વહેંચાશે) અથવા (જો ખેલમહાકુંભ યોજાશે તો અને તો જ રજા પડશે.)

$(T \leftrightarrow M) \& (R \leftrightarrow H)$

ઉપરનાં ચાર જટિલ સંયુક્ત વિધાનો તપાસતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, એ ચારેય વિધાનો જટિલ વિકલ્પનો છે. તેમાંના (1) પહેલા વિકલ્પમાં પહેલો વિકલ્પ સાદું વિધાન છે અને બીજો વિકલ્પ સમુચ્ચય છે. (2) બીજા વિકલ્પનમાં બંને વિકલ્પો નિષેધ છે. (3) ત્રીજા વિકલ્પનમાં બંને વિકલ્પો શરતી વિધાનો છે અને (4) ચોથા વિકલ્પનમાં બંને વિકલ્પો દ્વિશરતી વિધાનો છે. આમ, આપણે જોઇએ છીએ કે, જટિલ વિકલ્પનમાં ઓછામાં ઓછાં એક વિકલ્પ તરીકે કોઇ સંયુક્ત વિધાન હોવું જ જોઇએ. બીજા વિકલ્પ તરીકે સાદું સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત હોઇ શકે છે.

(4) જટિલ શરતી વિધાન (Complex Conditional Proposition) :

(1) જો ખેલમહાકુંભ યોજાશે તો (રજા પડશે અને વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$R \rightarrow (H \& S)$

(2) જો ખેલમહાકુંભ યોજાશે નહિ તો (રજા પડશે નહિ.)

$\sim R \rightarrow \sim H$

(3) જો (આપણી ટીમ જીતશે) તો (રજા પડશે અથવા મીઠાઇ વહેંચાશે)

$T \rightarrow (H \vee M)$

(4) જો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને આપણી ટીમ જીતશે) તો (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો અને તો જ વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(R \& T) \rightarrow (M \leftrightarrow S)$

ઉપરનાં ચાર વિધાનો તમાપસતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, ચારેય વિધાનો શરતી વિધાનો છે. તેમાંના (1) પહેલા શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ સાદું વિધાન છે અને ઉત્તરાંગ સમુચ્ચય છે. (2) બીજા શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ અને ઉત્તરાંગ બંને નિષેધ છે. (3) ત્રીજા શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ સાદું વિધાન છે અને ઉત્તરાંગ વૈકલ્પિક વિધાન છે અને (4) ચોથા શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ સમુચ્ચય છે અને ઉત્તરાંગ દ્વિશરતી વિધાન છે. આમ, આપણે જોઇએ છીએ કે જટિલ શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ ઉત્તરાંગ એ બેમાંથી એક વિધાન તો કોઇ સંયુક્ત વિધાન હોવું જ જોઇએ. બીજું વિધાન સાદું સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાન ગમે તે હોઇ શકે છે.

(5) જટિલ દ્વિશરતી વિધાન (Complex Biconditional Proposition) :

(1) જો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને આપણી ટીમ જીતશે) તો અને તો જ (રજા પડશે.)

$(R \& T) \leftrightarrow H$

(2) જો (આપણી ટીમ જીતશે નહિ) તો અને તો જ (ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને રજા પડશે.)

$\sim T \leftrightarrow (R \& H)$

(3) જો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે તો રજા પડશે) તો અને તો જ (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(R \vee T) \leftrightarrow (H \vee M)$

(4) જો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને આપણી ટીમ જીતશે) તો (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો અને તો જ વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(R \rightarrow H) \leftrightarrow (M \rightarrow S)$

ઉપરનાં ચાર જટિલ સંયુક્ત વિધાનો તપાસતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, આ ચારેય વિધાનો દ્વિશરતી વિધાનો છે. તેમાંના (1) પહેલાં દ્વિશરતી વિધાનમાનું પહેલું વિધાન સમુચ્ચય છે અને બીજું વિધાન સાદું વિધાન છે. (2) બીજા દ્વિશરતી વિધાનમાનુ પહેલું વિધાન નિષેધ છે અને બીજું વિધાન સમુચ્ચય છે. (3) ત્રીજા દ્વિશરતી વિધાનમાંનાં બંને વિધાનો વૈકલ્પિક વિધાનો છે અને

(4) ચોથા દ્વિશરતી વિધાનમાનાં બંને વિધાનો શરતી વિધાનો છે. આમ, આપણે જોઇએ છીએ કે જટિલ દ્વિશરતી વિધાનનાં મુખ્ય બે વિધાનો પૈકી એક વિધાન તો કોઇ સંયુક્ત વિધાન હોવું જ જોઇએ. બીજું વિધાન સાદું, સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાન ગમે તે પ્રકારનું હોઇ શકે.

1. કારકોનું ક્ષેત્ર અને કૌંસનો ઉપયોગ : (The Scope of Operators and the use of Bracket)

આપણે જોયું કે જટિલ સંયુક્ત વિધાનની રચનામાં બે કે તેથી વધુ કારકોનો ઉપયોગ થયેલો હોય છે. આ વિવિધ કારકોનું ક્ષેત્ર એકસરખું હોતું નથી. તેથી પ્રશ્ન એ થાય કે કારકોનું ક્ષેત્ર એટલે શું ?

કારકોનું ક્ષેત્ર એટલે જટિલ સંયુક્ત વિધાનના જે ભાગને એ કારક લાગુ પડતો હોય તે ભાગ.

કોઈ પણ કારક જટિલ સંયુક્ત વિધાનના કયા ભાગને લાગુ પડે છે તે સ્પષ્ટ કરવા કૌંસનો ઉપયોગ અનિવાર્ય બની રહે છે. એટલે કે જટિલ સંયુક્ત વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆતમાં કૌંસનો યોગ્ય ઉપયોગ કરીને વિવિધ કારકોના ક્ષેત્રની સ્પષ્ટતા કરવામાં આવે છે. કૌંસના ઉપયોગ વગર કારકોના ક્ષેત્રની સ્પષ્ટતા થતી નથી. દા.ત., જો આપણી ટીમ જીતશે તો તેનું સન્માન થશે અને લોકો પ્રસન્ન થશે.

ઉપરનું વિધાન જટિલ સમુચ્ચય છે. (જે 'અલ્પવિરામ' એ વિરામચિહ્ન દ્વારા સ્પષ્ટ થાય છે.) પરંતુ પ્રાતીક ભાષામાં તેની રજૂઆત કરીએ તો નીચે પ્રમાણે થાય :

$A \rightarrow B \& D$

આ પ્રાતીક રજૂઆતમાં કૌંસના ઉપયોગ વિના વિધાન કયા પ્રકારનું છે તે સ્પષ્ટ થતું નથી. જો કૌંસનો ઉપયોગ કરવામાં આવે, તો તેની રજૂઆત આ પ્રમાણે થાય.

$(A \rightarrow B) \& D$

આ જટિલ સમુચ્ચયમાં '$\rightarrow$' કારકનું ક્ષેત્ર પહેલાં સમુચ્ચિત પૂરતું મર્યાદિત છે, જ્યારે '&'નું ક્ષેત્ર વિધાનમાં વ્યાપ્ત છે એટલે આખું વિધાન '&' નું ક્ષેત્ર છે. આ બાબત કૌંસના ઉપયોગથી સ્પષ્ટ થાય છે. આ જ પ્રમાણે નીચેના ઉદાહરણો દ્વારા કારકોનું ક્ષેત્ર અને કૌંસનો ઉપયોગ યોગ્ય રીતે સ્પષ્ટ થાય છે.

(1) કાં તો (ખેલમહાકુંભ યોજાશે નહિ) અથવા (રમતવીરોનું સન્માન થશે નહિ)

$\sim R V \sim S$

આ જટિલ વિકલ્પનમાં પહેલા '$\sim$' નું ક્ષેત્ર પહેલાં વિકલ્પ પૂરતું મર્યાદિત છે. બીજા '$\sim$' નું ક્ષેત્ર બીજા વિકલ્પ પૂરતું મર્યાદિત છે, જ્યારે 'V' નું ક્ષેત્ર સમગ્ર વિધાનમાં વ્યાપ્ત છે એટલે આખું વિધાન 'V' નું ક્ષેત્ર છે.

(2) (જો ખેલમહાકુંભ યોજાશે અને આપણી ટીમ જીતશે) અને (જો મીઠાઇ વહેંચાશે તો અને તો જ વિદ્યાર્થીઓ રાજી થશે.)

$(A \ \& \ B) \rightarrow (M \leftrightarrow N)$

આ જટિલ શરતી વિધાનમાં '&' નું ક્ષેત્ર પૂર્વાંગ પૂરતું મર્યાદિત છે. '$\leftrightarrow$' નું ક્ષેત્ર ઉત્તરાંગ પૂરતું મર્યાદિત છે. જ્યારે '$\rightarrow$' નું ક્ષેત્ર સમગ્ર વિધાનને લાગુ પડે છે. એટલે કે આખું વિધાન '$\rightarrow$' નું ક્ષેત્ર છે.

ઉપરનાં ઉદાહરણો જોતાં એ સ્પષ્ટ થશે કે, જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં વપરાયેલાં વિવિધ કારકોમાં ફક્ત એક જ કારક આખા વિધાનને લાગું પડતું હોય છે. બાકીના બધા કારકો જટિલ સંયુક્ત વિધાનના એક યા બીજા ભાગને જ લાગુ પડતાં હોય છે.

2. સર્વોપરી કારક : (Major Operator)

કોઈ પણ જટિલ સંયુક્ત વિધાનની રચનામાં વપરાયેલ વિવિધ કારકો પૈકીનો એક જ કારક મુખ્ય હોય છે. મુખ્ય કારકને સર્વોપરી કારક તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

સર્વોપરી કારકની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે આપી શકાય :

જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં વપરાયેલા વિવિધ કારકો પૈકી જે કારક વિધાનના આ કે તે ભાગને જ નહિ પણ આખા વિધાનને લાગુ પડતો હોય એટલે કે આખું વિધાન જે કારકના ક્ષેત્રરૂપ હોય તે કારકને સર્વોપરી કારક કહેવાય છે.

કોઈ પણ જટિલ સંયુક્ત વિધાનનું તાર્કિક સ્વરૂપ સમજવા માટે એમાં કયો કારક સર્વોપરી છે તે નક્કી કરવાનું અત્યંત જરૂરી છે. કારણ કે, સર્વોપરી કરાકને આધારે જ જટિલ સંયુક્ત વિધાનના પ્રકારનો નિર્ણય થાય છે. (1) જટિલ નિષેધક વિધાન

(2) જટિલ સામુચ્ચયિક વિધાન (3) જટિલ વિકલ્પન વિધાન (4) જટિલ શરતી વિધાન અને જટિલ દ્વિશરતી વિધાન એ પાંચેય પ્રકારનાં જટિલ સંયુક્ત વિધાનોના અગાઉ આપેલાં દૃષ્ટાંતોનું નિરીક્ષણ કરતાં તેમનાં નીચે આપેલા લક્ષણો સ્પષ્ટ રીતે સમજી શકાશે :

(1) જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં સર્વોપરી કારક તરીકે **'નહિ'** અથવા **'નથી'** નો ઉપયોગ થયો, હોય તે જટિલ સંયુક્ત વિધાન **જટિલ નિષેધ** ગણાય છે.

(2) જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં સર્વોપરી કારક તરીકે **'...અને...'** નો ઉપયોગ થયો હોય તે જટિલ સંયુક્ત વિધાન **જટિલ સમુચ્ચય** ગણાય છે.

(3) જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં સર્વોપરી કારક તરીકે **'કાંતો... અથવા...'** નો ઉપયોગ થયો હોય તે જટિલ સંયુક્ત વિધાન **જટિલ વિકલ્પન** ગણાય છે.

(4) જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં સર્વોપરી કારક તરીકે **'જો...તો...'** નો ઉપયોગ થયો હોય તે જટિલ સંયુક્ત વિધાન **જટિલ શરતી વિધાન** ગણાય છે.

(5) જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં સર્વોપરી કારક તરીકે **'જો...તો અને તો જ...'** નો ઉપયોગ થયો હોય તે જટિલ સંયુક્ત વિધાન **જટિલ દ્વિશરતી વિધાન** ગણાય છે.

કારકોનું ક્ષેત્ર અને કૌંસના ઉપયોગને લગતા ઉપર્યુક્ત નિરૂપણ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કૌંસ એ પ્રાતીક ભાષાનાં વિરામચિહ્નો છે. જેવી રીતે વિરામચિહ્નોના સુયોગ્ય ઉપયોગથી સામાન્ય વાણીવ્યવહારની ભાષામાં આવતી સંદિગ્ધતા ટાળી શકાય છે. તેવી રીતે કૌંસના ઉપયોગથી પ્રાતીક ભાષામાં આવતી સંદિગ્ધતા ટાળી શકાય છે. આનો અર્થ એ કે જો કૌંસનો યોગ્ય ઉપયોગ કરવામાં આવે, તો અને તો જ પ્રાતીક રીતે રજૂ થયેલાં જટિલ સંયુક્ત વિધાનોમાં વપરાયેલાં કારકોના ક્ષેત્રની સ્પષ્ટતા થાય છે અને તે વિધાનોના અર્થમાં ચોકસાઇ આવે છે.

કૌંસના ઉપયોગને લગતા નિયમો :

કૌંસના ઉપયોગને લગતો મૂળ નિયમ એ છે કે, એકમુખી કારકની જમણી બાજુના અને દ્વિમુખી કારકની ડાબી તેમજ જમણી બંને બાજુના ક્ષેત્રને કૌંસબદ્ધ કરવું.

જટિલ સંયુક્ત વિધાનોની પ્રાતીક રજૂઆતમાં સંદિગ્ધતા નિવારણ અને અર્થ-સ્પષ્ટતા માટે નીચેના ત્રણ પ્રકારના કૌંસનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે :

(1) ( ) ... નાનો કૌંસ

(2) [ ] ... મોટો કૌંસ

(3) { } ... છગડિયો કૌંસ

મૂળ નિયમને આધારે ઉપયોગમાં લીધેલા ઉપર્યુક્ત કૌંસની સ્પષ્ટતા નીચેનાં ઉદાહરણો દ્વારા થાય છે :

(1) (A) **&** [(B) V (D)]

(2) [~ (A)] **V** [(B) & (R)]

(3) {[~ (A) V (R)]} → {[(D) & (M)] V [~ (A) & (B)]}

(4) ~ {[(A) & (B)]} V {[(R) & (M)] → [(R) V (S)]}

(5) {[(A) V (B)]} {[(R) & (M)] ↔ {[(A) & (R)] → (B)}

કૌંસના ઉપયોગને લગતા ઉપર્યુક્ત મૂળ નિયમના પાલનથી નીચેના ફાયદાઓ થાય છે :

(1) પ્રત્યેક કારકનું ક્ષેત્ર કેટલું છે તે સ્પષ્ટ રીતે જોઇ શકાય છે.

(2) સર્વોપરી કારક કૌંસની બહાર રહેતો હોવાથી એકદમ સ્પષ્ટ રીતે તરી આવે છે અને તેથી વિધાનના પ્રકારનો નિર્ણય એકદમ સરળતાથી લઇ શકાય છે.

દા.ત., ઉપરનાં વિધાનો જોતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે તેમાંનું

(1) પહેલું વિધાન જટિલ સમુચ્ચય છે.

(2) બીજું વિધાન જટિલ વિકલ્પન છે.

(3) ત્રીજું વિધાન જટિલ શરતી વિધાન છે.

(4) ચોથું વિધાન જટિલ નિષેધ છે અને

(5) પાંચમું વિધાન જટિલ દ્વિશરતી વિધાન છે.

કૌંસના ઉપયોગને લગતા ઉપર્યુક્ત નિયમનો મોટામાં મોટો ગેરફાયદો એ છે કે એ નિયમનું પાલન કરવા જતાં ઘણાં બધા કૌંસ વાપરવાની જરૂર પડે છે અને તેથી વિધાનને વાંચવા-લખવામાં ઘણી અગવડ પડે છે.

