

सामान्य भिन्न, दशमलव एवं परिमेय संख्याएँ

(FRACTIONS, DECIMALS AND RATIONAL NUMBERS)

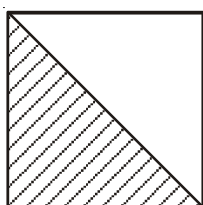
2

2.0 परिचय

हमारे दैनिक जीवन में हम कई ऐसे उदाहरण देखते हैं जहाँ हम भिन्न का उपयोग करते हैं। उन्हें जानने का प्रयत्न कीजिए।

पूर्व कक्षा में हमने भिन्न के बारे में जानकारी प्राप्त की है। इस कक्षा में हम भिन्न तथा दशमलव भिन्न के गुणनफल तथा भाजन को समझेंगे। अंत में हमें एक बड़े समूह का परिचय होगा जिसे परिमेय संख्याएँ कहते हैं।

निम्न आकृतियों को भिन्न द्वारा दर्शाया गया है। जांच कीजिए।



चित्र 1

$\frac{1}{2}$

हाँ/नहीं

कारण

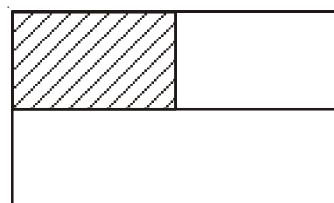


चित्र 2

$\frac{1}{2}$

हाँ/नहीं

कारण



चित्र 3

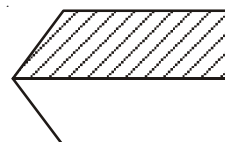
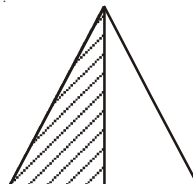
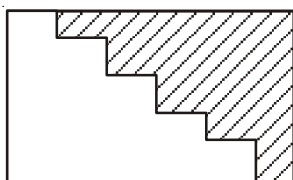
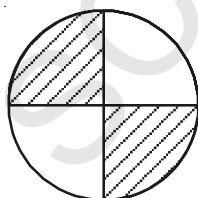
$\frac{1}{3}$

हाँ/नहीं

कारण

क्या उपरोक्त आकृतियाँ दो बराबर भागों में विभाजित है? आप 5 और उदाहरण लिखकर अपने मित्र से जांच करने के लिए कहें।

यहाँ नेहा ने विभिन्न आकृतियों को $\frac{1}{2}$ भाग में विभाजित किया है।



क्या ये सभी आकृतियाँ दो समान भाग ($\frac{1}{2}$) में विभाजित हैं? आकृतियों में खाली स्थान को कितने भागों में बाँटा गया है?



प्रयत्न करो

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ को अलग-अलग आकृतियों द्वारा दर्शाओ। अपने निर्णय की समीक्षा करो। अपने मित्रों से चर्चा कर इनका निरीक्षण करो।

सजातीय और विजातीय भिन्न (Proper and Improper Fractions)

पिछली कक्षा में आपने सजातीय (Proper) तथा विजातीय (Improper) भिन्नों के बारे में पढ़ा है। सजातीय भिन्न को पूर्ण रूप से दर्शाया जाता है। सजातीय भिन्नों के कुछ उदाहरण दीजिए।

क्या $\frac{3}{2}$ सजातीय भिन्न है? इसकी जांच किस प्रकार करोगे?

विजातीय भिन्नों के गुण क्या हैं? विजातीय भिन्न में अंश, हर से बड़ा या हर के बराबर होता है।

विजातीय भिन्नों को मिश्रित भिन्नों के रूप में लिखा जा सकता है। उदाहरण के लिए $\frac{3}{2}$ को $1\frac{1}{2}$ के रूप में लिख सकते हैं। यह मिश्रित भिन्न है। इसमें एक पूर्ण संख्या और सजातीय भिन्न है।

इसे करो।

1. सजातीय, विजातीय तथा मिश्रित भिन्नों के पाँच उदाहरण लिखिए।



प्रयत्न करो

$2\frac{1}{4}$ को आकृति द्वारा दर्शाओ और इसके लिए कितनी इकाइयों की आवश्यकता होगी?

परिमेय संख्याओं की तुलना (Comparison of Fractions)

क्या आपको पता है कि समान हर वाले भिन्नों की तुलना किस प्रकार की जाती है? उदाहरण के लिए

$\frac{1}{5}$ और $\frac{3}{5}$? $\frac{3}{5}$ बड़ी है $\frac{1}{5}$ से, कैसे?

क्या आप विभिन्न हर वाले भिन्नों की तुलना कर सकते हैं? उदाहरण $\frac{5}{7}$ और $\frac{3}{4}$?

हम दोनों भिन्नों को समान हर वाले भिन्नों में बदल कर उनकी तुलना करेंगे।

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28} \quad \text{और} \quad \frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28}$$

क्योंकि $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ और $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$

इसलिए, $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

प्रयास कीजिए

1. बराबर अंश वाले 5 भिन्न लिखो (i) 3 (ii) 4

2. कौन सा बड़ा है? $\frac{5}{8}$ या $\frac{3}{5}$

3. क्या दिये गये युग्मों को सरल रूप में लिखने पर वे समान होंगे ?

(i) $\frac{3}{8}$ और $\frac{375}{1000}$

(ii) $\frac{18}{54}$ और $\frac{23}{69}$

(iii) $\frac{6}{10}$ और $\frac{600}{1000}$

(iv) $\frac{17}{27}$ और $\frac{25}{45}$

पिछली कक्षा में आपने भिन्नों का जोड़ना और घटाना सीखा है, आओ कुछ और उदाहरणों को हल करें।

उदाहरण 1 : रजिया ने उसके गृहकार्य का $\frac{3}{7}$ हिस्सा किया जबकि रेखा ने $\frac{4}{9}$ हिस्सा किया। दोनों में से किसने कम गृहकार्य का हिस्सा किया?

हल : $\frac{3}{7}$ और $\frac{4}{9}$ का समान हर में बदल कर उसकी तुलना करने पर हमें प्राप्त होगा।

$$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}, \frac{4}{9} = \frac{28}{63}$$

इसलिए $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$ अर्थात् $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$

यानि रजिया ने गृहकार्य का कम हिस्सा पूरा किया।

उदाहरण 2 : शंकर का परिवार $3\frac{1}{2}$ किलो ग्राम शक्कर का उपयोग महीने के प्रथम 15 दिनों में करता

है। अगले 15 दिन में वे $3\frac{3}{4}$ किलो ग्राम शक्कर का उपयोग करते हैं। बताइए एक माह में वे कितने किलो शक्कर का उपयोग करेंगे?



