కర్నాటక ప్రభుత్వం

గణితం

6

ఆరవ తరగతి

భాగం - 1

विद्यया ऽ मृतमश्नुते

एन सी ई आर टी
NCERT

జాతీయ విద్యా పరిశోధన మరియు శిక్షణా సంస్థ
శ్రీ అరబిందో మార్గం, న్యూ ఢిల్లీ 110016

కర్నాటక పాఠ్య పుస్తక సంఘం (రి)
100 అడుగుల రింగ్ రోడ్డు, బనశంకరి 3వ స్టేజి
బెంగళూరు - 560 085

©KTBS
Not to be republished

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the Textbook Development Committee responsible for this textbook. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in Science and Mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this textbook, Dr. H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to the systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

New Delhi
15 November 2006

Director
National Council of Educational Research and Training

©KTBS Not to be republished

Textbook Development Committee

Chairperson, Advisory Group in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, Emeritus Professor, Inter University Centre for Astronomy & Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune

Chief Advisor

Dr. H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

Chief Coordinator

Hukum Singh, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

Members

Anjali Gupte, Teacher, Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan

Avantika Dam, TGT, CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi

Dharam Prakash, Reader, CIET, NCERT, New Delhi

H.C. Pradhan, Professor, Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra

Harsha J. Patadia, Senior Reader, Centre of Advance Study in Education, M.S. University of Baroda, Vadodara, Gujarat

Jabashree Ghosh, TGT, DM School, RIE, NCERT, Bhubaneswar, Orissa

Mahendra Shankar, Lecturer (S.G.) (Retd.), NCERT, New Delhi

Meena Shrimali, Teacher, Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan

R. Athmaraman, Mathematics Education Consultant, TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu

S. Pattanayak, Professor, Institute of Mathematics and Application, Bhubaneswar, Orissa

S.K.S. Gautam, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

Shraddha Agarwal, PGT, Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur, (U.P.)

Srijata Das, Sr. Lecturer (Mathematics), SCERT, New Delhi

U.B. Tewari, Professor, Department of Mathematics, IIT, Kanpur, (U.P.)

Uaday Singh, Lecturer, DESM, NCERT, New Delhi

Member-coordinators

Ashutosh K. Wazalwar, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

Praveen K. Chaurasia, Lecturer, DESM, NCERT, New Delhi

©KTBS Not to be republished

ACKNOWLEDGEMENTS

The Council acknowledges the valuable comments of the following participants of the workshop towards the finalisation of the book — K.K. Gupta, Reader, U.N.P.G. College, Padrauna, Uttar Pradesh; Deepak Mantri, Teacher, Vidya Bhawan Basic School, Udaipur, Rajasthan; Shagufta Anjum, Teacher, Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan; Ranjana Sharma, Teacher, Vidya Bhawan Secondary School, Udaipur, Rajasthan. The Council acknowledges the suggestions given by Utpal Chakraborty, Lecturer, SCERT, Raipur, Chattisgarh.

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop : K. Balaji, TGT, Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shiv Kumar Nimesh, TGT, Rajkiya Sarvodaya Bal Vidyalaya, Delhi; Ajay Singh, TGT, Ramjas Senior Secondary School No. 3, Delhi; Rajkumar Dhawan, PGT, Geeta Senior Secondary School No. 2, Delhi; Shuchi Goyal, PGT, The Airforce School, Delhi; Manjit Singh, TGT, Government High School, Gurgaon, Haryana; Pratap Singh Rawat, Lecturer, SCERT, Gurgaon, Haryana; Ritu Tiwari, TGT, Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Delhi.

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur for conducting the third workshop of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor

Hukum Singh, Head, DESM, NCERT.

The Council also acknowledges the efforts of Uttam Kumar (NCERT) and Rajesh Sen (Vidya Bhawan Society, Udaipur), DTP Operators; Monika Saxena, Copy Editor; and Abhimanu Mohanty, Proof Reader; APC office and the administrative staff DESM, NCERT and the Publication Department of the NCERT.

© KTBS Not to be republished

ಮುನ್ನುಡಿ

2005ನೇ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಆಧರಿಸಿ ರಚಿತವಾದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯವಸ್ತುವಿನಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿರುವ 6ನೇ ತರಗತಿ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ 2018–19 ನೇ ಸಾಲಿನಿಂದ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಆಂಗ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮದ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಂಗ್ಲೀಷ್, ಹಿಂದಿ ಮತ್ತು ಉರ್ದು ಮಾಧ್ಯಮದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯಿಂದ ನೇರವಾಗಿ ಪಡೆದು ಭಾಗ–1 ಮತ್ತು ಭಾಗ–2 ಎಂಬುದಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವು 2005 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಎಲ್ಲಾ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತ ವಿಧಾನ (Integrated Approach), ರಚನಾತ್ಮಕ ವಿಧಾನ (Constructive Approach) ಹಾಗೂ ಸುರುಳಿಯಾಕಾರದ ವಿಧಾನ (Spiral Approach) ಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿಷಯ ಹಾಗೂ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಚಿಂತನಾಶೀಲರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪಠ್ಯ ವಸ್ತುಗಳೊಂದಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಅವಶ್ಯಕ ಜೀವನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪರೀಕ್ಷಾ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿಲ್ಲ ಬದಲಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಸನಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವು ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾಗಿದೆ. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ–2005 ರಂತೆ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ, ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ, ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಜೀವನದ ಸಕಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲೂ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡು ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸುಗಳಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಹಕಾರಿ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಶೈಕ್ಷಣಿಕವಾಗಿ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ. ಇತರೆ ವಿಷಯಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಂತೆ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹಾಗೂ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸುಧಾರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಸಹ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಲಿ ಎಂಬುದೇ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಆಶಯವಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ದಿಟ್ಟ ನಿರ್ಧಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಹಕರಿಸಿದ ಸರ್ಕಾರ ಮತ್ತು ಇಲಾಖೆಯ ಉನ್ನತ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಆಭಾರಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ಸಕಾಲದಲ್ಲಿ ಅನುಮತಿ ನೀಡಿ ಸಹಕರಿಸಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗ ಹಾಗೂ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಸಂಸ್ಥೆ ಎಲ್ಲ ಅಧಿಕಾರಿ,ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳಿಗೆ ಇಲಾಖೆ ತನ್ನ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ, ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಿದ ಎಲ್ಲ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗೆ, ಸುಂದರವಾಗಿ ಡಿಟಿಪಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಿರುವ ಡಿಟಿಪಿ ಆಪರೇಟರ್ ಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಸ್ಥೆಗೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾಗಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ವಿತರಿಸಿರುವ ಮುದ್ರಕರುಗಳಿಗೆ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘವು ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

ನರಸಿಂಹಯ್ಯ
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ)
ಬೆಂಗಳೂರು – 85

© KTBS Not to be republished

ತೆಲುಗು ಭಾಷಾಂತರ ಸಮಿತಿ

ಶ್ರೀ. ಜಿ. ರವೀಂದ್ರ ರೆಡ್ಡಿ : ಸ.ಶಿ., ಸ.ತೆಲುಗು & ಕನ್ನಡ ಹಿ.ಪ್ರಾ.ಶಾಲೆ, ಶಿವಾಜಿ ನಗರ, ಬೆಂಗಳೂರು – 01.

ಶ್ರೀಮತಿ. ಆರ್.ಎಸ್. ಉಷಾರಾಣಿ : ಮು.ಶಿ., ಸ.ತೆಲುಗು & ಕನ್ನಡ ಹಿ.ಪ್ರಾ.ಶಾಲೆ, ಶಿವಾಜಿ ನಗರ, ಬೆಂಗಳೂರು – 01.

ಶ್ರೀಮತಿ. ವಿ. ಜ್ಯೋತಿರ್ಮಯಿ : ಸ.ಶಿ., ಸ.ತೆಲುಗು ಹಿ. ಪ್ರಾ. ಶಾಲೆ, ಕಾಮಾಕ್ಷ್ಮ ಲೇಔಟ್, ಯಲಹಂಕ, ಬೆಂಗಳೂರು – 01.

ಶ್ರೀಮತಿ. ಶ್ರೀದಿವ್ಯ ಯರಕರಾಜು : ಸ.ಶಿ., ಸ.ತೆಲುಗು ಹಿ. ಪ್ರಾ. ಶಾಲೆ, ಕಾಮಾಕ್ಷ್ಮ ಲೇಔಟ್, ಯಲಹಂಕ, ಬೆಂಗಳೂರು – 64.

©KTBS Not to be republished

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ. ನರಸಿಂಹಯ್ಯ – ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಶ್ರೀಮತಿ. ನಾಗಮಣಿ ಸಿ. – ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀಮತಿ ವಿಜಯಾ ಕುಲಕರ್ಣಿ, ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕ.ಪ.ಪು.ಸಂ. ಬೆಂಗಳೂರು.

ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸುವ ಕಾರ್ಯಾಗಾರದಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಂಡು ಅಮೂಲ್ಯ ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ ಈ ಕೆಳಗಿನವರಿಗೆ NCERT ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ– ಕೆ.ಕೆ.ಗುಪ್ತ, ರೀಡರ್, ಯೂ.ಎನ್.ಪಿ.ಜಿ. ಕಾಲೇಜ್; ಪದ್ರವುನಾ ಉತ್ತರ ಪ್ರದೇಶ; ದೀಪಕ್ ಮಂತ್ರಿ, ಶಿಕ್ಷಕರು, ವಿದ್ಯಾಭವನ ಬೇಸಿಕ್ ಸ್ಕೂಲ್, ಉದಯಪುರ, ರಾಜಸ್ಥಾನ; ಶಾಗುಫ್ತಾ ಅಂಜುಮ್, ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾಭವನ ಸೀನಿಯರ್ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಸ್ಕೂಲ್, ಉದಯಪುರ, ರಾಜಸ್ಥಾನ; ರಂಜನಾಶರ್ಮ, ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾಭವನ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಸ್ಕೂಲ್, ಉದಯಪುರ, ರಾಜಸ್ಥಾನ ಜೊತೆಗೆ ಉತ್ಪಲ್ ಚಕ್ರಬರ್ತಿ, ಲೆಕ್ಚರರ್, SCERT ರಾಯಪುರ, ಛತ್ತೀಸಗಢ ಇವರ ಸಲಹೆಗಳಿಗೂ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಪರಿಶೀಲನಾ ಸಮಿತಿಯ ಸದಸ್ಯರುಗಳ ಕೊಡುಗೆಗಳಿಗೂ ಸಹ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು: ಕೆ. ಬಾಲಾಜಿ, ಟಿಜಿಟಿ, ಕೇಂದ್ರೀಯ ವಿದ್ಯಾಲಯ, ದೋಣಿಮಲೈ, ಕರ್ನಾಟಕ; ಶಿವಕುಮಾರ್ ನಿಮೇಶ್, ಟಿಜಿಟಿ, ರಾಜಕೀಯ ಸರ್ವೋದಯ ಬಾಲ ವಿದ್ಯಾಲಯ, ದೆಹಲಿ; ಅಜಯ್ ಸಿಂಗ್, ಟಿಜಿಟಿ, ರಾಮ್‌ಜಾಸ್ ಸೀನಿಯರ್ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಶಾಲೆ, ನಂ 3, ದೆಹಲಿ; ರಾಜ್‌ಕುಮಾರ್ ಧವನ್, ಪಿಜಿಟಿ, ಗೀತಾ ಸೀನಿಯರ್ ಸೆಕೆಂಡರಿ ಶಾಲೆ ನಂ. 2, ದೆಹಲಿ; ಶುಚಿ ಗೋಯಲ್, ಪಿಜಿಟಿ, ದಿ ಏರ್‌ಪೋರ್ಸ್ ಸ್ಕೂಲ್, ದೆಹಲಿ; ಮನ್‌ಜಿತ್ ಸಿಂಗ್, ಟಿಜಿಟಿ, ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಗುರ್‌ಗಾವ್, ಹರ್‍ಯಾಣ; ರಿತು ತಿವಾರಿ, ಟಿಜಿಟಿ, ರಾಜಕೀಯ ಪ್ರತಿಭಾ ವಿಕಾಸ್ ವಿದ್ಯಾಲಯ, ದೆಹಲಿ.

ವಿದ್ಯಾಭವನ ಸೊಸೈಟಿ, ಉದಯಪುರ ಹಾಗೂ ಇಲ್ಲಿನ ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳು ಮೂರನೆಯ ಕಾರ್ಯಗಾರವನ್ನು ನಡೆಸಲು ನೀಡಿದ ಬೆಂಬಲ ಹಾಗೂ ಸೌಲಭ್ಯಗಳಿಗೂ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು. ಗ್ರಂಥಾಲಯ ಸೌಲಭ್ಯ ಒದಗಿಸಿದ ಸೆಂಟರ್ ಫಾರ್ ಸೈನ್ಸ್ ಎಜುಕೇಷನ್ ಆ್ಯಂಡ್ ಕಮ್ಯೂನಿಕೇಶನ್ (CSES)ಗೂ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು.

ಹುಕುಮ್ ಸಿಂಗ್, ಮುಖ್ಯಸ್ಥರು DESM, NCERT ಇವರು ನೀಡಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಹಾಗೂ ಆಡಳಿತಾತ್ಮಕ ಬೆಂಬಲಕ್ಕೆ ಕೀತಜ್ಞತೆಗಳು.

ಉತ್ತಮ ಕುಮಾರ್ (NCERT) ಹಾಗೂ ರಾಜೇಶ್ ಸೆನ್ (ವಿಧ್ಯಾಭವನ್ ಸೊಸೈಟಿ, ಉದಯಪುರ). DTP ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳು; ಮೊನಿಕಾ ಸೆಕ್ಸೇನಾ, Copy Editor ಹಾಗು ಅಭಿಮನ್ಯು ಮೊಹಂತಿ, ಪರೀಕ್ಷಕರು; APC ಕಛೇರಿ ಹಾಗೂ NCERT ಯ DESM ನ ಆಡಳಿತ ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳು, ಹಾಗೂ NCERT ಯ ಪಬ್ಲಿಕೇಷನ್ ವಿಭಾಗದ ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳಿಗೂ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಶಿಕ್ಷಕರ ಗಮನಕ್ಕೆ

ನಮ್ಮ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಪಾತ್ರ ಇದೆ. ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಾಯವಾಗುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ಅಮೂರ್ತತೆ ಹಾಗೂ ಕಲ್ಪನಾಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ಇದು ನಮ್ಮ ಜೀವನವನ್ನು ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಯೋಚನೆಗೆ ಹೊಸ ಆಯಾಮವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಅಮೂರ್ತ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಾಗ ಪಡುವ ಪಾಡು, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ವಾದಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೃದ್ಧ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯು ಇತರ ವಿಷಯಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎದುರಾಗುವ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಹಾಯಮಾಡುತ್ತದೆ. ನಾವು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಘನಫಲಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಗುಣ ಗ್ರಹಿಸಲು, ಹಾಗು ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಗಾತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹ ಇದು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯು ನಮ್ಮ ಜೀವನದ ಹಾಗೂ ಪರಿಸರದ ಅನೇಕ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಲ್ಲೂ ಬೆಳಕಿಗೆ ತರಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು ಸಮಸ್ಯೆಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಥವಾ ಪರಿಹಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನೀವು ಬಹಳ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವರಾಗಿಯೇ ತಮ್ಮಿಂದಾದಷ್ಟು ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳುವುದು ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಯೋಚನೆಯೆಂದು ನಾವು ನಂಬಿದ್ದೇವೆ. ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮತ್ತು ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಸಹಾಯಕ. ತಾವು ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಲ್ಲಿ ಭರವಸೆಗಳು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಅವರು ನಿರೂಪಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಭಿನ್ನ ಹಾಗೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ.

ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದು ಮುಂತಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಲವಲವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಸಂವಾದಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಭಾಷೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಆಪ್ತ ಸಂಬಂಧವಿದೆ. ಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಯಾಗುತ್ತಿರುವ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ

©KTBS Not to be republished

ಅನುಭವವಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯ ಹೊರಗಿನಿಂದ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ಪದಗಳು ಹಾಗೂ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಲು ನಿರ್ಬಂಧಗಳಿರಬಾರದು ಭಾಷಾ ಬಳಕೆಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಸ್ವಲ್ಪವಾಗಿಯೇ ಔಪಚಾರಿಕದೆಡೆಗೆ ಹೊರಳಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅವರ ಮಧ್ಯೆ ಚರ್ಚಿಸಲು ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ಜೊತೆಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಿಂದ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಹಾಗು ತಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಮ್ಮ ಕಲಿಕಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲೂ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು ಅವರು ತಮ್ಮ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪಾಗಿ ಓದಲು ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತತೆಯ ಅಗತ್ಯತೆಯಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ರಚನೆ ಹಾಗೂ ತರ್ಕದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ಮಕ್ಕಳು ಇಲ್ಲಿನ ಅಧ್ಯಯದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಂತಾಗಲು ಮೂರ್ತರೂಪದ ವಸ್ತುಗಳು, ಅನುಭವಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಚಿತ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಆಧಾರ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಸಹಾಯಕವಾಗಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಪರಿಶೀಲನೆ ಹಾಗೂ ಸಾಧನೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಕೊಡುತ್ತವೆಯೆಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಮನಗಂಡಿದ್ದೇವೆ ಇವೆರಡರ ಮಧ್ಯೆ ಅನೇಕರಿಗೆ ಗೊಂದಲವಿರುವುದು ನಿಜ. ನೀವು ಈ ರೀತಿಯ ಗೊಂದಲಗಳು ಉಂಟಾಗದಂತೆ ಎಚ್ಚರವಹಿಸುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನೇಕ ಕಡೆ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವಂತೆ ಸನ್ನೀವೇಶಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ತತ್ವಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ಅವರು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಸ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು ಹಾಗು ಅವುಗಳ ಸಮಂಜಸತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳು ಅತ್ಯಂತ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಂಶಗಳು ಹಾಗಾಗಿ ಇಂತಹ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅನ್ಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಪಡೆದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತಿಸಲು ಅನೇಕ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲು, ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಾದಗಳಲ್ಲಿನ ಹುಳುಕನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಏನನ್ನಾದರೂ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಏನೆಂದು ಅವರು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಅತ್ಯಗತ್ಯ. ಇದರಿಂದ, ಹಿನ್ನಲೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಧೈರ್ಯ ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳು ಹಳೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಳೆಯ ಹಾಗೂ ಕ್ಲಿಷ್ಟಕರ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿಸದೆ ಅದೊಂದು ಪರಿಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ವಿಷಯವಾಗಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವುದೆಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸಲು ಅರ್ಥವಾಗದ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳನ್ನು ಕುರುಡಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸದೆ, ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪರ್ಯಾಯ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳು ಹಾಗೂ ಅನೇಕ ಕಾರ್ಯನೀತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆಸ್ವಾದಿಸಬೇಕು. ಅನೇಕ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಅವಕಾಶವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಂತರದ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವಲೋಕಿಸಲು, ಆ ಮೂಲಕ ಸುರುಳಿಯಂತೆ ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನಾ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಅವಕಾಶವಾಗಿ ಬಳಸುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಇತರ ಹೊಸ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕವು ಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಕಲಿಕೆಗೆ ತಳಪಾಯವಾಗಿವೆ.

ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಆನಂದಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಜೊತೆಗೆ ಮಕ್ಕಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಸಹ ಆನಂದಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವರಿಗೆ ಗಣಿತದ ಬಗೆಗೆ ಭಯದ ಬದಲು ಭರವಸೆ ಮೂಡಬೇಕು. ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಪರಸ್ಪರ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಂತಾಗಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒತ್ತು ಕೊಡುವಿರಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಳುವುದನ್ನು ಗಮನವಿಟ್ಟು ಕೇಳುವಿರಿ, ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಲು, ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಮಾತಿನ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಮಾಡುವರೆಂದು ನಾವು ನಂಬುತ್ತೇವೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಮ್ಮ ಸಲಹೆ ಸೂಚನೆಗಳಿಗೆ ನಾವು ಎದುರು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಹಾಗೂ ಬೋಧನೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬೆಳೆಸಿದ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನಮ್ಮೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಿರಿ, ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಮುಂದಿನ ಆವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

విషయ సూచిక

భాగం - 1

క్రమ.సంఖ్య	పాఠం పేరు	పుట సంఖ్య
1	మన సంఖ్యలను తెలుసు కుందాం!	1 – 31
2	పూర్ణ సంఖ్యలు	32 – 51
3	సంఖ్యలతో ఆట	52 – 80
4	ప్రాథమిక జ్యామితీయ అంశాలు	81 – 100
5	ప్రాథమిక ఆకృతులను అర్థం చేసుకోవడం	101 – 132
6	పూర్ణాంకాలు	133 – 155
	జవాబులు	156 – 167

©KTBS Not to be republished

మన సంఖ్యలను తెలుసు కుందాం!

అధ్యాయం – 1

1.1 పరిచయం

వస్తువులను లెక్కించడం మనకిప్పుడు చాలా సులభం. గుంపులో ఎన్ని వస్తువులున్ననూ మనము వాటిని లెక్కించగలం ఉదా: పాఠశాలలోని విద్యార్థులను లెక్కించి సంఖ్యాసూచకాలతో రాస్తాము. పెద్ద సంఖ్యలను తెలపడానికి వివిధ సంఖ్యా సూచకాలను ఉపయోగిస్తాము.

మన పూర్వీకులు పెద్ద సంఖ్యలను చెప్పడానికి లేదా సంకేతాల ద్వారా రాయడానికి అప్పటికి తెలియలేదు కొన్ని వేల సంవత్సారాల క్రితం వారికి చిన్న సంఖ్యలు మాత్రమే తెలుసు. కాలక్రమేణా వారు పెద్ద సంఖ్యలను ఎలా నిర్వహించాలో నేర్చుకున్నారు. చాలామంది నిరంతర మరియు సమిష్టి కృషి వల్ల ఇది సాధ్య పడింది. ఈ అభివృద్ధి మార్గంలో వారు చాలా ఒడిదుడుకులను చూశారు. నిజానికి గణితశాస్త్ర అభివృద్ధికి అన్ని దశలలోనూ ఈ మార్గం సులభంగా లేదు. మానవులు పురోగతి సాధించినందున గణిత శాస్త్రం యొక్క అవసరం ఉంది కనుక దాని ఫలితంగా గణితం మరింత వేగంగా పెరిగింది.

మనమిప్పుడు సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాము మరియు వాటి గురించి అనేక విషయాలు తెలుసుకున్నాము. వస్తువులను లెక్కించడానికి సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాము. వస్తువులను లెక్కించడానికి సంఖ్యలను ఏ గుంపు మొదటిది, ఏది రెండవది మొదలగు గుంపులను క్రమంగా అమర్చడానికి సాధ్యమవుతుంది. మనం సంఖ్యలను అనేక సంధర్భాలలో, వివిధ సన్నివేశాలలో ఉపయోగిస్తాము. ఇలాంటి సన్నివేశాల గురించి ఆలోచించి, ఐదు ప్రత్యేక పరిస్థితులను పట్టీ చేయండి.

మనం కింది తరగతులలో సంఖ్యలను కూడడం, తీసి వేయడం, గుణకారం,

©KTBS Not to be republished

భాగాహారక్రియలను చాలా ఉత్సాహంగా నేర్చుకొని చేశాము. సంఖ్యల వరుసలో మనం కుతూహలమైన రచనలను గమనించాము. ఈ అధ్యాయంలో మనం మునుపు నేర్చుకున్న విషయాలను మననం చేసుకొని, మరింత కుతూహలమైన విషయాలను తెలుసుకుందాం.

1.2 సంఖ్యలను పోల్చడం.

సంఖ్యలను పోల్చడం మీకు తెలుసుకదా? కింది ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో అత్యంత పెద్ద సంఖ్య ఏది ?

1) 92, 392, 4456, 89742 (నేనే అత్యంత పెద్ద వాణ్ణి!)

2) 1902, 1920, 9201, 9021, 9210 (నేనే అత్యంత పెద్ద వాణ్ణి!)

వీటిలో ఏది పెద్ద సంఖ్య అని మీకు తెలుసు.

ఏది పెద్ద సంఖ్య అని మీరు ఎలా నిర్ణయించారు అనుటను మీ మిత్రులలో చర్చించండి.

ప్రయత్నించండి:

కింది వరుసలలో ఇచ్చిన సంఖ్యలలో అత్యంత పెద్ద సంఖ్య మరియు అత్యంత చిన్న సంఖ్య ఏదని తక్షణమే చెప్పగలరా ?

1) 382, 4972, 18, 59785, 750 జవాబు : అత్యంత పెద్ద సంఖ్య – 59785
అత్యంత చిన్న సంఖ్య – 18

2) 1473, 89423, 100, 5000, 310 జవాబు : ____________

3) 1834, 75284, 111, 2333, 450 జవాబు : ____________

4) 2853, 7691, 9999, 12002, 124 జవాబు : ____________

గుర్తించడం సులభమా? ఎందుకు అంత సులభం ?

ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఎన్ని అంకెలు ఉన్నాయని చూసి మనం జవాబు ఇస్తాము. అత్యంత పెద్ద సంఖ్యలో ఎక్కువ వేలు మరియు అత్యంత చిన్న సంఖ్యలో కేవలం వంద లేదా పదులు ఉన్నాయి.

ఇదే విధంగా మరో ఐదు ప్రశ్నలను మీ స్నేహితులలో జవాబు చెప్పించండి.

ఇప్పుడు4875 మరియు 3542 లను ఎలా పోల్చుతారు. ఇదేమి కష్టంకాదు. ఈ రెండింటిలో సమాన సంఖ్యలో అంకెలున్నాయి. అయితే 4875 లో వేల స్థానంలో గల అంకె 3542 లో ఉన్న దానికంటే పెద్దది. కావున 4875 మరియు 3542 కంటే పెద్దది. 4875 మరియు 4542 లలో ఏది పెద్దది?

ఈ రెండు సంఖ్యలలో గల అంకె సంఖ్య సమానం మరియు వేల స్థానంలోని అంకెలు సమానము. ఇప్పుడుఏమి

©KTBS Not to be republished

ప్రయత్నించండి:

అత్యంత పెద్ద సంఖ్య మరియు అత్యంత చిన్న సంఖ్యలను కనుగొనండి.

a) 4536, 4892, 4370, 4452

b) 15623, 15073, 15189, 15800

c) 25286, 25245, 25270, 25210

d) 6895, 23787, 24569, 24659

చేద్దాం? మనం ఇప్పుడుదిగువ స్థానం అంటే వందల స్థానం చూసి పోలుస్తాము. 4875 లో వందల స్థానంలో గల అంకె 4542 లో వందల స్థానంలోని అంకె కంటే పెద్దది. కావున 4875, 4542 కంటే పెద్దది. ఒక వేల వేలస్థానంలోని అంకెలు కూడా సమానం అయితే ఏమి చేస్తావు.

(a) 4875 మరియు 4889 (b) 4875 మరియు 4879 లను పోల్చండి.

1.2.1 మీరు ఎన్ని సంఖ్యలను చేయగలరు?

మీ వద్ద 7, 8, 3, 5 అను నాలుగు అంకెలు ఉన్నాయని అనుకొందాము. ఈ అంకెలను ఉపయోగించి నాలుగంకెల సంఖ్యను రాయాలి. అయితే ప్రతి అంకెను ఒక సారి మాత్రమే ఉపయోగించాలి. అంటే 7835 కావచ్చు. అయితే 7735 కాదు. ఎన్ని సాధ్యమో అన్ని సంఖ్యలను రాయండి.

వాటిలో అత్యంత పెద్ద సంఖ్య ఏది?

అత్యంత చిన్న సంఖ్య ఏది?

అత్యంత పెద్ద సంఖ్య 8753 మరియు అత్యంత చిన్న సంఖ్య 3578.

ఈ రెండు సంఖ్యలలోని అంకెలను వ్రాసిన విధానాన్ని గమనించండి.

అత్యంత పెద్ద సంఖ్యను వ్రాసిన విధానాన్ని తెలుపగలరా? మీ క్రమాన్ని రాయండి ?

ప్రయత్నించండి:

1. కింది ఇవ్వబడిన అంకెలను ఒక సంఖ్యలో ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించి రాయదగు అతి పెద్ద సంఖ్య మరియు అతి చిన్నదైన నాల్గంకెల సంఖ్యలను రాయండి.

   a) 2, 8, 7, 4 b) 9, 7, 4, 1 c) 4, 7, 5, 0 d) 1, 7, 6, 2 e) 5, 4, 0, 3

   (గమనిక : 0754 ఇది మూడంకెల సంఖ్య)

2. ఏదైనా ఒక అంకెను రెండు సార్లు ఉపయోగించి నాల్గంకెల అత్యంత పెద్ద సంఖ్య మరియు అత్యంత చిన్న సంఖ్యలను రాయండి?

   a) 3, 8, 7 b) 9, 0, 5 c) 0, 4, 9 d) 8, 5, 1

©KTBS Not to be republished

3. కింద ఇవ్వబడిన నియమాన్ని అనుసరించి ఏవైనా అంకెలను ఉపయోగించి, కనిష్ఠ సంఖ్యలను రాయండి?

a) అంకె 7 ఎల్లప్పుడు ఒకట్ల స్థానంలో ఉండాలి.

అతి పెద్ద సంఖ్య

9	8	6	7

అతి చిన్న సంఖ్య

1	0	2	7

(గమనిక : మొదటి స్థానంలో ‘0’ ఉండదు ఎందుకు?)

b) అంకె 4 ఎల్లప్పుడు పదుల స్థానంలో ఉండాలి.

అతి పెద్ద సంఖ్య

		4	

అతి చిన్న సంఖ్య

		4	

c) అకె ‘9’ ఎల్లప్పుడు వందల స్థానంలో ఉండాలి.

గరిష్ట సంఖ్య

	9		

కనిష్ఠ సంఖ్య

	9		

d) అంకె ‘1’ ఎల్లప్పుడు వేల స్థానంలో ఉండాలి.

గరిష్ట సంఖ్య

1			

కనిష్ఠ సంఖ్య

1			

4) ఏవేని రెండు అంకెలను తీసుకోండి. (ఉదా: 2 మరియు 3) ప్రతి అంకెను రెండు సార్లు ఉపయోగించి నాల్గంకెల సంఖ్యను రాయండి.

గరిష్ఠ సంఖ్య ఏది?

కనిష్ఠ సంఖ్య ఏది ?

మొత్తం ఎన్ని సంఖ్యలను రాయవచ్చు?

Not ©KTBS to be republished

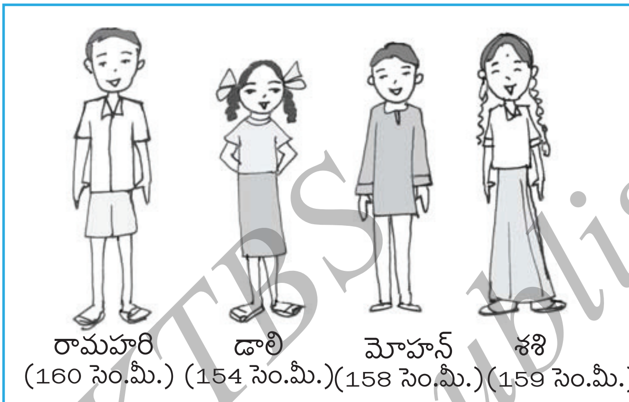
క్రమబద్ధంగా నిలబడడం :-

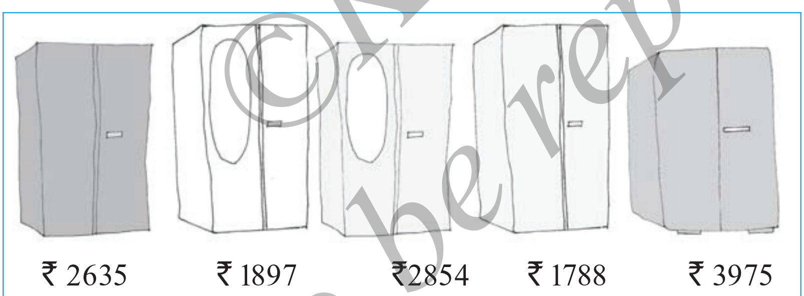
1) అత్యంత ఎత్తైన వ్యక్తి ఎవరు?

2) అత్యంత పొట్టివ్యక్తి ఎవరు ?

a) వీరిని వారి ఎత్తులకు అనుగుణంగా ఆరోహణ నిలబెట్టగలరు.

b) ఎత్తుల కనుగుణంగా అవరోహణ క్రమంలో నిలబెట్టగలరు.





ఏది కొనాలి? సోహన్ మరియు రీటాలు బీరువాలను కొనడానికి వెళ్ళారు. అంగడిలో చాలా బీరువాలు ఉన్నాయి. వాటికి ధర పట్టీలను వ్రేలాడదీశారు.

ప్రయత్నించండి:

మూడు లేక ఎక్కువ పరిమాణాలను పోల్చు ఇలాంటి ఐదు సన్నివేశాలను ఆలోచించండి.

a) వాటిని ధరలకనుగుణంగా ఆరోహణ క్రమంలో జోడించగలరా?

b) వాటిని ధరలకనుగుణంగా అవరోహణ క్రమంలో జోడించగలరా?

ఆరోహణ క్రమము : ఆరోహణ క్రమమం అంటే తక్కువ నుండి ఎక్కువ వైపుకు అమర్చడము.

అవరోహణ క్రమము : అవరోహణ క్రమము అనగా ఎక్కువ నుండి తక్కువకు అమర్చడము.

©KTBS Not to be republished

ప్రయత్నించండి:

1) క్రింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమమంలో రాయండి.

a) 847, 9745, 8320, 571

b) 9801, 25751, 36501, 38802

2) క్రింది సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమములో రాయండి.

a) 5000, 7500, 85400, 7861

b) 1971, 45321, 88715, 92547

1.2.2 అంకెల స్థాన మార్పు :-

ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెల స్థానాన్ని మార్చడం ద్వారా ఏమవుతుందో ఆలోచించారా?

182 అను సంఖ్యను ఊహించుకొని అంకెల స్థానాలను 821 అను పెద్ద సంఖ్య, 128 అను చిన్న సంఖ్య వస్తుంది. ఇదే విధంగా 391 కి కూడా ప్రయత్నించండి.

ఏదైనా ఒక మూడంకెల సంఖ్యను రాసి, అందులో వందలు మరియు ఒకట్ల స్థానాలలో గల అంకెలను తారుమారు చేసి కొత్త సంఖ్యను పొందండి.

a) కొత్త సంఖ్య మొదటి సంఖ్య కంటే పెద్దదా ?

b) కొత్త సంఖ్య మొదటి సంఖ్య కంటే చిన్నదా??

ఇప్పుడులభించిన రెండు సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలలో రాయండి.

మొదట | 7 | 9 | 5 |

మొదటి మరియు మూడవ అంకెలను తారు మారు చేసిన తరువాత | 5 | 9 | 7 |

ఒక వేళ మొదటి మరియు మూడవ అంకెలను తారుమారు చేస్తే, ఏ సందర్భంలో మొదటి అంకె పెద్దది. ఏ సందర్భంలో మొదటి అంకె చిన్నది.

1.2.3 10,000ను పరిచయం చేయడం (Introducing 10,000):-

99 కంటే పెద్దదైన రెండంకెల సంఖ్య లేదని మనకు తెలుసు. రెండంకెల సంఖ్యలలో గరిష్ఠ సంఖ్య 99 అలాగే మూడంకెల సంఖ్యలలో గల గరిష్ఠ సంఖ్య 999 నాల్గంకెల సంఖ్యలలో గల గరిష్ఠ సంఖ్య '9999' ఈ '9999' కి 1 ని కలిపితే ఏమవుతుంది.

©KTBS Not to be republished

ఈ విన్యాసాన్ని గమనించండి :

$$9 + 1 = 10 = 10 \times 1$$

$$99 + 1 = 100 = 10 \times 10$$

$$999 + 1 = 1000 = 10 \times 100$$

ఒక అంకె గరిష్ఠ సంఖ్య + 1 = రెండంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య

రెండంకెల గరిష్ఠ సంఖ్య + 1 = మూడంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య

మూడంకెల గరిష్ఠ సంఖ్య + 1 = నాల్గంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య

ఇలాగే నాల్గంకెల గరిష్ఠ సంఖ్య 9999 కి 1 ని కలిపినప్పుడు ఐదంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య వస్తుందని అర్థమనుతుంది.

అంటే 9999 + 1 = 10,000.

9999 తరువాత వచ్చు ఈ కొత్త సంఖ్య 10,000

ఇదే పదివేలు అలాగే 10,000 = 10 X 1,000

1.2.4 స్థాన విలువ పునరావలోకనం :-

ఇంతకు ముందు మనం రెండంకెల సంఖ్య (ఉదా.78)ను విస్తరించి రాసిన దానిని గుర్తు తెచ్చుకొందాం.

78 = 70 + 8 = 7 X 10 + 8

అలాగే మూడంకెల సంఖ్య (ఉదా: 278) ను విస్తరించి రాయడం మనకు తెలుసు.

278 = 200 + 70 + 8 = 2 X 100 + 7 X 10 + 8

278 లో 8 ఒకట్ల స్థానంలో ఉంది అని అంటాము.

ఇదే పరికల్పనను నాల్గంకెల సంఖ్యకు విస్తరించినప్పుడు

ఉదా : 5278 = 5000 + 200 + 70 + 8

= 5 X 1000 + 2 X 100 + 7 X 10 + 8

ఇక్కడ ఒకట్ల స్థానంలో 8, పదుల స్థానంలో 7, వందల స్థానంలో 2, మరియు వేల స్థానంలో 5, ఉన్నాయి సంఖ్య 10,000 గురించి తెలుసుకొన్న తర్వాత మనం ఈ కల్పనను ఐదంకెల సంఖ్య (ఉదా.45278) లకు విస్తరించవచ్చు.

45278 = 4 X 10000 + 5 X 1000 + 2 X 100 + 7 X 10 + 8

© KTBS Not to be republished

ఒకట్ల స్థానంలో 8, పదుల స్థానంలో 7, వందల స్థానంలో 2, వేల స్థానంలో 5 మరియు పది వేల స్థానం లో 4 ఉన్నాయని అంటాము. ఈ సఖ్యల నలభై ఐదు వేల రెండు వందల డెబ్బై ఎనిమిది అని చెబుతాం. మీరిప్పుడు ఐదంకెల గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ సంఖ్యలను చెప్పగలరా?

ప్రయత్నించండి :-

క్రింది పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలను చదివి, విస్తరించి, ఖాళీలను పూరించండి.		
సంఖ్య	అక్షరాలలో	విస్తరణా రూపం
20000	ఇరవైవేలు	2 x 10000
26000	ఇరవై ఆరు వేలు	2 x 10000 + 6 X 1000
38400	ముప్పై ఎనిమిది వేల నాలుగు వందలు	3 X 10000 + 8 X 1000 + 4X100
65740	అరవైఐదు వేల ఏడు వందల నలభై	6 X 10000 + 5 X 1000 +7 X 100 + 4 X 10
89324	ఎనభైతొమ్మిది వేల మూడు వందల ఇరవై నాలుగు	8 X 10000 + 9 X 1000 + 3 X 100 + 2 X 10 + 4
50000	__________	__________
41000	__________	__________
47300	__________	__________
57630	__________	__________
29485	__________	__________
29085	__________	__________
20085	__________	__________
20005	__________	__________

మరో ఐదు ఐదంకెల సంఖ్యలను రాసి, చదివి విస్తరించండి.

1.2.5 1,00,000 ను పరిచయం చేయడం.

5 అంకెల గరిష్ఠ సంఖ్య ఏది?

5 అంకెల గరిష్ఠ సంఖ్యకు 1 ని కలిపినప్పుడు 6 అంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య లభిస్తుంది.

99,999 + 1 = 1,00,000

సంఖ్యను 'ఒక లక్ష' అంటాము. ఒక లక్ష 99,999 కి తరువాతి సంఖ్య అవుతుంది.

10 X 10,000 = 1,00,000

మనం ఇప్పుడు 6 అంకెల సంఖ్యలను ఇలా విస్తరించవచ్చు.

2,46,853 = 2 X 1,00,000 + 4 X 10,000 + 6 X 1,000 + 8 X 100 + 5 X 10 + 3 X 1

©KTBS Not to be republished

ఈ సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలో 3, పదుల స్థానంలో 5, వందల స్థానంలో 8, వేల స్థానంలో 6, పది వేల స్థానంలో 4, లక్షల నలభై ఆరు వేల ఎనిమిది వందల యాభై మూడు అని చదువుతాము.

ప్రయత్నించండి :-

ఖాళీలు ఉన్న చోట సంఖ్యలను (చదివి) అక్షరాలలో రాసి విస్తరించండి.

సంఖ్య	అక్షరాలలో	విస్తరణా రూపం
3,00,000	మూడు లక్షలు	3 X1,00,000
3,50,000	మూడు లక్షలా యాభై వేలు	3 X 1,00,000 + 5 X 10,000
3,53,500	మూడు లక్షలా యాభై మూడు వేల ఐదు వందలు	3 X 1,00,000 + 5 X 10,000 +3 X 1,000 + 5 X 100
4,57,928		
4,07,928		
4,00,829		
4,00,029		

1.2.6 పెద్ద సంఖ్యలు :

ఆరంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యకు '1' ని కలిపినప్పుడు 7 అంకెల అతి చిన్న సంఖ్య లభిస్తుంది. దానిని పది లక్షలు అంటాము. 6 అంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యను మరియు 7 అంకెల అతి చిన్న సంఖ్యను రాయండి.

8 అంకెల అతి చిన్న సంఖ్యను 'ఒక కోటి' అంటాము తరువాత విన్యాసాన్ని పూరించండి.

9 + 1 = 10
99 + 1 = 100
999 + 1 = ________
9,999 + 1 = ________
9,9999 + 1 = ________
9,99,999 + 1 = ________
99,99,999 + 1 = 1,00,00,000

గుర్తుంచుకోండి :

1 నూరు = 10 పదులు
1 వేయి = 10 వందలు
= 100 పదులు
1లక్ష = 100 వేలు
= 1000 వందలు
1కోటి = 100 లక్షలు
= 10,000 వేలు

అనేక సందర్భాలలో మనకు పెద్ద సంఖ్యలు కనబడతాయి.

ఉదాహరణకు మీ తరగతిలోని పిల్లల సంఖ్య రెండంకెలదయి ఉండవచ్చు. మీ పాఠశాలలోని విద్యార్థుల సంఖ్య 3 లేదా 4 అంకెలదయి ఉండవచ్చు. మన ప్రక్క పట్టణంలోని జనాభా ఇంకా ఎక్కువ ఉండవచ్చు. అదే 5, 6 లేదా 7 అంకెల సంఖ్య అయి ఉండవచ్చు. మీ రాష్ట్ర జనాభా ఎంతో మీకు తెలుసా? ఆ సంఖ్యలో ఎన్ని అంకెల ఉండవచ్చు?

©KTBS Not to be republished

ఒక సంచి నిండా గోధుమలున్నాయి అనుకొందాం. అందులో ఎన్ని గోధుమ గింజలు ఉండవచ్చు? 5 లేదా 6 అంకెల సంఖ్య అంతనా? లేదా ఇంకా ఎక్కువా?

ప్రయత్నించండి:

1. 10 1 = ?
2. 100 1 = ?
3. 10,000 1 = ?
4. 1,00,000 1 = ?
5. 1,00,00,000 1 = ?

(గమనిక : తెలిపిన విన్యాసాన్ని ఉపయోగించండి.

ప్రయత్నించండి:

1. లెక్కించినప్పుడు 5 లేదా 6 అంకెల సంఖ్య కంటే ఎక్కువ వస్తువులున్న గుంపులకు ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.
2. 6 అంకెల అత్యంత పెద్ద సంఖ్యతో ప్రారంభించి దాని ముందు 5 సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.
3. 8 అంకెల అతి చిన్న సంఖ్య మరియు దాని తరువాతి 5 సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో వాటిని అక్షరాలలో రాయండి.

1.2.7 పెద్ద సంఖ్యలను రాయడం, చదవడం :-

క్రింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి.

a) 279453 b) 5035472 c) 152700375 d) 40350894

చదవడానికి కష్టం అనిపించిందా ?

చదువు మార్గాన్ని కనుగొనడం కష్టమైందా ?

ఒక్కో సారి సూచకాల వాడుక సంఖ్యలను రాయడం మరియు చదవడానికి సహాయపడుతుంది. శాగుఫ్త పెద్ద సంఖ్యలను చదవడానికి లేదా రాయడానికి సహాయపడు సూచికలను వాడుతుంది. ఆమె సూచికలు సంఖ్యలను విస్తరణా రూపంలో రాయడానికి కూడా సహాయపడుతుంది. ఉదాహరణకు ఆమె 257 ను అనే సంఖ్యలో ఒకట్లు, పదులు, వందల స్థానాలలో గల అంకెలను గుర్తించి పట్టికలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు వీటి క్రింద రాస్తుంది.

వం	ప	ఒ
2	5	7

విస్తరణా రూపం

$2 \times 100 + 5 \times 10 + 7 \times 1$

©KTBS Not to be republished

అదేవిధంగా మరొక సంఖ్య 2, 092 ను విస్తరణా రూపం

వే	వం	ప	ఒ
2	0	9	2

2 x 1000 + 0 x 100 + 9 x 10 + 2

ఇదే విధానాన్ని విస్తరిస్తూ మనం లక్ష వరకు సంఖ్యలను పట్టికలో రాయవచ్చు.

క్రింది పట్టికలో ఖాళీలను పూరించండి:-

సంఖ్య	పది లక్షలు	లక్ష	పది వేలు	వేలు	వం దలు	పదులు	ఒకట్లు	అక్షరాలలో	విస్తరణా రూపం
7,34,543	–	7	3	4	5	4	3	ఏడు లక్షల ముప్పై నాలుగు వేల ఐదు వందల నలభై మూడు	________
32,75,829	3	2	7	5	8	2	2	–	3 x 1000000 +2 x 100000 + 7 x 10000 + 5 x 1000 + 8 x 100 + 2 x 10 + 9

ఇదే విధంగా కోట్ల వరకు గల సంఖ్యలను పట్టికలో రాయవచ్చు.

సంఖ్య	పది కోట్లు	కోటి	పది లక్షల	లక్ష	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	అక్షరాలలో
2,57,34,543	–	2	5	7	3	4	5	4	3	________
65,32,75,829	6	5	3	2	7	5	8	2	9	అరవై ఐదు కోట్ల ముప్పై రెండు లక్షల డెబ్బై ఐదు వేల ఎనిమిది వందల ఇరవైతొమ్మిది

సంఖ్యలను విస్తరణా రూపంలో రాయడానికి మీరు వేరే విధమైన పట్టికను కూడా నిర్మాణం చేయవచ్చు.

©KTBS Not to be republished

విరామ చిహ్నాల వాడుక :

పెద్ద సంఖ్యలు రాసే సందర్భంలో మీరు అప్పుడప్పుడు కామాలు వాడడం గమనించే ఉంటారు. హిందూ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో మనం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, లక్షలు, కోట్లు వంటి స్థానాలను రాస్తాం. వేలను, లక్షలను, కోట్లను చదవడంలో కామాలు ఉపయోగిస్తాం. మొదటి కామాను వందల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి మూడంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'వేలు' అని గుర్తిస్తాం. రెండవ కామాను మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదివేల స్థానం తరువాత (అంటే కుడివైపునుండి అయిదు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'లక్షలు' అని గుర్తిస్తాం. మూడవ కామాను తిరిగి మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదిలక్షల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడి వైపు నుండి ఏడు అంకెల) తర్వాత రాసి ముమదు మిగిలిన సంఖ్య అంతా 'కోట్లు' అని గుర్తిస్తాం. కామాలు పెద్ద సంఖ్యలను స్థానాల ప్రకారం చదవడానికి, రాయడానికి ఉపయోగపడతాయి.

ఉదాహరణ :- 5,08,01,592

3,32,40,781

7,27,05,062

> సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయునప్పుడు కామాలు ఉపయోగించండి.

క్రింది ఇచ్చిన సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి. ఇలాంటి మరో 5 సంఖ్యలను రాసి, వాటిని చదవండి.

అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం (ఆంగ్ల సంఖ్యామానం)

అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, పదివేలు తర్వాత వందవేలు, 'మిలియన్లు' అని చదువుతారు. ఒక మిలియన్ అంటే వేయి వేలు లేదా 'పది లక్షలు' కు సమానం అదే విధంగా పదిమిలియన్లు, వందమిలియన్లు తర్వాత, ఒక బిలియన్ అంటారు. ఒక బిలియన్ అంటే వెయ్యి మిలియన్లకు సమానం. ఒకట్ల స్థానంతో మొదలు పెట్టి ప్రతి మూడు స్థానాల తర్వాత కామాలు వస్తాయి. ఉదాహరణకు సంఖ్య 50,801,592 ను అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలో యాభై మిలియన్ల ఎనిమిది వందల ఒక వేయి ఐదు వందల తొంభై రెండు అని చదువుతారు. అదే సంఖ్యను హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యామానంలో ఐదు కోట్ల ఎనిమిది లక్షల ఒకవేయి ఐదు వందల తొంభైరెండు అని చదువుతాము.

ఒక మిలియన్‌లో ఎన్ని లక్షలున్నాయి?

ఒక కోటికి ఎన్ని మిలియన్లు కావాలి?

మూడు పెద్ద సంఖ్యలను తీసుకోండి. వాటిని హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యామానం మరియు అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో వ్యక్త పరచండి.

ఆసక్తికరమైన నిజాలు :-

మిలియన్ కంటే పెద్ద సంఖ్యలను సూచించడానికి అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో బిలియన్‌ను ఉపయోగిస్తారు.

1 బిలియన్ = 1000 మిలియన్లు

©KTBS Not to be republished

మీకి ఇది తెలుసా ?
భారత దేశ జనాభా
1921 నుండి 1931 అవదిలో 27 మిలియన్లు
1931 నుండి 1941 అవదిలో 37 మిలియన్లు
1941 నుండి 1951 అవదిలో 44 మిలియన్లు
1951 నుండి 1961 అవదిలో 78 మిలియన్లు!

1991 నుండి 2001 అవదిలో జనాభా పెరుగుదలను తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

ప్రస్తుత భారతదేశ జనాభా ఎంత అని మీకు తెలుసా?

దీనిని తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

ప్రయత్నించండి:

1. కింది ఇచ్చిన సంఖ్యలను చదివి, వాటిని స్థాన విలువలకు అనుగుణంగా పట్టికలో రాసి విస్తరణా రూపంలో వ్యక్త పరచండి.

   (i) 475320 (ii) 9847215 (iii) 97645310 (iv) 30458094

   (a) వీటిలో అత్యంత చిన్న సంఖ్య ఏది ?

   (b) అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది?

   (c) ఈ సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణా క్రమంలో రాయండి.

2. ఈ సంఖ్యలను చదవండి.

   (i) 527864 (ii) 95432 (iii) 18950049 (iv) 70002509

   (a) ఈ సంఖ్యలను స్థాన విలువలకనుగుణంగా కామాలు వేసి, హిందూ అరబిక్ మరియు అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలో పట్టిక రాయండి.

   (b) వీటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

3. మరి కొన్ని మూడు గుంపుల పెద్ద సంఖ్యలను తీసుకొని, వాటిని వెనుకటి ప్రశ్నలో సూచించినట్టు రాయండి.

అంకెల స్థాన విలువలను తెలుసుకోవడానికి మీరు సంఖ్యను మరలా పట్టికలో రాయవచ్చు.

(a) నలభై రెండు లక్షల, డెబ్బైవేల ఎనిమిది.

(b) రెండు కోట్ల తొంభై లక్షల యాభై ఐదు వేల ఎనిమిది వందలు.

(c) ఏడు కోట్ల అరవై వేల యాభై ఐదు.

©KTBS Not to be republished

ప్రయత్నించండి:

1. 4, 5, 6, 0, 7 మరియు 8, ఈ అంకెలనుపయోగించి ప్రతి సంఖ్యలో 6 అంకెలుండునట్లు ఐదు సంఖ్యలను రాయండి.
   (a) చదవడానికి సులభంగా ఉండునట్లు కామాలను ఉంచండి.
   (b) వాటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.
2. 4, 5, 6, 7, 8 మరియు 9 ఈ అంకెలనుపయోగించి 8 అంకెల మూడు సంఖ్యలను రాయండి. వీటి సులభంగా చదవడానికి వీలుగా కామాలను ఉంచండి.
3. 3, 0 మరియు 4 లను ఉపయోగించి 6 అంకెల ఐదు సంఖ్యలను కామాలనుపయోగించి రాయండి.

అభ్యాసము 1.1

1. ఖాళీలను పూరించండి.
   (a) 1 లక్ష = __________ పదివేలు
   (b) 1 మిలియన్ = __________ నూరు వేలు
   (c) 1 కోటి = __________ పది లక్షలు
   (d) 1 కోటి = __________ మిలియన్‌లు
   (e) 1 మిలియన్ = __________ లక్షలు
2. కింది వాటిని కామాలతో విభజించి సంఖ్యలను రాయండి.
   (a) డెబ్బైమూడు లక్షల డెబ్బై ఐదు వేల మూడు వందల ఏడు.
   (b) తొమ్మిది కోట్ల ఐదు లక్షల నలభై ఒకటి.
   (c) ఏడు కోట్ల యాభై రెండు లక్షల ఇరవై ఒక్క వేల మూడు వందల రెండు.
   (d) యాభై ఎనిమిది మిలియనుల నాలుగు వందల ఇరవై మూడు వేల రెండు వందల రెండు.
   (e) ఇరవై మూడు లక్షల ముప్పై వేల పది.
3. హిందూ అరబిక్ సంఖ్యా పద్ధతిలో సరైన కామాలు ఉంచి, అక్షరాలలో రాయండి.
   (a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 48049831
4. అంతర్జాతీయ సంఖ్యా పద్ధతిలో సంఖ్యల పేర్లను రాసి సరైన స్థానాలలో అల్పవిరామాలను ఉపయోగించండి.
   (a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 వాడుకలో ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు :

మునుపటి తరగతులలో మనం పొడవును కొలవడానికి సెంటీమీటర్ (cm) అను ప్రమాణాన్ని ఉపయోగిస్తాం అని నేర్చుకున్నాం. పెన్సిల్ పొడవును, పుస్తకం నోటు పుస్తకం వెడల్పు మొదలగు వాటిని

©KTBS Not to be republished

సెంటీమీటర్లలో కొలుస్తాము. అయితే పెన్సిల్ మందాన్ని కొలిచేటప్పుడు సెంటీ మీటర్ ప్రమాణం పెద్దదవుతుంది. ఈ సందర్భంలో మనం మిల్లీ మీటర్లు (mm) వాడతాం.

ప్రయత్నించండి:

1. ఒక కిలో మీటరుకు ఎన్ని సెంటీ మీటర్లు?
2. భారత దేశంలోని 5 పెద్ద నగరాలను పేర్కొని వాటి జనాభాను పేర్కొనండి. అలాగే ప్రతీ రెండు నగరాల మధ్య దూరాన్ని కనుగొనండి.

(a) 10 మిల్లీ మీటర్లు = 1 సెంటీ మీటర్ మన తరగతి గది లేదా పాఠశాల భవనము యొక్క పొడవును కొలవడానికి సెం.మీ చాలా చిన్నదవుతుంది. అందువలన మనం మీటరును వాడుతాం.

(b) 1 మీటరు = 100 సెం.మీ

= 1000 సెం.మీ

అయితే రెండు నగరాల ఉదాహరణకు డిల్లీ మరియు ముంబయి లేదా చెనై మరియు కొల్కత్తామధ్య దూరాన్ని చెప్పేటప్పుడు మీటరు కూడా చాలా చిన్నదవుతుంది. దాని కొరకు మనకు కిలో మీటర్లు (km) కావాలి.

(c) 1 కిలో మీటర్ = 1000 మీటర్లు

ఒక కిలో మీటరుకు ఎన్ని మిల్లీ మీటర్లు ?

1 m = 1000 mm అయినందువల్ల

1 m = 1000 m = 1000 x 1000 mm = 10,00,000 mm

ప్రయత్నించండి:

1. ఒక కిలో గ్రాముకు ఎన్ని మిల్లీ గ్రాములు.
2. ఒక మందుల పెట్టెలో 2,00,000 మాత్రలు ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క మాత్ర బరువు 20 మి.గ్రాం. అయితే, ఆ పెట్టెలో ఉన్న మాత్రల మొత్తం బరువును గ్రాములలోను, కిలోగ్రాములలోను తెల్పండి.

మనం బియ్యం లేదా గోధుమలు కొనడానికి మార్కెట్‌కు వెళతాం. కిలోగ్రాములలో వాటిని కొంటాం. అయితే అల్లం లేదా మిరపకాయలు అంత పెద్ద ప్రమాణంలో అవసరముండదు కావున మనం వాటిని గ్రాములలో కొంటాం. రోగులకు ఇచ్చే మాత్రల బరువును మీరెప్పుడైనా గమనించారా. అది చాలా చిన్నది. అది మిల్లీ గ్రాములలో ఉంటుంది.

1 గ్రాం = 1000 మి.గ్రాం.లు

ఇలాగే ఒక బకెట్‌లో సాధారణంగా 20 లీ. నీరుపడుతుంది. కాని కొన్ని సార్లు మనకు చిన్న ప్రమాణాల, మిల్లీ మీటర్లలో కావలసి ఉంటుంది. కొబ్బరి నూనె, శుభ్రం చేయు లిక్విడ్ లేదా కూల్ డ్రింక్స్ బాటిల్స్ పై అతికించిన పేపర్‌లలో ద్రవం ప్రమాణం మిల్లీ.లీటర్ల (మి.లీ) లలో ఉంటుంది.

1 లీటర్ = 1000 మిల్లీ లీటర్లు

ఈ అన్ని ప్రమాణాల పదాలలో కిలో, మిల్లీ, సెంటీ అను కొన్ని సాధారణ పదాలను మీరు గమనించండి. వీటిలో కిలీ అత్యంత పెద్దది మరియు మిల్లీ అత్యంత చిన్నది అనుటను గుర్తుంచుకోండి. కొలో అంటే 1000 రెట్లు పెద్దది. మిల్లీ అంటే 1000 రెట్లు చిన్నది అని సూచిస్తుంది. అంటే 1 కిలో గ్రాం = 1000 గ్రాం లు.