ઉપર્યુક્ત ગેરફાયદાના નિવારણ માટે, એટલે કે કૌંસની સંખ્યા ઘટાડવાના આશયથી તર્કશાસ્ત્રીઓએ નીચેના બે રિવાજો સ્વીકાર્યા છે.

(1) એકમુખી કારકની જમણી બાજુના અને દ્વિમુખી કારકની ડાબી કે જમણી કોઇ પણ બાજુના ક્ષેત્રમાં જો માત્ર એક જ સાદું વિધાન આવતું હોય, તો તે સાદા વિધાન માટેના પ્રતીકને કૌંસબદ્ધ કરવું નહિ.

(2) **'$\sim$'** નું ક્ષેત્ર જો તેની જમણી બાજુના નાનામાં નાના ઘટક પૂરતું સીમિત હોય તો એ ઘટકને કૌંસબદ્ધ કરવો નહિ.

કૌંસની સંખ્યા ઘટાડવાને લગતા ઉપરના બે રિવાજોનું પાલન કરવામાં આવે, તો કૌંસના ઉપયોગને લગતા ઉપર્યુક્ત મૂળ નિયમને અનુસરીને રજૂ કરવામાં આવેલાં પાંચ વિધાનોની રજૂઆત નીચે મુજબ થઇ જાય છે.

(1) $A \& (B \lor D)$

(2) $\sim A \lor (B \& R)$

(3) $(\sim A \lor R) \rightarrow [(D \& M) \lor (\sim A \& B)]$

(4) $\sim \{[(A \& B)] \lor (R \& M)] \rightarrow (R \lor S)\}$

(5) $[(A \lor B)] \& (R \& M)] \leftrightarrow [(A \& R) \rightarrow B]$

મનોયત્ન 1.3

1. નીચે આપેલા વિધાનોની સામે તેનો પ્રકાર દર્શાવ્યો છે. વિધાનના પ્રકારને અનુલક્ષીને પ્રત્યેક જટિલ સંયુક્ત વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆતમાં જરૂરી કૌંસ ઉમેરો :

(1)	સમુચ્ચય	$Q \& R \lor S$
(2)	વિકલ્પન	$P \lor Q \& R$
(3)	નિષેધ	$\sim R \lor S$
(4)	વિકલ્પન	$P \& Q \lor R$
(5)	શરતી વિધાન	$P \rightarrow Q \& R$
(6)	સમુચ્ચય	$P \rightarrow Q \& S$
(7)	દ્વિશરતી વિધાન	$P \& Q \leftrightarrow R \lor S$
(8)	નિષેધ	$\sim S \lor (P \lor R)$
(9)	શરતી વિધાન	$P \lor Q \rightarrow R \& S$
(10)	દ્વિશરતી વિધાન	$\sim R \leftrightarrow P \lor R$

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ એક-બે વિધાનોમાં આપો :

(1) જટિલ સંયુક્ત વિધાનની વ્યાખ્યા આપો.

(2) જટિલ સંયુક્ત વિધાનોના પ્રકારોના નામ લખો.

(3) (ખેલમહાકુંભ યોજાશે) અને (રજા પડશે નહિ) - આ વિધાનની પ્રાતીક રજૂઆત કરીને તેનો પ્રકાર ઓળખાવો.

(4) સર્વોપરી કારક એટલે શું ?

(5) જટિલ વિકલ્પન વિધાન એટલે શું ?

(6) જટિલ શરતી વિધાન એટલે શું ?

(7) જટિલ સંયુક્ત વિધાનની રજૂઆતમાં કયા ત્રણ પ્રકારના કૌંસનો ઉપયોગ થાય છે ?

(8) કૌંસના નિયમના પાલનથી થતા ફાયદાઓ કયા છે ?

(9) તર્કશાસ્ત્રીઓએ આપેલા કૌંસની સંખ્યા ઘટાડવા માટેના રિવાજો કયા છે ?

(10) જટિલ સંયુક્ત વિધાનો (1) $\sim$ P & Q અને (2) $\sim$ (P & Q) ના પ્રકાર ઓળખાવો.

* * * *

સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા સત્યતામૂલ્ય નિશ્ચિત કરવાની પધ્ધતિ :

કેટલાંક જટિલ સંયુક્ત વિધાનોનું સત્યતામૂલ્ય સત્યતાકોઠો દોરીને પણ નિશ્ચિત કરી શકાય છે. જો કે આ રીતે સત્યતામૂલ્ય નિશ્ચિત કરતાં પહેલાં જટિલ સંયુક્ત વિધાનો માટેના સત્યકોષ્ટકની રચના કેવી રીતે કરી શકાય, તે જાણી લેવું આવશ્યક છે.

જટિલ સંયુક્ત વિધાનો માટેના સત્યતાકોષ્ટકની રચના :

સત્યતાકોષ્ટકની રચના કરવા માટે સ્તંભ અને હરોળની રચના કરવી પડે છે. સત્યતાકોષ્ટકના ઉપરથી નીચે સુધીના ઊભા ખાનાને સ્તંભ કહેવાય છે જ્યારે ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ તરફના આડા ખાનાને હરોળ કહેવાય છે.

કોઈ પણ જટિલ સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતાકોષ્ટકની રચનામાં જરૂરી માર્ગદર્શન પૂરું પાડવાના હેતુથી તર્કશાસ્ત્રીઓએ સ્તંભ અને હરોળની રચનાને લગતા નિયમો ઘડી કાઢ્યા છે. જે નીચે પ્રમાણે છે :

1. સત્યતાકોષ્ટકમાં આદ્યસ્તંભની રચનાને લગતો નિયમ :

કોઈ પણ સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતાકોષ્ટકમાં એ વિધાનમાં આવતા પ્રત્યેક સાદા વિધાન માટે આદ્યસ્તંભ (મુખ્ય સ્તંભ) રચવાના હોય છે. જેટલાં વિધાન હોય તેટલા આદ્યસ્તંભ રચાય છે. જો કે એકનું એક સાદું વિધાન એક કરતાં વધારે વખત આવતું હોય તો પણ તેનો આદ્યસ્તંભ એક જ રચવાનો હોય છે. દા.ત.,

(1) A & (A V B) આ જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેના સત્યતાકોષ્ટકમાં એક A વિધાન માટે અને બીજો B વિધાન માટે એમ બે આદ્યસ્તંભો આવે છે. કારણ કે તેમાં A અને B એમ બે સાદાં વિધાનો છે. A વિધાન બે વખત આવતું હોવા છતાં તેનો આદ્યસ્તંભ તો એક જ રાખવાનો હોય છે. એ જ પ્રમાણે (2) R V (M $\rightarrow$ N) આ જટિલ વિકલ્પન માટેના સત્યતાકોષ્ટકમાં એક R માટે, બીજો M માટે અને ત્રીજો N માટે ત્રણ આદ્યસ્તંભો આવે છે. કારણ કે તો R, M અને N ત્રણ સાદાં વિધાનો છે.

2. સત્યતાકોષ્ટકમાં હરોળની સંખ્યાને લગતો નિયમ :

કોઈપણ સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતાકોષ્ટકમાં હરોળની સંખ્યા નિશ્ચિત કરવા માટેનું સૂત્ર આ પ્રમાણે છે.

હરોળની સંખ્યા = 2^n

n = સાદાં વિધાનોની કુલ સંખ્યા અથવા આદ્યસ્તંભોની કુલ સંખ્યા.

દા.ત., (1) આ જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં A અને B એ બે સાદાં વિધાનો છે. તેથી તેના સત્યતાકોષ્ટકમાં $2^2 = 2\times2=4$, એમ ચાર હરોળો આવે.

(2) R V (M $\rightarrow$ N) આ જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં R, M અને N એ ત્રણ સાદાં વિધાનો આવે છે. તેથી તેના સત્યતાકોષ્ટકમાં $2^3 = 2\times2\times2=8$, એમ આઠ હરોળો આવે.

(3) A V $\sim$ A આ જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં A આ એક જ સાદું વિધાન આવે છે. તેથી તેનાં સત્યતાકોષ્ટકમાં $2^1 = 2\times1=2$, એમ બે હરોળો આવે.

આમ, આ નિયમ પ્રમાણે એક આદ્યસ્તંભવાળા સત્યતાકોષ્ટકમાં બે હરોળો, બે આદ્યસ્તંભવાળા સત્યતાકોષ્ટકમાં ચાર હરોળો અને ત્રણ આદ્યસ્તંભવાળા સત્યતાકોષ્ટકમાં આઠ હરોળો આવે છે.

3. પ્રત્યેક આદ્યસ્તંભમાં T અને Fની ગોઠવણીને લગતો નિયમ :

જો સંયુક્ત વિધાનમાં સાદાં વિધાનોની કુલ સંખ્યા n હોય, તો તે સંયુક્ત વિધાન માટેના સત્યતાકોષ્ટક m (પહેલાં વિધાનના આદ્યસ્તંભનો પ્રશ્ન હોય તો, m =1 બીજાં વિધાનના આદ્યસ્તંભનો પ્રશ્ન હોય તો m =2. સંક્ષેપમાં m = વિધાનનો અનુક્રમ દર્શાવતી સંખ્યા) સંખ્યાના વિધાનના આદ્યસ્તંભમાં TF નાં 2^{m-1} જૂથો આવે અને પ્રત્યેક જૂથમાં 2^{n-m} T અને એટલી જ સંખ્યાના F આવે દા.ત.

(1) $\sim$ P $\rightarrow$ Q

ઉપર્યુક્ત સંયુક્ત વિધાનમાં બે સાદાં વિધાનો છે. આથી તેમનાં પહેલાં વિધાન P માટેના આદ્યસ્તંભમાં TF નું એક જૂથ

આવે છે. (કારણ કે $2^{1-1} = 2^0 = 1$, થાય છે.) આ એક જૂથ T T F F હોય છે એટલે કે તેમાં પહેલાં બે T અને પછી બે F આવે છે. (કારણ કે $2^{2-1} = 2^1 = 2$, થાય છે.) P માટે સ્તંભમાં T T F F નું એક જૂથ આવે છે એમ કહેવાનો અર્થ કે T T F F એ ક્રમમાં P માટેના સ્તંભની હરોળો ગોઠવાય છે.

બીજા વિધાન Q માટેનાં સ્તંભમાં TFનાં બે જૂથો આવે છે. (કારણ કે $2^{2-1} = 2^1 = 2$, થાય છે.) આ બેમાંનું પ્રત્યેક જૂથ TF હોય છે, એટલે કે તેમાં પહેલાં T F હોય છે, એટલે કે તેમાં પહેલાં T અને પછી એક F આવે છે. (કારણ કે $2^{2-1} - 2^1 = 2^O$, થાય છે.) Q માટેના સ્તંભમાં T F નાં બે જૂથો આવે છે. એમ કહેવાનો અર્થ એ કે T F T F એ ક્રમમાં Q માટેના સ્તંભની હરોળો ગોઠવાય છે. આમ, એ સ્પષ્ટ થાય છે કે P અને Q જેવાં કોઇ પણ બે સાદાં વિધાનોમાંથી બનેલાં જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેનાં સત્યતાકોષ્ટમાં એ સાદાં વિધાનોનાં આદ્યસ્તંભો નીચે મુજબના હોય છે :

P	Q
T	T
T	F
F	T
F	F

બે સાદાં વિધાનોનાં બનેલાં સમુચ્ચય, વિકલ્પન વગેરે સંયુક્ત વિધાનોને લગતા આ પ્રકરણની શરૂઆતમાં આપેલાં સત્યતાકોષ્ટક જોવાથી એ વાતની ખાતરી થશે કે, P અને Q માટેના સ્તંભમાં TF ની ગોઠવણી ઉપર મુજબની જ છે.

(2) P V (Q & R)

ઉપર્યુક્ત સંયુક્ત વિધાનમાં ત્રણ સાદાં વિધાનો આવે છે. આથી તેમાંનાં પહેલાં વિધાન P માટેનાં આદ્યસ્તંભમાં TF નું એક જૂથ આવે છે. (કારણ કે $2^1 - 1 = 2^0 = 1$, થાય છે.) આ એક જૂઠ T T T T F F F F હોય છે. એટલે કે તેમાં પહેલાં ચાર T અને પછી ચાર F આવે છે. (કારણ કે $2^{3-1} = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ થાય છે.) T માટેના સ્તંભમાં આવું એક જૂથ આવે છે. એમ કહેવાનો અર્થ એક કે, T T T T F F F F એ ક્રમમાં P માટેના સ્તંભની હરોળો ગોઠવાય છે.

બીજા વિધાન Q માટેના સ્તંભમાં T F નાં બે જૂથો આવે છે. (કારણ કે $2^2 - 1 = 2^1 = 2$ થાય છે.) આ બેમાંનું પ્રત્યેક જૂથ T T F F હોય છે. એટલે કે તેમાં પહેલાં બે T અને પછી બે F આવે છે. (કારણ કે $2^{3-2} = 2^1 = 2$ થાય છે.) Q માટેના સ્તંભમાં T T F F નાં બે જૂથો છે. એમ કહેવાનો અર્થ એ કે T T F F T T F F એ ક્રમમાં Q માટેના સ્તંભની હરોળો ગોઠવાય છે.

ત્રીજા વિધાન R માટેના સ્તંભમાં T F નાં ચાર જૂથો આવે છે. (કારણ કે $2^{3-1} = 2^2 = 4$ થાય છે.) આ ચારમાંનું પ્રત્યેક જૂથ T F હોય છે. એટલે કે તેમાં પહેલાં એક T અને પછી એક F આવે છે. (કારણ કે $2^{3-3} = 2^0 = 1$ થાય છે.) R માટેના સ્તંભમાં T F નાં ચાર જૂથો આવે છે એમ કહેવાનો અર્થ એ કે TF TF TF TF એ ક્રમમાં R માટેના સ્તંભની હરોળો ગોઠવાય છે.

આમ, એ સ્પષ્ટ થાય છે કે P, Q, R જેવાં કોઇ પણ ત્રણ સાદાં વિધાનોમાંથી બનેલા સંયુક્ત વિધાન માટેના સત્યતાકોષ્ટકમાં એ સાદાં વિધાનો માટેના આદ્યસ્તંભો નીચે મુજબના હોય છે.

P	Q	R
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

પ્રત્યેક આદ્યસ્તંભ T અને F ની ગોઠવણીને લગતા ઉપર્યુક્ત નિયમની ઉદાહરણ સહિતની સમજૂતી પરથી સ્પષ્ટ થશે કે

જે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં ચાર સાદાં વિધાનો આવતાં હોય તેને લગતા સત્યતાકોષ્ટકમાં સોળ હરોળો આવે અને તેના ત્રીજા આદ્યસ્તંભમાં TF નાં ચાર જૂથો આવે. આ ચારમાંના પ્રત્યેક જૂથમાં પહેલા બે T અને પછી બે F આવે. આમ, આ સ્તંભની હરોળો નીચેના ક્રમમાં ગોઠવાય છે.

TT FF   TT FF   TT FF   TT FF

એ જ રીતે જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં પાંચ સાદાં વિધાનો આવતાં હોય તેમાં બત્રીસ હરોળો આવે અને તેના બીજા અને તેના ત્રીજા આદ્યસ્તંભમાં TF નાં ચાર જૂથો આવે. આ ચારમાંના પ્રત્યેક જૂથમાં પહેલાં ચાર T અને પછી ચાર F આવે. આમ, આ સ્તંભની હરોળો નીચેના ક્રમમાં ગોઠવાય છે.

T T T T F F F F   T T T T F F F F   T T T T F F F F   T T T T F F F F

એ કહેવાની ભાગ્યે જ જરૂર રહે છે કે જો જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં ચાર કે પાંચ સાદાં વિધાનો આવતાં હોય, તો તેને લગતા સત્યતાકોષ્ટકોની રચના ઘણી અગવડભરી બને છે. આથી આપણે માત્ર એવાં જ સત્યતાકોષ્ટકો સાથે કામ પાડીશું કે જેમાં ત્રણથી વધુ આદ્યસ્તંભો અને તેથી આઠથી વધુ હરોળો ન હોય.

