

تشاکل

(Symmetry)

باب 13

13.1 تعارف (Introduction)

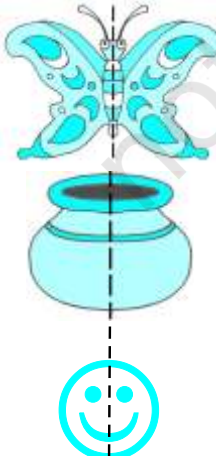
روزمرہ کی زندگی میں استعمال ہونے والا ایک عام سا لفظ 'تشاکل' ہے جب ہم کوئی ایسی بناوٹ دیکھتے ہیں جو پوری طرح سے متوازن اور تناسب میں ہو تو ہم کہتے ہیں کہ یہ بناوٹ 'تشاکل' میں ہے۔ فن تعمیر کے یہ نمونے تشاکل کی وجہ سے ہی خوبصورتی کے بہترین مثال بنے ہیں۔



تروونا مالائی (تامل ناڈو)

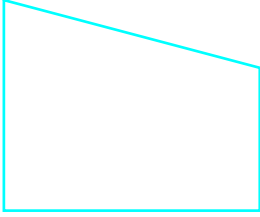


تاج محل (یوپی)



اگر ہم ایک تصویر کو نیچے میں سے اس طرح موڑیں کہ دائیں جانب کا حصہ بائیں جانب کے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے تو کہا جاسکتا ہے کہ یہ (نیچے کا موڑ) تصویر خط تشاکل ہے (شکل 13.1)۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں آدھے حصے ایک دوسرے کا عکس ہیں۔ اگر ہم تصویر کے موڑ پر ایک آئینہ رکھ دیں تو اس کا عکس پوری طرح تصویر کے باقی حصہ جیسا ہی ہوگا تو یہ موڑ جو کہ یہاں آئینہ ہے، تصویر کے لیے تناسب کا محور یا خط تشاکل کہلاتا ہے۔

شکل 13.1



شکل 13.2

یہاں جو اشکال آپ دیکھ رہے ہیں وہ متشاکل ہیں۔ کیوں؟
جب آپ ان کو نقطہ دار قطر پر سے موڑیں گے تو تصویر کا آدھا حصہ
دوسرے آدھے حصہ کو پورا پورا ڈھک لے گا۔
تصویر کے نقطہ دار خط کو آپ کیا کہیں گے؟
آپ آئینہ کو کہاں رکھیں گے کہ تصویر کی آدھی شکل کا عکس باقی آدھی شکل پر
پوری طرح پڑے؟

دی گئی شکل 13.2 متشاکل میں نہیں ہے۔
کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں نہیں؟

13.2 متشاکل اشکال کو بنانا: روشنائی کے دھبوں کے ذریعہ

(Making Symmetric Figures: Ink-blot Devils)

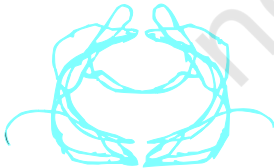
اسے کیجیے



کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے اس کو بالکل بیچ میں سے موڑیے
ایک آدھے حصہ پر روشنائی کے چند قطرے ڈالیے۔
اب دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔
آپ نے کیا دیکھا؟

کیا بننے والی تصویر متشاکل میں ہے؟ اگر ہاں خط متشاکل کہاں ہے؟ کیا یہاں ایسا اور بھی کوئی خط
ہے جس پر سے اس تصویر کو موڑا جائے تو دو بالکل ایک سے حصوں میں بٹ جائے؟
ایسے کچھ اور پیڑن بنانے کی کوشش کیجیے۔

روشنائی میں بھیکے دھاگوں کے پیڑن (Inked- String Patterns)

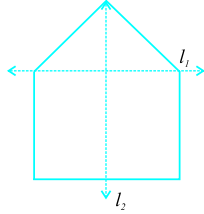


ایک کاغذ کو بیچ میں سے موڑیے کاغذ کے آدھے حصہ پر دھاگے کے ایک ٹکڑے کو رنگ یا روشنائی میں
بھگو کر رکھ دیجیے اب کاغذ کے دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔ آپ کو جو شکل ملی اس کو دیکھیے۔ کیا یہ متشاکل
ہے؟ دو بالکل ایک سے آدھے حصہ حاصل کرنے کے لیے کاغذ کو کتنے طریقوں سے موڑا جاسکتا ہے۔

اپنی کلاس میں پائی جانے والی چیزوں کی ایک فہرست بنائیے۔
جیسے تختہ سیاہ، میز، دیوار، کتاب وغیرہ۔ ان میں کون سی چیزیں متشاکل
ہیں۔ اور کون سی نہیں؟ جو چیزیں متشاکل ہیں کیا آپ ان کے لیے
خطوط متشاکل کی نشاندہی کر سکتے ہیں؟