1 గ్రాం = 1000 మిల్లీ గ్రాం. లు

Not ©KTBS to be republished

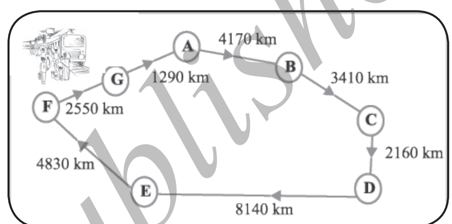
అలాగే సెంటీ 100 రెట్లు చిన్నది అని సూచిస్తుంది. అంటే 1 మీటర్ = 100 సెంటీ మీటర్లు.

ప్రయత్నించండి:

1. ఒక రైలు ప్రతి గంటకు 60 కి.మీ వేగంతో ప్రయాణిస్తూ వేర్వేరు స్థళాలను చేరుకుంది. ప్రయాణపు మార్గం కింద చూప బడినది.

(i) రైలు A నుంసి D కు ప్రయాణించినప్పుడు, అది చలించిన దూరాన్ని కనుగొనండి.

(ii) రైలు D నుండి G కి ప్రయాణించినప్పుడు, అది చలించిన దూరాన్ని కనుగొనండి.



(iii) రైలు A నుండి బయలు దేరి మరలా A ను చేరినప్పుడు అది చలించిన దూరాన్ని కనుగొనండి.

(iv) C నుండి D మరియు D నుండి E కు గల దూరాల వ్యత్యాసాన్ని కొనుగొన వచ్చా?

(v) రైలు చేరడానికి తీసుకున్న కాలాన్ని కనుగొనండి.

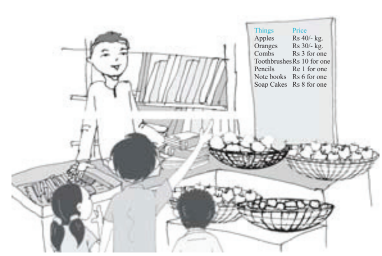
(a) 'A' నుండి 'B' కి (b) 'C' నుండి 'D'కి

(c) 'E' నుండి 'G' కి (d) మొత్తం ప్రయాణం.

©KTBS Not to be republished

2) రామణ్ అంగడి

వస్తువులు	వెల
ఆపిల్ Kg	₹ 40
కమలా పండ్లు Kg	₹ 30
దువ్వెన 1	₹ 3
బ్రష్ 1	₹ 10
పెన్సిల్ 1	₹ 1
నోటు పుస్తకం	₹ 6
సబ్బు	₹ 8



గత సంవత్సరపు అమ్మకాలు	
ఆపిల్	2457 Kg
కమలా పండ్లు	3004 Kg
దువ్వెన	22760
బ్రష్	25367
పెన్సిల్	38530
నోటు పుస్తకం	40002
సబ్బు	20005

(a) గత సంవత్సరం రామణ్ అమ్మిన ఆపిల్ మరియు కమలా పండ్లు మొత్తం బరువును కనుగొన గలరా ?

ఆపిల్ బరువు = ____________ Kg

కమలా పండ్ల బరువు = ____________ Kg

అందువలన, మొత్తం బరువు = ___________ Kg + ___________ Kg = ___________ Kg

జవాబు : ఆపిల్ మరియు కమలా పండ్ల మొత్తం బరువు = ____________ Kg

(b) రమణ్ ఆపిల్స్ అమ్మిన అతనికి లభించిన మొత్తం డబ్బు ఎంత అని తెలుపగలరా ?

(c) రమణ్ ప్రతి వస్తువును అమ్మినప్పుడు లభించిన డబ్బును చూపు ఒక పట్టికను చేసి, లభించిన మొత్తండబ్బును అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

(d) ఏ వస్తువు అమ్మకంలో అతనికి అత్యంత ఎక్కువ డబ్బు లభించింది? మొత్తం ఎంత?

మనం కూడికలు, తీసివేతలు, గుణకారం మరియు భాగాహారాలతో కూడిన అనేక సమస్యలను పరిష్కరించాము. మనం మరిన్ని సమస్యలను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిద్దాం. మొదట ఈ ఉదాహరణలను గమనించి అదే విధానాన్ని ఉపయోగించండి.

ఉదాహరణ 1: 1991వ సం.లో సుందరనగర్ జనాభా 2,35,741. 2001లో అని 72,958 పెరిగినట్లు తెలిసింది. అయితే 2001లో ఆ నగర జనాభా ఎంత ?

సాధన : 2001 లో నగర జనాభా

= 1991 లో నగర జనాభా + పెరిగిన జనాభా

= 2,35,741 + 72,958

ఇప్పుడు

$$\begin{array}{r} 2,35,471 \\ +\quad 72,958 \\ \hline 3,08,429 \\ \hline \end{array}$$

సల్మా 235471 ని 200000 + 35000 + 471 మరియు72958 ని 72000 + 958 అని రాసి 200000 + 107000 + 1429 = 308429 మొత్తాన్ని పొందింది.

©KTBS Not to be republished

మేరి వాటిని

200000 + 35000 + 400 + 71 + 72000 + 900 + 58 అని కూడి మొత్తం 308429 ని పొందింది.

జవాబు : 2001 లో నగర జనాభా 3,08,429

ఈ మూడు పద్ధతులు కూడా సరైనవి.

ఉదాహరణ 2 :

ఒక రాష్ట్రంలో 2002 – 2003 వ సంవత్సరంలో అమ్మ బడిన సైకిళ్ళు 7,43,000.

2003 – 2004 వ సంవత్సరంలో అమ్మబడిన సైకిళ్ళు 8,00,100. ఏ సంవత్సరంలో ఎక్కువ సైకిళ్ళు అమ్మ బడినాయి ? మరియు ఎంత ఎక్కువ ?

సాధన : స్పష్టంగా 8,00,100 ఇదే 7,43,000 కంటే ఎక్కువ కావున 2003 – 2004 లో అమ్మబడిన సైకిళ్ళు 2002 – 2003 లో అమ్మబడిన దానికంటే ఎక్కువ

ఇప్పుడు 800100

−743000

057100

కలపడం ద్వారా సరి చూసినప్పుడు

743000

+ 57100

800100

(జవాబు సరిగా ఉన్నది)

ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి మీరు మరొక విధానాన్ని ఆలోచించగలరా ?

జవాబు : 57,100 సైకిళ్ళు 2003–2004 లో ఎక్కువ అమ్మబడినవి.

ఉదాహరణ 3: దటీన్ వార్తా పత్రిక ప్రతి రోజు ప్రచురించ బడుతుంది. ఒక కాపీ 12 పేజీలుంటుంది. ప్రతి రోజూ 11,980 కాపీలు ముద్రించ బడతాయి. అయితే ప్రతిరోజూ ఎన్ని పేజీలు ముద్రించబడతాయి.

సాధన : పత్రిక ప్రతి కాఫీలో 12 పేజీలున్నాయి. కావున 11,980 కాఫీలలో 12 x 11,980 పేజీలుంటాయి. ఈ సంఖ్య ఎంత అయి ఉండవచ్చు? 1,00,000 కంటే ఎక్కువా? తక్కువా? అందాజు చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

ఇప్పుడు 11,980

x 12

23960

119800

143760

జవాబు : ప్రతి రోజు 1,43,760 పేజీలు ముద్రించ బడతాయి.

© KTBS Not to be republished

ఉదాహరణ 4 : నోటు పుస్తకాలు తయారు చేయడానికి 75000 కాగితపు షీట్లు ఉన్నాయి. ప్రతి షీట్ నుండి 8 పేజీలు గల ఒక నోట్ బుక్ తయారు చేయవచ్చు. ప్రతి నోటు పుస్తకం 200 పేజీలు కలిగి ఉంటుంది. ఉన్న కాగితపు సంఖ్యలో ఎన్ని నోటు పుస్తకాలను తయారు చేయవచ్చు.

సాధన : ప్రతి షీట్ నుండి 8 పేజీలు అవుతాయి. అందువలన 75,000 షీట్‌లు 8 x 75,000 పేజీలు తయారు చేయవచ్చు.

ఇప్పుడు75,000

$$\begin{array}{r} 75{,}000 \\ \times\ 8 \\ \hline 600000 \\ \hline \end{array}$$

ఇప్పుడునోటు పుస్తకాలు చేయడానికి 6,00,000 పేజీలువున్నాయి.

ఇప్పుడు200 పేజీలతో ఒక నోటు పుస్తకం అవుతుంది. కావున 6,00,000 పేజిల నుండి 6,00,000 ÷ 200 నోటు పుస్తకాలు అవుతాయి.

$$\begin{array}{r} 3000 \\ 200\overline{)60000} \\ -600 \\ \hline 0000 \end{array}$$

ఇప్పుడు, జవాబు 3,000 నోటు పుస్తకాలు అవుతాయి.

అభ్యాసం 1.2

1. ఒక పాఠశాలలో నాలుగు రోజుల పుస్తక ప్రదర్శన జరిగింది. టికెట్ కౌంటర్‌లో మొదటి, రెండవ, మూడవ మరియు నాల్గవ రోజులలో వరుసగా 1094, 1812, 2050 మరియు 2751 టికెట్‌లు అమ్మబడినవి. ఆ నాలుగు రోజులలో అమ్మబడిన మొత్తం టికెట్లను కనుగొనండి.

2. శేఖర్ ఒక ప్రఖ్యాత క్రికెట్ క్రీడాకారుడు. టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో అతను ఇంతవరకు 6980 పరుగులు సాధించాడు. అతను 10,000 పరుగులు పూర్తి చేయాలని ఆశిస్తున్నాడు. అయితే అతను ఇంకా ఎన్ని పరుగులు చేయాలి ?

3. ఒక ఎన్నికలో గెలు పొందిన అభ్యర్థికి 5,77,500 ఓట్లు, ఓడిన అభ్యర్థికి 3,48,700 ఓట్లు వచ్చాయి. గెలుపొందిన అభ్యర్థి ఎన్ని ఓట్లు ఆధిక్యతతో గెలుపొందాడో కనుగొనండి.

4. కీర్తి బుక్ స్టోర్‌లో జూన్ మొదటి వారంలో ₹ 2,85,891విలువ గల పుస్తకాలు మరియు రెండవ వారంలో ₹4,00,768 విలువ పుస్తకాలు అమ్మబడినవి. రెండు వారాలలో మొత్తం ఎన్ని అమ్మ బడినవి. ఏ వారం లో ఎక్కువ అమ్మ బడ్డాయి. మరియు మరొక దాని కంటే ఎంత ఎక్కువ.

©KTBS Not to be republished

5. 6, 2, 7, 4, 3 ఈ ప్రతి సంఖ్యను ఒక సారి మాత్రమే ఉపయోగించి రాయదగు అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని కనుగొనండి.

6. ఒక యంత్రము ఒక రోజులో సరాసరి 2,825 స్క్రూలను ఉత్పాదిస్తుంది. అయితే జనవరి నెలలో ఎన్ని స్క్రూలను తయారు చేస్తుంది.

7. ఒక వ్యాపారి వద్ద 78,592 రూ. లు ఉన్నాయి. ఆమె ప్రతి రేడియో ₹1200 చొప్పున 40 రేడియో సెట్‌లకు ఆర్డర్ చేసింది. వాటిని కొన్న తర్వాత ఆమె వద్ద మిగిలిన డబ్బు ఎంత?

8. ఒక విద్యార్థి 7236 ను 56 చే గుణించడానికి బదులు 65 చే గుణించాడు. అతను పొందిన జవాబు, సరైన జవాబు కంటే ఎంత ఎక్కువ?

(**సూచన :** మీరు రెండు గుణకారాలు చేయుట అవసరమా?)

9. ఒక చొక్కాకుట్టడానికి 2 m, 15 cm పొడవు గల బట్ట అవసరం. 40 m గల బట్టతో ఎన్ని చొక్కాలు కుట్టవచ్చును? ఇంకా ఎంత బట్ట మిగులుతుంది?

(**సూచన :** కొలతను c.m.కు పరివర్తించండి)

10. ప్రతి పెట్టెలో 4 kg. 500 g. ల బరువు గల ఔషదాలు ఉన్నాయి. 800 kg ల కంటే ఎక్కువ బరువు మోయలేని ఒక వ్యాన్‌లో అలాంటి ఎన్ని పెట్టెలు జోడించవచ్చు.

11. ఒక విద్యార్థి ఇంటి నుండి పాఠ శాలకు గల దూరం 1 km 875 cm కలదు ప్రతి రోజు ఆమె కాలినడకన పాఠశాలకు వెళ్ళి వస్తుంది. ఆరు రోజులలో అమె నడిచిన మొత్తం దూరంను కనుగొనండి.

12. ఒక పాత్రలో 4 లీటర్లు మరియు 500 ml పెరుగు ఉంది. 25 ml పరిమాణం గల ఎన్ని గ్లాస్‌లలో నింపవచ్చు?

1.3.1 అంచనా (అందాజు) చేయడం : -

వార్తలు

1. క్రీడా మైదానంలో 51,000 మంది ప్రేక్షకులు మరియు ప్రపంచ వ్యాప్తంగా 40 మిలియన్ దూరదర్శన్ ప్రేక్షకుల సమక్షంలో జరిగిన హాకీ పోటీలో భారత దేశం పాకిస్తానతో సమ బలాన్ని సాధించినది.

2. భారతదేశం మరియు బాంగ్లాదేశ్ కోస్తా తీర ప్రాంతాలలో వీచిన తుఫాన్ వల్ల సుమారు 2000 మంది మరణించారు మరియు 50,000 లకు ఎక్కువ మంది గాయపడ్డారు.

3. రైలు మార్గం ద్వారా ప్రతిరోజు 13 మిలియన్‌ల కంటే ఎక్కువ మంది ప్రయాణికులను 63,000 కి.మీ. కంటే ఎక్కువ దూరానికి రవాణా చేయబడుతుంది.

వార్తలలో సూచించినంతే సంఖ్యలో ఖచ్చితంగా అంతేమంది ఉన్నారని చెప్పడానికి సాధ్యమా? ఉదాహరణకు (1) లో ఖచ్చితంగా 51,000 మంది క్రీడా మైదానంలో ఉన్నారా? లేదా ఖచ్చితంగా 40 మిలియన్ల మంది దూరదర్శన్‌లో పోటీని వీక్షించారా? ఖచ్చితంగా లేదు పదం సుమారు, దాదాపు

©KTBS Not to be republished

అనునది అక్కడున్న ప్రజల సంఖ్యకు సమీప సంఖ్య అని సూచిస్తుంది. స్పష్టంగానే 51,000 అంటే 50,800 లేదా 51,300 కూడా అయ్యి ఉండవచ్చేకాని 70,000 కాదు.

అలాగే 40 మిలియన్లు 39 మిలియన్ల కంటే ఎక్కువ 41 మిలియన్ల కంటే తక్కువ అని సూచిస్తుందే కానీ ఖచ్చితంగా 50 మిలియన్లను సూచించదు. పై ఉదాహరణలలో ఇచ్చిన పరిమాణాలు ఖచ్చితమైనవి కావు. అయితే పరిమాణంనకు దగ్గరలో గల పరిమాణాలను అందాజు చేశారు. ఈ ప్రతి ఒకటి దేనిని సూచించవచ్చు. అని చర్చించండి.

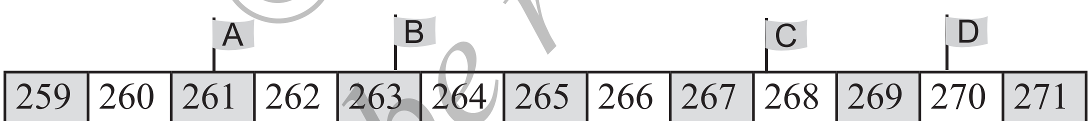
మనం ఎక్కడ అందాజు చేస్తాము ?

మీ ఇంట్లో ఒక పెద్ద వేడుత జరుగుతోంది అని అనుకోండి. అప్పుడు మీరు మొదట ఏమి చేస్తారంటే ఎంత మంది అతిథులు రావచ్చు అని కనుగొనడం. ఖచ్చితంగా ఎంతమంది అతిథులు వస్తారని చెప్పడం సాధ్యమా? సాధారణంగా ఇది అసాధ్యం. దేశ ఆర్థిక శాఖా మంత్రి వార్షిక బడ్జెట్‌ను ప్రదర్శిస్తాడు. చదువు కోసం కొంత డబ్బును కేటాయించారు. ఇది ఖచ్చితమైన మొత్తం కావడానికి సాధ్యమా? ఇది దేశంలో ఆ సంవత్సరం చదువుకోసం కావలసిన ఖర్చు యొక్క తర్కబద్ధమైన ఉత్తమ అందాజు మాత్రమే అవుతుంది.

మనకు సరియైన సంఖ్య కావలసిన సన్నివేశాలను ఆలోచించి మరియు దీనిని అందాజు సంఖ్యకు మాత్రమే చెప్పదగు సన్నివేశాలకు పోల్చండి. ప్రతిదానికి ఇలాంటి మూడు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

1. 3.2 సమీప పదులకు సవరించి రాయడం :-

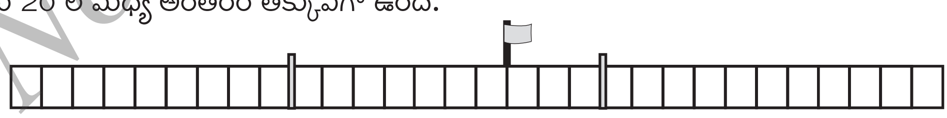
క్రింది వాటిని చూడండి :-



(a) ఏ పతాకము 260 కి సమీపంలో కలదని కనుగొనండి.

(b) ఏ పతాకము 270 కి సమీపంలో కలదని కనుగొనండి.

మీ కొలబద్దలో సంఖ్య 10, 17 మరియు 20 లను గుర్తించండి. సంఖ్య 17, సంఖ్య 10 కి సమీపంగా ఉందా? లేదా సంఖ్య 20 కి సమీపంగా ఉందా? 17 మరియు 10 ల మధ్య అంతరం పోల్చినప్పుడు 17 మరియు 20 ల మధ్య అంతరం తక్కువగా ఉంది.



కావున 17 ను సమీప పదులకు సవరించి '20' అని రాస్తాము. ఇప్పుడు 12 ను తీసుకోండి. అది 10 మరియు 20 ల మధ్య ఉంది. అయితే అది 20 కంటే 10 కి దగ్గరగా ఉంది. కావున 12 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 10 అవుతుంది. 76 ను సమీప పదులకు సవరించి ఎలా రాస్తారు? అది 80 కాదా!

Not to be republished ©KTBS

1, 2, 3, 4 సంఖ్యలు 10 కన్నా '0' కు సమీపంగా కలవు కావున 1, 2, 3 మరియు 4 లను సమీప పదులకు సవరించి '0' అని రాస్తాము 6, 7, 8 మరియు 9 లు 0 కంటే 10 కి సమీపంలో ఉన్నవి కావున వాటిని సవరించి 10 అని రాస్తాము. సంఖ్య 5, 0 మరియు 10 లకు సమదూరంలో ఉన్ననూ, దానిని సవరించి '10' అనే రాస్తాము.

ప్రయత్నించండి:

క్రింది సంఖ్యలను సమీప పదులకు సవరించి రాయండి :

28	32	52	41	39	48
64	59	99	215	1453	2936

1.3.3 అందాజు చేసి సమీప వందలకు సవరించడం.

410 అదే సంఖ్య 400 కు సమీపంగా ఉందా? లేదా 500 కు సమీపంగా ఉందా?

410 సంఖ్య 400 కు సమీపంగా ఉన్నది. అందువలన దానిని సమీప వందలకు సవరించి 400 అని రాస్తాము.

889 సంఖ్య 800 కు మరియు 900 కు మధ్య ఉందా? ఇది 900 లకు సమీపంగా ఉండడం వలన సమీప వందలకు సవరించి 900 అని రాస్తాము.

1 నుండి 49 వరకు సంఖ్యలు 100 కన్నా '0' కు సమీపంగా ఉండడం వలన వాటిని సమీపవందలకు సవరించి (సున్న '0') అని రాస్తాము.

51 నుండి 99 వరకు సంఖ్యలు '0' కన్నా 100 కి సమీపంగా ఉండడం వల్ల వాటిని సమీప వందలకు సవరించి 100 అవి రాస్తాము.

50 సంఖ్య '0' మరియు 100 లకు సమ దూరంలో ఉన్ననూ దానిని సమీప వందలకు సంవరించి 100 అనే రాస్తాము.

ఈ సంఖ్యలను సవరించి రాసినది. సరిగా ఉన్నదా లేదా పరీక్షించండి :

841→ 800;	9537 → 9500;	49730 → 49700;
2546 → 2500;	286 → 200;	5750 → 5800;
168 → 200;	149 → 100;	9870 → 9800

తప్పుగా ఉన్న వాటిని సరి చేయండి :

1.3.4 అందాజు చేసి సమీప వేలకు సవరించడం :-

1 నుండి 499 వరకు గల సంఖ్యలు 1000 కంటే '0' కు సమీపంగా ఉన్నాయని మనకు తెలుసు. కావున ఈ సంఖ్యలను సవరించి '0' అని రాస్తాము.

501 నుండి 999 వరకు సంఖ్యలు '0' కంటే 1000కి సమీపంగా ఉన్నాయి. కావున ఈ సంఖ్యలను సవరించి. '1000' అనే రాస్తాము.

©KTBS Not to be republished

ఈ సంఖ్యలను సవరించి రాసినది సరిగా ఉన్నదా లేదా పరీక్షించండి. తప్పుగా ఉన్నవాటిని సరి చేయండి.

2573 → 3000; 53552 → 53000

6404 → 6000; 65437 → 65000

7805 → 7000; 3499 → 4000

ప్రయత్నించండి:

ఇచ్చిన సంఖ్యలను సమీప పదులు, వందలు మరియు వేల స్థానాలకు సవరించి రాయండి.

సంఖ్య	సమీప సంఖ్య	సవరించినది
75847	పదులకు	________
75847	వందలకు	________
75847	వేలకు	________
75847	పదివేలకు	________

1.3.5 సంఖ్యలను అందాజు చేయడం వలన ఉపయోగాలు :

మనం సంఖ్యలను ఎలా కూడతాము? మనం సంఖ్యలను ఒక క్రమంలో రాసి సంకలనంచేస్తాము. సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెను వాటి స్థాన విలువలకు (ఒకట్లు, పదులు, వందలు, మొదలగు) అనుగుణంగా నిలువ వరుసలో రాస్తాము. ఉదాహరణకు, 3946 + 6579 + 2050 లను ఈ విధంగా రాస్తాము.

	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
	3	9	4	6
	6	5	7	9
+	2	0	5	0

మనం ఒకట్ల స్థానంలోని నిలువ వరుసలలోని అంకెలను కూడలేము. మరియు అవసర మున్నప్పుడు సంఖ్యను పదులస్థానానికి తీసుకెళ్తాము. మరలా పదుల నిలువ వరుసలను కూడడం ఇలా కొన సాగుతుంది. మిగతా సంకలనాన్ని మీరే చేయండి. ఈ విధానానికి కొంచెం సమయం పడుతుంది.

మనకు (తక్షణమే) వెంటనే జవాబు కావసిన అనేక సందర్భాలు వస్తాయి. ఉదాహరణకు (జాతర) లేదా మార్కెట్‌లకు వెళ్ళి నప్పుడు అక్కడ అనేక ఆకర్శక వస్తువులను కొనాలనుకొంటారు. మీరు దేనిని కొనడానికి సాధ్యపడుతుందో వెంటనే నిర్ణయించు కోవలసి ఉంటుంది. అందువలన మీకు ఎంత డబ్బు అవసరమున్నదో అని అందాజు చేయవలసి ఉంటుంది. అది మీకు కావలసిన వస్తువుల మొత్తం విలువ అయి ఉంటుంది.

©KTBS Not to be republished

ఒక వ్యాపారి రెండు మూలంల ద్వారా డబ్బు పొందవలసి ఉన్నది. అతను ఒక మూలం నుండి ₹13,568 మరొక మూలం నుండి ₹26,785 పొందవలసి ఉన్నది. అతను మరొకరికి ₹37,000 ఇవ్వవలసి ఉన్నది. అతను ఆ సంఖ్యలను సమీప వేలకు సవరించి వెంటనే అందాజు జవాబును పొందుతాడు. ఈ వ్యవహారాలకు కావలసినంత డబ్బు అతని వద్ద ఉంది. అని సంతృప్తి పడతాడు.

అతని వద్ద కావలసినంత డబ్బు ఉన్నదా ? నేరుగా సంకలనం/వ్యవకలనం చేయకుండా మీరు చెప్పడం సాధ్యమా?

శీల మరియు మోహన్ తమ నెల ఖర్చు ప్రణాళికను తయారు చేయవలసి ఉన్నది. వారు ప్రతి నెలలో ప్రయాణం, పాఠ శాలకు సంబంధించిన ఖర్చులు పాలు, కిరాణా, బట్టలు మరియు ఇతర అవసరమైన వస్తువులకు కావలసిన ఖర్చులు వారికి తెలుసు. ఈ నెల వారు సందర్శనకు వెళ్ళి బహుమానాలు ఖరీదు చేయవలసి ఉంది.

అన్ని విధాల అవసరాలకు కావలసిన మొత్తం ఖర్చులను కూడి వారి వద్ద ఉన్న డబ్బు సరిపోతుందా అని అందాజు చేయవలసి ఉంది. వ్యాపారి చేసినట్లువారు సంఖ్యలను సమీప వేలకు సవరించవచ్చా?

మొత్తంకనుగొనడంలేదామిగిలినదానినిఅందాజుచేయుఐదు లేక ఎక్కువ సన్నివేశాలను ఆలోచించి స్నేహితులతో చర్చించండి.

అన్ని సన్నివేశాలలో మనం సంఖ్యలను ఒకే స్థానవిలువ యొక్క సమీప సంఖ్యకు అందాజు చేస్తాము.

మీకు కావలసిన ఫలిత సంఖ్యను అందాజు చేయడానికి ఏ నిర్దిష్ట నియమాలు లేవు. మీరు అనుసరించు విధానం మీకు కావలసిన ఫలిత సంఖ్య యొక్క ఖచ్చితత్వాన్ని మరియు ఎంత సమయంలో అందాజు చేయాలి అనుటపై ఆధారపడి ఉంటుంది. మీరు ఊహించిన జవాబు ఎంత ప్రభావం చూపుతుంది అనేది ముఖ్య అంశము.

1.3.6 మొత్తం మరియు వ్యత్యాసాలను అందాజు చేయడం :-

ఇంతకు ముందు తెలుసుకొన్నట్లు ఒక సంఖ్యను సమీప ఏదేని స్థాన విలువకు సవరించి అందాజు చేయవచ్చు. వ్యాపారి సంఖ్యలను సమీప వేల స్థానానికి సవరించి అతని వద్ద గల డబ్బు సరిపోతుందని తెలుసుకొంటాడు. కావున మీరు ఏదేని మొత్తం మరియు వ్యత్యాసాలను అందాజు చేయునప్పుడు మీరు ఎందుకు అందాజు చేస్తున్నారనుటను పరిగణించి సంఖ్యను సమీప ఏ స్థాన విలువలకు సవరించాలనుట తెలుసుకోవాలి.

క్రింది ఉదాహరణలను గమనించండి.

ఉదాహరణ 5: అందాజు చేయండి 5,290 + 17,986

సాధన: 17,986 > 5,290 అనుటను గమనించండి.

సమీప వేల స్థానానికి సవరించి రాసినప్పుడు

©KTBS Not to be republished

17,986 ను సవరించిన 18,000

+ 5,290 ను సవరించిన 5,000

అందాజు మొత్తం = 23,000

ఈ విధానము సాధ్యమా? మీరు సంఖ్యలను కూడి సరైన జవాబును పొంది అందాజు మొత్తం సమం జసంగా ఉందా అని పరీక్షించండి.

ఉదాహరణ 6 : 5,673 – 436 ను అందాజు చేయండి.

సాధన : మొదట మనం సంఖ్యను సమీప వేల స్థానానికి అందాజు చేద్దాము (ఎందుకు)

5,673 ను సవరించిన 6,000

–473 ను సవరించిన 0

అందాజు మొత్తం = 6,000

ఈ అందాజు వ్యత్యాసం తార్కికంగా లేదు, ఎందుకు లేదు?

ఎక్కువ ఖచ్చితంగా అందాజు చేయడానికి మనం ప్రతి సంఖ్యను సమీప వందల స్థానానికి సవరించి రాసి ప్రయత్నం చేద్దాం.

5,673 ను సవరించిన 5,700

473 ను సవరించిన –400

అందాజు మొత్తం = 5,300

ఇది ఉత్తమ మరియు అర్థవంతమైన అందాజు విలువ

ప్రయత్నించండి:

గుణలబ్ధాన్ని అందాజు చేయండి :

(a) 87 × 313

(b) 9 × 795

(c) 898 × 785

(d) 958 × 387 ఇలాంటి ఇంకా ఐదు ప్రశ్నలను రాసి జవాబు కనిపెట్టండి.

1.3.7 గుణలబ్ధాలను అందాజు చేయడం :

గుణలబ్ధాలను ఎలా అందాజు చేయాలి?

19 X 78 దీని అందాజు గుణలబ్ధం ఎంత ?

గుణలబ్ధం 2000 కంటే తక్కువ అని స్పష్టంగా చెప్పవచ్చు ఎందుకు ?

సంఖ్యలను సమీప పదుల స్థానానికి సవరించనప్పుడు 19 ని 20 అని, 78 ని 80 అని పరిగణించాలి.

గుణలబ్ధం 20 X 80 = 1600

ఇప్పుడు 63 X 182 ను గమనించండి.

రెండు సంఖ్యలను సమీప వందల స్థానానికి సవరించినప్పుడు 100 X 200 = 20,000 అవుతుంది.

ఇది సరైన గుణలబ్ధం కంటే చాలా పెద్దది. అయితే ఏమి చేద్దాము.

గుణలబ్ధానికి సమీప జవాబును అందాజు చేయడానికి 63 ను సమీప పదులకు సవరించి 60 అని

©KTBS Not to be republished

మరియు 182 ను సమీప పదులకు సవరించి 180 అని పరిగణించనప్పుడు 60 X 180 = 10,800 లభిస్తుంది. ఇది ఉత్తమ అందాజు అవుతుంది. అయితే వేగంగా లెక్కించడం సాధ్యం కాదు.

ఒకవేళ మనం 63 ను 60 అని 182 ను సమీప వందలకు సవరించి 200 ను తీసుకొన్నప్పుడు 60 X 200 = 12,000 అవుతుంది.

ఇది ఉత్తమ మరియు వెంటనే జవాబు పొందదగు అందాజు అవుతుంది. కావున ఈ విధంగా చేయదగు సాధారణ నియమం ఏమంటే ప్రతి ఒక సంఖ్యను దాని గరిష్ఠ స్థానవిలువకు సవరించి ఆ సంఖ్యల గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనండి.

ఇలా పై ఉదాహరణలలో 63 ను సమీప పదులకు మరియు 182 ను సమీప వందలకు సవరించాలి.

ఇప్పుడుఈ నియమం ప్రకారం 81 X 479 యొక్క గుణలబ్ధపు అందాజువిలువ

479ను 500 కు (సమీప వందలకు)

81ను 80 కి (సమీప పదులకు)

అందాజు గుణలబ్ధం = 500 X 80 = 40,000

అందాజు చేయడం వల్ల ప్రధాన ఉపయోగం ఏమంటే జవాబు సరిగా ఉన్నదా లేదా అని సరి చూడడం.

మీరు 37 X 1889 ను గుణించారు అనుకోండి. అయితే మీరు పొందిన జవాబు సరిగా ఉన్నదా అనే అనుమానం మీకు వస్తుంది. వెంటనే ఈ గుణలబ్ధాన్ని అందాజు చేసినప్పుడు 40 X 2000 = 80,000. మీకు లభించిన గుణలబ్ధం 80,000 లకు సమీప సంఖ్య అయి ఉంటే జవాబు సరైనదని ఊహించవచ్చు. ఒక వేళ మీరు పొందిన జవాబు 8,000 లేదా 8,00,000 లకు సమీపంగా ఉంటే గుణకారం తప్పు అని తెలుసుకొనవచ్చు. ఈ సాధారణ నియమం రెండు లేదా ఎక్కువ సంఖ్యల మొత్తం లేదా వ్యత్యాసాలను సరి చూడడానికి ఉపయోగించవచ్చు.

అభ్యాస 1.3

1. సాధారణ నియమాన్ని అనుసరించి జవాబును అందాజు చేయండి.

(a) 730 + 998 (b) 796 – 314

(c) 12904 + 2,888 (d) 28,292 – 21,496

అదనంగా పది ఉదాహరణలకు కూడికలు, తీసివేతలు చేసి వాటి ఫలితాలను సవరించండి.

2. ఉజ్జాయింపు అందాజు (సమీప వందల స్థానాలకు సవరించి) మరియు సమీప అందాజు (సమీప పదులకు సవరించి) కనుగొనండి.

(a) 439 + 334 + 4,37 (b) 1,08,734 – 47,599

(c) 8325 – 491 (d) 4,89,348 – 48,365

ఇలాంటి మరో నాలుగు ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

© KTBS Not to be republished

3. సాధారణ నియమాన్ని ఉపయోగించి గుణలబ్ధాన్ని అందాజు చేయండి.

(a) 578 x 161 (b) 5281 x 3491

(c) 1291 x 592 (d) 9250 x 29

ఇలాంటి మరో నాలుగు ఉదాహరణలకు ఇవ్వండి.

1.4 కుండలీకరణాల ఉపయోగం:-

మీరా మార్కెట్‌లో 6 నోట్ పుస్తకాలను కొన్నది. ప్రతినోట్ పుస్తకం వెల ₹10 అమె చెల్లెలు సీమా కూడా అలాంటి 7 నోటు పుస్తకాలను కొన్నది. వారు చెల్లించిన మొత్తం డబ్బును కనుగొనండి.

మీరా లెక్కించిన విధానం	సీమా లెక్కించిన విధానం
6 x10 + 7 x 10	6 + 7 = 13
= 60 + 70	మరియు 13 x 10 = 130
జవాబు : ₹130	**జవాబు :** ₹130

సీమ మరియు మీరా జవాబు పొందిన విధానాలు కొంచెం భిన్నంగా ఉండుటను మీరు చూడవచ్చు అయితే ఆ రెండు సరైన జవాబునే ఇస్తాయి. ఎందుకు ?

మీరా 7 + 6 x 10 అని లెక్కించింది అని సీమ చెప్పుతుంది. అప్పుడు అప్పు 7 + 6 x 10 = 7 + 60 = 67 అవుతుందని చెబుతాడు. అయితే మీరా అలా లెక్కించలేదు ముగ్గురు విధ్యార్థులు అయోమయానికి గురౌతారు. ఈ అయోమయాన్ని నివారించడానికి ఇలాంటి సందర్భాలలో మనం కుండలీకరణాలను ఉపయోగిస్తాము. మనం 6 మరియు 7లను కుండలీకరణంలో ఒక గుంపు చేసి దానిని ఒక ప్రత్యేక సంఖ్యగా పరిగణించాలి అని సూచిస్తుంది. ఇలా (6 + 7) x 10 = 13 x 10 = 130 అనే జవాబు వస్తుంది. మీరా చేసింది ఇదే. ఆమె 6 మరియు 7 లను సంకలనం చేసి తర్వాత మొత్తాన్ని 10 చే గుణించండి.

దీనివల్ల మనకు మొదట కుండలీకరణంలో ఉన్నదానిని ఒక సంఖ్యగా చేసి, దాని బయట ఉన్న క్రియ ఇక్కడ 10 చే గుణించడం)ను చేయాలి.

ప్రయత్నించండి:

1) క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి వ్యాఖ్యను ఆవరణం ఉపయోగించి రాయండి.

a) తొమ్మిది మరియు రెండుల మొత్తంచే నాలుగు గుణించబడినది.

b) ఎనిమిది మరియు ఆరుల వ్యత్యాసము నాలుగుచే భాగించండి.

c) నలభై ఐదును మూడు మరియు రెండుల మొత్తం యొక్క మూడింతలతో భాగించబడినది.

2) (5+8) x 6 దీనికి మూడు సన్నివేశాలను రాయండి.

(ఒక సన్నివేశము : సోహాని రోజుకు ఐదు గంటలు, రీటు ఎనిమిది గంటలు పని చేస్తారు. వారిద్దరూ కలిసి ఆరు రోజులలో ఎన్ని గంటలు పని చేస్తారు.

3) క్రింది వాటికి కుండలీకరణాలు (brakets) అవసరమైన ఐదు సన్నివేశాలను రాయండి.

a) 7 (8 – 3) b) (7+2) (10–3)

©KTBS Not to be republished

1.4.1 కుండలీకరణాలను విస్తరించడం :-

గణిత క్రియలను క్రమ పద్ధతిలో చేయడానికి కుండలీకరణాలు ఎలా సహాయ పడుతాయనుటను చూద్దాం కుండలీకరణాలు ఉపయోగించకపోతే మనం అనుసరించిన దశలను గమనించడం సులభమా?

(i) 7 x 109 = 7 x (100 + 9) = 7 x 100 + 7 x 9 = 700 + 63 = 763

(ii) 102 x 103 = (100 + 2) x (100 + 3) = (100 + 2) x 100 + (100 + 2)x 3

= 100 x 100 + 2 x 100 + 100 x 3 + 2 x 3

= 10000 + 200 + 300 + 6 = 10000 + 500 + 6

= 10,506

(iii) 17 x 109 = (10 + 7) x 109 = 10 x 109 + 7 x 109

= 10 x (100 + 9) + 7 x (100 + 9)

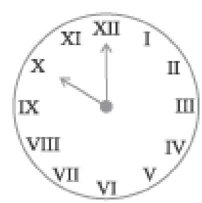
= 10 x 100 + 10 x 9 + 7 x 100 + 7 x 9

= 1000 + 90 + 700 + 63 = 1790 + 63

= 1,853

1.5 రోమన్ సంఖ్యలు :-

ఇంతవరకు మనం హిందూ – అరబిక్ సంఖ్యా వ్యవస్థనే ఉపయోగిస్తున్నాము. సంఖ్యలను గుర్తించడానికి ఉన్నది ఇది ఒక్కటే వ్యవస్థకాదు. అంకెలను రాయు అనేక పురాతన పద్ధతులలో రోమన్ పద్ధతి ఒకటి ఈ పద్ధతిని అనేక చోట్ల ఉపయోగిస్తున్నారు.



ఉదాహరణకు గడియారాలలో రోమన్ అంకెలను మనం చూడవచ్చు. పాఠ శాలలో తరగతులకు మరియు వేళా పట్టిక (Time table) లో వీటిని ఉపయోగిస్తాము. రోమన్ అంకెలను ఉపయోగించు మరో మూడు ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X ఇవి క్రమంగా 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10లను సూచిస్తాయి. అలాగే 11ను XI, 12 ను XII, ... 20ని XX గా కొనసాగుతుంది.

మరికొన్ని రోమన్ అంకెలు ఇలా ఉన్నాయి.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

©KTBS Not to be republished

ఈ పద్ధతిలోని నియమాలు :-

a) సంకేతాలు పునరావృతం అయితే దాని విలువ ఎన్ని సార్లు ఉపయోగించామో వాటి మొత్తం అవుతుంది. అనగా II ఇది '2' కు సమానం, XXఇది '20' కి సమానం మరియు XXX ఇది '30' కి సమానం.

b) ఒక సంఖేతాన్ని మూడు కంటే ఎక్కువ సార్లు ఉపయోగించరాదు. అయితే V, L, D సంకేతాలు పునరావృతం చేయబడవు.

c) తక్కువ విలువ కలిగిన సంకేతాన్ని ఎక్కువ విలువ కలిగిన సంకేతం కుడివైపు రాస్తే దాని విలువ పెద్దదాని విలువకు కలుపబడుతుంది.

VI = 5 + 1 = 6, XII = 10 + 2 = 12

మరియు LXV = 50 + 10 + 5 = 65

d) తక్కువ విలువ సంకేతాన్ని ఎక్కువ విలువ సంకేతం ఎడమ వైపు రాసినప్పుడు దాని విలువను పెద్దదాని విలువ నుండి తీసివేయ బడుతుంది.

IV = 5 – 1 = 4, IX = 10 – 1 = 9

XL = 50 – 10 = 40, XC = 100 – 10 = 90

e) V, L మరియు D సంకేతాలను ఎక్కువ విలువ సంకేతాల ఎడమవైపు ఎప్పుడూ రాయము అంటే V, L మరియు D లను తీసి వేయము.

సంకేతం I ని V, X ల నుండి మాత్రమే తీసి వేస్తాము.

సంకేతం X ను L, M మరియు C ల నుండి మాత్రమే తీసివేస్తాము.

ఈ నియమాలకు అనుగుణంగా

1 = I	10 = X
2 = II	20 = XX
3 = III	30 = XXX
4 = IV	40 = XL
5 = V	50 = L
6 = VI	60 = LX
7 = VII	70 = LXX
8 = VIII	80 = LXXX
9 = IX	90 = XC
	100 = C

ప్రయత్నించండి:

రోమన్ అంకెలలో రాయండి:

1. 73   2. 92

©KTBS Not to be republished

(a) పై పట్టికలో వదిలి వేయబడిన సంఖ్యలను రోమన్ అంకెలలో రాయండి.

(b) XXXX, VX, IC, XVV అని రాయము ఎందుకని తెలుపగలరా ?

ఉదాహరణ 7: రోమన్ అంకెలలో రాయండి. (a) 69 (b) 98

సాధన :- (a) 69 = 60 + 9
= (50 + 10) + 9
= LX + IX
= LXIX

(b) 98 = 90 + 8
= (10010) + 8
= XC + VIII
= XCVIII

మనం ఏమేమి చర్చించాం ?

1. ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో ఎక్కువ అంకెల కలిగిన సంఖ్య పెద్దది. రెండింటిలో అంకెల సంఖ్య సమానం అయినా ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలలో పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య పెద్దది. ఎడమవైపు చివరన ఉన్న అంకెలు కూడా సమానం అయినప్పుడు దాని తరువాతి అంకెలను పోల్చుతాం.

2. ఇచ్చిన అంకెలతో సంఖ్యలను రాయుటకు చెప్పిన నియమాలను మనము పాటించినప్పుడు జాగ్రత్త పడాలి. ఇలా 7, 8, 3, 5 అంకెలను ఒక సారి మాత్రమే ఉపయోగించి రాయదగు అతి పెద్ద సంఖ్యను రాసేటప్పుడు మనము నాలుగు అంకెలను ఉపయోగించాలి. ఆ పెద్ద సంఖ్య ఎడమ చివరి అంకె '8; మాత్రమే అవుతుంది.

3. నాల్గంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 1000 (ఒక వేయి) అవుతుంది. ఇది మూడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య తరువాత వస్తుంది అలాగే ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 10,000 (పదివేలు) నాల్గంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య 9,999 తరువాత వస్తుంది. అలాగే ఆరంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 1,00,000. (లక్ష) ఈ ఒక లక్ష ఐదంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య 99,999 తరువాత వస్తుంది. ఇంకా పెద్ద సంఖ్యలకు ఇదే విధంగా కొనసాగుతుంది.

4. విరామ చిహ్నాలు పెద్ద సంఖ్యలను చదవడానికి మరియు రాయడానికి సహాయపడతాయి. హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యా పద్ధతిలో మనము కుడివైపు నుండి ప్రారంభించి 3 అంకెల తరువాత విరామ చిహ్నం మరియు తరువాతి ప్రతి రెండు అంకెలకు విరామ చిహ్నాలు ఉంటాయి. 3, 5 మరియు 7 అంకెల తరువాత విరామ చిహ్నాలు క్రమంగా వేలు, లక్ష మరియు కోట్లను వేరు చేస్తాయి. అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో కుడివైపునుండి ప్రతి మూడు అంకెల తరువాత విరామ చిహ్నాలను ఉంచాలి - 3 మరియు 6 అంకెల తరువాత విరామ చిహ్నాలు క్రమంగా వేలు మరియు మిలియన్లలను వేరు చేస్తాయి.

5. నిత్య జీవితంలో పెద్ద సంఖ్యలను అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము. ఉదాహరణకు పాఠ శాలలోని విద్యార్థుల సంఖ్య పట్టణం లేదు గ్రామంలోని జనాభా ఆస్తుల కొనుగోలు దేశంలో గల ప్రధాన నగరాల మధ్య దూరం మొదలగునవి.

©KTBS Not to be republished

6. ఒక సాధారణ ప్రమాణానికి 1000 రెట్లను కిలోతోను 100 వ వంతును సెంటీతోను 1000 వ వంతును మిల్లీలలో కొలుస్తారు.

1 కి.మీ = 1000 మీ, 1 మీ = 100 సెం.మీ లేదా

= 1000 మి. మీ. మొదలగునవి

7. అనేక సందర్భాలలో మనకు సంఖ్య నిఖర ప్రమాణంలో అవసరం లేదు. కేవలం సాధారణ ఊహ లేదా అందాజు సంఖ్య కావాల్సి ఉంటుంది. ఉదాహరణకు ఒక అంతర్జాతీయ హాకీ ఆటకు ఎంతమంది వీక్షకులు వచ్చారో ఊహించి సుమారు 51,000 అని చెప్పగలం.

8. అందాజు చేయునప్పుడు అనగా మనకు కావలసిన నిఖరత్వ అంశాన్ని పరిగణించి, ఒక ప్రమాణాన్ని ఊహించడం అవుతుంది. అనగా 4,117 ను మనకు కావలసినట్లు సమీపంలోని వంద లేదా వేలకు సరిపోవునట్లు 4100 లేదా 4,000 అని అందాజు వేస్తాం.

9. సంఖ్యా ప్రక్రియలలో కొన్న సందర్భాలలో సులభంగా అందాజు వేయడానికి సంఖ్యలను సవరిస్తాము. ఈ సవరింపు వెంటనే ఒక ఉజ్జాయింపు ఫలితాన్ని ఇవ్వడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

10. సంఖ్యా ప్రక్రియలో ఫలితాల సవరింపు జవాబులను సరిచూడడానికి ఉపయోగపడతాయి.

11. ఒకటి కంటే ఎక్కువ సంఖ్యా ప్రక్రియలను చేయునప్పుడు కుండలీకరణాలు సమస్యలను పరిష్కరించునప్పుడు కలుగు గందరగోళంను నివారిస్తాయి.

12. మనం హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యా మానాన్ని ఉపయోగిస్తున్నాము. రోమన్ సంఖ్య పద్ధతి సంఖ్యలను రాయడానికి మరొక పద్ధతి.

©KTBS Not to be republished

పూర్ణ సంఖ్యలు

అధ్యాయం - 2

2.1 పరిచయం

©KTBS Not to be republished

మనం లెక్కించడం ప్రారంభించినప్పుడు 1, 2, 3, 4,..........లను ఉపయోగిస్తాం. లెక్కించునప్పుడు సాధారణంగా ఈ సంఖ్యలే వస్తాయి. కావున గణిత శాస్త్రజ్ఞులు లెక్కించే సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అని పిలుస్తారు.

పూర్వ సంఖ్య మరియు ఉత్తర సంఖ్య
(Prececessor and Successor)

ఏదైనా సహజ సంఖ్యకు 1 ని కలిపినప్పుడు లభించు సంఖ్యనుదాని **ఉత్తర సంఖ్య (Successor)** అంటారు. 16 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 16 + 1 = 17 అవుతుంది. అలాగే, 19 కి ఉత్తర సంఖ్య 19 + 1 = 20.

ఇలాగే కొనసాగుతుంది. సంఖ్య 16, 17 కంటే ముందురావడం వల్ల మనం 17కు **పూర్వ సంఖ్య** 16 అంటాము. అలాగే 20 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 20−1=19 ఇలాగే కొనసాగుతుంది. సంఖ్య 3 కు పూర్వ సంఖ్య ఉంది, అలాగే ఉత్తర సంఖ్య కూడా ఉంటుంది. సంఖ్య 2 గురించి ఏమి చెబుతారు ? 2 కు ఉత్తర సంఖ్య 3. పూర్వ సంఖ్య 1. 1 కి పూర్వ మరియు ఉత్తర సంఖ్యలు ఉన్నాయా?

ప్రయత్నించండి:

1. పూర్వ మరియు ఉత్తర సంఖ్యలను రాయండి.
   19; 1997; 12000; 49; 100000.
2. పూర్వ సంఖ్యలేని ఏదైనా సహజ సంఖ్య ఉన్నదా?
3. ఉత్తర సంఖ్య లేని ఏదైనా సహజ సంఖ్య ఉన్నదా? చివరి ఒక సహజ సంఖ్య ఉన్నదా?

పాఠశాలలోని పిల్లల సంఖ్యను లెక్కించవచ్చు. ఒక నగరంలోని జనాభాను కూడా లెక్కించవచ్చు. భారత దేశంలోని జనాభాను కూడా లెక్కించడం సాధ్యమవుతుంది. మొత్తం ప్రపంచంలోని జనాభాను కూడా లెక్కించడం సాధ్యం. ఆకాశంలోని నక్షత్రాల సంఖ్య లేదా మన తలలోని వెంట్రుకల సంఖ్యను లెక్కించడం సాధ్యం కాదు. అది సాధ్యమైతే వాటిని కూడా సంఖ్యలతో సూచించవచ్చు. ప్రతి సంఖ్యకు ఒకటిని కలిపినప్పుడు మనకు దాని కంటే పెద్ద సంఖ్య లభిస్తుంది. ఇలా ఉన్నప్పుడు రెండు తలలలో ఉన్న మొత్తం వెంట్రు కల సంఖ్యను కూడా రాయడం సాధ్యమవుతుంది.

బహుశః ఇప్పుడు అత్యంత పెద్ద సంఖ్య అనునది లేదని స్పష్టమవుతుంది. అంతే కాకుండా సహజ సంఖ్యల గురించి ఇదివరకే తలెత్తిన ప్రశ్నలు అనేకం మీకు రావచ్చు. మీరు మీ స్నేహితులతో చర్చించి. ఇలాంటి అనేక ప్రశ్నలను ఆలోచించవచ్చు. వాటిలో అనేక ప్రశ్నలకు మీకు జవాబు దొరకక పోవచ్చు.

2.2 పూర్ణ సంఖ్యలు : సహజ సంఖ్యలలో '1' కి పూర్వ సంఖ్య లేదు అని మనం చూశాం సహజ సంఖ్యల సమితికి చేర్చగా పూర్ణ సంఖ్యల సమితి ఏర్పడుతుంది.

సహజ సంఖ్యలకు '0' ను చేర్చినప్పుడు అది పూర్ణ సంఖ్యల సమితి అవుతుంది.

మీరు వెనుకటి తరగతులలో సంఖ్యలపై అన్ని మూలక్రియలైన సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారాలను నేర్చుకొన్నారు. సంఖ్యా రేఖపై వాటిని ప్రయత్నిద్దాం. మొదట మనం సంఖ్య రేఖ గురించి నేర్చుకొందాం.

ప్రయత్నించండి:

1) సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణ సంఖ్యలు అవుతాయా?
2) పూర్ణ సంఖ్యలన్నీ సహజ సంఖ్యలు అవుతాయా?
3) అతి పెద్ద పూర్ణ సంఖ్య ఏది?

2.3 సంఖ్యారేఖ :

ఒక సరల రేఖను గీయండి, దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిపై '0' ను పేర్కొనండి. '0' కు కుడివైపున మరొక బిందువును గుర్తించి, దానిని 1 అని పేర్కొనండి. ఈ బిందువులైన 0 మరియు 1 ల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు. సరళ రేఖ మీద 1కి కుడివైపున మరియు 1 నుండి ప్రమాణ దూరంలో మరొక బిందువును గుర్తించండి. దానిని 2 అని పేర్కొనండి. అదే విధంగా సరళ రేఖమీద ప్రమాణం దూరాలలో 3, 4, 5........ మొదలగు బిందువులను గుర్తించండి. ఈ విధంగా మీరు కుడివైపున ఎన్ని పూర్ణ సంఖ్యలను కావాలన్నా రాయవచ్చు. ఇదే పూర్ణ సంఖ్యల సంఖ్యా రేఖ అవుతుంది.

©KTBS Not to be republished

2 మరియు 4 బిందువుల మధ్య దూరమెంత?

ఖచ్చితంగా అది 2 ప్రమాణాలు

2 మరియు 6, 2 మరియు 7 వీటి మధ్య దూరాన్ని మీరు చెప్పగలరా?

సంఖ్యారేఖ పై '7', 4 కు కుడివైపున ఉంటుంది. ఈ సంఖ్య 7, 4 కంటే పెద్దది. అంటే 7 > 4 సంఖ్య 8, 6 కు కుడివైపున ఉంటుంది. మరియు 8 >6. ఇలాంటి పరిశీలనలు ఏదేని రెండు పూర్ణ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య కుడివైపున ఉన్న సంఖ్యకు పెద్దదని చెప్పవచ్చు. ఒక సంఖ్యకు ఎడమ వైపున ఉన్న సంఖ్య చిన్నదని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణకు : 4 < 9, 4 అనేది 9 కి ఎడమ వైపు ఉంటుంది. ఇదేవిధంగా 12 >5, 12 అనేది '5' కు కుడివైపు ఉంటుంది.

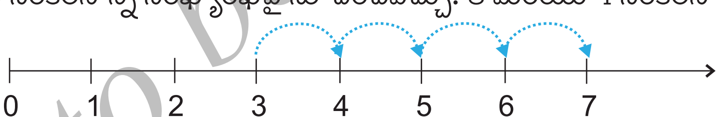
10 మరియు 20 ల గురించి మీరు ఏమి చెబుతారు?

సంఖ్యారేఖ పై 30, 12, 18 లను గుర్తించండి. ఏ సంఖ్య అత్యంత ఎడమవైపు ఉంటుంది? 1005 మరియు 9756 లలో ఏ సంఖ్య మరొక దానికి కుడివైపు ఉంటుందో చెప్పగలరా?

సంఖ్యారేఖ పై '12' కు ఉత్తర సంఖ్య మరియు '7' కు పూర్వ సంఖ్యలను గుర్తించండి.

సంఖ్యా రేఖ మీద సంకలనం :

పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనాన్ని సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చు. 3 మరియు 4 సంకలనాన్ని మనం చూద్దాం.



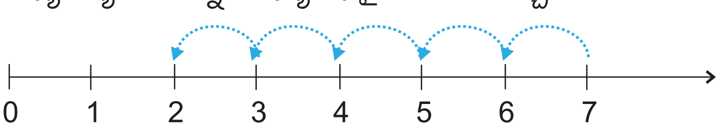
'3' తో ప్రారంభించి ఈ సంఖ్యకు 4ను కూడటం వలన కుడివైపు 4 దుముకులు 1 చేస్తాం. చిత్రంలో చూపినట్లుగా 3 నుండి 4, 4 నుండి 5, 5 నుండి 6 మరియు 6 నుండి 7 కు. 4వ దుముకు చివరి బాణం తుది 7లో ఉంది. 3 మరియు 4 ల మొత్తం 7, అనగా 3 + 4 = 7

ప్రయత్నించండి:

సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించి 4+5; 2+6; 3+5; మరియు 1+6 లను కనుగొనండి.

సంఖ్యారేఖ మీద వ్యవకలనం :

రెండు పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనాన్ని సంఖ్యా రేఖపై సూచించవచ్చు. 7 నుండి 5 ను తీసి వేద్దాం.



©KTBS Not to be republished

'7' నుండి ప్రారంబించి '5' ను తీసివేయాలి కాబట్టి మనం ఎడమ వైపున 1 దుముకుకు 1 ప్రమాణంలాగా 5 దుముకులు చేసినప్పుడు, బిందువు 2ను చేరుతాం. 7 – 5 = 2

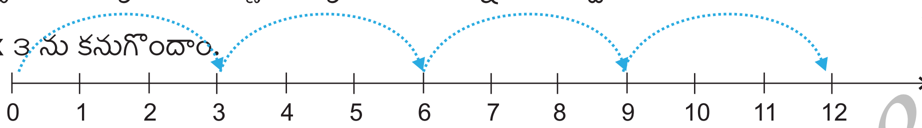
ప్రయత్నించండి:

సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించి 8 – 3, 6 – 2, 9 – 6 లను కనుగొనండి.

సంఖ్యారేఖ మీద గుణకారం :

ఇప్పుడుసంఖ్యా రేఖపై పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారాన్ని పరిశీలిద్దాం.

4 x 3 ను కనుగొందాం.



'0' నుండి ప్రారంభించి ప్రతిసారి '3' ప్రమాణాలు కుడివైపుకు ప్రయాణించాలి. ఇలాంటి 4 ప్రయాణాలు చేసి మీరు ఇప్పుడు ఎక్కడికి చేరు కుంటారు. మీరు 12 ను చేరుకుంటారు ? కావున 3 x 4 = 12 అంటాం.

ప్రయత్నించండి:

సంఖ్యారేఖ ఉపయోగించి 2 x 6, 3 x 3, 4 x 2ను కనుగొనండి.

అభ్యాసము 2.1

1. 10999 తర్వాతి మూడు సహజ సంఖ్యలను రాయండి.
2. 10001 క వెనుకటి మూడు పూర్ణ సంఖ్యలను రాయండి.
3. అత్యంత చిన్న పూర్ణ సంఖ్య ఏది?
4. 32 మరియు 53ల మధ్య ఎన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు ఉన్నాయి?
5. కింది వాటికి ఉత్తర సంఖ్యలను రాయండి.

   a) 2440701 b) 100199 c) 1099999 d) 2345670
6. కింది వాటికి పూర్వ సంఖ్యలను రాయండి.

   a) 94 b) 10000 c) 208090 d) 7654321
7. కింది ప్రతి జతలలో సంఖ్యా రేఖ మీద ఏ సంఖ్య మరొక సంఖ్యకు ఎడమ వైపు వస్తుందో తెలిపి వాటి మధ్య సరైన సంకేతం (>, <) ను ఉపయోగించి రాయండి.

   a) 530,503 b) 370,307 c) 98765, 56789 d) 9830415, 10023001
8. కింది వాక్యాలలో ఏది సరి (T) ఏది తప్పు (F)

   a) '0' (సున్న) అత్యంత చిన్న సహజ సంఖ్య

   b) 399 కి పూర్వ సంఖ్య 400

©KTBS Not to be republished

c) సున్న అత్యంత చిన్న పూర్ణ సంఖ్య

d) 599 కి ఉత్తర సంఖ్య 600

e) సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణ సంఖ్యలు అవుతాయి.

f) పూర్ణ సంఖ్యలు సహజ సంఖ్యలు అవుతాయి.

g) రెండంకెల సంఖ్య యొక్క పూర్వ సంఖ్య ఒక అంకె సంఖ్యకాదు.

h) '1' అత్యంత చిన్న పూర్ణ సంఖ్య

i) సహజ సంఖ్య '1' కి పూర్వ సంఖ్య ఉండదు.

j) పూర్ణ సంఖ్య '1' కి పూర్వ సంఖ్య ఉండదు.

k) పూర్ణ సంఖ్య '13', 11 మరియు 12 ల మధ్య ఉంటుంది.

l) పూర్ణ సంఖ్య '0' కు పూర్వ సంఖ్య ఉండదు.

m) రెండంకెల సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఎల్లప్పుడూ రెండంకెల సంఖ్యే అవుతుంది.