4. સત્યતાકોષ્ટકમાં આદ્યસ્તંભો ઉપરાંત અન્ય સ્તંભો (ગૌણ સ્તંભો)ની રચનાને લગતો નિયમ :

કોઈ પણ જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેના સત્યતાકોષ્ટકની રચના વખતે સર્વ પ્રથમ આદ્યસ્તંભો તૈયાર કરવાના હોય છે અને ત્યાર પછી અન્ય સ્તંભો કે ગૌણ સ્તંભો રચવાના હોય છે. કોઈ પણ જટિલ સંયુક્ત વિધાનમાં એકના એક કે જુદાં જુદાં કારકોનો જેટલી વખત ઉપયોગ હોય તેટલા અન્ય સ્તંભો તે વિધાન માટેના સત્યતાકોષ્ટકમાં રચવાના હોય છે. ટૂંકમાં વિધાનમાં જેટલા કારકો જેટલી વખત આવે તેટલી સંખ્યામાં અન્ય સ્તંભો રચવાના હોય છે.

ઉપર્યુક્ત નિયમોને અનુસરીને આપણે નીચેનાં ત્રણ જટિલ સંયુક્ત વિધાનો માટેના સત્યતાકોષ્ટક અનુક્રમે રચીશું :

(1) P V ~ P   (2) ~ R → ~ S   (3) A ↔ (B & D)

(1) આપેલું વિધાન : P V ~ P

સત્યતાકોષ્ટક :

	આદ્યસ્તંભ	**ગૌણ સ્તંભો**	
	1	**2**	**3**
	P	~ P	P V ~ P
1	T	F	T
2	F	T	T
		1(~)	1, 2 (V)

ઉપરના દૃષ્ટાંત (1) P V ~ P આ જટલિ સંયુક્ત વિધાનને લગતા સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ ત્રણ સ્તંભો છે. જેમાં પ્રથમ એક આદ્યસ્તંભ છે. (કારણ કે એક જ સાદું વિધાન P છે.) બીજો અને ત્રીજો બંને ગૌણસ્તંભો છે. જેમાંના બીજા સ્તંભની રચના પહેલા સ્તંભને આધારે અને નિષેધને લગતા મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ બીજા સ્તંભની નીચે '1(~)' લખીને કરેલો છે.) ત્રીજા સ્તંભની રચના અનુક્રમે પહેલા અને બીજા સ્તંભને આધારે અને વિકલ્પના મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ ત્રીજા સ્તંભની નીચે 1, 2 (V) લખીને કરેલો છે.)

P V ~ P આ જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેના ઉપરના સત્યતાકોષ્ટમાં પહેલો P આદ્યસ્તંભ છે અને ત્રીજા એટલે કે છેલ્લા સ્તંભમાં આખું વિધાન આવેલું છે. એ જોતાં સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો A સત્ય હોય તો P V ~ P એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (પહેલી હરોળ મુજબ)

(2) જો A અસત્ય હોય તો P V ~ P એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (બીજી હરોળ મુજબ)

આમ, P V ~ P એ વિધાનમાં એક જ સાદું વિધાન હોવાથી, આ સત્યતાકોષ્ટકમાં આદ્યસ્તંભની 1 સંખ્યા છે. જ્યારે બે તાર્કિકકારકો (~ અને V) હોવાથી ગૌણસ્તંભોની સંખ્યા બે છે. આ રીતે કુલ ત્રણ સ્તંભોની રચના થયેલી છે. તેમ જ

આદ્યસ્તંભ એક જ હોવાથી, હરોળની સંખ્યા બે છે (નિયમ નં. 2 પ્રમાણે) આ સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા P V ~ P જટિલ સંયુક્ત વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો સંક્ષિપ્ત ચિતાર મળી રહે છે.

(2) આપેલું વિધાન : ~ R → ~ S

સત્યતાકોષ્ટક :

	આદ્યસ્તંભો		ગૌણસ્તંભો		
	1	2	3	4	5
	R	S	~ R	~ S	~ R → ~ S
1	T	T	F	F	T
2	T	F	F	T	T
3	F	T	T	F	F
4	F	F	T	T	T
			1 (~)	2 (~)	3,4 (→)

સમજૂતી :

ઉપરના દૃષ્ટાંત (2) ~ R → ~ S આ જટલિ સંયુક્ત વિધાનને લગતા સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ પાંચ સ્તંભો છે. જેમાં પ્રથમ એક આદ્યસ્તંભ છે. (કારણ કે R અને S એમ બે સાદાં વિધાનો છે.) ત્રીજો, ચોથો અને પાંચમો બંને ગૌણસ્તંભો છે. ત્રીજા સ્તંભની રચના પહેલાં સ્તંભને આધારે અને નિષેધને લગતાં મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ ત્રીજા સ્તંભની નીચે '1(~)' લખીને કરેલો છે.) ચોથા સ્તંભની રચના બીજા સ્તંભને આધારે અને નિષેધને લગતાં મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ ચોથા સ્તંભની નીચે '2(~)' એમ લખીને કરેલો છે.) પાંચમાં સ્તંભની રચના અનુક્રમે ત્રીજા અને ચોથા સ્તંભને આધારે અને શરતી વિધાનને લગતા મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ પાંચમાં સ્તંભની નીચે '3,4 (→)' એમ લખીને કરેલો છે.)

~ R → ~ S આ જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેના ઉપરના સત્યતાકોષ્ટમાં પ્રથમ બે આદ્યસ્તંભો છે અને પાંચમાં એટલે કે છેલ્લા સ્તંભમાં આખું વિધાન આવેલું છે, એ જોતાં સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો R અને S બંને સત્ય હોય તો ~ R → ~ S એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (પહેલી હરોળ મુજબ)

(2) જો R સત્ય અને S અસત્ય હોય તો ~ R → ~ S એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (બીજી હરોળ મુજબ)

(3) જો R અસત્ય અને S સત્ય હોય તો ~ R → ~ S એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન અસત્ય હોય છે . (ત્રીજી હરોળ મુજબ)

(4) જો R અસત્ય અને S અસત્ય હોય તો ~ R → ~ S એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (ચોથી હરોળ મુજબ)

આમ, ~ R ~ S એ વિધાનમાં એક જ સાદું વિધાન હોવાથી આ સત્યતાકોષ્ટકમાં આદ્યસ્તંભની સંખ્યા બે છે અને ત્રણ તાર્કિક કારકો (~ , ~ અને →) હોવાથી ગૌણ સ્તંભોની ત્રણ છે. આ રીતે કુલ પાંચ સ્તંભોની રચના થયેલી છે. તેમ જ આદ્યસ્તંભ બે હોવાથી સંખ્યા ચાર છે. (નિયમ નં. 2 પ્રમાણે) આ સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા ~ R → ~ S એ જટિલ સંયુક્ત વિધાનના સત્યવિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો સંક્ષિપ્ત ચિતાર મળી રહે છે.

(3) આપેલું વિધાન : A $\leftrightarrow$ (B & D)

સત્યતાકોષ્ટક :

	આદ્યસ્તંભો			ગૌણસ્તંભો	
	1	2	3	4	5
	A	B	D	B & D	A $\leftrightarrow$ (B & D)
1	T	T	T	T	T
2	T	T	F	F	F
3	T	F	T	F	F
4	T	F	F	F	F
5	F	T	T	T	F
6	F	T	F	F	T
7	F	F	T	F	T
8	F	F	F	F	T
				2,3 (&)	1,4 ($\leftrightarrow$)

સમજૂતી :

ઉપરના દૃષ્ટાંત (3) A $\leftrightarrow$ (B & D) આ જટિલ સંયુક્ત વિધાનને લગતા સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ પાંચ સ્તંભો છે, જેમાંના પહેલા ત્રણ આદ્યસ્તંભો છે (કારણ કે A, B અને D એ ત્રણ સાદાં વિધાનો છે.) ચોથો અને પાંચમો એમ બે ગૌણ સ્તંભો છે. ચોથા સ્તંભની રચના અનુક્રમે બીજા અને ત્રીજા સ્તંભને આધારે તેમ જ સમુચ્ચયને લગતા મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ ચોથા સ્તંભની નીચે '2,3 (&)' એમ લખીને કરેલો છે.) પાંચમાં સ્તંભની રચના અનુક્રમે પહેલાં અને ચોથા સ્તંભને આધારે તેમજ દ્વિશરતી વિધાનને લગતાં મૂળભૂત સત્યતાકોષ્ટકને અનુસરીને થયેલી છે. (આ હકીકતનો નિર્દેશ પાંચમા સ્તંભની નીચે '1,4 ($\leftrightarrow$)' એમ લખીને કરેલો છે.

A $\leftrightarrow$ (B & D) આ જટિલ સંયુક્ત વિધાન માટેના ઉપરના સત્યતાકોષ્ટમાં પ્રથમ બે આદ્યસ્તંભો છે અને પાંચમાં એટલે કે છેલ્લા સ્તંભમાં આખું વિધાન આવેલું છે, એ જોતાં સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો A, B અને D ત્રણેય વિધાનો સત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (પહેલી હરોળ મુજબ)

(2) જો A, B સત્ય અને D અસત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન અસત્ય હોય છે. (બીજી હરોળ મુજબ)

(3) જો A સત્ય, B અસત્ય અને D સત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન અસત્ય હોય છે. (ત્રીજી હરોળ મુજબ)

(4) જો A સત્ય અને B, D અસત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન અસત્ય હોય છે. (ચોથી હરોળ મુજબ)

(5) જો A અસત્ય અને B, D સત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન અસત્ય હોય છે. (પાંચમી હરોળ મુજબ)

(6) જો A અસત્ય અને B સત્ય અને D અસત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (છઠ્ઠી હરોળ મુજબ)

(7) જો A, B અસત્ય અને D સત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (સાતમી હરોળ મુજબ)

(8) જો A, B અને D ત્રણેય વિધાનો અસત્ય હોય, તો A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાન સત્ય હોય છે. (આઠમી હરોળ મુજબ)

આમ, A $\leftrightarrow$ (B & D) એ વિધાનમાં ત્રણ સાદાં વિધાનો હોવાથી આ સત્યતાકોષ્ટકમાં આદ્યસ્તંભની સંખ્યા ત્રણ છે અને બે તાર્કિક કારકો ($\leftrightarrow$ અને &) હોવાથી ગૌણસ્તંભની સંખ્યા બે છે. આ રીતે કુલ પાંચ સ્તંભોની રચના થયેલી છે. તેમજ આદ્યસ્તંભો ત્રણ હોવાથી હરોળની સંખ્યા આઠ છે. (નિયમ નં. 2 પ્રમાણે) આ સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા A $\leftrightarrow$ (B & D) એ જટિલ સંયુક્ત વિધાનના સત્યતામૂલ્ય અંગેનો સંક્ષિપ્ત ચિતાર મળી રહે છે.

મનોયત્ન 1.4

1. નીચે આપેલાં જટિલ સંયુક્ત વિધાનો માટેના સત્યતાકોષ્ટક રચો અને તેની સમજૂતી આપો :

* (1) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow P$

* (2) $\sim Q \vee P$

(3) $(P \vee Q) \rightarrow \sim P$

(4) $\sim P \rightarrow \sim Q$

* (5) $A \leftrightarrow \sim \sim A$

(6) $\sim R \vee \sim P$

* (7) $P \leftrightarrow (Q \vee R)$

(8) $B \vee \sim B$

(9) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim A \vee \sim B)$

(10) $(P \vee Q) \& \sim (P \vee Q)$

* * * *

વિધાન માટેનાં રૂપો અને તેમનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો : (Propositional from and Substitution Instances)

આપણે પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ સાદાં, સંયુક્ત અને જટિલ સંયુક્ત વિધાનોનો પરિચય મેળવ્યો. હવે આપણે વિધાન માટેના રૂપ અને તેનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શન અંગે સમજૂતી મેળવીશું.

(1) વિધાન માટેનું રૂપ : (Propositional Form)

વિધાન માટેનું રૂપ એ પ્રતીકોની એવી ગોઠવણી છે કે જેમાં વિધાનો નહિ પણ વિધાનપરક પરિવર્તી કે વિધાનપરક પરિવર્તીઓ અને તાર્કિક કારકો આવેલા હોય છે. આ પરિવર્તી કે પરિવર્તીઓને સ્થાને - એકના એક પરિવર્તીને સ્થાને એકનું એક જ વિધાન આવે એ રીતે - વિવિધ વિધાનો મૂકવામાં આવે તો એને પરિણામે એક વિધાન મળે છે. દા.ત., p, p & q, $\sim p \rightarrow (q \vee r)$

વિધાન માટેના રૂપની વ્યાખ્યા પરથી નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ થાય છે :

(1) વિધાન માટેના રૂપની રજૂઆતમાં હંમેશાં વિધાનપરક પરિવર્તી કે પરિવર્તીઓ અને તાર્કિક કારકો હોય છે.

(2) વિધાન માટેનું રૂપ એ વિધાન નથી અને તેથી એ ક્યારેય સત્ય કે અસત્ય હોતું નથી.

(3) વિધાન માટેનું રૂપ એ જેની અંદર વિધાનો ગોઠવી શકાય એવું એક માળખું છે.

(4) વિધાન માટેના રૂપમાળખામાં જ્યારે વિધાનો ગોઠવવામાં આવે છે ત્યારે જ આપણને વિધાન મળે છે અને આ રીતે મળેલું વિધાન બીજા કોઈ પણ વિધાનની જેમ અનિવાર્ય રીતે સત્ય કે અસત્ય હોય છે.

2. વિધાન માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન : (Substitution instance of a Propositional Form)

વિધાન માટેના કોઈ પણ રૂપમાંથી મેળવવામાં આવેલા વિધાનને વિધાન માટેના એ રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન કહે છે. વિધાન માટેનાં કોઇ પણ રૂપનું સ્થાપત્તિનિદર્શન મેળવતી વખતે તે રૂપમાં આવતાં વિવિધ વિધાનપરક પરિવર્તીઓને સ્થાને ગમે એ વિધાનો મૂકી શકાય છે. જોકે એકના એક પરિવર્તીને સ્થાને તો એકનું એક જ વિધાન મુકાય. આના પરથી એ સ્પષ્ટ થવું ઘટે છે કે, વિધાન માટેનાં કોઇ પણ એક રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અનેક હોય છે. દા.ત., નીચેનાં તમામ વિધાનો ('p & q')એ એક જ રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો છે.

	વિધાન	પ્રાતીક રજૂઆત
1	સૂર્ય ગરમ છે અને ચંદ્ર શીતળ છે.	M & P
2	ટેબલ મોટું હોય છે અને સ્ટૂલ નાનું હોય છે.	J & K
૩	સ્કૂટર મશીનથી ચાલે છે અને સાઇકલ પગથી ચાલે છે.	A & B
૪	દરિયો ઊંડો હોય છે અને આકાશ ઊંચું હોય છે.	S & T
૫	શેઠ વ્યવહારુ છે અને શેઠાણી પ્રેમાળ છે.	P & Q

વિધાન માટેના કોઈ પણ રૂપમાં આવતા વિવિધ વિધાનપરક પરિવર્તીઓને સ્થાને વિવિધ વિધાનો મૂકવાથી આપણને વિધાન માટેના રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો મળે છે. વિધાન માટેના રૂપમાંથી એના સ્થાનાપત્તિનિદર્શનરૂપ વિધાન મેળવતી વખતે ત્રણ નિયમોનું પાલન કરવું આવશ્યક છે.

(1) વિધાન માટેના રૂપમાં પ્રત્યેક વિધાનપરક પરિવર્તીને સ્થાને કોઈ પણ સાદું, સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત વિધાન મૂકવું.

