

1. સાચાં જોટાં વિધાનો : સમતલ $x + 2y + 3z - 6 = 0$ ના અભિલંબની દિશામાં એકમ સદિશ $\frac{1}{\sqrt{14}} \bar{i} + \frac{2}{\sqrt{14}} \bar{j} + \frac{3}{\sqrt{14}} \bar{k}$ છે.

➡ સત્ય વિધાન

અહીં આપેલ સમતલના સમીકરણ પરથી $\bar{n} = (1, 2, 3)$

$$\begin{aligned} \therefore \hat{n} &= \frac{\bar{n}}{|\bar{n}|} = \frac{(1, 2, 3)}{\sqrt{1+4+9}} \\ &= \frac{(1, 2, 3)}{\sqrt{14}} \\ \therefore \hat{n} &= \frac{1}{\sqrt{14}} \bar{i} + \frac{2}{\sqrt{14}} \bar{j} + \frac{3}{\sqrt{14}} \bar{k} \end{aligned}$$

2. સાચાં જોટાં વિધાનો : સમતલ $2x - 3y + 5z + 4 = 0$ ના અક્ષો પરના અંતઃખંડ $-2, \frac{4}{3}$ અને $-\frac{4}{5}$ છે.

➡ સત્ય વિધાન

અહીં $2x - 3y + 5z = -4$

$$\therefore \frac{2x}{-4} - \frac{3y}{-4} + \frac{5z}{-4} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{(-2)} - \frac{y}{\left(\frac{4}{3}\right)} + \frac{z}{\left(-\frac{4}{5}\right)} = 1$$

હવે $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ સાથે સરખાવો.

$$\therefore a = X \text{ અંતઃખંડ} = -2$$

$$\therefore b = Y \text{ અંતઃખંડ} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore c = Z \text{ અંતઃખંડ} = -\frac{4}{5} \text{ થાય.}$$

3. સાચાં જોટાં વિધાનો : રેખા $\vec{r} = (5\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ અને સમતલ $\bar{r} \cdot (3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}) + 5 = 0$ વચ્ચેના ખૂણાનું મૂલ્ય $\sin^{-1}\left(\frac{5}{2\sqrt{91}}\right)$ છે.

➡ અસત્ય વિધાન

અહીં રેખાના સમીકરણ પરથી $\bar{l} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k} = (2, -1, 1)$ છે અને સમતલના સમીકરણ પરથી $\bar{n} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ અર્થાત્ $\bar{n} = (3, -4, -1)$ છે.

$$\begin{aligned} \text{હવે } \bar{l} \cdot \bar{n} &= (2, -1, 1) \cdot (3, -4, -1) \\ &= 2(3) + (-1)(-4) + 1(-1) \\ &= 6 + 4 - 1 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{અને } |\vec{l}| \cdot |\vec{n}| &= \sqrt{4+1+1} \cdot \sqrt{9+16+1} \\
&= \sqrt{6} \cdot \sqrt{26} \\
&= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{13} \\
&= 2\sqrt{3 \times 13} \\
&= 2\sqrt{39}
\end{aligned}$$

$$\therefore \sin \infty = \frac{|\vec{l} \cdot \vec{n}|}{|\vec{l}| |\vec{n}|} = \frac{9}{2\sqrt{39}}$$

$$\therefore \text{રેખા અને સમતલ વચ્ચેનો ખૂણો } \infty = \sin^{-1}\left(\frac{9}{2\sqrt{39}}\right) \text{ થાય.}$$

4. સાચાં જોટાં વિધાનો : સમતલ $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) = 1$ અને $\vec{r} \cdot (\vec{i} - \vec{j}) = 4$ વચ્ચેનો છેદકોણ $\cos^{-1}\left(\frac{-5}{\sqrt{58}}\right)$ છે.

➡ અસત્ય વિધાન

આપેલ બે સમતલના સમીકરણો પરથી

$$\vec{n}_1 = (2, -3, 1) \text{ તથા } \vec{n}_2 = (1, -1, 0) \text{ છે.}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 &= (2, -3, 1) \cdot (1, -1, 0) \\
&= 2(1) + (-3)(-1) + 1(0) \\
&= 2 + 3 + 0 \\
&= 5
\end{aligned}$$

$$|\vec{n}_1| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$$

$$|\vec{n}_2| = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \cos \theta &= \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \\
&= \frac{5}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}} \\
&= \frac{5}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}
\end{aligned}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{5}{2\sqrt{7}}$$

$$\therefore \text{આપેલ સમતલ વચ્ચેનો ખૂણો } \theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{2\sqrt{7}}\right) \text{ થાય.}$$

5. સાચાં જોટાં વિધાનો : રેખા $\vec{r} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k} + \lambda(\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k})$ સમતલ $\vec{r} \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + 2 = 0$ માં આવેલ છે.