2.4 పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు :-

పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు మనకు సంఖ్యలను ఇంకా బాగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహద పడతాయి. పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలను కొన్నింటిని పరిశీలిద్దాం. అంతేకాకుండా అవి కొన్ని లెక్కాచారాలను అతి సులభంగా చేయడానికి సహాయపడుతాయి.

చేసి చూడండి

తరగతిలో మీరు ప్రతి ఒక్కరు ఏదైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను తీసుకొని వాటిని కూడండి. ఫలితము ఎల్లప్పుడూ పూర్ణ సంఖ్యే అయినదా?

మీ సంకలనం ఈ విధంగా ఉండవచ్చు

7	+	8	=	15, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
5	+	5	=	10, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
0	+	15	=	15, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
.	+	.	=	...
.	+	.	=	...

మరో 5 జతల సంఖ్యలను ప్రయత్నించండి. వాటి మొత్తం ఎల్లప్పుడూ పూర్ణ సంఖ్య అవుతుందా?

ఏదైనా ఒక జత పూర్ణ సంఖ్య మొత్తం ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాని జత పూర్ణ సంఖ్య మొత్తం ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాని జత ఉంటుందా?

©KTBS Not to be republished

అందువలన **ఏవేని రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం పూర్ణ సంఖ్యే** అవు తుందని చెబుతాము. కాబట్టి పూర్ణ సంఖ్యల సమితి సంకలనంతో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది. దీనినే పూర్ణ సంఖ్యల **సంకలనంలో సంవృత ధర్మం** అంటారు.

పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారంలో కూడా సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? మీరు దానిని ఎలా పరీక్షిస్తారు.

మీరు చేసిన గుణకారాలు ఇలా ఉంటాయి.

7	×	8	=	56, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
5	×	5	=	25, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
0	×	15	=	0, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
.	×		=	...
.	×		=	...

ఏరెండు పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధమైన ఒక పూర్ణ సంఖ్య అని తెలుస్తుంది. కాబట్టి పూర్ణ సంఖ్యల సమితి గుణకారంలో సంవృత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుందని చెప్పుతాం.

సంవృత ధర్మం : పూర్ణ సంఖ్యల సమితి సంకలనం మరియు గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి:

1. పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలన క్రియలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు. ఎందుకు?

   మీరు చేసిన వ్యవకలనాలు ఇలా ఉంటాయి.

   వీలైనన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.

6	–	2	4, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
7	–	8	?, ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాదు
5	–	4	1, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
3	–	9	?, ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాదు

©KTBS Not to be republished

2. పూర్ణ సంఖ్యల సమితి భాగహారంలో సంవృత ధర్మాని పాటిస్తుందా? ఈ పట్టికను పరిశీలించండి.

8	÷	4	=	2, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
5	÷	7	=	5/7, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
12	÷	3	=	4, ఒక పూర్ణ సంఖ్య
6	÷	5	=	6/5, ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాదు

వీలైనన్ని ఉదాహరణలతో దీనిని పరిశీలించండి.

సున్నతో భాగహారం :

ఒక సంఖ్యతో భాగించడం అంటే 0 వచ్చేవరకు ఆ సంఖ్యను మళ్ళీ మళ్ళీ తీసివేయడం అని అర్థం.

$8 \div 2$ ను కనుగొందాం

$$\begin{array}{r l} 8 & \\ -\ 2 & \ldots\ldots\ldots\ 1 \\ \hline 6 & \\ 6 & \\ -\ 2 & \ldots\ldots\ldots\ 2 \\ \hline 4 & \\ 4 & \\ -\ 2 & \ldots\ldots\ldots\ 3 \\ \hline 2 & \\ 2 & \\ -\ 2 & \ldots\ldots\ldots\ 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

8 నుండి 2 ను మళ్ళీ మళ్ళీ తీసివేయండి.

ఎన్ని సార్లు తీసివేసిన తర్వాత సున్న (0) వచ్చింది?

4 సార్లు కావున $8 \div 2 = 4$ అని రాస్తాం.

ఇదే విధానంలో $24 \div 8$, $16 \div 4$ లను కనుగొనండి.

ఇప్పుడు $2 \div 0$ ప్రయత్నిద్దాం.

$$\begin{array}{r l} 2 & \\ -\ 0 & \ldots\ldots\ldots\ 1 \\ \hline 2 & \\ -\ 0 & \ldots\ldots\ldots\ 2 \\ \hline 2 & \\ -\ 0 & \ldots\ldots\ldots\ 3 \\ \hline 2 & \\ -\ 0 & \ldots\ldots\ldots\ 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

అందువలన $2 \div 0$ నిరూపితం కాలేదు

ప్రతిసారి తీసివేసినప్పుడల్లా మనం 2 పొందుతాం. దీనికి అంతం ఉన్నదా ?

$\therefore 2 \div 0$ ఇది నిరూపితం కాలేదని చెప్పుతాం.

©KTBS Not to be republished

7 ÷ 0 ను ప్రయత్నిద్దాం. 7 – 0 .... 1 వ సారి తీసివేయబడింది. 7 – 0 .... 2 వ సారి తీసివేయబడింది. 7 – 0 .... 3 వ సారి తీసివేయబడింది. 7	ఇప్పుడు కూడా తీసివేయు ఏదశలలో మనం 0ను పొందలేము. 5 ÷ 0, 16 ÷ 0 వీటిని పరీక్షించండి.

సంకలనం మరియు గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మం (వినిమయ ధర్మం):-

కింది సంఖ్యారేఖ చిత్రాలు ఏమి తెలుపుతాయి?

ఈ రెండు సందర్భాలలోను మనం '5' ను చేరుతాము. కావున 3 + 2 మరియు 2 + 3 సమానంగా ఉన్నాయి.

అలాగే 5 + 3 మరియు 3 + 5 సమానంగా ఉన్నాయి.

ఇదే విధంగా 4 + 6 మరియు 6 + 4 ను ప్రయత్నించండి.

ఇది ఏరెండు పూర్ణ సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు అన్వయిస్తుందా? దీనిని పరీక్షించండి.

కూడే క్రమాన్ని మార్చినప్పటికీ వాటి మొత్తం ఒకే విధంగా ఉన్నది.

రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చును.

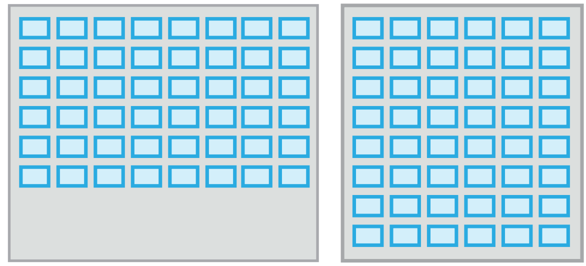
పూర్ణ సంఖ్యల సమితి సంకలనంలో స్థిత్వంతర ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుందని మనం చెబుతాం. దీనినే పూర్ణ సంఖ్యల సంకలంలో స్థిత్వంతర ధర్మం అంటారు.

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి :-

మీ ఇంటిలో ఒక చిన్న పార్టీ ఉంది. అతిథులకు మీరు వరుసలో ఎనిమిది (8) కుర్చీలు ఉండునట్లు 6 అడ్డ వరుసలలో వ్యవస్థ చేయాలను కొంటారు. మీకు 6 × 8 కుర్చీలు కావాలి. అయితే ఆ గది ఒక వరుసలో

©KTBS Not to be republished

8 కుర్చీలు పట్టదు అని తెలుసుకొంటారు. మీరు ప్రతి వరుసలో 6 కుర్చీలు ఉండునట్లు 8 అడ్డ వరుసలు చేయడానికి నిర్ణయిస్తారు. ఇప్పుడుమీకు ఎన్ని కుర్చీలు అవసరం. ఎక్కువ కుర్చీలు అవసరం అవుతాయా? ఇక్కడ గుణకార స్థిత్యంతర ధర్మం కలిగి ఉన్నదా?



4 మరియు 5 లను వేర్వేరు క్రమంలో గుణించండి. మీరు $4 \times 5 = 5 \times 4$ అని గమనిస్తారు. 3 మరియు 6, 6 మరియు 7 ఈ సంఖ్యలకు ఇది అన్వయిస్తుందా?

రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ క్రమంలో నైనా గుణించవచ్చు

రెండు పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారం స్థిత్యంతర ధర్మంకలిగి యుంటుందని మనం చెప్పుతాం. ఈ విధంగా, పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు గుణకారాలు స్థిత్యంతర ధర్మం కలిగియుంటాయి.

పరీక్షించండి :

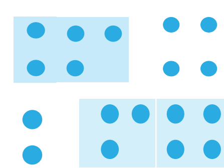
1) పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా. కనీసం మూడు వేర్వేరు జత సంఖ్యలనుపయోగించి పరీక్షించండి.

2) $(6 \div 3)$ మరియు $(3 \div 6)$ లు సమానమా?

పూర్ణ సంఖ్యల మరికాన్ని జతలను తీసుకొని పరిశీలించండి.

సంకలన మరియు గుణకారాలలో సహచర ధర్మం :-

క్రింది చిత్రాలను గమనించండి.



(a) $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

(b) $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$

మనంపై (a) లో మొదట 2 మరియు 3లను కూడి, మొత్తానికి '4'ను కలిపాం. మరియు (b) లో మొదట 3, 4 లను కూడి మొత్తానికి '2' ను కలిపాం.

ఈ ఫలితాలు సమానంగా లేవా?

ఇవే కాకుండా $(5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$ మరియు

$5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$ కావున

$(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$

©KTBS Not to be republished

దీనినే పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనంలో సహచర ధర్మం అని అంటాము.

సంఖ్యలను మనం కూడడానికి అనుకూల మగునట్లు ఎలా గుంపు చేశాం అనుటను గమనించండి.

2, 8 మరియు 6 లకు దీనిని పరీక్షించండి.

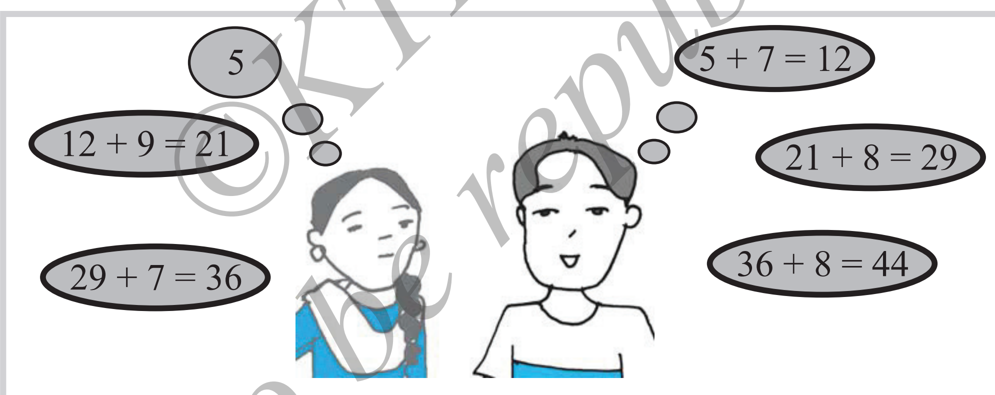
ఉదాహరణ 1: 234, 197 మరియు 103 సంఖ్యలను కూడండి.

సాధన : $(234 + 197) + 103 = 234 + (197 + 103)$

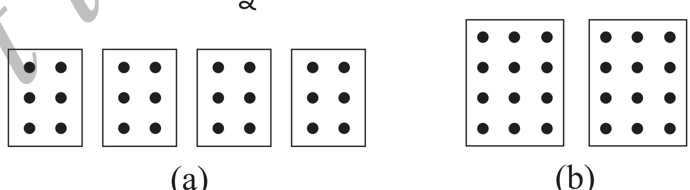
$= 234 + 300 = 534$

ఈ ఆటను ఆడండి :-

మీ స్నేహితులతో మీరు ఈ ఆట ఆడవచ్చు, మీరు 1 నుండి 10 లోపల గల ఒక సంఖ్యను చెప్పండి. ఆ సంఖ్యకు మీ స్నేహితుడు 1 నుండి 10 లోపల ఏదైనా సంఖ్యను కూడుతాడు. తరువాత మీ వంతు మీరిద్దరూ ఒకరి తరువాత ఒకరు ఆడుతారు. 100 ను ఎవరు ముందు చేరుతారో వారు ముందు గెలుస్తారు. ఒకవేళ ఎల్లప్పుడు మీరే గెలవాలని అనుకొంటే ఏ ఉపాయం చేస్తారు.



కింది చిత్రం (2.1) లో చూపిన గుణకారాన్ని గమనించండి.



చిత్రం 2.1

చిత్రం (2.1)(a) మరియు (2.1) (b) లలో గల చుక్కలను లెక్కించండి. మీకు ఏమి లభించింది? చుక్కల సంఖ్య సమానంగా ఉన్నాయి. చిత్రం (2.1(a)) లో ప్రతిగదిలో 2×3 చుక్కలున్నాయి. కాబట్టి మొత్తం చుక్కలు $(2 \times 3) \times 4 = 24$ చుక్కలు.

©KTBS Not to be republished

ఇదేవిధంగా చిత్రం (2.1 (b)) లో ప్రతిగదిలో 3×4 చుక్కలు ఉన్నాయి. కాబట్టి మొత్తం చుక్కలు $2 \times (3 \times 4) = 24$ చుక్కలు.

అందువలన $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

ఇదేవిధంగా $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$ అనిచూస్తాం.

$(5 \times 6) \times 2$ మరియు $5 \times (6 \times 2)$; $(3 \times 6) \times 4$ మరియు $3 \times (6 \times 4)$ లను ప్రయత్నించండి.

ఇది పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారంలో సహచర ధర్మం అని అంటాము.

ఆలోచించి కనుక్కోండి :-

ఏది సులభం మరియు ఎందుకు ?

(a) $(6 \times 5) \times 3$ మరియు $6 \times (5 \times 3)$

(b) $(9 \times 4) \times 25$ మరియు $9 \times (4 \times 25)$

ఉదాహరణ 2 : $14 + 17 + 6$ ల మొత్తాన్ని రెండు విధానాలలో కనుక్కోండి.

సాధన : $(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37$

$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17$

$= (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$

ఇక్కడ స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి సంకలనంలో ఉపయోగించారు.

> **ప్రయత్నించండి:**
>
> $7 + 18 + 13$; $16 + 12 + 4$
>
> కనుగొనండి.

మరి ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యల సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా? కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల గుణకారాలలో సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్య సాధనం సులభం అవుతుంది.

ఉదాహరణ 3 : 12×35 ను కనుగొనండి.

సాధన : $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35)$

$= 6 \times 70 = 420$

పై ఉదాహరణలో 5 యొక్క గుణిజ సంఖ్యను అత్యంత చిన్న సంఖ్య చే గుణించడం లాంటి అనుకూలాన్ని పొంది, సహచర ధర్మాన్ని ఉపయోగించాము.

ఉదాహరణ 4 : $8 \times 1769 \times 125$ ను కనుగొనండి.

సాధన : $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(ఇక్కడ ఏ ధర్మాన్ని మీరు ఉపయోగించాలి?)

$= (8 \times 125) \times 1769$

$= 1000 \times 1769$

$= 17,69,000$

> **ప్రయత్నించండి:**
>
> $25 \times 8385 \times 4$;
>
> $625 \times 3759 \times 8$ కనుగొనండి.

©KTBS Not to be republished

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి :-

$(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$ సరినా?

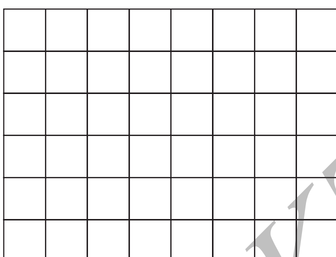
భాగాహారానికి సహచర ధర్మం వర్తిసుందా? వర్తించదు. మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

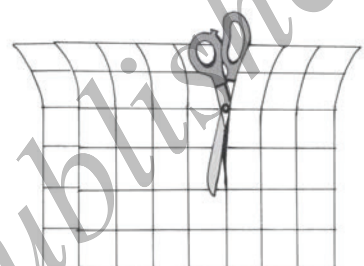
$(28 \div 14) \div 2$ మరియు $28 \div (14 \div 2)$ వీటి గురించి ఆలోచించండి.

చేసి చూడండి

సంకలనం పై గుణకార విభాగ న్యాయం :-

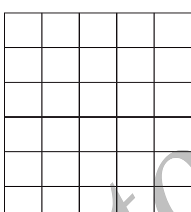
1cm × 1cm కొలత గల 6cm × 8cm కొలత గల ఒక గ్రాఫ్ పేపర్‌ను తీసుకోండి. ఇందులో ఎన్ని చదరాలు ఉన్నాయి?

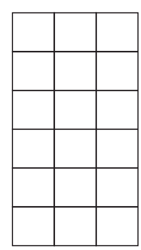




6×8 చదరాలు (గళ్ళు) ఉన్నాయా?

ఇప్పుడు గళ్ళు/కాగితాన్ని చిత్రంలో చూపిన విధంగా 6cm × 5cm మరియు 6cm × 3cm కొలతలు గల రెండు ముక్కలుగా కత్తరించండి.





గళ్ళ సంఖ్య 6×5 అవుతుందా ? 6×3 అవుతుందా ?

రెండు ముక్కలలోని మొత్తం గళ్ళ సంఖ్య ఎంత?

ఇది $(6 \times 5) + (6 \times 3)$ కాదా ?

దాని అర్థము $6 \times 8 = (6 \times 5) + (6 \times 3)$ కాదా ?

అయితే $6 \times 8 = 6 \times (5 + 3)$ ఇది

$6 \times (5 + 3) = (6 \times 5) + (6 \times 3)$ అని చూపుతుంది కదా.

అలాగే $2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$ అని మీరు తెలుసుకొంటారు.

ఇది సంకలనం పై గుణకారపు విభాగ న్యాయం అంటారు.

విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి $4 \times (5 + 8)$; $6 \times (7 \times 9)$; $7 \times (11 + 9)$ లను కనుగొనండి.

©KTBS Not to be republished

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి :

క్రింది గుణకారాలను గమనించి, ఇవి సంకలనంపై గుణకారపు విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించారా? అని చర్చించండి.

$$
\begin{array}{rl}
425 & \\
\times\ 136 & \\
\hline
2550 & \leftarrow 425 \times 6 \quad \text{(ఒకట్ల స్థానం 6 తో గుణకారం)} \\
12750 & \leftarrow 425 \times 30 \quad \text{(పదుల స్థానం 3 తో గుణకారం)} \\
42500 & \leftarrow 425 \times 100 \quad \text{(వందల స్థానం 1 తో గుణకారం)} \\
\hline
57800 & \leftarrow 425 \times (6 + 30 + 100)
\end{array}
$$

ఉదాహరణ 5 : ఒక పాఠశాల క్యాంటీన్‌లో భోజనానికి ₹ 20 మరియు పాలకు ₹ 4 చొప్పున ఒక రోజుకు వసూలు చేస్తారు. అయితే 5 రోజులకు మీకు ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

సాధన : దీనిని రెండు విధానాలలో కనుగొనవచ్చు.

1 వ విధానం : 5 రోజులకు భోజనానికి అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి.

5 రోజులకు పాలకు అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి.

తరువాత వాటిని కూడండి.

భోజనపు ఖర్చు = 5×20 = ₹ 100

పాల ఖర్చు = 5×4 = ₹ 20

మొత్తం ఖర్చు = ₹ (100 + 20) = ₹120

2 వ విధానం : ఒక రోజు మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి. దానిని 5 తో గుణించండి. ఎలా అంటే

1 రోజు (భోజనం + పాలు) అయ్యే ఖర్చు = ₹ (20 + 4)

5 రోజులకు అయ్యే ఖర్చు = ₹ $5 \times (20 + 4)$

= ₹ 5×24

= ₹ 120

ఈ ఉదాహరణ వల్ల $5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 20) + (5 \times 4)$ అని తెలుస్తుంది.

ఇది సంకలనం పై గుణకారపు విభాగ న్యాయం.

ఉదాహరణ 6 : 12×35 ను విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

సాధన : $12 \times 35\ (30 + 5)$

$= 12 \times 30 + 12 \times 5$

$= 360 + 60 = 420$

ప్రయత్నించండి:

15×68; 17×23, $68 \times 78 + 22 \times 69$ విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

©KTBS Not to be republished

ఉదాహరణ 7 : $126 \times 55 + 126 \times 45$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

సాధన : $126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$

$= 126 \times 100$

$= 12600$

తత్సమాంశం (Identity) (సంకలనం మరియు గుణకారం)

పూర్ణ సంఖ్యల సమితి, సహజ సంఖ్యల సమితికి ఎలా భిన్నంగా ఉన్నది? అది కేవలం పూర్ణసంఖ్యల సమితిలో గల 'సున్న' వలన భిన్నంగా ఉన్నది. ఈ సంఖ్య 'సున్న' కు సంకలనంలో ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ పట్టిక సున్న యొక్క ప్రత్యేకతను తెలుసుకోవడానికి మీకు సహాయ పడుతుంది.

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	___	=	___

ఒక పూర్ణ సంఖ్యకు 'సున్న' ను కలిపితే వచ్చు ఫలితమేమి? అది మరలా అదే పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది. 'సున్న' ను పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనానికి ''తత్సమాంశం'' లేదా సంకలన 'తత్సమాంశం' అంటారు.

గుణకారంలో కూడా 'సున్న' కు ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ విన్యాసాన్ని గమనించండి.

$5 \times 6 = 30$

$5 \times 5 = 25$

$5 \times 4 = 20$

$5 \times 3 = 15$

$5 \times 2 =$ -----

$5 \times 1 =$ -----

$5 \times 0 =$ -----

గుణలబ్ధం ఎలా తగ్గుతుందో గమనించండి.

గుణలబ్ధం ఎలా తగ్గుతుందో గమనించండి.

ఇక్కడ ఒక విన్యాసాన్ని గమనించారా?

చివరి దశను మీరు ఊహించ గలరా?

ఈ విన్యాసం అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలకు అన్వయం అవుతుందా?

మరోరెండు వేరే పూర్ణ సంఖ్యలకు అన్వయించడానికి ప్రయత్నించండి.

మీరు ఇప్పుడు పూర్ణ సంఖ్యల తత్సమాంశాన్ని చూశారు. 'సున్న' ను కూడినప్పుడు సంఖ్యలలో మార్పు ఉండదు. ఇదేవిధంగా పూర్ణ సంఖ్యలకు గుణకార తత్సమాంశం ఉంటుంది. ఈ పట్టికను గమనించండి. ఒక పూర్ణ సంఖ్యను '1' చే గుణిస్తే అదే పూర్ణ సంఖ్య వస్తుంది. '1' ని గుణకార తత్సమాంశం అని అంటారు.

7	×	1	=	7
5	×	1	=	5
1	×	12	=	12
1	×	100	=	100
1	×	----	=	----

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 2.2

1. కింది సంఖ్యలను తగిన విధంగా తిరిగి మార్చుకొని మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

a) $837 + 208 + 363$ b) $1962 + 453 + 1538 + 647$

2. కింది సంఖ్యలను తగిన విధంగా మార్చుకొని గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనండి.

a) $2 \times 1768 \times 50$ b) $4 \times 166 \times 25$

c) $8 \times 291 \times 125$ d) $625 \times 279 \times 16$

e) $285 \times 5 \times 60$ f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$

3. కింది వాటి విలువను కనుగొనండి.

a) $297 \times 17 + 297 \times 3$ b) $54279 \times 92 + 8 \times 54279$

c) $81265 \times 169 - 81265 \times 69$ d) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218$

4. కింది సంఖ్యలను తగిన ధర్మాలు ఉపయోగించి గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనండి.

a) 738×103 b) 854×102

c) 258×1008 d) 1005×168

5. ఒక ట్యాక్సీ డ్రైవరు తన కారుకు సోమవారం 40 లీటర్ల పెట్రోలు, మరుసటి రోజు 50 లీటర్ల పెట్రోలును నింపాడు. ఒక లీటరు పెట్రోలు ధర ₹ 44 అయితే, అతనికి పెట్రోల్‌కి అయిన ఖర్చు ఎంత?

6. ఒక పాల వ్యాపారి ప్రతి రోజు ఉదయం 32 లీటర్లు సాయంత్రం 68 లీటర్ల పాలను ఒక హోటల్‌కు సరఫరా చేస్తాడు. ఒక లీటరు పాల ధర ₹ 15 అయితే అతనికి ఒక రోజుకు ఎంత డబ్బు వస్తుంది.

7. కింది వాటిని జతపరచండి.

(i) $425 \times 136 = 425\,(6 + 30 + 100)$ a) గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మం

(ii) $2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49$ b) సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం

(iii) $80 \times 2005 \times 20 = 80 + 20 + 2005$ c) సంకలనం పై గుణకార విభాగ న్యాయం

©KTBS Not to be republished

2.5 పూర్ణ సంఖ్యలలోని అమరికలు

మనం చుక్కలతో సంఖ్యలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా అమర్చడానికి ప్రయత్నిద్దాం. చుక్కలను (1) సరళ రేఖ (2) దీర్ఘ చతురస్రం, (3) చతురస్రం (4) త్రిభుజం అనే ఆకారాలను తీసుకుందాం ఇవి కాకుండా వేరే ఆకారంలో అమర్చరాదు.

ప్రతి సంఖ్యను చుక్కల రేఖగా చూపవచ్చు

2 ను ఇలా చూపవచ్చు

3 ను ఇలా చూపవచ్చు

మొదలగునవి

- కొన్ని సంఖ్యలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు ఉదాహరణకు

  6 సంఖ్యను ఇలా చూపవచ్చు

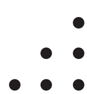
  ఈ దీర్ఘ చతురస్రంలో రెండు అడ్డ వరుసలు, మూడు నిలువు వరుసలు ఉన్నాయని గమనించండి.

- 4, 9 వంటి కొన్ని సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు. ఉదాహరణకు

  4 → 9 →

- కొన్ని సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా అమర్చవచ్చు.

  ఉదాహరణకు

  3 6 

త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండాలని గమనించండి. క్రిందినుండి ప్రతి వరుసలో చుక్కల సంఖ్య 4, 3, 2, 1 గా ఉండాలి. ఎల్లప్పుడూ పై వరుసలో మాత్రం ఒక చుక్క ఉండాలి.

©KTBS Not to be republished

ఇప్పుడు కింది పట్టికను పూరించండి.

1. ఒకటి ప్రత్యేక సంఖ్య

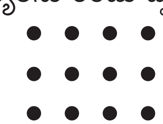
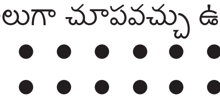
సంఖ్య	సరళ రేఖ	దీర్ఘ చతురస్రం	చతురస్రం	త్రిభుజం
2	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3	అవును	కాదు	కాదు	అవును
4	అవును	అవును	అవును	కాదు
5	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

ప్రయత్నించండి:

1. ఏ సంఖ్యలను కేవలం సరళ రేఖగా మాత్రమే చూపవచ్చు.
2. ఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు.
3. ఏ సంఖ్యలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు.
4. త్రిభుజాకారంలో చూపదగు మొదటి ఏడు సంఖ్యలను రాయండి.

   ఉదా : 3, 6, ...

5. కొన్ని సంఖ్యలను రెండు దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు ఉదాహరణకు

12  లేదా 

3×4 $\quad$ 2×6

ఈ విధమైన ఉదాహరణలు ఐదింటిని రాయండి.

©KTBS Not to be republished

సంఖ్యల అమరికను పరిశీలించడం :

అమరికలు సమస్యల పరిష్కారానికి సులభతర మార్గాలు సూచిస్తాయి. కింది వాటిని పరిశీలించండి.

(a) $117 + 9 = 117 + 10 - 1 = 127 - 1 = 126$

(b) $117 - 9 = 117 - 10 + 1 = 107 + 1 = 108$

(c) $117 + 99 = 117 + 100 - 1 = 217 - 1 = 216$

(d) $117 - 99 = 117 - 100 + 1 = 17 + 1 = 18$

ఈ అమరికలు 9,99,999,... సంఖ్యలను కూడటం లేదా తీసివేయు క్రియలలో సులభతరం చేస్తాయా?

ఇక్కడ మరొక అమరిక ఉంది.

(a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1)$ (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1)$

(c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1)$

ఒక సంఖ్యను 9,99,999,................ రూపంలో ఉన్న సంఖ్యలతో గుణించడానికి సులభ విధానం ఉన్నదా?

ఇలాంటి సులభ మార్గాలు మనోగణిత సమస్యలను సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంచుతాయి.

కింది అమరికను పరిశీలించండి. ఇది ఒక సంఖ్యను 5, 25, లేదా 125..... లతో గుణించే మార్గాన్ని సూచిస్తుంది.

(దీనిని ఇంకా ముందుకు విస్తరించడానికి ఆలోచించండి)

(i) $96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$

(ii) $96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$

(iii) $96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000$...........

తర్వాతి అమరికలు ఏమేమి సూచిస్తాయి?

(i) $64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1$

(ii) $64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3$

(iii) $64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5$

(iv) $64 \times 35 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7$...............

© KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 2.3

1. కింది వాటిలో ఏవి సున్నను ప్రతినిధించవు?

(a) $1 + 0$ (b) 0×0 (c) $\frac{0}{2}$ (d) $\frac{10-10}{2}$

2. రెండు పూర్ణ సంఖ్యల గుణలబ్ధం '0' అయితే వాటిలో ఒకటి లేదా రెండు సంఖ్యలు 'సున్న' అయివుంటాయి అని చెప్పవచ్చా? ఉదాహరణతో చూపండి.

3. రెండు పూర్ణ సంఖ్యల గుణలబ్ధం '1' అయితే అ సంఖ్యలలో ఒకటి లేదా రెండు సంఖ్యలు 1 అయివుంటాయి. అని చెప్పవచ్చా? ఉదాహరణతో చూపండి.

4. విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి, కనుగొనండి.

(a) 728×101 (b) 5437×1001 (c) 824×25 (d) 4275×125 (e) 504×35

5. అమరికను అధ్యయనం చేయండి.

$1 \times 8 + 1 = 9$

$12 \times 8 + 2 = 98$

$123 \times 8 + 3 = 987$

$1234 \times 8 + 4 = 9876$

$12345 \times 8 + 5 = 98765$

తర్వాత వచ్చే రెండు సోపానాలు రాయండి ఈ అమరిక తర్వాత సంఖ్యలకు ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

(**సూచన :** $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$)

మనం ఏం చర్చించాం?

1. లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలైన 1, 2, 3 ..... సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.

2. ఒక సహజ సంఖ్యకు '1' ని కూడినప్పుడు, దాని ఉత్తర సంఖ్య లభిస్తుంది. సహజ సంఖ్య నుండి '1' ని తీసివేసినప్పుడు దాని పూర్వ సంఖ్య లభిస్తుంది.

3. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఒక ఉత్తర సంఖ్య ఉంటుంది. '1' కి తప్ప అన్ని సహజ సంఖ్యలకూ పూర్వ సంఖ్యలకూ పూర్వ సంఖ్య ఉంటుంది.

Not ©KTBS to be republished

4. సహజ సంఖ్యల సమితికి సున్నాను చేర్చితే పూర్ణ సంఖ్యల సమితి లభిస్తుంది.

ఇలా 0, 1, 2, 3, ... సంఖ్యలు కలిసి పూర్ణ సంఖ్యల సమితి అవుతుంది.

5. ప్రతి పూర్ణ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కాని సున్నాకు తప్ప మిగిలిన పూర్ణ సంఖ్యలన్నింటికీ పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.

6. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణ సంఖ్యలవుతాయి. కాని పూర్ణ సంఖ్యన్నింటిలూ సహజ సంఖ్యలు కావు.

7. మనం ఒక సరల రేఖను గీచి, దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిని '0' అని పేర్కొంటాం. '0' కు కుడివైన సమాన దూరంలో బిందువులను గుర్తిస్తూ వాటిని 1, 2, 3 ...అని పేర్కొంటాం. ఇలా పూర్ణ సంఖ్యలను సూచించు ఒక సంఖ్యా రేఖ పై మనం సంఖ్యల మూల క్రియల సంకలనం, వ్యవకలనం, మరియు గుణకారాలను సులభంగా చేయవచ్చు.

8. సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడివైపుకు కదిలితే, వ్యవకలనం, చేయడానికి ఎడమవైపుకు కదులుతాం. గుణకారం చేయడానికి సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపుకు కదులుతాం.

9. రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం పూర్ణ సంఖ్యే అవుతుంది. ఇదేవిధంగా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను గుణించినప్పుడు పూర్ణ సంఖ్యే అవుతుంది. కావున పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలన మరియు గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. కాని వ్యవకలన, భాగాహారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.

10. సున్నాతో భాగహారం నిర్వచింపబడదు/నిరూపించబడదు.

11. సున్నా పూర్ణ సంఖ్యలలో సంకలన తత్సమాంశం 'సున్న' మరియు గుణకార తత్సమాంశం 'ఒకటి' పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారపు అనన్యతాంశం అవుతుంది.

12. మీరు రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చు. రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా గుణించవచ్చు. దీనిని మనం పూర్ణ సంఖ్యలకు సంకలన మరియు గుణకార స్థిత్యంతర ధర్మం అని అంటాము.

13. పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

14. పూర్ణ సంఖ్యలలో సంకలనం మీద గుణకారం విభాగ న్యాయాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

15. పూర్ణ సంఖ్యల స్థిత్యంతర, సహచార, విభాగ న్యాయాలు సంఖ్యలను సులభంగా లెక్కించడానికి ఉపయోగపడతాయి. మనకు తెలియకుండానే గణనలో వాటిని ఉపయోగిస్తాము.

16. సంఖ్యల అమరికలు ఆసక్తికరంగా ఉండడమే కాకుండా, రాత సమస్యలకు ఉపయోగ పడుతాయి. అలాగే సంఖ్యా ధర్మాలను ఇంకా భాగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహద పడుతాయి.

©KTBS Not to be republished

అధ్యాయం – 3

సంఖ్యలతో ఆట

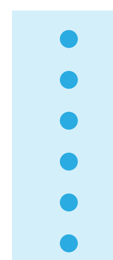
3.1 పరిచయం

రమేష్ దగ్గర 6 గోలీలున్నాయి. అతడు ప్రతి అడ్డ వరుసలో కూడా సమాన సంఖ్యలో గోలీ లుండునట్లు. ఆ గోలీలను వరుసలలో అమర్చాలనుకున్నాడు. కింది విధంగా అతడు ఆ గోలీలను అమర్చి, మొత్తం గోలీలను సరి చూశాడు.

(i) ప్రతి అడ్డ వరుసలో 1 గోలి

అడ్డ వరుసలు = 6

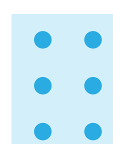
మొత్తం గోలీలు = $1 \times 6 = 6$



(ii) ప్రతి అడ్డవరుసలో 2 గోలీలు

అడ్డ వరుసలు = 3

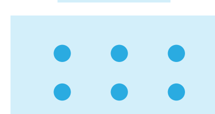
మొత్తం గోలీలు = $2 \times 3 = 6$



(iii) ప్రతి అడ్డవరుసలో 3 గోలీలు

అడ్డ వరుసలు = 2

మొత్తం గోలీలు = $3 \times 2 = 6$

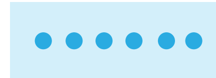


(iv) అతడు ప్రతి అడ్డవరుసలో 4 లేదా 5 గోలీలను అమర్చడం అసాధ్యమని ఆలోచించాడు. అందువలన మిగిలిన ఒకేఒక సాధ్యత అనగా ఒక వరుసలో 6 గోలీలను అమర్చడం.

©KTBS Not to be republished

అడ్డవరుసలు = 1

మొత్తం గోలీలు = $6 \times 1 = 6$



వెనుకటి లెక్కల నుండి రమేష్ 6-అంకె రెండు సంఖ్యల గుణలబ్ధంగా అనేక రకాలుగా రాయవచ్చునని గమనించాడు.

$6 \times 1 = 6$; $6 \times 2 = 3$; $6 \times 3 = 2$; $6 \times 6 = 1$

$6 \times 2 = 3$ అయినందువలన 2 మరియు 3, నిశ్శేషంగా భాగిస్తుందని చెప్పవచ్చు. అందువలన 2 మరియు 3, 6 యొక్క శుద్ధ విభాజకాలవుతాయి. $6 \times 1 = 6$ నుండి, 1 మరియు 6, 6యొక్క శుద్ధ విభాజకాలుగా చెప్పవచ్చు.

అదేవిధంగా, 1, 2, 3 మరియు 6, 6 యొక్క శుద్ధ విభాజకాలు వాటిని 6 యొక్క కారణాంకాలుగా పిలుస్తాం. 18 గోలీలను వరుసలో అమర్చండి మరియు 18 కారణాంకాలను కనుగొనండి.

3.2 కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలు (గుణకాలు) (Factors & Multiples)

మేరి 4 యొక్క శుద్ధ విభాజకాలను తెలుసుకోవాలనుకుంది. ఆమె 4 ను 4 మరియు దానికంటే చిన్న సంఖ్యతో కింది విధంగా భాగించింది.

1)	2)	3)	4)
4 (4	4 (2	4 (1	4 (1
−4	−4	−3	−4
0	0	0	0
భాగలబ్ధం = 4	భాగలబ్ధం = 2	భాగలబ్ధం = 1	భాగలబ్ధం = 1
శేషం = 0	శేషం = 0	శేషం = 1	శేషం = 0
$4 = 1 \times 4$	$4 = 2 \times 2$		$4 = 4 \times 1$

ఆమె 4 ను $4 = 1 \times 4$; $4 = 2 \times 2$; $4 = 4 \times 1$ అని రాయవచ్చు మరియు 1, 2 మరియు 4 సంఖ్యలు 4 యొక్క శుద్ధ విభాజకాలుగా తెలుసుకొంది. ఈ సంఖ్యలను 4 యొక్క కారణాంకాలు అంటారు.

ఒక సంఖ్య శుద్ధ విభాజకాలు ఆ సంఖ్యయొక్క కారణాంకాలు అవుతాయి.

4 యొక్క కారణాంకాలు 4 కంటే తక్కువ ఉండుటను గమనించండి.

1 వ ఆట : ఈ ఆటకు ఇద్దరు (ఎ మరియు బి అనుకోండి) ఆడుతారు. అది కారణాంకాలను గుర్తించడం గురించిన ఆట.

దీనికి 1 నుండి 50 వరకుగల సంఖ్యల ఫ్లాష్ కార్డులు కావాలి. ఫ్లాష్ కార్డులను ఈ కింది విధంగా మేజామీద అమర్చండి.

©KTBS Not to be republished

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

©KTBS Not to be republished

దశలు :

a) ‘ఎ’ లేదా ‘బి’ లలో ఎవరు ముందు ఆడుతారో నిర్ణయించండి.

b) ‘ఎ’ ముందుగా ఆడుతాయి అనుకోండి. అతడు మేజా నుండి ఒక ఫ్లాష్ కార్డును (28 అనుకోండి) ఎంచుకొని తన దగ్గర ఉంచుకొంటాడు.

c) తరువాత ఆటగాడు ‘బి’ ‘ఎ’ యు ఎంచుకొన్ని సంఖ్యలోని కారణాంకాలన్నింటి ఫ్లాష్ కార్డులు తీసి అతని దగ్గర అమర్చుతాడు.

d) ‘బి’ ఆటగాడు ఒక ఫ్లాష్ కార్డును తీసి తన దగ్గర ఉంచు కొంటాడు. ‘ఎ’ మరియు ‘బి’ తీసుకొన్న ఫ్లాష్ కార్డుల సంఖ్య కారణాంకాలన్నింటి ఫ్లాష్ కార్డులను తీసుకొంటాడు. ‘ఎ’ వాటిని తాను ఇంతకు ముందే తీసుకొన్న ఫ్లాష్ కార్డుల జతలో ఉంచుతాడు.

e) ఈ ఆట ఇదేవిధంగా ఫ్లాష్ కార్డులన్నీ ఖాళీ అయ్యే వరకు కొనసాగుతుంది.

f) ‘ఎ’ తాను సేకరించిన ఫ్లాష్ కార్డుల సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొంటాడు. ‘బి’ కూడా అదేవిధంగా చేస్తాడు. ఏ ఆటగాడు ఎక్కువ మొత్తాన్ని పొందుతాడో అతడు విజేత అవుతాడు. ఫ్లాష్ కార్డుల సంఖ్యను ఇంకా పెంచినప్పుడు ఆట ఇంకా ఆకర్షణ అవుతుంది. మీ స్నేహితులతో ఈ ఆట ఆడండి. ఆటలో విజేత కావడానికి ఉపాయాలేవైనా ఉన్నాయా

సూచన : కింద 'గుణిజం' కు బదులుగా 'గుణకం' అని రాయండి. మనం ఒక సంఖ్య 20 ను $20 = 4 \times 5$ అని రాసినప్పుడు, 4 మరియు 5. 20 యొక్క కారణాంకాలు అంటారు. అదేవిధంగా 20 ను 4 మరియు 5 యొక్క గుణకం (గుణిజం) అంటారు. $24 = 2 \times 12$ అని రాసినప్పుడు, 2 మరియు 12, 24 యొక్క కారణాంకాలను చూపుతుంది. అంతేగాక 24ను 2 మరియు 12 ల గుణిజాలు అంటారు.

ఒక సంఖ్య దాని ప్రతి కారణాంకాలకు కూడా గుణిజం అవుతుంది.

ప్రయత్నించండి: 45, 30 మరియు 36ల సాధ్యంగల కారణాంకాలన్నింటిని కనుగొనండి.

ఇప్పుడు మనం కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల గురించి కొన్ని కుతూహల కరమైన అంశాలను చూద్దాం.

a) 3 ఏకమాన (ప్రమాణాలు) పొడవుగల కట్టె/కాగితపు ముక్కలు సేకరించండి.

ప్రయత్నించండి: 45, 30 మరియు 36 యొక్క సాధ్యంగల కారణాంకాలన్నింటిని కనుగొనండి.

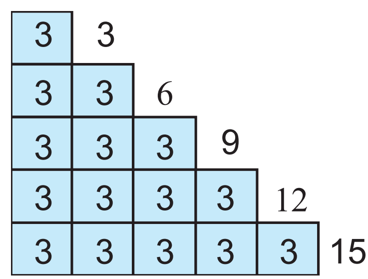
b) చిత్రంలో చూపినట్లుగా ఆ ముక్కలను ఒకదాని కొకటి అమర్చి పెట్టండి.

పైన ఉన్న ముక్క పొడవు $3 = 1 \times 3$ ఏకమానం దాని కింది పట్టీ పొడవు 3 + 3 = 6 ఏక మానాలు అదేవిధంగా, $6 = 2 \times 3$

తరువాత పట్టీ పొడవు 3 + 3 + 3 = 9 ఏకమానాలు మరియు $9 = 3 \times 3$

అదేవిధంగా కొనసాగిస్తూ, మిగిలిన పొడవులను $12 = 4 \times 3$; $15 = 5 \times 3$ అని రాయవచ్చు. ఈ 3, 6, 9, 15 సంఖ్యలను 3 యొక్క కారణాంకాలు అంటారు.

3 యొక్క కారణాంకాల పట్టికను 18, 21, 24, ... అని కొనసాగించవచ్చు.



3 యొక్క గుణకాలన్నియు 3 కంటే పెద్దది లేదా 3 కు సమానం.

4 యొక్క గుణకాలు 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

ఈ పట్టిక అంతిమంకాదు. ప్రతి సంఖ్య కూడా 4 కంటే పెద్దది. లేదా 4 కు సమానం.

మనం కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల గురించి ఏమి తీర్మానించవచ్చో చూద్దాం.

1. ప్రతి సంఖ్యకు కూడా కారణాంకం అయినటువంటి ఏదైనా సంఖ్య ఉన్నదా?
   ఉంది అది 1

ఉదాహరణకు $6 = 1 \times 6$; $18 = 1 \times 18$; .... మొదలగునవి ఇంకా కొన్ని సంఖ్యలకు దానిని పరీక్షించండి.

ఒక **(1)** ప్రతి సంఖ్యయొక్క కారణాంకం అయిందని చెప్పుతాం.

2. 7 అదే సంఖ్యయొక్క కారణాంకం అయిందా? అవును. అయినది. మీరు 7ను $7 = 7 \times 1$ అని రాయవచ్చు. 10 గురించి ఏమి చెప్పగలరు? 15 గురించి? ప్రతి సంఖ్యనూ ఈ విధంగా రాయడానికి సాధ్యమవుతుందని మీరు తెలుసు కుంటారు. ప్రతి సంఖ్య కూడా దాని కారణాంకం అయిందని చెప్పుతాం.

©KTBS Not to be republished

3. 16 యొక్క కారణాంకాలు ఏవి? అవి, 1, 2, 4, 8, 16. వాటిలో 16 ను శుద్ధంగా భాగించకుండా ఉన్న సంఖ్యలున్నాయా? దీనినే 20; 36 లకు ప్రయత్నించండి. దీనివలన తెలిసేదేమనగా, ఒక సంఖ్యయొక్క **ప్రతి కారణాంకం కూడా ఆ సంఖ్యను నిశ్శేషంగా బాగిస్తుంది.**

4. 34 యొక్క కారణాంకాలేవి? అవి 1, 2, 17 మరియు అదే సంఖ్య 34 ఈ సంఖ్యలలో చాలా పెద్దది ఏది? అదే 34 మిగిలిన 1, 2 మరియు 17 కారణాంకాలు 34 కంటే చిన్నవి. అదే విధంగా 64, 81 మరియు 56 లను పరీక్షించడానికి ప్రయత్నించండి. **దత్త సంఖ్యయొక్క ప్రతి కారణాంకాలు ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నవి లేదా వాటికి సమానంగా ఉంటాయని చెప్పుతాం'.**

5. సంఖ్య 76 కు 5 కారణాంకాలుంటాయి. 136 లేదా 96 సంఖ్యలకు ఎన్ని కారణాంకాలుంటాయి? వాటి కారణాంకాలు కనుగొని లెక్కించి చెప్పడానికి అవకాశం ఉంది. ఒకసారి 10576, 25642 మొదలగు పెద్ద సంఖ్యలు లేదా వాటి కంటే పెద్ద సంఖ్యలున్నప్పుడు, అలాంటి సంఖ్యలకు కూడా కారణాంక సంఖ్యలను లెక్కించవచ్చు. (ఒక్కొక్కసారి అలాంటి సంఖ్యలను కారణాంకీకరించడం కష్టం కావచ్చు) **దత్త సంఖ్య యొక్క కారణాంకాల సంఖ్య పరిమితమైయుంటుందని చెప్పుతాం.**

6. 7 యొక్క కారణాంకాలేవి? సహజంగా 7, 14, 21, 28, ... ఈ ప్రతి సంఖ్యకూడా 7 కంటే పెద్దది లేదా 7 కు సమానంగా ఉంటుంది. ప్రతి సంఖ్యలకు ఇలాగే ఉంటుందా? 6, 9, మరియు 10 ల కారణాంకాలతో వీటిని పరీక్షించండి. దీనివలన మనం తెలుసుకొనేదేమిటనగా, ఒక సంఖ్యయొక్క ప్రతి కారణాంకం కూడా ఆ సంఖ్య కంటే పెద్దది. లేదా సమానంగా ఉంటుంది.

7. 5 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి. అవి 5, 10, 15, 20, ... అవుతాయి. ఈ పట్టిక అంతమవుతుందా? కాదు దానికి అంతమే లేదు ఇదే విధంగా 6, 7 మొదలగు వాటి కారణాంకాలను ప్రయత్నించండి. దీనివలన తెలిసేదేమిటనగా, **దత్త సంఖ్యయొక్క కారణాంకాల సంఖ్య అపరిమితం.**

8. సంఖ్య 7 అదే సంఖ్యయొక్క కారణాంకమవుతుందా? అవును ఎందుకనగా $7 = 7 \times 1$. ఇది వేరె సంఖ్యలకు కూడా అన్వయిస్తుందా? 3, 12 మరియు 16 లకు ప్రయత్నించండి. దీనివలన **ప్రతి సంఖ్య కూడా అదే సంఖ్యయొక్క కారణాంకం అవుతుంది** అని తెలుసుకోవచ్చు. 6 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3 మరియు 6.

$1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \times 6$. 6 యొక్క కారణాంకాల మొత్తం 6 యొక్క రెండింతలు ఉండుటను మనం చూశాం. 28 యొక్క కారణాంకాలన్నింటిని రాసినప్పుడు 1, 2, 4, 7, 14 మరియు 28. వాటి మొత్తం $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \times 28$. 28 యొక్క కారణాంకాలన్నింటి మొత్తం 28 కి రెండింతలు ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్యయొక్క కారణాంకాలన్నింటి మొత్తం ఆ సంఖ్యయొక్క రెండింతలకు సమానంగా ఉన్నచో, ఆ సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటారు.

©KTBS Not to be republished

6 మరియు 28 పరిపూర్ణ సంఖ్యలు

10 పరిపూర్ణ సంఖ్య అవుతుందా?

ఉదాహరణ 1: 68 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి.

సాధన : $68 = 1 \times 68$; $68 = 4 \times 17$; $68 = 2 \times 34$; $68 = 17 \times 4$; ఎందుకనగా 4 మరియు 17 మరొకసారి వచ్చింది.

ఇదే విధంగా 68 యొక్క కారణాంకాలన్నీ – 1, 2, 4, 17, 34 మరియు 68.

ఉదాహరణ 2: 36 యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనండి.

సాధన : $36 = 1 \times 36$; $36 = 2 \times 18$; $36 = 3 \times 12$; $36 = 4 \times 9$; $36 = 6 \times 6$; ఇంతటితో ముగించండి. ఎందుకనగా రెండు కారణాంకాలు కూడా (6) ఒకటే అయ్యాయి.

ఇదేవిధంగా, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 మరియు 36 కారణాంకాలవుతాయి.

ఉదాహరణ 3: 6 యొక్క మొదటి 5 కారణాంకాలు రాయండి.

సాధన : కావలసిన కారణాంకాలు: $6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$

అనగా 6, 12, 18, 24 మరియు 30.

అభ్యాసం 3.1

1. కింది సంఖ్యల కారణాంకాలన్నింటిని రాయండి.

   a) 24 b) 15 c) 21 d) 27 e) 12

   f) 20 g) 18 h) 23 i) 36

2. మొదటి ఐదు కారణాంకాలు రాయండి.

   a) 5 b) 8 c) 9

3. పట్టిక 1 లోని అంశాలను పట్టిక 2 లోని అంశాలతో జతపరచండి.

పట్టిక – 1		పట్టిక – 2	
i)	35	a)	8 యొక్క గుణిజం
ii)	15	b)	7 యొక్క గుణిజం
iii)	16	c)	70 యొక్క గుణిజం
iv)	20	d)	30 యొక్క కారణాంకం
v)	25	e)	50 యొక్క కారణాంకం
		f)	20 యొక్క కారణాంకం

4. 100 వరకు గల 9 యొక్క కారణాంకాలన్నింటిని రాయండి.

©KTBS Not to be republished

3.3 ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు మిశ్రమ (సంయుక్త) సంఖ్యలు

ఇప్పుడు సంఖ్యల కారణాంకాల పరిచయం మనకు కల్గింది. కింది పట్టికలో కొన్ని సంఖ్యల కారణాంకాల సంఖ్యలను ఇచ్చివుండుటను గమనించండి.

సంఖ్యలు	కారణాంకాలు	కారణాంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

దీనివలన తెలిసేదేమనగా,

a) సంఖ్య 1 కేవలం ఒక కారణాంకం కల్గియుంది. (అదే సంఖ్య)

b) ఇక్కడ కొన్ని సంఖ్యలకు సరిగ్గా రెండు కారణాంకాలుంటాయి. (1 మరియు అదే సంఖ్య). ఏవనగా 2, 3, 5, 7, 11 మొదలగునవి. ఈ సంఖ్యలే ప్రధాన సంఖ్యలు.

c) 1 ని వదిలి ఏ సంఖ్యకు 1 మరియు అదే సంఖ్య అను కేవలం రెండు కారణాంకాలున్నాయో, వాటిని ప్రధాన సంఖ్యలు (Prime numbers) అంటారు. వీటిని వదిలి మిగతా కొన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు కనుగొనండి.

d) ఇక్కడ రెండు కంటే ఎక్కువ ప్రధాన సంఖ్యలు కలిగియున్న సంఖ్యలు (4, 6, 8, 9, 10 మొదలగునవి) ఉంటాయి. ఆ సంఖ్యలే మిశ్రమ సంఖ్యలు.

> 1 ప్రధాన సంఖ్యా కాదు, మిశ్రమ సంఖ్యా కాదు

రెండుకంటే ఎక్కువ ప్రధాన సంఖ్యలను కలిగియున్న సంఖ్యలను మిశ్రమ సంఖ్యలు అని అంటారు.

15 మిశ్రమ (సంయుక్త) సంఖ్య అవుతుందా? ఎందుకు? 18, 25 ఇవి మిశ్రమ సంఖ్యలా?

©KTBS Not to be republished

కారణాంకాల సంఖ్యను లెక్కించవచ్చా. మనం 1 నుండి 100 వరకుగల ప్రధాన సంఖ్యలను ఒక సరళ విధానంతో కనుగొనవచ్చు.

ఈ విధానాన్ని క్రీ.పూ. 3వ శతాబ్ధంలో ఇరాటో స్థేనస్ అను గొప్ప గణితశాస్త్రజ్ఞుడు ఇచ్చాడు. ఈ విధానాన్ని మనం చూద్దాం.

కింద చూపినట్లుగా, 1 నుండి 100 వరకుగల సంఖ్యలన్నింటిని పట్టీ చేయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1వ దశ : 1 ప్రధాన సంఖ్యకానందున దానిని కొట్టేయండి.

2వ దశ : 2కు వృత్తం గీయండి. 2 యొక్క గుణిజాలన్నియు (అనగా 4, 6, 8.......... మొదలగునవి) కొట్టేయండి.

3 వ దశ : తరువాత లభించు కొట్టివేయని సంఖ్య 3 దానికి వృత్తం గీచి, మిగిలిన 3 యొక్క గుణిజాలన్నింటినీ కొట్టేయండి.

4వ దశ : తరువాత కొట్టివేయని సంఖ్య 5. దానికి వృత్తం గీయండి. మరియు దాని మిగిలిన గుణిజాలన్నింటినీ కొట్టేయండి.

5వ దశ: సంఖ్యలన్ని కొట్టివేయ బడ్డాయి. లేదా వృత్తం గీయబడ్డాయి అనే వరకు ఈ విధానాన్ని కొనసాగించండి.

వృత్తం గీచిన సంఖ్యలన్నియు ప్రధాన సంఖ్యలు 1 వ దిలి కొట్టేసిన సంఖ్యలన్నియు మిశ్రమ సంఖ్యలు

ఈ విధానాన్ని ఇరాటో స్థేనెస్ జల్లెడ విధానం (Seire of Eratosthenes) అంటారు.

ఉదాహరణ 4: 15 కంటే చిన్నవైన ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.

సాధన : జల్లెడ విధానాన్ని గమనించినప్పుడు మనం సులభం గా కావలసిన ప్రధాన సంఖ్యలను 2, 3, 5, 7, 11 మరియు 13 అని రాయవచ్చు.

ప్రయత్నించండి:

2 × 3 + 1 = 7 ఒక ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి. ఇక్కడ 2 యొక్క గుణిజానికి 1 ని కూడి ప్రధాన సంఖ్య పొంద బడింది. ఈ విధానంలో మీరు వేరె ప్రధాన సంఖ్యలన్నింటిని పొందవచ్చా?

©KTBS Not to be republished

సరి మరియు బేసి సంఖ్యలు :

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... ? ఈ సంఖ్యలలో మీరు ఏమైనా విన్యాసాన్ని గమనించారా? ఇవన్నియు 2 యొక్క గుణిజాలయివుండుటను మీరు చూడవచ్చు.

వాటిని సరి సంఖ్యలు అని అంటారు. మిగిలిన సంఖ్యలన్నియు బేసి సంఖ్యలు.

మీరు రెండంకెలు లేదా మూడంకెల సంఖ్యను సరి సంఖ్యలా, కాదా అని పరీక్షించి చూడవచ్చు. అయితే, 756482 ఇలాంటి పెద్ద సంఖ్యలు సరిసంఖ్యలు అని ఎలా తెలుసుకోవడం? 2 తో భాగించి తెలుసుకోవచ్చు. అయితే, కష్టమైన పనికదా?

ఒకట్ల స్థానంలో 0, 2, 4, 6, 8 గల సంఖ్యలను సరి సంఖ్యలు అంటారు. అందువలన 350, 4862, 59246 సరి సంఖ్యలు 457, 2359, 8231 ఇవన్నియు బేసి సంఖ్యలు మనం ఇంకా కొన్ని ఆసక్తి కరమైన విషయాలను తెలుసుకుందాం.

a) చాలా చిన్న సరిసంఖ్య ఏది ? అది 2. చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్య ఏది? అది 2 చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్య ఏది? అది 2 ఇదే విధంగా, సరిసంఖ్య అయిన చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్య 2.

b) మిగిలిన ప్రధాన సంఖ్యలు 3, 5, 7, 11, 13.......... ఈ పట్టికలో ఏదైనా సరిసంఖ్య ఉందా? లేనేలేదు. అవన్నియు బేసి సంఖ్యలా.

ఈవిధంగా 2 ను మినహాయించి, ప్రధాన సంఖ్యలన్నియు బేసి సంఖ్యలవుతాయని చెప్పవచ్చు.

అభ్యాసం 3.2

1. a) ఏవైనా రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తమెంత?

   b) ఏవైనా రెండు సరి సంఖ్యల మొత్తమెంత ?

2. కింది వ్యాఖ్యానాలు సరి లేదా తప్పు అని తెల్పండి.

   a) మూడు బేసిసంఖ్యల మొత్తం సరి సంఖ్య అయివుంటుంది.

   b) రెండు బేసి సంఖ్యలు మరియు సరి సంఖ్యల మొత్తం సరి సంఖ్య అయివుంటుంది.

   c) మూడు బేసి సంఖ్యల గుణలబ్ధం బేసి సంఖ్య అయివుంటుంది.

   d) ఒక సరి సంఖ్యను 2 తో భాగించినప్పుడు భాగలబ్ధం ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్యే అవుతుంది.

   e) ప్రధాన సంఖ్యలన్నియు బేసి సంఖ్యలు

   f) ప్రధాన సంఖ్యలకు కారణాంకాలు వుండవు.

   g) రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్య అవుతుంది.