(2) વિધાન માટેના રૂપમાં એકનું એક વિધાનપરક પરિવર્તી જેટલી વાર આવે તેટલી વાર તેને સ્થાને એકનું એક જ વિધાન (સાદું, સંયુક્ત કે જટિલ સંયુક્ત જે વિધાન પ્રથમ વાર મૂક્યું હોય તે જ વિધાન) મૂકવું.

(3) વિધાન માટેના રૂપમાં આવતા તાર્કિક કારકમાં કોઈ ફેરફાર કરવો નહિ. એટલે કે વિધાન માટેના રૂપમાં જે તાર્કિક કારકો જે ક્રમમાં ગોઠવાયેલા હોય એના એ જ તાર્કિક કારકોને એના એ જ ક્રમમાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનમાં ગોઠવવા.

આ નિયમોની સ્પષ્ટતા માટે વિધાન માટેનાં કેટલાંક રૂપો અને તેમનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સમજૂતી મેળવીશું.

વિધાન માટેનાં રૂપો :

(1) p (2) p & q

(3) p & ~ q (4) (p v q) & p

વિધાન માટેનાં રૂપોનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો

(1) B

(2) A & B

(3) B & ~ D

(4) (J V K) & J

(5) ~ P & (Q $\rightarrow$ R)

(6) A & ~ (R $\leftrightarrow$ S)

(7) (~ A V B) & ~ A

(8) (P $\rightarrow$ Q) & (R $\rightarrow$ S)

(9) (B V ~ D) & (~ A $\rightarrow$ ~ E)

(10) [(~ P & R) V (S $\rightarrow$ T)] & (~ P & R)

વિધાન માટેનાં ઉપર આપેલાં રૂપો અને એમનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અંગે નીચેના મુદ્દાઓ નોંધપાત્ર છે.

(1) વિધાન નં. (1) થી (10) સુધીના કોઈ પણ વિધાનને વિધાન માટેના રૂપ p માંથી મેળવી શકાય છે. કારણ કે Pને સ્થાને સાદું વિધાન, સંયુક્ત વિધાન કે જટિલ સંયુક્ત વિધાન ગમે એ એક વિધાન મૂકી શકાય છે. આમ, આ દસ વિધાનોમાંનું પ્રત્યેક વિધાન P નું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન છે.

(2) વિધાન નં. (2) થી (10) સુધીના કોઈ પણ વિધાનને 'p & q' એ રૂપમાંથી મેળવી શકાય છે. કારણ કે આ બધાં વિધાનોમાં સર્વોપરી કારક & જ છે. આ સર્વોપરી કારકની ડાબી બાજુએ આવેલું વિધાનને p ને સ્થાને અને જમણી બાજુએ આવેલું વિધાનને q ને સ્થાને p & q માં આવતા તાર્કિક અચલ & માં બિલકુલ ફેરફાર કર્યા વગર, આ (2) થી (10) સુધીનાં વિધાનો p & q એ રૂપમાંથી મેળવી શકાય છે. આમ, આ નવ વિધાનો નાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો છે. વિધાન B 'p & q' નું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન નથી, કારણ કે તેમાં & નો ઉપયોગ થયેલો નથી.

(3) વિધાન નં. (3), (6) થી (9) એ p & ~ q નાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો છે. બાકીનાં સાત વિધાનોમાં, p & ~ q જે રૂપમાં છે તે રીતે, & ની જમણી બાજુએ ~ નો ઉપયોગ થયેલો નથી, એથી એમને p & ~ qમાંથી મેળવી શકાય નહિ (વિધાન (7) માં & ની જમણી બાજુએ જે ~ આવે છે તે રૂપ (3) ના તાર્કિક અચલ તરીકે નથી આવતું પણ રૂપ (4) માં બે વાર p આવે છે અને એના સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ વિધાન (7) માં p ને સ્થાને ~ A મૂકેલું છે તેથી આવે છે.

(4) વિધાન નં. (4), (7) અને (10) એ (p v q) & P નાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો છે. બાકીનાં સાત વિધાન & ની ડાબી બાજુએ, આ રૂપમાં છે એવું, કૌંસબદ્ધ વિકલ્પન નથી. એથી આ વિધાનો વિધાન માટેનાં આ રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો નથી.

વિધાન માટેના કોઇ પણ એક રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અનેક હોય છે એ આપણે અગાઉ સ્પષ્ટ કરેલું જ છે.અહીં વિશેષમાં એ પણ સ્પષ્ટ થાય છે કે, એકનું એક વિધાન વિધાન માટેનાં એકથી વધારે રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન હોય છે.

3. વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારો (Kinds of Propositional Form)

વિધાન માટેનાં રૂપો ત્રણ પ્રકારનાં છે.

(1) વિધાન માટેનું તદ્દેવાર્થક રૂપ

(2) વિધાન માટેનું સ્વ-વ્યાઘાતી રૂપ

(3) વિધાન માટેનું પરાયત રૂપ

(1) વિધાન માટેનું તદ્દેવાર્થક રૂપ : (Tautologous Propositional Form)

વિધાન માટેના જે રૂપના તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો હંમેશાં સત્ય જ હોય તે રૂપને વિધાન માટેનું તદ્દેવાર્થક રૂપ કહે છે. દા.ત.,

p V ~ p

'p V ~ p' વિધાન માટેનું આ રૂપ વૈકલ્પિક વિધાન માટેનું રૂપ છે અને તેમાં 'p' એ એક જ વિધાનપરક પરિવર્તી છે. આ વિધાનપરક પરિવર્તીને સ્થાને અમુક વિધાન મૂકવાથી આપણને વિધાન માટેના આ રૂપના સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ જે વિધાન મળે તે વૈકલ્પિક વિધાન હશે. આ વૈકલ્પિક વિધાનનાં એક વિકલ્પ તરીકે 'p'ને સ્થાને મૂકવામાં આવેલું વિધાન અમુક એક સાદું કે સંયુક્ત હશે અને બીજા વિકલ્પ તરીકે એ જ વિધાનનો (પહેલા વિકલ્પનો) નિષેધ હશે. હવે જો 'p'ને સ્થાને સત્ય વિધાન મૂકવામાં આવ્યું હશે તો આ વિકલ્પન વિધાનનો પહેલો વિકલ્પ સત્ય હશે અને જો 'p'ને સ્થાને અસત્ય વિધાન મૂકવામાં આવ્યું હશે તો નિષેધના સત્યતામૂલ્યના નિયમને અનુસરીને આ વૈકલ્પિક વિધાનનો બીજો વિકલ્પ સત્ય ઠરશે. આમ, 'p'ને સ્થાને સત્ય કે અસત્ય કોઈપણ વિધાન મૂકવામાં આવે તો વિકલ્પન વિધાનનો એક વિકલ્પ તો સત્ય ઠરશે અને જો કોઈ પણ એક વિકલ્પ સત્ય હોય તો વિકલ્પનના સત્યતામૂલ્યના નિયમને અનુસરીને આખું વૈકલ્પિક વિધાન હંમેશાં સત્ય ઠરે છે. આમ, 'p V ~ p' એ વિધાન માટેનું એવું રૂપ છે કે તેના સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ કોઇ વૈકલ્પિક હંમેશાં સત્ય હોય છે. આનો અર્થ એ કે 'p V ~ p' એ વિધાન માટેનું તદ્દેવાર્થક રૂપ છે.

'p V ~ p' એ વિધાન માટેના તદ્દેવાર્થક રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ વિધાનો ભૂતકાળ, વર્તમાનકાળ કે ભવિષ્યકાળને લગતાં તેમજ વિવિધ પ્રકાર વિષયોને લગતાં હોઇ શકે છે પણ તેમનું સત્યતામૂલ્ય હંમેશાં સત્ય જ રહે છે. એ મુદ્દાની સ્પષ્ટતા માટે નીચે આપેલ કોષ્ટક જુઓ :

'p V ~ p' નાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અને તેમના સત્યતામૂલ્યો

ક્રમ	'p V ~ p' રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો	પ્રાતીક રજૂઆત	સત્યતામૂલ્ય
1	કાં તો રવીન્દ્રનાથ ટાગોર સાહિત્યકાર હતા (સત્ય)અથવા રવીન્દ્રનાથ ટાગોર સાહિત્યકાર ન હતા (અસત્ય)	R V ~ R	સત્ય
2	કાં તો મહાત્મા ગાંધી બંગાળી છે (અસત્ય) અથવા મહાત્મા ગાંધી બંગાળી નથી (સત્ય)	M V ~ M	સત્ય
3	કાં તો પ્રથમા એચ. એસ. સી.માં પાસ થશે અથવા પ્રથમા એચ. એસ. સી.માં પાસ થશે નહિ. (જો પહેલો વિકલ્પ સત્ય તો બીજો અસત્ય અને જો પહેલો વિકલ્પ અસત્ય તો બીજો સત્ય)	D V ~ D	સત્ય
4	કાં તો (જો ગરમી આપવામાં આવશે તો પદાર્થ ફૂલશે) (સત્ય) અથવા એ ખરું નથી કે (જો ગરમી આપવામાં આવશે તો પદાર્થ ફૂલશે.) (અસત્ય)	(G → H) V ~ (G → H)	સત્ય
5	કાં તો (સ્વામી વિવેકાનંદ અમેરિકન છે અને સૉક્રેટિસ ભારતીય છે) (અસત્ય) અથવા (સ્વામી વિવેકાનંદ અમેરિકન છે અને સૉક્રેટિસ ભારતીય છે) એ ખરું નથી (સત્ય)	(A & B) V ~ (A & B)	સત્ય

(2) વિધાન માટેનું સ્વ-વ્યાઘાતી રૂપ : (Self - Contradictory Propositional Form)

વિધાન માટેના જે રૂપનાં તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો હંમેશાં અસત્ય હોય તે રૂપને વિધાન માટેનું સ્વ-વ્યાઘાતી રૂપ કહે છે. દા.ત.,

p & ~ p

'p & ~ p' વિધાન માટેનું આ રૂપ સામુચ્ચયિક વિધાન માટેનું રૂપ છે અને તેમાં એક જ વિધાનપરક પરિવર્તી છે. આ વિધાનપરક પરિવર્તીને સ્થાને અમુક વિધાન મૂકવાથી આપણને માટેના આ રૂપના સ્થાનાપતિનિદર્શન રૂપ જે વિધાન મળે તે સામુચ્ચયિક વિધાન હશે. આ સામુચ્ચયિક વિધાનમાં એક સમુચ્ચિત તરીકે p ને સ્થાને મૂકવમાં આવેલું વિધાન અમુક એક સાદું કે સંયુક્ત વિધાન હશે અને બીજા સમુચ્ચિત તરીકે એ જ વિધાનનો (પહેલા સમુચ્ચિતનો) નિષેધ હશે. હવે જો pને સ્થાને સત્ય વિધાન મૂકવામાં આવ્યું હશે તો આ સામુચ્ચયિક વિધાનનું પહેલું સમુચ્ચિત સત્ય હશે પરંતુ બીજું સમુચ્ચિત (પહેલા સમુચ્ચિતનો નિષેધ) નિષેધના સત્યતામૂલ્યના નિયમને અનુસરીને અસત્ય ઠરશે અને જો pને સ્થાને અસત્ય વિધાન મૂકવામાં આવ્યું હશે તો આ સામુચ્ચયિક વિધાનનું પહેલું સમુચ્ચિત જ અસત્ય હશે. આમ, pને સ્થાને સત્ય કે અસત્ય કોઈપણ વિધાન મૂકવામાં આવે તો સામુચ્ચયિક વિધાનનો એક સમુચ્ચિત તો અસત્ય જ ઠરશે અને બેમાંથી કોઈ પણ એક સમુચ્ચિત અસત્ય હોય તો સમુચ્ચયના સત્યતામૂલ્યના નિયમને અનુસરીને આખું સામુચ્ચયિક વિધાન અસત્ય ઠરે, એટલે કે સામુચ્ચયિક વિધાનનું સત્યતામૂલ્ય હંમેશાં અસત્ય જ રહેવાનું. આમ, 'p & ~ p' એ વિધાન માટેનું એવું રૂપ છે કે તેના સ્થાનાપત્તિનિદર્શનરૂપ કોઇ પણ સામુચ્ચયિક વિધાન હંમેશાં અસત્ય જ હોય છે. આનો અર્થ એ કે 'p & ~ p' એ વિધાન માટેનું સ્વ-વ્યાઘાતી રૂપ છે.

'p & ~ p' એ વિધાન માટેના સ્વવ્યાઘાતી રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ વિધાનો ભૂતકાળ, વર્તમાનકાળ કે ભવિષ્યકાળને લગતાં તેમજ વિવિધ પ્રકારનાં વિષયોને લગતાં હોઇ શકે છે પણ તેમનું સત્યતામૂલ્ય હંમેશાં અસત્ય જ રહે છે. એ મુદ્દાની સ્પષ્ટતા માટે નીચે આપેલું કોષ્ટક જુઓ :

'p & ~ p' રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અને તેમના સત્યતામૂલ્યો

ક્રમ	'p & ~ p' રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો	પ્રાતીક રજૂઆત	સત્યતામૂલ્ય
1	રવીન્દ્રનાથ ટાગોર સાહિત્યકાર હતા (સત્ય) અને રવીન્દ્રનાથ ટાગોર સાહિત્યકાર ન હતા (અસત્ય)	R & ~ R	અસત્ય
2	મહાત્મા ગાંધી બંગાળી છે (અસત્ય) અને મહાત્મા ગાંધી બંગાળી નથી. (સત્ય)	M & ~ M	અસત્ય
3	પ્રથમા એચ. એસ. સી.માં પાસ થશે અને પ્રથમા એચ. એસ. સી. માં પાસ થશે નહિ. (જો પેહલું સમુચ્ચિત સત્ય તો બીજું અસત્ય અને જો પહેલું સમુચ્ચિત અસત્યનો બીજું સત્ય)	D & ~ D	અસત્ય
4	જો (પદાર્થને ગરમી આપવામાં આવશે તો પદાર્થ ફૂલશે) (સત્ય) અને (જો પદાર્થને ગરમી આપવામાં આવશે તો પદાર્થ ફૂલશે) એ વાત ખરી નથી. (અસત્ય)	(G → H) & ~ (G → H)	અસત્ય
5	(સ્વામી વિવેકાનંદ અમેરિકન છે અને સૉક્રેટિસ ભારતીય છે) (અસત્ય) અને (સ્વામી વિવેકાનંદ અમેરિકન છે અને સૉક્રેટિસ ભારતીય છે) એ ખરું નથી (સત્ય)	(A & B) & ~ (A & B)	અસત્ય

(3) વિધાન માટેનું પરાયત્ત રૂપ : (Contingent Propositional Form)

વિધાન માટેના જે રૂપનાં કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય હોય અને અને કેટલાંક સ્થાનાપતિનિદર્શનો અસત્ય હોય તે રૂપને વિધાન માટેનું પરાયત્ત રૂપ કહે છે. દા.ત.,

p → q

'p → q' વિધાન માટેનું આ રૂપ શરતી વિધાન માટેનું રૂપ છે અને તેમાં p અને q એ બે વિધાનપરક પરિવર્તીઓ છે. આ વિધાનપરક પરિવર્તીઓને સ્થાને અમુક વિધાનો (pને સ્થાને અમુક એક વિધાન અને qને સ્થાને અમુક બીજું એક વિધાન)

મૂકવાથી આપણને વિધાન માટેના આ રૂપના સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ જે વિધાન મળે તે શરતી વિધાન હશે. આ શરતી વિધાનમાં પૂર્વાંગ તરીકે pને સ્થાને મૂકવામાં આવેલું વિધાન અમુક એક સાદું કે સંયુક્ત વિધાન હશે અને ઉત્તરાંગ તરીકે qને સ્થાને મૂકવામાં આવેલું વિધાન બીજું સાદું કે સંયુક્ત વિધાન હશે.

શરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્યના નિયમોને ધ્યાનમાં લેતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે,

(1) જો p અને q બંનેને સ્થાને સત્ય વિધાનો મૂકવામાં આવશે તો શરતી વિધાન સત્ય ઠરશે.