آپ کے جیومیٹری باکس
میں جو دو سیٹ اسکوائر ہیں
کیا وہ متشاکل ہیں؟

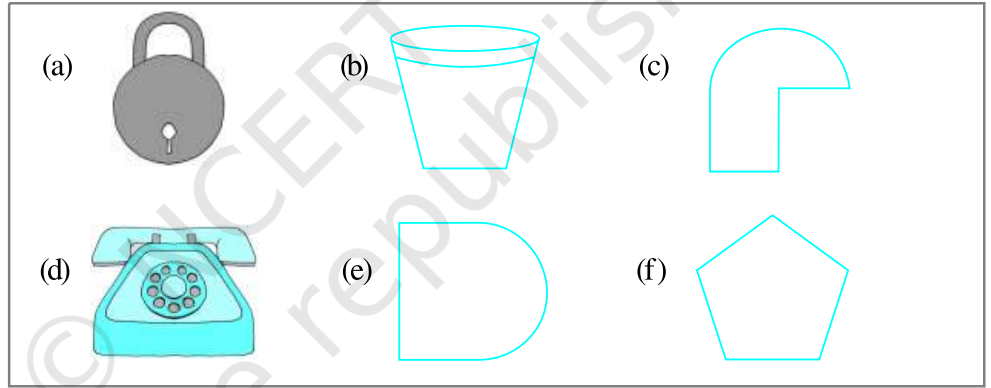
مشق 13.1



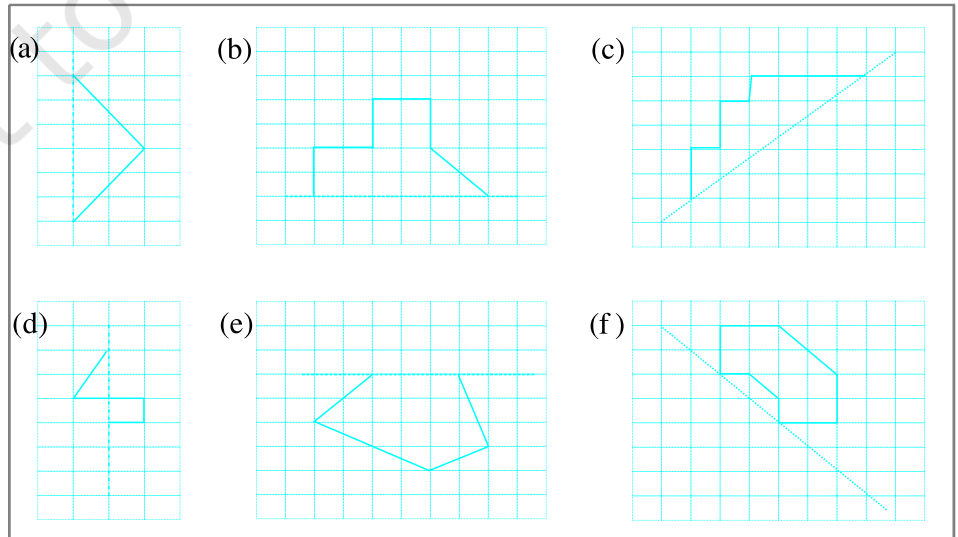
1- اپنے اسکول یا گھر میں سے چار ایسی چیزوں کے نام لکھیے جو متشاکل ہوں۔

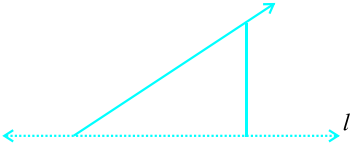
2- دی گئی شکل میں آئینہ کا خط کون سا ہے۔ l_1 یا l_2

3- درج ذیل دی گئی اشکال کو پہنچائیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا یہ متشاکل ہیں یا نہیں۔ ان کے لیے متشاکل
کے خط شکل بھی بنائیے۔

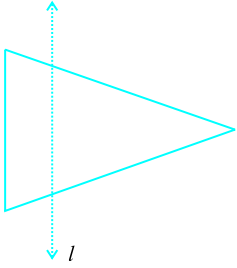


4- دی گئی اشکال کو ایک اسکوائر پیپر (Squared Paper) پر اتاریے۔ گراف پیپر وہ کاغذ ہے جو آپ نے اپنی پچھلی
جماعتوں میں استعمال کئے ہوں گے۔ نقطہ دار خط کو متشاکل کا خط مان کر شکل کو پورا بھی کیجیے۔





5- شکل میں 'L' تناسب کا خط ہے۔ ڈائیگرام کو متشکل بنانے کے لیے مکمل کیجیے۔



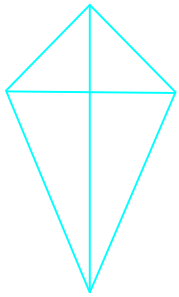
6- شکل میں 'L' تناسب کا خط ہے۔ مثلث کا عکس بنائیے اور ڈائیگرام کو مکمل کیجیے جس سے یہ متشکل ہو جائے۔

13.3 دو خطوط متشکل والی اشکال (Figures with Two Lines of Symmetry)

اسے کیجیے

ایک پتنگ (A Kite)

آپ کے جیومیٹری بکس کے دو سیٹ اسکوائر میں سے ایک کے زاویوں کا ناپ 30° ، 60° ، 90° ہے۔ دو ایک جیسے سیٹ اسکوائر لیجیے۔ ان کو برابر برابر اس طرح ملا کر رکھیے جس سے کہ ایک پتنگ بن سکے جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں کتنے متشکل کے خطوط ہیں؟