हल : एक माह में उपयोग की गई शक्कर क भार

$$= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} \right) \text{ कि.ग्रा.}$$

$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4} \right) \text{ कि.ग्रा.} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4} \right)$$

$$= \frac{29}{4} \text{ कि.ग्रा.} = 7\frac{1}{4} \text{ कि.ग्रा.}$$

उदाहरण 3 : अहमद की जन्मदिवस पार्टी में केक का $\frac{5}{7}$ हिस्सा बांटा गया। कितना केक शेष रहा।

ज्ञात कीजिए ?

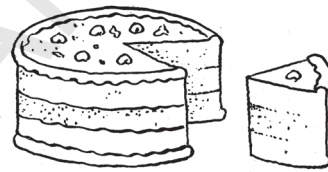
हल : मान लो कुल केक = 1 या $\frac{1}{1}$

$$\text{केक का बांटा गया हिस्सा} = \frac{5}{7}$$

$$\text{शेष बचा केक} = 1 - \frac{5}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

इसलिए शेष बचे केक का हिस्सा $\frac{2}{7}$.



अभ्यास - 1

1. निम्न को हल करो

(i) $2 + \frac{3}{4}$

(ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$

(iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

(v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$

(vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2. निम्न को आरोह क्रम में व्यवस्थित करो

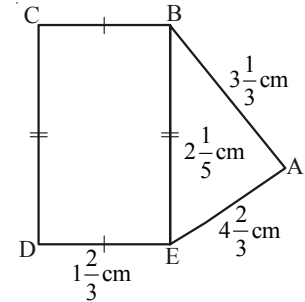
(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

3. निम्न तालिका में दिये गये भिन्नो का योग पंक्तियों, स्तंभों और कर्णों में समान है। जांच करो।

$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. एक आयताकार पेपर की लम्बाई $5\frac{2}{3}$ से.मी. तथा चौड़ाई $3\frac{1}{5}$ से.मी. है। पेपर की परिमिति ज्ञात करो।
5. एक नुस्खे के लिए $3\frac{1}{4}$ कप आटे की आवश्यकता होती है। राधा के पास $1\frac{3}{8}$ कप आटा है। अब राधा को कितने कप आटे की आवश्यकता है?
6. अब्दुल परीक्षा की तैयारी कर रहा है। उसने अपनी तैयारी का $\frac{5}{12}$ हिस्सा पूरा कर लिया। उसकी शेष बची पढ़ाई का हिस्सा ज्ञात कीजिए।
7. सामने दी गई आकृति में (i) $\triangle ABE$ (ii) आयत BCDE की परिमिति ज्ञात कीजिए। किस चित्र की आकृति बड़ी है और कितनी?



2.1 भिन्नो का गुणा

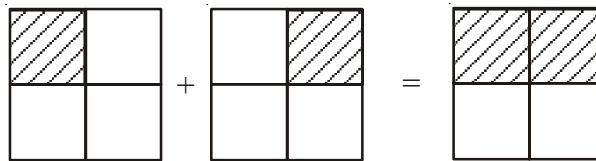
2.1.1 भिन्नो का पूर्ण संख्या से गुणा

हम जानते हैं कि पूर्व संख्याओं का गुणन का अर्थ है बार-बार उतनी संख्याओं को जोड़ना

उदाहरण :- 5×4 मतलब है, 5 बार 4 को जोड़ना

इसलिए $2 \times \frac{1}{4}$ का अर्थ है, 2 बार $\frac{1}{4}$ । इसे आकृति द्वारा दर्शायें। चित्र में वर्ग के $\frac{1}{4}$ हिस्से को छायांकित

किया गया है। 2 बार $\frac{1}{4}$ हिस्से को जोड़ने पर $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$



चित्र 1

चित्र 2

आइए, अब $3 \times \frac{1}{2}$ की जांच करें।

इसका अर्थ है 3 बार $\frac{1}{2}$ या तीन आधे

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

यह कीजिए



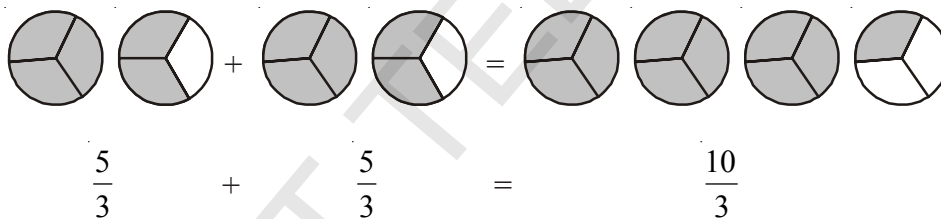
1. ज्ञात करो (i) $4 \times \frac{2}{7}$ (ii) $4 \times \frac{3}{5}$ (iii) $7 \times \frac{1}{3}$

हम जानते हैं कि $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$ और $\frac{3}{5}$ सजातीय भिन्न हैं।

अब हम विषम भिन्न $\frac{5}{3}$ को लें इसे 2 से गुणा करने पर $2 \times \frac{5}{3}$

$$2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

आकृति द्वारा देखने पर



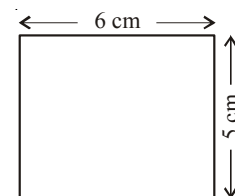
यह कीजिए

1. ज्ञात करो (i) $5 \times \frac{3}{2}$ (ii) $4 \times \frac{7}{5}$ (iii) $7 \times \frac{8}{3}$

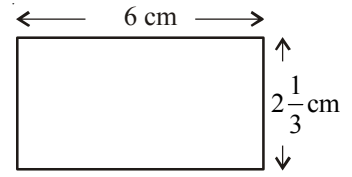


हम जानते हैं कि आयत का क्षेत्रफल लंबाई x चौड़ाई के बराबर होता है। यदि लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 6 से.मी. और 5 से.मी. हो तो आयत का क्षेत्रफल $6 \times 5 = 30$ वर्ग से.मी. होगा। यदि लंबाई और चौड़ाई 6 से.मी. और $2\frac{1}{3}$