(2) જો pને સ્થાને સત્ય અને q ને સ્થાને અસત્ય વિધાન મૂકવામાં આવશે તો શરતી વિધાન અસત્ય ઠરશે.

(3) જો pને સ્થાને અસત્ય અને q ને સ્થાને સત્ય વિધાન મૂકવામાં આવશે તો શરતી વિધાન સત્ય ઠરશે.

(4) જો p અને q બંનેને સ્થાને અસત્ય વિધાનો મૂકવામાં આવશે તો શરતી વિધાન સત્ય ઠરશે.

આમ, '$p \rightarrow q$' એ વિધાન માટેના રૂપના સ્થાનાપત્તિનિદર્શન રૂપ શરતી વિધાનોમાંનાં કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય અને કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અસત્ય હોય છે. આનો અર્થ એ કે '$p \rightarrow q$' એ વિધાન માટેનું રૂપ પરાયત્ત છે.

'$p \rightarrow q$' એ વિધાન માટેના પરાયત્ત રૂપના સ્થાનાપત્તિનિદર્શનરૂપ વિધાનો ભૂતકાળ, વર્તમાનકાળ કે ભવિષ્યકાળને લગતાં તેમજ વિવિધ વિષયોને લગતાં હોઈ શકે છે અને તેમનું સત્યતામૂલ્ય હંમેશાં સત્ય જ કે હંમેશાં અસત્ય જ હોતું નથી, પણ કેટલીક વાર સત્ય તો કેટલીકવાર અસત્ય હોય છે. એ મુદ્દાની સ્પષ્ટતા માટે નીચે આપેલું કોષ્ટક જુઓ :

'$p \rightarrow q$' રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અને તેમના સત્યતામૂલ્યો

ક્રમ	'$p \rightarrow q$' સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો રૂપનાં	પ્રાતીક રજૂઆત	સત્યતામૂલ્ય
1	જો રવીન્દ્રનાથ ટાગોર સાહિત્યકાર હતા (સત્ય) તો રવીન્દ્રનાથ ટાગોર તત્ત્વચિંતક હતા (સત્ય)	$R \rightarrow T$	સત્ય
2	જો મહાત્મા ગાંધી બંગાળી હતા (અસત્ય) તો મહાત્મા ગાંધી ભારતના રાષ્ટ્રપિતા હતા. (સત્ય)	$M \rightarrow R$	સત્ય
3	જો પ્રથમા એચ. એસ. સી. માં પાસ થશે, તો પ્રથમા નારાજ થશે (જો પૂર્વાંગ સત્ય તો ઉત્તરાંગ અસત્ય)	$D \rightarrow P$	અસત્ય
4	જો (જો પદાર્થને ગરમી આપવામાં આવશે તો પદાર્થ ફૂલશે) તો (કાં તો ક્યારેક સૂર્યાસ્ત થશે નહિ અથવા ચંદ્ર ક્યારેય ઊગશે નહિ. (પૂર્વાંગ સત્ય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય)	$(G \rightarrow H) \rightarrow (\sim S \vee \sim M)$	અસત્ય
5	જો (સ્વામી વિવેકાનંદ અમેરિકન છે અને સૉક્રેટિસ ભારતીય છે) (અસત્ય) તો (ડૉ. રાધાકૃષ્ણન ગુજરાતી છે અને ઍરિસ્ટોટલ રશિયન છે. (અસત્ય)	$(A \& B) \rightarrow (G \& R)$	સત્ય

મનોયત્ન 1.5

1. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે શબ્દોમાં જવાબ આપો.

(1) વિધાન માટેનાં રૂપના પ્રકારો કેટલા છે ?

(2) વિધાન માટેના રૂપની રજૂઆત કરવા માટે કયા પ્રતીકોનો ઉપયોગ થાય છે ?

(3) વિધાન માટેના રૂપમાંથી મેળવવામાં આવેલા વિધાનને શું કહે છે ?

(4) વિધાન માટેના કોઈ એક રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો કેટલાં હોય છે ?

(5) વિધાન માટેના રૂપનાં તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય હોય તો એ રૂપ કયા પ્રકારનું હોય છે ?

(6) વિધાન માટેના તદેવાર્થક રૂપનું ઉદાહરણ લખો.

(7) વિધાન માટેના રૂપના તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અસત્ય હોય તો એ રૂપ કયા પ્રકારનું હોય છે ?

(8) '$p \& \sim p$' આ વિધાન માટેના રૂપનો પ્રકાર જણાવો.

(9) વિધાન માટેના કયા પ્રકારના રૂપના કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય અને કેટલાંક અસત્ય હોય છે ?

(10) '$p \rightarrow q$'આ વિધાન માટેના રૂપનો પ્રકાર લખો.

2. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે વિધાનોમાં જવાબ આપો.

(1) p & $\sim p$ વિધાન રૂપના સત્યતાકોષ્ટકની રચનામાં કેટલા સ્તંભ અને હરોળ હોય છે?

(2) $\sim p \vee \sim q$ સત્યતાકોષ્ટકની રચનામાં કેટલા સ્તંભ અને હરોળ હોય છે ?

(3) $(p \rightarrow q)$ & r વિધાનરૂપના સત્યતાકોષ્ટકની રચનામાં કેટલા સ્તંભ અને હરોળ હોય છે ?

(4) વિધાન માટેનું રૂપ એટલે શું ?

(5) વિધાન માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન એટલે શું ?

(6) વિધાન માટેના રૂપમાંથી સ્થાનાપત્તિનિદર્શન મેળવતી વખતે કયા નિયમનું પાલન કરવું આવશ્યક છે ?

(7) વિધાન માટેનાં રૂપનાં પ્રકાર જણાવો.

(8) વિધાન માટેનું તદેવાર્થક રૂપ એટલે શું ?

(9) વિધાન માટેનું સ્વવ્યાઘાતી રૂપ એટલે શું ?

(10) વિધાન માટેનું પરાયત્તરૂપ એટલે શું ?

* * * *

વિધાન માટેના રૂપનો પ્રકાર નક્કી કરવાની સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતઃ

વિધાન માટેના આપેલાં રૂપને લગતો સત્યતાકોઠો રચીને એ રૂપનો પ્રકાર સહેલાઈથી નક્કી કરી શકાય છે. સત્યતાકોષ્ટકમાં વિધાન માટેના રૂપને રજૂ કરતાં સ્તંભની (1) બધી હરોળોમાં **T** જ હોય, તો આપેલું રૂપ તદેવાર્થક છે એમ નક્કી થાય. (2) બધી હરોળમાં **F** જ હોય તો આપેલું રૂપ વ્યાઘાતી છે, એમ નક્કી થાય અને (3) કેટલીક હરોળમાં **T** અને કેટલીકમાં **F** હોય (કેટલીક = ઓછામાં ઓછા એક) તો આપેલું રૂપ પરાયત્ત છે એમ નક્કી થાય. વિધાન માટેનાં રૂપનો પ્રકાર નક્કી કરવાની આ સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતના વિશેષ પરિચય માટે આપણે આ રીતને અનુસરીને નીચે આપેલાં વિધાન માટેના રૂપમાંના પ્રત્યેકનો પ્રકાર નક્કી કરીશું.

1. (અ) વિધાન માટેનું રૂપ : $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

(બ) સત્યતાકોષ્ટક :

	1	2	3	4	5
	p	**q**	**p → q**	**q → p**	**(p → q) V (q → p)**
1	T	T	T	T	T
2	T	F	F	T	T
3	F	T	T	F	T
4	F	F	T	T	T
			1,2 (→)	2,1 (→)	3,4,V

(ક) વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારનો નિર્ણય : ઉપરનો સત્યતાકોષ્ટક જોતાં જણાશે કે વિધાન માટેના આપેલાં રૂપની રજૂઆત સ્તંભ નં. (5) માં થયેલી છે. આ સ્તંભની બધી હરોળમાં **T** જ છે. આનો અર્થ એ કે વિધાન માટેના આ રૂપનાં તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય છે અને તેથી, એમ સ્પષ્ટ થાય છે કે વિધાન માટેનું આ રૂપ **તદેવાર્થક** છે.

2. (અ) વિધાન માટેનું રૂપ : $(p \vee q) \,\&\, \sim(p \vee q)$

(બ) સત્યતાકોષ્ટક :

	1	2	3	4	5
	p	**q**	**p V q**	**~ (p V q)**	**(p V q) & ~(p V q)**
1	T	T	T	F	F
2	T	F	T	F	F
3	F	T	T	F	F
4	F	F	F	T	F
			1,2 (V)	3 (~)	4,5 (&)

(ક) વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારનો નિર્ણય :- ઉપરનો સત્યતાકોષ્ટક જોતાં જણાશે કે વિધાન માટેના આપેલા રૂપની રજૂઆત સ્તંભ નં. (5) માં થયેલી છે. આ સ્તંભની બધી હરોળમાં **F** જ છે. આનો અર્થ એ કે વિધાન માટેના આ રૂપનાં તમામ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અસત્ય છે અને તેથી, એમ સ્પષ્ટ થાય છે કે વિધાન માટેનું આ રૂપ **સ્વ-વ્યાઘાતી** છે.

3. (અ) વિધાન માટેનું રૂપ : $(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$

(બ) સત્યતાકોષ્ટક

	1	2	3	4	5	6	7
	p	**q**	**~ p**	**~ q**	**pVq**	**~ p ↔ ~ q**	**(pVq) → (~ p ↔ ~ q)**
1	T	T	F	F	T	T	T
2	T	F	F	T	T	F	F
3	F	T	T	F	T	F	F
4	F	F	T	T	F	T	T
			1 (~)	**2 (~)**	**1,2, (v)**	**3,4 (↔)**	**5,6, (→)**

(ક) વિધાન માટેના રૂપના પ્રકારનો નિર્ણય :

ઉપરનો સત્યતાકોષ્ટક જોતાં જણાશે કે વિધાન માટેના આપેલાં રૂપની રજૂઆત સ્તંભ નં. (7) માં થયેલી છે. આ સ્તંભની બધી હરોળો જોતાં એ સ્પષ્ટ થશે કે તેમાં પહેલી હરોળ અને ચોથી હરોળમાં **T** છે અને બીજી હરોળ અને ત્રીજી હરોળમાં **F** છે. આનો અર્થ એ કે વિધાન માટેના આ રૂપનાં કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો સત્ય છે, જ્યારે કેટલાંક સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અસત્ય છે અને તેથી, એમ સ્પષ્ટ થાય છે કે વિધાન માટેનું આ રૂપ **પરાયત્ત** છે.

મનોયત્ન 1.6

1. સત્યતાકોષ્ટકની રીતનો ઉપયોગ કરીને નીચે આપેલાં વિધાન માટેનાં રૂપમાંનું પ્રત્યેક રૂપ (1) **તદેવાર્થક** (2) **સ્વ- વ્યાઘાતી અને** (3) **પરાયત્ત એ ત્રણમાંથી કયા પ્રકારનું છે તે નક્કી કરો :**

*(1) $(p \rightarrow q) \vee (p \,\&\, \sim q)$

(2) $p \vee (p \rightarrow \sim p)$

(3) $(p \rightarrow q) \,\&\, \sim(p \rightarrow q)$

(4) $(p \vee q) \rightarrow (p \,\&\, q)$

*(5) $\sim(p \vee \sim\sim p)$

*(6) $p \,\&\, (q \rightarrow r)$

(7) $(p \vee q) \leftrightarrow (q \& p)$

(8) $\sim p \rightarrow (p \vee q)$

(9) $(p \& q) \rightarrow (q \vee r)$

(10) $\sim p \leftrightarrow (p \vee \sim p)$

(11) $(p \& q) \vee \sim (p \& q)$

(12) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

* (13) $(p \leftrightarrow q) \& \sim (p \leftrightarrow q)$

(14) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

* (15) $(p \rightarrow q) \& (p \vee q)$

(16) $p \rightarrow [q \& (p \rightarrow r)]$

(17) $\sim [(p \& r) \rightarrow (p \vee q)]$

(18) $\sim (p \vee \sim q) \& \sim (q \vee \sim p)$

(19) $(p \vee q) \& \sim (q \rightarrow p)$

(20) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

* * * *

સ્વાધ્યાય 1

1. **નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને જવાબ લખો :**

(1) 'તત્ત્વજ્ઞાન અઘરો વિષય નથી' આ વિધાન કયા પ્રકારનું છે ?

(અ) સાદું (બ) જટિલ સંયુક્ત (ક) સંયુક્ત (ડ) શરતી

(2) અમુક નિશ્ચિત વિધાન માટે વપરાતા A થી Z સુધીના કૅપિટલ અક્ષરોને શું કહેવાય છે ?

(અ) તાર્કિક કારક (બ) વિધાનપરક અચલ (ક) વિધાનપરક પરિવર્તી (ડ) સર્વોપરી કારક

(3) મૂળભૂત તાર્કિક કારકો કેટલા છે ?

(અ) પાંચ (બ) ત્રણ (ક) ચાર (ડ) બે

(4) નીચેનામાંથી એકમુખી કારક ઓળખાવો.

(અ) v (બ) $\rightarrow$ (ક) $\sim$ (ડ) &

(5) પૂર્વાંગ સત્ય હોય અને ઉત્તરાંગ અસત્ય હોય તેવાં શરતી વિધાનની સત્યતા જણાવો.

(અ) અસત્ય (બ) શંકાસ્પદ (ક) પ્રમાણભૂત (ડ) સત્ય

(6) નીચેનામાંથી કયું વિધાન જટિલ દ્વિશરતી છે ?

(અ) $(R \leftrightarrow T) \rightarrow H$ (બ) $\sim (A \leftrightarrow B)$ (ક) $K \vee (J \leftrightarrow L)$ (ડ) $\sim M \leftrightarrow \sim N$

(7) 'p & q' એ વિધાન માટેનાં રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન કયું છે ?

(અ) $(A \& B) \vee C$ (બ) $\sim (R \& S)$ (ક) $K \& (E \vee F)$ (ડ) $\sim J \rightarrow \sim L$

(8) $(P \& Q) \vee \sim P$ ના સત્યતાકોષ્ટકમાં કેટલા આદ્યસ્તંભ આવે છે ?

(અ) ત્રણ (બ) પાંચ (ક) બે (ડ) ચાર

(9) ત્રણ સાદાં વિધાનોવાળા જટિલ સંયુક્ત વિધાનના સત્યતાકોષ્ટકમાં કેટલી હરોળ હોય છે ?

(અ) આઠ (બ) છ (ક) બે (ડ) ચાર

(10) નીચેનામાંથી કયું વિધાન રૂપ સ્વ-વ્યાઘાતી છે ?

(અ) $p \rightarrow q$ (બ) $p \& \sim p$ (ક) $p \vee \sim p$ (ડ) $p \& \sim q$

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ સવિસ્તર લખો :

(1) વિધાનપરક અચલ અને વિધાનપરક પરિવર્તી વચ્ચેનો તફાવત જણાવો.

(2) '~'નું તાર્કિક સ્વરૂપ સમજાવીને નિષેધનું લક્ષણ આપો.

(3) '&'નું તાર્કિક સ્વરૂપ સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી સ્પષ્ટ કરો અને સમુચ્ચયનું લક્ષણ આપો.

(4) સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી 'V'નું લક્ષણ અને તેના તાર્કિક સ્વરૂપની સમજૂતી આપો અને વિકલ્પનનું લક્ષણ લખો.

(5) '→'નું તાર્કિક સ્વરૂપ સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી સ્પષ્ટ કરો અને શરતીવિધાનનું લક્ષણ જણાવો.

(6) સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી '↔'નું તાર્કિક સ્વરૂપ સમજાવો અને દ્વિશરતી વિધાનનું લક્ષણ આપો.

(7) વિધાન માટેનાં તદેવાર્થક રૂપની સમજૂતી આપો.

(8) વિધાન માટેનાં સ્વ-વ્યાઘાતી રૂપની સમજૂતી આપો.

(9) વિધાન માટેનાં પરાયત્ત રૂપની સમજૂતી આપો.