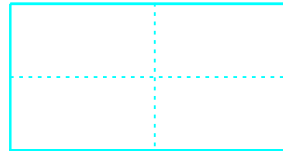
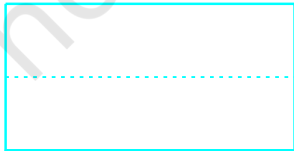


کیا آپ سوچتے ہیں کہ کچھ اشکال کے ایک سے زیادہ متشکل کے خطوط ہو سکتے ہیں؟

مستطیل (A rectangle)

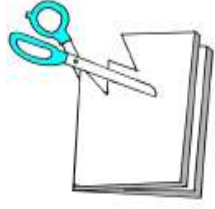
مستطیل نما ایک کاغذ لیجیے (جیسے پوسٹ کارڈ) اس کو لمبائی میں موڑیے جس سے کہ ایک آدھا حصہ دوسرے آدھے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے۔ کیا یہ موڑ متشکل کا خط ہے؟ ایسا کیوں ہے؟

کاغذ کو کھولیے اور پھر اس کو بالکل اسی طرح چوڑائی میں جوڑیے۔ کیا دوسرا موڑ بھی متشکل کا خط ہے؟ ایسا کیوں؟



کیا آپ کو پتہ چلا کہ یہ دونوں خطوط ہی متشکل کے خطوط ہیں؟

دوہرے موڑ سے کاٹنا (A Cut out from double fold)



ایک مستطیل نما کاغذ لیجیے۔ اس کو موڑیے پھر دوبارہ موڑیے۔ اس پر کچھ ڈیزائن بنائیے جیسا کہ دکھایا گیا ہے جو شکل بنی اس کو کاٹتے اور پھر کاغذ کو کھولیں (کھولنے سے پہلے، اس شکل کے بارے میں اندازہ لگائیے جو آپ کو حاصل ہوگی)۔

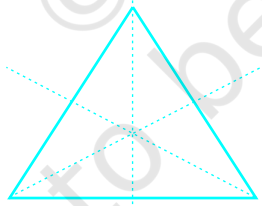
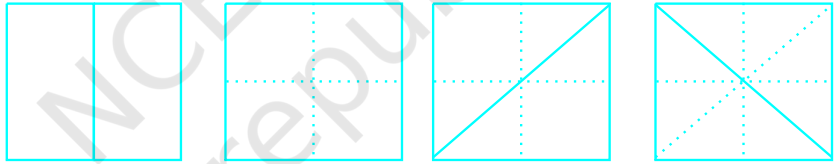
کوشش کیجیے

دو یا زیادہ سیٹ اسکوائرز کو ملا کر کے آپ جتنی اشکال بنا سکتے ہیں ان کو گراف پیپر پر بنائیے۔ ان کے لیے خط تشکل بھی بنائیے۔

کاٹی گئی شکل میں کتنے خط تشکل ہیں؟
ایسے کچھ اور ڈیزائن بنائیے۔

13.4 دو سے زیادہ خط تشکل والی اشکال

(Figures with Multiple (more than two) Lines of Symmetry)

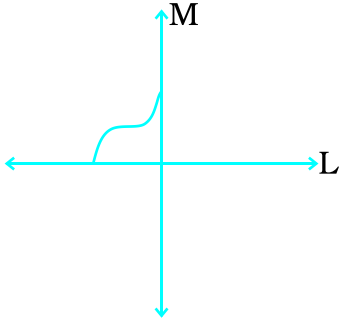


ایک مربع نما کاغذ لیجیے اس کو عمودی طریقے سے موڑیے پھر اس کو افقی طریقے سے ایک اور بار موڑیے (یعنی آپ کو دو بارہ موڑنا ہے۔ اب کاغذ کو کھولیں اور پھر اس کو دو برابر حصوں میں موڑیے (اب تیسری بار) مگر اس بار ترچھا موڑیے اب کاغذ کو دوبارہ کھول کر موڑیے (چوتھی بار) لیکن یہ دوسری طرف سے ترچھا موڑیے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موڑنے کے بعد اس کو کھولیں۔

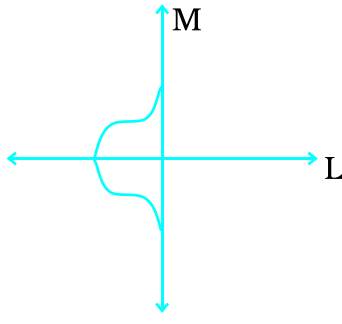
اس شکل کے کتنے خط تشکل ہیں؟

ہم دو متشکل کے خطوط والی شکلوں کو بنانا اسی طرح سیکھ سکتے ہیں جیسے ہم نے مشق 13.1 کے سوال نمبر 6 میں ایک خط متشکل والی شکلوں کے لیے، ایک چھوٹے حصے کو لے کر کی تھی۔

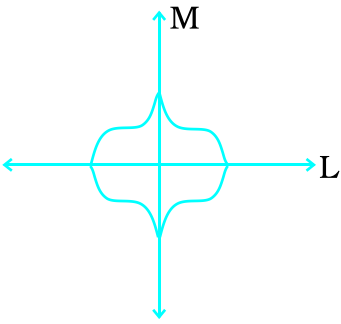
1- مان لیجیے ہمارے پاس کوئی دائیں طرف جیسی کوئی شکل ہے۔