से.मी. हो तो आयत का क्षेत्रफल क्या होगा? हमें ज्ञात है कि आयत का क्षेत्रफल लंबाई और चौड़ाई के गुणनफल के बराबर होता है। मिश्रित भिन्न को पूर्ण अंक से गुणा करने के लिए हम सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को विजातीय भिन्न में लिखेंगे और फिर उसे पूर्ण अंक से गुणा करेंगे।



$$\begin{aligned}
 \text{इसलिए आयत का क्षेत्रफल} &= 6 \times 2\frac{1}{3} \\
 &= 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3} \text{ वर्ग से.मी.} \\
 &= 14 \text{ वर्ग से. मी.}
 \end{aligned}$$



उपरोक्त उदाहरण से आप यह जान चुके होंगे कि पूर्ण अंक को सजातीय या विजातीय भिन्न से गुणा करते समय हम पूर्ण अंक को भिन्न के अंश भाग से गुणा करते हैं जबकि हर में कोई बदलाव नहीं होता है।

यह कीजिए

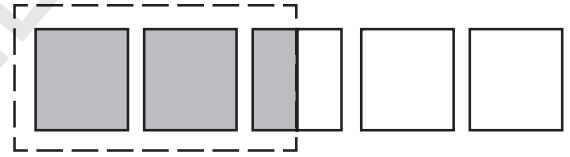
1. निम्न को ज्ञात करो।

(i) $3 \times 2\frac{2}{7}$ (ii) $5 \times 2\frac{1}{3}$ (iii) $8 \times 4\frac{1}{7}$ (iv) $4 \times 1\frac{2}{9}$ (v) $5 \times 1\frac{1}{3}$



2. आकृति द्वारा दर्शाओ, $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

मान लो, $\frac{1}{2} \times 5$ आप इसे किस प्रकार दर्शाओगे?



$\frac{1}{2} \times 5$ का अर्थ 5 का आधा जो $\frac{5}{2}$ या $2\frac{1}{2}$

इसलिए 5 का $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$

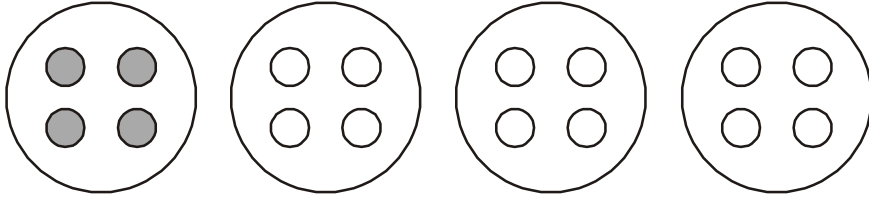
इसी प्रकार $= 3$ का $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ या $1\frac{1}{2}$

यहाँ 'का' अर्थ होता है गुणनफल

तो 16 का $\frac{1}{4}$ का क्या कर्थ है? इसका अर्थ है 16 को चार समान भागों में बांटना और उसके एक हिस्से को लेना। जब हम 16 चार बराबर भागों में बांटते हैं तो प्रत्येक हिस्सा 4 के बराबर होता है

इसलिए 16 का $\frac{1}{4}$ बराबर है 4 के।

पत्थरों पर इसकी आकृति इस प्रकार होगी



$$16 \text{ का } \frac{1}{4} \text{ या } \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$$

$$\text{उसी प्रकार, } 16 \text{ का } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8.$$

उदाहरण 4 : नाजिया के पास 20 गोलियाँ हैं। रेशमा के पास नाजिया के पास की गोलीयों का $\frac{1}{5}$ हिस्सा है तो रेशमा के पास कितनी गोलियाँ हैं?

$$\text{उत्तर : रेशमा के पास } 20 \text{ का } \frac{1}{5} \text{ हिस्सा} = \frac{1}{5} \times 20 = 4 \text{ गोलियाँ हैं।}$$

उदाहरण 5 : चार व्यक्तियों वाले परिवार में 15 रोटियाँ बनती हैं। रोटियों को $\frac{1}{5}$ हिस्सा माँ द्वारा $\frac{3}{5}$ हिस्सा बच्चों द्वारा और शेष हिस्सा पिता द्वारा खाया गया।

- (i) माँ ने कितनी रोटियाँ खायीं?
- (ii) बच्चों ने कितनी रोटियाँ खायीं?
- (iii) रोटियों का कितना हिस्सा पिता ने खाया?

हल :

- (i) कुल रोटियों की संख्या = 15
- (ii) माँ द्वारा खायी गई रोटियों की संख्या $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ रोटियाँ
- (iii) कुल रोटियों का $\frac{3}{5}$ हिस्सा बच्चों ने खाया $= \frac{3}{5} \times 15 = 9$ रोटियाँ
- (iv) शेष रोटियों की संख्या $= 15 - 3 - 9 = 3$ रोटियाँ
- (v) पिता द्वारा खाई गई रोटियों का हिस्सा $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$



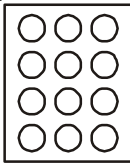
अभ्यास - 2

1. निम्न को गुणा करो तथा उसे मिश्रित भिन्न में लिखो

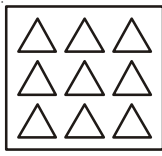
(i) $\frac{3}{6} \times 10$ (ii) $\frac{1}{3} \times 4$ (iii) $\frac{6}{7} \times 2$ (iv) $\frac{2}{9} \times 5$ (v) $15 \times \frac{2}{5}$

2. छायांकित करो (i) (a) वर्ग में वृत्त का $\frac{1}{2}$ भाग (ii) (b) वर्ग में त्रिभुज का $\frac{2}{3}$ भाग

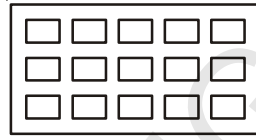
(iii) (c) वर्ग में आयतों का $\frac{3}{5}$ भाग (iv) (d) वर्ग में वृत्तों का $\frac{3}{4}$ भाग



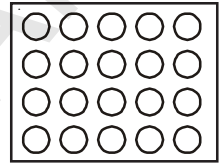
(a)



(b)



(c)



(d)

3. ज्ञात करो (i) 12 का $\frac{1}{3}$ (ii) 15 का $\frac{2}{5}$

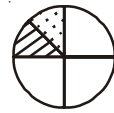
2.1.2 भिन्नों का भिन्न से गुणनफल

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ का क्या अर्थ है? हमें ज्ञात हुआ कि $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$

मान लो $\frac{1}{4}$ -

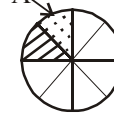


आप इस छायांकित भाग को $\frac{1}{2}$ हिस्सा किस प्रकार ज्ञात करेंगे?