(10) ટૂંકનોંધ લખો. (1) જટિલ સંયુક્ત વિધાન (2) સર્વોપરીકારક

●

2 દલીલનું રૂપ અને દલીલનું પ્રામાણ્ય

પ્રસ્તાવના :

આપણે જાણીએ છીએ કે, તર્કશાસ્ત્ર રૂપલક્ષીશાસ્ત્ર છે. દલીલોનું પ્રામાણ્ય નક્કી કરતી વખતે તર્કશાસ્ત્રી દલીલના વિષયને નહિ પણ દલીલના રૂપને જ ધ્યાનમાં લે છે. પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં આપેલી દલીલનું રૂપ સ્પષ્ટ કરીને સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી તેનું પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્ય નક્કી કરવામાં આવે છે. આ સત્યતાકોષ્ટકની રીતની સમજૂતી મેળવવી હોય તો પહેલાં (1) દલીલ માટેનું રૂપ અને (2) દલીલના રૂપ માટેનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન એ બે બાબતોનો ખ્યાલ મેળવી લેવો જરૂરી છે.

દલીલ માટેનું રૂપ અને તેનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન

1. દલીલ માટેનું રૂપ : (Form of Argument)

દલીલ માટેનું રૂપ એટલે જેમાં વિધાનો નહિ પણ વિધાનો માટેનાં પરિવર્તીઓ અને તાર્કિક કારકો આવતાં હોય તેવી પ્રતીકોની એવી વ્યવસ્થિત રચના (ખાસ પ્રકારની ગોઠવણી) છે કે જેનાં પરિવર્તીઓને સ્થાને વિધાનો મૂકવામાં આવે (એકના એક પરિવર્તીને સ્થાને એકનું એક જ વિધાન મૂકવામાં આવે) તો તેમાંથી દલીલ મળે છે. દા.ત.

$p \rightarrow q$

p

$\therefore \quad q$

દલીલ માટેના રૂપનાં ઉપર જણાવેલા લક્ષણને આધારે નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ કરી શકાય :

(1) દલીલ માટેના રૂપમાં વિધાનો નહિ પણ વિધાનો માટેના પરિવર્તીઓ અને તાર્કિક કારકોનો ઉપયોગ થાય છે.

(2) આ પરિવર્તીઓની વ્યવસ્થિત રચના (ખાસ પ્રકારની ગોઠવણી) હોય છે.

(3) આ પરિવર્તીઓને સ્થાને જો વિધાનો મૂકવામાં આવે (એકના એક પરિવર્તીને સ્થાને એકનું એક જ વિધાન મૂકવામાં આવે) તો તેમાંથી દલીલ મળે છે. દા.ત.,

(i) ઉપરની દલીલ માટેના રૂપમાં જો આપણે **p** તેમજ **q** ને સ્થાને અનુક્રમે (અ) અનેરી મહેનત કરે છે. (બ) તેણી સફળતા પ્રાપ્ત કરે છે - એ બે વિધાનો મૂકીએ તો આ રૂપમાંથી નીચે મુજબની દલીલ મળે છે.

જો અનેરી મહેનત કરે છે તો તેણી સફળતા પ્રાપ્ત કરે છે.

અનેરી મહેનત કરે છે.

∴ તેણી સફળતા પ્રાપ્ત કરે છે.

(ii) જો આપણે **p** તેમજ **q** ના સ્થાને અનુક્રમે (અ) માનવી દૃઢ મનોબળ કેળવે છે (બ) તેનુ કાર્ય સિધ્ધ થાય છે - એ બે વિધાનો મૂકીએ તો આ રૂપમાંથી નીચેની દલીલ મળે છે.

જો માનવી દૃઢ મનોબળ કેળવે છે તો તેનું કાર્ય સિધ્ધ થાય છે.

માનવી દૃઢ મનોબળ કેળવે છે.

∴ તેનું કાર્ય સિદ્ધ થાય છે.

2. દલીલ માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન : (Substitution Instances for the form of argument)

દલીલ માટેના રૂપમાં આવતા વિધાનો માટેનાં પરિવર્તીઓને સ્થાને વિધાનો મૂકવાથી જે દલીલ મળે તેને તે દલીલ માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન કહેવાય. દા.ત.

	દલીલ માટેનું રૂપ	દલીલ માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન
(i)	$p \rightarrow q$	જો વિદ્યાર્થીઓ સારી રીતે ભણે છે, તો શાળાનું પરિણામ સુધરે છે.
	p	વિદ્યાર્થીઓ સારી રીતે ભણે છે.
	$\therefore q$	∴ શાળાનું પરિણામ સુધરે છે.

(ii)	$p \vee q$		કાં તો નિરાલી સામાન્ય પ્રવાહ પસંદ કરશે અથવા નિરાલી વિજ્ઞાન પ્રવાહ પસંદ કરશે.
	$\sim p$		નિરાલી સામાન્ય પ્રવાહ પસંદ કરશે નહિ.
$\therefore$	q	$\therefore$	નિરાલી વિજ્ઞાનપ્રવાહ પસંદ કરશે.

ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણો પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે, દલીલ માટેના કોઇ પણ રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન એટલે એ રૂપમાં રજૂ થઇ શકે તેવી કોઇ પણ ઉદાહરણ રૂપ દલીલ. અગાઉ ધોરણ 11 ના પ્રથમ પ્રકરણમાં આપણે સ્પષ્ટ કર્યું છે કે, વિવિધ વિષયોને લગતી દલીલ એક જ રૂપમાં રજૂ થઇ શકે છે. એનો અર્થ એ કે દલીલ માટેના કોઇ પણ એક રૂપનાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો અનેક હોઇ શકે છે.

દલીલના પ્રમાણભૂત અને અપ્રમાણભૂત રૂપની લાક્ષણિકતા :

તર્કશાસ્ત્ર દલીલોનો અભ્યાસ કરે છે. દલીલના સ્વરૂપ તેમજ તેનાં પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્ય અંગે આપણે ધોરણ 11 માં વીગતવાર માહિતી મેળવેલી છે. તે માહિતી અનુસાર પ્રત્યેક દલીલ હંમેશાં પ્રમાણભૂત કે અપ્રમાણભૂત હોય જ છે. એટલે કે દલીલનું મૂલ્યાંકન પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્યની ભાષામાં જ થઇ શકે. અહીં આપણે દલીલના પ્રમાણભૂત અને અપ્રમાણભૂત રૂપની માત્ર લાક્ષણિકતા જોઇને પ્રાતીક તર્કશાસ્ત્રમાં દલીલોનું પ્રામાણ્ય જે રીતથી તપાસવામાં આવે છે તે સત્યતાકોઠાની પ્રત્યક્ષ રીતનો વીગતવાર પરિચય મેળવીશું.

પ્રમાણભૂત દલીલ : પ્રમાણભૂત દલીલની મૂળભૂત લાક્ષણિકતા એ છે કે જો તેનાં આધારવિધાને સત્ય હોય, તો તેનું ફલિતવિધાન પણ સત્ય જ હોય છે.

અપ્રમાણભૂત દલીલ : અપ્રમાણભૂત દલીલની મૂળભૂત લાક્ષણિકતા એ છે કે તેનાં આધારવિધાનો સત્ય હોવા છતાં તેનું ફલિતવિધાન અસત્ય હોય છે.

પ્રમાણભૂત દલીલ અને અપ્રમાણભૂત દલીલની ઉપર્યુક્ત લાક્ષણિકતાઓની તુલના કરતાં સ્પષ્ટ થશે કે, અમુક દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી એમ કહેવાનો અર્થ એ કે તે દલીલ પ્રમાણભૂત છે.

મનોયત્ન 2.1

1. નીચેની દલીલો દલીલ માટેના કયા રૂપમાળખાના સ્થાનાપત્તિ નિદર્શનો છે તે જણાવો :

(1) જો કલાપી કવિ છે તો કલાપી કલ્પનાશીલ છે.
કલાપી કવિ છે.
તેથી, કલાપી કલ્પનાશીલ છે.

(2) કાં તો અપૂર્વ નોકરી કરે છે અથવા અપૂર્વ વ્યવસાય કરે છે.
અપૂર્વ વ્યવસાય કરતો નથી.
તેથી, અપૂર્વ નોકરી કરે છે.

(3) જો તમે યોગ કરો છો તો તમે નીરોગી રહો છો.
જો તમે નીરોગી રહો છો તો તમે સમાજને ઉપયોગી બનો છો.
તેથી, જો તમે યોગ કરો છો તો તમે સમાજને ઉપયોગી બનો છો.

(4) જો પ્રદૂષણ ઘટશે નહિ તો (ગરમીનો પ્રકોપ વધશે અને લોકો ત્રહિમામ્ પોકારશે.)
પ્રદૂષણ ઘટશે નહિ.
તેથી, ગરમીનો પ્રકોપ વધશે અને લોકો ત્રહિમામ્ પોકારશે.

(5) કાં તો વિદ્યાર્થી તર્કશાસ્ત્ર શીખે છે અથવા વિદ્યાર્થી ગણિત શીખે છે.
વિદ્યાર્થી તર્કશાસ્ત્ર શીખે છે.
તેથી, વિદ્યાર્થી ગણિત શીખતો નથી.

(6) જો શાળામાં વૅકેશન પડે છે. તો કાવ્યા નાટક જોવા જાય છે
શાળામાં વૅકેશન પડતું નથી.
તેથી, કાવ્યા નાટક જોવા જતી નથી.

(7) જો (યુવાનો આદર્શવાદી છે અને યુવાનો ઉત્સાહી છે.) તો અને તો જ દેશનું ભાવિ ઉજ્જ્વળ છે.
યુવાનો આદર્શવાદી છે અને યુવાનો ઉત્સાહી છે.
તેથી, દેશનું ભાવિ ઉજ્જવળ છે.

(8) જો (તમે મહેનત કરો છો અને ધીરજ રાખો છો.) તો તમને સફળતા મળે છે.
તમે મહેનત કરો છો અને ધીરજ રાખો છો.
તેથી, તમને સફળતા મળે છે.

(9) જો (હું ટ્રેનમાં જઈશ તો મને કંટાળો આવશે) અને (જો હું વિમાનમાં જઈશ તો મને મજા આવશે.)
કાં તો હું ટ્રેનમાં જઈશ અથવા હું વિમાનમાં જઈશ.
તેથી, કાં તો મને કંટાળો આવશે અથવા મને મજા આવશે.

(10) જો (આપણે દીકરીને બચાવીશું અને દીકરીને ભણાવીશું.) તો અને તો જ સમાજની પ્રગતિ થશે.
આપણે દીકરીને બચાવીશું અને દીકરીને ભણાવીશું.
તેથી, સમાજની પ્રગતિ થશે.

* * * *

દલીલનું પ્રામાણ્ય નક્કી કરવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીત :

જે દલીલ અપ્રમાણભૂત ન હોય તે દલીલ પ્રમાણભૂત હોય છે. એ હકીકતનું, દલીલનું પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્ય નક્કી કરવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની રીતમાં ઘણું મહત્ત્વ છે. સત્યતાકોષ્ટકની આ રીત શું છે અને તેમાં આ હકીકત કઇ રીતે મહત્ત્વની બને છે તે હવે જોઇએ.

આપણે જાણીએ છીએ કે, કોઇ પણ સંયુક્ત વિધાનને લગતા સત્યતાકોષ્ટકમાં આવતી જુદી જુદી હરોળો તેના સત્યતામૂલ્યને લગતા નિયમોનો ચિતાર આપતી હોય છે. આનો અર્થ એ કે જો આપણે આધારવિધાન અને ફલિતવિધાનને લગતાં સત્યતાકોષ્ટક રચીએ તો તેની હરોળો જોઇને આધારવિધાન અને ફલિતવિધાન ક્યારે સત્ય હોય છે અને ક્યારે અસત્ય હોય છે તે આપણે તરત જ જાણી શકીએ. આધારવિધાન અને ફલિતવિધાનના સત્યતાકોષ્ટકની હરોળો જોતાં જો આપણને એમ જાણવા મળે કે, આધારવિધાન સત્ય હોય તેવી બધી હરોળોમાં ફલિતવિધાન પણ સત્ય છે તો દલીલ પ્રમાણભૂત છે તેવો નિર્ણય આપણે લઇ શકીએ. આધારવિધાન સત્ય હોવા છતાં ફલિતવિધાન અસત્ય હોય તેવી એક પણ હરોળ જો સત્યતાકોષ્ટમાં મળી આવે તો દલીલ અપ્રમાણભૂત છે એવો નિર્ણય લઇ શકાય છે. દલીલના પ્રામાણ્ય કે અપ્રમાણ્યનો નિર્ણય લેવાની આ રીતને સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીત કહે છે.

દલીલના પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્યની તપાસ કરવા માટે સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતનો ઉપયોગ કરતી વખતે ખાસ ધ્યાનમાં રાખવા યોગ્ય મુદ્દો એ છે કે, આધારવિધાન અને ફલિતવિધાનના સત્યતાકોષ્ટકની હરોળમાં જો આધારવિધાન સત્ય હોય એવી એક પણ હરોળ હોય જ નહિ તો, (1) 'દલીલ પ્રમાણભૂત છે' એમ કહેવા માટેનો કે (2) 'દલીલ અપ્રમાણભૂત છે.' એમ કહેવા માટેનો કોઇ સીધો આધાર આપણને મળતો નથી. આવા કિસ્સામાં ''દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી'' એવો નિર્ણય લેવા માટેનો સીધો આધાર મળે છે, કારણ કે જો આધારવિધાન સત્ય હોવા છતાં ફલિતવિધાન અસત્ય હોય તો અને તો જ, દલીલ અપ્રમાણભૂત ઠરે છે અને આ કિસ્સામાં એક પણ હરોળ આધારવિધાનને સત્ય દર્શાવતી જ નથી. આમ, આ કિસ્સામાં 'દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી.' એમ સ્પષ્ટ રીતે જોઇ શકાય છે. હવે, જે દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી હોતી તે દલીલ પ્રમાણભૂત હોય છે તેથી આવા કિસ્સામાં દલીલના પ્રામાણ્ય અંગે નીચે મુજબનો નિર્ણય લેવાનું વાજબી ઠરે છે.

'દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી અને તેથી (અર્થાત્) તે પ્રમાણભૂત છે.'

દલીલનું પ્રામાણ્ય તપાસવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતના ઉપર આપેલા વર્ણનમાં આપણે 'આધારવિધાન' અને 'ફલિતવિધાન' એ શબ્દો વાપર્યા છે. કોઇ પણ દલીલમાં ફલિતવિધાન તો એક જ હોય છે, પરંતુ આધારવિધાનો એકથી વધારે હોઇ શકે છે. આ હકીકતને ધ્યાનમાં લઇને 'આધારવિધાન કે આધારવિધાનો' એવો શબ્દપ્રયોગ અહીં કેમ કરવામાં આવ્યો નથી

એવો પ્રશ્ન સ્વાભાવિક રીતે ઊઠે છે. આ પ્રશ્નનો ઉત્તર આ પ્રમાણે છે :

જે દલીલમાં આધારવિધાનની સંખ્યા એક કરતાં વધારે હોય છે તે દલીલોમાં પણ આધારવિધાનોને એકબીજાની તદ્દન અલગ ગણવામાં નથી આવતાં પણ બધાંનો એક સાથે વિચાર કરાવમાં આવે છે. એટલે કે 'આધારવિધાનોના એક સમુચ્ચયમાંથી ફલિતવિધાન નિષ્પન્ન થાય છે' એમ આવી દલીલોમાં કહેવાયું હોય છે. એકથી વધુ આધારવિધાનોવાળી દલીલના આ હાર્દને પકડી લઈને જો આપણે તેમનાં આધારવિધાનોને 'અને' થી જોડીને એક સામુચ્ચયિક વિધાન કે સમુચ્ચયરૂપે રજૂ કરવાનો રિવાજ દાખલ કરીએ તો આવી દલીલો પણ એક આધારવિધાનવાળી બની જાય. દલીલનું પ્રામાણ્ય તપાસવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતનો ઉપયોગ કરતી વખતે આપણે આ રિવાજ સ્વીકાર્યો છે અને તેથી આ રીતના ઉપર આપેલાં વર્ણનમાં 'આધારવિધાન કે આધારવિધાનો' એવો શબ્દપ્રયોગ જરૂરી બનતો નથી. બધાં આધારવિધાનોને એક જ સમુચ્ચયમાં સાંકળી દેવાથી સત્યતાકોષ્ટકમાં આધારવિધાન માટેનો એક જ સ્તંભ રચાય છે અને તેને પરિણામે દલીલના પ્રામાણ્ય કે અપ્રામાણ્યનો નિર્ણય લેવાનું કામ વધુ સરળ બને છે.