2- ہم اسے اس طرح پورا کرنا چاہتے ہیں کہ دو خط تشاکل والی شکل حاصل ہو جائے۔
مان لیجیے دونوں خط تشاکل l اور m ہیں۔



3- ہم ایک حصہ میں دکھائے گئے طریقے سے بناتے ہیں جو خط l کے تشاکل ہے۔ یعنی خط l تشاکل کے خط جیسا ہے۔

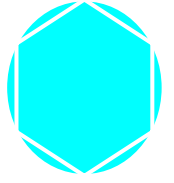
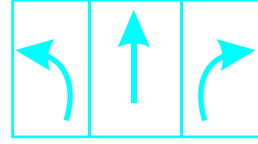


4- شکل مکمل کرنے کے لیے ہمیں خط M کے تشاکل کرنا بھی ضروری ہے۔ شکل میں دکھائے گئے شکل کا باقی حصہ بنائیے۔

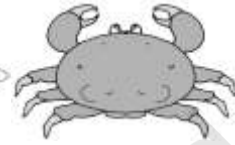
اس شکل میں خط تشاکل L اور M ہیں۔ کوشش کریں دو تشاکل ٹکڑے اس طرح ملا کر رکھیں کہ ان میں دو خط تشاکل بنیں۔
کچھ اشکال کا صرف ایک خط تشاکل ہے کچھ کے دو اور کچھ کے تین یا زیادہ خط تشاکل بھی ہوتے ہیں۔
کیا آپ ایسی کوئی شکل بتا سکتے ہیں جس کے 6 خط تشاکل ہوں؟

تشاکل۔ ہر جگہ تشاکل! (Symmetry, Symmetry everywhere!)

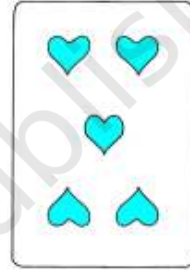
- روز آئے آپ سڑک پر بنی کچھ ایسی علامتیں دیکھتے ہیں جن میں خط تشاکل ہوتے ہیں ان میں سے کچھ یہاں دکھائی گئی ہیں کچھ اور تشاکل والی علامتوں کی نشان دہی کر کے بنائیے۔ خط تشاکل بنانا بھولے گا۔



- قدرت نے بھی بہت ساری ایسی چیزیں بنائی ہیں جن کی بناوٹ تشاگل میں ہے؛ ان کو دیکھیے :



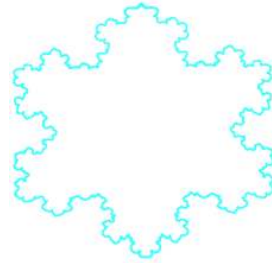
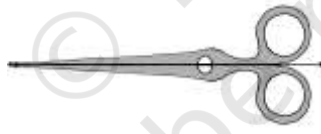
- تاش کے کچھ پتوں میں بھی خط تشاگل ہوتا ہے۔ درج ذیل پتوں میں ان کو تلاش کیجیے۔



- یہاں ایک قینچی دی گئی ہے۔

اس میں کتنے خط تشاگل ہیں؟

- اس خوبصورت تصویر کو دیکھیے

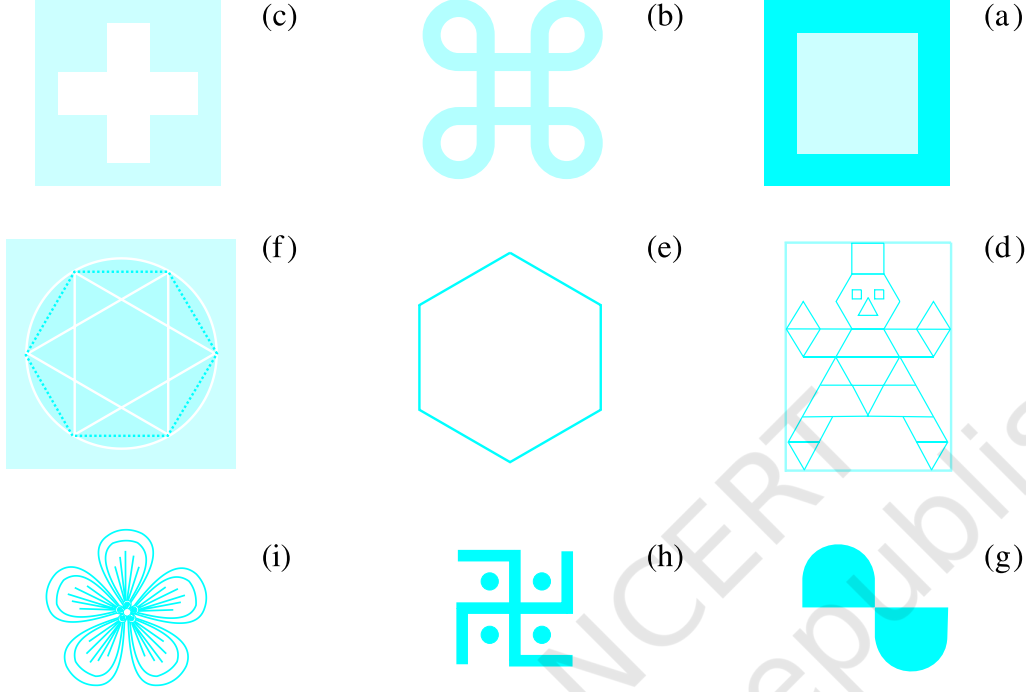


یہ پیٹرن تشاگل میں ہے اس کو کوچ کا اسنوفلیک (Koch's Snowflake) کہتے ہیں۔
(آپ کمپیوٹر میں اس طرح کی دوسری خوبصورت تصاویر ڈھونڈ سکتے ہیں۔)
ان اشکال کے لیے خط تشاگل معلوم کیجیے۔