हम इसके $\left(\frac{1}{4}\right)$ भागों को छायांकित कर सकते हैं, 2 समान भागों में। जैसे कि चित्र (i) में

दिखाया गया है। इसका प्रत्येक हिस्सा $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$ हिस्से को दर्शाता है।

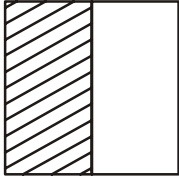
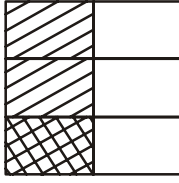


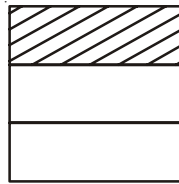
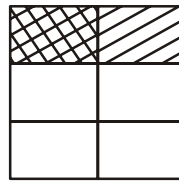
मान लो इसका एक हिस्सा (A) से दर्शाया गया है। चित्र (2) में देखिए

अब हम शेष हिस्सों को दो समान भागों में बाँटेंगे। इस प्रकार हमें आठ हिस्से प्राप्त होंगे अर्थात् पूरा वृत्त 8 समान भागों में बाँटा गया। एक हिस्सा A है।

इसलिए A संपूर्ण का $\frac{1}{8}$ है अर्थात् $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ और $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ को ज्ञात करो।

$\frac{1}{3}$ of $\frac{1}{2}$ is $\frac{1}{3}$ of  $\Rightarrow$  $= \frac{1}{6}$ अर्थात् $\frac{1}{3}$ of $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$ is $\frac{1}{2}$ of  $\Rightarrow$  $= \frac{1}{6}$ अर्थात् $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

इसलिए हम कह सकते हैं कि $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

यह कीजिए

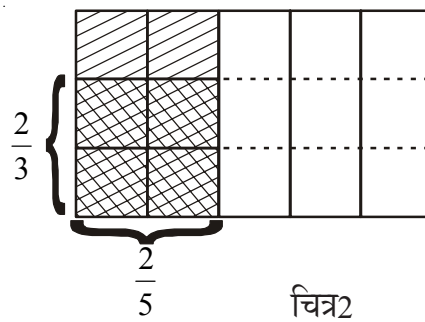
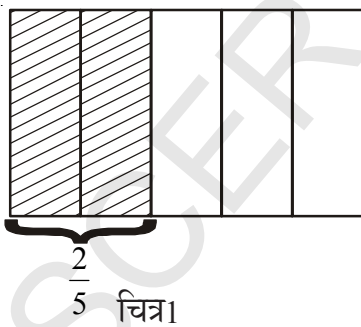
1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \square$

(ii) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \square = \square$



2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ और $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ को ज्ञात करो और छायांकित चित्र द्वारा जांच करो कि क्या $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ आइए एक और उदाहरण लें। $\frac{2}{5}$ का $\frac{2}{3}$ जिन्हें चित्रों में छायांकित किया गया है।



चित्र 2 का छायांकित भाग $\frac{2}{5}$ का $\frac{2}{3}$ भाग को दर्शाता है।

अर्थात् $\frac{2}{5}$ का $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

$\frac{2}{3}$ का $\frac{2}{5}$ ज्ञात करने के लिये हम $\frac{2}{5}$ को 3 समान भागों में बांटते हैं।

अब 3 में से 2 भागों का चुनाव करते हैं। यह कुल 15 के चार भागों को दर्शाता है।

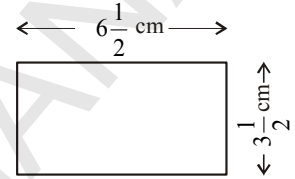
इसलिए $\frac{2}{5}$ का $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

उपरोक्त उदाहरणों द्वारा यह सिद्ध हुआ कि

$$\text{दो भिन्नों का गुणनफल} = \frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$$

अब यदि एक आयत को लम्बाई $6\frac{1}{2}$ से.मी. तथा चौड़ाई $3\frac{1}{2}$ वर्ग से.मी.

हो, तो



आयत का क्षेत्रफल $= 6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2}$ वर्ग से.मी. $= \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4} \text{ cm}^2$ वर्ग से.मी.

उदाहरण 6 : नरेन्द्र एक पुस्तक का $\frac{1}{4}$ भाग एक घंटे में पढ़ता है। $2\frac{1}{2}$ घंटे में वह पुस्तक का कितना भाग पढ़ेगा?

हल : नरेन्द्र द्वारा 1 घंटे में पढ़ा गया भाग $= \frac{1}{4}$

इसलिए $2\frac{1}{2}$ घंटे में नरेन्द्र द्वारा पढ़ा गया भाग $= 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

अर्थात् नरेन्द्र $2\frac{1}{2}$ घंटे में पुस्तक का $\frac{5}{8}$ भाग पढ़ेगा।

उदाहरण 7 : एक तैरने के तालाब का $\frac{3}{10}$ भाग आधे घंटे में भरा जाता है। $1\frac{1}{2}$ घंटे में तालाब में कितना पानी भरेगा?

हल : एक घंटे में तालाब का भरा हिस्सा $= \frac{3}{10}$.

इसलिए $1\frac{1}{2}$ घंटे में तालाब में 3 गुना पानी भरा जायेगा।

अर्थात् $= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ तालाब का हिस्सा $1\frac{1}{2}$ घंटे में भरा जायेगा।



प्रयत्न करो

आप जानते हो कि दो प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल प्रत्येक संख्या से अधिक होता है। उदाहरण के लिए, $3 \times 4 = 12$, $12 > 4$ और $12 > 3$. दो भिन्नों को गुणा करने से क्या होता है?