દલીલના પ્રામાણ્યની તપાસ કરવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની રીતનું આપણે અત્યાર સુધી માત્ર વર્ણન જ કર્યું છે. હવે એ રીતનો ઉપયોગ કરીને કેટલીક ઉદાહરણરૂપ દલીલોના પ્રામાણ્યની તપાસ કરીએ.

ઉદાહરણો :

(1) જો સૂચિતા સદ્‌ગુણી છે તો સૂચિતા સુખી છે.
સૂચિતા સદ્‌ગુણી છે.
∴ સૂચિતા સુખી છે.

સંકેતાવલી :

સૂચિતા સદ્‌ગુણી છે. = P
સૂચિતા સુખી છે. = Q

દલીલની પ્રાતીક રજૂઆત :

$P \rightarrow Q$
P
$\therefore Q$

આધારવિધાનો સમુચ્ચય રૂપે :

$(P \rightarrow Q) \& P$
$\therefore Q$

સત્યતાકોષ્ટક :

				આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
	P	**Q**	**P → Q**	**(P → Q) & P**	**Q**
1	T	T	T	T*	T*
2	T	F	F	F	F
3	F	T	T	F	T
4	F	F	T	F	F
			1,2 (→)	**3,1 (&)**	**2, પ્રમાણે**

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ પાંચ સ્તંભની રચના થઈ છે. જેમાં સ્તંભ નં. 4માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 5માં ફલિતવિધાનની રજૂઆત થયેલી છે. સત્યતાકોષ્ટકની કુલ ચાર હરોળમાંથી ફક્ત પહેલી હરોળમાં જ આધારવિધાન સત્ય (T) છે અને એ હરોળમાં ફલિતવિધાન પણ સત્ય (T) છે. આથી, આ દલીલ **પ્રમાણભૂત** છે.

(**2**) જો લોકોમાં જાગૃતિ આવે છે તો સમાજમાં ક્રાંતિ આવે છે.

જો સમાજમાં ક્રાંતિ આવે છે તો દેશની પ્રગતિ થાય છે.

તેથી, જો લોકોમાં જાગૃતિ આવે છે તો દેશની પ્રગતિ થાય છે.

સંકેતાવલી :

લોકોમાં જાગૃતિ આવે છે. = A

સમાજમાં ક્રાંતિ આવે છે. = B

દેશની પ્રગતિ થાય છે. = C

દલીલની પ્રાતીક રજૂઆત :

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$\therefore$ $A \rightarrow C$

આધારવિધાનો સમુચ્ચય રૂપે :

$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)$

$A \rightarrow C$

સત્યતાકોષ્ટક :

						આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
	A	**B**	**C**	**$A \rightarrow B$**	**$B \rightarrow C$**	**$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)$**	**$A \rightarrow C$**
1	T	T	T	T	T	T*	T*
2	T	T	F	T	F	F	F
3	T	F	T	F	T	F	T
4	T	F	F	F	T	F	F
5	F	T	T	T	T	T*	T*
6	F	T	F	T	F	F	T
7	F	F	T	T	T	T*	T*
8	F	F	F	T	T	T*	T*
				1,2 ($\rightarrow$)	**2,3 ($\rightarrow$)**	**4,5 (&)**	**1,3 ($\rightarrow$)**

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ 7 સ્તંભની રચના કરેલી છે, જેમાં સ્તંભ નં. 6માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 7માં ફલિતવિધાનની રજૂઆત થયેલી છે. સત્યતાકોષ્ટકની કુલ આઠ હરોળમાંથી હરોળ નં. 1,5,7 અને 8માં આધારવિધાન સત્ય (T) છે અને તે જ હરોળોમાં ફલિતવિધાન પણ સત્ય (T) છે. તેથી, આ દલીલ **પ્રમાણભૂત** છે.

(**3**) કાં તો તે નેતા બનશે અથવા તે અભિનેતા બનશે.

તે અભિનેતા બનશે.

$\therefore$ તે નેતા બનશે નહિ.

સંકેતાવલી :

તે નેતા બનશે = A

તે અભિનેતા બનશે = B

દલીલની પ્રાતીક રજૂઆત :

A V B

B

∴ ~ A

આધારવિધાનો સમુચ્ચય રૂપે :

(A V B) & B

∴ ~ A

સત્યતાકોષ્ટક :

				આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
	A	**B**	**A V B**	**(A V B) & B**	**~ A**
1	T	T	T	T*	F*
2	T	F	T	F	F
3	F	T	T	T	T
4	F	F	F	F	T
			1,2 (V)	**3,2 (&)**	**1 (~)**

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ પાંચ સ્તંભની રચના કરેલી છે, જેમાંથી સ્તંભ નં. 4માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 5માં ફલિતવિધાનની રજૂઆત કરેલી છે. સત્યતાકોષ્ટકની કુલ ચાર હરોળમાંથી હરોળ નં. 1 અને 3માં આધારવિધાન (T) છે. પરંતુ * નિશાની અનુસાર હરોળ નં. 1 માં ફલિતવિધાન અસત્ય (F) છે. તેથી આ દલીલ **અપ્રમાણભૂત** છે.

(**4**) કાં તો કૃષ્ણ પાંડવોના પક્ષે રહેશે અથવા કૌરવો સેનાની માંગણી કરશે.

કૌરવો સેનાની માગણી કરશે.

તેથી, કૃષ્ણ પાંડવોના પક્ષે રહેશે અને પાંડવોની જીત થશે.

સંકેતાવલી :

કૃષ્ણ પાંડવાના પક્ષે રહેશે = P

કૌરવો સેનાની માંગણી કરશે. = S

પાંડવોની જીત થશે. = R

દલીલની પ્રાતીક રજૂઆત :

P V S

S

P & R

આધારવિધાનો સમુચ્ચય રૂપે :

(P V S) & S

P & R

સત્યતાકોષ્ટક :

					આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	P	**S**	**R**	**P V S**	**(P V S)&S**	**P & R**
1	T	T	T	T	T	T
2	T	T	F	T	T*	F*
3	T	F	T	T	F	T
4	T	F	F	T	F	F
5	F	T	T	T	T*	F *
6	F	T	F	T	T*	F*
7	F	F	T	F	F	F
8	F	F	F	F	F	F
				1,2 (V)	**4,2 (&)**	**1,3 (&)**

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ 6 સ્તંભની રચના કરેલી છે. જેમાંથી સ્તંભ નં. 5 માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 6 માં ફલિતવિધાન છે. સત્યતાકોઠાની કુલ આઠ હરોળમાંથી નં. 1,2,5 અને 6 માં આધારવિધાન સત્ય (T) છે પરંતુ ઉપર્યુક્ત '*' નિશાની અનુસાર હરોળ નં. 2, 5 અને 6 માં ફલિતવિધાન અસત્ય (F) છે, તેથી દલીલ **અપ્રમાણભૂત** છે.

5. $\sim P \rightarrow \sim Q$

$\therefore Q \rightarrow P$

સત્યતાકોષ્ટક :

					આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	P	**Q**	**$\sim$ P**	**$\sim$ Q**	**$\sim P \rightarrow \sim Q$**	**$Q \rightarrow P$**
1	T	T	F	F	T	T
2	T	F	F	T	T	T
3	F	T	T	F	F	F
4	F	F	T	T	T	T
			1 ($\sim$)	**2 ($\sim$)**	**3, 4 ($\rightarrow$)**	**2,1 ($\rightarrow$)**

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ 6 સ્તંભની રચના કરેલી છે. જેમાં સ્તંભ નં. 5 માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 6 માં ફલિતવિધાનની રજૂઆત કરેલી છે. સત્યતાકોષ્ટકની કુલ ચાર હરોળમાંથી હરોળ નં. 1, 2 અને 4 માં આધારવિધાન સત્ય (T) છે અને તે જ હરોળમાં ફલિતવિધાન પણ સત્ય (T) જ છે. તેથી, આ દલીલ **પ્રમાણભૂત** છે.

(6) $A \rightarrow \sim (B \,\&\, C)$

$\sim (B \,\&\, C) \rightarrow A$

સત્યતાકોષ્ટક :

	1	2	3	4	5	6	7
	A	B	C	B & C	$\sim$ (B & C)	A $\rightarrow \sim$ (B & C)	$\sim$ (B & C) $\rightarrow$ A
1	T	T	T	T	F	F	T
2	T	T	F	F	T	T	T
3	T	F	T	F	T	T	T
4	T	F	F	F	T	T	T
5	F	T	T	T	F	T	T
6	F	T	F	F	T	T*	F*
7	F	F	T	F	T	T*	F*
8	F	F	F	F	T	T*	F*
				2,3 (&)	4 ($\sim$)	1,5 ($\rightarrow$)	5,1 ($\rightarrow$)

પ્રામાણ્યનો નિર્ણય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં કુલ 7 સ્તંભની રચના કરેલી છે, જેમાંથી સ્તંભ નં. 6માં આધારવિધાન અને સ્તંભ નં. 7માં ફલિતવિધાનની રજૂઆત કરેલી છે. સત્યતાકોષ્ટકની કુલ આઠ હરોળમાંથી હરોળ નં. 2 થી 8માં આધારવિધાન (T) આવે છે પરંતુ ઉપર્યુક્ત '*' નિશાની અનુસાર નં. 6,7 અને 8માં ફલિતવિધાનના સ્તંભમાં (F) આવે છે તેથી આ દલીલ **અપ્રમાણભૂત** છે.

મનોયત્ન 2 . 2

1. નીચેના પ્રશ્નોના એક-બે શબ્દોમાં જવાબ આપો :

(1) દલીલના પ્રામાણ્યનો નિર્ણય શેના પર આધારિત છે ?

(2) દલીલના કોઇ એક રૂપમાં સ્થાનાપત્તિનિદર્શનો કેટલા હોય છે ?

(3) દલીલનું મૂલ્યાંકન કઇ ભાષામાં થઇ શકે છે ?

(4) કેવા પ્રકારની દલીલમાં આધારવિધાનો સત્ય હોય તો તેનું ફલિતવિધાન પણ સત્ય હોય છે ?

(5) કેવા પ્રકારની દલીલમાં આધારવિધાનો સત્ય હોય તો તેનું ફલિતવિધાન અસત્ય હોય છે ?

2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ એક-બે વિધાનોમાં આપો :

(1) તર્કશાસ્ત્ર શા માટે રૂપલક્ષી શાસ્ત્ર છે ?

(2) દલીલ માટેનું રૂપ એટલે શું ?

(3) દલીલ માટેના કોઇ એક રૂપનું ઉદાહરણ લખો.

(4) દલીલ માટેના રૂપના લક્ષણને આધારે કઇ ત્રણ બાબતો સ્પષ્ટ થાય છે ?

(5) દલીલ માટેના રૂપનું સ્થાનાપત્તિનિદર્શન એટલે શું ?

(6) 'તમે આવશો માટે હું જઇશ.' - આ સ્થાનાપત્તિનિદર્શન દલીલ માટેના કયા રૂપનું છે ?

(7) પ્રમાણભૂત દલીલ એટલે શું ?

(8) અપ્રમાણભૂત દલીલની લાક્ષણિકતા જણાવો.

(9) દલીલના પ્રામાણ્ય તપાસવા માટેની સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીત એટલે શું ?

(10) દલીલનું પ્રામાણ્ય તપાસવા માટે કયો રિવાજ સ્વીકાર્ય છે ?

* * * *

સ્વાધ્યાય 2

1. નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને જવાબ આપો :

(1) નીચેનામાંથી દલીલ માટેનું રૂપ ઓળખાવો.

(અ) $\sim P \therefore Q$ (બ) $P \rightarrow Q$ (ક) $\sim p \therefore q$ (ડ) $p \rightarrow q$

(2) 'બધુ સુંદર છે. માટે, તાજમહેલ સુંદર છે.' આ દલીલ માટેના આ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનનું રૂપ નીચેનામાંથી ઓળખાવો.

(અ) $p \therefore q$ (બ) $p \,\&\, q, \therefore p$ (ક) $p \vee q \therefore q$ (ડ) $p \therefore \sim q$

(3) $M \vee N, \sim M \therefore N$ દલીલ માટેના આ સ્થાનાપત્તિનિદર્શનનું રૂપ નીચેનામાંથી ઓળખાવો.

(અ) $p \vee q, p \therefore \sim q$ (બ) $p \vee q, q \therefore p$

(ક) $p \vee q, p \therefore q$ (ડ) $p \vee q, \sim p \therefore q$

(4) સત્ય આધારવિધાન અને અસત્ય ફલિતવિધાનવાળી દલીલ કેવા પ્રકારની હોય છે ?

(અ) સત્ય (બ) અપ્રમાણભૂત (ક) પ્રમાણભૂત (ડ) અસત્ય

(5) જે દલીલ અપ્રમાણભૂત ન હોય તે દલીલ કેવા પ્રકારની હોય છે ?

(અ) પ્રમાણભૂત (બ) સત્ય (ક) અસત્ય (ડ) શંકાસ્પદ

(6) દલીલમાં આધારવિધાનની સંખ્યા કેટલી હોય છે ?

(અ) બે (બ) એક કરતા વધુ (ક) એક (ડ) એક કે તેથી વધુ

(7) દલીલમાં ફલિતવિધાનની સંખ્યા કેટલી હોય છે ?

(અ) બે (બ) એક (ક) ચાર (ડ) ત્રણ

(8) એક થી વધુ આધારવિધાનોવાળી દલીલને કયા તાર્કિક કારક વડે જોડવામાં આવે છે ?

(અ) કાં તો.... અથવા... (બ) જો.... તો.... (ક) અને (ડ) જો.... તો.... અને તો જ....

(9) આધારવિધાનોને એક જ સમુચ્ચયમાં સાંકળવાથી આધારવિધાન માટેના કેટલા સ્તંભ રચાય છે ?

(અ) એક (બ) ચાર (ક) બે (ડ) આઠ

(10) આધારવિધાનોના એક સમુચ્ચયમાંથી શું નિષ્પન્ન થાય છે ?

(અ) શરતી વિધાન (બ) ફલિતવિધાન (ક) સત્ય વિધાન (ડ) અસત્ય વિધાન

2. નીચે આપેલી દલીલોની પ્રાતીક રજૂઆત કરો અને સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતનો ઉપયોગ કરીને તેનું પ્રામાણ્ય નક્કી કરો :

*(1) જો આ પર્વત ધૂમ્રસ્થાન છે તો આ પર્વત અગ્નિસ્થાન છે.
આ પર્વત અગ્નિસ્થાન નથી.
તેથી, આ પર્વત ધૂમ્રસ્થાન નથી.

(2) જો વૃક્ષો વધુ વાવો છો તો (વાતાવરણમાં પ્રદૂષણ ઘટે છે અને વાતાવરણ આહ્લાદક બને છે.)
વૃક્ષો વધુ વાવો છો.
તેથી, વાતાવરણમાં પ્રદૂષણ ઘટે છે અને વાતારવરણ આહ્લાદક બને છે.

(3) જો ભારતમાં હરિયાળી ક્રાંતિ આવે છે તો દેશ સમૃદ્ધ બને છે.
દેશ સમૃદ્ધ બને છે.
તેથી, ભારતમાં હરીયાળી ક્રાંતિ આવે છે.