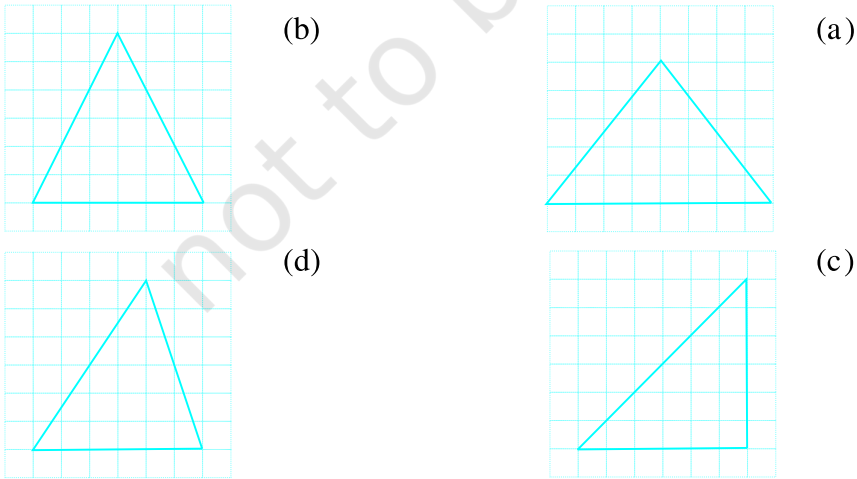
مشق 13.2



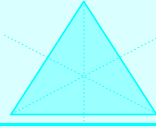
1- مندرجہ ذیل اشکال میں سے ہر ایک کے لیے خط تشاکل معلوم کیجیے۔



2- مندرجہ ذیل مثلث کی اشکال کو گراف پیپر پر اتاریے سبھی کے خط تشاکل بنائیے (اگر ہیں تو) اور مثلث کی قسم بھی معلوم کیجیے (آپ میں سے بعض ان اشکال کو چھاپنا trace کرنا) پسند کر سکتے ہیں۔ اور پھر کاغذ کو موڑتے ہیں۔



3- مندرجہ ذیل جدول مکمل کیجیے۔

بناوٹ	رف شکل	خط تشاگل کی تعداد
مساوی الاضلاع مثلث		3
مربع		
مستطیل		
مساوی الاساقین مثلث		
معیّن		
دائرہ		

4- کیا آپ ایک ایسا مثلث بنا سکتے ہیں جس میں

(a) صرف ایک خط تشاگل ہو۔

(b) صرف دو تشاگل ہوں۔

(c) صرف تین خط تشاگل ہوں۔

(d) کوئی بھی خط تشاگل نہ ہو۔

اور پر دیے گئے سبھی مثلث کی ایک رف شکل بھی بنائیے۔

5- گراف پیپر پر مندرجہ ذیل کے خاکہ بنائیے :

(a) ایسا مثلث جس میں خط تشاگل، افقی خط ہو عمودی خط نہ ہو۔

(b) ایسا چار ضلعی جس میں خط تشاگل عمودی اور افقی دونوں ہوں۔

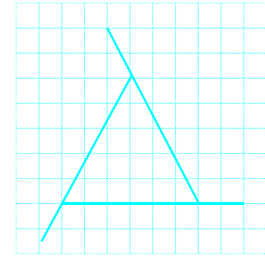
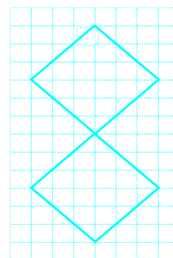
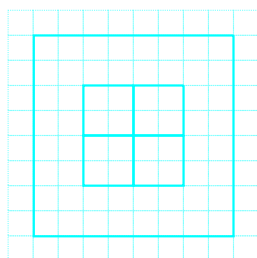
(c) ایسا چار ضلعی جس میں خط تشاگل صرف افقی خط ہو، عمودی خط نہ ہو۔

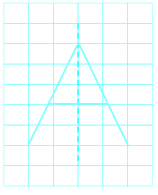
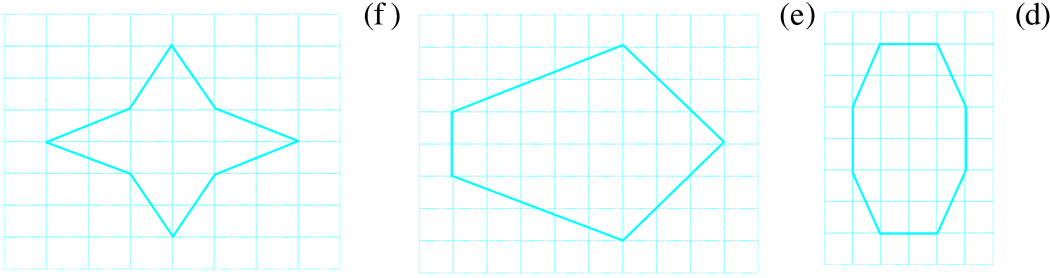
(d) ایسا چھ ضلعی جس میں دو خط تشاگل ہوں۔

