

11

عمل بناوٹ (تشکیلات) (CONSTRUCTION)

11.1 تعارف

نویں کلاس میں آپ نے پرکار اور فٹے یا پیمانے کی مدد سے کچھ جیومیٹری کی شکلیں بنائی ہیں۔ مثال کے طور پر، زاویہ کی تنصیف، ایک قطع خط کا عمودی ناصف، اور کچھ مثلثوں کی شکلیں وغیرہ اور ان کا جواز بھی پیش کیا ہے۔ اس باب میں سابقہ کئے گئے کام کے علم کی مدد سے کچھ اور تشکیلات کا مطالعہ کریں گے۔ آپ سے یہ بھی توقع کی جاتی ہے کہ آپ ان تمام تشکیلات کے سلسلہ میں ریاضیاتی استدلال بھی پیش کریں۔

11.2 ایک قطعہ خط کی تقسیم

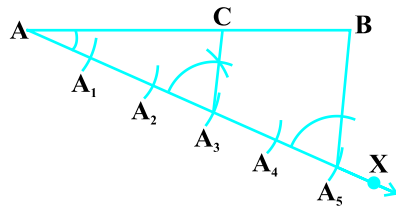
مان لیجئے آپ کو ایک خط دیا ہوا ہے اور آپ کو اسے دی ہوئی نسبت مان لیجئے۔ 3:2 میں تقسیم کرنا ہے۔ آپ اس کو آسانی سے اس طرح کر سکتے ہیں کہ اس دئے ہوئے قطعہ خط کی پیمائش کریں اور اس پر ایک نقطہ ایسا لگائیں کہ وہ اس قطعہ خط کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرتا ہو۔ فرض کیجئے آپ کے آس پاس اس کی پیمائش کا کوئی آلہ یا طریقہ نہیں ہے۔ تو پھر آپ وہ نقطہ کس طرح معلوم کریں گے؟ ہم مندرجہ ذیل میں ایسے دو طریقے بیان کرتے ہیں۔

تشکیل 11.1: دئے ہوئے قطعہ خط کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرنا۔

ایک قطعہ خط AB دیا ہوا ہے، ہم اس کو $m:n$ کی نسبت میں تقسیم کرنا چاہتے ہیں جہاں دونوں m اور n مثبت صحیح اعداد ہیں۔ اس کو سمجھنے میں اس کی مدد کرنے کے لئے ہم $m=3$ اور $n=2$ لیتے ہیں۔

تشکیل کے اقدام

1. ایک شعاع AX اس طرح بنائیے کہ وہ AB کے ساتھ ایک حادہ زاویہ بنائیے



شکل: 11.1

2. AX پر $5 (=m+n)$ نقاط A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 اور

اس طرح مارک کیجئے کہ $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$

3. BA کو ملا دیجئے۔

4. نقطہ A_3 ($m=3$) سے A_5B کے متوازی کے متوازی $\angle AA_5B$ کے برابر زاویہ

بناتے ہوئے A_3 پر کھینچیں جو AB کو نقطہ C پر قطع کرے (شکل

11.1 دیکھئے)

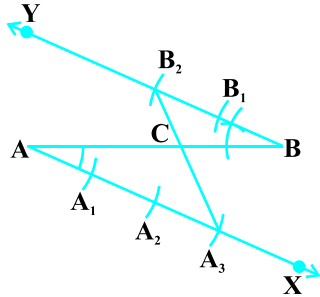
تب $AC : CB = 3 : 2$

آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا یہ طریقہ مطلوبہ تقسیم دیتا ہے،

کیونکہ A_3C ، A_5B کے متوازی ہے اس لئے $\frac{AA_3}{A_5A_5} = \frac{AC}{CB}$ (متناسبیت کا بنیادی مسئلہ)

تشکیل سے $\frac{AC}{CB} = \frac{3}{2}$ اس لئے $\frac{AA_3}{A_5A_5} = \frac{3}{2}$

اس سے پتہ چلتا ہے کہ AB، C کو 3:2 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے



شکل: 11.2

متبادل طریقہ:

تشکیل کے اقدامات:

1. AB سے حادہ زاویہ بناتی ہوئی ایک شعاع AX کھینچئے:

2. AX کے متوازی ایک شعاع BY اس طرح کھینچئے کہ $\angle ABY$ کے برابر ہو $\angle BAX$ ہو۔

3. AX پر نقاط $3 (m=3)$ ، A_1, A_2, A_3 مارک کیجئے اور BY پر $2 (n=2)$ ، B_1, B_2 اس طرح مارک کیجئے کہ

$$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = BB_1 = B_1B_2$$

4. B_3 کو ملائیے، مان لیجئے یہ AB کو نقطہ C پر قطع کرتا ہے (شکل 11.2 دیکھئے)

تب $AC : CB = 3 : 2$ ۔ یہ طریقہ کیوں کام کرتا ہے؟ آئیے دیکھتے ہیں

یہاں $\triangle AA_3C$ مشابہ $\triangle BB_2C$ (کیوں؟)

شکل: 11.3

سے ایک خط B_1C کے متوازی کھینچیں جو BC کو C' پر قطع کرے۔

4. C' سے CA کے متوازی خط کھینچیں جو BA کو A' پر قطع کرے (شکل 11.3 دیکھئے) پس $\Delta A'BC'$ مطلوبہ مثلث ہے۔

آئیے دیکھتے ہیں کہ یہ تشکیل کس طرح سے مطلوبہ مثلث دیتی ہے۔

$$\text{تشکل 11.1 سے } \frac{BC'}{C'C} = \frac{3}{1}$$

$$\text{اس لئے } \frac{BC}{BC'} = \frac{BC' + C'C}{BC'} = 1 + \frac{C'C}{BC'} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ یعنی } \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$$

مزید $CA, C'A$ کے متوازی ہے۔ اس لئے کے $\Delta A'BC' \sim \Delta ABC$ (کیوں؟)

$$\text{اس لئے } \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$$

مثال 2: ایک مثلث دئے ہوئے مثلث کے مشابہ بنائیے جس کے اضلاع مثلث ABC کے نظیری اضلاع کا (یعنی اسکیل فیکٹر کا $\frac{5}{3}$)

حل: ΔABC دیا ہوا ہے ایک اپنا مثلث بنانا ہے جس کے اضلاع مثلث ABC کے نظیری اضلاع کا، $\frac{5}{3}$ ۔

تشکیل کے اقدام

1. ضلع BC سے حادہ زاویہ A کی دوسری جانب بناتے ہوئے ایک شعاع BX کھینچئے۔

2. $5(\frac{5}{3})$ میں، 5 اور 3 میں جو بڑا ہو) نقاط B_1, B_2, B_3, B_4 اور B_5 پر اس طرح لگائیے کہ۔

$$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$$

3. B_5 (تیسرا نقطہ، جو 5 اور 3 میں جو چھوٹا ہو) کو C سے ملائیے B_5C سے B_3C' کے متوازی ایک خط کھینچیں جو قطع خط

BC کو پڑھانے پر، C' پر قطع کرے۔

4. C' سے CA کے متوازی ایک خط کھینچیں جو BA کو پڑھانے پر، A' پر قطع کرے شکل 11.4 دیکھئے

پس $\Delta A'BC'$ مطلوبہ مثلث ہے

تشکیل کے جواز کے لئے نوٹ کیجئے کہ $\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$ (کیوں؟)