➡ અસત્ય વિધાન

$$\vec{r} = (2, -3, -1) + \lambda(1, -1, 2)$$

$$\therefore (x, y, z) = (2 + \lambda, -3 - \lambda, -1 + 2\lambda) \quad \text{.....(i)}$$

$$\text{સમતલ } \vec{r} \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + 2 = 0$$

$$\therefore (x, y, z) \cdot (1, 1, -1) + 2 = 0$$

$$\therefore x + y - z + 2 = 0 \quad \text{.....(ii)}$$

$$\therefore 2 + \lambda - 3 - \lambda - (-1 + 2\lambda) + 2 = 0 \quad (\text{પરિણામ (i) પરથી})$$

$$\therefore 2 + \lambda - 3 - \lambda - 1 - 2\lambda + 2 = 0$$

$$\therefore -2\lambda - 4 + 2 = 0$$

$$\therefore -2\lambda - 2 = 0$$

$$\therefore -2\lambda = 2 \quad \therefore \lambda = -1$$

$$\therefore (x, y, z) = (2 - 1, -3 + 1, -1 - 2) \\ = (1, -2, -3) \text{ મળે.}$$

સમતલની ડા.બા.માં આ મૂલ્ય મૂકતાં,

$$\text{ડા.બા. } x + y - z + 2 \\ = 1 - 2 - 3 + 2 \\ = -2 \\ \neq \text{જ.બા.}$$

$\therefore$ આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

6. રેખા $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ નું સદિશ સમીકરણ $\vec{r} = (5\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}) + \lambda(3\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k})$ છે.

➡ સત્ય વિધાન

આપેલ રેખાના સમીકરણ પરથી $\vec{a} = (5, -4, 6)$ અને $\vec{b} = (3, 7, 2)$ છે.

સદિશ સમીકરણ $\vec{r} = (5, -4, 6) + \lambda(3, 7, 2)$ થાય.

$$\therefore \vec{r} = (5\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}) + \lambda(3\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ છે.}$$

7. સાચાં જોટાં વિધાનો : $(5, -2, 4)$ માંથી પસાર થતી અને $2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ ને સમાંતર રેખા $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$ છે.

➡ અસત્ય વિધાન

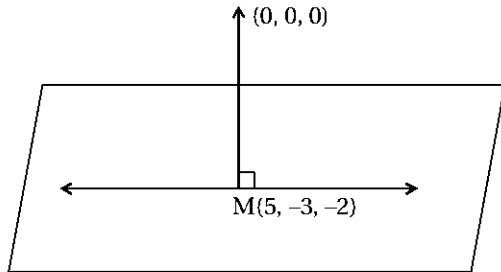
રેખા A, $(\vec{a}) = (5, -2, 4)$ માંથી પસાર થાય છે અને તે $(2, 1, 3)$ ને સમાંતર છે.

$\therefore$ રેખાની દિશા $(l, m, n) = (2, 1, 3)$ થાય.

$$\therefore \text{રેખાનું સમીકરણ } \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ થાય.}$$

8. સાચાં જોટાં વિધાનો : ઉગમબિંદુમાંથી કોઈ સમતલ પરનો લંબપાદ $(5, -3, -2)$ છે. તો સમતલનું સમીકરણ $\vec{r} \cdot (5\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}) = 38$ થાય.

➡ સત્ય વિધાન



n = સમતલનો અભિલંબ

$$= \vec{OM}$$

$$= \vec{M} - \vec{O} = (5, -3, -2)$$

તથા સમતલ $\vec{M}(\vec{m}) = (5, -3, -2)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore$ સમતલ $\vec{r} \cdot \vec{m} = \vec{m} \cdot \vec{n}$ મુજબ મળે.

$$\therefore \vec{r} \cdot (5, -3, -2) = (5, -3, -2) \cdot (5, -3, -2)$$

$$\therefore \vec{r} \cdot (5\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}) = 25 + 9 + 4$$

$$\therefore \vec{r} \cdot (5\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}) = 38 \text{ થાય.}$$