(e) ایسا چھ ضلعی جس میں چھ خط تشاگل ہوں۔

(اشارہ: اگر آپ پہلے خط تشاگل بنائیں اور پھر شکل کو مکمل کریں تو یہ آپ کے لیے بہتر ثابت ہوگا۔

6- درج ذیل ہر شکل کو بنائیے اور اس کے لیے خط تشاگل کھینچیے اگر کوئی خط تشاگل ہو تو :



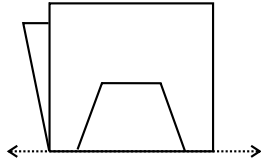
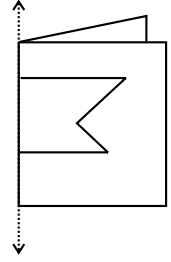


7۔ انگریزی کے سبھی حروف A سے Z کے بارے میں سوچیے ان میں سے ان حروف کی فہرست بنائیے جس میں

(a) خط تشاکل عمودی خط ہو (مثلاً A)

(b) خط تشاکل افقی خط ہو (مثلاً B)

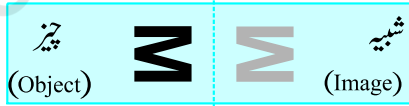
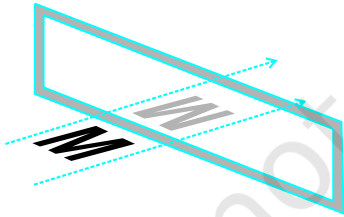
(c) کوئی خط تشاکل نہ ہوں۔



8۔ یہاں مڑے ہوئے کاغذ کی کچھ اشکال دی گئیں ہیں ان کے موڑ پر ڈیزائن بنا ہوا ہے۔ دونوں اشکال کی مکمل تصویر بنائیے جو کہ ڈائیکرام کے کاٹنے کے بعد نظر آتی ہیں۔

13.5 عکس اور تشاکل (Reflection and Symmetry)

خط تشاکل اور آئینہ کا عکس فطری طور پر ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہیں۔ یہاں انگریزی حرف M کی تصویر کا عکس دکھایا گیا ہے۔ آپ تصور کریں کہ یہاں آئینہ نہیں صرف حرف M اور اس کے عکس پر دھیان دیں۔

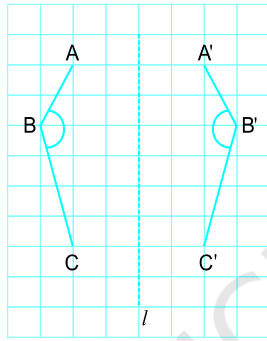


کوئی بھی چیز اور اس کا عکس (پر چھائیں) ہمیشہ متشاکل ہوتا ہے اور ان کے لئے آئینہ کا خط ہی خط تشاکل ہوتا ہے اگر کاغذ کو موڑا جائے تو آئینہ کا خط ہی خط تشاکل بن جاتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ آئینہ کے خط میں کسی چیز کی پر چھائیں اس کا عکس ہوتا ہے آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ جب ایک چیز کا عکس آئینہ میں دکھائی دیتا ہے تو اس کی لمبائی اور زاویوں میں کوئی بدلاؤ نہیں

ہوتا۔ یعنی اس چیز کی لمبائیاں اور زاویے اور اس کے عکس میں دکھائی دینے والی بالترتیب لمبائیاں اور زاویے ایک جیسے ہی ہوتے ہیں۔ جب کہ ایک طرح سے اس میں کچھ فرق بھی ہوتا ہے۔ یعنی ایک چیز اور اس کی پرچھائی یا عکس میں فرق ہوتا ہے۔ کیا آپ اس فرق کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔
(اشارہ: اپنے آپ کو آئینہ میں دیکھیے)

اسے کیجیے

ایک گراف پیپر پر شکل ABC بنائیے اور آئینہ میں اس کا عکس A'B'C' دیکھیے۔ l کو آئینہ کا خط مان لیجیے۔ اب لمبائیوں کا موازنہ کیجیے۔



AB اور A'B', BC اور B'C', AC اور A'C' کیا ان میں فرق ہیں؟

کیا عکس نے قطعہ خط کی لمبائی میں فرق پیدا کر دیا؟

زاویے ABC اور A'B'C' کا بھی موازنہ کیجیے (چاندہ کا استعمال

کر کے ناپیے) کیا عکس نے زاویوں کی پیمائش میں فرق پیدا کیا ہے؟

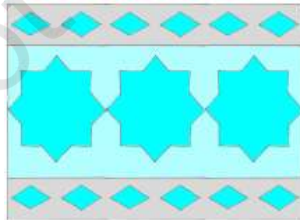
AA', BB', CC' کو ملائیے اپنے چاندے کی مدد سے خط l اور

AA', خط l اور BB', خط l اور CC' کے درمیان کے زاویوں کو ناپیے۔

آئینہ کے خط اور ایک نقطہ اور اس کے عکس کو ملانے والے قطعہ خط کے درمیان کے زاویے کے بارے