1. 7.5 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطع خط کھینچئے اور اس کو 8:5 کی نسبت میں تقسیم کیجئے۔ دونوں حصوں کی پیمائش بھی کیجئے۔
2. ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 4 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہوں اور پھر اس کے مشابہ ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع پہلے مثلث کی نظیری اضلاع کا $\frac{2}{3}$ ہوں۔
3. ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب 5 سینٹی میٹر، 6 سینٹی میٹر اور 7 سینٹی میٹر ہوں اور پھر اس کے مشابہ دوسرا مثلث بنائیے جسے اضلاع پہلے مثلث کے نظیری اضلاع کا $\frac{7}{5}$ ہوں۔
4. ایک مساوی الساقین مثلث بنائیے جس کا قاعدہ 8 سینٹی میٹر اور ارتفاع 4 سینٹی میٹر ہو اور پھر اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع پہلے مثلث کے نظیری اضلاع کا $1\frac{1}{2}$ ہوں۔
5. مثلث ABC بنائیے جس میں ضلع 5 سینٹی میٹر = AB، 6 سینٹی میٹر = BC اور $\angle ABC = 60^\circ$ پھر اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع $\triangle ABC$ کے نظیری اضلاع کا $\frac{3}{4}$ ہوں۔
6. مثلث ABC بنائیے جس میں $\angle A = 105^\circ$ ، $\angle B = 45^\circ$ اور ضلع 7 سینٹی میٹر = BC پھر ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع کے نظیری اضلاع $\triangle ABC$ کا $\frac{4}{3}$ ہوں۔
7. ایک قائم مثلث بنائیے جس میں اضلاع (وتر کے علاوہ) بالترتیب سینٹی میٹر 4 اور 3 سینٹی میٹر لمبے ہیں۔ اور پھر ایک دوسرا

مثبت بنائیے۔ جس کے اضلاع دئے ہوئے مثبت کے نظیری اضلاع کے $\frac{5}{3}$ گنا ہو۔

11.3 دائرہ کے مماسوں کی تشکیل

آپ پچھلے باب میں مطالعہ کر چکے ہیں کہ اگر ایک نقطہ دائرہ کے اندر ہو تو اس سے دائرہ پر کوئی مماس نہیں کھینچا جاسکتا۔ لیکن اگر کوئی نقطہ دائرہ پر واقع ہو تو اس نقطہ پر ایک اور صرف ایک ہی مماس کھینچا جاسکتا ہے جو اس نقطہ سے گزرنے والے نصف قطر پر عمود ہوگا۔ اس لئے اگر آپ کو دائرہ کے کسی نقطہ پر مماس بنانا ہے تو آپ اس نقطہ سے نصف قطر بنائیے اور اس نقطے سے گزرنے والا نصف قطر پر عمود کھینچئے۔ تب یہی مطلوبہ مماس ہوگا۔

یہ بھی دیکھ چکے ہیں کہ اگر نقطہ دائرہ کے باہر ہو تو اس نقطہ سے دائرہ پر دو مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔ اب دیکھیں گے کہ ایسے مماس کس طرح کھینچے جاسکتے ہیں۔

تشکیل 11.3: دائرہ کے باہر دئے گئے ایک نقطہ سے دائرہ پر عمود کھینچئے۔ ہمیں مرکز O کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے اور ایک نقطہ P جو اس کے باہر ہے۔ ہم P سے دائرہ پر دو عمود بناتے ہیں۔

تشکیل کے اقدام

1. PO کو ملائیے اور اس کی تنصیف کیجیے۔ مان لیجئے PO, M کا وسطی نقطہ ہے۔

2. M کو مرکز مان کر اور MO نصف قطر لے کر ایک دائرہ بنائیے: مان لیجئے یہ دئے ہوئے دائرہ کو Q اور R پر قطع کرتا ہے۔

3. PQ اور PR کو ملائیے۔

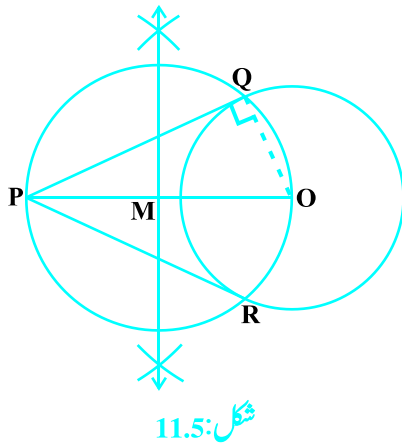
پس PQ اور PR دو مطلوبہ مماس ہیں۔ (شکل 11.5 دیکھئے)