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए और निष्कर्ष निकालिए

उदा : $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	गुणनफल प्रत्येक भिन्न से कम है।
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = \text{-----}$		
$\frac{3}{5} \times \frac{\square}{2} = \frac{21}{10}$		
$\frac{5}{\square} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{6}$		



अभ्यास - 3

- निम्न का गुणन फल ज्ञात करो।
 - $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$
 - $6 \times \frac{1}{5}$
 - $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$
- गुणा करो और सरल रूप में लिखो
 - $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$
 - $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$
 - $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$
- कौन सा बड़ा है?
 - $\frac{4}{7}$ का $\frac{2}{5}$ या $\frac{1}{2}$ का $\frac{3}{4}$
 - $\frac{4}{7}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{3}{7}$ का $\frac{2}{3}$
- रेहाना प्रतिदिन $2\frac{1}{2}$ घंटे सिलाई का काम करती है। वह अपना पूरा काम 7 दिन में पूरा करती है। उसे काम पूरा करने के लिए कुल कितने घंटे काम करना पड़ेगा?
- एक ट्रक 1 लीटर पेट्रोल में 8 कि.मी. दूरी तक जाता है तो $10\frac{2}{3}$ लीटर पेट्रोल में वह कितनी दूरी तय करेगा?

6. राजा 1 सेकेंड में $1\frac{1}{2}$ मीटर चलता है। 15 मिनट में वह कितनी दूर चलेगा?

7. कथन को सही करने के लिए खाली व $\square$ में उचित संख्या लिखो

$$(i) \quad \frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21} \quad (ii) \quad \frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$$

2.2 भिन्नों का भाजन

मान लो आपके पास 15 मीटर लंबा कपड़ा है। आप इसमें से $1\frac{1}{2}$ मीटर लंबाई के टुकड़े काटने चाहते हैं। आप को कुल $1\frac{1}{2}$ मीटर लम्बाई के कितने टुकड़े मिलेंगे? यहाँ आप 15 मीटर में $1\frac{1}{2}$ मीटर बार-बार तब तक घटायें जब तक आपके पास कपड़ा समाप्त न हो जाये। दूसरे उदाहरण में $\frac{21}{2}$ से.मी.

लंबे पेपर को $\frac{3}{2}$ से.मी. टुकड़ों में काटना है तो आप कुल कितने टुकड़े काट सकेंगे? निश्चित रूप से $\frac{21}{2}$ को $\frac{3}{2}$ से भाग देने पर

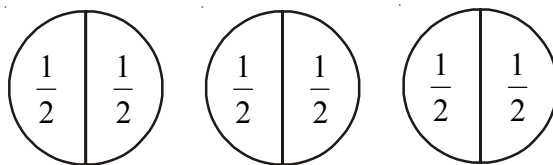
$$\text{अर्थात् } \frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$$

पूर्ण संख्याओं की पुनरावृत्ति करें। $15 \div 3$ में 3 कितनी बार आता है? आपका उत्तर होगा 5, इसी प्रकार 2 कितनी बार 18 में आयेगा। हम 18 को 2 से भाग देते हैं। $18 \div 2$ और उत्तर होगा 9. इसी प्रकार पूर्ण संख्याओं को भिन्न से भाग देने की प्रक्रिया को जोड़कर देखिए।

2.2.1 पूर्ण संख्याओं का भिन्नों द्वारा भाजन

$$\text{मान लो } 3 \div \frac{1}{2}$$

किरण के अनुसार 3 में कितने $\left(\frac{1}{2}\right)$ होंगे। आइए, चित्र द्वारा ज्ञात करें।



उपरोक्त चित्र में 3 में कुल 6 आधे हैं

इसलिए $3 \div \frac{1}{2} = 6$

विचार करो $2 \div \frac{1}{3}$

इसका अर्थ है 2 में कितने एक तिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$ भाग होंगे? ज्ञात कीजिए

हम देखेंगे कि $2 \div \frac{1}{3}$ में 6 एक तिहाई भाग होंगे। या $2 \div \frac{1}{3} = 6$



यह कीजिए

(i) $2 \div \frac{1}{4}$

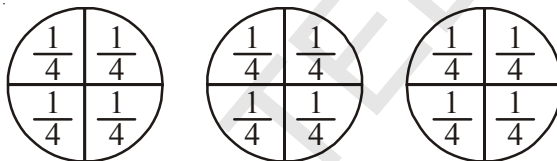
(ii) $7 \div \frac{1}{2}$

(iii) $3 \div \frac{1}{5}$



2.2.1a) भिन्नों के विलोम (Reciprocal of fraction)

मान लो $3 \div \frac{1}{4}$ अर्थात् प्राप्त $\frac{1}{4}$ भाग जो 3 वृत्तों को 4 बराबर भागों में बांटने पर प्राप्त होते हैं।



वृत्त में एक चौथाइयों की संख्या 12 है, अर्थात् $3 \div \frac{1}{4} = 12$

हमें ज्ञात हुआ कि, $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$.

यह दर्शाता है $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$

निरिक्षण करो $2 \div \frac{1}{3}$

हमें पता है कि $2 \div \frac{1}{3} = 6$

उपर्युक्त उदाहरण में $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

इसी प्रकार $4 \div \frac{1}{4} = 16$ और $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

$\frac{1}{3}$ के अंश और हर को बदलने पर $\frac{3}{1}$ प्राप्त होती है

इसी प्रकार, $\frac{4}{1}$ को उल्टा करने पर $\frac{1}{4}$ प्राप्त कर सकते हैं।

इन गुणन फलों को देखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

$$7 \times \frac{1}{7} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{9} \times 9 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{7} \times \dots\dots\dots = 1$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \times \frac{5}{9} = 1$$

कुछ और उदाहरण लेकर अभ्यास करें।

दो विलोम संख्याओं को गुणा करने पर 1 प्राप्त होता है।

इसलिए $\frac{7}{4}$ का विलोम $\frac{4}{7}$ तथा $\frac{4}{7}$ का विलोम $\frac{7}{4}$ है।

$\frac{5}{9}$ तथा $\frac{2}{5}$ विलोम क्या है?



प्रयत्न करो

1. क्या सजातीय भिन्न का विलोम सजातीय होगा?
2. क्या विजातीय भिन्न का विलोम विजातीय होगा?