میں آپ کیا نتیجہ اخذ کرتے ہیں؟

کاغذ کی سجاوٹ



ایک باریک مستطیل نما رنگین کاغذ

لیجیے اور اس کو کئی بار موڑیے اور کاغذ

پر کچھ پیچیدہ ساپیٹرن بنائیے جیسا کہ

یہاں دکھایا گیا ہے۔ دہرائے گئے

کوشش کیجیے

اگر آپ آئینہ کے سامنے

100 سینٹی میٹر کی دوری پر

ہیں تو آپ کا عکس کہاں بنے

گا؟ اگر آپ آئینہ کی طرف

بڑھیں گے تو آپ کا عکس

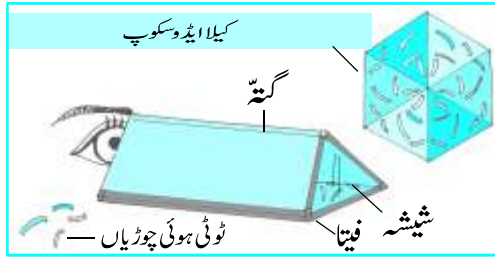
کیسے بڑھے گا؟

ڈیزائن میں خطوط تشکل کی نشاندہی کیجیے۔ اس طرح کے سجاوٹی کاغذ کا استعمال کسی تہوار کے موقع پر سجانے

کے لیے کیجیے۔

عکس بین (Kaleidoscope)

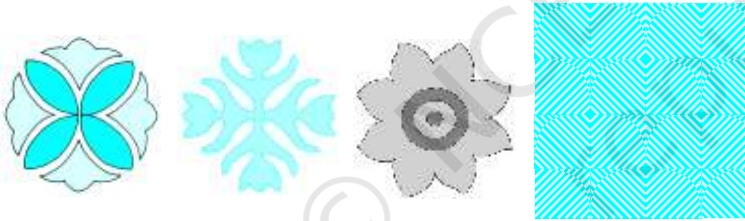
عکس بین میں آئینوں کی مدد سے ایسے عکس بنائے جاتے ہیں جس میں بہت سارے خطوط تشاکل ہوں۔ (مثلاً جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے عام طور پر یہاں آئینہ کی دو پٹیوں کا استعمال V کی شکل بنانے میں کیا جاتا ہے۔ آئینوں کے درمیان کا زاویہ ہی خط تشاکل کے



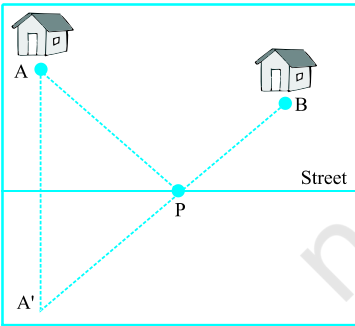
خطوط کی تعداد طے کرتا ہے۔ ایک عکس بین بنائیے اور اس سے بنے تشاکل کے عکس کے بارے میں سیکھیے۔

الیم (Album)

کچھ تشاکل ڈیزائن جمع کر کے ایک الیم تیار کیجیے یہاں ایسے ڈیزائنوں کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔



عکس تشاکل کا استعمال (An Application of Reflectional Symmetry)



اخبار ڈالنے والا لڑکا اپنی سائیکل کو جگہ P کے آس پاس کھڑی کرنا چاہتا ہے اور گھر A اور B میں اخبار ڈالتا ہے اس کو اپنی سائیکل کہاں کھڑی کرنی چاہیے جس سے کہ فاصلہ $AP + BP$ کم سے کم طے کرنا پڑے؟

آپ یہاں عکس تشاکل (Reflectional symmetry)

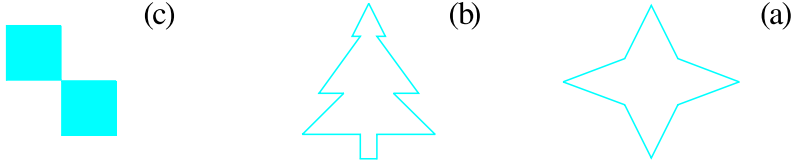
کا استعمال کر سکتے ہیں۔ مان لیجیے آئینہ کے خط میں A کا عکس

A' ہے یہاں پر سڑک آئینہ کا خط ہے۔ اس لئے نقطہ P سائیکل کھڑی کرنے کی بالکل درست جگہ ہے۔

(آئینہ کا خط A'B کہاں ملتے ہیں) کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

مشق 13.3

1- درج ذیل دی گئی ہر شکل میں خط تشکل کی تعداد بتائیے آپ اپنے جواب کو کیسے جانچیں گے؟