اس لئے اب دیکھتے ہیں کہ یہ تشکیل کس طرح کام کرتی ہے۔

OQ کو ملائیے تب $\angle PQO$ ، نصف دائرہ میں ایک زاویہ ہے۔

$$\angle PQO = 90^\circ$$

کیا کہہ سکتے ہیں کہ $PQ \perp OQ$ ؟



کیونکہ OQ دائرہ کا نصف قطر ہے، PQ کو دائرہ کا مماس ہونا چاہئے۔ اسی طرح سے PR بھی دائرہ مماس کیا ہے۔
نوٹ: اگر دائرہ کا مرکز نہیں دیا ہوا ہو۔ تو پھر آپ پہلے اس کا مرکز معلوم کیجئے۔ اس کے لئے اب پہلے غیر متوازی وتر لیجئے اور ان کے عمودی ناصفوں کا نقطہ تقاطع معلوم کیجئے۔ اور پھر اسی طرح آگے بڑھئے جیسے اوپر دیا گیا ہے۔

مشق 11.2

مندرجہ ذیل میں اور ایک تشکیل کا جواز بھی پیش کیجئے۔

1. 6 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے مرکز سے 10 سینٹی میٹر دور ایک نقطہ سے دائرہ کے مماسوں کا جوڑا بنائیے اور ان کی لمبائیوں کو ناپئے۔
2. 4 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائرہ پر اس کے ہم مرکز ایک دائرہ جس کا نصف قطر 6 سینٹی میٹر ہے۔ مرکز کے نقطہ سے مماس کھینچئے اور اس کی لمبائی کی پیمائش کیجئے۔
3. 3 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے ایک بڑھے ہوئے قطر پر دو نقطے P اور Q لیجئے جو اس کے مرکز سے 7 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر ہیں۔
4. 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائرہ پر مماس کے جوڑے بنائیے جن کے درمیان کا زاویہ 60° ۔
5. 8 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطع خط AB کھینچئے۔ A کو مرکز مان کر 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچئے اور B کو مرکز مان کر 3 سینٹی میٹر نصف قطر کا دوسرا دائرہ کھینچئے۔ ہر ایک دائرہ پر دوسرے دائرہ کے مرکز سے مماس کھینچئے۔
6. مان لیجئے ABC ایک قائم مثلث ہے جس میں $BC=8\text{ cm}$ ، $AB=6\text{ cm}$ اور $\angle B=90^\circ$ ، B، BD، AC پر عمود ہے۔ C، B اور D سے گذرتا ہوا ایک دائرہ کھینچا گیا۔ A سے اس دائرہ پر مماس کھینچئے۔
7. ایک چوڑی کی مدد سے ایک دائرہ بنائیے۔ دائرہ کے باہر ایک نقطہ لیجئے۔ اس نقطہ سے دائرہ پر مماسوں کا جوڑا بنائیے۔

11.4 خلاصہ

اس باب میں آپ نے سیکھا کہ مندرجہ ذیل شکلیات کیسے کی جاتی ہیں

1. دئے ہوئے قطعہ خط کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرنا۔
2. دئے ہوئے Scale factor کے مطابق ایک دئے ہوئے مثلث کے مشابہ بنانا۔ Scale factor سے چھوٹا یا 1 سے بڑا بھی

ہو سکتا ہے۔

3. دائرہ کے ایک باہری نقطہ سے دائرہ پر مماس تشکیل کرنا۔

قارئین کے لئے نوٹ

ایک دئے ہوئے Scale factor کے مطابق ایک چار ضلعی (یا کثیر ضلعی کے مشابہ چار ضلعی) یا کثیر ضلعی کی تشکیل بھی اسی طرح سے ہو سکتی ہے جس طرح سے تشکیل 11.2 کی مثالیں 1 اور 2 کی ہوئی۔