©KTBS Not to be republished

h) 2 ఏక ప్రమాణ సరి ప్రధాన సంఖ్య.

i) సరి సంఖ్యలన్నియు మిశ్రమ సంఖ్యలు

j) రెండు సరి సంఖ్యల గుణలబ్ధం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్య అవుతుంది.

3. 13 మరియు 31 ప్రధాన సంఖ్యలు ఈ రెండు సంఖ్యలలో అదే 1 మరియు 3 అంకెలుంటాయి. ఇలాంటి 100 లోపలి జంట ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

4. 20 లోపలి ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు మిశ్రమ సంఖ్యలను వేరుబేసి రాయండి.

5. 1 మరియు 0 ల మధ్యగల చాలా పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఏది?

6. కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలను రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తంగా రాయండి.

a) 44 b) 36 c) 24 d) 18

7. వ్యత్యాసం 2 ఉన్న మూడు జంట ప్రధాన సంఖ్యలు రాయండి.

(గమనించండి : వ్యత్యాసం 2 ఉన్న రెండు ప్రధాన సంఖ్యల జంటను వాటి ప్రధాన సంఖ్యలుగా పిలుస్తారు)

8. కింది వాటిలో ప్రధాన సంఖ్య ఏది ?

a) 23 b) 51 c) 37 d) 26

9. మధ్యలో ప్రధాన సంఖ్య తేనట్లుగా 100 లోపలి ఏడు వరుస క్రమ మిశ్రమ సంఖ్యలు రాయండి.

10. కింది సంఖ్యలను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్త పరచండి.

a) 21 b) 31 c) 53 d) 61

11. మొత్తం 5 తో భాగించబడు 20లోపలి ఐదు జంట ప్రధాన సంఖ్యలు రాయండి. (**క్లూ :** 3 + 7 = 10)

12. ఖాళీలను పూరించండి :

a) కేవలం రెండు కారణాంకాలు కలిగియున్న సంఖ్యలను __________ అంటారు.

b) రెండు కంటే ఎక్కువ ప్రధాన కారణాంకాలు కల్గియున్న సంఖ్యలను __________ అంటారు.

c) అంకె 1 __________ సంఖ్య కాదు, __________ సంఖ్య కాదు.

d) చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్య __________ .

e) చాలా చిన్న మిశ్రమ సంఖ్య __________ .

f) చాలా చిన్న సరి సంఖ్య __________ .

3.4 సంఖ్యల భాజనీయతా పరీక్షలు.

సంఖ్య 38, 2 తో భాగించబడుతుందా ? 4 తో? 5 తో ?

38ని నేరుగా 2 తో, 4 తో మరియు 5 తో భాగహారం బేసినప్పుడు, అది 2 తో భాగించబడుతుంది.

©KTBS Not to be republished

అయితే, 4 మరియు 5 తో భాగించబడదని తెలుస్తోంది.

ఒక సంఖ్య 2, 3, 4, 5, 6. 8, 9, 10 లేదా 11 తో భాగించబడునది అని తెలిపెడి ఏదైనా విన్యాసాలున్నాయా చూద్దాం. అలాంటి విన్యాసాలు సులభంగా లభిస్తాయని మీరు ఆలోచించారా?

10 తో భాజనీయత :

చారు 10 యొక్క గుణిజాలను చూస్తూ ఉంది. అవి 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... ఈ సంఖ్యలలో గల ఒక సామాన్య అంశాన్ని ఆమె గుర్తించింది. అదేమిటో మీరు చెప్పగలరా? ప్రతి సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 0 ఉండి.

ఆమె ఒకట్ల స్థానంలో 0 నటువండి ఇంకా కొన్ని సంఖ్యలను (100, 1000, 3200, 7010 మొదలగునవి) ఆలోచించింది. అలాంటి సంఖ్యలన్నియు 10 తో భాగించబడతాయని కనుగొంది.

ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 0 ఉన్నప్పుడు అది 10 తో భాగించబడుతుందని ఆమె కనుగొంది.

100 తో భాగించబడు నియమాలను మీరు కనుగొనగలరా?

5తో భాజనీయత

మణి 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 .... సంఖ్యలలో కొన్ని ఆశ్చర్యకర విన్యాసాలు గమనించాడు. ఆ విన్యాసం ఏదో చెప్పగలరా?

వాటి ఒకట్ల స్థానం చూడండి. సంఖ్యలన్నింటి ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 ఉంది. ఈ సంఖ్యలన్నీ 5 తో భాగించబడుంతాయని మనకు తెలుసు.

మణి 5 తో భాగించబడు మరికొన్ని సంఖ్యలు (105, 215, 6205, 3500.... ఇలాంటివి) తీసుకొన్నాడు. తిరిగి ఇవన్నియు ఒకట్లు స్థానంలో 0 లేదా 5 ను కలిగియున్నాయి. అతడు 23, 56, 97 ఈ సంఖ్యలను 5 తో నిశ్శేషంగా భాగింపచేయడానికి ప్రయత్నించాడు. అది సాధ్యమా? పరీక్షించండి. ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 సంఖ్యలు 5 తో నిశ్శేషంగా భాగించబడటం మరియు ఇతర సంఖ్యలు శేషమును మిగిలిస్తాయని అతను కనుగొన్నాడు.

1750125, 5 తో భాగించబడుతుందా?

2తో భాజనీయత

చారు 2 యొక్క కొన్ని గుణిజాలైన 10, 12, 14, 16....... అలాగే 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 ఇలాంటి సంఖ్యలను గమనించింది.

వాటి ఒకట్ల స్థానంలో గల ఒక విన్యాసాన్ని ఆమె గమనించింది. అదేమిటో చెప్పగలరా? ఈ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 0, 2, 4, 6, 8 మాత్రమే ఉన్నాయి.

ఈ సంఖ్యలను 2 తో భాగించినప్పుడు ఆమె 0 శేషం పొందింది. ఆమె కూడా 2467, 4829 సంఖ్యలు 2 తో నిశ్శేషంగా భాగించబడటం కూడా చూసింది. ఈ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 0, 2, 4, 6 లేదా 8 ఉండదు. ఈ అవలోకనాలన్నింటి తరువాత ఆమె ఒక తీర్మానం చేసింది. అదేమిటనగా ఒక సంఖ్య 2 తో భాగించబడేటట్లయితే, దాని ఒకట్ల స్థానంలో 0, 2, 4, 6 లేదా 8 లలో ఏదో ఒక అంకె ఉంటుంది.

3 తో భాజనీయత :

21, 27, 36, 54, 219 ఈ సంఖ్యలు 3 తో భాగించబడుతాయా? అవును. భాగించ బడుతాయి. 25, 37, 260 ఈ సంఖ్యలు 3 తో భాగించబడుతాయా? భాగించ బడవు.

ఒకట్ల స్థానంలో ఏదైనా విన్యాసం ఉందా? లేదు. ఎందుకనగా ఒకట్ల స్థానంలో అదే అంకె ఉన్నప్పుడు, ఉదా : 27, ఇలాంటి సంఖ్య 3 తో భాగించ బడుతుంది. అయితే, 17, 37 ఈ సంఖ్యలు 3 తో భాగించబడవు.

ఇప్పుడు మనం 21, 36, 54 మరియు 219 వీటి అంకెల మొత్తం చూద్దాం. ఇక్కడ ఏమైనా విశేషం గమనించారా? 2 + 1 = 3, 3 + 6 = 9, 5 + 4 = 9, 2 + 1 + 9 = 12 ఇవన్నియు 3 తో భాగించబడుతాయి.

25, 37, 260 వీటి అంకెల కూడండి. 2 + 5 = 7, 3 + 7 = 10, 2 + 6 + 0 = 8 అవి 3 తో భాగించబడవు.

అందువలన, ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 3 యొక్క గుణిజం అయినచో, ఆ సంఖ్య 3 తో భాగించబడుతుంది.

7221 సంఖ్య 3 తో భాగించబడుతుందా ?

6 తో భాజనీయత :

2 మరియు 3 ఈ రెండు సంఖ్యలతో భాగించబడు సంఖ్యలను మీరు గుర్తించగలరా? అలాంటి ఒక సంఖ్య 18 సంఖ్య. 18 సంఖ్య 2 × 3 = 6 తో భాగించబడుతుందా? అవును భాగించబడుతుంది. 18 లాంటి మరికొన్ని సంఖ్యలను కనుగొని అవి 6 తో భాగించబడుతాయా పరీక్షించండి.

2 తో భాజనీయత అయితే 3 తో భాగించబడని సంఖ్యను వెంటనే ఆలోచించి చెప్పగలరా?

ఇప్పుడు, 3 తో భాగించబడు అయితే 2 తో భాగించబడని సంఖ్యకు ఒక ఉదాహరణ 27.

27 ఈ సంఖ్య 6 తో భాగించబడుతుందా? భాగంచ బడదు (కాదు). 27 లాంటి సంఖ్యలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

ఈ అవలోకనాల నుండి మనం తీర్మానించేదేమనగా, ఒక సంఖ్య 2 మరియు 3 ఈ రెండింటితో భాగించబడినచో, అది 6 తో కూడా భాగించబడుతుంది.

4తో భాజనీయత :

మీరు వెంటనే 4 తో భాగించబడు మూడంకెల సంఖ్యను ఇవ్వగలరా? అలాంటి ఒక సంఖ్య 212. అలాంటి ఇంకా 4 సంఖ్యలను ఆలోచించండి. ఒక ఉదాహరణ 1936.

212 లో పది మరియు ఒకట్ల స్థానంలోగల అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను గమనించండి. అది 12 అవుతుంది. మరియు 4 తో భాగించబడుతుంది. 1936 లో అది 36 అవుతుంది. మరియు అది 4తో భాగించబడుతుంది. ఇదే క్రియను ఇలాంటి వేరె సంఖ్యలకు కూడా ప్రయత్నించండి. ఉదాహరణకు 4612; 3516; 9532; 286 ఈ సంఖ్య 4 తో భాగించబడుతుందా? భాగించబడదు. 86, 4 తో భాగించబడుతుందా? భాగించబడదు. అందువలన, 3 లేదా ఎక్కువ అంకెలుగల ఒక సంఖ్య చివరి రెండు అనగా పది మరియు ఒకట్ల అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 4 తో భాగించబడితే, ఆ సంఖ్య 4 తో భాగించబడుతుంది. ఇంకా పది ఉదాహరణలకు ఈ నియమాన్ని పరీక్షించండి. ఒకటి లేదా రెండు అంకె సంఖ్యలు 4 తో భాగించబడటాన్ని భాగహారం చేసే పరీక్షించాల్సి ఉంటుంది.

8 తో భాజనీయత :

1000, 2104, 1416 ఇవి 8 తో భాగించ బడుతాయా? అవి 8 తో భాగించబడటాన్ని మీరు పరీక్షించవచ్చు. వాటిలో ఏదైనా విన్యాసం ఉందా అని చూద్దాం. ఈ సంఖ్యల ఒకట్లు,పదులు మరియు వేల స్థానాలలోగల అంకెలను చూడండి. అవి వరుసగా 000, 104 మరియు 416. ఈ సంఖ్యలు కూడా 8 తో భాగించబడుతాయి. ఒకట్లు పదులు మరియు వేల స్థానాలలోగల అంకె (చివరి మూడు అంకెలు) లతో ఏర్పడిన 8 తో భాగించబడు మరికొన్ని సంఖ్యలు తీసుకోండి. ఉదాహరణకు 9216, 8216, 7216, 10216, 99995216 మొదలగునవి. ఈ సంఖ్యలు కూడా 8 తో భాగించబడుటను అంకెలతో చూస్తారు.

4 లేదా ఎక్కువ అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యల చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 తో భాగించబడినచో, ఆ సంఖ్యలు కూడా 8 తో భాగించబడుతాయి.

73512 సంఖ్య 8 తో భాగించబడుతాయా ?

1, 2 లేదా 3 అంకె సంఖ్యల 8 తో భాగించబడటాన్ని నిజమైన భాగహారం చేసే పరీక్షించాల్సి ఉంటుంది.

9 తో భాజనీయత : 9 యొక్క గుణిజాలు 9, 18, 27, 36, 45, 54, ... అంతేగాక 9 తో భాగించబడు 4608, 5289 ఇలాంటి అనేక సంఖ్యలు కూడా ఉన్నాయి ఈ సంఖ్యల అంకెలను కూడినప్పుడు ఏదైనా విన్యాసం కనబడుతుందా?

©KTBS Not to be republished

1 + 8 = 9, 2 + 7 = 0, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9,

4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18.

ఈ మొత్తాలన్నీ 9 తో భాగించబడుతాయా

లేదు (భాగించ బడవు) వాటి అంకెల మొత్తం 7 + 5 + 8 = 20 కూడా 9 తో భాగించబడవు.

ఈ అవలోకనాల ఆధారంగా మనం చెప్పేదేమిటనిగా, ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 తో భాగించబడినచో, ఆ సంఖ్య కూడా 9 తో భాగించబడుతుంది.

11 తో భాజనీయత :

308, 1331 మరియు 61809 ఈ సంఖ్యలన్నీ 11 తో భాగించబడుతాయి.

ఈ సంఖ్యల అంకెలను ఒక పట్టికలో రాసి, ఏదైనా విన్యాసాలు లభిస్తాయా అని చూద్దాం.

సంఖ్య	కుడివైపు నుండి బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం	కుడివైపు నుండి సరి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం	వ్యత్యాసం
308	8 + 3 = 11	0	11 – 0 = 11
1331	1 + 3 = 4	3 + 1 = 4	4 – 4 = 0
61809	9 + 8 + 6 = 23	0 + 1= 1	23 – 1 = 22

ప్రతి సందర్భంలో కూడా వ్యత్యాసం 0 లేదా 11 తో భాగించబడుతుంది. అనుదానిని మనం గమనించవచ్చు. అంతేగాక, ఈ సంఖ్యలన్నియు 11 తో భాగించబడుతాయి. సంఖ్య 5081 లో, అంకెల మొత్తాల వ్యత్యాసం (5 + 8) – (1 + 0) = 12, ఇది 11 తో భాగించబడదు. సంఖ్య 5081 కూడా 11 తో భాగించబడదు.

ఇదే విధంగా 11 తో భాగించబడటాన్ని పరీక్షించు నియమం ఏమిటనగా,

ఒక సంఖ్యలోని కుడివైపు నుండి బేసి స్థానాలలోగల అంకెల మొత్తం మరియు సరి స్థానాలలోగల అంకెల మొత్తం మరియు సరి స్థానాలలోగల అంకెల మొత్తాల మధ్య గల వ్యత్యాసం కనుగొనండి. ఈ వ్యత్యాసం 0 లేదా 11 తో భాగించబడు సంఖ్య అయినచో, ఆ సంఖ్య 11 తో భాగించబడుతుంది.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 3.3

1. భాజనీయతా పరీక్షలను ఉపయోగించి, కింది ఏ సంఖ్యలు 2 తో, 3 తో, 4 తో, 5 తో, 6తో, 8తో, 9తో, 10తో, 11తో భాగించబడుతాయో నిర్ధారించండి. (అవును లేదా కాదు అని తెల్పండి).

సంఖ్య	ఈ సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా?								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	అవును	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
990	....	....	....	....	....	....	....	....	....
1586	....	....	....	....	....	....	....	....	....
275	....	....	....	....	....	....	....	....	....
6686	....	....	....	....	....	....	....	....	....
639210	....	....	....	....	....	....	....	....	....
297141	....	....	....	....	....	....	....	....	....
2856	....	....	....	....	....	....	....	....	....
3060	....	....	....	....	....	....	....	....	....
406839	....	....	....	....	....	....	....	....	....

2. భాజనీయతా పరీక్షలు ఉపయోగించి కింది సంఖ్యలు 4 తో, 8 తో భాగించబడుతాయో నిర్ధారించండి.

a) 572 b) 726352 c) 5500 d) 6000 e) 12159 f) 14560

g) 21084 h) 31795072 i) 1700 j) 2150

3. భాజనీయతా పరీక్షలు ఉపయోగించ కింది ఏ సంఖ్యలు 6 తో భాగించబడుతాయో నిర్ధారించండి.

a) 297144 b) 1258 c) 4335 d) 61233

e) 901352 f) 438750 g) 1790184 h) 12583

i) 639210 j) 17852

4. భాజనీయతా పరీక్షలు ఉపయోగించి, కింది ఏ సంఖ్యలు 11 తో భాగించబడుతాయో నిర్ధారించండి.

a) 5445 b) 10824 c) 7138965 d) 70169308

e) 10000001 f) 901153

©KTBS Not to be republished

5. వదిలిన స్థళాలను నింపినప్పుడు అయ్యే సంఖ్య 3 తో భాగించబడునట్లు, ప్రశ్నలలోని ప్రతి వదిలిన స్థళాలను నింపదగు చాలా పెద్ద మరియు చాలా చిన్న అంకెల రాయండి.

a) ______ 6724 b) 4765 ______ 2

6. కింది ప్రతి సంఖ్యలు 11 తో భాగించబడునట్లు, వదిలిన స్థళాలలో అంకెలను రాయండి..

a) 92 ______ 389 b) 8 ______ 9484

3.5 సామాన్య కారణాంకాలు మరియు సామాణ్యా గుణిజాలు

సహజ గుణకాలు జతజతలో తీసుకొన్న కొన్ని సంఖ్యల కారణాం కాలను గమనించండి.

> **ప్రయత్నించండి:**
>
> సామాన్య కారణాంకాలు కనుగొనండి.
>
> a) 8, 20 b) 9, 15

a) 4 మరియు 18 యొక్క కారణాంకాలు ఏవి ?

4 యొక్క కారణాంకాలు : 1, 2 మరియు 4.

18 యొక్క కారణాంకాలు: 1, 2, 3, 6, 9 మరియు 18

1మరియు 2 సంఖ్యలు 4 మరియు 18 ఈ రెండింటిలోను కారణాంకాలున్నాయి.

b) 4 మరియు 15 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలేవి ?

ఈ రెండు సంఖ్యలలో 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకం.

7 మరియు 16 లలో సామాన్య కారణాంకాలున్నాయా ?

సంఖ్య 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకం అయిన రెండు సంఖ్యలను సహ ప్రధాన (Co Prime) సంఖ్యలు అంటారు.

ఇదే విధంగా, 4 మరియు 15 సహ ప్రధాన సంఖ్యలు 7 మరియు 15, 12 మరియు 49, 18 మరియు 23 ఇవి సహ ప్రధాన సంఖ్యలా?

c) 4, 12 మరియు 16 సంఖ్యలకు సామాన్య కారణాంకాలను మనం కనుగొనవచ్చా?

4 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2 మరియు 4

12 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 6 మరియు 12

16 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4, 8 మరియు 16

స్పష్టంగా 1, 2 మరియు 4 ఈ సంఖ్యలు 4, 12 మరియు 16 యొక్క సామాన్య కారణా కాలవుతాయి.

ఇప్పుడు సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి.

a) 8, 12, 20 b) 9, 15, 21

ఇప్పుడు మనం ఏకకాలంలో ఒకదాని కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలు తీసుకొని, వాటి గుణిజాలను చూద్దాం.

a) 4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలేవి ?

©KTBS Not to be republished

4 యొక్క గుణిజాలు 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... (ఇంకా కొన్ని సంఖ్యలు రాయండి).

6 యొక్క గుణిజాలు 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... (ఇంకా కొన్ని సంఖ్యలు రాయండి). వాటిలో, రెండు పట్టికలలో ఉన్నటువంటిని ఏదైనా సంఖ్యలున్నాయా?

12, 24, 36, ... ఇవి 4 మరియు 6 రెండు సంఖ్యల గుణిజాలు ఆయివుండుటను మనం గమనించవచ్చు.

మీరు ఇంకా కొన్ని సంఖ్యలు రాయగలరా ?

వాటిని 4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలుగా పిలుస్తాం.

b) 3, 5 మరియు 6 వాటి సామాన్య గుణిజాలను కనుగొనండి.

3 యొక్క కారణాంకాలు : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 23, 28, 27, (30), 33, 36, ...

5యొక్క కారణాంకాలు : 5, 10, 15, 20, 25, (30), 35, ...

6యొక్క కారణాంకాలు : 6, 12, 18, 24, (30), ...

∴ 3, 5 మరియు 6ల మరికొన్ని సామాన్య గుణకాలు రాయండి.

3, 5 మరియు 6 యొక్క మరికొన్ని సామాన్య 3 యొక్క గుణిజాలు రాయండి.

ఉదాహరణ 5: 75, 60 మరియు 210 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు కనుగొనండి.

సాధన :

75 యొక్క కారణాంకాలు : (1), (3), (5), (15), 25 మరియు 75

60 యొక్క కారణాంకాలు : (1), 2, (3), (4), (5), 6, 10, 12, (15),, 30 మరియు 60

210 యొక్క కారణాంకాలు: (1), 2, (3), (5), 6, 7, 10, 14, (15), 21, 30, 35, 42, 70, 105 మరియు 210

ఇదే విధంగా 75, 60 మరియు 210 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1, 3, 5 మరియు 15.

ఉదాహరణ 6: 3, 4 మరియు 9 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు కనుగొనండి.

సాధన :

3 యొక్క కారణాంకాలు: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, (36), 39, 42, 45, 48, ...

4 యొక్క కారణాంకాలు: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, (36), 40, 44, 48, ...

9 యొక్క కారణాంకాలు: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

స్పష్టంగా, 3, 4 మరియు 9 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 36, 72, 81, ...

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 3.4

1. సామాన్య కారణాంకాలు కనుగొనండి.

   a) 20 మరియు 28 b) 15 మరియు 25

   c) 35 మరియు 50 d) 56 మరియు 120

2. సామాన్య కారణాంకాలు కనుగొనండి.

   a) 4, 8 మరియు 12 b) 5, 15 మరియు 25

3. మొదటి మూడు సామాన్య గుణిజాలు కనుగొనండి.

   a) 6 మరియు 8 b) 12 మరియు 18

4. 100 లోపణి 3 మరియు 4 యొక్క అన్ని సామాన్య గుణిజాలు రాయండి.

5. కింది సంఖ్యలలో ఏవి సహ ప్రధాన సంఖ్యలు?

   a) 18 మరియు 25 b) 15 మరియు 37 c) 30 మరియు 415

   d) 17 మరియు 68 e) 216 మరియు 275 f) 81 మరియు 16

6. ఒక సంఖ్య 5 మరియు 12 ఈ రెండు సంఖ్య భాగించబడుతుంది. ఇవే కాకుండా ఇంకా వేరె ఏ సంఖ్యలతో అది భాగించబడుతుంది?

3.6 ఇంకా కొన్ని భాజనీయత నియమాలు.

మనం సంఖ్యల భాగింపబడుట గురించి మరికొన్ని నియమాలు చూద్దాం.

(i) 18 యొక్క కారణాంకాలు మీరు చెప్పగలరా? అది 9.

9 యొక్క కారణాంకాలు చెప్పండి ? అది 3 అవుతుంది. 3, 18 యొక్క కారణాంకమవుతుందా? అవును. అవుతుంది 18 యొక్క ఏవైనా వేరె కారణాంకాలు తీసుకోండి.

ఉదాహరణకు 6 అనుకోండి. ఇప్పుడు 2, 6 యొక్క కారణాంకం అది 18 ని కూడా భాగిస్తుంది. దీనిని 18 యొక్క వేరె కారణాంకాలకు కూడా పరీక్షించండి. సంఖ్య 24ను పరిగణించండి. అది 8 తో భాగించబడుతుంది. అంతేగాక 8 యొక్క కారణాంకాలైన 1, 2, 4 మరియు 8 వీటితో కూడా భాగించబడుతుంది. ఇప్పుడు మనం ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడేటట్లయితే, అప్పుడు సంఖ్య మరొక సంఖ్యయొక్క ప్రతి కారణాంకంతో కూడా భాగించబడుతుంది అని చెప్పవచ్చు.

(ii) సంఖ్య 80, 4 మరియు 5 తో భాగించబడుతుంది. అది $4 \times 5 = 20$ తో కూడా భాగించబడుతుంది. అది అలాగే 4 మరియు 5 సహ ప్రధాన సంఖ్యలు అదే విధంగా, 60 సహ ప్రధాన సంఖ్యలైన 3 మరియు 5తో భాగించబడుతుంది. అంతేగాక 60, $3 \times 5 = 15$ తో కూడా భాగించబడుతుంది.

ఒక సంఖ్య రెండ్లు సహప్రధాన సంఖ్యలతో భాగించ బడేటట్లయితే, ఆ సంఖ్య వాటి గుణలబ్ధంతో కూడా భాగించబడుతుంది.

©KTBS Not to be republished

(iii) సంఖ్య 16 మరియు 20 ఈ రెండు 4 తో భాగించబడుతాయి. సంఖ్య 16 + 20 = 36 కూడా 4 తో భాగించబడుతుంది. వేరె జంట సంఖ్యలకు దీనిని పరీక్షించండి.

16 మరియు 20 యొక్క ఇతర సామాన్య కారణాంకాలకు కూడా దీనిని ప్రయత్నించండి.

ఇచ్చిన (దత్త) రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యతో భాగించ బడేటట్లయితే, వాటి మొత్తం కూడా ఆ సంఖ్యతో భాగించబడుతుంది.

(iv) సంఖ్య 35 మరియు 20 ఈ రెండు 5 తో భాగించబడుతుంది. వాటి వ్యత్యాసం 35 – 20 = 15 కూడా 5 తో భాగించబడుతుందా? వేరే జత సంఖ్యలకు కూడా దీనిని ప్రయత్నించండి.

ఇచ్చిన (దత్త) రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యతో భాగించబడేటట్లయితే అప్పుడు వాటి వ్యత్యాసం కూడా ఆ సంఖ్యతో భాగించబడుతుంది.

వేర్వేరు జంట సంఖ్యలను తీసుకోండి మరియు పైన తెలిపిన నాలుగు నియమాలను పరీక్షించండి.

3.7 ప్రధాన కారణాంక విభజన / గుణకీకరణం (Prime Factorisation)

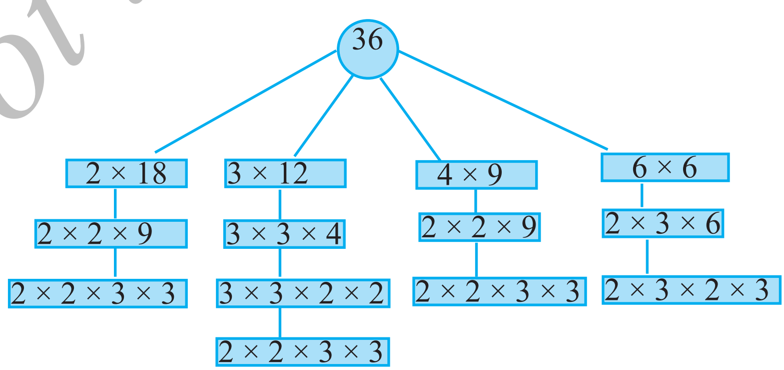
ఒక సంఖ్యను దాని కారణాంకాల గుణలబ్ధంగా రాసినప్పుడు మనం ఆ సంఖ్యను కారణాంక విభజన చేయబడిందని అంటారు. అదే విధంగా, 24 = 3 × 8 అని రాసినప్పుడు, మనం 24ను కారణాంక విభజన చేయబడిందని అంటారు. 24 యొక్క కారణాంక విభజనలో ఇదొక విధానం మిగిలిన విధానాలనగా

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

పై 24 యొక్క అన్ని కారణాంక విభజనలలో అంతిమంగా మనం $2 \times 2 \times 2 \times 3$ అను ఒకే కారణాంక విభజనకు చేరుతున్నాం.

ఈ కారణాంక విభజనలో గల కారణాంకాలైన 2 మరియు 3 ప్రధాన సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యయొక్క ఈ విధమైన కారణాంక విభజనను ప్రధాన కారణాంక విభజన అని అంటారు.

మనమిప్పుడు సంఖ్య 36ను పరీక్షిద్దాం.



©KTBS Not to be republished

36 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన $2 \times 2 \times 3 \times 3$ అనగా అది 36 యొక్క ఒకేఒక ప్రధాన కారణాంక విభజన రకం.

చేసి చూడండి :

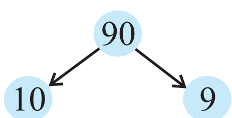
ప్రయత్నించండి:
ప్రధాన కారణాంకాలను రాయండి.
16, 28, 38

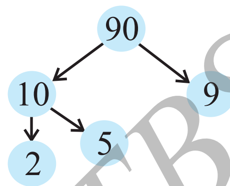
ఒక సంఖ్యను ఎన్నుకొని రాయండి. 90 అనుకోండి.

కారణాంక వృక్షం

ఒక జత కారణాంకాలను ఆలోచించండి.

$90 = 10 \times 9$



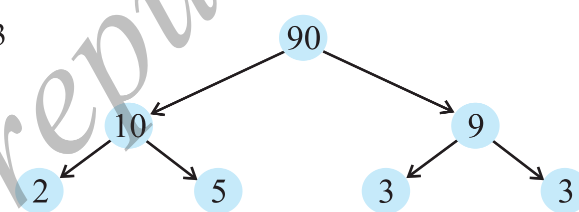


ఇప్పుడు 10 యొక్క ఒక జత కారణాంకాలు ఆలోచించండి. $10 = 2 \times 5$

9 యొక్క కారణాంక జతను రాయండి. $9 = 3 \times 3$

కింది సంఖ్యలకు ప్రయత్నించండి.

a) 8   b) 12



ఉదాహరణ 7: 980 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.

సాధన : మనం ఇంతకు ముందు తెలుసుకున్నట్లుగా కొనసాగుతాం.

సంఖ్య 980 ను 2, 3, 5, 7 మొదలగు సంఖ్యలతో అదే క్రమంలో మళ్ళీ మళ్ళీ భాగిస్తూ, లభించు భాగలబ్ధం భాగించిన సంఖ్య అయ్యేవరకు కొనసాగించాలి. అదే విధంగా 980 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు $2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$ అవుతుంది.

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 3.5

1. కింది వ్యాఖ్యానాలలో ఏవేవి సరిగ్గావున్నాయి?

a) ఒక సంఖ్య 3 తో భాగించబడినచో అది 9 తో భాగించబడాలి.

b) ఒక సంఖ్య 9 తో భాగించబడినచో, అది 3 తో భాగంచబడాలి.

c) ఒక సంఖ్య 3 మరియు 6 ఈ రెండు సంఖ్యలతో కూడా భాగించబడినచో, 18 సంఖ్య 18 తో భాగించబడుతుంది.

d) ఒక సంఖ్య 9 మరియు 10 ఈ రెండు సంఖ్యలతో కూడా భాగించబడినచో, అది 90 తో భాగించబడాలి.

e) రెండు సంఖ్య సహ ప్రధాన సంఖ్యలయినచో, 18 రెండింటిలో కనీసం ఒక సంఖ్య అయినా ప్రధాన సంఖ్య కానే కావాలి.

f) 8 తో భాగించబడు సంఖ్యలన్నీ 4 తో కూడా భాగించబడుతాయి.

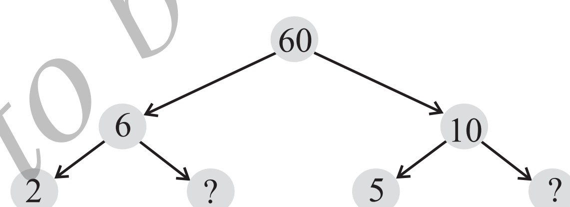
g) 4 తో భాగించబడు సంఖ్యలన్నీ 8 తో కూడా భాగించబడుతాయి..

h) ఒక సంఖ్య రెండు సంఖ్యలను ప్రత్యేకంగా భాగించేటట్లతే, అది ఆ రెండు సంఖ్యల మొత్తాన్ని భాగిస్తుంది.

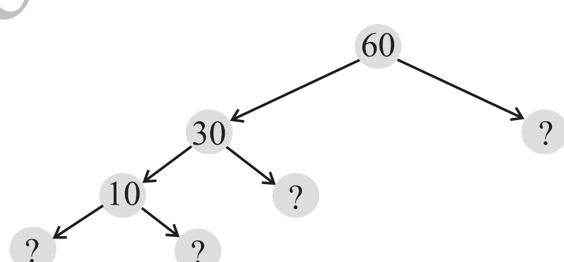
i) ఒక సంఖ్య రెండు సంఖ్యల మొత్తాన్ని భాగించేటట్లయితే, అది ఆ రెండు సంఖ్యలకు ప్రత్యేకంగా కూడా భాగిస్తుంది.

2. ఇక్కడ 60 యొక్క రెండు కారణాంక వృక్షాలు ఇవ్వబడినవి వదిలిన సంఖ్యలను నింపండి.

a)



b)



Not to be republished ©KTBS

3. మిశ్రమ (సంయుక్త) సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ఎలాంటి కారణాంకాలు లో బడివుండవు?

4. 4 అంకెల చాలా పెద్ద సంఖ్యను రాసి, ఆ సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాలుగా వ్యక్తపరచండి.

5. 5 అంకెల చాలా చిన్న సంఖ్యను రాసి, 18 సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాలుగా వ్యక్త పరచండి.

6. 1729 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొని వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి. ఇప్పుడు రెండు వరుసక్రమ ప్రధాన కారణాంకాల మధ్య ఏదైనా సంబంధమున్నచో తెల్పండి.

7. మూడు వరుసక్రమ సహజ సంఖ్యల గుణలబ్ధం ఎల్లప్పుడూ 6 తో భాగించబడుతుంది. ఈ వ్యాఖ్యానాన్ని కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా దృఢపరచండి.

8. రెండు వరుసక్రమ బేసి సంఖ్యల మొత్తం 4 తో భాగించబడుతాయి. ఈ వ్యాఖ్యానాన్ని కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా దృఢపరచండి.

9. కింది ఏ అమరికలలో ప్రధాన కారణాంక విభజన చేయబడింది?

(a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$

(c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

10. 25110 ఈ సంఖ్య 45 తో భాగించబడుతుందా అని నిశ్చయించండి.

(క్లూ: 5 మరియు 9 సహ ప్రధాన సంఖ్యలు 5 మరియు 9 తో ఆ సంఖ్య యొక్క భాజనీయతను పరీక్షించండి).

11. సంఖ్య 18, 2 మరియు 3 ఈ రెండు సంఖ్యలతో కూడా భాగించబడుతుంది. అది $2 \times 3 = 6$ తో కూడా భాగించబడుతుంది. అదేవిధంగా ఒక సంఖ్య 4 మరియు 6 రెండు సంఖ్యలతో భాగించబడుతుంది. ఆ సంఖ్య $4 \times 5 = 24$తో కూడా భాగించబడుతుందని చెప్పడానికి సాధ్యమా? తేనిట్లయితే, మీ జవాబును దృఢపరచు ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

12. నేను నాలుగు విభిన్న ప్రధాన కారణాంకాలుగల చాలా చిన్న సంఖ్య అయ్యాను. నేను ఎవరో కనుగొనండి.

3.3 గరిష్ట సామాన్య గుణకం

మనం ఏవైనా రెండు సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనవచ్చు. మనమిప్పుడు ఈ సామాన్య కారణాంకాలలో చాలా పెద్ద (గరిష్ట) దానిని కనుగొనడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

12 మరియు 16 ల సామాన్య కారణాంకాలు ఏవి ?

అవి 1, 2 మరియు 4 అవుతాయి. వాటిలో చాలా పెద్దది (గరిష్టమైనది) ఏది? అది 4 20, 28 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకాలు ఏవి?

అవి 1, 2 మరియు 4 అవుతాయి అదే 4 సామాన్య కారణాంకాలలో చాలా పెద్దది. దత్త రెండు లేదా **ఎక్కువ సంఖ్య గరిష్ట సామాన్య గుణకం (గ.సా.గు) ఆ సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకాలలో చాలా పెద్దది అవుతుంది.** 20, 28 మరియు 30 ల ప్రధాన కారణాంకాలను కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

©KTBS Not to be republished

2	20
2	10
5	5
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	36
2	18
3	9
3	3
	3

ఇదేవిధంగా, $20 = 2 \times 2 \times 5$

$28 = 2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

20, 28 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకాలు 2 (రెండు సార్లు ఆవర్తించబడ్డాయి) అదే విధంగా 20, 28 మరియు 36ల గ.సా.గు $2 \times 2 = 4$

ప్రయత్నించండి:

కింది సంఖ్య గ.సా.గు
(i) 24 మరియు 36
(ii) 15, 25 మరియు 30
(iii) 8 మరియు 12
(iv) 12, 16 మరియు 28

అభ్యాసం 3.6

1. కింది సంఖ్యల గ.సా.గు కనుగొనండి.

a) 18, 48 b) 30, 42 c) 18, 60 d) 27, 63

e) 36, 84 f) 34, 102 g) 70, 105, 175 h) 91, 112, 49

i) 18, 54, 81 j) 12, 45, 75

2. రెండు వరుస క్రమమైన

a) సంఖ్యలు b) సరి సంఖ్యలు c) బేసి సంఖ్యల గ.సా.గు కనుగొనండి.

3. సంఖ్య సహ గుణకా (సహ ప్రధాన సంఖ్యలు) లైన 4 మరియు 15 ల గ.సా.గు ను కింది విధంగా కారణాంక విభజన ద్వారా కనుగొనబడింది. $4 = 2 \times 2$ మరియు $15 = 3 \times 5$. ఈ రెండింటిలో ఏ సామాన్య ప్రధాన కారణాంకాలకు కూడా లేనందున, 4 మరియు 15ల గ.సా.గు 0 అయింది. ఈ జవాబు సరినా? కానట్లయితే, సరైన గ.సా.గు ఎంత?

3.9 కనిష్ట సామాన్య గుణకం

4 మరియు 6 ల సామాన్య గుణిజాలు ఏవి ?

అవి 12, 24, 36,...... వాటిలో చాలా చిన్న (కనిష్ట) సంఖ్య ఏది? అది 12. అందువలన 4 మరియు 6ల కనిష్ట సామాన్య గుణకం (క.సా.గు) 12 అవుతుందని మనం చెప్పుతాం. అది ఆ రెండు సంఖ్యలు కారణాంకాలయినందున సంఖ్యలలో చాలా చిన్నది అయింది.

©KTBS Not to be republished

దత్త (ఇచ్చిన) రెండు లేదా ఎక్కువ సంఖ్యల కనిష్ట సామాన్య గుణకం (క.సా.గు) వాటి సామాన్య గుణిజాలలో చాలా చిన్నది.

8 మరియు 12 ల క.సా.గు ఎంత ?

4 మరియు 9 ల క.సా.గు ఎంత ?

6 మరియు 9 ల క.సా.గు ఎంత ?

ఉదాహరణ 8: 12 మరియు 8 ల క.సా.గు కనుగొనండి.

సాధన : 12 మరియు 18 ల సామాన్య గుణకాలు/గుణిజాలు 36, 72, 108 మొదలగునవి అని మనం తెలుసుకున్నాం. వాటిలో చాలా చిన్నది 36.

రెండు సంఖ్యల క.సా.గు కనుగొనడానికి వేరొక విధానాన్ని మనం చూద్దాం.

12 మరియు 18 ల ప్రధాన కారణాంక విభజనలు కింది విధంగా ఉంటాయి.

$12 = 2 \times 2 \times 3;\ 18 = 2 \times 3 \times 3$

ఈ ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ప్రధాన కారణాంకమైన 2 గరిష్ఠంగా రెండు సార్లు వచ్చియుంటుంది. (12 లో) అదేవిధంగా ప్రధాన కారణాంకమైన 3 గరిష్ఠంగా రెండు సార్లు వచ్చింది. (18 లో) **రెండు సంఖ్యల క.సా.గు ఆ ప్రతి సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంకాలలో చాలా ఎక్కువ సార్లు వచ్చిన సంఖ్యలో తీసుకొన్న ప్రధాన కారణాంకాలన్నింటి గుణలబ్ధం అవుతుంది.**

అదే విధంగా, ఈ సందర్భంలో క.సా.గు. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

ఉదాహరణ 9: 24 మరియు 90 ల క.సా.గు కనుగొనండి.

సాధన : 24 మరియు 90 ల ప్రధాన కారణాంకాలు

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3;\ 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

ఈ అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు చూసినప్పుడు

24 లో కారాణాంకం 2 మూడు సార్లు వచ్చింది.

90లో కారణాంకం 9 మూడు సార్లు వచ్చింది.

90లో కారణాంకం 5 మూడు సార్లు వచ్చింది.

అందువలన క.సా.గు = $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

ఉదాహరణ 10 : 40, 48 మరియు 45ల క.సా.గు కనుగొనండి.

సాధన : 40, 48 మరియు 45ల ప్రధాన కారణాంకం విభజన చేసినప్పుడు,

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

48 లో ప్రధాన కారణాంకం 2 నాలుగు సార్లు

©KTBS Not to be republished

45 లో ప్రధాన కారణాంకం 3 రెండు సార్లు మరియు 40 అలాగే 4 ఈ రెండింటిలో 5 ఒక సారి వచ్చింది. (5ను ఒక సారి మాత్రమే తీసుకుంటాం.) అందువలన,

కావలసిన క.సా.గు = $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$

ఉదాహరణ 11 : 20, 25 మరియు 30 ల క.సా.గు కనుగొనండి.

సాధన : మనం సంఖ్యలను ఒక వరుసలో ఈ విధంగా రాస్తాం.

2	20	25	30	(a)
2	10	25	15	(b)
3	5	25	15	(c)
5	5	25	5	(d)
5	1	5	1	(e)
	1	1	1	

అందువలన క.సా.గు. = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

a) ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఒకదానైనా భాగించునటువంటి చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించండి. ఇక్కడ అది 2 సంఖ్య 25 రెండుతో భాగించబడనందున అలాంటి సంఖ్యను కింది వరుసలో అలాగే రాయాలి.

b) పునః 2 తో భాగించి, 2 యొక్క గుణిజాలు లేకుండా ఉండే వరకు దానిని కొనసాగించండి.

c) తరువాతి ప్రధాన సంఖ్య 3 తో భాగించండి.

d) తరువాతి ప్రధాన సంఖ్య 5 తో భాగించండి.

e) పునః 5 తో భాగించండి.

3.10 గ.సా.గు మరియు క.సా.గు. ల మీద కొన్ని సమస్యలు

మనకు గ.సా.గు మరియు క.సా.గు. ల కల్పనలను ఉపయోగించునటువంటి అనేక సందర్భాలు వస్తాయి. అలాంటి సందర్భాలను కొన్ని ఉదాహరణలతో వస్తాయి. అలాంటి సందర్భాలను కొన్ని ఉదాహరణలతో మనం వివరిద్దాం.

ఉదాహరణ 12: తైలం రవాణా చేయు రెండు మోటారు వాహనాలలో వరుసగా 850 లీటర్లు మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నాయి. కొలత పాత్రను సరిగ్గా సహజ సంఖ్యలలో ఉపయోగించి, రెండు వాహనాలలో గల కిరోసిన్‌ను కొలవడానికి సాధ్యంగల కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట పరిమాణాన్ని కనుగొనండి.

©KTBS Not to be republished

సాధన : సరిగ్గా లెక్కింపు సంఖ్య ఉండునట్లు వాహనంలోగల కిరోసిన్‌ను కొలత పాత్రలో కొలవాల్సి ఉంది. అందువలన దాని పరిమాణం రెండు వాహనాలలోగల కిరోసిన్ ప్రమాణాలను భాగింపబడు సంఖ్య అయివుండాలి. అంతేగాక, కొలత పాత్ర యొక్క పరిమాణం గరిష్టంగా ఉండాలి. అందువలన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట పరిమాణం 850 మరియు 680ల గ.సా.గు. అయివుండాలి.

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

దానిని కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

అందువలన $850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 = 2 \times 5 \times 17 \times 5$

$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2 \times 5 \times 17 \times 2 \times 2$ మరియు 850 మరియు 680ల సామాన్య కారణాంకాలు 2, 5 మరియు 17 ఇదే విధంగా 850 మరియు 680ల గ.సా.గు = $2 \times 5 \times 17 = 170$.

అందువలన, కావలసిన కొలత పాత్ర గరిష్ట పరిమాణం = 170 లీటర్లు

అది మొదటి వాహనాన్ని 5 మరియు రెండవ వాహనాన్ని 4 పునర్ పూరణలలో నింపుతుంది.

ఉదాహరణ 13: ఉదయం పూట వ్యాయామ నడకలో, ముగ్గురు జతగా అడుగులు వేసేవారు. వారి అడుగుల కొలతలు వరుగుగా 80cm, 85cm, మరియు 90cm ఉన్నాయి వారు సంపూర్ణ అడుగులు వేస్తూనే సమాన దూరం ప్రయాణించడం సాధ్యమయితే వారు ప్రతి యొక్కరూ ప్రయాణించు కనిష్ట దూరం కనుగొనండి.

సాధన : ప్రతి యొక్కరు ప్రయాణించవలసిన దూరం సమానం మరియు కనిష్టం ఉండాలి. ప్రతి యొక్కరు నడవాల్సిన కనిష్ట దూరం వారి అడుగుల కొలతల కనిష్ట సామాన్య గుణిజం అయివుండాలి. అది ఎందుకో వివరించగలరా? అదే విధంగా, మనం 80, 85 మరియు 90 ల క.సా.గు లను కనుగొంటాం.

80, 85 మరియు క.సా.గు. = 12240

కావలసిన కనిష్ట దూరం 12240 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 14: ఏ కనిష్ట సంఖ్యను 12, 16, 24 మరియు 36 తో భాగించినప్పుడు ప్రతిసారి కూడా శేషం 7 అయివుండటం?

సాధన : మనం ముందుగా 12, 16, 24 మరియు 36 ల క.సా.గు. ను కింది విధంగా కనుగొందాం.

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	1	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

©KTBS Not to be republished

అందువలన, క.సా.గు. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$ ఇచ్చిన సంఖ్యలతో 144 భాగించినప్పుడు వచ్చే శేషం 0 ఉంటుంది.

అయితే, మనకు ప్రతి సంఖ్యతో భాగించినప్పుడు కూడా 7 శేషంగల కనిష్ట సంఖ్య కావాల్సి ఉంది. అందువలన, మనకు కావలసిన సంఖ్య 144 కంటే 7 ఎక్కువగా ఉంది. మనకు కావలసిన కనిష్ట సంఖ్య 144 + 7 = 151

అభ్యాసం 3.7

1. రేణు 75 కే.జి మరియు 69 కే.జి బరువుగల రెండు సంచుల ఎరువు కొన్నాడు. సరిగ్గా సహజ సంఖ్యయంత సార్లు కొలిచి, ఆ సంచులలోగల ఎరువుల భారాన్ని కనుగొనడానికి కావలసిన బరువుగల వస్తువు యొక్క గరిష్ట కొలతను కనుగొనండి.
2. ముగ్గురు బాలురు ఒకే స్థళం నుండి జతగా అడుగులు వేస్తూ సాగుతున్నారు. వారి అడుగుల కొలతలు వరుసగా 63 సెం.మీ, 70cm మరియు 77cm ఉన్నాయి. ప్రతియొక్కరూ సమాన దూరాన్ని పూర్తి అడుగులు వేసి ప్రయాణించవలసిన కనిష్ట దూరాన్ని కనుగొనండి.
3. ఒక గది పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులు వరుసగా 825 సెం.మీ 675cm మరియు 450cm ఉన్నాయి. ఈ ముగ్గురి కొలతలను సరిగ్గా పూర్ణాంకాలలో కొలవడానికి కావలసిన కొలత బద్ద యొక్క గరిష్ట పొడవును కనుగొనండి.
4. 6, 8 మరియు 12 తో సంపూర్ణంగా భాగించబడు మూడంకెల కనిష్ట సంఖ్యను కనుగొనండి.
5. 8, 10 మరియు 12 తో సంపూర్ణంగా భాగించబడు మూడంకెల గరిష్ట సంఖ్యను కనుగొనండి.
6. మూడు ప్రత్యేక కావలా దారులలో గల దారి దీపాలు వరుసగా 48 సెకెండ్లు, 72 సెకెండ్లు మరియు 108 సెకండ్లలో మారు తుంటాయి. అవన్నియు ఉదయం 7.00 గంటల సమయంలో ఏకకాలంలో మారినచో, తరువాత ఏ సమయంలో తిరిగి ఏక కాలంలో మారుతాయి?
7. మూడు ట్యాంకర్‌లు వరుసగా 403 లీటర్లు, 434 లీటర్లు మరియు 465 లీటర్ల డీజల్ నింపు కొన్నాయి. వాటిని సరిగ్గా పూర్ణాంకాలలో కొలవగల గరిష్ట పరిమాణవు పాత్రల కొలతను కనుగొనండి.
8. ఏ కనిష్ట సంఖ్యను 6, 15 మరియు 18 తో భాగించినప్పుడు శేషం 15 అవుతుంది?
9. 18, 24 మరియు 32 తో భాగించబడు 4 అంకెల కనిష్ట సంఖ్యను కనుగొనండి.
10. కింది సంఖ్యల క.సా.గు కనుగొనండి.

    a) 9 మరియు 4   b) 12 మరియు 5   c) 6 మరియు 5   d) 15 మరియు 4

    పొందిన క.సా.గు.లలో ని సామాన్య అంశాలను గుర్తించండి. ప్రతి సందర్భంలో కూడా క.సా.గు.లు ఆ సంఖ్యల గుణలబ్ధానికి సమానమయిందా?
11. ఒక సంఖ్య మరొక దాని కారణాంకమయినటువంటి కింది సంఖ్యల క.సా.గు.లను కనుగొనండి.

    a) 5, 20   b) 6, 18   c) 12, 48   d) 9, 45

    పొందిన జవాబులలో మీరు ఏమేమి గమనించారు?

©KTBS Not to be republished

మనమేమి చర్చించాం ?

1. మనం గుణిజాలు, విభాజకాలు మరియు కారణాంకాల గురించి చర్చించాం మరియు గుణిజాలను ఎలా గుర్తించాలో చూశాం.

2. మనం కింది అంశాలను చర్చించి, పరిశోధించాం.

   a) ఒక సంఖ్యయొక్క కారణాంకం అదే సంఖ్యయొక్క శుద్ధ విభాజకం అవుతుంది.

   b) ప్రతి సంఖ్య కూడా అదే సంఖ్యయొక్క ఒక కారణాంకం అవుతుంది. 1 అని సంఖ్యల కారణాంకం అవుతుంది.

   c) ఒక సంఖ్యలోని ప్రతి కారణాంకం కూడా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది. లేదా దానికి సమానంగా ఉంటుంది.

   d) సంఖ్యలన్నీ వాటి ప్రతి కారణాంకాలు గుణిజాలవుతాయి.

   e) దత్త సంఖ్యలోని ప్రతి గుణిజం కూడా ఆ సంఖ్య కంటే పెద్దది. లేదా ఆ సంఖ్యకు సమానంగా ఉంటుంది.

   f) ప్రతి సంఖ్య కూడా అదే సంఖ్యయొక్క గుణిజం అవుతుంది.

3. మనం నేర్చుకొన్నదేమిటనగా,

   a) సంఖ్య 1ని మినహాయించి, 1 మరియు అదే సంఖ్యలు మాత్రమే కారణాంకాలయిన సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలను కల్గియున్న సంఖ్యలను మిశ్రమ (సంయుక్త) సంఖ్యలు అంటారు. సంఖ్య 1 ప్రధాన సంఖ్యా కాదు. మిశ్రమ సంఖ్యా కాదు.

   b) సంఖ్య 2 చాలా చిన్న ప్రధాన సంఖ్య అవుతుంది. మరియు సరి సంఖ్య అవుతుంది. 2 ను వదిలి మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసి సంఖ్యలవుతాయి.

   c) కేవలం సంఖ్య 1 సామాన్య కారణాంకమయిన రెండు సంఖ్యలను సహ ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

   d) ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడినచో, ఆ సంఖ్య యొక్క మరొక సంఖ్యలోని ప్రతి కారణాంకంతో భాగించబడుతుంది.

   e) ఒక సంఖ్య రెండు సహ ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగించబడినచో, ఆ సంఖ్య వాటి గుణలబ్ధాల నుండి కూడా భాగించబడుతుంది.

4. ఒక సంఖ్యను కేవలం చూడటంలోనే ఆ సంఖ్య చిన్న సంఖ్యలైన 2, 3, 4, 5, 8, 9 మరియు 11 వాటితో భాగించబడుతుందని తెలిసెడి విధానాలను మనం చర్చించాం. మనం సంఖ్యలలోని అంకెలు మరియు అవి కొన్ని సంఖ్యలతో భాజనీయతల మధ్యగల సంబంధాన్ని మనం పరిశోధించాం.

©KTBS Not to be republished

a) 2, 5 మరియు 10 తో భాజనీయతను కేవలం చివరి అంకెలో చూడవచ్చు.

b) 3 మరియు 9 తో భాజనీయతను అంకెలన్నింటి మొత్తాన్ని కనుగొనడం ద్వారా పరీక్షించవచ్చు.

c) 4 మరియు 8 తో భాజనీయతను చివరి 2 మరియు 3 అంకెలతో పరీక్షించవచ్చు.

d) 11 తో భాజనీయతను బేసి మరియు సరి స్థానాలలో గల అంకెల మొత్తాలను పోల్చడం వలన పరీక్షించవచ్చు.

5. రెండు సంఖ్యలు మరొక సంఖ్యతో భాగించబడేటట్లయితే, ఆ రెండింటి మొత్తం మరియు వ్యత్యాసాలు కూడా మరొక సంఖ్యతో భాగించబడుతుంది.

6. మనం నేర్చుకొన్న దేమిటనగా,

a) దత్త రెండు లేదా ఎక్కువ సంఖ్యల గరిష్ట సామాన్య (గుణిజ) (గ.సా.గు) వాటి సామాన్య కారణాంకాలలో, చాలా పెద్దదిగా ఉంటుంది.

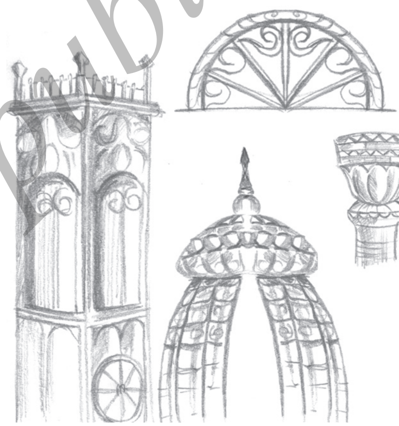
b) దత్త రెండు లేదా ఎక్కువ సంఖ్యల కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు) వాటి సామాన్య గుణిజాలన్నింటిలోకెల్లా చాలా చిన్నదిగా ఉంటుంది.

©KTBS Not to be republished

ప్రాథమిక జ్యామితీయ అంశాలు

అధ్యాయం - 4

4.1 పరిచయం



రేఖా గణితం దీర్ఘమైన మరియు గొప్ప చరిత్రను కలిగి ఉంది. రేఖా గణితానికి సమానమైన ఇంగ్లీష్ పదం 'జ్యామెట్రి' 'Geometry' అనే పదం గ్రీకు పదం జియోమెట్రాన్ నుండి వచ్చింది. 'జియో' అంటే భూమి 'మెట్రాన్' అంటే కొలత అని అర్థం. చరిత్రకారుల అభిప్రాయం ప్రకారం జ్యామితీయ ఆలోచనలు బహుశ ప్రాచీన కాలం నుండి కళ, వాస్తు శిల్పం మరియు కొలతలతో ప్రారంభం అయి ఉండవచ్చు.

అద్భుతమైన రాజభవనాలు, దేవాలయాలు, సరస్సులు, డ్యాములు, నగరాలు, నిర్మాణాల ఆలోచనలకు ప్రోత్సాహాన్ని ఇస్తుంది. నేటికి కూడా రేఖా గణిత జ్యామితీయ ఆలోచనలు కళ, కొలతలు, వాస్తుశిల్పం, ఇంజనీరింగ్, వస్త్ర రూప కల్పన మొదలైన వాటిలో ప్రతిబింబిస్తాయి. వివిధ వస్తువులు, బాక్సులు, బల్లలు, పుస్తకాలు మీ పాఠశాలకు తీసుకెళ్ళు టిఫిన్ బాక్సు, ఆటలు ఆడడానికి ఉపయోగించు బంతి మొదలగునవి మీరు గమనించి ఉంటారు. ఈ వస్తువులకు ఆకారం ఉంటుంది. మీరు ఉపయోగించే కొలతబద్ధ, పెన్సిల్ ఇవి నేరుగా ఉంటాయి. గాజు చిత్రాలు, ఒక రూపాయి నాణెం, బంతి కూడా వృత్తాకారంలో ఉన్నాయి.

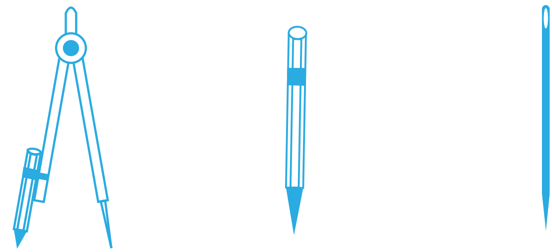
ఇక్కడ మీరు మీ చుట్టూ ఉన్న ఆకృతుల గురించి ఆసక్తికరమైన విషయాలను మీరు నేర్చుకుంటారు.

4.2 బిందువులు :

ఒక పెన్సిల్ కాగితం పై ఒక చుక్కను పెట్టండి. పెన్సిల్ మరింత పదునుగా చెక్కి కాగితంపై చుక్కనుంచితే అది మునుపటి దాని కంటే మరింత చిన్నదిగా ఉంటుంది. దాదాపు కంటికి కనబడనంత చిన్న చుక్కను

©KTBS Not to be republished

పరిశీలించండి. అలాంటి చిన్నచుక్క బిందువును సూచిస్తుంది. బిందువులకు కొన్ని ఉదాహరణలను ఆలోచించుము బిందువు అనునది ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.



మీరు ఒక కాగితంపై 3 బిందువులను వేరు వేరుగా గుర్తించాల్సిన అవసరం ఉంది. దీని కోసం మనం A, B, C, వంటి ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరాలతో సూచిస్తాము.

•B

•A

•C

ఈ బిందువులను బిందువు A, బిందువు B, మరియు బిందువు C లు అని చదువుతాము. వాస్తవానికి చుక్కలు ఉండాలి. కాని ఇవి కనిపించ కుండా చిన్నగా ఉంటాయి.

ప్రయత్నించండి:

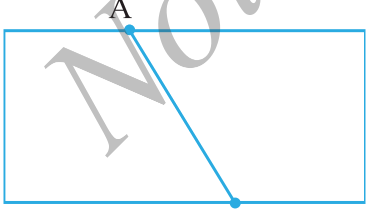
1. పదునైన పెన్సిల్ మొనద్వారా కాగితంపై నాలుగు బిందువులను గుర్తించండి. వాటికి A, C, P, H అని పేరు పెట్టండి. ఈ బిందువు వేరు వేరు పేర్లు పెట్టడానికి ప్రయత్నించండి. వాటిలో ఒక విధానాన్ని క్రింద ఇవ్వబడింది.