इसप्रकार हम कह सकते हैं कि

$$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times \frac{1}{2} \text{ का विलोम}$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times \frac{1}{4} \text{ का विलोम}$$

$$3 \div \frac{1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

इसलिए $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3}$ का विलोम $= 2 \times \frac{4}{3}$ का विलोम

$$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times \dots\dots\dots = 5 \times \dots\dots\dots$$

इससे ज्ञात होता है कि भिन्न के भाजन का अर्थ है- भिन्न के विलोम से गुणा करना

यह कीजिए

(i) $9 \div \frac{2}{5}$

(ii) $3 \div \frac{4}{7}$

(iii) $2 \div \frac{8}{9}$



किसी पूर्ण संख्या को मिश्रित भिन्न से भाजन करने के लिए हम सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को विजातीय भिन्न में बदलते हैं और फिर उसे हल करते हैं।

उदाहरण : $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ ज्ञात करो $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$

यह कीजिए



ज्ञात करो

(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

2.2.2 भिन्नों का पूर्ण संख्याओं द्वारा भाजन

$\frac{3}{4} \div 3$ का मान क्या होगा?

पूर्व निरीक्षण के आधार पर

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

इसी प्रकार, $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ $\frac{5}{7} \div 6$ और $\frac{2}{7} \div 8$?

मिश्रित भिन्नों को पूर्ण अंको से भाग करने के लिए सर्वप्रथम हम मिश्रित भिन्न को विजातीय भिन्न बदलेंगे और फिर हल करेंगे।

$$2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15} \text{ ज्ञात करो } 4\frac{2}{5} \div 3 = \dots\dots\dots; 2\frac{3}{5} \div 2 = \dots\dots\dots$$

2.2.3 एक भिन्न का दूसरे भिन्न से भाजन

हम $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ को हल करते हैं।

$$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} \text{ का विलोम } = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

इसी प्रकार $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{3}{2}$ का विलोम $= \dots\dots\dots$ और $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

प्रयत्न करो

ज्ञात करो (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$



उदा 8 : एक खाली **तालाब की** क्षमता का $\frac{9}{10}$ हिस्से तक पानी भरना है। एक पम्प आधे घण्टे में

तालाब का $\frac{3}{10}$ हिस्सा पानी भरता है। पम्प **तालाब** का $\frac{9}{10}$ भाग में कितने समय में भरेगा?

हल:- हमें ज्ञात करना होगा कि $\frac{9}{10}$ भाग में कितने $\frac{3}{10}$ के कितने हिस्से होंगे।

अर्थात् $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10}$

$\frac{9}{10} \times \frac{10}{3} = 3$ इसलिए 3 आधे घण्टे ($1\frac{1}{2}$ घण्टे) में **तालाब** का $\frac{9}{10}$ हिस्सा भरेगा।



अभ्यास - 4

1. निम्न भिन्नो के विलोम लिखिए

(i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. हल करो

(i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. हल करो

(i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. दीपक अपने घर का $\frac{2}{5}$ भाग एक दिन में रंग सकता है। अगर इसी तरह वह कार्य करता रहे तो पूरे घर की रंगाई वह कितने दिनों में करेगा?

2.3 दशमलव संख्यायें या दशमलव भिन्न (Decimal Numbers)

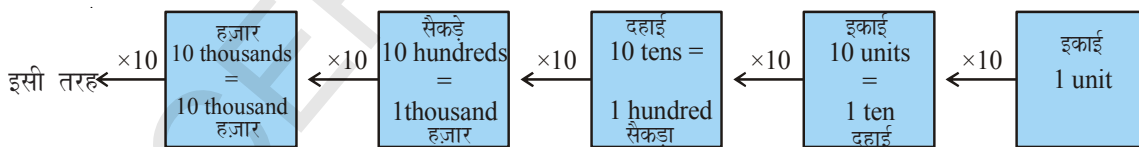
छठवीं कक्षा में हमने दशमलव संख्याओं के जोड़ तथा घटाना सीखा है। आइए, अब हम उनके गुणनफल एवं भाजन के बारे में जानकारी प्राप्त करें।

आइए 12714 का विस्तार रूप देखें।

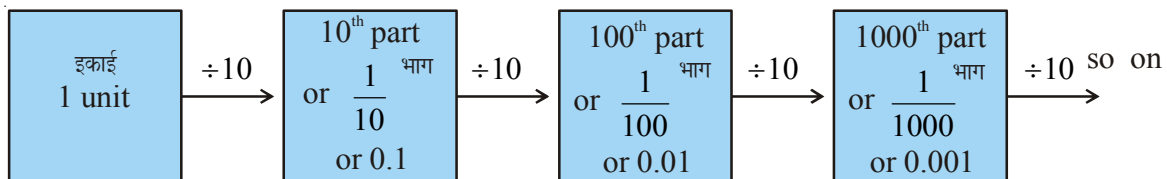
$$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1$$

इसी प्रकार 12714.2 का विस्तार रूप क्या होगा?

आपको यह ज्ञात होगा कि संख्या के दाहिने से बाईं ओर जाने पर संख्या का मान 10 के गुणन में बढ़ता है।



यदि हम बायें से दाहिने ओर बढ़ें तो क्या होगा? आप देखेंगे कि संख्या का मान 10 विभाजित होगा। यदि इकाई को 10 से भाग दें तो क्या होगा? हम जानते हैं कि $1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$



इस प्रकार 12714.2 का विस्तार रूप होगा

$$12714.2 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

अब उदाहरण के लिए 3.42 में सभी **संख्याओं** का स्थानीय मान ज्ञात करें। यहाँ पर बिन्दु (.) या दशमलव पूर्व अंक **एवं** आंशिक भाग से अलग करता है। दशमलव के दाहिने भाग को दशमलव भाग कहते हैं। दशमलव के **बायें** वाले भाग को पूर्णांक भाग कहते हैं।

	3 इकाई स्थान पर है।	4 दशमलव के पहले स्थान पर हैं।	2 दशमलव के दूसरे स्थान पर है।
स्थानीय मूल्य	$3 \times 1 = 3$	$4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ या 0.4	$2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$ या 0.02



प्रयत्न करो

1. निम्न तालिका की पूर्ति करो

सैकड़ा (100)	दहाई (10)	इकाई (1)	दसवाँ भाग $\left(\frac{1}{10}\right)$	सौवाँ भाग $\left(\frac{1}{100}\right)$	हजारवाँ भाग $\left(\frac{1}{1000}\right)$	संख्या
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	_____
3	2	—	—	5	4	327.154
6	—	4	—	2	—	614.326
2	—	6	5	—	2	236.512