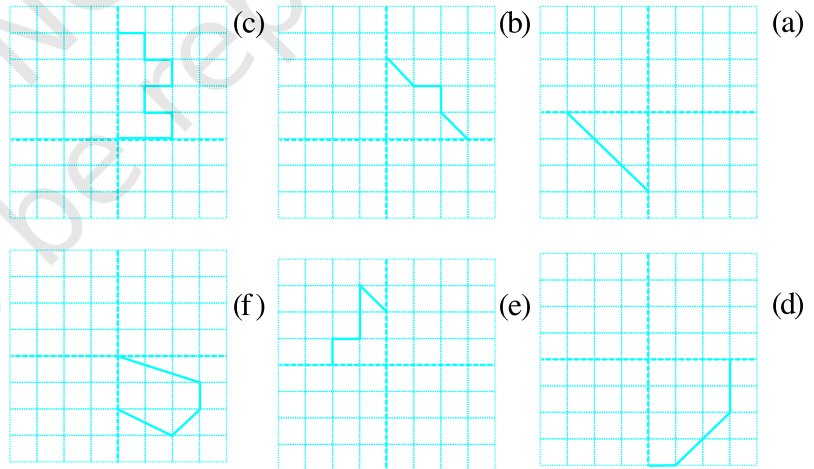


2- مندرجہ ذیل تصویروں کو گراف پیپر پر بنائیے اور ہر ایک کو اس طرح پورا کیجیے کہ تصویر میں نقطوں کے دونوں خطوط خط تشکل کی طرح استعمال ہوں۔



آپ ان تصاویر کو آپ کیسے مکمل کریں گے؟

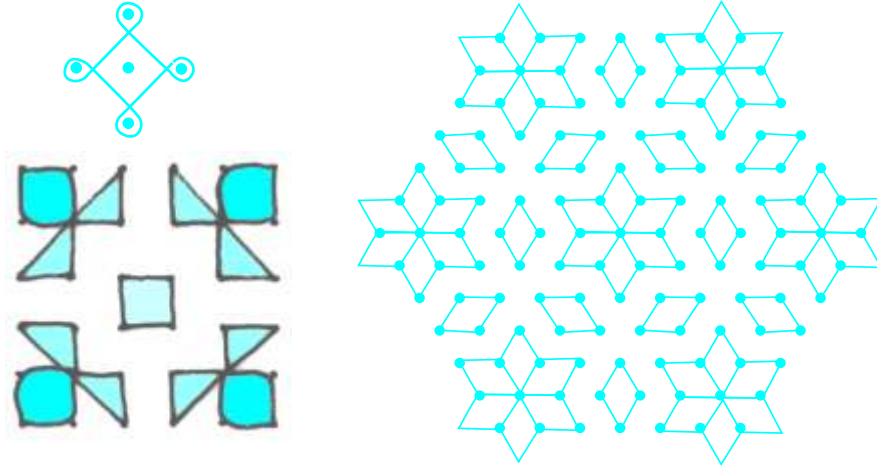
3- نیچے دی گئی ہر شکل میں انگریزی کے حروف تہجی کا ایک حرف ایک عمودی خط کے ساتھ دکھایا گیا ہے۔ عمودی خط سے حرف کا آئینہ میں عکس دیکھیے۔ عکس میں کون سا حرف بالکل ویسا ہی لگتا ہے جیسا کہ وہ ہے اور کون سا نہیں لگتا ہے۔ کیا آپ اندازہ کر سکتے ہیں۔ کہ ایسا کیوں ہے؟



اسی طرح **O E M N P H L T S V X** کے لیے کوشش کیجیے۔

رنگولی کے پیٹرن (Rangoli Pattern)

ہمارے ملک میں رنگولی اور کولام بنانا بہت مقبول ہے۔ یہاں پر کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔ ان نمونوں میں تشکل کے استعمال پر غور کیجیے۔ اس طرح کے پیٹرن جتنے ممکن ہوں جمع کیجیے اور ایک البم بنائیے۔ خط تشکل کے ساتھ ساتھ ان پیٹرن کے تشکل کے حصے بنانے کی کوشش کیجیے۔



ہم نے کیا سیکھا؟

- 1- اگر کسی شکل میں ایک ایسا خط بنایا جاسکتا ہے جو تصویر کو بالکل ایک جیسے دو حصوں میں بانٹ دے تو وہ خط تشاکل کا خط ہوتا ہے۔ اس خط کو خط تشاکل کہتے ہیں۔
- 2- کسی شکل میں ایک بھی خط تشاکل نہیں ہو سکتا ہے۔ صرف ایک خط تشاکل ہو سکتا ہے۔ صرف دو خط تشاکل بھی ہو سکتے ہیں یا اور بھی زیادہ خط تشاکل ہو سکتے ہیں۔ یہاں کچھ مثالیں دی گئی ہیں۔

مثال	خط تشاکل کی تعداد
مختلف الاضلاع مثلث	کوئی خط تشاکل نہیں
مساوی الساقین مثلث	صرف ایک خط تشاکل ہے
مستطیل	صرف دو خط تشاکل ہے
مساوی الاضلاع مثلث	صرف تین خط تشاکل ہے
دائرہ	لا تعداد خط تشاکل ہیں

- 3- خط تشاکل آئینہ کے عکس جیسا ہی ہوتا ہے جب آئینہ میں عکس دیکھتے ہیں تو ہم کو دائیں بائیں کی تبدیلیوں کا دھیان رکھنا چاہیے۔
- روزمرہ کی زندگی میں تشاکل کا بہت استعمال ہوتا ہے جیسے فن یا آرٹ، فن تعمیر، کپڑا بنانے کی ٹکنا لوجی، ڈیزائن بنانا، جیومیٹری، کولام اور رنگولی وغیرہ۔