A• •C

P• •H

2. ఆకాశంలోని నక్షత్రము కూడా బిందువు పరికల్పనను ఇస్తుంది. ఈ విధంగా నిత్యజీవితంలో కనీసం 5 సందర్భాలను గుర్తించండి.

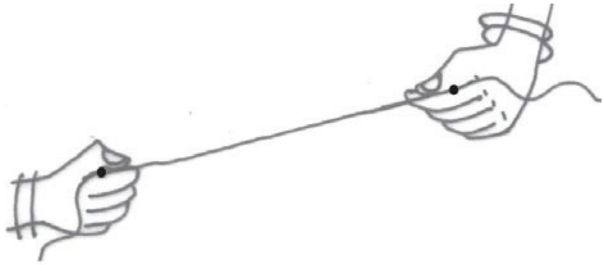
4.3 రేఖా ఖండం :



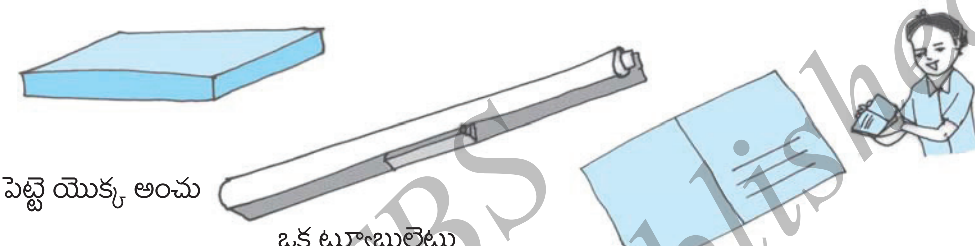
ఒక కాగితపు ముక్కను తీసుకొని మడచి తర్వాత తెరవండి. మీరు మడతను గమనించారా? ఇది మనకు రేఖా ఖండము కల్పనను ఇస్తుంది. దీనికి A మరియు B అను రెండు అంత్య బిందువులుంటాయి.

పలుచని దారాన్ని తీసుకోండి. రెండు కొనలను పట్టుకొని తిన్నగా లాగండి ఇది రేఖా ఖండాన్ని సూచిస్తుంది. దీని చివరలు రేఖాఖండపు అంత్యబిందువులు

©KTBS
Not to be republished



క్రింది ఇవ్వబడిన రేఖా ఖండ నమూనాలు



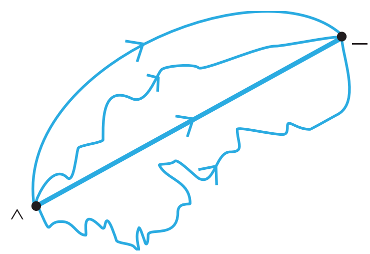
ఒక పెట్టె యొక్క అంచు

ఒక ట్యూబులైటు

ఒక పోస్టు కార్డు అంచు

మీ పరిసరాలలో ఉన్న రేఖాఖండాలకు కొన్ని ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

ఒక కాగితం పై ఏవైనా రెండు బిందువులు A మరియు B, మీకు వీలైనన్ని విధాలుగా A, B లను కలపండి.

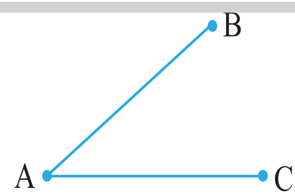


చిత్రం 4.1

వీటిలో A నుంచి B కి కనిష్ట దూరం ఏది? ఈ కనిష్ట దూరాన్నే రేఖాఖండం AB అని అంటారు. దీనిని $\overline{AB}$ లేదా $\overline{BA}$ తో సూచిస్తారు. A మరియు B లను రేఖా ఖండము యొక్క అంత్య బిందువులు అంటారు.

ప్రయత్నించండి:

1. చిత్రం 4.2లో రేఖాఖండాలను పేర్కొనండి రెండు రేఖా ఖండాల చివరి బిందువు A అవుతుందా?



చిత్రం 4.2

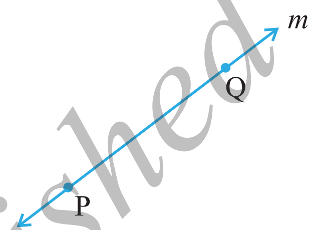
©KTBS
Not to be republished

4.4 సరళ రేఖ :

A నుండి B వరకు గల రేఖాఖండాన్ని ఊహించండి. ($\overline{AB}$) దీని రెండు వైపులా అనంతంగా అదే దిశలో పొడిగించినపుడు మనకు సరళ రేఖ నమూనా లభిస్తుంది.

ఒక సరల రేఖ పూర్తి చిత్రాన్ని రాయగలయా? లేదు ఎందుకు?

A మరియు B బిందువుల ద్వారా గీచిన సరల రేఖను $\overleftrightarrow{AB}$ అని రాస్తాము. ఇది రెండు కొనలలో అనంతంగా విస్తరించి ఉంటుంది. కావున ఇందులో అసంఖ్యాకమైన బిందువులు ఉంటాయి. (దీని గురించి ఆలోచించండి) ఒక సరళ రేఖను సూచించడానికి రెండు బిందువులు సరిపోతాయి. కావున మనం రెండు బిందువులను ఒక రేఖను గుర్తిస్తాము. ఇవ్వబడిన రేఖా చిత్రం (చిత్రం 4.3)



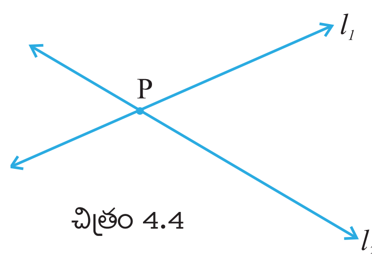
చిత్రం 4.3

PQ సరళ రేఖను $\overleftrightarrow{PQ}$ అని రాస్తాము. అదే విధంగా సరళ రేఖలను l, m, n మొదలగు ఆంగ్ల చిన్న అక్షరాలతో సూచిస్తాము.

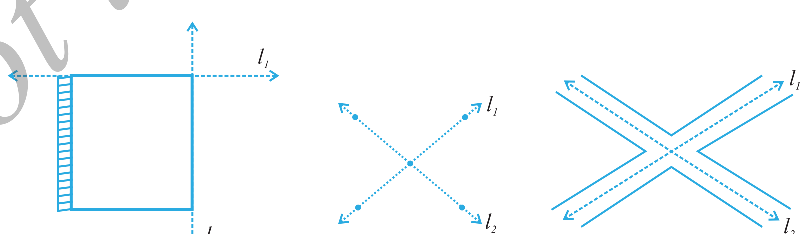
4.5 ఖండన రేఖలు :

రేఖాకృతి (చిత్రం 4.4)ను గమనించండి.

రెండు వేరు వేరు రేఖలు (l_1 l_2) బిందువు వద్ద కలుసుకొంటే 'P' వద్ద. l_1 l_2 రేఖలు ఖండించు కొంటాయి అంటాము. రెండు రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే ఆ రేఖలను ఖండన రేఖలు అంటారు. కొన్ని ఖండన రేఖల జతల నమూనాలు క్రింద ఇవ్వబడినవి. (చిత్రం 4.5)



చిత్రం 4.4



మీ నోటు పుస్తకపు రెండు పార్శ్వ అంచులు.

ఆంగ్ల అక్షరము 'x'

రహదారి కూడలి

చిత్రం 4.5

©KTBS
Not to be republished

వీటిని చేయండి :

ఒక కాగితాన్ని తీసుకొని రెండు సార్లు మడచి తెరవండి దీని పై ఏర్పడిన ఖండన రేఖల గురించి చర్చించండి.

a) రెండు రేఖలు 1 కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండిస్తాయా?

b) రెండు కంటే ఎక్కువ రేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించ గలవా?

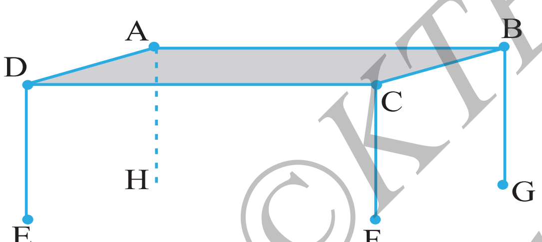
4.6 సమాంతర రేఖలు :

క్రింది బల్లను గమనించండి (చిత్రం 4.6) దాని ఉపరితలం ABCD సమతలంగా ఉంది. మీరు కొన్ని బిందువులు మరియు రేఖాఖండాలను చూడటం సాధ్యమా? ఖండన రేఖలు ఉన్నాయా?

ఔను, $\overline{AB}$ మరియు $\overline{BC}$ 'B' బిందువులో ఖండిస్తాయి. ఏ రేఖాఖండాలు Aలో, Cలో మరియు Dలో ఖండిస్తాయి.

$\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$ రేఖలు ఖండిస్తాయా?

$\overline{AB}$ మరియు $\overline{BC}$ రేఖలు ఖండిస్తాయా?



చిత్రం 4.6

బల్ల ఉపరితలంపై కొన్ని రేఖాఖండాలు ఖండించు కొనవు. అంతే కాకుండా రేఖా ఖండాలను ఎంత పొడిగించననూ అవి ఎక్కడా ఖండించు కొనవు అని మనం కనుగొన్నాము.

$\overline{AD}$ మరియు $\overline{BC}$ లాంటి ఒక జత రేఖలు బల్ల ఉపరితలంపై ఇలాంటి (పరస్పరం ఖండించు కొనని) మరొక జత రేఖలను గుర్తించగలరా?

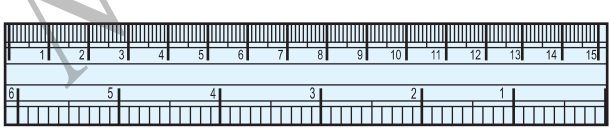
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

మీరు వేరే సమాంతర రేఖలను చూశారా? ఈ విధమైన 10 ఉదాహరణలు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

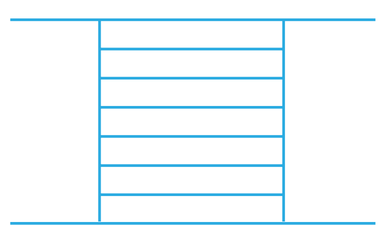
రెండు రేఖలు $\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$, సమాంతరంగా ఉంటే, వాటిని $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ అని రాస్తాం.

రెండు రేఖలు l_1 మరియు l_2, లు సమాంతరంగా ఉంటే $l_1 \parallel l_2$ అని రాస్తాం.

కింద ఇవ్వబడిన చిత్రాలలో సమాంతర రేఖలను గుర్తించగలరా?



కొలత బద్ద యొక్క వ్యతిరేక అంచులు

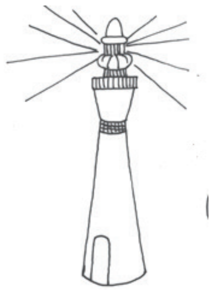


కిటకి కంబీలు

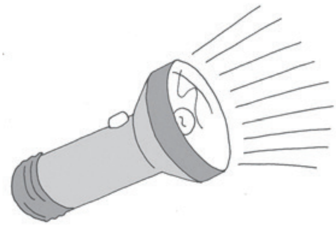
"ఒకే తలానికి చెందిన రెండు ఖండించు కొనని రేఖలను **సమాంతర రేఖలు** అంటారు".

©KTBS Not to be republished

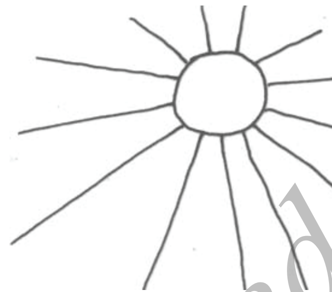
4.7 కిరణము :



లైట్ హౌస్ నుండి
వెలువడిన కాంతి పుంజం.

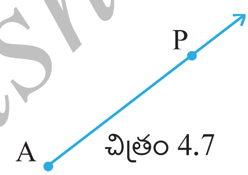


టార్చ్ నుండి వెలువడిన
కాంతి కిరణాలు



సూర్య కిరణాలు

కిరణము అనునది రేఖలోని ఒక భాగమును సూచిస్తుంది. కిరణము ఒక (తొలి) బిందువు నుండి బయలు దేరి నిర్దేశిత దిశలో సాగుతూ పోతుంది. కాబట్టి కిరణానికి ఒకే ఒక చివరి బిందువు ఉంటుంది.



చిత్రం 4.7

కిరణపు రేఖాచిత్రం (చిత్రం 4.7) ను చూడండి. కిరణంపై రెండు బిందువులున్నాయి. అవి A తొలి బిందువు P. కిరణం పై ఒక బిందువు దీనిని మనం $\overrightarrow{AP}$ అని సూచిస్తాం.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి :

$\overrightarrow{PQ}$ ఒక కిరణమైతే

a) దాని తొలిబిందువు ఏది?

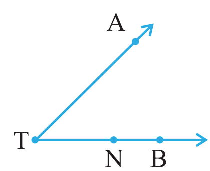
b) బిందువు 'Q' కిరణం పై ఎక్కడ ఉంటుంది.

c) Q ను కిరణము తొలిబిందువు అని చెప్పవచ్చా?

ప్రయత్నించండి:

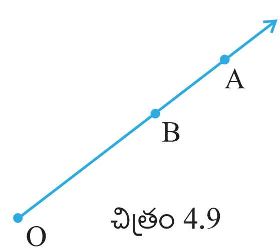
1. ఈ చిత్రంలోని కిరణాలను గుర్తించండి. (చిత్రం 4.8)

2. బిందువు T ప్రతి కిరణానికి తొలిబిందువు అవుతుందా?



చిత్రం 4.8

ఇక్కడ ఒక కిరణం $\overrightarrow{OA}$ ఉంది (చిత్రం 4.9) ఇది బిందువు 'O' వద్ద ప్రారంభమయి బిందువు 'A' ద్వారా సాగిపోతుంది. ఇది బిందువు B ద్వారా కూడా సాగిపోతుంది.



చిత్రం 4.9

మీరు దీనిని $\overrightarrow{OB}$ అని పేర్కొనవచ్చా? ఎందుకు?

ఇక్కడ $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ లు ఒకటేనా?

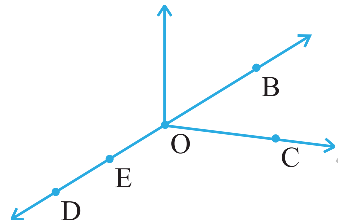
మనము $\overrightarrow{OA}$ ని $\overrightarrow{AO}$ అని రాయవచ్చా? ఎందుకు? ఎందుకుకాదు?

ఐదు కిరణాలను గీచి, వాటికి సరైన పేర్లను ఇవ్వండి. ఈ కిరణాలలో బాణం గుర్తు దేనిని సూచిస్తుంది.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 4.1

1. పక్క చిత్రాన్ని చూసి, కింది వాటిని రాయండి.



a) ఐదు బిందువులు

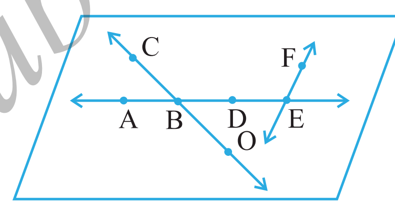
b) ఒక సరళ రేఖ

c) నాలుగు కిరణాలు

d) ఐదు రేఖా ఖండాలు

2. ఇవ్వబడిన చిత్రంలో 4 బిందువులతో ప్రతిసారి రెండు అక్షరాలను తీసుకొని వీలైనన్ని (పన్నెండు సరళరేఖలను పేర్కొనండి.

3. పక్క చిత్రాన్ని ఉపయోగించి కింది వాటిని పేర్కొనుండి.



a) E బిందువును కలిగిన రేఖ

b) A బిందువు గుండా పోయే రేఖ

c) O బిందువు కలిగిన రేఖ

d) రెండు ఖండన రేఖల జతలు

4. (a) ఒక బిందువు గుండా (b) రెండు బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలు సాగి పోతాయి.

5. కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సందర్భానికి పటాన్ని గీచి గుర్తించండి.

a) $\overline{AB}$ పై 'P' బిందువు ఉంది.

b) $\overleftrightarrow{XY}$ మరియు $\overleftrightarrow{PQ}$ లు 'M' బిందువు వద్ద ఖండిస్తాయి.

c) l రేఖ పై 'E' మరియు 'F' బిందువులు ఉన్నాయి. 'D' బిందువు l రేఖ పై లేదు.

d) $\overleftrightarrow{OP}$ మరియు $\overleftrightarrow{OQ}$ రేఖలు 'O' బిందువు వద్ద ఖండిస్తాయి.

6. ఇచ్చిన చిత్రంలో సరళ రేఖ $\overleftrightarrow{MN}$ ను పరిగణించి, చిత్రానికి సంబంధించిన, కింద ఇవ్వబడిన వ్యాఖ్యలు సరి లేదా తప్పు అని చెప్పండి.

a) Q, M, O, N, P బిందువులు సరళ రేఖ $\overleftrightarrow{MN}$ పై బిందువులు.

b) M, O, N బిందువులు $\overleftrightarrow{MN}$ రేఖాఖండం పై బిందువులు

c) M మరియు N లు రేఖాఖండం $\overleftrightarrow{MN}$ యొక్క అంత్య బిందువులు.

d) O, N లు $\overline{OP}$ రేఖాఖండము యొక్క అంత్య బిందువులు.

©KTBS
Not to be republished

e) $\overline{QO}$ రేఖాఖండంలో 'M' ఒక అంత్య బిందువు.

f) కిరణం $\overrightarrow{OP}$ పై 'M' ఒక బిందువు.

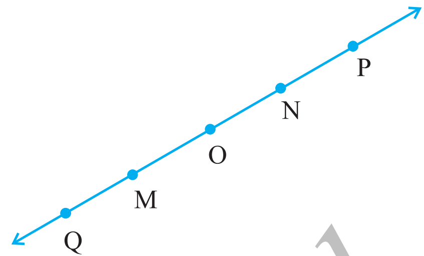
g) కిరణం $\overrightarrow{QP}$ కి కిరణం $\overrightarrow{OP}$ విభిన్నంగా ఉంది.

h) కిరణం $\overleftrightarrow{OP}$ మరియు కిరణం $\overleftrightarrow{OM}$ లు ఒకటే.

i) కిరణం $\overrightarrow{OM}$ కిరణం $\overrightarrow{OP}$ కి విరుద్ధంగా లేదు.

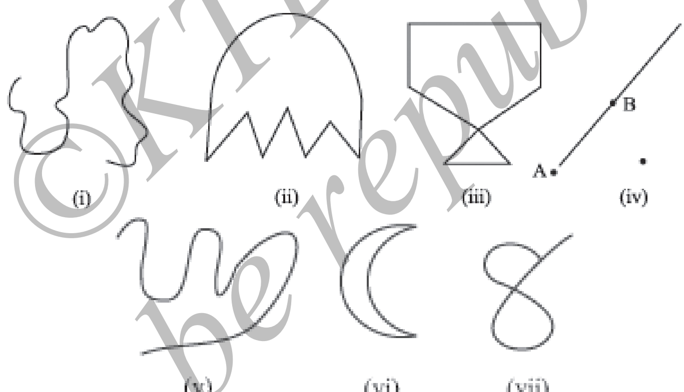
j) బిందువు 'O' $\overrightarrow{OP}$ కి తొలి బిందువు కాదు.

k) బిందువు 'N' కిరణాలు $\overrightarrow{NP}$ మరియు $\overrightarrow{NM}$ ల తొలి బిందువు.



4.8 వక్ర రేఖలు :

మీరు ఎప్పుడైనా ఒక కాగితం ముక్కను తీసుకొని బాగా నలిపారా (doodled) అలా నలపగా కాగితం పై ఏర్పడిన చిత్రాలే వక్ర రేఖలు.



చిత్రం 4.10

మీరు పై చిత్రాలలో కొన్నింటిని రాసేటప్పుడు సీసపు కడ్డీని ఒక సారైనా కాగితంతో పైకెత్తకుండా, కొలతబద్ద ఉపయోగించకుండా రాయవచ్చు. ఇవన్నియూ, వక్రరేఖలు (చిత్రం 4.10)

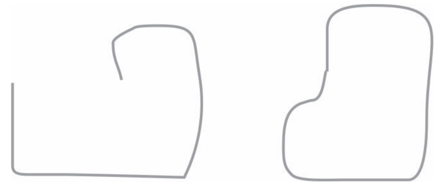
ప్రతి రోజు ఉపయోగించెడి పద వినియోగం ప్రకారం 'వక్రరేఖ' అనగా నేరుగా లేనిది' అని అర్థం. గణితంలో వక్ర అనగా చిత్రం 4.10 (iv) లాగా నేరుగా ఉండవచ్చు.

చిత్రం 4.10 వక్రాకృతులైన (iii) మరియు (vii) లలో వక్ర రేఖలు పరస్పరం సాగిపోతాయి. అదే విధంగా చిత్రాలైన (i), (ii), (iv), (v) మరియు (i) లలో అవి పరస్పరం సాగిపోవు. వక్రరేఖలు పరస్పరం సాగిపోనట్లయితే, వాటిని సరళ వక్రరేఖలు అంటాం.

ఐదు సరళ వక్రరేఖలను నిర్మించండి మరియు ఈ ఐదు సరళంకాని వక్రరేఖలను గీయండి.

©KTBS Not to be republished

చిత్రం 4.11 ను పరిగణించి, ఇచ్చిన రెండు చిత్రాల మధ్య వ్యత్యాసమేమి? మొదటి చిత్రం 4.11 తెరచిన వక్రరేఖ అవుతుంది. మరియు రెండవ చిత్రం 4.11 (ii) మూసిన (ఆవృత) వక్రరేఖ అవుతుంది.



(i) (ii)

చిత్రం 4.11

ఇదే విధంగా చిత్రం 4.10 (i), (ii), (v), (vi) వీటిలో మూసిన మరియు తెరచిన వక్ర రేఖలను గుర్తించగలరా? ఇదే విధంగా తలా ఐదు తెరచిన మరియు మూసిన వక్ర రేఖలను గీయండి.

చిత్రంలోని స్థానం :

టెన్నిస్ కోర్టు రేఖలు, టెన్నిస్ ప్రాంగణాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజించింది. అవి ఏవనగా రేఖకు నుండి లోపలి భాగం, రేఖా మీద, రేఖనుండి వెలుపల మనం ఈ రేఖను దాటకుండా ప్రాంగణంలోనికి ప్రవేశించలేము.

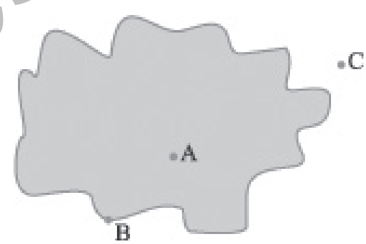
ఇంటి ముందు ఆవరణం గోడ ఇంటి గోడ మరియు రోడ్డును వేరు చేస్తుంది. మనమిప్పుడు, కాంపౌండ్‌లోపల, కాంపౌండ్ మీద మరియు కాంపౌండ్ బయట అను అంశాల గురించి మాట్లాడవచ్చు.

మూసిన ఒక వక్ర రేఖలో మూడు భాగాలుంటాయి.

(i) వక్ర రేఖకు లోపలి భాగం (వక్ర రేఖ లోపల)

(ii) వక్ర రేఖ సరిహద్దు (వక్ర రేఖ మీద)

(iii) వక్ర రేఖ వెలుపలి భాగం (వక్ర రేఖ వెలుపల)



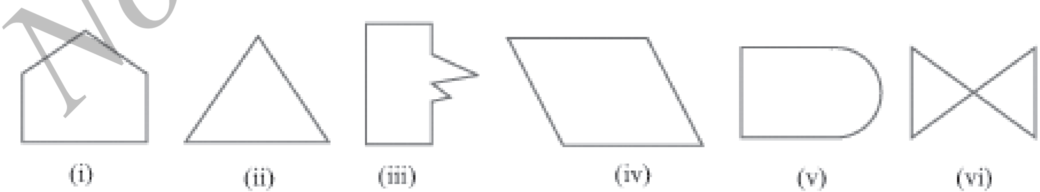
చిత్రం 4.11

చిత్రం 4.12లో ‘A’ వక్ర రేఖ లోపల, ‘C’ వక్ర రేఖలోపల మరియు ‘B’ వక్ర రేఖ మీద ఉంది.

వక్ర రేఖ సరిహద్దు మరియు లోపలి భాగాన్ని జతగా వలయం’ అని పిలుస్తారు.

4.9 బహు భుజాకృతులు

చిత్రం 4.13లో (i), (ii), (iii), (iv), (v) మరియు (vi) లను చూడండి.



చిత్రం 4.13

©KTBS Not to be republished

ఆ ఆకృతుల గురించి ఏమి చెప్పగలరు? అవి మూసినవా? వాటిలో ప్రతియొక్కటి ఒక దాని కొకటి ఎలా భిన్నంగా ఉన్నాయి? (i), (ii), (iii), (iv), మరియు (vi) విశేషమైనవి. ఎందుకనగా అవి సంపూర్ణంగా రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడ్డాయి. వాటిలో (i), (ii), (iii), (iv), మరియు (vi) సరళమైన ఆవృత వక్రాలు. వాటిని బహుభుజాకృతులు అంటారు.

అందువలన, బహుభుజాకృతి సరళ మూసిన రేఖా చిత్రమైయుండి, రేఖా ఖండాలతో మాత్రమే ఆవృతమైంది. ఈ విధమైన పది వేర్వేరు బహు భుజాకృతులను నిర్మాణం చేయండి.

చేసి చూడండి :

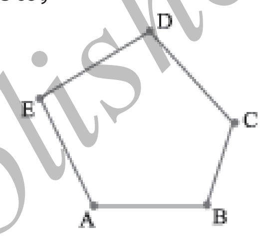
వీటిలో బహు భుజాకృతులను తయారుచేయడానికి ప్రయత్నించండి,

(i) ఐదు అగ్గిపుల్లలు

(ii) నాలుగు అగ్గిపుల్లలు

(iii) మూడు అగ్గిపుల్లలు

(iii) రెండు అగ్గిపుల్లలు



చిత్రం 4.14

భుజములు, శీర్షాలు మరియు కర్ణములు

చిత్రం 4.14 ను గమనించండి.

దీనిని బహుభుజాకృతి అనడానికి సమర్థన ఇవ్వండి.

బహు భుజాకృతిని ఏర్పరచు రేఖా ఖండాలను భుజాలు అని అంటారు.

బహు భుజాకృతి ABCDE భుజాలా? (అంచులను క్రమబద్ధంగా ఎలా రాయవచ్చో గుర్తుంచుకోండి.)

భుజాలు $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}$ మరియు $\overline{EA}$

ఒక జత భుజాలు ఖండించు బిందువును దాని శీర్షం అని అంటారు.

$\overline{AE}$ మరియు $\overline{ED}$ భుజాలు Eలో ఖండిస్తాయి.

అందువలన 'E' బహుభుజాకృతి.

ABCDE యొక్క శీర్షం B మరియు C బిందువులు ఇతర శీర్షాలు. ఈ బిందువులలో ఖండించు భుజాలను మీరు పేర్కొనగలరా?

ABCDE బహుభుజాకృతి యొక్క ఇతర శీర్షాలను మీరు పేర్కొనగలరా? ఏవైనా రెండు భుజాలు సాధారణ అంత్య బిందువులను కలిగియుండనిచో, వాటిని బహుభజాకృతియొక్క పార్శ్వ భుజాలు అని అంటారు.

$\overline{AB}$ మరియు $\overline{BC}$ భుజాలు పార్శ్వంగా ఉన్నాయా? $\overline{AE}$ మరియు $\overline{DC}$ కి సంబంధించి ఎలా చెప్పవచ్చు?

©KTBS Not to be republished

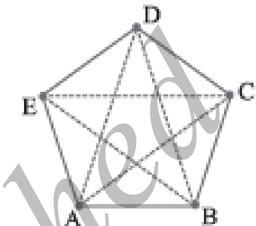
బహు భుజాకృతిలోని ఒక భుజం యొక్క అంత్య బిందువులను పార్శ్వ శీర్షాలని అంటారు.

'E' మరియు O శీర్షాలు పార్శ్వ శీర్షాలు. అదేవిధంగా A మరియు Dలు పార్శ్వ శీర్షాలు కాదు. ఎందుకు? ఎలా అని మీరు చూశారా?

పార్శ్వం కాని జంట శీర్షాలను పరిగణించండి. ఈ శీర్షాలను జోడించు రేఖా ఖండాన్ని బహుభుజాకృతి యొక్క కర్ణం అని అంటారు.

చిత్రం 4.15లో $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}$ మరియు $\overline{CE}$ లు కర్ణాలు.

$\overline{BC}$ కర్ణం అయిందా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు లేదు? పార్శ్వ శీర్షాలను మీరు ప్రయత్నించండి. ఫలితం కర్ణం అయిందా?



చిత్రం 4.15

ABCDE (చిత్రం 4.15)లోని భుజాలన్నియు, పార్శ్వ భుజాలు, పార్శ్వ శీర్షాలను పేర్కొనండి.

బహుభుజాకృతి ABCDEFGH లను గీచి, అన్ని భుజాలు, పార్శ్వ భుజాలు మరియు శీర్షాలు అలాగే కర్ణాలను పేర్కొనండి.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 4.2

1. కింద వక్ర రేఖలను (i) తెరచిన లేదా (ii) ఆవృతాలు (మూసిన)గా విభజించండి.

(a) (b) (c) (d) (e)

2. కింద వాటిని విషదీకరించడానికి కచ్చా చిత్రాలు గీయండి.

   a) తెరచిన వక్ర రేఖ b) ఆవృత వక్ర రేఖ

3. ఏదైనా బహుభుజాకృతిని నిర్మించి, దాని లోపలి భాగాన్ని షేడ్ చేయండి.

4. ఇచ్చిన చిత్రాన్ని గమనించి, కింది ప్రశ్నలకు ఆకృతిని పేర్కొనండి.

   a) ఇది వక్ర రేఖ b) ఇది మూసిన ఆకృతినా?

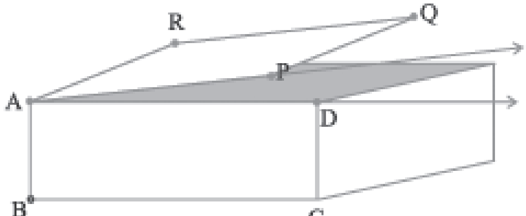
5. సాధ్యమైనచో కింది ప్రతిదానికి కచ్చా చిత్రం గీయండి.

   a) మూసిన వక్రరేఖ మైయుండి, బహు భుజాకృతి అయిఉండరాదు.

   b) పూర్తిగా రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడిన తెరచిన వజ్రాకృతి

   c) రెండు భుజాలుగల బహుభుజాకృతి

4.10 కోణములు

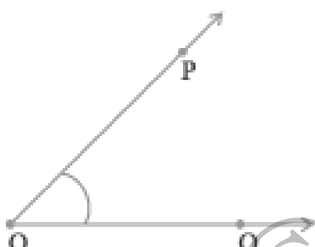


చిత్రం 4.16

అంచులలో కోణాలు ఏర్పడుతాయి. చిత్రం 4.16 లో పెట్టె ఉపరితలం తెరచిన మూతలాంటిది. పెట్టె అంచు మరియు మూత AP లను $\overrightarrow{AD}$ మరియూ కిరణాలు అని భావించుకోవచ్చు. ఈ రెండు కిరణాలు ఉభయ సామాన్య బిందువు A కల్గియుంది. ఈ రెండు కిరణాలు కోణాలు ఏర్పరచాయి అని చెప్పుతాం.

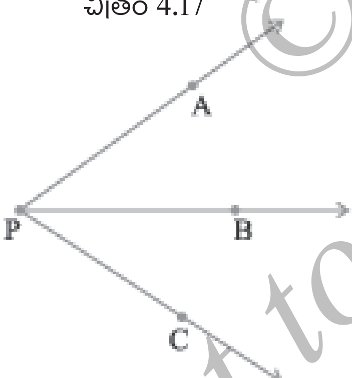
ఉభయ సామాన్య బిందువు నుండి బయలు దేరిన రెండు రేఖలతో ఏర్పడేదే కోణం.

కోణాలను ఏర్పరచు రెండు కిరణాలను కోణపు భుజాలని అంటాం. ఉభయ సామాన్య బిందువు కోణపు శీర్షం అవుతుంది.



చిత్రం 4.17

ఇది $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OQ}$ కిరణాలతో ఏర్పడిన కోణం. దీనిని చూపిచడానికి శీర్షంలో చిన్నదైన వక్రరేఖను గీస్తాం. (చిత్రం 4.17 చూడండి). ఇందులో 'O' శీర్షం. భుజాలు ఏవి? అవి $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OQ}$ లు కదా?



చిత్రం 4.18

మనం ఈ కోణాన్ని ఎలా పేర్కొంటాం? దీనిని మనం సులభంగా కోణం 'O' అని అంటాం. నిర్దిష్టంగా చెప్పడానికి మనం రెండు బిందువులను గుర్తిస్తాం. ఇందులో శీర్షం మరియు రెండు భుజాలు ఉంటాయి. కోణం POQ అని కోణాన్ని పేర్కొనడం అత్యంత సరైన మార్గం. దీనిని మనం $\angle POQ$ అని రాస్తాం.

ఆలోచించండి, చర్చించండి, రాయండి.

చిత్రం 4.18 చూడండి. కోణం పేరేమి? మనం $\angle P$ అని చెప్పవచ్చా? అలాగయితే, ఏమిటర్థం? $\angle P$ అనగా అర్థం ఏమిటి? శీర్షాన్ని ఉపయోగించి, కోణాలను పేర్కొనడం ఇక్కడ సహాయకారా? ఎందుకులేదు?

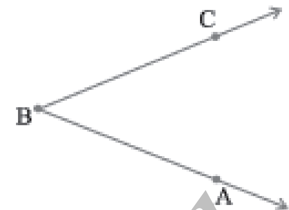
$\angle P$ నుండి మనం $\angle APB$ లేదా $\angle CPB$ లేదా $\angle APC$ అని వివరించవచ్చు. దీనికొరకు మనకు ఎక్కువ వివరాల అవసరం ఉంది?

కోణాలను గుర్తించునప్పుడు, శీర్షాలను ఎల్లప్పుడూ మధ్య అక్షరంగా రాస్తాం.

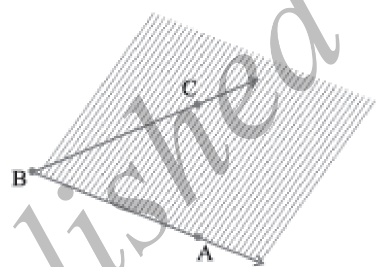
©KTBS Not to be republished

చేసి చూడండి :

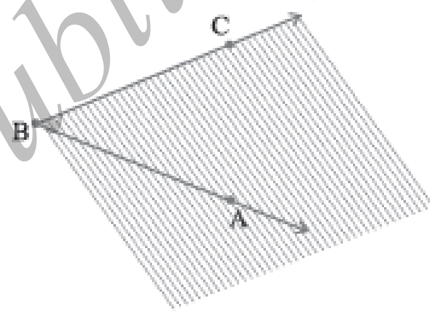
ఏదైనా ఒక కోణం పరిగణించండి.



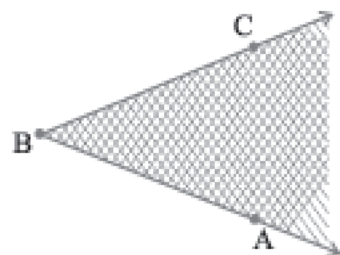
ఉదాహరణకు, $\angle ABC$ ఒక అంచుగాగల మరియు సాగిపోవు కాగిత భాగాన్ని షేడ్ చేయండి.



$\overrightarrow{BC}$ ఒక అంచుగాగల మరియు $\overrightarrow{BA}$ సాగిపోవు కాగితపు భాగాన్ని వేరొక రంగుతో షేడ్ చేయండి. రెండు షేడ్ చేసిన సామాన్య భాగం $\angle ABC$ లోపలి భాగంగా ఉంటుంది.

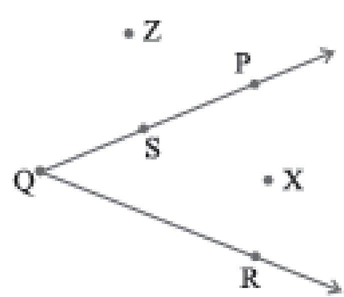


(గమనించండి : కోణపు లోపలి భాగం. పరిమితం చేసిన ప్రదేశం కాదు. రెండు భుజాలను అనంతంగా వృద్ధి చేయవచ్చు. అందువలన, ఈ ప్రదేశం అనిర్దిష్టంగా విస్తరిస్తుంది.



చిత్రం 4.19

చిత్రం 4.20లో 'X' బిందువు కోణపు లోపలి భాగంలో ఉంది. 'Z' కోణపు లోపలి భాగంలో లేదు కోణపు వెలుపలి భాగంలో ఉంది. మరియు 'S' బిందువు $\angle PQR$ మీద ఉంది. అందువలన కోణం కూడా వాటి తోపాటు మూడు విభాగాలు కల్గియుంటుంది.

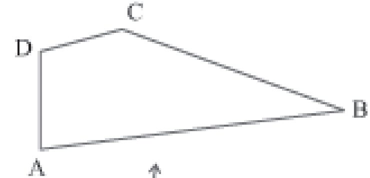


చిత్రం 4.20

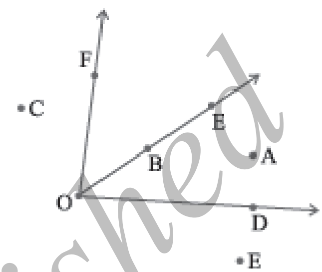
©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 4.3

1. ప్రక్క చిత్రంలోని కోణాలను పేర్కొనండి.



2. ఇచ్చిన చిత్రంలో బిందువులన పేర్కొనండి.



a) $\angle$DOE లోపలి భాగంలోని బిందువు

b) $\angle$EOF వెలుపలి భాగంలోని బిందువు

c) $\angle$EOF పైనగల బిందువు

3. కింద ఇచ్చిన ప్రతిదానికి సూక్ష్మం అయ్యేడి. రెండు కోణాల కచ్చా చిత్రాలను గీయండి.

a) ఒక సామాన్య బిందువు కలిగియుండాలి.

b) రెండు బిందువులు సామాన్యంగా ఉండాలి.

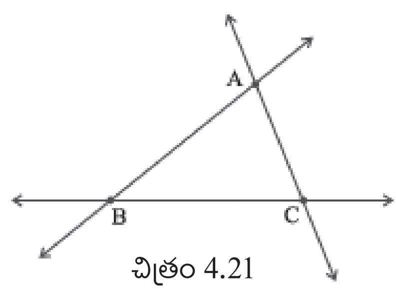
c) మూడు బిందువులు సామాన్యంగా ఉండాలి.

d) నాలుగు బిందువులు సామాన్యంగా ఉండాలి.

e) ఒక కిరణం సామాన్యంగా ఉండాలి.

©KTBS Not to be republished

4.11 త్రిభుజాలు

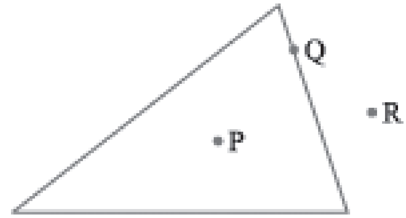


చిత్రం 4.21

త్రిభుజం మూడు భుజాలతో కూడిన బహుభుజాకృతి. అందువలన, త్రిభుజం కనిష్ట సంఖ్యలో భుజాలతో కూడిన బహుభుజాకృతి.

చిత్రం 4.21 లో త్రిభుజాకృతిని గమనించండి. మనం త్రిభుజం అనడానికి బదులుగా ΔABC అని రాస్తాం.

ΔABCలో, ఎన్ని భుజాలు మరియు ఎన్ని కోణాలున్నాయి? త్రిభుజపు మూడు భుజాలు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ మరియు $\overline{CA}$ $\angle$BAC, $\angle$BCA మరియు $\angle$ABC లు మూడు కోణాలు అయ్యాయి. A, B మరియు C లను త్రిభుజపు శీర్షాలని అంటారు. బహు భుజాకృతియైన త్రిభుజం, లోపలి వలయం మరియు వెలుపలి వలయాలు కలిగియుంది. చిత్రం 4.22లో 'P' త్రిభుజపు లోపలి బిందువు 'R' వెలుపలి బిందువు మరియు బిందువు త్రిభుజం పైన ఉంది.



చిత్రం 4.22

అభ్యాసం 4.4

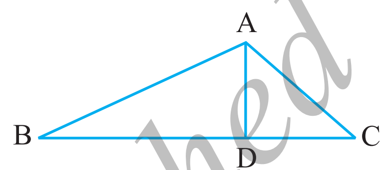
1. త్రిభుజం ABC కచ్చా చిత్రాన్ని నిర్మించండి. 'P' బిందువును త్రిభుజం లోపల మరియు 'Q' బిందువును వెలుపల గుర్తించండి. 'A' బిందువు త్రిభుజానికి వెలుపల ఉన్నదా? లేదా లోపల ఉన్నదా?

2. a) చిత్రంలోని మూడు త్రిభుజాలు గుర్తించండి.

   b) ఏడు కోణాలు పేర్లు రాయండి.

   c) ఆరు రేఖాఖండాల పేర్లు రాయండి.

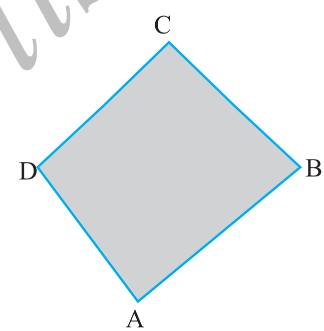
   d) ఏ రెండు త్రిభుజాలు $\angle B$ ని సామాన్యంగా కల్గియున్నాయి.



4.12 చతుర్భుజాలు

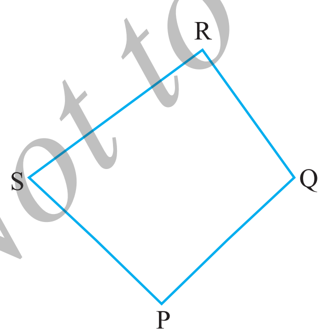
నాలుగు భుజాలుగల బహుభుజాకృతి చతుర్భుజం. అది నాలుగు భుజాలు మరియు నాలుగు కోణాలు కల్గియుంది. త్రిభుజంలో ఉన్నట్లుగా మీరు దాని లోపలి వలయాన్ని వీక్షించవచ్చు.

వృత్తాకారంగా శీర్షాలను పేర్కొనియుండుటను గమనించండి.

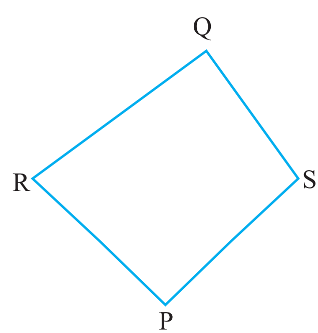


చిత్రం 4.23

చతుర్భుజం ABCD (చిత్రం 4.23) నాలుగుభుజాలైన $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ మరియు $\overline{DA}$ కలిగియున్నాయి. దీనికి $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ మరియు $\angle D$ అను నాలుగు కోణాలు న్నాయి.



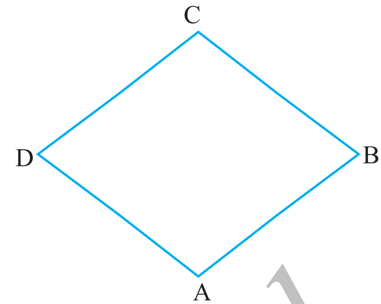
ఇది చతుర్భుజం PQRS



ఇది చతుర్భుజం PQRS అయిందా?

©KTBS Not to be republished

చతుర్భుజం ABCDలో, $\overline{AB}$ మరియు $\overline{BC}$ ల పార్శ్వ భుజాలు వేరే జత పార్శ్వ భుజాలను మీరు గీయవచ్చా?

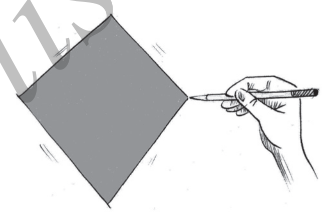


$\overline{AB}$ మరియు $\overline{DC}$ లు ఎదురెదురు భుజాలు. ఇంకా ఇతర ఎదురెదురు భుజాలను పేర్కొనండి.

$\angle A$ మరియు $\angle C$ లు ఎదురెదురు కోణాలు అదేవిధంగా $\angle D$ మరియు $\angle B$ లు ఎదురెదురు సహజంగా $\angle A$ మరియు $\angle B$ లు పార్శ్వ కోణాలు మీరిప్పుడు ఇతర పార్శ్వ కోణాలను పట్టీ చేయవచ్చు.

అభ్యాసం 4.5

1. చతుర్భుజం PQRS యొక్క కచ్చా చిత్రం గీయండి. దాని కర్ణాలు గీచి, వాటిని పేర్కొనండి. ఈ కర్ణాలు చతుర్భుజం లోపలి వలయం లో కలుస్తాయా లేదా వెలుపలి వలయంలో కలుస్తాయా?



2. KLMN చతుర్భుజపు కచ్చా చిత్రం గీచి, వాటిని పేర్కొనండి.

   a) రెండు జతల ఎదురెదురు భుజాలు.

   b) రెండు జతల ఎదురెదురు కోణాలు.

   c) రెండు జతల పార్శ్వ భుజాలు.

   d) రెండు జతల పార్శ్వ కోణాలు.

3. **తనిఖీ చేయండి.**

ఒక త్రిభుజం మరియు చతుర్భుజాన్ని తయారు చేయడానికి కాగితాలు, తంతులు ఉపయోగించండి.

త్రిభుజపు ఒక శీర్షాన్ని లోపలికి త్రోయండి. అదేవిధంగా చతుర్భుజానికి కూడా చేయండి.

త్రిభుజపు ఆకారం మారిందా? చతుర్భుజపు ఆకారం మారిందా. త్రిభుజం తటస్థంగా ఉందా? విద్యుత్ టవర్లను త్రిభుజాకారంలో నిర్మిస్తారు. చతుర్భుజాకారంలో కాదు. ఎందుకు?

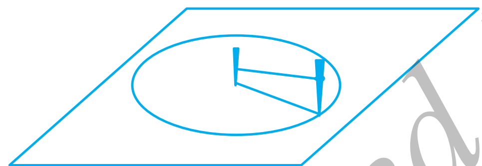
4.13 వృత్తాలు

మన పరిసరంలో వృత్తాకారంలోగల అనేక వస్తువులను మీరు చూసియుంటారు. చక్రం, గాజు, నాణెం మొదలగునవి. మనం వృత్తాకారపు ఆకృతులను అనేక విధాలుగా ఉపయోగిస్తాం. పెద్ద స్టీల్ గొట్టాన్ని లాగడానికి బదులుగా దొర్లించడం చాలా సులభం. వృత్తం ఒక బహుభుజాకృతి కాని సరళ ఆవృత వక్రరేఖాకృతి అది అనేక విశిష్ట లక్షణాలు కలిగియుంది.

©KTBS Not to be republished

దీనిని చేయండి.

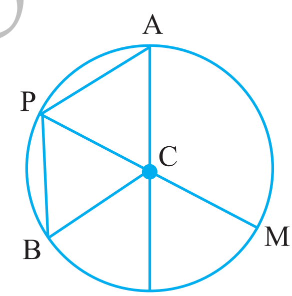
- గాజు లేదా వృత్తాకారపు ఆకృతిని కాగితం మీద ఉంచండి. వృత్తాకార ఆకృతిని పెన్సిల్‌తో గుర్తించండి.
- మీరు వృత్తాకార తోటను చేయాలంటే, మీరెలా కొనసాగుతారు?



రెండు పుల్లలు మరియు దారపు ముక్క తీసుకోండి. ఒక పుల్లను నేలమీద స్థిరంగా చేయండి. అది వృత్తపు కేంద్రం. దారపు తుదులలో సురళి (స్ప్రింగు) చేయండి. ఒక తుదిని నేలమీదగల పుల్లకు కట్టండి మరొక తుదికి ఇంకో పుల్ల కట్టండి.

సహజంగా వృత్తం మీదగల ప్రతిబిందువు కూడా కేంద్రం నుండి సమాన దూరంలో ఉంటుంది. ఈ రెండవ పుల్లతో నేలమీద గుర్తు వేస్తూ త్రిప్పిరండి. మీకు నేలమీద వృత్తం కనబడుతుంది.

వృత్తపు భాగాలు



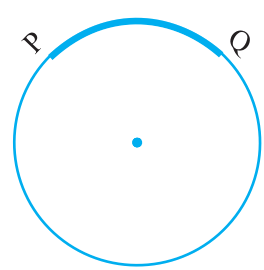
చిత్రం 4.24

C కేంద్రంగల ఒక వృత్తం ఇక్కడ ఉంది. (చిత్రం 4.24)

A, P, B, M లు వృత్తం మీదగల బిందువులు CA = CP = CB = CM. అయివుండుటను చూస్తున్నాం. ప్రతి రేఖా ఖండాలైన $\overline{CA}$, $\overline{CP}$, $\overline{CM}$ లు వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థాలు.

వృత్త కేంద్రం నుండి వృత్తం పైనగల ఏదైనా ఒక బిందువును కలిపెడి రేఖాఖండమే వ్యాసార్థం. $\overline{CP}$ మరియు $\overline{CM}$ లు వ్యాసార్థాలైవుండి, C, P, M లు ఒకే రేఖలో ఉన్నాయి. ను వృత్త వ్యాసం అని అంటారు. వ్యాసం వ్యాసార్థపు రెండు రెట్లు ఉంటుందా? అవును. $\overline{PB}$ వృత్తం మీదగల రెండు బిందువులను కలిపెడి జ్యా అవుతుంది. $\overline{PB}$ కూడా జ్యా అయిందా?

చాపం వృత్తపు ఒక భాగం



చిత్రం 4.25

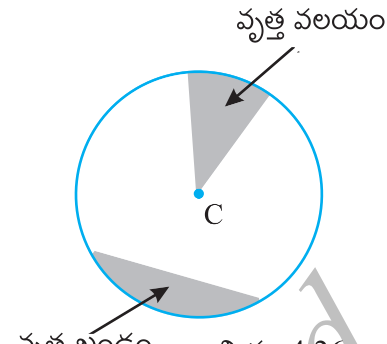
P మరియు Q లు రెండు బిందువులైనచో, మనం చాపం PQ ను పొందుతాం. మనం దానిని $\overline{PQ}$ అని రాస్తాం. (చిత్రం 4.25)

ఏదైనా సంవృత (ఆకృత) వక్రాకృతిలో ఉన్నట్లుగా వృత్తంలో కూడా లోపలి మరియు వెలుపలి బిందువులుంటాయి. వృత్తంలో రెండు జ్యాలు మరియు చాపాలతో కూడిన వృత్తపు భాగాన్ని వృత్త ఖండం అంటారు.

©KTBS Not to be republished

ఒక జత వ్యాసార్ధాలు మరియు చాపాలో కూడిన ప్రదేశాన్ని వృత్తవలయం అంటారు.

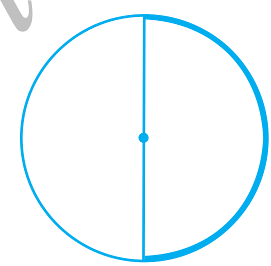
ఏదైనా ఒక వృత్తాకారపు వస్తువును తీసుకోండి దారాన్ని ఉపయోగించి ఆ ఆకారం చుట్టూ అమర్చండి. ఇప్పుడు సంవృతమైన దారపు పొడవును గమనించండి. వృత్తపు చుట్టు ప్రక్కల దూరాన్ని పరిధి అంటారు.



చిత్రం 4.26

చేసి చూడండి :

- వృత్త వ్యాసం వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది. ప్రతి భాగాన్ని అర్థ వృత్తం అంటారు.



- అర్థవృత్తం వ్యాసపు అంత్య బిందువులతో ఏర్పడిన వృత్తపు భాగం.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 4.6

1. చిత్రం సహాయంతో గుర్తించండి.

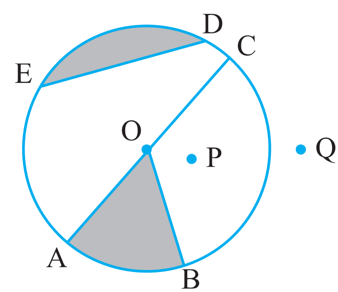
a) వృత్త కేంద్రం b) మూడు వ్యాసార్థాలు

c) వ్యాసం d) జ్యా

e) వృత్తంలోపలి రెండు బిందువులు

f) ఒక వెలుపలి బిందువు g) వృత్త వలయం

h) వృత్తఖండం



2. a) ప్రతి వ్యాసం కూడా వృత్తపు జ్యా అయివుంటుందా?

b) వృత్తపు ప్రతి జ్యా కూడా వ్యాసం అయివుంటుందా?

3. ఏదైనా ఒక వ్యాసం గీచి, కిందివాటిని గుర్తించండి.

a) దాని కేంద్రం　　b) ఒక వ్యాసార్థం

c) ఒక వ్యాసం　　d) ఒక వృత్త వలయా

e) ఒక వృత్త ఖండం　　f) వృత్తంలోపలి ఒక బిందువు

g) వృత్తం వెలుపలి ఒక బిందువు　　h) చాపం

4. సరి లేదా తప్పు తెల్పండి.

వృత్తపు రెండు వ్యాసాలు పరస్పరం ఖండించు కొంటాయి.

వృత్త కేంద్రం ఎల్లప్పుడు వృత్తంలోపల ఉంటుంది.

మనం ఏమేమి చర్చించాం?

1. ఒక బిందువు స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. దీనిని సామాన్యంగా పెద్ద అక్షరాలలో సూచిస్తాం.
2. రెండు బిందువుల మధ్యగల కనిష్ఠ దూరాన్ని రేఖాఖండం అని అంటారు. A మరియు Bలను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని $\overline{AB}$ అని సూచిస్తాం.
3. రేఖా ఖండం $\overline{AB}$ లను రెండు వైపుల వృద్ధి చేసినప్పుడు రేఖ ఏర్పడుతుంది.
4. రెండు వేర్వేరు రేఖలు ఒక బిందువులో కలిసినచో వాటిని ఖండన రేఖలు అంటారు.
5. ఒక సమతలంలో రెండు రేఖలు పరస్పరం ఖండించినచో, వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు.
6. ఒక నిర్దిష్ట బిందువు నుండి బయలుదేరిన రేఖను కిరణం అంటారు. దానిని అనిర్దిష్టంగా వృద్ధి చేయవచ్చు.
7. పెన్సిల్ కడ్డీ తుదిని ఎత్తకుండా నిర్మించదగు ఆకృతిని వక్రరేఖ అంటారు. ఈ అర్థంలో సరళ రేఖ కూడా ఒక వక్ర రేఖ.
8. తన ద్వారా సాగిపోని వక్రరేఖను సరళవక్ర రేఖ అంటారు.
9. ఒక వక్ర రేఖ సంవృత వక్రరేఖ కావాలంటే, దాని తుదులు కలవాలి. లేనట్లయితే దానిని తెరచిన ఆకృతి అంటారు.
10. బహుభుజాకృతి రేఖా ఖండాలతో ఆవృత (సంవృత)మైన సరళ వక్రాకృతి ఇక్కడ

i) రేఖ ఖండాలు బహుభుజాకృతియొక్క భుజాలవుతాయి.

©KTBS Not to be republished

ii) రెండు భుజాలు ఉభయ సామాన్య అంత్య బిందువు కల్గియున్నచో, అవి పార్శ్వ భుజాలు.

iii) ఒక జత భుజాలు కలిసే బిందువును శీర్షం అంటారు.

iv) ఒకే భుజం యొక్క అంత్య బిందువులు వాటి పార్శ్వ శీర్షాలు.

v) ఏవైనా రెండు పార్శ్వంకాని శీర్షాలను కలిపెడి రేఖ కర్ణం అవుతుంది.

11. కోణం ఉభయ సామాన్య అంత్య బిందువును కల్గియున్న రెండు కిరణాలతో ఏర్పడుతుంది. రెండు కిరణాలు $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$లు $\angle AOB$ని ఏర్పరుస్తుంది. కోణం మూడు వలయాలుగల విభాగాలతో కూడియుంది. ఒక కోణం పైన కోణంలోపల మరియు కోణం వెలుపల.

12. త్రిభుజం మూడు భుజాలుగల బహుభుజాకృతి.

13. చతుర్భుజం నాలుగు భుజాలుగల బహుభుజాకృతి ఏదైనా చతుర్భుజం ABCD లో, $\overline{AB}$ $\overline{DC}$, $\overrightarrow{AD}$ మరియు $\overline{BC}$ లు రెండు జతల ఎదురెదురు (అభిముఖ) భుజాలు అవుతాయి.

14. ఒక సమతలం మీద స్థిర బిందువునుండి. నిర్దిష్ట దూరంలో ప్రయాణించు బిందువు యొక్క మార్గమే వృత్తం. ఆ స్థిర బిందువును వృత్త కేంద్రం, నిర్దిష్ట దూరాన్ని వృత్తపు వ్యాసార్థం మరియు వృత్తపు చుట్టు ప్రక్కల దూరాన్ని పరిధి అంటారు.

వృత్తపు ఏవైనారెండు బిందువులను కలిపెడి రేఖా ఖండమే జ్యా. వృత్తపు కేంద్రం ద్వారా సాగిపోవు జ్యా వ్యాసం అవుతుంది.

ఒకే చోట రెండు వ్యాసార్థాలు మరియు మరొకచోట ఆ రెండు వ్యాసార్థాలతో ఏర్పడిన చాపాలతో కూడిన వృత్తపు లోపలి భాగాన్ని వృత్తఖండం అంటారు.

వృత్త వ్యాసం వృత్తాన్ని రెండు అర్థ వృత్తాలుగా విభజిస్తుంది.

©KTBS Not to be republished

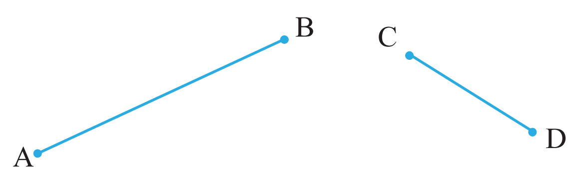
ప్రాథమిక ఆకృతులను అర్థం చేసుకోవడం

అధ్యాయం – 5

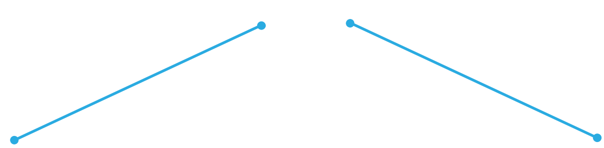
5.1 పరిచయం

మన చుట్టూ మనం చూసే అన్ని ఆకృతులు వక్రతలు మరియు రేఖలతో ఏర్పడ్డాయి. అంచులు, చివరలు, సమతలాలు, తెరవ బడిన మరియు మూయబడిన ఆకృతులను మనం చూస్తాం. మనం వాటిని రేఖా ఖండాలు, కోణాలు, త్రిభుజాలు, బహు భుజాకృతులు మరియు వృత్తాలను మాత్రమే గమనిస్తాము. అవి వేర్వేరు పరిమాణము మరియు కొలతలను కలిగి ఉండుటను మనము గమనిస్తాము.