2. निम्न संख्याओं का विस्तार रूप लिखिए।

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

इसी प्रकार लम्बाई भार तथा पैसों को एक इकाई से दूसरी इकाई में बदलने के लिए हम

दशमलव का उपयोग करते हैं। उदाहरण : $\frac{5}{100} = 0.05$; $220 \text{ g} = \frac{220}{1000} \text{ kg} = 0.220 \text{ kg}$;

$$5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = 0.05 \text{ m}$$

यह कीजिए



(i) 50 पैसे = ₹ _____ (ii) 22 g = _____ kg (iii) 80 cm = _____ m

2.3.1 दशमलव संख्याओं की तुलना करना

अभिषेक एवं नेहा के पास क्रमशः रु. 375.50 तथा रु. 375.75 हैं। दोनों में से किसके पास अधिक पैसे हैं। इसे मालूम करने के लिए हम सर्वप्रथम दशमलव के बांयी ओर की संख्याओं की तुलना करेंगे। चूंकि दोनों बच्चों के पास रु. 375 हैं, इसलिए हम दशमलव के दाहिनी ओर की संख्याओं की तुलना करेंगे। हम देखेंगे कि नेहा के पास दसवें स्थान पर 7 और अभिषेक के पास दसवें स्थान पर 5 है। इसलिए $7 > 5$ अर्थात् नेहा के पास अधिक पैसे हैं। यानि $375.75 > 375.50$

उपरोक्त उदाहरण को ध्यान में रखकर निम्न संख्याओं की तुलना कीजिए। कौनसी बड़ी संख्या है?

- (i) 37.65 और 37.60 (ii) 1.775 और 19.780 (iii) 364.10 और 363.10

आइए देखें कि किस प्रकार दशमलव संख्याओं को जोड़ा और घटाया जाता है।

(i)	$221.85 + 37.10$	(ii)	$39.70 - 6.85$
	$\begin{array}{r} 221.85 \\ +37.10 \\ \hline 258.95 \end{array}$		$\begin{array}{r} 39.70 \\ - 06.85 \\ \hline 32.85 \end{array}$

दो दशमलव संख्याओं को जोड़ने या घटाने के लिए दोनों संख्याओं के दशमलव एक दूसरे के ठीक नीचे होने चाहिए। इसके बाद ही जोड़ या घटाव करना चाहिए।



यह कीजिए

- (i) $0.25 + 5.30$ (ii) $29.75 - 25.97$

उदाहरण 9 : एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो बराबर भुजाओं की लंबाई 3.5 से.मी. तथा अन्य भुजा की लम्बाई 2.5 से.मी. हो तो त्रिभुज की परिमिति ज्ञात करो।

हल: समद्विबाहु त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 3.5 से.मी., 3.5 से.मी तथा 2.5 से.मी है।

इसलिए त्रिभुज की परिमिति = त्रिभुज की तीनों भुजाओं का योग
 $= 3.5 \text{ से.मी} + 3.5 \text{ से.मी} + 2.5 \text{ से.मी} = 9.5 \text{ से.मी}$



अभ्यास - 5

1. कौन सी संख्या बड़ी है?

- (i) 0.7 या 0.07 (ii) 7 या 8.5
 (iii) 1.47 या 1.51 (iv) 6 या 0.66

2. निम्न को पैसों में व्यक्त करो

- (i) 9 पैसे (ii) 77 रु 7 पैसे (iii) 235 पैसे

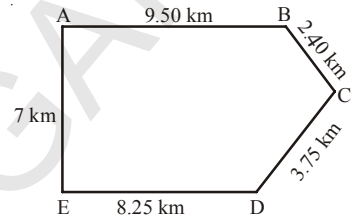
3 (i) 10 से.मी को मीटर तथा किलो मीटर में व्यक्त करो

(ii) 45 मिली मीटर को से.मी., मीटर तथा किलोमीटर में व्यक्त करो।

1 सेमी = 10 मिमी
 1 मी = 100 सेमी
 1 किमी = 1000 मी
 1 किग्रा = 1000 ग्राम

4. निम्न को किलोग्राम में व्यक्त करो
 (i) 190 ग्राम (ii) 247 ग्राम (iii) 44 किलो 80 ग्राम
5. निम्न दशमलव संख्याओं का विस्तार रूप लिखिए।
 (i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03
 (iv) 30.303 (v) 1234.56
6. निम्न दशमलव संख्याओं में 3 का स्थानीय मूल्य लिखो।
 (i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43
 (iv) 90.30 (v) 794.037

7. चित्र में अरुणा और राधा ने दो अलग-अलग स्थानों से यात्रा शुरू की। अरुणा A से चलकर B से होते हुए C बिन्दु पर जबकि राधा E से चलकर D से होते हुए C बिन्दु पर यात्रा पूरी करती है। बताइए किसने अधिक यात्रा की और कितनी?



8. उपेन्द्र सब्जियाँ खरीदने के लिए बाजार गया। उसने 2.5 कि. 250 ग्राम टमाटर, 2 कि. 500 ग्राम आलू, 750 ग्राम भिंडी और 125 ग्राम हरी मिर्ची खरीदी। उसने कुल कितनी सब्जी खरीदी?

2.4 दशमलव संख्याओं का गुणनफल

रादेन्द्र अपनी माँ के साथ सब्जी लेने बाजार गया। उन्होंने आलू रु. 8.50 प्रति किलो दर से 2.5 कि.ग्रा. आलू खरीदे। बताइए उन्हें सब्जीवाले को कितने पैसे देने होंगे?