(4) કાં તો આ દલીલ પ્રમાણભૂત છે અથવા આ દલીલ અપ્રમાણભૂત છે.
આ દલીલ અપ્રમાણભૂત નથી.
તેથી, આ દલીલ પ્રમાણભૂત છે.

(5) જો હીરજી હસે છે તો રૂડકીને રીસ ચડે છે.
રૂડકીને રીસ ચડતી નથી.
તેથી, હીરજી હસે છે.

(6) કાં તો સત્યની જીત થાય છે અથવા સત્યનો પરાજય થાય છે.
સત્યનો પરાજય થતો નથી.
તેથી, સત્યની જીત થાય છે.

(7) જો વાહનોનો વપરાશ વધે છે તો (ગીચતા વધે અને ઘોંઘાટ પણ વધે છે.)
વાહનોનો વપરાશ વધે છે.
તેથી, ગીચતા વધે છે અને ઘોંઘાટ પણ વધે છે.

(8) જો (વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસુ છે અને વિદ્યાર્થીઓ શિસ્તપ્રેમી છે.) તો અને તો જ શાળાનું ગૌરવ વધે છે.
શાળાનું ગૌરવ વધે છે.
તેથી, વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસુ છે અને વિદ્યાર્થીઓ શિસ્તપ્રેમી છે.

*(9) જો (અધ્યાપક વિદ્વાન છે અને અધ્યાપક સારું ભણાવે છે.) તો વિદ્યાર્થીઓનું પરિણામ સુધરે છે.
વિદ્યાર્થીનું પરિણામ સુધરે છે.
તેથી, અધ્યાપક વિદ્વાન છે અને અધ્યાપક સારું ભણાવે છે.

(10) જો તમે નિયમિત કસરત કરો છો તો તમારું મન પ્રફુલ્લિત રહે છે.
જો તમારું મન પ્રફુલ્લિત રહે છે તો તમારું સ્વાસ્થ્ય સારું રહે છે.
તેથી, જો તમે નિયમિત કસરત કરો છો સ્વાસ્થ્ય સારું રહે છે.

3. સત્યતાકોષ્ટકની પ્રત્યક્ષ રીતનો ઉપયોગ કરીને નીચેની દલીલોનું પ્રામાણ્ય નક્કી કરો :

(1) $A \rightarrow \sim B$
B
$\therefore \sim A$

(2) $\sim P \rightarrow \sim Q$
$\sim Q$
$\therefore \sim P$

(3) $\sim B \rightarrow A$
$\therefore \sim A \rightarrow B$

(4) $P \vee (Q \,\&\, R)$
$\sim P$
$\therefore Q \,\&\, R$

(5) $P \rightarrow \sim Q$
$\therefore Q \rightarrow (P \,\&\, Q)$

*(6) $A \rightarrow B$
$\sim B$
$\therefore \sim A$

(7) $A \rightarrow B$
B
$\therefore A$

(8) $P \vee Q$
$\therefore \sim P \,\&\, \sim Q$

(9) $P \vee Q$
Q
$\therefore \sim P$

(10) $A \,\&\, B$
$\therefore B \,\&\, A$

(11) $A \rightarrow (B \vee C)$
$\sim A$
$\therefore B \vee C$

(12) $\sim A \leftrightarrow \sim B$
$\therefore \sim B \rightarrow \sim A$

(13) $\sim A \vee B$
$\sim A$
$\therefore \sim B$

*(14) $P \rightarrow \sim (Q \,\&\, R)$
$\therefore \sim (Q \,\&\, R) \rightarrow P$

(15) $\sim P \vee \sim Q$
Q
$\therefore \sim P$

(16) $P \vee Q$
$\sim P$
$\therefore Q$

(17) $\sim P \vee \sim Q$
$\therefore P \,\&\, Q$

(18) $P \rightarrow Q$
$Q \rightarrow P$
$\therefore P \leftrightarrow Q$

(19) $A \rightarrow B$
$\therefore B \rightarrow A$

(20) $\sim A \,\&\, \sim B$
$\therefore \sim (A \vee B)$

●

3 અનુમાનના નિયમો

પ્રસ્તાવના :

આપણે જાણીએ છીએ કે અનુમાન અને દલીલ એકબીજા સાથે અવિભાજ્ય રીતે સંકળાયેલાં હોય છે. અનુમાન એ એક માનસિક પ્રક્રિયા છે અને દલીલ એ આ પ્રક્રિયાની શાબ્દિક રજૂઆત છે. આમ, અનુમાન અને દલીલ વચ્ચેના આ અતૂટ સંબંધને લીધે જ સામાન્ય વાણીવ્યવહારમાં અનુમાન અને દલીલ એ શબ્દો એકબીજાના પર્યાય તરીકે વપરાય છે.

અનુમાન જો તર્કશુદ્ધ હોય અને આપેલાં આધારવિધાન કે આધારવિધાનો સત્ય હોય છતાં નિષ્પન્ન કરેલું ફલિત વિધાન અસત્ય હોય એમ ક્યારેય બનતું નથી. આપણે એ તો જાણીએ જ છીએ કે પ્રમાણભૂત દલીલમાં જો આધારવિધાનો સત્ય હોય તો ફલિતવિધાન અસત્ય હોઈ શકે જ નહીં. આમ, તર્કશુદ્ધ દલીલમાં ફલિતવિધાનની તારવણી અને પ્રમાણભૂત દલીલ એકસરખી લાક્ષણિકતા ધરાવે છે. આ હકીકત પરથી એ સ્પષ્ટ થાય છે કે જો અનુમાનની પ્રક્રિયા તર્કશુદ્ધ હોય તો અને તો જ એ પ્રક્રિયાના પરિણામરૂપ દલીલ પ્રમાણભૂત હોય છે, કારણ કે અનુમાન ક્રિયાની તાર્કિક શુદ્ધિ અને દલીલનું પ્રામાણ્ય એક જ સિક્કાની બે બાજુઓ છે. આથી, જો આપણને અનુમાનની તાર્કિક સ્વીકાર્યતાનાં ધોરણોનું જ્ઞાન હોય તો અને તો જ એ જ્ઞાનને આધારે આપણે આપેલાં વિધાનોમાંથી તાર્કિક રીતે ફલિત થતાં વિધાનો તારવીને પ્રમાણભૂત દલીલો રચી શકીએ; એટલું જ નહિ પણ એ જ્ઞાનને આધારે આપણે કોઈપણ દલીલના પ્રામાણ્યની ચકાસણી કરી શકીએ છીએ.

અનુમાનની તાર્કિક સ્વીકાર્યતાનાં ધોરણોને તર્કશાસ્ત્રમાં 'અનુમાનના નિયમો' (Rules of Inference) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તર્કશાસ્ત્રમાં અનુમાનના આ નિયમોનું સ્થાન ઘણું મહત્ત્વનું છે. આથી આ પ્રકરણમાં આપણે અનુમાનના આઠ નિયમોનો અભ્યાસ કરીશું :

$\sim$, &, V, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, ને લગતા અનુમાનના આઠ નિયમો :

આપણે જોયું કે પ્રમાણભૂત દલીલનાં આધારવિધાનો જો સત્ય હોય તો એનું ફલિતવિધાન પણ સત્ય હોય છે. પ્રમાણભૂત દલીલની આ લાક્ષણિકતાને લક્ષમાં રાખીને જો આપણે **'&', 'V'** વગેરે સત્યતાફલનલક્ષી કારકના ઉપયોગથી બનતાં વિવિધ પ્રકાર સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને લગતા નિયમોનો વિચાર કરીએ, તો આપણને પ્રમાણભૂત દલીલ તારવવામાં ઉપયોગી થાય એવા કેટલાક નિયમો મળે છે.

દા.ત. 'p V q' એ રૂપનું વૈકલ્પિક વિધાન p અને q એ બંને વિકલ્પો અસત્ય હોય તો અને તો જ અસત્ય હોય છે, આથી, જો આપણને એમ કહેવામાં આવે કે (1) P V Q એ વિધાન સત્ય છે અને (2) P એ વિધાન અસત્ય છે તો એ બે વિધાનોને આધારે આપણે Q એ વિધાન સત્ય છે એમ તારવી શકીએ, કારણ કે અહીં આપેલાં વૈકલ્પિક વિધાન P V Q નો એક વિકલ્પ P તો અસત્ય છે. એથી જો P V Q એ અહીં આપેલું વિકલ્પન સત્ય હોય, તો એનો Q એ બીજો વિકલ્પ સત્ય હોવો જ જોઈએ. (બંને વિકલ્પો અસત્ય હોય, તો આખું વિકલ્પન સત્ય હોઈ શકે જ નહિ.) આનો અર્થ એ કે વૈકલ્પિક વિધાનના અને નિષેધના સત્યતામૂલ્યના નિયમના સંદર્ભમાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, (1) P V Q અને (2) $\sim$ P (P અસત્ય છે માટે નિષેધના સત્યતામૂલ્યના નિયમ પ્રમાણે $\sim$ P સત્ય) એ બે વિધાનો સત્ય હોય, તો Q એ વિધાન પણ સત્ય જ હોય છે. જો આધારવિધાનો સત્ય હોય તો ફલિતવિધાન પણ સત્ય જ હોય છે. એ પ્રમાણભૂત દલીલની લાક્ષણિકતાનો આ સાથે વિચાર કરતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, નીચેનું રૂપ ધરાવતી કોઈ પણ દલીલ પ્રમાણભૂત હોય છે :

p V q
$\sim$ p
$\therefore$ q

આમ, આપણે જોઈએ છીએ કે પ્રમાણભૂત દલીલની લાક્ષણિકતાને અનુલક્ષીને વિવિધ પ્રકારનાં સત્યતાફલનલક્ષી સંયુક્ત વિધાનોના સત્યતામૂલ્યને લગતા નિયમોનો વિચાર કરવાથી આપણને પ્રમાણભૂત દલીલનાં રૂપો કે આપેલાં આધારવિધાનોમાંથી ફલિત થતું વિધાન - ફલિતવિધાન - તારવવા માટેના નિયમો મળે છે. આ નિયમોને અનુમાનના નિયમો તરીકે સ્વીકારી શકાય છે. અહીં સ્વાભાવિક રીતે પ્રશ્ન થાય છે કે, ''અનુમાનનો નિયમ એટલે શું ?'' આ પ્રશ્નનો ઉત્તર નીચે પ્રમાણે છે :

અનુમાનનો નિયમ એટલે એવો નિયમ કે જેના આધારે આપેલા આધારવિધાન કે આધારવિધાનોમાંથી ફલિતવિધાન તારવીને પ્રમાણભૂત દલીલ રચી શકાય અથવા જેને આધારે અમુક દલીલ પ્રમાણભૂત છે એમ સાબિત કરી શકાય. અનુમાનના

નિયમો એ પ્રમાણભૂત દલીલનાં રૂપો છે; કારણ કે એ નિયમો અનુસાર રચાતી કોઈ પણ દલીલ, દલીલ માટેનાં પ્રમાણભૂત રૂપમાં રજૂ થાય છે અને તેથી તે પ્રમાણભૂત જ હોય છે. આમ, અનુમાનના નિયમો એ પ્રમાણભૂત દલીલનાં જ રૂપો છે. એની એક સાબિતી એ છે કે જો એને લગતું સત્યતાકોષ્ટક રચવામાં આવે, તો આધારવિધાનો સત્ય હોવા છતાં ફલિતવિધાન અસત્ય હોય તેવું એક પણ સ્થાનાપત્તિનિદર્શન સત્યતાકોષ્ટકની કોઈ પણ હરોળમાં પ્રાપ્ત થઈ શકતું નથી.

આમ, અનુમાનના નિયમોના પ્રામાણ્યની તપાસ સત્યતાકોષ્ટક દ્વારા પણ થઈ શકે છે. આ સંદર્ભમાં અનુમાનના નિયમોની રજૂઆતમાં આપણે સત્યતાકોષ્ટકની મદદથી નિયમના પ્રામાણ્યના નિર્ણયનો પણ સમાવેશ કરીશું.

~ , &, V, $\rightarrow$ અને $\leftrightarrow$ ના ઉપયોગને લીધે બનેલાં સંયુક્ત વિધાનોનાં સત્યતામૂલ્યને લગતા નિયમોને આધારે મળતા અનુમાનના નિયમો નીચે પ્રમાણે છે :

1. પૂર્વાંગના સ્વીકાર પરથી ઉત્તરાંગના સ્વીકારને લગતો નિયમ

આ નિયમનાં કથન, સમર્થન, રૂપ, દલીલના રૂપનું સત્યતાકોષ્ટક, દલીલના રૂપનું પ્રામાણ્ય અને સંક્ષેપ નીચે પ્રમાણે છે :

કથન : જો (1) $P \rightarrow Q$ અને (2) P એ બે વિધાનો આપેલાં હોય તો એમાંથી Q વિધાનને નિષ્પન્ન કરી શકાય.

સમર્થન : જો (1) $P \rightarrow Q$ અને (2) P એ બે વિધાનો સત્ય હોય તો (3) Q એ વિધાન પણ સત્ય હોય છે, કારણ કે જો $P \rightarrow Q$ એ શરતી વિધાન સત્ય હોય અને એનું પૂર્વાંગ P પણ સત્ય હોય, તો શરતી વિધાનના સત્યતામૂલ્યના નિયમો પ્રમાણે, એનું ઉત્તરાંગ Q અસત્ય હોઈ જ ન શકે, અર્થાત્ એ સત્ય જ હોવું જોઈએ.

રૂપ : આથી, પૂર્વાંગના સ્વીકાર પરથી ઉત્તરાંગના સ્વીકારને લગતો નિયમ જણાવે છે કે નીચેનું રૂપ ધરાવતી કોઈ પણ દલીલ હંમેશાં પ્રમાણભૂત હોય છે :

$p \rightarrow q$

p

$\therefore q$

દલીલના રૂપનું સત્યતાકોષ્ટક :

			પ્રથમ આધારવિધાન	બીજું આધારવિધાન	ફલિતવિધાન
	p	q	$p \rightarrow q$	p	q
1	T	T	T	T	T
2	T	F	F	T	F
3	F	T	T	F	T
4	F	F	T	F	F

દલીલના રૂપનું પ્રામાણ્ય : ઉપરના સત્યતાકોષ્ટકમાં આધારવિધાનની બધી હરોળો જોતાં એ સ્પષ્ટ થાય છે કે, કેવળ પહેલી હરોળમાં જ બંને આધારવિધાનો સત્ય છે અને આ હરોળમાં ફલિતવિધાન પણ સત્ય છે, જ્યારે આધારવિધાનો સત્ય હોય ત્યારે તેનું ફલિતવિધાન અસત્ય હોય, એવું એક પણ સ્થાનાપત્તિનિદર્શન આ રૂપમાં પ્રાપ્ત થતું નથી. આથી દલીલનું આ રૂપ પ્રમાણભૂત છે અને આ રૂપ દ્વારા વ્યક્ત થતો 'પૂર્વાંગના સ્વીકાર પરથી ઉત્તરાંગના સ્વીકાર' ને લગતો નિયમ પ્રમાણભૂત સાબિત થાય છે.

સંક્ષેપ : આ નિયમને લેટિન ભાષામાં 'Modus Ponendo Ponens' કહે છે અને તેથી આ નિયમને સંક્ષેપમાં MP તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

2. ઉત્તરાંગના નિષેધ પરથી પૂર્વાંગના નિષેધને લગતો નિયમ

આ નિયમનાં કથન, સમર્થન, રૂપ, દલીલના રૂપનું સત્યતાકોષ્ટક, દલીલના રૂપનું પ્રામાણ્ય અને સંક્ષેપ નીચે પ્રમાણે છે :

કથન : જો (1) $P \rightarrow Q$ અને (2) ~ Q એ બે વિધાનો આપેલાં હોય, તો એમાંથી ~ P એ વિધાનને નિષ્પન્ન કરી શકાય.

સમર્થન : જો (1) $P \rightarrow Q$ અને (2) ~ Q એ બે વિધાનો સત્ય હોય તો (3) ~ P એ વિધાન પણ સત્ય હોય છે, કારણ