5.2 రేఖా ఖండముల కొలత



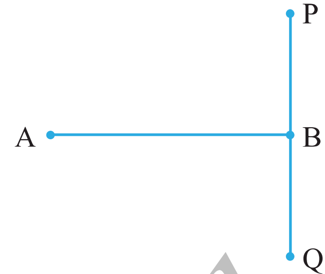
మనం అనేక రేఖా ఖండాలను గీచాము మరియు చూసాము. త్రిభుజము మూడు మరియు చతురస్రము నాలుగు రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడినది.



రేఖా ఖండము ఒక సరళ రేఖ యొక్క నిర్దిష్ట స్థిర భాగము. దీనవలన మనము రేఖాఖండమును సులభంగా కొలవచ్చు. ప్రతి రేఖా ఖండము యొక్క కొలత ఒకే సంఖ్య అంటే దాని పొడవు నుండి ఏర్పడినది. ఈ ఆలోచనే వివిధ రేఖా ఖండాలను పోల్చడానికి మనం ఉపయోగిస్తాము ఏవైన రెండు రేఖ ఖండాలను పోల్చడానికి మనం వాటి పొడవుల సంబంధాన్ని కనుగొంటాము. దీనిని అనేక విధాలుగా చేస్తాము.

©KTBS Not to be republished

(i) వీక్షణ ద్వారా పోల్చడం. కేవలం వీక్షించుటు ద్వారా ఏది పొడవుగా ఉన్నదో చెప్పగలరా?



$\overline{AB}$ పొడవుగా. ఉన్నదని మీరు చూస్తారు. అయితే ప్రతి నిర్ణయాన్ని మీరు ఖచ్చితంగా చెప్పలేదు.

ఉదాహరణకు ప్రక్కన ఇచ్చిన రేఖాఖండాలను చూడండి. పొడవుల మధ్య వ్యత్యాసం ఒకటే, రెండు రేఖల మధ్య కొలతను ఖచ్చితంగా చెప్పలేము. అందు వల్ల వేరే మార్గంలో పోల్చాలి.

ప్రక్క చిత్రంలో $\overline{AB}$ మరియు $\overline{PQ}$ లు అదే కొలతను కలిగి ఉన్నాయి.

అయితే దీన్ని కూడా సులభంగా పోల్చలేము.

కావున మనకు రేఖా ఖండాలను పోల్చడానికి ఇంకా ఉత్తమమైన విధానం అవసరముంది.

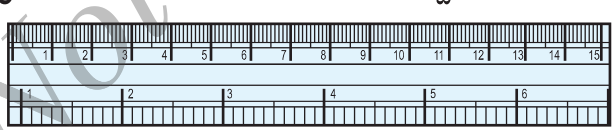
(ii) ట్రేసింగ్ ద్వారా పోల్చడం

$\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$ లను ట్రేసింగ్ పేపర్ పై గీచి $\overline{CD}$ ని $\overline{AB}$ పై ఉంచండి.

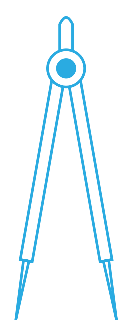
ఇప్పుడు $\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$ లలో ఏది పొడవని మీరు నిర్ణయించ గలరా?

రేఖా ఖండాల చిత్రణములో దాని విధానాన్ని దాని కంటే ఎక్కువగా మీరు వేరే పొడవుతో పోల్చేటట్ల అయితే మీరు మరొక రేఖా ఖండాన్ని గీయాలి. అందువలన ప్రతి రేఖా ఖండాన్ని గీచి పోల్చడం కష్టమౌతుంది.

(iii) జ్యామితి పరికరాలను ఉపయోగించి పోల్చడం :



కొలతబద్ధ

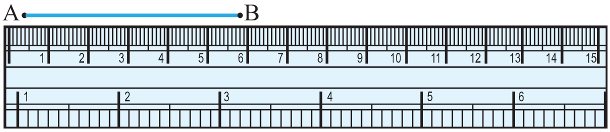


విభాగిని

జామెట్రీ బాక్స్‌లోని అన్ని పరికరాలను మీరు చూసారా? వాటిని గుర్తించగలరా ?

కొలమాని ఈ అన్ని పరికరాలతో పాటు కొలమాని మరియు విభాగిని కూడా ఉంటాయి.

©KTBS
Not to be republished



1 మి.మీ = 0.1 సెం.మీ

2 మి.మీ = 0.2 సెం.మీ అలాగే

2.3 సెం.మీ అంటే 2 సెం.మీ మరియు 3 మి.మీ

స్కేలు (కొలమాని) యొక్క ఒక అంచు 15 సమాన పెద్ద విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ఇందులోని ప్రతీ విభాగము 1 సెంటీ మీటర్ (1cm) ను సూచిస్తుంది.

ప్రతీ సెం.మీ తిరిగి 10 సమాన చిన్న విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది.

ప్రతీ చిన్న విభాగాన్ని 1 మిల్లీ మీటరు (1 mm) అని అంటారు.

ఎన్ని మిల్లీ మీటర్లు 1 సెంటి మీటర్‌కు సమానము.

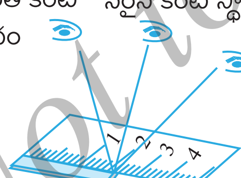
1 సెం.మీ = 10 మి.మీ అయినందు వలన, 2 సెం.మీ, 3 మి.మీలను మనము ఎలా రాస్తాము.

7.7 సెం.మీ అంటే ఏమి ?

కొలమానిలోని సున్నా విభాగాన్ని A వద్ద ఉంచండి. ఇప్పుడు B వద్ద గల స్కేలు విభాగాన్ని గుర్తించండి. ఈ కొలతనే రేఖా ఖండము పొడవుగా చెప్పవచ్చు. ఇక్కడ $\overline{AB}$ పొడవు ఒక వేళ A బిందువును స్కేలు పై సెం. మీ వద్ద ఉంచితే B బిందువు 5.8 సెం.మీ వద్ద ఏకీభవిస్తుంది.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి :

1. మనము కొలత చేసేటప్పుడు ఎదుర్కొనే దోషాలు మరియు ఇబ్బందులు ఏవి?
2. స్కేలు పై గుర్తులను వీక్షించడానికి కష్టమైనప్పుడు మనము ఏవిధమైన దోషమును ఎదుర్కొంటాము. మనం దానిని ఎలా తప్పించాలి?

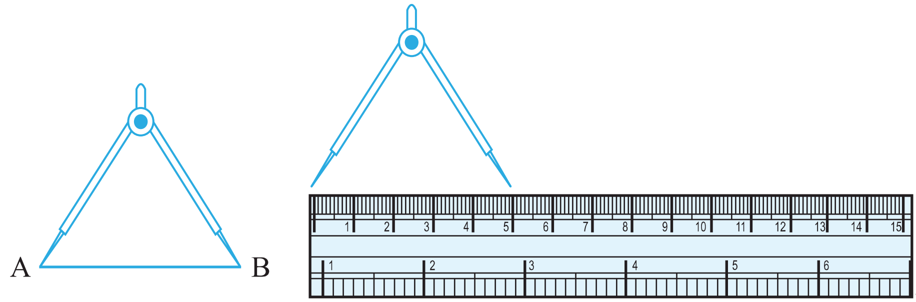


దోషమును సరి చేయడం :

సరైన కొలత పొందడానికి, కంటి స్థానాన్ని సరైన స్థానంలో ఉంచాలి. గుర్తించిన నేరంలో ఉండాలి. లేనట్లయితే చూసెడి కోణపు వ్యత్యాసంతో దోషాలు కనబడుతాయి.

మీరు ఈ సమస్యను తప్పించవచ్చా? దీని కంటే ఉత్తమమైన విధానం ఉన్నదా? మనం ఇప్పుడు పొడవును కొలవడానికి విభాగినిని ఉపయోగిద్దాం.

©KTBS Not to be republished



విభాగినిని తెరవండి. విభాగిని యొక్క ఒక భుజము తుదిని బిందువులో ఉంచండి. మరొక భుజపు తుదిని పైన ఉంచండి. విభాగినిని జాగ్రత్తగా దాని రెండు తుదులను కొలతబద్ధ మీద ఉంచండి. ఒక తుది యొక్క ఇంచు స్కేలు యొక్క సున్నా గుర్తులో ఉంది అని నిర్ధారించుకోండి. ఇప్పుడు మరొక తుదియొక్క గుర్తించిన కొలతను గమనించండి.

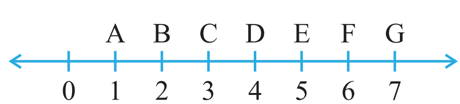
ప్రయత్నించండి:

1. ఏదైన ఒక పోస్ట్ కార్డ్‌ని తీసుకొని, దాని ఒక అంచుకొలతను ఈ తంత్రాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.
2. సమతల ఉపరితలం గల మూడు వస్తువులను ఎంచుకొని వాటి అన్ని భుజాలను విభాగిని మరియు కొలమానిని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

అభ్యాసం 5.1

1. వీక్షించడం ద్వారా రేఖా ఖండాల కొలతలను పోల్చడంలో ఏర్పడు అనానుకూలాలు ఏవి ?
2. రేఖా ఖండం యొక్క పొడవును కొలవడానికి స్కేలు కంటే విభాగినిని ఉపయోగించడం మేలు ఎందుకు?
3. $\overline{AB}$ అను రేఖా ఖండమును గీయండి A మరియు B మధ్య C బిందువును తీసుకొని, AB, BC మరియు AC ల పొడవులను కొలవండి AC + CB = AB అయినదా?

   [గమనించండి : A , B, C లు రేఖ పై మూడు బిందువులు AC + CB = AB అయినప్పుడు, C, A మరియు B ల మధ్య ఉంటుందని మనము ఖచ్చిత పరుచుకోవాలి]
4. A, B, C రేఖ పై మూడు బిందువులు గల, AB = 5 సెం.మీ, BC = 3 సెం.మీ మరియు AC = 8 సెం.మీ అయినప్పుడు వీటిలో ఏది ఇతర రెండు బిందువుల మధ్య కనబడుతుంది.
5. D, $\overline{AC}$ రేఖాఖండం యొక్క మధ్య బిందువా కాదా అని పరిశీలించండి.



©KTBS Not to be republished

6. $\overline{AC}$ మధ్య బిందువు B, $\overline{BD}$ మధ్య బిందువు C. A, B, C, D లు సరళ రేఖపై బిందువులు AB = CD అని ఎలా చెప్పగలరు?

7. ఐదు త్రిభుజాలను రచించి వాటి భుజాలను కొలవండి. ప్రతి దశలోనూ రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తము మూడవ భుజము కంటే ఎల్లప్పుడూ తక్కువగా ఉంటుందని పరిశీలించండి.

5.3 "లంబ" మరియు "సరళ" - కోణములు

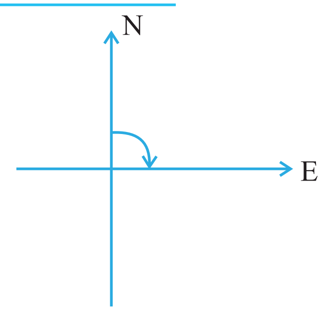
భూగోళ శాస్త్రంలో దిక్కులు అనే పదాన్ని విని ఉంటారు. చైనా భారతదేశానికి ఉత్తర దిక్కులో ఉన్నదా, శ్రీలంక దక్షిణ దిక్కులో ఉన్నదని మనకు తెలుసు సూర్యుడు తూర్పున ఉదయించి పడమర అస్తమిస్తాడని కూడా మనకు తెలుసు నాలుగు ప్రముఖ దిక్కులు ఉన్నాయి. అవి ఉత్తరం (N), దక్షిణం (S), తూర్పు (E) మరియు పడమర (W).

ఉత్తర దిక్కుకు వ్యతిరేకంగా ఏ దిక్కు ఉన్నదో మీకు తెలుసా? పడమర దిక్కుకు వ్యతిరేకంగా ఏ దిక్కు ఉన్నది? ఈ అంశాలను మాత్రమే కల్గి ఉన్న వివరాలను మీరు ఇది వరకే తెలుసుకొన్నవి సంగ్రహించండి. ఈ జ్ఞానాన్ని కోణాల గుణ లక్షణాలను నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగిద్దాం.

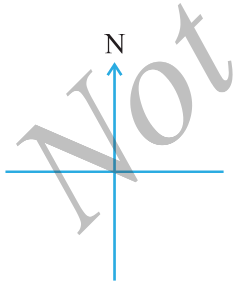
ఉత్తరాభిముఖంగా నిలబడండి.

దీనిని చేయండి :

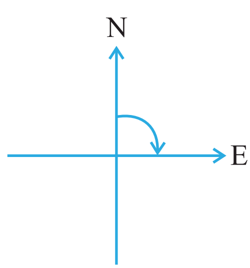
తూర్పుకు సవ్య దిశలో తిరగండి. మీరిప్పుడు లంబకోణం ద్వారా తిరిగారి ని చెబుతాం. 'లంబకోణం మలుపు' ద్వారా సవ్య దిశలో తిరిగి మిరిప్పుడు దక్షిణ దిశకు నిలబడండి. మీరు లంబకోణంగా అపసవ్య దిశలో తిరిగి ఉంటే మీరు ఏ దిక్కు వైపుకు ఉంటారు? మరళా తూర్పుకు నిలబడ్డారా? (ఎందుకు?)



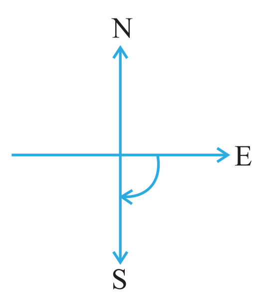
క్రింది స్థానాలను అధ్యయనం చేయండి.



ఉత్తర దిక్కుకు ఎదురుగా నిల బడండి.



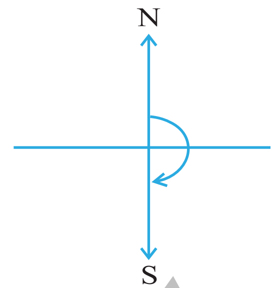
సవ్య దిశలో ఒక లంబకోణమలుపు చేసినప్పుడు ఇప్పుడు మీరు తూర్పు ద్కికుకు నిలబడతారు.



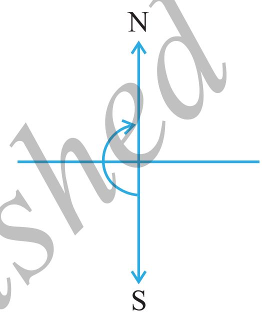
మరొక లంబకోణములుపు చేసినప్పుడు చివరకు దక్షిణ వైపు నిలబడతారు.

©KTBS Not to be republished

ఉత్తర దిక్కు నుండి దక్షిణ దిక్కుకు తిరగడానికి మీరు రెండు లంబకోణ మలుపులు తిరగాలి. ఒకే మలుపు రెండు లంబకోణాలకు సమానం కాదు? ఉత్తర దిక్కు నుండి తూర్పుకు లంబకోణ మలుపు సాధ్యం. ఉత్తర దిక్కు నుండి దక్షిణ దిక్కు మలుపుకు రెండు లంబ కోణాల ద్వారా సాధ్య మౌతుంది. దీనిని సరళ కోణం ((NS సరళేఖ) అని అంటాము.



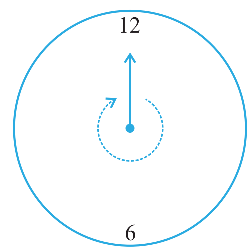
దక్షిణ దిక్కులో నిలబడండి. సరళ కోణంగా తిరగండి. మీరిప్పుడు ఏ దిక్కుకు నిలబడ్డారు? మీరిప్పుడు ఉత్తరదిక్కుకు ఉంటారు.



మీరిప్పుడు ఉత్తరం నుండి దక్షిణాభిముఖంగా తిరగండి. మీరు సరళ కోణ మలుపు పొందుతారు. అదే దిక్కులో మీరు రెండు సరళ కోణ మలుపులు తిరగండి. రెండు సరళకోణాలు చేయడం వల్ల మరలా మీరు మొదటి స్థానానికి చేరుతారు.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి :

మీరు మొదటి స్థానానికి వెనుతిరగడానికి ఎన్ని లంబకోణాలను చుట్టాలి.

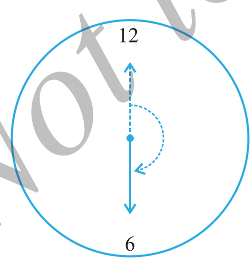


అదే దిశలో రెండు సరళ కోణాలు చుట్టడం వల్ల (లేదా లంబకోణాలు) మీరు పూర్ణ చుట్టు చుడతారు.

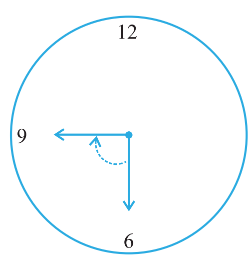
ఇలా ఒక పూర్తి చుట్టు చుట్టడాన్ని ఒక పరిభ్రమణం అంటారు. ఒక పరిభ్రమణ **కోణము పూర్ణకోణం** అవుతుంది.

ఇలాంటి పరిభ్రమణాలను మనం గడియారంలో చూడవచ్చు. గడియారంలో ఒక ముల్లు ఒక స్థానం నుండి మరొక స్థానానికి చలించినప్పుడు అది కోణాలను ఏర్పరుస్తుంది.

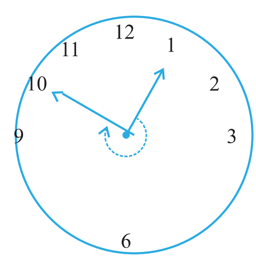
ఈ గడియారం ముళ్ళు 12 వద్ద ప్రారంభమై మరలా 12 ను చేరే వరకూ ఇది ఒక ప్రదక్షణం చేయలేదు. అయితే అది ఎన్ని లంబకోణ మలుపులు తిరిగింది. కింది ఉదాహరణలను పరిశీలించండి.



12 నుండి 6 వరకు ½ పరిభ్రమణం లేదా రెండు లంబకోణాలు



6 నుండి 9 వరకు ¼ పరిభ్రమణం లేదా ఒక లంబకోణం



1 నుండి 10 వరకు ¾ పరిభ్రమణం లేదా మూడు లంబకోణాలు

©KTBS Not to be republished

ప్రయత్నించండి:

1. అర్ధ పరిభ్రమణ కోణాన్ని ఏమంటారు?
2. ¼ పరిభ్రమణ కోణం పేరేమి ?
3. ఇదే విధంగా ¼ , ½ మరియు ¾ పరిభ్రమణాల గడియారాలను రచించండి.

గమనిక : ¾ పరిభ్రమణానికి ఎటువంటి ప్రత్యేకంగా ఏ పేరు లేదు.

అభ్యాసం 5.2

1. గడియారపు గంట ముల్లు సవ్యదిశలో తిరిగినప్పుడు క్రింది సందర్భాలలో ఏ భిన్నాన్నీ ఏర్పరుస్తాయి?

(a) 3 నుండి 9 (b) 4 నుండి 7 (c) 7 నుండి 10

(d) 12 నుండి 9 (e) 1 నుండి 10 (f) 6 నుండి 3

2. గడియార ముల్లు క్రింది సందర్భాలలో ఎక్కడ ఆగుతుంది.

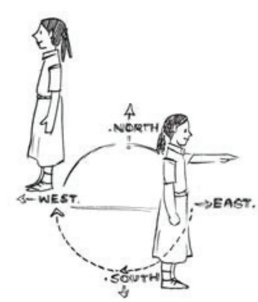
(a) 12 నుండి ప్రారంభమై ½ ప్రదక్షణ సవ్యదిశలో చేస్తుంది.

(b) 2 నుండి ప్రారంభమై ½ ప్రదక్షణ సవ్య దిశలో చేస్తుంది.

(c) 5 నుండి ప్రారంభమై ¼ ప్రదక్షణ సవ్య దిశలో చేస్తుంది.

(d) 5 నుండి ప్రారంభమై ¾ ప్రదక్షణ సవ్య దిశలో చేస్తుంది.

3. మీరు తిరగడం ప్రారంభిచినప్పుడు క్రింది సందర్భాలలో ఏ దిక్కులో నిలబడతారు?



(a) తూర్పుకు సవ్య దిశలో ½ ప్రదక్షణ చేసినప్పుడు

(b) తూర్పుకు సవ్య దిశలో 1½ ప్రదక్షణ చేసినప్పుడు

(c) పడమరకు అసవ్య దిశలో ¾ ప్రదక్షణ చేసినప్పుడు

(d) దక్షిణం వైపుకు పూర్తి ప్రదక్షణం చేసినప్పుడు

4. ఏ భాగానికి ప్రదక్షణ చేస్తే మీకు మీరే ఈ భాగంలో?

(a) తూర్పుకు ప్రదక్షణ చేసి ఉత్తరమునకు తిరిగినప్పుడు ?

(b) దక్షిణంకు ప్రదక్షణ చేసి తూర్పుకు తిరిగినప్పుడు?

(c) పడమరకు ప్రదక్షణ చేసి తూర్పుకు తిరిగినప్పుడు ?

©KTBS Not to be republished

5. గడియారపు గంట ముల్లు కింది విధంగా చలించినప్పుడు ఎన్ని లంబకోణాలను చేస్తుంది?

(a) 3 నుండి 6 (b) 2 నుండి 8 (c) 5 నుండి 11

(d) 10నుండి 1 (e) 12 నుండి 9 (f) 12 నుండి 6

6. మీరు ఈ దిక్కులో తిరిగినప్పుడు ఎన్ని లంబకోణాలను పూర్తి చేస్తారు?

(a) దక్షిణ దిశకు సవ్య దిశలో ప్రదక్షణ చేసి పడమరకు తిరిగినప్పుడు ?

(b) ఉత్తర దిశకు అపసవ్యదిశలో తూర్పుకు తిరిగినప్పుడు ?

(c) పడమర దిశకు సవ్య దిశలో పడమరకే తిరిగినప్పుడు ?

(d) దక్షిణ దిశ నుండి ఉత్తరానికి తిరిగినప్పుడు ?

7. గడియారం యొక్క గంటముల్లు క్రింది సందర్భాలలో ఎక్కడ నిలబడుతుంది ?

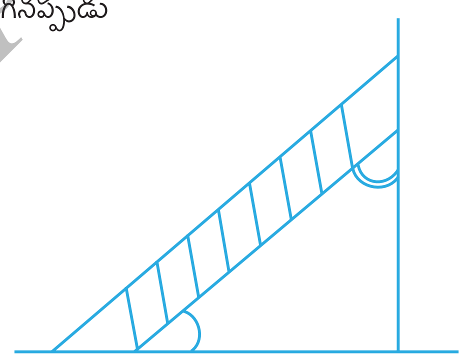
(a) 6 నుండి ప్రారంభించి ఒక లంబకోణం తిరిగినప్పుడు ?

(b) 8 నుండి ప్రారంభించి 2 లంబకోణాలను తిరిగినప్పుడు ?

(c) 10 నుండి ప్రారంభించి 3 లంబకోణాలను తిరిగినప్పుడు

(d) 7 నుండి ప్రారంభించి 2 సరళకోణాలను తిరిగినప్పుడు

5.4 'అల్ప' 'అధిక' మరియు 'సరళ అధిక' కోణాలు



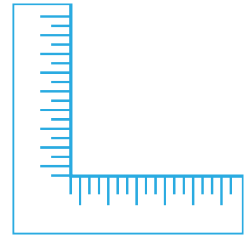
ఒక కాగితపు ముక్కను తీసుకొనండి.

లంబకోణం మరియు సరళ కోణాల అర్థాన్ని మనం చూసాము. అయితే అన్ని కోణాలు ఈ రెండింటిలో ఒక దానితో ఏర్పడి ఉంటాయి. గోడకు వేసిన నిచ్చెన ఏర్పరచిన కోణము లంబకోణము లేదా సరళ కోణము అవుతుంది.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి :

లంబకోణం కంటే తక్కువ గల కోణాలు ఉన్నాయా?

లంబకోణం కంటే ఎక్కువ గల కోణాలు ఉన్నాయా? కార్పెంటర్ ఉపయోగించు స్క్వేర్‌ను చూసారా?



కాగితం మధ్యకు మడవండి

ఇది ఆంగ్ల అక్షరం 'L' ఆకారంలో ఉంటుంది. దీనిని అతడు లంబకోణాలను పరీక్షించడానికి ఉపయోగిస్తాడు. ఇదే విధంగా లంబకోణాని పరీక్షా సాధనంతో పరీక్షిద్దాం.

©KTBS Not to be republished

దీనిని చేయండి :

మెరుగుపడిన లంబకోణ పరీక్షా సాధనాన్ని పరిశీలించండి. (దీనిని మనం పరీక్షా సాధనం అని పిలుద్దాం)

మూలలలో ఏదైనా ఒక ఆకారం వచ్చిందనుకుందాం. మూలల వద్ద కోణాన్ని పరీక్షించడానికి మీ పరీక్షాసాధనాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

కాగితపు కోణాలతో కాగితపు అంచులను పోల్చండి. అది పోలితే లంబకోణాన్ని సూచిస్తుంది.

ప్రయత్నించండి:

1. గడియారపు గంట ముల్లు 12 నుండి 5 కు చలించింది. గంట ముల్లు యొక్క ప్రదక్షణ లంబకోణాని కంటే ఎక్కువగా ఉన్నదా?
2. గడియారపు గంటముల్లు 5 నుండి 7 కు చలీచునప్పుడు అది కోణాన్ని ఏర్పరిచినట్లు కనబడుతుందా? ఆ కోణము లంబకోణం కంటే ఎక్కువగా ఉన్నదా?
3. క్రింది వాటిని గీచి మీ పరీక్షా సాధనంతో పరీక్షించండి.

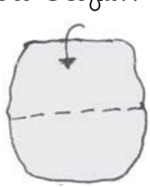
   (a) 3 నుండి 9 (b) 4 నుండి 7

   (c) 7 నుండి 10 (d) 12 నుండి 9
4. మూలలు కలిగిన ఐదు వేర్వేరు ఆకృతులను తీసుకోండి. మూలలను పేర్కొని మీ పరీక్షా సాధనంతో పరీక్షించి మీ పరిశీలనలను కింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

మూల	కంటే చిన్నది	కంటే పెద్దది
A	______	______
B	______	______
C	______	______
D	______	______

ఇతర పేర్లు :

- లంబకోణం కంటె తక్కువగా ఉన్న కోణాన్ని అల్పకోణం అంటారు.


Step 1
ఇంటి పైకప్పు

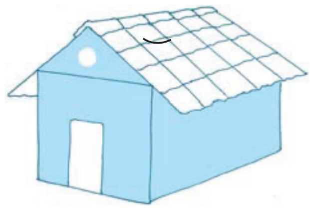
Step 2
Sea-saw

Step 3
తెరవబడిన పుస్తకం

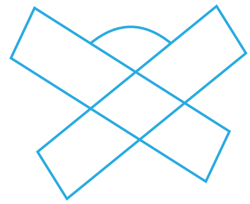
© KTBS Not to be republished

వీటిలో ప్రతి ఒక్కటి పరిభ్రమణలో ¼ వ వంతు అని మీరు చూసారా? వీటిని మీరు పరీక్షా సాధనంతో పరీక్షించండి.

- లంబకోణం కంటే ఎక్కువ, సరళ కోణం కంటే తక్కువ గల కోణాన్ని అధిక కోణమని అంటారు. ఇవి అధిక కోణాలు.

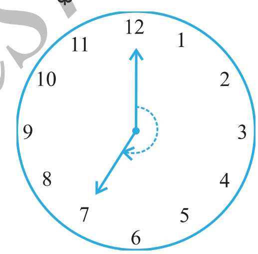


ఇల్లు



పుస్తకం చదివే బల్ల

వీటిలో ప్రతి ఒక్కటి కంటే ఎక్కువగా ఉండటం గమనించారా? అయితే ఇది అర్థ భ్రమణం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. మీ పరీక్షా సాధనం దీనిని పరీక్షించడానికి సహాయ పడుతుంది. అధిక కోణాలను వెనుకటి ఉదాహరణలలో గుర్తించండి.



- సరళ అధిక కోణం సరళ కోణం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఇది ఈ విధంగా కనిపిస్తుంది. (కోణం గుర్తును చూడండి). ఇంతకు ముందు ఏవైనా ఆకృతులలో సరళ అధిక కోణం ఉన్నదా? వాటిని మీరు ఎలా పరీక్షిస్తారు?

వీటిని ప్రయత్నించండి:

1. మీ చుట్టు ప్రక్కల మూలలతో అంచుల కలయికతో ఏర్పడిన పది కోణాలను గుర్తించి ఆ సందర్భాలను పట్టీ చేయండి?
2. అల్ప కోణాలు ఏర్పడు పది సందర్భాలను పట్టీ చేయండి.
3. లంబకోణాలు ఏర్పడు పది సందర్భాలను పట్టీ చేయండి.
4. అధిక కోణాలు ఏర్పడు ఐదు సందర్భాలను పట్టీ చేయండి.
5. సరళ అధిక కోణాలు ఏర్పడు సందర్భాలు మీరు చూసి ఉంటే ఐదింటిని పట్టీ చేయండి.

అభ్యాసం 5.3

1. జతపరచి రాయండి :

(i)	సరళ కోణం	(a)	¼ కంటే తక్కువ పరిభ్రమణం
(ii)	లంబకోణం	(b)	½ కంటే ఎక్కువ పరిభ్రమణం
(iii)	అల్ప కోణం	(c)	¼ పరిభ్రమణం

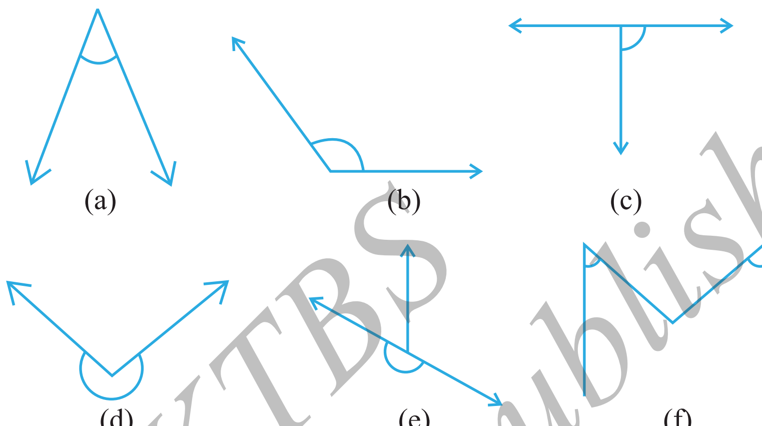
Not ©KTBS to be republished

(iv) అధిక కోణం (d) ¼ పరిభ్రమణం

(v) సరళ అధిక కోణం (e) ¼ మరియు ½ మధ్య పరిభ్రమణం

(f) ఒక సంపూర్ణ పరిభ్రమణం

2. కింది వాటిలో ప్రతి దానిని అల్ప, లంబ, అధిక, సరళ మరియు సరళ అధిక కోణాలుగా వర్గీకరించండి.



5.5 కోణాలను కొలవడం :

లంబకోణంతో కోణాలను సరిపోల్చడానికి మనం మెరుగు పరచిన 'పరీక్షా సాధనము' సహాయపడుతుంది. అల్ప, అధిక లేక సరళ అధిక కోణాలుగా మనం వర్గీకరించవచ్చు.

కానీ ఇది ఖచ్చితమైన కోణాలకొలత ఇవ్వదు. రెండు అధిక కోణాలతో ఏది పెద్దది అని దీని వల్ల తెలుసుకోలేము. మనం కోణమానినితో మాత్రమే కోణాలు కొలతలను ఖచ్చితంగా కొలవగలం.

కోణం కొలత :

మనం కొలతను 'డిగ్రీ కొలత' అని అంటాము. ఒక పూర్ణ పరిభ్రమణంను 360 సమ భాగాలుగా విభజించబడినది.ప్రతి భాగము ఒక 'డిగ్రీ' మనము 360° అని రాసి మూడువందల అరవై డిగ్రీలు అని చెబుతాము.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి :

అర్ధ పరిభ్రమణలో ఎన్ని డిగ్రీలు ఉంటాయి? లంబకోణంలో ఎన్ని ? సరళ కోణంలో ఎన్ని?

ఎన్ని లంబకోణాలలో 180° మరియు 360° అవుతాయి?

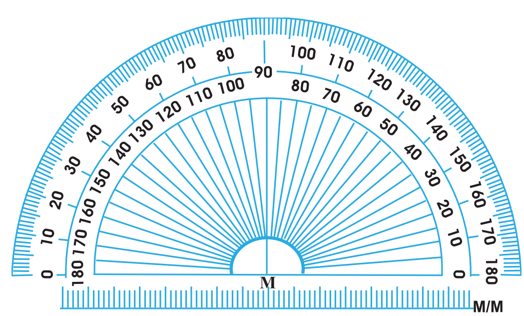
©KTBS Not to be republished

చేసి చూడండి

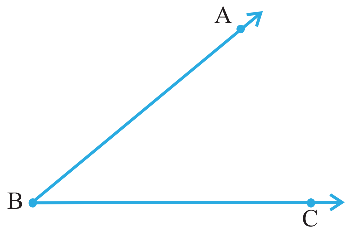
1. గాజునుపయోగించి ఒక వృత్తాన్ని పేపర్ పై గీసి దానిని అంచువెంబడి కత్తిరించండి. అలాగయితే గాజు ఆకారంలో ఉండనీయండి.
2. వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా మడిచి కత్తరించండి. మీకు అర్థవృత్త భాగం వస్తుంది. పటంలో చూపిన విధంగా అర్థవృత్తాన్ని మరొక సారి (ప్రాతికి భాగానికి) మడవండి. దీనిని వృత్తపాదం అంటారు.
3. కాగితాన్ని అర్థ వృత్తానికి తెరపండి. అర్థవృత్తంలో పటంలో చూపిన విధంగా ఒక మడతను గమనించవచ్చు. ఈ మడత వ్యాసానికి లంబంగా కోణంతో ఉంటుంది. మడతపై అని వ్రాయండి.
4. తిరిగి అర్థ వృత్తాన్ని పాతిక భాగానికి మడవండి. ఈ పాతిక భాగాన్ని ఇంకొకసారి పటంలో చూపిన విధంగా మడవండి. 45° ల కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు. $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు.
5. కాగితాన్ని అర్థ వృత్తానికి తిరిగి తెరవండి. 45° లను గుర్తించండి.
6. 90°లకు మరొక వైపు అపసవ్యదిశలో ఉన్న మడతను 135°లుగా గుర్తించండి.
7. అర్థ వృత్తాన్ని తిరిగి పాతిక భాగానికి, పాతిక భాగాన్ని తిరిగి రెండు సార్లు మడవండి – కాగితాన్ని తెరిచి చూడండి. 45° కోణానికి, భూమికి మధ్యలో ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $22\frac{1}{2}^\circ$ గా గుర్తించండి. అదే విధంగా 135° ల కోణానికి భూమికి మధ్య ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $157\frac{1}{2}^\circ$ గా గుర్తించండి. ఇప్పుడు మనం ఒక కోణమానిని తయారు చేశాం. దీని సహాయంతో దాదాపుగా కొన్ని కోణాలను కొలవగలం.

కోణమాని

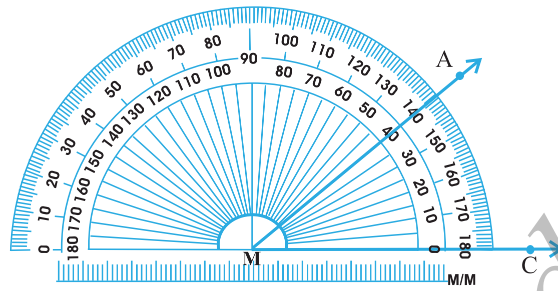
మీ జామెట్రీ బాక్స్‌లో కోణమాని చూసి ఉంటారు. ఇది అర్థ వృత్తాకారంగా ఉంటుంది. అర్థ వృత్తాకారపు అంచు 180 సమ భాగాలుగా విభజించబడినది. ప్రతి భాగాన్ని 'డిగ్రీ' అంటాం. కోణమాని చాపము వెంట 0°ల నుంచి 180°ల వరకు కోణాలు సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్యదిశలో గుర్తించబడి ఉంటాయి.



ABC ను కొలవాలని అనుకుంటే



$\underline{|ABC}$: ఇవ్వబడినది



$\underline{|ABC}$: కొలవడం

1. కోణమాని మధ్య బిందువు M ను రేఖ BC పై ఉంచండి. M బిందువు B బిందువు పై ఉండాలి.

2. కోణమానిని $\overline{BC}$.

3. కోణమానినిలో రెండు కొలతలు ఉన్నాయి. BC అంచుపై గల '0' చివరి నుండి కోణాన్ని కొలవండి.

4. తర్వాత BA అంచు కోణమానిని పై చేరే కోణము డిగ్రీ కొలతను సూచిస్తుంది.

$m\underline{|ABC} = 40^0$ అని రాస్తాము. లేదా సరళంగా $\underline{|ABC} = 40^0$ అని రాస్తాం.

అభ్యాసం 5.4

1. (i) ఒక లంబ కోణము (ii) ఒక సరళ కోణము వీటి కొలతలు ఎంత?

2. సరి, తప్పులను గుర్తించండి.

   (a) అల్ప కోణ కొలత $< 90^\circ$

   (b) అధిక కోణం కొలత $< 90^\circ$

   (c) సరళ అధిక కోణం (పరావర్తన కోణం) $> 180^\circ$

   (d) ఒక సంపూర్ణ పరిభ్రమణం యొక్క కొలత $= 360^\circ$

   (e) $m\underline{|A} = 53^\circ$ మరియు $m\underline{|B} = 35^\circ$ అయితే $m\underline{|A} > m\underline{|B}$

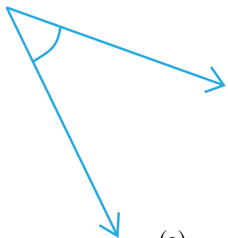
3. వీటి కొలతలు రాయండి.

   (a) కొన్ని అల్పకోణాలు (b) కొన్ని అధిక కోణాలు

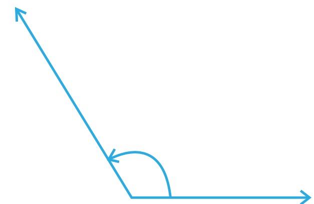
   (కనీసం ఒక్కొక్క దానికి రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.)

©KTBS Not to be republished

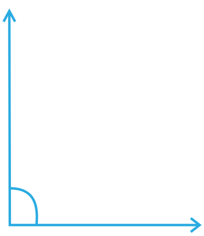
4. కింద ఇచ్చిన కోణాలను కోణమానిని సహాయంతో కొలిచి, కొలతలను రాయండి.



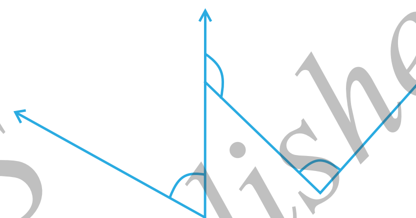
(a)



(b)



(c)



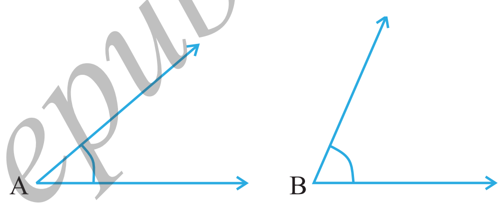
(d)

5. ఇందులో ఏది పెద్ద కోణము ?

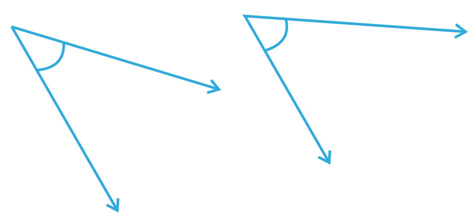
మొదట అంచనా వేసి తర్వాత కొలవండి.

A కొలత =

B కొలత =



6. ఈ రెండింటిలో మిక్కిలి పెద్ద కోణం ఏది? వాటిని అంచనా వేసి కొలవడం ద్వారా నిర్ధారించండి.



7. అల్ప, అధిక, లంబ మరియు సరళ కోణాలతో ఖాళీలను పూరించండి.

(a) లంబకోణము కంటే తక్కువయిన కోణము ____________

(b) లంబకోణము కంటే ఎక్కువగా గల కోణము ____________

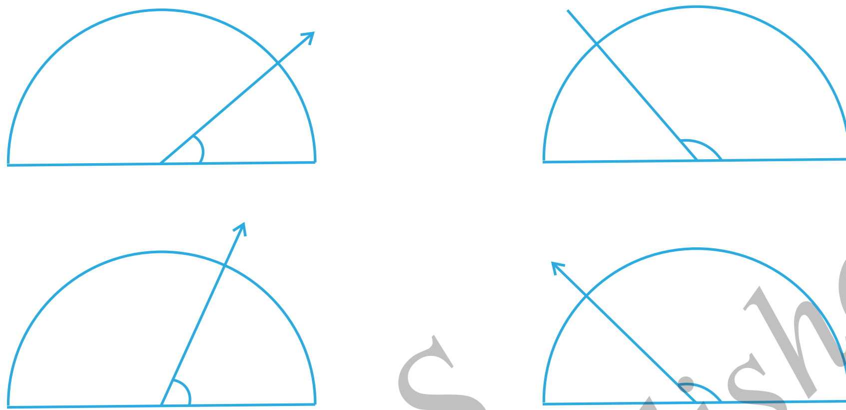
(c) రెండు లంబకోణాల మొత్తానికి సమానమైన ____________

(d) రెండు కోణాల మొత్తము సరళ కోణం అయితే వాటిలో ఒకటి అల్ప కోణము మరొకటి ________

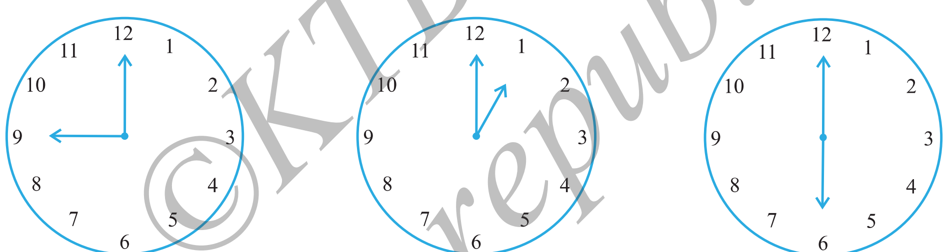
(e) రెండు కోణాల మొత్తము సరళ కోణం అయితే వాటిలో ఒకటి అల్ప కోణము మరొకటి

©KTBS Not to be republished

8. కింది వాటిలో ప్రతి దాని కోణాన్ని కొలవండి. (మొదట మీ కళ్ళతో అంచనా వేసి తర్వాత కోణమానినితో అసలు కోణాన్ని కొలవండి.)

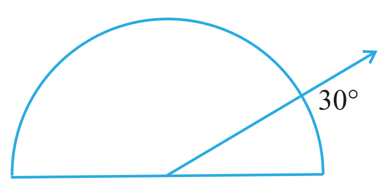


9. ప్రతి చిత్రంలోని గడియారంలో ఇచ్చిన ముళ్ళ మధ్య కోణం కొలతను కనుగొనండి.



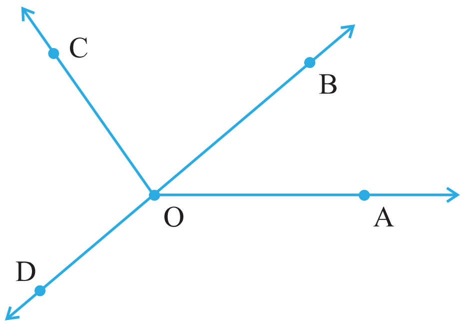
ఉదయం 9.00 గంటలు　　మధ్యాహ్నం 10.00 గంటలు　　సాయంత్రం 6.00 గంటలు

10. పరిశోధించండి, ఇచ్చిన చిత్రంలో కోణం కొలత 30° ఇదే చిత్రాన్ని భూతద్దంలో చూడండి. ఇప్పుడు కోణం పెద్దది అవుతుందా? కోణం యొక్క పరిమాణం మారుతుందా?



©KTBS Not to be republished

11. ప్రతి కోణాన్ని కొలచి వర్గీకరించండి.



కోణం	కొలత	విధం
$\angle AOB$		
$\angle AOC$		
$\angle BOC$		
$\angle DOC$		
$\angle DOA$		
$\angle DOB$		

5.6 లంబ రేఖలు :

రెండు రేఖలు 90° ల కోణంతో ఖండించుకుంటే వాటిని పరస్పరం లంబరేఖలు అని అంటాము. AB, CD కి లంబంగా ఉంటే దానిని $AB \perp CD$ అని రాస్తాము.

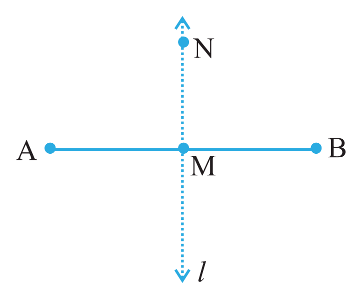
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి :

$AB \perp CD$ అయితే, $CD \perp AB$ అని మనం చెప్పవచ్చా?

మన చుట్టూ ఉన్న లంబాలు

మన చుట్టూ గల వస్తువుల నుండి లంబరేఖలకు (రేఖా ఖండాలకు) అనేక ఉదాహరణలను మీరు ఇవ్వగలరు. వాటిలో ఆంగ్ల అక్షరం 'T' ఒకటి లంబరేఖలను సూచించు ఇలాంటి అక్షరాలు వేరే ఉన్నాయా ?

పోస్ట్‌కార్డ్ యొక్క అంచులను పరిశీలించండి. అవి లంబంగా ఉన్నాయా ?



$\overline{AB}$ ఒక రేఖా ఖండం. దాని మధ్య బిందువు 'M' ను గుర్తించండి.

'M' గుండా $\overline{AB}$ కి MN లంబరేఖను గీయండి.

MN, $\overline{AB}$ ని రెండు సమభాగాలుగా విభజిస్తుందా?

MN, $\overline{AB}$ ని రెండు సమద్విఖండన చేస్తుంది. (అది $\overline{AB}$ ని రెండు సమభాగాలుగా చేస్తుంది.) మరియు అది $\overline{AB}$ కి లంబంగా ఉంటుంది.

కావున మనం MN ను $\overline{AB}$ కి లంబ సమద్విఖండన రేఖ అంటాము.

దీనిని నిర్మించడం గురించి తర్వాత నేర్చు కుంటారు.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 5.5

1. కింది వాటిలో ఏవి లంబరేఖలకు నమూనాలు?

   (a) ల్యాప్ టాప్ యొక్క పార్శ్వ అంచులు

   (b) రైలు పట్టాలు

   (c) 'L' అక్షరాన్ని రచించి రేఖాఖండాలు.

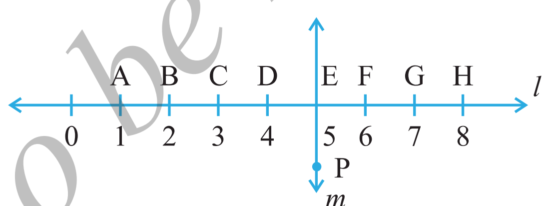
   (d) అక్షరం V లోని రేఖా ఖండాలు

2. $\overline{PQ}$ రేఖా ఖండము $\overline{XY}$ రేఖా ఖండానికి లంబరేఖ. $\overline{PQ}$ మరియు $\overline{XY}$ లు 'O' లో ఖండించుకోవాలి. $\underline{|PAY}$ కొలత ఎంత ?

3. మీ జామెట్రీ బాక్స్‌లోని రెండు మూల మట్టాలు (Set-Squares) మూలలో ఏర్పడిన కోణపు కొలత ఎంత? ఏవైనా సామాన్య కొలతలు గల కోణాలున్నాయా? పరీక్షించండి.

4. చిత్రాన్ని పరిశీలించి 'l' రేఖ 'm' రేఖకు లంబంగా వున్నది.

   (a) CE = EG అవుతుందా ?



   (b) PE రేఖ CG ని సమద్విఖండన చేస్తున్నదా ?

   (c) PE ని లంబ సమద్విఖండన చేయు ఏవైనా రెండు రేఖలను గుర్తించండి.

   (d) ఇవి సరిగా వున్నాయా?

   (i) AC > FG

   (ii) CD = GH

   (iii) BC < EH

©KTBS Not to be republished

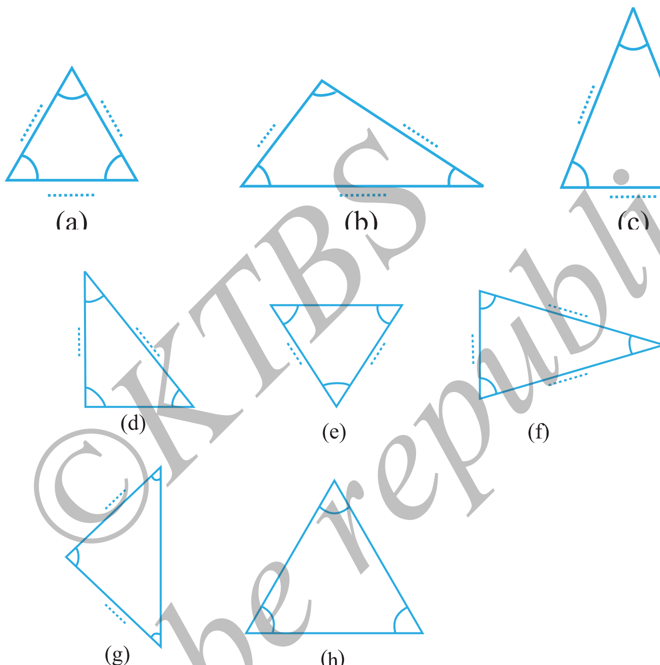
5.7 త్రిభుజాల విభజన

కనిష్ఠ సంఖ్య భుజాలను కలిగి బహుభుజాకృతిని స్మరించుకుందామా? అది త్రిభుజం.

ఇపుడు మనకు లభించు వివిధ రకాల త్రిభుజాల రకాలను చూద్దాం.

ప్రయత్నించండి :

కోణమాని మరియు స్కేలును ఉపయోగించి కింది త్రిభుజాల భుజాలు మరియు కోణాల కొలతలను కనుగొనండి. ఈ కొలతలను కింద ఇచ్చిన పట్టికలో నింపండి.



©KTBS Not to be republished

త్రిభులపు కోణాల కొలత	మీరు కోణాల గురించి ఏమి చెబుతారు ?	భుజాల కొలత
(a) .... 60° ...., ... 60° ...., ... 60°......	అన్ని కోణాలు సమానం	
(b) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(c) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(d) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(e) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(f) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(g) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	
(h) ...., ..., ...,	.... కోణాలు	

త్రిభుజాల కోణాలను కాకుండా భుజాల కొలతలను సూక్ష్మంగా గమనించండి. వీటిలో ఏదైనా ప్రత్యేకత ఉన్నదా ?

మీరు ఏమి కనుగొంటారు ?

- అన్ని కోణాలు సమానంగావున్న త్రిభుజాలు.

  త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాలు సమానంగా ఉంటే, దాని భుజాలు కూడా ______________.

- త్రిభుజంలో మూడు భుజాలు సమానం.

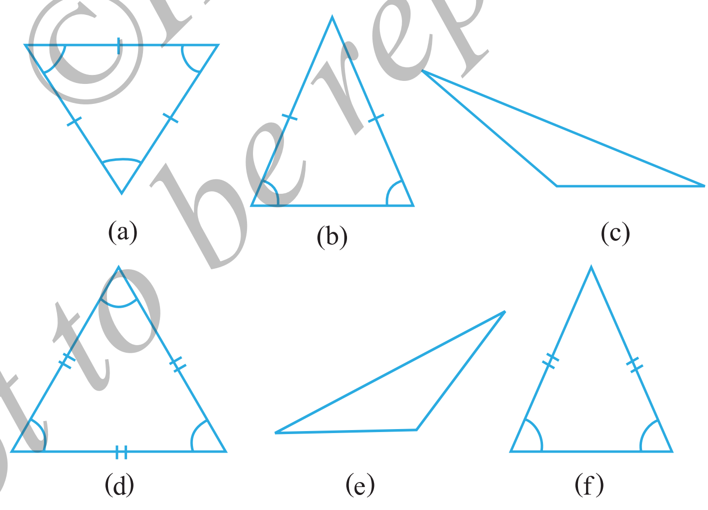
  త్రిభుజంలోని అన్ని భుజాలు సమానంగా ఉంటే, దాని కోణాలు ______________.

- రెండు భుజాలు మరియు రెండు కోణాలు సమానంగాగల త్రిభుజాలు.

  త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు సమానంగా ఉంటే.

  వాటి ______________ కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. త్రిభుజంలో రెండు కోణాలు సమానంగా ఉంటే, దాని ______________ భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

- త్రిభుజంలో ఏ రెండు భుజాలు సమానంగా లేవు. త్రిభుజంలో ఏ కోణాలు సమానంగా లేకపోతే, వాటి ఏ భుజాలు కూడా సమానంగా వుండవు. త్రిభుజంలోని 3 భుజాలు సమానంగా లేక పోతే, దాని మూడు కోణాలు కూడా ______________ .



©KTBS Not to be republished

కొన్ని త్రిభుజాలు తీసుకొని వాటిని పరిశీలిద్దాం. మరలా అన్ని త్రిభుజాల భుజాలను కోణాలను మనం కొలవాలి.

త్రిభుజాలను వివిధ విభాల ఆధారంగా విభజించారు. మరియు వాటికి ప్రత్యేక పేర్లను కూడా ఇచ్చారు. వాటిని ఇపుడు చూద్దాం.

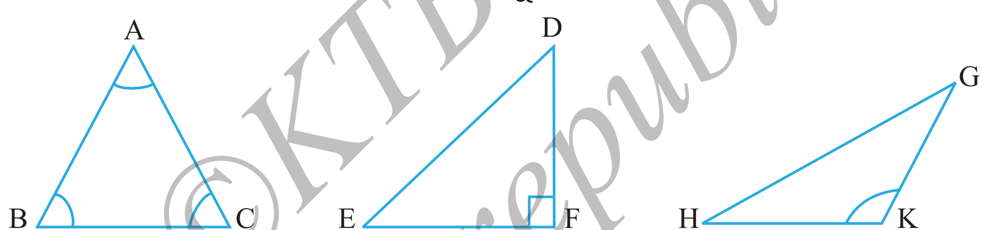
భుజాల ఆధారంగా త్రిభుజాలను పేర్కొనడం

- మూడు భుజాల పొడవులు వేరువేరుగా ఉన్న త్రిభుజాన్ని విషమ బాహు త్రిభుజం' అంటారు. [(c).(e)]
- ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవులు మాత్రమే సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని ''సమద్విబాహు త్రిభుజం'' అంటారు. [(b). (f)]
- మూడు భుజాల పొడవులు సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని ''సమబాహు త్రిభుజం'' అంటారు. [(a).(d)] .

ఇదివరకే మీరు ముందుగానే కొలిచిన త్రిభుజంలోని భుజాలన్నింటిని ఈ వ్యాఖ్యానాలను ఆధారంగా పెట్టుకొని విభజించండి.

కోణాల కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాలను పేర్కొనడం.

- త్రిభుజంలోని మూడు కోణాలు. 90° కంటే తక్కువగా ఉంటే, ఆ త్రిభుజాన్ని 'అల్పకోణ త్రిభుజం' అంటారు.
- ఒక కోణం లంబకోణం (90°) గా గల త్రిభుజాన్ని 'లంబ కోణ త్రిభుజం' అంటారు.
- ఒక కోణం 90° కంటే ఎక్కువగా గల త్రిభుజాన్ని 'అధిక కోణ త్రిభుజం' అంటారు.



అల్ప కోణ త్రిభుజం   లంబకోణ త్రిభుజం   అధిక కోణ త్రిభుజం

ఇదివరకు కొలచిన త్రిభుజాల కోణాల ఆధారంగా విభజించి పేర్కొనండి. వీటిలో ఎన్ని లంబకోణ త్రిభుజాలున్నాయి.

వీటిని చేయండి :

కచ్చా రేఖా చిత్రాలు గీయడానికి ప్రయత్నించండి :

(a) విషమ అల్ప కోణ త్రిభుజం.

(b) అధిక కోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం

(c) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం

(d) విషమ బాహు లంబకోణ త్రిభుజం

వీటికి రేఖా చిత్రం గీయడం సాధ్యమా ఆలోచించండి :

(a) అధిక కోణ సమబాహు త్రిభుజం ?

(b) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం ?

(c) రెండు లంబకోణాలు గల త్రిభుజం?

ఆలోచించి, చర్చించి, మీ నిర్ణయాన్ని రాయండి.

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 5.6

1. ఇవి ఏ విధమైన త్రిభుజాలో పేర్కొనండి.

   (a) 7 సెం.మీ, 8 సెం.మీ, మరియు 9 సెం.మీ భుజాలు పొడవులు గాగల త్రిభుజం.

   (b) Δ ABC లో AB = 8.7 సెం.మీ, AC = 7 సెం.మీ మరియు BC = 6 సెం.మీ

   (c) Δ PQR లో PQ = QR = PR = 5 సెం.మీ

   (d) $m\angle D = 90^\circ$ మరియు Δ DEF

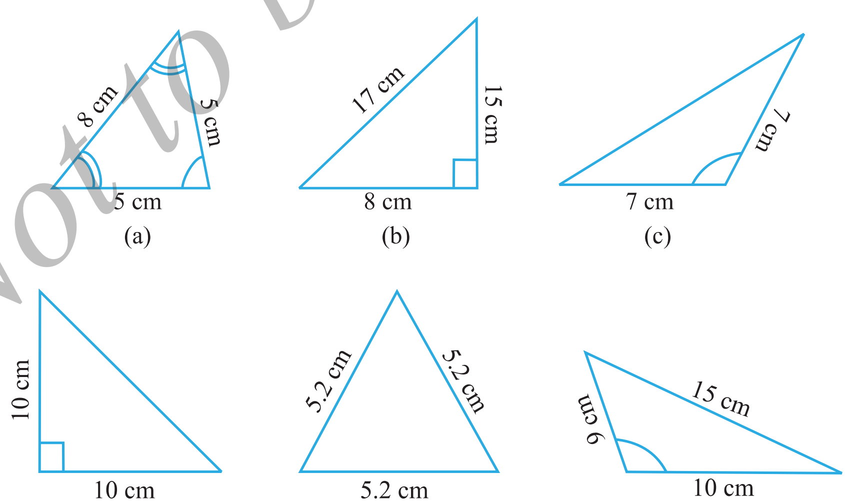
   (e) $m\angle Y$ 90° మరియు XY = YZ గాగల Δ XYZ

   (f) $m\angle L = 30^\circ$, $m\angle M = 70^\circ$ మరియు $m\angle N = 80^\circ$ గాగల Δ LMN.

2. జతపరచి రాయండి.

త్రిభుజాల కొలతలు		త్రిభుజాల రకాలు
(i) మూడు భుజాల పొడవులు సమానం		(a) విషమ బాహు
(ii) ఎండు భుజాల పొడవులు సమానం		(b) సమద్విబాహు లంబకోణ
(iii) వేర్వేరు భుజాల పొడవులు		(c) అధిక కోణ
(iv) 3 లఘు కోణాలు		(d) లంబకోణ
(v) ఒక లంబకోణం		(e) సమబాహు
(vi) ఒక అధిక కోణం		(f) అల్ప కోణం
(vii) ఒక లంబ కోణం పాటు రెండు భుజాల పొడవులు సమానం		(g) సమద్విబాహు

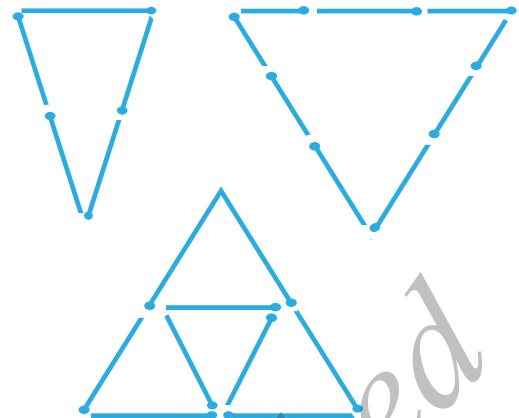
3. కింది త్రిభుజాలను రెండు విభిన్న విధాలలో పేర్కొనండి. (కోణం కొలతను పరిశీలన ద్వారా నిర్ణయించండి).



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

©KTBS Not to be republished

4. అగ్గి పుల్లలను ఉపయోగించి త్రిభుజాలను నిర్మిచడానికి ప్రయత్నించండి. కొన్ని ఇక్కడ ఇవ్వబడ్డాయి వీటితో మీరు కూడా కింది విధంగా త్రిభుజాలు నిర్మించ గలరా?



(a) 3 అగ్గిపుల్లలు

(b) 4 అగ్గిపుల్లలు

(c) 5 అగ్గిపుల్లలు

(d) 6 అగ్గిపుల్లలు

(గుర్తుంకోండి ప్రతి సందర్భంలోనూ, ఇచ్చిన అన్ని అగ్గిపుల్లలనూ ఉపయోగించాలి)

ప్రతి సందర్భంలో ఏర్పడిన త్రిభుజాల విధాలను పేర్కొనండి. మీరు త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం సాధ్యం కాకపోతే కారణం ఆలోచించండి.

5.8 చతుర్భుజాలు

నాలుగు భుజాలు కలిగిన బహుభుజాకృతిని చతుర్భుజం అంటారని మీకు తెలుసు.

వీటిని చేయండి.

1) రెండు జతలు సమానంగా లేని అగ్గిపుల్లలు తీసుకొని, వాటి చివరలు ఒకదానికొకటి చేరుకున్నట్లు ఉంచండి. ఇపుడు ఏర్పడిన ఆవృత ఆకృతి ఏది? అది ఒక చతుర్భుజం.

ఈ చతుర్భుజము యొక్క భుజాలు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, _____, _____.

ఈ చతుర్భుజం నాలుగు కోణాలు కలిగివున్నది.

అవి $\underline{|BAD}$, $\underline{|ADC}$, $\underline{|DCB}$ మరియు _________ BD ఒక కర్ణము.మరొకటి ఏది _________ భుజాలు మరియు కర్ణముల పొడవును కొలవండి. కోణాలన్నింటినీ కూడా కొలవండి.

2. నాలుగు సమానంగాలేని పుల్లలను ఉపయోగించి పైన సూచించిన కార్యచరణం చేసిన విధంగా కింది వాటిని నిర్మించడానికి ప్రయత్నించండి.

(a) అన్ని కోణాలు (నాలుగు) లఘు కోణాలుండునట్లు

(b) ఒక అధిక కోణం ఉండునట్లు

(c) ఒక లంబకోణం ఉండునట్లు

(d) రెండు అధిక కోణాలు ఉండునట్లు

(e) రెండు లంబకోణాలు ఉండునట్లు

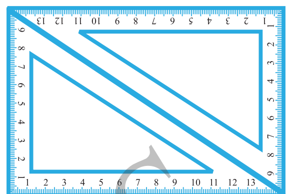
(f) కర్ణాలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉండునట్లు.

©KTBS Not to be republished

దీనిని చేయండి :

మీ జామెట్రీ బాక్స్‌లో రెండు మూల మట్టాలుంటాయి. ఒక దానిలో $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$, మరొక దానిలో $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ వుంటుంది. మీరు మీ స్నేహితులతో దీనిని చేయండి.

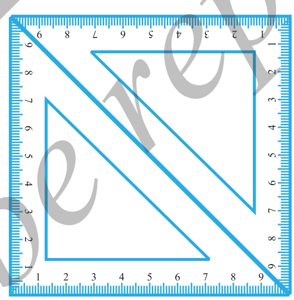
(a) మీ ఇద్దరి వద్ద ఒక జత $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ గల మూల మట్టాలున్నాయి. వాటిలోని చిత్రంలో చూపిన విధంగా అమర్చండి. ఇక్కడ కనబడు చతుర్భుజాన్ని పేర్కొన గలరా ?



దీని ప్రతి కోణము కొలత ఎంత ? చతుర్భుజము ఒక దీర్ఘ చతురస్రము.

దీర్ఘ చతురస్రపు మరొక ధర్మాన్ని మీరు గమనించునదేమంటే.

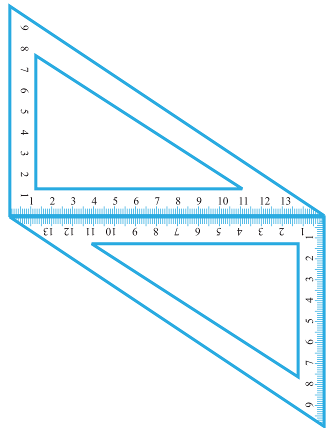
దీని ఎదురెదురు భుజాల కొలతలు సమానం. దీని మరొక ధర్మాని కనుగొన గలరా?



(b) మీరు $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$, గల మరొక జత మూలమట్టాలు ఉపయోగించినప్పుడు మనకు మరొక చతుర్భుజము ఏర్పడుతుంది. ఇది ఒక చతురస్రము. మనమిపుడు గమనించడ మేమంటె దీని భుజాలన్నీ సమనంగా ఉన్నాయా? దీని కోణాలు మరియు కర్ణాల గురించి మీరు ఏం చెబుతారు? మీరు మరికొన్ని చతురస్ర ధర్మాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

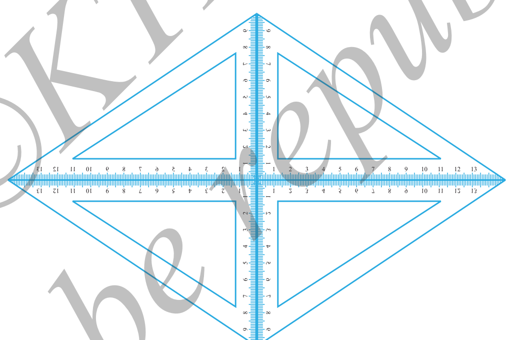
(c) మీరు ఇపుడు $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ గల ఒక జత మూలమట్టాలను వేరే విధంగా అమరిస్తే, మనకు సమాంతర చతుర్భుజం లభిస్తుంది.

©KTBS Not to be republished

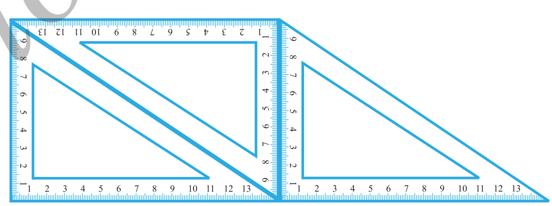


మీరు దీని ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉండటం గమనించవచ్చా? దీని అభిముఖ భుజాలు సమానంగా ఉన్నాయా? దీని కర్ణాలు సమానంగా ఉన్నాయా?

(d) ఇపుడు మీరు $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ గల నాలుగు మూలమట్టాల సహాయంతో మీకు ఒక రాంబస్ లభిస్తుంది.



(e) మీరు కొన్ని మూలమట్టాలను ఉపయోగించి, ఇక్కడ ఇవ్వబడిన విదంగా అమర్చవచ్చు.



ఈ చతుర్భుజంలో రెండు భుజాలు సమాంతరంగా ఉన్నాయి. ఇది ఒక ట్రెపీజియం. ఇక్కడ మీకు సాధ్యమైనంత కనుగొన్న సారాంశపు చిత్రణ ఇవ్వబడినది. దీనిని పూర్తి చేయండి.

©KTBS Not to be republished

చతుర్భుజం	అభిముఖ భుజాలు		భుజాలన్నీ సమానం	అభిముఖ భుజాలు సమానం	కర్ణములు	
	సమాంతర	సమాన			సమానం	లంబంగా ఉన్నాయి
సవరాంతర చతుర్భుజం	ఔను	ఔను	కాదు	ఔను	కాదు	కాదు
దీ ం ˇ ఖ చతురస్రం			కాదు			
చతురస్రం						ఔను
రాంబస్				ఔను		
ట్రెపీజియం		కాదు				

అభ్యాసం 5.7

1. సరి, తప్పులను గుర్తించండి.

(a) దీర్ఘ చతురస్రంలో ప్రతికోణం ఒక లంబకోణం.

(b) దీర్ఘ చతురస్రపు ఎదురెదురు భుజాల పొడవు సమానం.

(c) చతురస్రపు కర్ణములు ఒక దానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయి.

(d) రాంబస్‌లో భుజాలన్నింటి పొడవు సమానం.

(e) సమాంతర చతుర్భుజంలో భుజాలన్నింటి పొడవు సమాసం.

(f) ట్రెపీజియం ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి..

2. కింది వాటికి కారణాలు ఇవ్వండి.

(a) ఒక చతురస్రాన్ని పుత్యేకమైన ఒక దీర్ఘ చతురస్రమని ఆలోచించవచ్చు

(b) ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని ప్రత్యేకమైన ఒక సమాంతర చతుర్భుజము అని పరిగణించవచ్చు.

©KTBS Not to be republished

(c) ఒక చతురస్రాన్ని ప్రత్యేకమైన ఒక రాంబస్ అని పరిగణించవచ్చు.

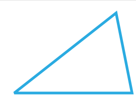
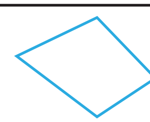
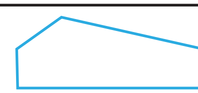
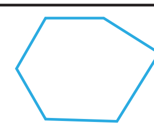
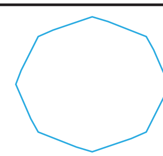
(d) చతురస్రము కూడా ఒక సమాంతర చతుర్భుజం.

(e) చతురస్రము కూడా ఒక సమాంతర చతుర్భుజం.

3. ఒక సాధరణ ఆకృతికి దాని భుజాలన్నీ సమానం మరియు కోణాలన్నీకూడా సమానం. ఇపుడు మీరు సాధారణ చతుర్భుజాన్ని గుర్తించగలరా?

5.9 బహు భుజాకృతులు :

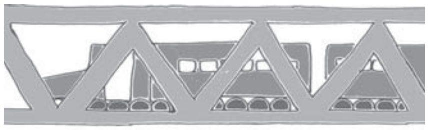
ఇప్పటి వరకు మనం 3 లేదా 4 భుజాలుగల బహు భుజాకృతి గురించి అధ్యయనం చేశాము. (అవి త్రిభుజం మరియు చతుర్భుజము) ఇపుడు మనం మన ఆలోచనను ఎక్కువ భుజాలు కలిగిన బహుభుజాకృతి గురించి విస్తరించడం గురించి ప్రయత్నిద్దాం. మనం బహుభుజాకృతులను వాటి భుజాల సంఖ్యకు అనుగుణంగా విభజించవచ్చు.

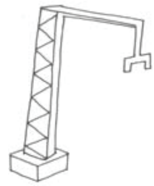
భుజాల సంఖ్య	పేరు	ఉదాహరణ/దృష్టాంతం
3	త్రిభుజం	
4	చతుర్భుజం	
5	పంచభుజి	
6	షడ్భుజి	
8	అష్టభుజి	

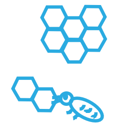
మీరు ప్రతిరోజు చాలారకాల ఆకారాలను గమనిస్తుంటారు. కిటికీలు, తలుపులు, గోడలు, అల్మైరాలు, నల్లబల్ల, నోటుపుస్తకాలు అన్ని సాధారణంగా దీర్ఘ చతురస్రా కారంలో కనిపిస్తాయి. నేలమీద టైల్స్ దీర్ఘ

©KTBS Not to be republished

చతురస్రాకారంలో ఉంటాయి. గట్టి స్వభావంగల త్రిభుజాకార ఉపకరణాలను ఇంజనీర్లు విన్యాస నిర్మాణానికి సహాయపడునట్లు ఎక్కువగా వినియోగించు కొంటారు.







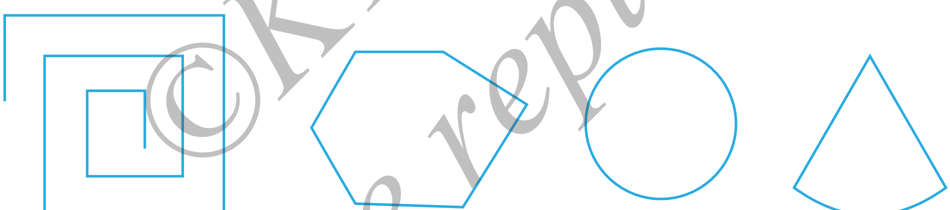
ఈ త్రిభుజాకారంలోగల అన్వయాలను విన్యాసాల నిర్మాణాలను కనుగొంటాం.

తేనెటీగ తన ఇంటిని షడ్భుజాకృతి ఆకారంలో నిర్మించియుండుటను చూస్తుంటాం. తేనెటీగకు తెలుసు

©KTBS Not to be republished

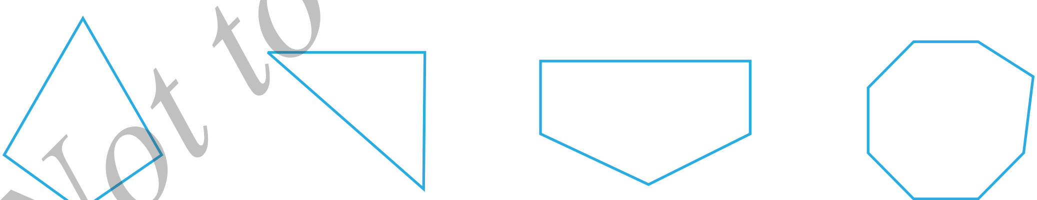
అభ్యాసం 5.8

1. కింది ఆకృతులు బహుభుజాకృతులో పరీక్షించండి. కానట్లయితే కారణాలు తెల్పండి.



(a) (b) (c) (d)

2. ప్రతి బహుభుజాకృతిని పేర్కొనండి.



(a) (b) (c) (d)

ప్రతిదానికి ఇంకా రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

3. సాధారణ షడ్భుజాకృతి కచ్చా చిత్రాన్ని నిర్మించండి. దీని ఏవైనా మూడు శీర్షాలను చేర్చి త్రిభుజాలను గీయండి. మీరు నిర్మించిన త్రిభుజ విధమును గుర్తించండి.

4. సాధారణ అష్టభుజాకృతి కచ్చా (Pnegh) చిత్రాన్ని నిర్మించండి.

5. ఏదైనా బహుభుజాకృతి రెండు అభిముఖ శీర్షాలను చేర్చు రేఖా ఖండము కర్ణము మరియు ఇది బహుభుజాకృతి భుజముకాదు. పంచభుజాకృతి కచ్చా చిత్రాన్ని నిర్మించి, దానిలో కర్ణాలను గీయండి.

5.10 త్రిమితీయ ఆకృతులు

మీ దైనందిన జీవితంలో కనిపించే కొన్ని చిత్రాలు ఇక్కడ ఇవ్వబడ్డాయి. ఆకృతులన్నీ ఘనాకృతులు ఇవి సమతల ఆకృతులు కాదు.

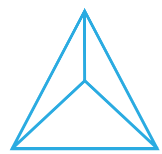
బంతి ఒక గోళం

ఐస్ క్రీం ఒక శంఖువు ఆకారం

ఈ టిన్ ఒక స్థూపం

ఈ పెట్టె ఒక దీర్ఘ ఘనం

పాచిక ఒక ఘనం


ఇది గోపురాకారం

గోళమును పోలిన ఏవైనా ఐదు వస్తువులను పేర్కొనండి.

శంఖం ను పోలిన ఏవైన ఐదు వస్తువులను పేర్కొనండి.

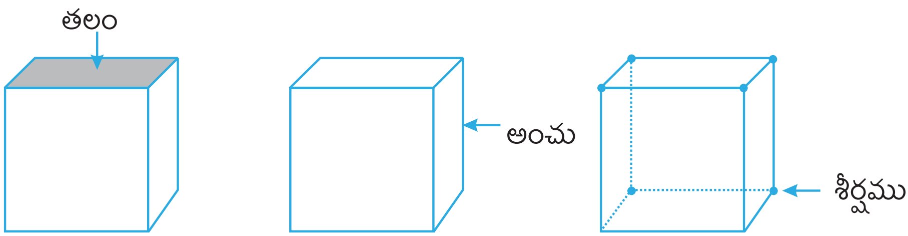
తలములు, (ముఖ ములు) అంచులు మరియు శీర్షములు :-

మనం గమనించే అనేక త్రిమితీయ ఆకృతులలో వాటి తలములు, అంచులు మరియు శీర్షాలు విభిన్నం గావుండడం గుర్తించవచ్చు. తలం, అంచు, శీర్షము ఈ మూడు పదాల అర్థం ఏమిట?

ఉదాహరణకు ఒక ఘనముకు తీసుకుందాం.

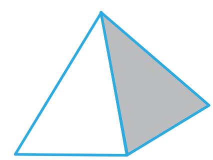
దీని ప్రతి ఉపరితలము తలంగా ఉన్నది. దీనిని సమతల ముఖం (లేదా సాధారణంగా ముఖం) అంటాం. రెండు తలములు పరస్పరం ఖండించు రేఖా ఖండాన్ని **అంచు** అంటాము. మూడు అంచులు చేర్చు బిందువును శీర్షము అంటాము.

©KTBS Not to be republished



ఇది ఒక పట్టకం మీ ప్రయోగాలయంలో దీనిని చూసి ఉండవచ్చు? దీని ఒక తలం త్రికోనం కావున దీనిని త్రిభుజాకార పట్టకం అంటారు.

త్రిభుజాకార తలమును పాదం అని కూడా అంటాము. పట్టకం ఒకే విధమైన రెండు పాదాలను కలిగి వున్నది.



త్రిభుజాకార తలమును పాదం అని కూడా అంటాము పట్టకం ఒకే విధమైన రెండు పాదాలను కలిగివున్నది. గీచిన తలముల దీర్ఘ చతురస్రాకారంలో ఉన్నాయి.

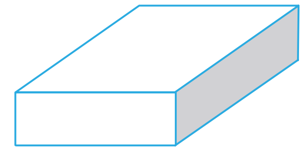
పట్టకం పాదం దీర్ఘ చతురస్రాకారంలో ఉంటే, దానిని దీర్ఘచతురస్రాకారా పట్టకం అంటారు. దీర్ఘ చతురస్రాకార పట్టకానికి గల మరొక పేరును గుర్తు తెచ్చుకుంటారా? గోపురం ఆకృతిలో ఒకే ఒక పాదం కలదు. మిగిలిన తలముల త్రిభుజాకారంలో ఉన్నాయి. ఇది ఒక చతురస్ర గోపురం. దీని పాదం చతురస్రం మీ త్రిభుజాకార గోపురంను ఊహిస్తారా? దాని కచ్చా చిత్రాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

సిలిండర్ (స్థూపం), శంఖం మరియు గోళం ఇవి ఏదేని సరళ రేఖలోగల అంచులు లేవు, శంఖం పాదం ఏ ఆకారంలో ఉంది? ఇది వృత్తమా? స్థూపం రెండు పాదాలను కలిగివుంది. అవి ఏ ఆకారంను కలిగివున్నాయి? ఔను గోళం ఏ సమతల తలములను కలిగ లేదు. దీని గురించి ఆలోచించండి.

©KTBS Not to be republished

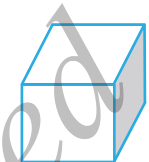
దీనిని చేయండి :

1. దీర్ఘ ఘనం ఒక దీర్ఘ చతురస్రా కారపు పెట్టెలా కనిపిస్తుంది.



ఇది 6 ముఖములు (తలములు) కల్గివున్నది ప్రతి ముఖము 4 మూలలను కలిగివున్నది (శీర్షములు అంటాం).

2. ఘనము కూడా ఒక దీర్ఘ ఘనము దీని అంచులన్నీ ఒకే పొడవును కలిగి ఉంటాయి.

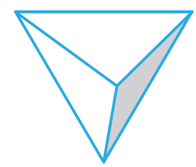


దీని ముఖముల సంఖ్య ___________

ప్రతి ముఖము ___________ అంచులు కలిగివున్నది.

ప్రతి ముఖము ___________ శీర్షాలను కలిగివున్నది.

3. త్రిభుజ గోపురపాదము త్రిభుజాకారములో ఉంటుంది. దీనిని చతుర్ముఖ ఘనము అని కూడా అంటాము.



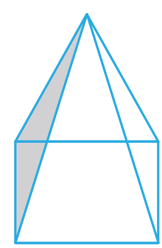
(తలములు)

ముఖములు : ___________________

అంచులు : ___________________

మూలలు : ___________________

4. చదరపు గోపుర పాదము చతురస్రాకారంలో ఉంటుంది.



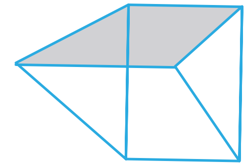
(తలములు)

ముఖములు : ___________________

అంచులు : ___________________

మూలలు : ___________________

5. త్రిభుజాకార పట్టకం చూడడానికి చిత్రదర్శిని (కెలిడోస్కోప్ – ఆకారంలో ఉంటుంది. దీని పాదము త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి.



(తలములు)

ముఖములు : ___________________

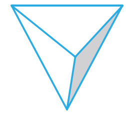
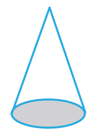
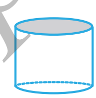
అంచులు : ___________________

మూలలు : ___________________

©KTBS Not to be republished

అభ్యాస 5.9

1. కింది వాటిని జతపరచండి :

(i)	శంఖం	(i)	
(a)	గోళం	(ii)	
(b)	స్థూపం	(iii)	
(c)	దీర్ఘఘనం	(iv)	
(d)	గోపురం	(v)	

ప్రతి ఒక్కదానికి రెండు కొత్త ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

2. వీటి ఆకారాలు ఏవి?

(a) మీ జామెట్రీ బాక్స్

(b) ఇటుక

(c) అగ్గి పెట్టె

(d) తీపి లడ్డు

(e) రోడ్‌రోలర్

©KTBS Not to be republished

మనమేమి చర్చించాం ?

1. ఒక రేఖాఖండము రెండు అంత్య బిందువుల మధ్య దూరమును దాని పొడవు అంటారు.

2. రేఖా ఖండాలను నిఖరమైన స్కేలు మరియు విభాగినులను పోల్చ ఉపయోగిస్తాం.

3. ఒక గడియారం ముల్లు ఒక స్థానం నుండి మరొక స్థానంనకు కదిలినపుడు మనకు కోణమునకు ఉదాహరణ చూడవచ్చు.

   ఘుల్లు ఒక పూర్తి చుట్టు ఒక పరిభ్రమణం. ఒక లంబకోణం $\frac{1}{4}$ పరిభ్రమణం మరియు సరల కోణం $\frac{1}{2}$ పరిభ్రమణం చేస్తుంది.

   కోణమానిని కోణాలు కొలవడానికి ఉపయోగిస్తాము. ఒక్కొక్క భాగాన్ని ఒక డిగ్రీ (1°) అంటాము. 900లను లంబకోణము అని, 180° లను సరళ కోణము అని అంటారు.

   లంబకోణం కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అల్పకోణము అని, లంబకోణము కంటే ఎక్కువ, సరళ కోణము కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అధిక కోణము అని అంటారు.

   సరళ కోణము కంటే ఎక్కువైన కోణాన్ని పరావర్తన (సరళ అధిక) అంటారు.

   సరళాధిక కోణం సరళ కోణం కంటే పెద్దదిగా ఉంటుంది

4. రెండు రేఖలు పరస్పరం సంబంగా ఖండించినచో, అప్పుడు వాటి మధ్య కోణం 90° ఉంటుంది.

5. లంబార్థక రేఖ దత్త రేఖా ఖండాన్ని లంబంగా మరియు పరస్పరం రెండు సమానమైన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

6. కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజాల రకాలు.

త్రిభుజం కోణాల స్వభావం	పేరు
ప్రతి కోణం అల్పకోణం	అల్పకోణ త్రిభుజం
ఒక కోణం లంబకోణం	లంబకోణత్రిభుజం
ఒకటి అధిక కోణం	అధిక కోణ త్రిభుజం

7. భుజాల కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాల వర్గీకరణను కింద గమనించండి.

త్రిభుజంయొక్క భుజాల స్వభావం	పేరు
మూడు భుజాలన్నింటి పొడవు అసమానం	అసమాన భుజపు త్రిభుజం
ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవు సమానం	సమద్విబాహు త్రిభుజం
మూడు భుజాలన్నింటి పొడవు సమానం	సమబాహు త్రిభుజం

©KTBS Not to be republished

పూర్ణాంకాలు

అధ్యాయం – 6

6.1 పరిచయం

సునితా తల్లి దగ్గర 8 అరటి పండ్లు ఉన్నాయి. సునితా ఆమె స్నేహితురాళ్ళతో కలిసి విహార యాత్రకు వెళ్ళ వలసి ఉంది. ఆమె తనతో పాటు 10 అరటి పండ్లు తీసుకెళ్ళాలనుకుంది. ఆమె తల్లి సునితాకు 10 అరటి పండ్లు ఇవ్వడానికి సాధ్యమౌతుందా? కాదు; అందువలన ఆమె తన పొరుగింటి నుండి మరుసటి రోజు ఇస్తానని చెప్పి 2 అరటి పండ్లు తెచ్చింది. సునితాకు 10 అరటి పండ్లు ఇచ్చిన తరువాత ఆమె తల్లి దగ్గర ఎన్ని అరటి పండ్లు మిగిలాయి? వాటిలో సున్నా అరటి పండ్లు ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చా? ఆమె దగ్గర ఎటువంటి అరటి పండ్లులేవు. అయితే ఆమె పొరుగింటివారికి 2 అరటి పండ్లు వాపసు ఇవ్వవలసి ఉంది. అందువలన తరువాత ఆమె కొన్ని అరటి పండ్లు కొన్నచో, ఉదాహరణకు 6 అరంటి పండ్లు కొన్నచో, అందులో 2 అరటి పండ్లను పొరుగింటివారికి వాపస్సు ఇవ్వాలి. అప్పుడు ఆమెదగ్గర 4 అరటి పండ్లు మాత్రమే మిగులుతాయి.

రోనాల్డ్ ఒక పెన్ను కొనడానికి మార్కెట్‌కు వెళ్ళాడు. అతని దగ్గర ₹12 మాత్రమే ఉన్నాయి. అయితే, అతడు కొనడానికి ఇష్ట పడ్డ పెన్ను ₹15 దర ఉంది. అంగడి వాని జ్ఞాపకం కోసం అతని డైరిలో రోనాల్డ్ పేరుతో

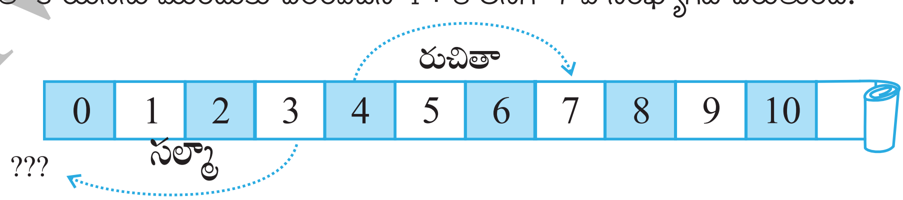
©KTBS Not to be republished

అప్పు అని రాశాడు. అయితే, రోనాల్డ్‌కు ₹3 ఇవ్వాలా లేదా రోనాల్డ్ నుండి 3 పొందాలా అని జ్ఞాపకముంచుకోవడానికా? ఈ అప్పును నిర్దిష్టమైన రంగు లేదా చిహ్నంతో చూపవచ్చా?

రుచితా మరియు సల్మా 0 నుండి 25 వరకు సమాన అంతరంలో గుర్తించబడిన సంఖ్యా పట్టికను ఉపయోగించుకొని ఒక ఆట ఆడుతున్నారు.

ఆట నియమాలు ఇలా ఉన్నాయి ప్రారంభంలో వారిద్దరూ సున్నా అంకెమీద రంగు చిహ్నం (కాయిన్)ను పెట్టారు. (రంగు బిళ్ళ పెట్టాలి). నీలం మరియు ఎరుపు రంగుగల రెండు పాచికలను ఒక సంచిలో వేసి, ఒక దాని తరువాత మరొకటి సంచిలో నుండి బయటకు తీయాలి. తీసిన పాచిక ఎరుపు రంగుదైతే, దానిని దొర్లించినప్పుడు పైకి వచ్చే ముఖంలోగల సంఖ్య కనుగుణంగా రంగు చిహ్నంను. సంఖ్యా పట్టికలో ముందుకు చలింపచేయడమైంది తీసిన పాచిక నీలం రంగు దైతే, దానిని దొర్లించినప్పుడు పైకి వచ్చే ముఖంలోగల సంఖ్య కనుగుణంగా రంగు చిహ్నం/కాయిన్‌ను సంఖ్యా పట్టికలో వెనుకకు చలింపచేయాలి. రంగు చిహ్నం ప్రతి చలనం (జరపగానే) ఆ రెండు పాచికలను తీసే అవకాశం సమానంగా ఉంటుంది. ఆటలో ముందుగా 25 మార్కుల గదిని చేరేవారు. విజేత అవుతారు. వారు ఆట ప్రారంభించారు. రుచితాకు ముందుగా ఎరుపురంగు పాచిక లభించింది. దానిని దొర్లించినప్పుడు 4 సంఖ్య పైకి వచ్చింది. ఆమె రంగు కాయిన్‌ను సంఖ్యా పట్టికలో 4 సంఖ్యగల గదికి చలింపజేస్తుంది. సల్మా కూడా ఎరుపురంగు పాచిక బయటకు తీసి విసిరినప్పుడు '3' సంఖ్య గల ముఖం పైకి వచ్చింది. ఆమె రంగు బిళ్ళ/కాయిన్‌ను సంఖ్యా పట్టికలో 3 సంఖ్యగల గదికి జరిపింది/చలింపజేసింది. రెండవ ప్రయత్నంలో రుచితాకు ఎరుపురంగు పాచికతో 3 మార్కులు పొందింది. సల్మా నీలం పాచిక నుండి 4 మార్కులు పొందింది. రెండవ ప్రయత్నం తరువాత వారిద్దరు తమ తమ రంగుల కాయిన్‌లను సంఖ్యా పట్టికలోని ఏ సంఖ్యా గదిలో పెట్టాలి?

రుచితా కాయిన్‌ను ముందుకు చలింపజేసి 4 + 3 అనగా 7 వ సంఖ్యాగది చేరుతుంది.



©KTBS Not to be republished

సల్మా తన కాయిన్‌ను '0' మీద పెట్టింది. అయితే దీనికి రుచితా ఆక్షేపించింది. సల్మా '0' నుండి వెనుకకు ఉండాలని సూచించింది, సల్మా ఒప్పుకొంది. అయితే, '0' కు వెనుక ఏ సంఖ్యా లేదు. వారేమి చేయాలి? రుచితా మరియు సల్మా సంఖ్యాపట్టికను మరొక వైపుకు విస్తరించారు. దాని కొరకు వారు నీలం పట్టికను ఉపయోగించారు.

	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	

అప్పుడు, సల్మా తాను '0' నుండి ఒక సంఖ్య వెనుకకు ఉండి, దానిని 'నీలం 1' అని చెప్పవచ్చు అని సూచించింది. రంగు కాయిన్ 'నీలం' ఆ నుండి 1 స్థానం అంత వెనుక ఉన్నచో స్థానాన్ని 'నీలం 2' అనవచ్చు. అదేవిధంగా 'నీలం 2' స్థానానికి 'నీలం 3' అదే విధంగా వారు సంఖ్యా పట్టికలో వెనుకకు చలింపచేయడానికి తీర్మానించారు. మరొక రోజు వారిద్దరు. ఇదే ఆట ఆడాలను కొన్నప్పుడు వారికి నీలం పట్టిక దొరకలేదు. అప్పుడు మరొకవైపుకు ప్రయాణించేటప్పుడు చలించేటప్పుడు మనం వ్యతిరేక దిక్కులో ప్రయాణించవలసినందున ఒక చిహ్నం ఉపయోగించాలని రుచికా సలహా నిచ్చింది. దీనివలన సున్నా నుండి తక్కువ సంఖ్యలకు ఒక చిహ్నం అవసరం ఉంది అని మీకు అనిపించింది కదా? అలాంటి చిహ్నం ఋణ చిహ్నం. ఋణ చిహ్నం కల్గియున్న సంఖ్య '0' కంటే చిన్నవి. ఇలాంటి సంఖ్యలను ఋణ సంఖ్యలు అంటారు.

©KTBS Not to be republished

దీనిని చేయండి :

(ఎవరు ఎక్కడ ?)

డేవిడ్ మరియు మోహన్ సున్నానుండి పరస్పరం వ్యతిరేక దిక్కులలో నడవడం ప్రారంభించారు. సున్నాకు కుడివైపు వేయు అడుగులను '+' చిహ్నంతో చూపగా, ఎడమ వైపు వేసే అడుగులను '–' చిహ్నంతో చూపుదాం. మోహన్ సున్నా కంటే కుడివైపు 5 అడుగులు నడచినచో దానిని +5 అని చూపవచ్చు. డేవిడ్ సున్నా నుండి 5 అడుగుల వేసినచో, దానిని –5 అని చూపవచ్చు. ఇప్పుడు ఈ కింది స్థానాలను '+' మరియు '–' చిహ్నాలతో చూపండి.

(a) సున్నాకు ఎడమవైపు 8 అడుగులు (b) సున్నాకు కుడివైపు 7 అడుగులు

(c) సున్నాకు కుడివైపు 11 అడుగులు (d) సున్నాకు ఎడమవైపు 6 అడుగులు

దీనిని చేయండి :

(నన్ను ఎవరు అనుసరిస్తారు ?)

వెనుకటి ఉదాహరణం నుండి మనం ప్రయాణించవలసిన అడుగులను సూచించు సంఖ్య ధన్మాకం గా ఉన్నచో, మనం కుడివైపుకు చలించాలిని ఈ వెనుకటి ఉదాహరణం నుండి తెలుసుకున్నాం. కేవలం ఒక అడుగు మాత్రమే ప్రయాణించినచో మనకు ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క తరువాతి సంఖ్య లభిస్తుంది.

సంఖ్య	తరువాత సంఖ్య
10	
8	
–5	
–3	
0	

©KTBS Not to be republished

కాయిన్/బిళ్ళ ఎంత ప్రయాణించాలో సూచించు సంఖ్య ఋణాత్మకమైనచో, కాయిన్‌ను ఎడమవైపు చలించజేయవలసి ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్య ఎడమవైపుకు 1 అంత చలించినచో ఆ సంఖ్యయొక్క వెనుకటి సంఖ్య లభిస్తుంది.

–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

కింది సంఖ్యల వెనుకటి సంఖ్యలను రాయండి.

సంఖ్య	వెనుకటి సంఖ్య
10	
8	
–5	
–3	
0	

6.1.1 నన్ను చిహ్నంతో అమర్చండి.

కొన్నిసంఖ్యలు ఋణ చిహ్నం పొందియుండుటను మీరు గమనించారు. ఉదాహరణకు రోనాల్డ్ అంగడివానికి ఇవ్వవలసిన బాకి డబ్బును చూపాల్సినచో మనం –3 అని రాయవచ్చు.

ఒక వ్యాపారి కొన్ని వస్తువులను అమ్మగా అయిన లాభ–నష్టాలను లెక్కింపు పట్టిక ఇవ్వబడినది. లాభం మరియు నష్టాలు పరస్పరం వ్యతిరేక సన్నివేశాలయినందువలన లాభాన్ని '+' చిహ్నంతో మరియు నష్టాన్ని '–' చిహ్నంతో చూపవచ్చు.

వస్తువు పేరు	లాభం	నష్టం	సరైన చిహ్నంతో చూపడం
ఆవాల నూనె	₹ 150		
బియ్యం		₹ 250	
మిరియాలు	₹ 225		
గోధుమలు	₹ 200		
వేరుశెనగ నూనె		₹ 330	

సముద్ర మట్టం నుండి ఎత్తైన ప్రదేశాల ఎత్తును ధన సంఖ్యతో సూచించబడుతుంది. సముద్ర మట్టం నుండి కిందికి వెళ్ళేకొద్దీ ఆ ప్రదేశం యొక్క ఎత్తు తక్కువ వుతూ వెళ్తుంది. అందువలన సముద్ర మట్టం నుండి కింది (తగ్గు) ప్రదేశాల ఎత్తును ఋణ సంఖ్యతో సూచించబడుతుంది.

సంపాదనను '+' చిహ్నంతో చూపినచో, ఖర్చును '–' చిహ్నంతో చూపవచ్చు. ఇదే విధంగా 0^0C నుండి అధిక ఉష్ణోగ్రతను '+' చిహ్నంతో సూచించినచో, 0^0C నుండి తక్కువ ఉష్ణోత్రగను '–' చిహ్నంతో సూచిస్తారు. ఉదాహరణకు ఒక ప్రదేశంలోని ఉష్ణోగ్రత 0^0C కంటే 10^0 అంత తక్కువగానున్నచో, దానిని -10^0C అని రాస్తాం.

కింది వాటిని ప్రయత్నించండి.

కింది సంఖ్యలను సరైన చిహ్నంతో రాయండి.

(a) సముద్ర మట్టానికి 100m కింద

(b) 0^0C ఉష్ణోత్ర నుండి 25^0C ఎక్కువ

(c) 0^0C ఉష్ణోగ్రత కంటే 15^0C తక్కువ

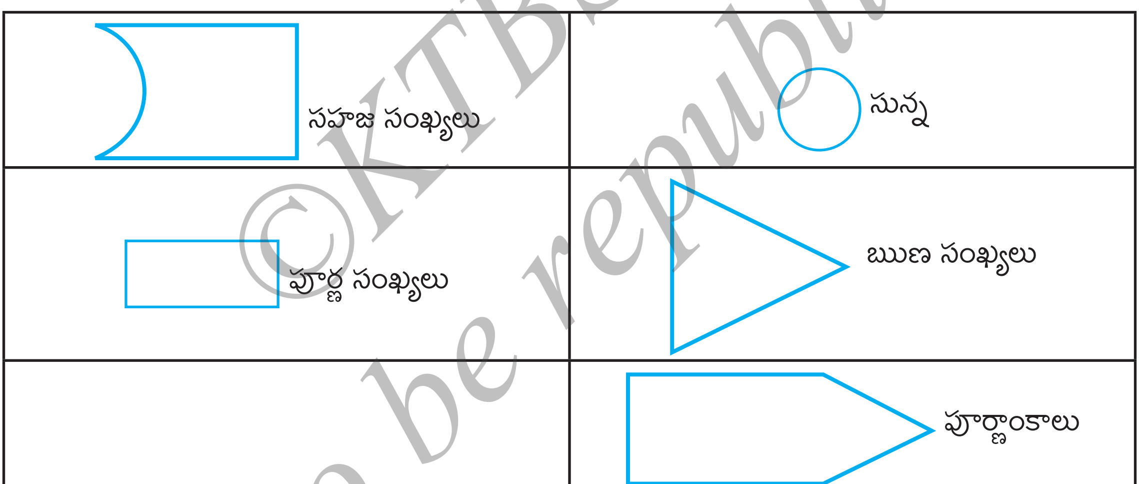
(d) 0 కంటే తక్కువ గల 5 సంఖ్యలు

©KTBS Not to be republished

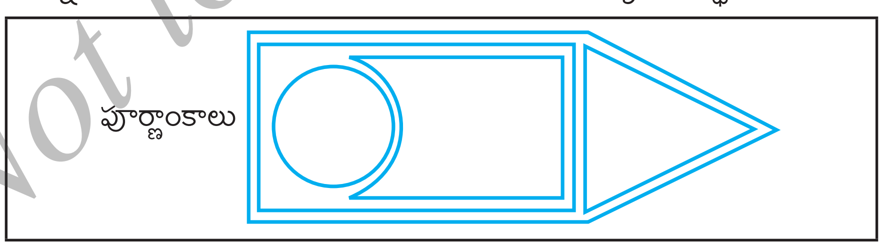
6.2 పూర్ణాంకాలు :

ముందుగా 1, 2, 3, 4....... మొదలగు సహజ సంఖ్యలను కనుగొనడమైంది. ఈ సహజ సంఖ్యల సేకరణకు '0' కలిపినప్పుడు 0, 1, 2, 3, 4 ..... అను పూర్ణ సంఖ్యలు లభిస్తాయని మీరు వెనుకటి అధ్యాయంలో అధ్యయనం చేశారు. ఈ పూర్ణ సంఖ్యలతో పాటు ఋణ సంఖ్యలు కూడా ఉంటాయని తెలిసిన తరువాత వాటన్నింటిని ఒకటిగా కలిపినచో 0, 1, 2, 3, 4, 5...........–1, –2, –3, –4, –5, ...

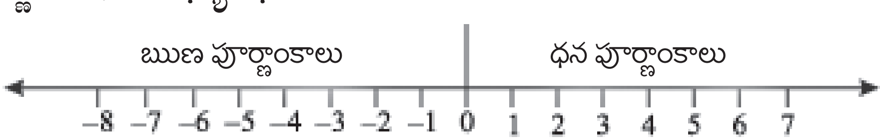
అను సంఖ్యల సేకరణ లభిస్తుంది. ఈ సంఖ్యం సేకరణను పూర్ణాంకాలు (Integers) అంటారు. ఇందులో 1, 2, 3..... వీటిని ధన పూర్ణాంకాలని –1, –2, –3, ... వీటిని ఋణ పూర్ణాంకాలని పిలుస్తారు. ఈ సంఖ్యలను చిత్రం సహాయంతో అర్థం చేసుకుందాం. ఈ చిత్రాలు వాటి ఎదురుగా రాయబడిన సంఖ్యల సేకరణను చూపుతాయని భావిద్దాం.



ఈ చిత్రాలన్నింటితో కూడిన మరొక చిత్రం సహాయంతో ఈ సంఖ్యలను అర్థం చేసుకుందాం.

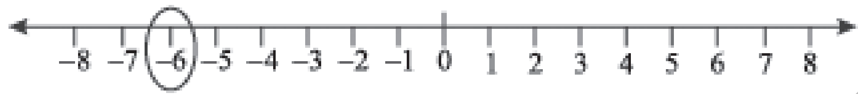


6.2.1 పూర్ణాంకాలను సంఖ్యా రేఖమీద చూపడం



©KTBS Not to be republished

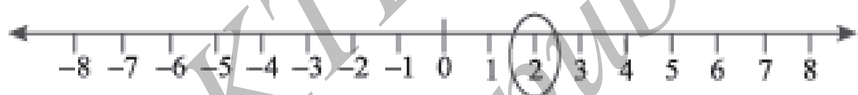
ఒక సరళ రేఖ గీచి చిత్రంలో చూపినట్లుగా సమాన దూరంలో బిందువులను గుర్తించండి. ఒక బిందువును '0' అని గుర్తించండి. '0' కు కుడివైపునగల బిందువులు ధన సంఖ్యలు, వాటిని +1, +2, +3 .... గా గుర్తించండి. '0' కు ఎడమవైపుగల సంఖ్యలు ఋణ సంఖ్యలు వాటిని –1, –2, –3,.... గా గుర్తించండి. –6 ను సంఖ్యా రేఖ మీద గుర్తించడానికి మనం '0' కు ఎడమవైపున 6 బిందువు లంత చలించాలి (చిత్రం 6.1)



చిత్రం 6.1

+2 ను సంఖ్యా రేఖ మీద గుర్తించడానికి మనం '0' కు కుడివైపున 2 బిందువులంత చలింపచేయాలి (చిత్రం 6.2)

వీటిని ప్రయత్నించండి : –3, –7, –4, –8, –1 మరియు –3 వీటిని సంఖ్యా రేఖా మీద చూపండి.



చిత్రం 6.2

6.2.2 పూర్ణాంకాలు శ్రేణీకరించడం

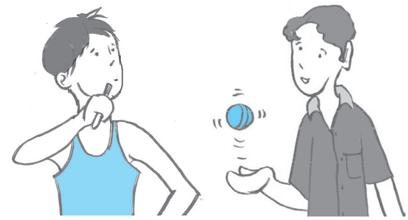
> **ప్రయత్నించండి:**
> –3, –7, –4, –8, –1 మరియు –3 వీటిని సంఖ్యా రేఖ మీద చూపండి.

రామన్ మరియు ఇమ్రాన్ నివసించు ఊరిలో ఒక బావి ఉండేది. ఆ బావిలో పై నుండి కిందివరకు 25 మెట్లు ఉన్నాయి.

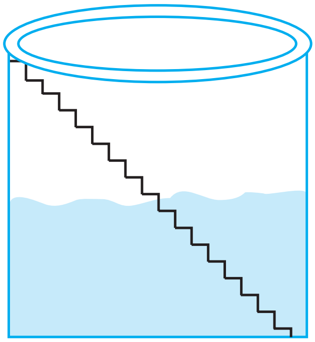
ఒక రోజు రామన్ మరియు ఇమ్రాన్ బావి దగ్గరకు వెళ్ళి. బావిలోని నీటిమీద 8 మెట్లను లెక్కించారు. వర్షం కురిసేటప్పుడు ఆ బావిలో నీరు ఎంతపైకి వస్తుందో చూడాలని నిర్ణయించారు. ఇప్పుడు నీటి మట్టం గల మెట్టును '0' గా గుర్తించారు. దాని పైనగల ప్రతి మెట్టును 1, 2, 3, 4లుగా గుర్తించారు.

వర్షం వచ్చిన తరువాత వెళ్ళి చూసినప్పుడు నీటి మట్టం 6 మెట్లంత పెరిగియుండుట వారు గమనించారు. కొన్ని నెలలు తరువాత నీటి మట్టం '0' గుర్తు కంటే 3 మెట్లంత కిందికి ఉండుటను గమనించారు. ఇప్పుడు వారిద్దరు నీటి మట్టం తగ్గుదలను గుర్తించినదాని గురించి ఆలోచించడం ప్రారంభించారు. మీరు వారికి సహాయపడగలరా?

©KTBS Not to be republished



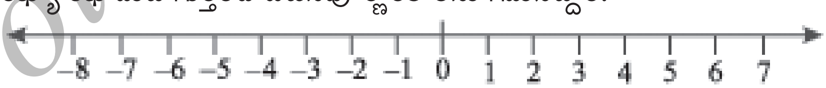
రామన్‌కు వెంటనే ఒక పెద్ద ఆనకట్టలో '0' కంటే కింద గుర్తించబడిన సంఖ్యలను చూసిన జ్ఞాపకం అయింది. సున్నామీద మరియు సున్నా కిందగల సంఖ్యలను వేరుచేయు విధానపు అవసరాన్ని ఇమ్రాన్ తెలిపాడు. అప్పుడు రామన్ సున్నా నుండి కిందగల సంఖ్యలతో ఋణ చిహ్నం ఉండుటను జ్ఞాపకం చేసుకున్నాడు. అందువలన '0' కంటే 1 మెట్టు కింది



మెట్టుకు –1, 0 కంటే 2 మెట్లు కింది మెట్లకు –2 ఈ విధంగా గుర్తిస్తూ వచ్చారు. ఈ విధంగా నీటి మట్టం ఇప్పుడు –3లో ఉంది. (సున్నా కంటే 3 మెట్లు కిందికి) ఆ తరువాత వినియోగించడం వలన నీటి మట్టం ఒక మెట్టు అంత కిందికి వచ్చినప్పుడు అది –4లో ఉంది. అనగా $-4 < -3$ దీని ఆధారంగా కింది ఖాళీ స్థళాలను > లేదా < చిహ్నలతో నింపండి.

0 ☐ –1	–100 ☐ –101
–50 ☐ –70	50 ☐ –51
–53 ☐ –5;	–7 ☐ 1

మరొక సారి సంఖ్యా రేఖ మీద గుర్తించ బడినపూర్ణాంకాలను గమనిద్దాం.



చిత్రం 6.3

$7 > 4$ అని మనకు తెలిసింది. సంఖ్యారేఖమీద 7 అనునది 4 యొక్క కుడివైపున ఉండుటను మనం గమనించవచ్చు. (చిత్రం 6.3)

©KTBS Not to be republished

ఇదే విధంగా 4>0 మరియు 4 అనునది సున్నాకు కుడివైపున ఉంది. సున్నా –3 కుడివైపున ఉండటం వలన 0 > –3, అదేవిధంగా –3 అనునది –8 కు కుడివైపున ఉండటం వలన –3 > –8 ఈ విధంగా సంఖ్యారేఖ మీద కుడివైపు చలించకుండా సంఖ్య పెరుగుతూ వెళ్తుంది. ఎడమవైపు చలించ కుండా సంఖ్య తక్కువవుతూ వెళ్ళుటను గమనిస్తున్నాం. అందువలన –3 < –2, –2 < –1, –1 < 0, 0 < 1, 1 < 2 , 2 < 3 .... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5............. ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

ప్రయత్నించండి:

ఈ ప్రశ్నా జతలను > లేదా < ఉపయోగించి, పోల్చండి.

0 ☐ –8; –1 ☐ –15; 5 ☐ –5;

11 ☐ 15; 0 ☐ 6; –20 ☐ 2.

పై అభ్యాసం నుండి రోహిణి కింది నిర్ధారణకు వచ్చింది.

(a) ప్రతి ధన పూర్ణాంకం ప్రతి ఋణ పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.

(b) 'సున్నా' అనునది ప్రతి ధన పూర్ణాంకం కంటే చిన్నది.

(c) 'సున్నా' అనునది ప్రతి ఋణ పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.

(d) 'సున్నా' అనునది ధన పూర్ణాంకమూ కాదు; ఋణ పూర్ణాంకమూ కాదు.

(e) 'సున్నా' కు కుడివైపునగల ఏదైనా సంఖ్య విలువలో సున్నా కంటే పెద్దది.

(f)) 'సున్నా' ఎడమ భాగంలోగల ఏదైనా సంఖ్య విలువలో సున్నా కంటే చిన్నది.

మీరు రోహిణి అభిప్రాయాలను ఒప్పుకుంటారా? ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

ఉదాహరణ 1: సంఖ్యా రేఖను చూసి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

–8 మరియు –2ల మధ్యగల పూర్ణాంకాలు ఏవి?

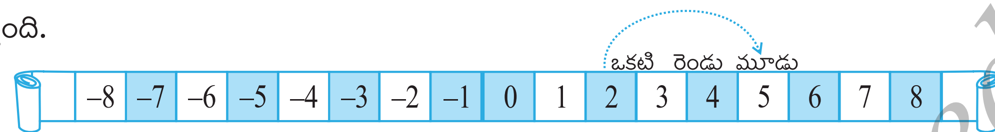
వాటిలో చాలా పెద్ద మరియు చాలా చిన్న పూర్ణాంకం ఏది?

సాధన : –8 మరియు –2 ల మధ్యగల పూర్ణాంకాలు –7, –6, –5, –4, –3. వీటిలో –3 చాలా పెద్ద మరియు –7 చాలా చిన్న పూర్ణాంకం.

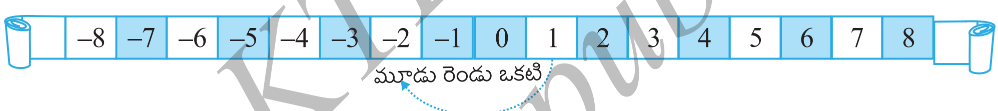
©KTBS Not to be republished

నేను సున్నాలో తేనట్లయితే నేను ప్రయాణించినప్పుడు ఏమవుతుంది?

రుచికా మరియు సల్మా దీనికి ముందు (వెనుక) ఆడిన ఆటను పరిగణిద్దాం రుచితా రంగుల కాయిన్ 2 పై మీద ఉంది అను కుందాం. తరువాతి వరుసలో ఆమెకు ఎరుపురంగు పాచిక లభించింది. దానిని దొర్లించి ప్పుడు '3' సంఖ్య వస్తుంది అనగా, వారు 2 నుండి కుడివైపుకు 3 స్థానాలంత ప్రయాణిస్తుంది అలాగే 5 కు వస్తుంది.



మరొకవైపు '1' లో ఉన్న సల్మా పాచికను ఎన్ను కొన్నప్పుడు నీలం రంగు పాచిక లభించింది. అందులో '3' సంఖ్య వచ్చినచో, ఆమె తానున్న సంఖ్య నుండి 3 అంత ఎడమవైపుకు రావాలని అర్థం అనగా ఆమె –2కు వస్తుంది.



సంఖ్యా రేఖ ఆధారంగా కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

ఉదాహరణ 2:

(a) ఒక బటన్ –3లో ఉంచబడింది. –9ను చేరాలంటే ఏ దిక్కు మరియు ఎంత దూరమంత మనం బటన్‌ను చలింపచేయాలి?

(b) –6 నుండి కుడివైపుకు 4 అడుగులంత చలింప జేసినచో మనం చేరెడి సంఖ్య ఏది?

సాధన :

(a) –3 నుండి 6 స్థానాలంత ఎడమవైపుకు మనం చలించాలి.

(b) –6 నుండి కుడివైపుకు 4 అంత చలించినప్పుడు మనం –2 చేరుతాం.

అభ్యాసం 6.1

1. కింది వాటికి వ్యతిరేక పదాలు రాయండి.

(a) బరువులో పెరుగుదల (b) 30km ఉత్తరం (c) 326m తూర్పు

(d) ₹ 700 నష్టం (e) సముద్ర మట్టం కంటే 100 m పైన

©KTBS Not to be republished

2. కింది సంఖ్యలను సరైన చిహ్నలతో పూర్ణాంకాలుగా చూపండి.

(a) ఒక విమానం భూమికి రెండు వేల మీటర్ల ఎత్తులో ఎగురుతోంది.

(b) ఒక జలాంతర్గామి సముద్ర మట్టం నుండి ఎనిమిది వందల మీటర్ల లోతులో ప్రయాణిస్తోంది.

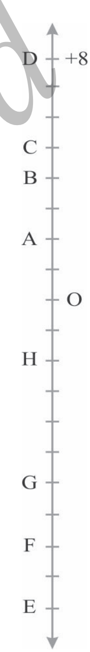
(c) రెండు వందల రూపాయల జమ.

(d) ఏడువందల రూపాయలు వాపసు పొందడం (withdrawal)

3. కింది పూర్ణాంకాలను సంఖ్యా రేఖమీద చూపండి.

(a) +5 (b) −10 (c) +8

(d) −1 (e) −6



4. ప్రక్కన ఒక సంఖ్యా రేఖను లంబంగా గీయబడినది. అందులో కింది బిందువులను గుర్తించండి.

(a) బిందువు D +8 అయితే, −8 ఏ బిందువు?

(b) G ఒక ఋణ పూర్ణాంకమా? ధన పూర్ణాంకమా ?

(c) B మరియు E బిందువులకు పూర్ణాంకాలు రాయండి.

(d) సంఖ్యా రేఖ మీద గుర్తించిన ఏ బిందువు కనిష్ట విలువ కలిగియుంది?

(e) ఈ బిందువులన్నింటిని విలువ తగ్గుదల ఆధారంగా రాయండి.

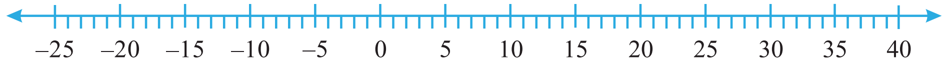
5. ఏడాదిలోని ఒక నిర్దిష్ట రోజున భారత దేశంలోని ఐదు స్థళాలలో నమోదైన ఉష్ణోగ్రత పట్టిక కింద ఇవ్వ బడినది.

స్థళం	ఉష్ణోగ్రత	
సియాచిన్	0^0 C కంటే 10^0 C లో పల	________
సిమ్లా	0^0 C కంటే 2^0 C తక్కువ	________
అహ్మదాబాద్	0^0 C కంటే 30^0 C పైన	________
ఢిల్లీ	0^0 C కంటే 20^0 C పైన	________
శ్రీనగర్	0^0 C కంటే 5^0 C లో పల	________

(a) ఇచ్చిన ఖాళీ స్థళంలో ఈ స్థళాల ఉష్ణోగ్రతలను పూర్ణాంక రూపంలో రాయండి.

(b) ఉష్ణోగ్రతను డిగ్రి సెల్సియస్‌లో చూపెడి సంఖ్యా రేఖను ఇవ్వ బడింది.

©KTBS Not to be republished



ఉష్ణోగ్రతకు అనుగుణంగా స్థళం పేరును సంఖ్యా రేఖలో రాయండి.

(c) చాలా శీతల ప్రదేశం ఏది?

(d) 10° కంటే ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రతగల స్థళాల పేర్లను రాయండి.

6. కింది ప్రతి సంఖ్యా జతలో, సంఖ్యా రేఖలో ఒక సంఖ్య కంటే కుడివైపున గల సంఖ్య ఏది?

(a) 2, 9 (b) –3, –8 (c) 0, –1

(d) –11, 10 (e) –6, 6 (f) 1, –100

7. ఇచ్చిన పూర్ణాంకాల జతల మధ్య పూర్ణాంకాలన్నింటిని ఆరోహణా క్రమంలో రాయండి.

(a) 0 మరియు –7 (b) –4 మరియు 4

(c) –8 మరియు –15 (d) –30, –23

8. (a) –20 కంటే పెద్దవైన నాలుగు ఋణ పూర్ణాంకాలు రాయండి.

(b) –10 కంటే చిన్నవైన నాలుగు ఋణ పూర్ణాంకాలు రాయండి.

9. కింది వ్యాఖ్యలను సరి లేదా తప్పైన వ్యాఖ్యలను సరిచేసి రాయండి.

(a) –8 అనునది సంఖ్యా రేఖలో –10 కు కుడివైపు ఉంది.

(b) –100 అనునది సంఖ్యా రేఖలో –50 కు కుడివైపు ఉంది.

(c) చాలా చిన్న ఋణ సంఖ్య –1

(d) –26 అనునది –25 కంటే చిన్నది.

10. ఒక సంఖ్యా రేఖ గీచి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(a) –2 కు కుడివైపు 4 సంఖ్యలంత ప్రయాణించినచో, ఏ సంఖ్యను చేరుతాం?

(b) 1 కు ఎడమవైపు 5 సంఖ్యలంత ప్రయాణించినచో ఏ సంఖ్యను చేరుతాం?

(c) మనం సంఖ్యా రేఖలో –8 మీద ఉన్నచో, –13 చేరడానికి మనం సంఖ్యా రేఖకు ఏ దిక్కులో ప్రయాణించాలి.

(d) మనం సంఖ్యా రేఖలో –6 మీద ఉన్నచో –1 చేరడానికి మనం సంఖ్యారేఖకు ఏ దిక్కులో ప్రయాణించాలి.

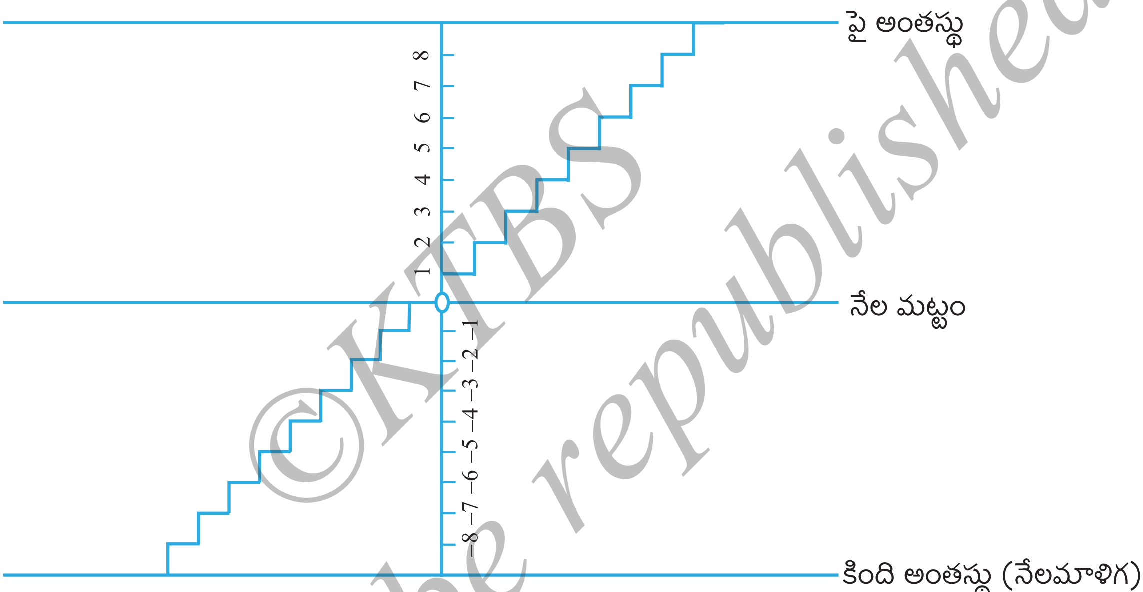
©KTBS Not to be republished

6.3 పూర్ణాంకాల సంకలనం

చేసి చూడండి :

(పైకి మరియు కిందికి వెళ్ళడం)

మోహన్ ఇంటిలో పై అంతస్థు ఎక్కడానికి మరియు కింది అంతస్థుకు దిగడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. పై అంతస్థుకు ఎక్కే మెట్ల సంఖ్యను ధనాత్మకమని, కింది అంతస్థుకు (నేలమాళిగ) దిగే మెట్ల సంఖ్యను ఋణాత్మకమని మరియు నేల మట్టాన్ని 'సున్నా' గా పరిగణిద్దాం.



ఇప్పుడు వీటిని చేసి, పూర్ణాంకాల రూపంలో చూపండి.

(a) నేల మట్టం నుండి 6 మెట్లు పైకి వెళ్ళండి.

(b) నేల మట్టం నుండి 4 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళండి.

(c) నేల మట్టం నుండి 5 మెట్లంత పైకి వెళ్ళి, అక్కడినుండి పునః 3 మెట్లంత పైకి వెళ్ళండి.

(d) నేల మట్టం నుండి 6 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళి అక్కడి నుండి పునః 2 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళండి.

(e) నేల మట్టం నుండి 8 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళి, అక్కడినుండి 5 మెట్లంత పైకి వెళ్ళండి.

(f) నేల మట్టంనుండి 7 మెట్లంత పైకి వెళ్ళి, అక్కడినుండి 10 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళండి.

(g) నేల మట్టంనుండి 7 మెట్లంత పైకి వెళ్ళి, అక్కడినుండి 10 మెట్లంత కిందికి వెళ్ళండి.

©KTBS Not to be republished

వాటిని అమీనా ఇలా రాసింది.

(i) +6 (ii) −4 (iii) (+5) + (+3) = +8

(iv) (−6) + (−2) = −4 (v) (−5) + (+12) = +7

(vi) (−8) + (+5) = −3 (vii) (+7) + (−10) = 17

ప్రయత్నించండి:

కింది చూపినట్లుగా నేలమీద సంఖ్యారేఖను గీయండి. పై ఉదాహరణలో ఇచ్చినటువంటి ప్రశ్నలను తయారు చేసి,ఆ ప్రశ్నలను మీ స్నేహితులను అడగండి.

−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

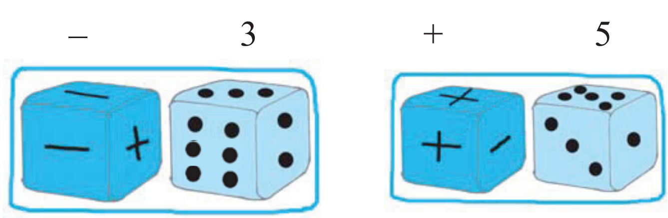
ఆమె కొన్ని తప్పులు చేసింది ఆమె రాసిన వాటిని పరిశీలించి, తప్పులను సరి చేయగలరా?

ఒక ఆట

+25 నుండి −25 వరకు పూర్ణాంకాలను నమోదు చేసిన సంఖ్యా పట్టిక తీసుకోండి.

	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	

1 నుండి 6 వరకు సంఖ్యలుగల రెండు ఒక పాచిక మరియు మూడు ముఖాలలో '+' చిహ్నం మరియు మూడు ముఖాలలో '–' చిహ్నంగల మరొక పాచిక ఇలా రెండు పాచికలు తీసుకోండి.



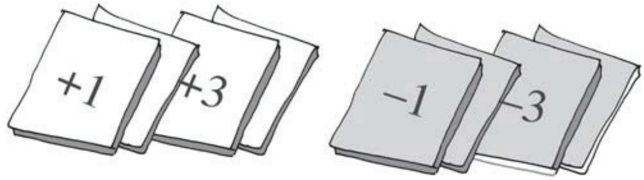
ఆటగాళ్ళు వేర్వేరు రంగుల కాయిన్/బిళ్ళలను సంఖ్యా పట్టికలో సున్నాపై ఉంచనీయండి. ప్రతి సారి ఈ రెండు పాచికలను దొర్లించినప్పుడు ఈ రెండు పాచికలలో వచ్చిన చిహ్నం మరియు సంఖ్యలను గమనించాలి. సంఖ్యయొక్క పాచికలో 3 వచ్చి పాచికలో '–' చిహ్నం వచ్చినచో, అది–3 అదే విధంగా సంఖ్యయొక్క పాచికలో 5 వచ్చి చిహ్నం యొక్క పాచికలో '+' వచ్చినచో అది +5.

ఒక ఆటగార్తెకు '+' చిహ్నం లభించినప్పుడు ఆమె బిళ్ళను ముందుకు జరపాలి. (+25 వరకు) అలాగే '–' చిహ్నం లభించినప్పుడు కాయిన్‌ను వెనుకకు జరపాలి (−25 వైపుకు) ప్రతి ఆటగాడు రెండు పాచికలను ఒకేసారి దొర్లించాలి/విసరాలి. ఏ ఆటగాడి దగ్గరకు బిళ్ళ/కాయిన్ −25 చేరుతుందో అతడు 'ఔట్ ' ఏ

©KTBS Not to be republished

ఆటగాడి రంగు బిళ్ళ మొదట +25 చేరుతుందో అతడు గెలిచినట్లు (విజేత).

ఇదే విధంగా మనం +1, +2, +3, +4, +5, +6 మరియు –1, –2, –3, –4, –5, –6 గా నమోదు చేసిన 12 కార్డులను ఉపయోగించి ఆడవచ్చు. ప్రతి ప్రయత్నం తరువాత కార్డులను బాగా కల బెట్టాలి.



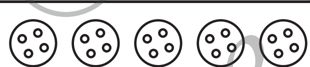
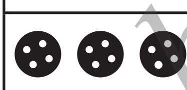
కమల, రేష్మ మరియు మీను ఈ ఆటను ఆడుతున్నారు. కమల మూడు వరుస ప్రయత్నాలలో –5, +3, +1 కార్డులు పొందింది. ఆమె తన రంగు బిళ్ళను +11 లో ఉంచింది.

రేష్మాకు –5, +3, +1 దొరికింది. ఆమె తన రంగు బిళ్ళను –1లో ఉంచింది. మీనుకు +4, –3, –2 సంఖ్యలు లభించాయి. ఆమె ఏ సంఖ్యమీద తన రంగు బిళ్ళను ఉంచాలి? –1 పైనా +1 పైనా?

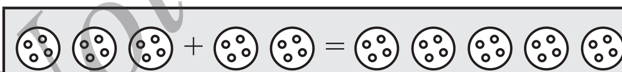
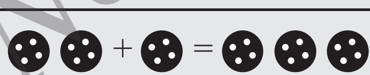
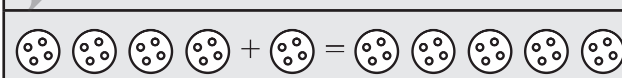
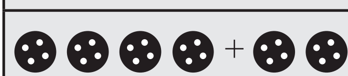
చేసి చూడండి :

వేర్వేరు రంగుల బటన్‌లు తీసుకోండి. ఉదాహరణకు తెలుపు మరియు నలుపు రంగు బటన్‌లు. ఒక తెలుపు రంగు బటన్ (+1) ను చూపనీయండి. మరియు ఒక నలుపు రంగు బటన్ (–1) ను చూపనీయండి. ఇప్పుడు ఒక తెలుపు రంగు బటన్ (+1) మరియు ఒక నలుపు రంగు బటన్ (–1), వీటి అమరిక '0' ను చూపుతుంది. ఎందుకనగా (+1) + (–1) = 0.

కింది పట్టికలో పూర్ణాంకాలను రంగుల బటన్‌ల సహాయంతో చూపబడినది.

రంగుల బటన్‌లు	పూర్ణాంకాలు
	5
	-3
	0

మనమిప్పుడు రంగుల బటన్‌ల సహాయంతో పూర్ణాంకాల సంకలనం చేద్దాం పట్టికను వీక్షించి, పూర్తి చేయండి.

	(+3) + (+2) = +5
	(-2) + (-1) = -3
	....
 = ...	....

©KTBS Not to be republished

ప్రయత్నించండి:

సంకలనం చేయండి.

(a) (–11) + (–12)

(b) (+10) + (+4)

(c) (–32) + (–25)

(d) (+23) + (+40)

రెండు ధన సంఖ్యలున్నచో వాటిని మనం కూడుతాం.

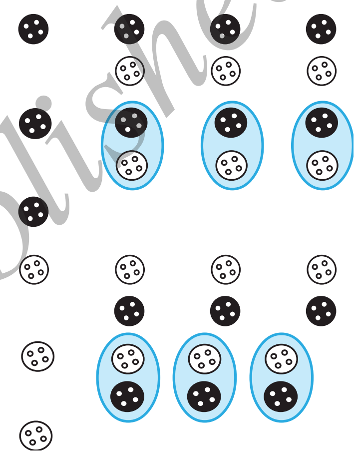
ఉదా : (+3) + (+2) = +5 (= 3 + 2)

అదే విధంగా రెండు సంఖ్యలున్నప్పుడు మనం సంఖ్యలను కూడుతాం.

అలాగే జవాబు ఋణ చిహ్నం (–) పొందుతుంది.

ఉదా : (–2) + (–1) = –(2 + 1) = –3

ఇప్పుడు ఒక ధన సంఖ్యతో ఒక పూర్ణ సంఖ్యను ఈ బటన్‌ల సహాయంతో కూడుదాం. ఒక తెల్లటి బటన్‌కు ఒక నల్లటి బటన్‌లాగా బటన్‌లను జంటగా బయటకు తీద్దాం. [(+1) + (1) = 0] మిగిలిన బటన్‌ల సంఖ్య గమనించండి.



(a) (4) + (+3)

= (1) + (–3) + (+3)

= (–1) + 0 = 1

(b) (+4) + (–3)

= +1 + (+3) + (–3)

= +1 + 0 = +1

4–3 యొక్క జవాబు 1 మరియు –4 + 3 యొక్క జవాబు –1 అని తెలుస్తోంది.

అందువలన ఒక ధన సంఖ్య మరియు ఒక ఋణ సంఖ్యలను కూడేటప్పుడు సంఖ్యలను తీసేయాలి. అయితే, అలాగే వచ్చిన జవాబు పెద్ద పూర్ణాంక చిహ్నాన్ని పొందుతుంది. (పెద్ద సంఖ్యను నిర్ధారించడం వలన దాని చిహ్నాన్ని పరిగణించరాదు) సహాయం కొరకు ఎక్కువ ఉదాహరణలు

ప్రయత్నించండి:

కింది వాటికి సాధన కనుగొనండి.

(a) (–7) + (+8)

(b) (–9) + (+13)

(c) (+7) + (–10)

(d) (+12) + (–7)

(a) (+5) + (8) = (+5) + (5) + (3) = 0 + (3) = (3)

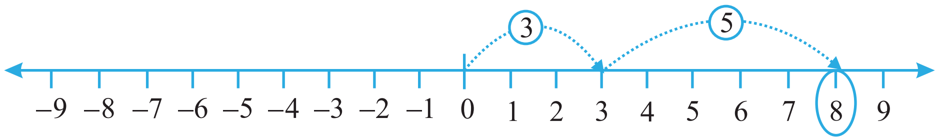
(b) (+6) + (4) = (+2) + (+4) = (+2) + 0 = (+2)

6.3.1 సంఖ్యా రేఖమీద పూర్ణాంకాల సంకలనం

రంగుల బటన్‌ల సహాయంతో ఎల్లప్పుడూ పూర్ణాంకాలను కూడటం సులభం కాదు. దాని కొరకు మనం సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగిద్దామా?

©KTBS
Not to be republished

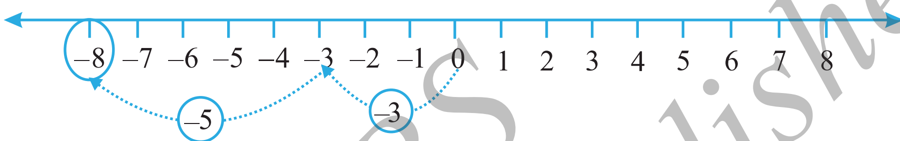
(i) 3 మరియు 5 ను సంఖ్యా రేఖ సహాయంతో కూడుదాం.



చిత్రం 6.4

సంఖ్యా రేఖలో మనం ముందుగా '0' నుండి కుడివైపుకు 3 అడుగులు ప్రయాణించి '3' ను చేరుతాల. ఇప్పుడు ఈ 3 కు కుడివైపుకు 5 అడుగులు ప్రయాణించి '8' ని చేరుతాం. ఇప్పుడు 3 + 5 = 8 (చిత్రం 6.4)

(ii) –3 మరియు –3 ను సంఖ్యా రేఖలో కూడుదాం.

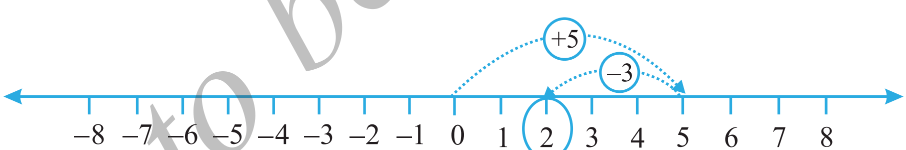


చిత్రం 6.5

మనం ముందుగా సంఖ్యా రేఖలో '0' నుండి ఎడమవైపుకు 3 అడుగులు ప్రయాణించి –3 ను చేరుతాం. తరువాత –3 కు ఎడమవైపు 5 అడుగులు ప్రయాణించి –8 చేరుతాం (చిత్రం 6.5) అనగా (–3) + (–5) = (–8)

దీని వలన రెండు ధన సంఖ్యలను కూడినప్పుడు వాటి మొత్తం ధన పూర్ణాంకం అవుతుంది. రెండు ఋణ పూర్ణాంకాలను కూడినప్పుడు వాటి మొత్తం ఋణ పూర్ణాంకం అని తెలుస్తుంది.

(iii) ఇప్పుడు (+5) మరియు (–3) ల మొత్తాన్ని సంఖ్యా రేఖ ద్వారా తెలుసు కుందాం. ముందుగా సంఖ్యా రేఖలో '0' కు కుడివైపు 5 అడుగలు ప్రయాణించి 5 ను చేరి. ఆ తరువాత 5 కు ఎడమవైపు 3 అడుగలు ప్రయాణించినప్పుడు 2 ను చేరుతాం (చిత్రం 6.6)

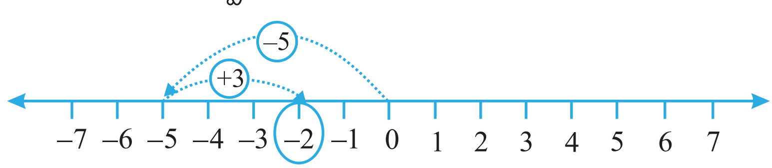


చిత్రం 6.6

అనగా (+5) + (–3) = 2

(iv) ఇదే విధంగా (–5) + (+3) ల మొత్తాన్ని సంఖ్యా రేఖ మీద కనుగొందాం.

మొదట సంఖ్యా రేఖలో '0' కు ఎడమవైపు 5 అడుగులు ప్రయాణించి –5 ను చేరి, ఆ తరువాత –5 కు కుడివైపు 3 అడుగులు ప్రయాణించినప్పుడు –2 ను చేరుతాం. అనగా, (–5) + (+3) = –2 (చిత్రం 6.7).



చిత్రం 6.7

©KTBS Not to be republished

ఒక పూర్ణాంకానికి ఒక ధన పూర్ణాంకం కూడినప్పుడు లభించు పూర్ణాంకం దత్త పూర్ణాంకం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఒక పూర్ణాంకానికి ఒక ఋణ పూర్ణాంకాన్ని కూడినప్పుడు లభించు పూర్ణాంకం దత్త పూర్ణాంకం కంటే తక్కువ అవుతుంది.

ఇప్పుడు మనం +3 మరియు –3ని కూడుదాం. మొదట సంఖ్యా రేఖలో 0కు కుడివైపున 3 అంత ప్రయాణించి +3 చేరుతాం. అనంతరం +3 ఎడమవైపుకు 3 అంత ప్రయాణిస్తాం. చివరిగా మనం ఎక్కడికి చేరుతాం? చిత్రం 6.8 సహాయంతో 3 + (–3) = 0 అవుతుంది.

ప్రయత్నించండి:

1. సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి, సాధనను కనుగొనండి.

   (a) (–2) +6 (a) (–6) + 2

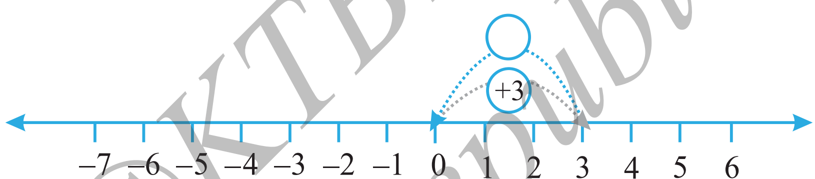
   ఇదే విధంగా రెండు ప్రశ్నలను తయారు చేసి, వాటిని సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించి సాధించండి.

2. సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించ కుండానే సమస్యలను సాధించండి.

   (a) (+7) + (–11) (a) (–13) + (+10)

   (a) (–7) + (+9) (a) (+10) + (–5)

   ఇదే విధమైన 5 ప్రశ్నలను తయారుచేసి సాధించండి.



చిత్రం 6.7

ఇదే విధంగా 2 మరియు –2 ను కూడినప్పుడు '0' లభిస్తుంది. 3 మరియు –3, 2 మరియు –2 మొదలగు సంఖ్యలను పరస్పరం కూడినప్పుడు మొత్తం '0' అవుతుంది. ఈ సంఖ్యలను ఒకటి మరొకదాని 'సంకలన విలోమం' అంటారు.

6 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది? –7 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

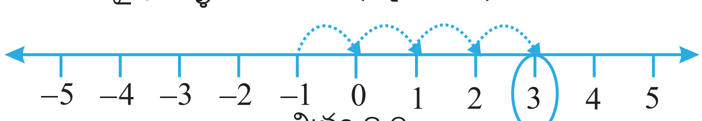
ఉదాహరణ 3: సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించి

(a) –1 కంటే 4 అడుగులు పెరిగిన

(b) 3 కంటే 5 అడుగులు తక్కువగల

పూర్ణాంకాలను రాయండి.

సాధన: (a) –1 నుండి 4 అడుగల పెరిగిన పూర్ణాంకాన్ని తెలుసుకోవలసివుంది. అందువలన –1 తో ప్రారంభించి 4 అడుగులు కుడివైపు వెళ్ళి 3 చేరుతాం (చిత్రం 6.9)

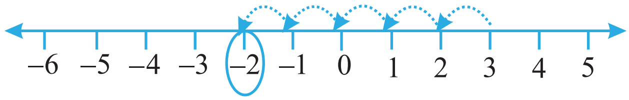


చిత్రం 6.9

అందువలన –1 నుండి 4 అడుగల పెరిగిన పూర్ణాంకం 3.

©KTBS Not to be republished

(b) 3 కంటే 5 అడుగలు తక్కువగల పూర్ణాంకాన్ని మనం తెలుసుకోవాల్సివుంది. అందువలన 3 తో ప్రారంభించి ఎడమవైపు 5 అడుగులు ప్రయాణించినచో –2 చేరుతాం. (చిత్రం 6.10).



చిత్రం 6.10

అందువలన 3 నుండి 5 తక్కువయినచో, –2 అవుతుంది.

ఉదాహరణ 4: (–9) + (+4) + (–6) + (+3)ల మొత్తం కనుగొనండి.

సాధన : ధన సంఖ్యలు మరియు ఋణ సంఖ్యల గుంపులు అగునట్లు ఈ పూర్ణాంకాలను అమర్చవచ్చు.

$(-9) + (+4) + (-6) + (+3) = (-9) + (-6) + (+4) + (+3)$

$= (-15) + (+7) = -8$

ఉదాహరణ 5 : (30) + (–23) + (–63) + (+55) ల విలువ కనుగొనండి.

సాధన : $(30) + (+55) + (-23) + (-63) = 85 + (-86) = 1$

ఉదాహరణ 6: (–10), (92), (84) మరియు (–15) మొత్తం కనుగొనండి.

సాధన : $(-10) + (92) + (84) + (15) = (-10) + (-15) + 92 + 84$

$= (-25) + 176 = 151$

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 6.2

1. సంఖ్యా రేఖ మీద కింది పూర్ణాంకాలను రాయండి.
   (a) 5 కంటే 3 ఎక్కువగల
   (b) –5 కంటే 3 ఎక్కువగల
   (c) 2 కంటే 6 తక్కువగల
   (d) –2 కంటే 3 తక్కువగల.

2. సంఖ్యారేఖ మీద కింది పూర్ణాంకాలను కూడండి.
   (a) 9 + (–6)
   (b) 5 + (–11)
   (c) (–1) + (–7)
   (d) (–5) + 10
   (e) (–1) + (–2) + (–3)
   (f) (–2) + 8 + (–4)

3. సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించ కుండా మొత్తం కనుగొనండి.

(a) 11 + (–7) (b) (–13) + (+18)

(c) (–10) + (+19) (d) (–250) + (+150)

(e) (–380) + (–270) (f) (–217) + (–100)

4. మొత్తం కనుగొనండి.

(a) 137 మరియు –354 (b) –52 మరియు 52

(c) –312, 39 మరియు 192 (d) –50, –200 మరియు 300

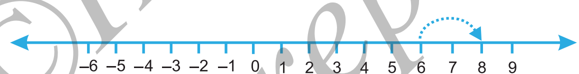
5. మొత్తం కనుగొనండి.

(a) (–7) + (–9) + 4 + 16

(b) (37) + (–2) + (–65) + (–8)

6.4 సంఖ్యా రేఖ సహాయంతో పూర్ణాంకాల వ్యవకలనం

సంఖ్యా రేఖ మీద ధన పూర్ణాంకాలను మన చూశాం ఉదాహరణకు 6 + 2 ను పరిగణిద్దాం. సంఖ్యా రేఖలో మనం 6 నుండి ప్రారంభించి. 2 అడుగులు కుడివైపుకు వెళ్తాం. మరియు 8 ని చేరుతాం. అందువలన 6 + 2 = 8 (చిత్రం 6.11).



చిత్రం 6.11

6 మరియు (–2) ను సంఖ్యా రేఖమీద కూడేటప్పుడు మనం 6 తో ప్రారంభించి. ఎడమవైపుకు 2 అడుగులు వెళ్ళి 4 ను చేరుతాం. అందువలన 6 + (–2) = 4 చిత్రం (6.12).

చిత్రం 6.12

ఇదే విధంగా సంఖ్యా రేఖ మీద ధన సంఖ్యను ఒక సంఖ్యను కూడేటప్పుడు మనం కుడివైపుకు ప్రయాణించడాన్ని మరియు ఋణ సంఖ్యను ఒక సంఖ్యకు కూడునప్పుడు ఎడమవైపుకు ప్రయాణించడం చూస్తున్నాం.

దీనితోపాటు సంఖ్యారేఖను పూర్ణ సంఖ్యలతో ఉపయోగించునప్పుడు 6 నుండి 2 ను తీసివేయడానికి మనం ఎడమవైపుకు ప్రయాణించడాన్ని చూస్తున్నాం. (చిత్రం 6.13).

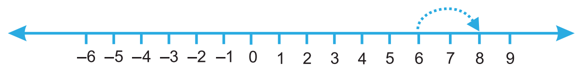
చిత్రం 6.13

©KTBS Not to be republished

అనగా 6 – 2 = 4

6 – (–2) దీని సాధనకొరకు మనమేమి చేయాలి. సంఖ్యా రేఖ మీద ఎడమవైపు ప్రయాణిస్తామా లేదా కుడివైపుకు ప్రయాణిస్తామా ?

మనం ఎడమవైపుకు ప్రయాణించినచో +4 ను చేరుతాం. అనగా 6–(–2)=4 అని చెప్పవచ్చు. అయితే అది నిజం కాదు. ఎందుకనగా 6–2=4 మరియు 6–2 ≠ 6–(–2) అందువలన మనం కుడివైపు ప్రయాణించాలి (చిత్రం 6.14)



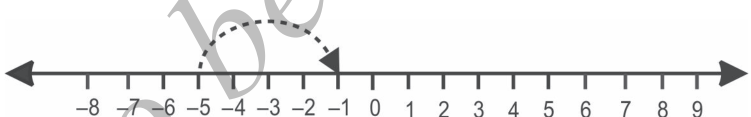
చిత్రం 6.14

అనగా 6–(–2) = 8

దీనివలన ఒక సంఖ్యనుండి ఋణ సంఖ్యను తీసివేసినప్పుడు మనకు ఆ సంఖ్యకుండి పెద్ద సంఖ్య లభిస్తుందని తెలుస్తుంది. దీనిని మరొక విధానంలో పరిగణిద్దాం (–2) యొక్క సంకలన విలోమం 2 అని మనకు తెలిసింది. ఈ విధంగా 6 కు –2 యొక్క సంకలన విలోమాన్ని కూడాలి. 6 నుండి (–2)ను తీసివేయడానికి సమానం.

దీనిని 6 – (–2) = 6 + 2 అని రాయవచ్చు.

ఇప్పుడు –5 – (–4) యొక్క విలువను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కనుగొందాం. అది –5 + (–4) యొక్క విలువను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కనుగొందాం. అది –5 + (4) కు సమానమైనదని చెప్పవచ్చు. ఎందు కనగా, –4 యొక్క సంకలన విలోమం +4. మనం జవాబు కొరకు 5 తో ప్రారంభించి సంఖ్యారేఖలో 4 అడుగులు కుడివైపు వెళ్ళాలి.(చిత్రం 6.15).



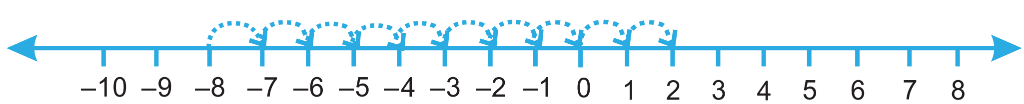
చిత్రం 6.15

మనం –1 ని చేరుతాం.

అనగా –5 + 4 = –1 ఈ విధంగా –5 – (–4) = –1

ఉదాహరణ 7 : సంఖ్యా రేఖ ఉపయోగించి –8––(–10) ల విలువ కనుగొనండి.

సాధన : –10 ల సంకలన విలోమం +10 అయివుండటం వలన –8–(–10) అనునది –8+10 కు సమానం. సంఖ్యా రేఖ మీద –8 నుండి మనం 10 అడుగులు కుడివైపుకు ప్రయాణించాలి. (చిత్రం 6.16)



చిత్రం 6.16

©KTBS Not to be republished

మనం 2 కు చేరుతాం. అనగా −8 − (− 10) = 2

ఈ విధంగా ఒక పూర్ణాంకాన్ని ఇచ్చిన పూర్ణాంకం నుండి తీసివేయడానికి తీసివేయవలసిన పూర్ణాంకం యొక్క సంకలన విలోమాన్ని ఇచ్చిన సంఖ్యకు కూడినచో సరిపోతుంది.

ఉదాహరణ 8 : −10 నుండి −4 ను తీసివేయండి.

సాధన : −10 − (−4) = (−10) + (−4) ల సంకలన విలోమం

= 10 + 4 = −6

ఉదాహరణ 9 : −3 నుండి + 3ను తీసివేయండి.

సాధన : (−3) − (+3) = −3 + (+3 ల సంకలన విలోమం)

= (−3) + (−3) = −6

అభ్యాసం 6.3

1. కనుగొనండి :

(a) 35 − (20) (a) 72 − (90)

(b) (−15) − (−18) (a) (−20) − (13)

(c) 23 − (−12) (a) (−32) − (−40)

2. ఖాళీవదిలిన స్థలాలను >, < లేదా = చిహ్నంతో నింపండి.

(a) (−3) + (−6) ________ (−3) − (−6)

(b) (−21) − (−10) ________ (−31) + (−11)

(c) 45 − (−11) ________ 57 + (−4)

(d) (−25) − (−42) ________ (−42) − (−25)

3. ఖాళీలను పూరించండి :

(a) (−8) + ________ = 0

(b) 13 + ________ = 0

(c) 12 + (12) = ________

(d) (−4) + ________ = −12

(e) ________ −15 = −10

©KTBS Not to be republished

4. కనుగొనండి.

(a) (–7) – 8 – (–25)

(b) (–13) + 32 – 8 – 1

(c) (–7) + (–8) + (–90)

(d) (50) – (–40) – (–2)

మనమేమి చర్చించాం ?

1. కొన్ని సన్నివేశాలలో మనం ఋణ చిహ్నంతో కూడిన సంఖ్యలను మనం గమనించాం. సంఖ్యారేఖలో సున్నా కంటే కిందికి వెళ్ళునప్పుడు మనం వాటిని ఉపయోగిస్తాం. ఇలాంటి సంఖ్యలను ఋణ సంఖ్యలు అంటారు. ఉష్ణమాపకం, సరోవరాలు మరియు నదుల నీటి మట్టం, ట్యాంకులలో నూనె మట్టం మొదలగునవి దీనికి ఉదాహరణ. అప్పు లేదా ఇవ్వడానికి బాకివున్న డబ్బును నమోదు చేయడానికి కూడా ఈ ఋణ సంఖ్యలను ఉపయోగించవచ్చు.

2. .... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4........... ఈ సంఖ్యల సేకరణకు పూర్ణాంకాలు అంటారు. ఇదే విధంగా –1, –2, –3, –4 .... ఈ ఋణ పూర్ణాంకాలను ఋణ సంఖ్యలని 1, 2, 3, 4.......... ఈ ధన పూర్ణాంకాలను ధన సంఖ్యలని పిలుస్తారు.

3. ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే 1 పెరిగినప్పుడు తరువాతి సంఖ్య లభిస్తుంది. ఇచ్చిన సంఖ్యకంటే 1 తక్కువ అయినప్పుడు వెనుకటి సంఖ్య లభిస్తుందని తెలుసుకున్నాం.

4. మనం గమనించవలసిన అంశాలు.

(a) ఒకే చిహ్నంగల సంఖ్యలను కూడునప్పుడు, ఆ సంఖ్యలను కూడి అదే చిహ్నాన్ని వేయడం.

(i) రెండు ధన పూర్ణాంకాలను కూడునప్పుడు ధన పూర్ణాంకమే లభిస్తుంది.

ఉదా : (+3) + (+2) = +5

(ii) రెండు ఋణ పూర్ణాంకాలను కూడునప్పుడు ఋణ పూర్ణాంకమే లభిస్తుంది.

ఉదా : (–2) + (–1) = –3

(b) ఒక ధన సంఖ్య మరియు ఋణ సంఖ్యను కూడునప్పుడు మనం వాటి చిహ్నాలను పరిగణించకుండా పూర్ణ సంఖ్యలుగా వాటిని తీసివేసి వచ్చిన జవాబును పెద్ద సంఖ్య చిహ్నాన్ని వేయడం. పెద్ద సంఖ్య ఏదో వాటి చిహ్నాలను పరిగణించకుండా తీర్మానించడం.

[ఉదా : (+4) + (–3) = +1 మరియు (–4) + (+3) = –1]

(c) పూర్ణాంకాల వ్యవకలనం దాని సంకలన విలోమ సంకలనానికి సమానం.

5. సంఖ్యా రేఖ మీద పూర్ణాంకాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం ఎలా చేయాలో చూపాం.

Not to be republished ©KTBS

జవాబులు

అభ్యాసం 1.1

1.	(a)	పది	**2.**	(a)	73,75,307
	(b)	పది		(b)	9,05,00,041
	(c)	పది		(c)	7,52, 21,302
	(d)	పది		(d)	58,423,202
	(e)	పది		(e)	23,30,010

3. (a) 8,75,95,762 ఎనిమిది కోట్ల డెబ్బైఐదు లక్షల తొంభై ఐదు వేల ఏడువందల అరవైరెండు.

(b) 85,46,283 ఎనభైఐదు లక్షల నలభై ఆరు వేల రెండు వందల ఎనభై మూడు.

(c) 9,99,00,046 తొమ్మిది కోట్ల తొంభై తొమ్మిది లక్షం నలభై ఆరు.

(d) 9,84,32,701 తొమ్మిది కోట్ల ఎనభై నాలుగు లక్షల ముప్పైరెండు వేల ఏడు వందల ఒకటి.

4. (a) 78,921,092 డెబ్బై ఎనిమిది మిలియన్ల తొమ్మిది వందల ఇరవై ఒక వేల తొంభై రెండు.

(b) 7,452,283 ఏడు మిలియన్ల నాలుగు వందల యాభై రెండు వేల రెండు వందల ఎనభై మూడు.

(c) 99,985,102 తొంభైతొమ్మిది మిలియన్ల తొమ్మిది వందల ఎనభై ఐదు వేల ఒక వంద రెండు.

(d) 48,049,831 నలభై ఎనిమిది మిలియన్ల నలభై తొమ్మిది వేల ఎనిమిది వందల ముప్పై ఒకటి.

అభ్యాసం 1.2

1.	7,707 టికెట్లు	**2.**	3,020 రన్‌లు
3.	2,28,800 ఓట్లు	**4.**	₹ 6,86,659; 2వ వారం ₹ 1,14,877
5.	52,965	**6.**	87,575 స్క్రూలు
7.	₹ 30,592	**8.**	65,124
9.	18 చొక్కాలు 1 m 30 cm	**10.**	177 పెట్టెలు
11.	22 km 500 m	**12.**	180 లోటాలు

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 1.3

1. (a) 1,700 (b) 500
(c) 16,000
(d) 7,000

2. (a) 5,000 ; 5,090 (b) 61,100 ; 61,130
(c) 7,800 ; 7,840
(d) 4,40,900 ; 4,40,980

3. (a) 1,20,000 (b) 1,75,00,000 (c) 7,80,000 (d) 3,00,000

అభ్యాసం 2.1

1. 11,000 ; 11,001 ; 11,002 **2.** 10,000 ; 9,999 ; 9,998 **3.** 0 **4.** 20

5. (a) 24,40,702 (b) 1,00,200 (c) 11,000,00 (d) 23,45,671

6. (a) 93 (b) 9,999 (c) 2,08,089 (e) 76,54,320

7. (a) 503, అనునది 506కి ఎడమవైపు ఉంది ; 503 < 530
(b) 307 అనునది 370కి ఎడమవైపు ఉంది ; 307 < 370
(c) 56,789 అనునది 98,765కి కుడివైపు ఉంది ; 56,789 < 98,765
(d) 98,30,415 అనునది 1,00,23,001కి ఎడమవైపు ఉంది;
98,30,415 < 1,00,23,001

8. (a) తప్పు (b) తప్పు (c) సరి (d) సరి (e) సరి
(f) తప్పు (g) తప్పు (h) తప్పు (i) సరి (j) తప్పు
(k) తప్పు (l) సరి (m) తప్పు

అభ్యాసం 2.2

1. (a) 1,408 (b) 4,600

2. (a) 1,76,800 (b) 16,600 (c) 2,91,000 (d) 27,90,000
(e) 85,500 (f) 10,00,000

3. (a) 5,940 (b) 54,27,900 (c) 81,26,500 (d) 1,92,25,000

4. (a) 76,014 (b) 87,108 (c) 2,60,064 (d) 1,68,840

5. ₹ 3,960 **6.** ₹ 4,500

7. (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 2.3

1. (a) **2.** అవును **3.** అవిరెండు '1' అయివుటుంది.

4. (a) 73,528 (b) 54,42,437 (c) 20,600 (d) 5,34,375 (e) 17,640

5. 123456 × 8 + 6 = 987654

1234567 × 8 + 7 = 9876543

అభ్యాసం 3.1

1. (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15

(c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27

(e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20

(g) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (h) 1, 23 (i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

2. (a) 5, 10, 15, 20, 25 (b) 8, 16, 24, 32, 40 (c) 9, 18, 27, 36, 45

3. (i) (b) (ii) (d) (iii) (a)

(iv) (f) (v) (e)

4. 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

అభ్యాసం 3.2

1. (a) సరిసంఖ్య (b) సరిసంఖ్య

2. (a) తప్పు (b) సరి (c) సరి (d) తప్పు (e) తప్పు

(f) తప్పు (g) తప్పు (h) సరి (i) తప్పు (j) సరి

3. 17 మరియు 71, 37 మరియు 73, 79 మరియు 97

4. ప్రధాన సంఖ్యలు : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

మిశ్రమ సంఖ్యలు : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 **5.** 7

6. (a) 3 + 41 (b) 5 + 31 (c) 5 + 19 (d) 5 + 13

(ఇదొక విధానం ఇంకా వేరే విధానాలు ఉండవచ్చు)

7. 3, 5; 5, 7 ; 11, 13

8. (a) మరియు (c) **9.** 90, 91, 92 , 93, 94, 95, 96

©KTBS Not to be republished

10. (a) 3 + 5 + 13 (b) 3 + 5 + 23

(c) 13 + 17 + 23 (d) 7 + 13 + 41

(ఇదొక విధానం ఇంకా వేరే విధానాలు ఉండవచ్చు)

11. 2, 3 ; 2, 13; 3, 17; 7, 13; 11, 19

12. (a) ప్రధాన సంఖ్యలు (b) మిశ్రమ సంఖ్యలు

(c) ప్రధాన సంఖ్యలు, మిశ్రమ సంఖ్యలు (d) 2 (e) 4 (f) 2

అభ్యాసం 3.3

1.

సంఖ్య	ఈ సంఖ్యతో భాగించ బడుతాయి.								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
990	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	అవును
1586	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు
275	కాదు	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	అవును
6686	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు
639210	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	కాదు	అవును	అవును
429714	అవును	అవును	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	అవును	కాదు	కాదు
2856	అవును	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3060	అవును	అవును	అవును	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు
406839	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు

2. 4 తో భాగించ బడేవి : (a) , (b), (c), (d), (f), (g), (h), (i)

8తో భాగించ బడేవి : (b), (d), (f), (h)

3. (a), (f), (g), (i) **4.** (a), (b), (d), (e), (f)

5. (a) 2 మరియు 8 (b) 0 మరియు 9 **6.** (a) 8 (b) 6

అభ్యాసం 3.4

1. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 5 (d) 1, 2, 4, 8

2. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5

3. (a) 24, 48, 72 (b) 36, 72, 108

©KTBS Not to be republished

4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

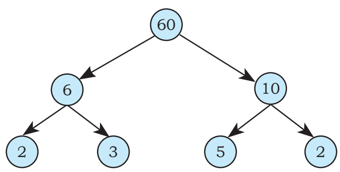
5. (a), (b), (e), (f) **6.** 60 **7.** 1, 2, 3, 4, 6

అభ్యాసం 3.5

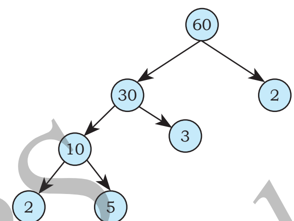
1. (a) తప్పు (b) సరి (c) తప్పు (d) సరి (e) తప్పు

(f) తప్పు (g) సరి (h) సరి (i) తప్పు

2. (a)



(b)



3. 1 మరియు అదే సంఖ్య

4. 9999, $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$

5. 10000, $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

6. $1729 = 7 \times 13 \times 19$

రెండు వరుస క్రమ ప్రధాన సంఖ్యల వ్యత్యాసం 6

7. (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$ అనునది 6తో భాగించ బడుతుంది.

(ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$ అనునది 6తో భాగించ బడుతుంది.

9. (b), (c)

10. అవును

11. కాదు సంఖ్య 12 అనునది 4 మరియు 6 రెండింటితో కూడా భాగించ బడుతుంది. అయితే 12, 24తో భాగించబడదు.

12. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

అభ్యాసం 3.6

1. (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9 (e) 12

(f) 34 (g) 35 (h) 7 (i) 9 (j) 3

2. (a) 1 (b) 2 (c) 1 **3.** కాదు ; 1

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 3.7

1. 3 kg **2.** 6930 cm **3.** 75 cm **4.** 120

5. 960 **6.** అపరాహ్నం 7 గం 7 ని. 12 సెకెండ్లు.

7. 31 లీ **8.** 95 **9.** 1152

10. (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60

ఇందులో ప్రతి సందర్భంతో కూడా క.సా.గు 3 యొక్క గుణకం అయింది.

అవును, ప్రతి సందర్భంలో కూడా క.సా.గు = రెండు సంఖ్యల గుణలబ్ధం.

11. (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45

ప్రతి సందర్భంలో కూడా ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు ఇచ్చిన సంఖ్యలలో గరిష్టమైనది.

అభ్యాసం 4.1

1. (a) O, B, C, D, E.

(b) చాలా జవాబులు సాధ్యం వాటిలో కొన్ని : $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DO}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{EO}$ మొదలగునవి.

(c) చాలా జవాబులు సాధ్యం వాటిలో కొన్ని : $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{EB}$, మొదలగునవి.

(d) చాలా జవాబులు సాధ్యం వాటిలో కొన్ని: $\overline{DE}$, $\overline{DO}$, $\overline{EO}$, $\overline{OB}$, $\overline{EB}$ మొదలగునవి.

2. $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CA}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{DC}$

3. (a) చాలా జవాబులు ఉన్నాయి. వాటిలో ఒక జవాబు $\overleftrightarrow{AE}$.

(b) చాలా జవాబులు ఉన్నాయి. వాటిలో ఒక జవాబు $\overleftrightarrow{AE}$.

(c) $\overleftrightarrow{CO}$ లేదా $\overleftrightarrow{OC}$

(d) చాలా జవాబులు సాధ్యం. వాటిలో కొన్ని $\overleftrightarrow{CO}$, $\overleftrightarrow{AE}$ and $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{EF}$.

4. (a) అసంఖ్యాకం (b) ఒకటే ఒకటి

6. (a) సరి (b) సరి (c) సరి (d) తప్పు

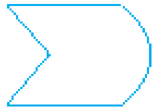
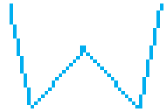
(e) తప్పు (f) తప్పు (g) సరి (h) తప్పు

(i) తప్పు (j) తప్పు (k) సరి

అభ్యాసం 4.2

1. తెరచిన : (a), (c); మూసిన : (b), (d), (e). **4.** (a) అవును (b) అవును

©KTBS Not to be republished

5. (a)  (b)  (c) సాధ్యంకాదు.

అభ్యాసం 4.3

1. ∠ A లేదా ∠ DAB; ∠ B లేదా ∠ ABC; ∠ C లేదా ∠ BCD; ∠ D లేదా ∠ CDA

2. (a) A (b) A, C, D. (c) E, B, O, F.

అభ్యాసం 4.4

1. లోపలా లేదు అంతేగాక వెలుపలా లేదు.

2. (a) ΔABC, ΔABD, ΔADC.

(b) కోణాలు : ∠ B, ∠ C, ∠ BAC, ∠ BAD, ∠ CAD, ∠ ADB, ∠ ADC

(c) రేఖా ఖండాలు : $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{DC}$,

(d) ΔABC, ΔABD

అభ్యాసం 4.5

1. కర్ణములు చతుర్భుజపు లోపలి భాగంలో ఖండిస్తాయి.

2. (a) $\overline{KL}$, $\overline{NM}$, మరియు $\overline{KN}$, $\overline{ML}$, (b) ∠ K, ∠ M మరియు ∠ N, ∠ L

(c) లేదా

(d) ∠ K, ∠ L మరియు ∠ M, ∠ N లేదా ∠ K, ∠ L మరియు ∠ L, ∠ M మొదలగునవి.

అభ్యాసం 4.6

1. (a) O (b) $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ (c) $\overline{AC}$ (d) $\overline{ED}$,

(e) O, P (f) Q (g) OAB (రంగు వేసిన భాగం)

(h) రేఖా ఖండం ED (రంగు వేసిన భాగం)

2. (a) అవును (b) కాదు 4. (a) సరి (b) సరి

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 5.1

1. సరైన విధానంలో చూడటానికి సాధ్యం లేని కారణంగా దోషాలున్నాయి.
2. నిఖరమైన కొలత సాధ్యం ఉంది.
3. అవును (ఎందుకనగా C మధ్యలో A మరియు B).
4. A మరియు C ల మధ్య B ఉంది.
5. D అనునది $\overline{AG}$ యొక్క మధ్యబిందువు (ఎందుకనగా AD = DG = 3 అంశాలూ).
6. AB = BC మరియు BC = CD, అందువలన AB = CD
7. త్రిభుజపు ఏవైనా రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజం కంటే తక్కువగా ఉండటానికి అవకాశం లేదు.

అభ్యాసం 5.2

1. (a) $\frac{}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f)
2. (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2
3. (a) పశ్చిమం (b) పశ్చిమం (c) ఉత్తరం (d) దక్షిణం

((d), ని జవాబివ్వడానికి ఒక పూర్తి చుట్టు చుట్టినప్పుడు మనం పునః మూల స్థితికి వస్తాం. ఇందులో ప్రదక్షిణ లేదా అప్రదక్షిణంగా తిరిగాం అనునది. గణనకు రాదు.)

4. (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{}{2}$
5. (a) 1 (b) 2 (c) 2 (d) 1 (e) 3 (f) 2
6. (a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 2 (ప్రదక్షిణాకారం లేదా అప్రదక్షిణాకారం)
7. (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 7

(ఇందులో మనం కేవలం ప్రదక్షిణాకార దిక్కును పరిగణించాలి).

అభ్యాసం 5.3

1. (i) → (c); (ii) → (d); (iii) → (a); (iv) → (e); (v) → (b).
2. (a) మరియు (f); అధికకోణం : (b); లంబకోణం:

(c); సరళకోణం: (d) లఘుకోణం : (e); సరళాధికకోణం : .

©KTBS
Not to be republished

అభ్యాసం 5.4

1. (i) 90°; (ii) 180°.

2. (a) సరి (b) తప్పు (c) సరి (d) సరి (e) సరి

3. (a) లఘు : 23°, 89°; (b) అధిక : 91°, 179°.

7. (a) లఘు (b) అధిక (కోణం 180° కంటే తక్కువగా ఉన్నచో)

(c) సరళ (d) లఘు (e) అధిక కోణం

9. 90°, 30°, 180°

10. మనం భూతద్దంతో కోణం చూసినచో, కోణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

అభ్యాసం 5.5

1. (a) మరియు (c) **2.** 90°

3. ఒక త్రికోణ పట్టీ 30° – 60° – 90° మరొక త్రికోణ పట్టీ 45° – 45° – 90° తో 90° అనునది కొలత కోణం (లంబకోణం) సామాన్యమైనది.

4. (a) అవును (b) అవును (c) $\overline{BH}$, $\overline{DF}$ (d) అన్నీ సరి

అభ్యాసం 5.6

1. (a) అసమబాహు త్రిభుజం (b) అసమబాహు త్రిభుజం (c) సమబాహు త్రిభుజం

(d) లంబకోణ త్రిభుజం (e) సమద్విబాహు లంబకోణత్రిభుజం (f) లఘుకోణ త్రిభుజం

2. (i) → (e); (ii) → (g); (iii) → (a); (iv) → (f); (v) → (d);

(vi) → (c); (vii) → (b).

3. (a) లఘుకోణం మరియు సమద్విబాహు (b) లంబకోణం మరియు సమబాహు

(c) అధిక కోణం మరియు సమద్విబాహు (d) లంబకోణం మరియు సమబాహు

(e) సమబాహు మరియు లఘుకోణం (f) అధికకోణం మరియు అసమబాహు

4. (b) ఇది సాధ్యం కాదు (గుర్తుంచు కోండి : త్రిభుజపు ఏవైనా రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజం కంటే పెద్దదిగా ఉండాలి.)

©KTBS Not to be republished

అభ్యాసం 5.7

1. (a) సరి (b) సరి (c) సరి (d) సరి (e) తప్పు (f) తప్పు

2. (a) దీర్ఘ చతురస్రంలోని భుజాలన్నియు సమానంగా ఉన్నచో అది చతురస్రం అవుతుంది.
   (b) సమాంతర చతుర్భుజంలోని ప్రతి కోణం లంబకోణమైనచో, అది దీర్ఘ చతురస్రం అవుతుంది.
   (c) వజ్రాకృతిలోని ప్రతికోణం లంబకోణమైనచో అది చతురస్రం అవుతుంది.
   (d) ఈ ఆకృతులన్నీ 4 భుజాలుగల బహుభుజాకృతిలైవుండి, రేఖాఖండాలతో ఆవృతమైనాయి.
   (e) చతురస్రంలోని ఎదురెదురు భుజాలు సమానంగా ఉండటం వలన అది కూడా ఒక సమాంతర చతుర్భుజం.

3. చతురస్రం ఒక నియమిత చతుర్భుజం.

అభ్యాసం 5.8

1. (a) ఇదొక ఆవృత ఆకృతిగా లేదు, అందువలన అదొక బహుభుజాకృతి కాదు.
   (b) 6–భుజాలుగల ఒక బహుభుజాకృతి.
   (c) మరియు (d) లు బహుభుజాకృతులు కాదు. కారణం రేఖాఖండాలు కలిసి లేదు.

2. (a) ఒక చతుర్భుజం (b) ఒక త్రిభుజం
   (c) ఒక పంచభుజాకృతి (5 భుజాలుగల) (d) ఒక అష్ట భుజాకృతి

అభ్యాసం 5.9

1. (a) → (ii); (b) → (iv); (c) → (v); (d) → (iii); (e) → (i).

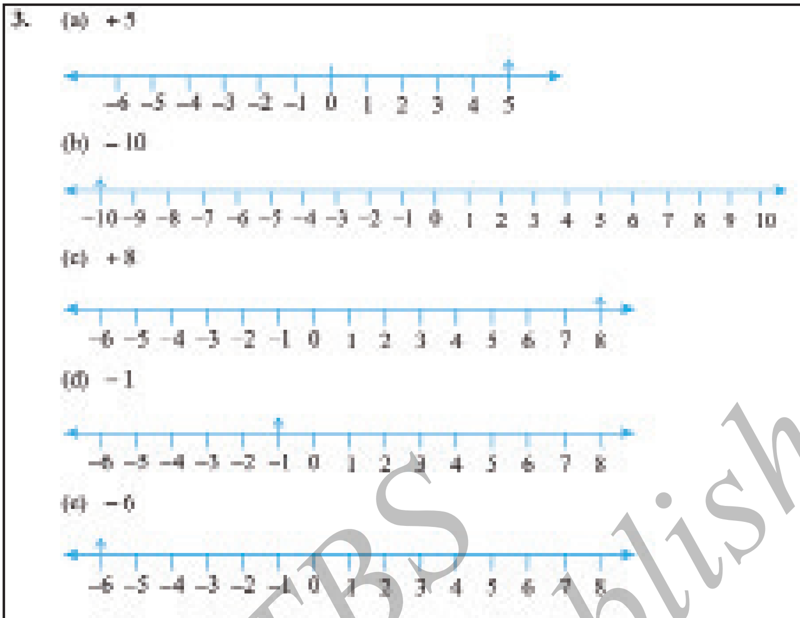
2. (a), (b) మరియు (c) లు దీర్ఘ ఘనములు ; (d) ఒక సిలిండర్ ; (e) ఒక గోళం.

అభ్యాసం 6.1

1. (a) బరువులో తక్కువ (b) 30 km దక్షిణం (c) 80 m పశ్చిమం
   (d) లాభం ₹ 700 (e) సముద్ర మట్టం కింటే 100 m కింద

2. (a) + 2000 (b) – 800 (c) + 200 (d) – 700

©KTBS Not to be republished

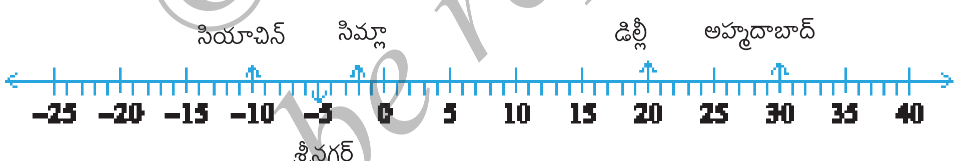


4. (a) F (b) ఋణ పూర్ణాంకం (c) B → + 4, E → – 10

(d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E

5. (a) – 10°C, – 2°C, + 30°C, + 20°C, – 5°C

(b)



(c) సియాచిన్ (d) అహ్మదాబాద్ మరియు ఢిల్లీ

6. (a) 9 (b) – 3 (c) 0 (d) 10 (e) 6 (f) 1

7. (a) – 6, – 5, – 4, – 3, – 2, – 1 (b) – 3,– 2, – 1, 0, 1, 2, 3

(c) – 14, – 13, – 12, – 11, – 10, – 9

(d) – 29, – 28, – 27, – 26, – 25, – 24

8. (a) – 19, – 18, – 17, – 16 (b) – 11, – 12, – 13, – 14

9. (a) T (b) F; – సంఖ్యా రేఖలో –100 అనునది –50 కి ఎడమ భాగంలో ఉంది.

(c) F; 1 చాలా పెద్ద ఋణ పూర్ణాంకం

(d) F; – -26అనునది –25 కి చిన్నదిగా ఉంది.

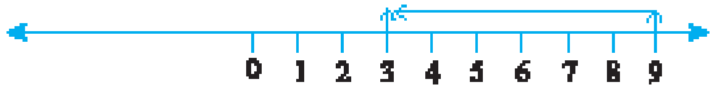
10. (a) 2 (b) – 4 (c) ఎడమవైపు ఉంది. (d) కుడివైపు ఉంది.

©KTBS Not to be republished

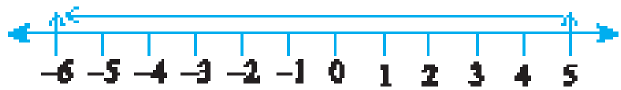
అభ్యాసం 6.2

1. (a) 8 (b) 0 (c) – 4 (d) – 5

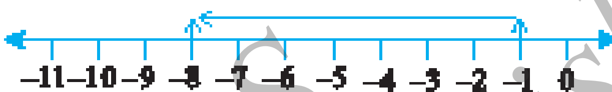
2. (a) 3



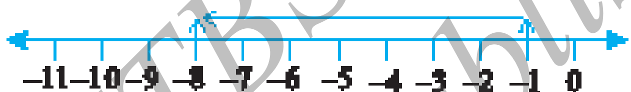
(b) – 6



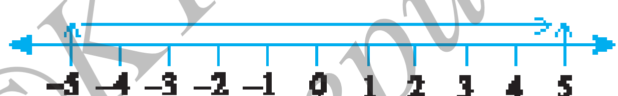
(c) – 8



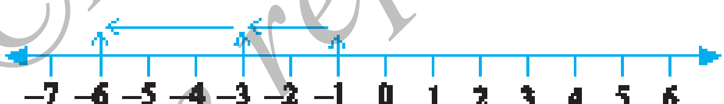
(d) 5



(e) – 6



(f) 2



3. (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) –100 (e) – 650 (f) – 317

4. (a) – 217 (b) 0 (c) – 81 (d) 50

5. (a) 4 (b) –38

అభ్యాసం 6.3

1. (a) 15 (b) – 18 (c) 3 (d) – 33 (e) 35 (f) 8

2. (a) < (b) > (c) > (d) >

3. (a) 8 (b) – 13 (c) 0 (d) – 8 (e) 5

4. (a) 10 (b) 10 (c) – 105 (d) 92

©KTBS Not to be republished