हम अपने दैनिक जीवन में कई बार दशमलव के गुणन करते हैं। चलिए सीखें कि दो संख्याओं का गुणन कैसे किया जाता है।

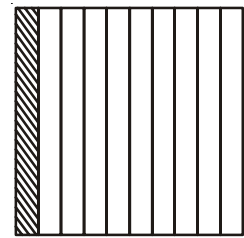
मान लो 0.1×0.1 का गुणा करना है। 0.1 का अर्थ है 10 हिस्सों का

एक हिस्सा, इसे $\frac{1}{10}$ द्वारा दर्शाया जाता है। (चित्र 1 में)

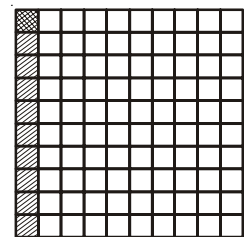
इसलिए $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ का अर्थ है $\frac{1}{10}$ का $\frac{1}{10}$ इसलिए हम

यहाँ $\frac{1}{10}$ का दसवाँ हिस्सा ज्ञात करके $\frac{1}{10}$ को 10 भागों में बाँटेंगे।

इसे चित्र(2) में दर्शाया गया है। चित्र 2 में कितने वर्ग हैं? 100 वर्ग हैं। इसलिए 100 वर्ग या 0.01 को दर्शाता है। अतः निष्कर्ष निकलता है कि



चित्र 1



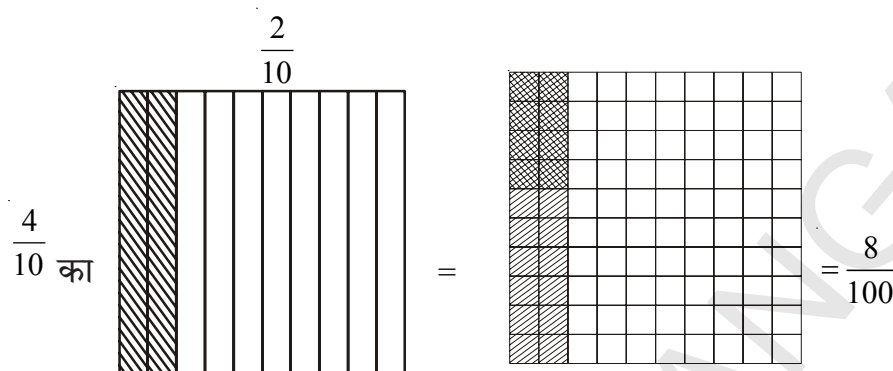
चित्र 2

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

आइए 0.4×0.2 का गुणनफल देखें

$$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} \text{ या } \frac{4}{10} \text{ of } \frac{2}{10}$$

चित्र द्वारा दर्शाने पर



उपरोक्त चित्र में 100 वर्गों में से 8 वर्ग दोहरे छायांकित खाने हैं। जिसे 0.08 से दर्शाया गया है। 0.1×0.1 और 0.4×0.2 का गुणा करते समय हमें यह ज्ञात हुआ कि दशमलव संख्याओं को गुणा करते समय हम पहले उन्हें पूर्ण अंकों की तरह गुणा करते हैं। जैसे कि 0.1×0.1 का गुणा, 1×1 है, इसी प्रकार 0.4×0.2 में हम 4×2 लेते हैं। उनका गुणनफल 8 है। इसके पश्चात हम संख्या के दशमलव के दाहिने ओर की संख्याएँ गिनते हैं। दोनों उदाहरणों 0.1×0.1 और 0.4×0.2 में दाहिने ओर 2 संख्याएँ हैं। इसलिए दशमलव को गुणा के बाद, 2 संख्याओं के बाद लगायेंगे।

इसलिए $0.1 \times 0.1 = 0.01$ या 0.01

और $0.4 \times 0.2 = 0.08$ या 0.08

किसी दशमलव संख्या में पूर्णांक स्थान न होने पर हम गुणा करने के पश्चात दशमलव को गुणक संख्या के बायीं ओर लगाते हैं।

यदि हम 0.5×0.05 को गुणा करें तो हम दशमलव बिन्दु गुणनफल संख्या के दाहिने से बायीं ओर गिनकर लगायेंगे। अर्थात् $0.5 \times 0.05 = 0.025$

1.2×2.5 का गुणा करने पर, हम पहले 12 और 25 का गुणा करेंगे। यदि $12 \times 25 = 300$, 1.2 तथा 2.5 दोनों में दशमलव एक-एक संख्या के बाद है। इसलिए $1 + 1 = 2$, इसलिए 300 में अंतिम संख्या से 2 स्थान पहले हम दाहिनी से बायीं ओर बढ़ेंगे और फिर दशमलव बिन्दु लगायेंगे यानि $1.2 \times 2.5 = 3$

उसी प्रकार 2.5 और 1.25 का गुणा करते समय, हम 25 और 125 को गुणा करेंगे और दशमलव बिन्दु गुणनफल को 3 स्थानों के बाद लगायेंगे। अर्थात् $2.5 \times 1.25 = 3.125$

यह कीजिए



- ज्ञात करो (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
- प्रथम प्रश्न के उत्तरों को अवरोही क्रम में लिखिए।

उदाहरण 10 : आयत की लम्बाई 7.1 से.मी. और चौड़ाई 2.5 से.मी है तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा ?

हल: आयत की लम्बाई = 7.1 cm
 आयत की चौड़ाई = 2.5 cm
 अर्थात्, आयत का क्षेत्रफल = $7.1 \times 2.5 = 17.75$ वर्ग से.मी.

2.4.1 दशमलव संख्या को 10, 100, 1000 से गुणन फल

रेशमा ने देखा कि $3.2 = \frac{32}{10}$ जबकि $2.35 = \frac{235}{100}$. अर्थात् दशमलव के स्थान पर भिन्न निर्भर करता है। दशमलव संख्या को भिन्न में परिवर्तित कर सकते हैं। हर के स्थान पर 10 या 100, लिखकर उसने पहचाना कि दशमलव संख्या को 10, 100 या 1000,

चलिए देखते हैं क्या हम कोई पद्धति प्राप्त कर सकते हैं? क्या 10, 100, 1000 से गुणा करने पर नीचे दी गयी तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 10 = \dots\dots\dots$
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176 \text{ or } 176.0$	$2.35 \times 100 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 100 = \dots\dots\dots$
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760 \text{ or } 1760.0$	$2.35 \times 1000 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 1000 = \dots\dots\dots$
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 = \dots\dots\dots$; $0.5 \times 1000 = \dots\dots\dots$		

उत्तरों की जाँच करो। क्या आपने कोई नियम प्राप्त किया है? दशमलव संख्या में सीधे हाथ की तरह आगे बढ़ता है, 10, 100, 1000 आदि।

2.4.2 दशमलव संख्याओं का भाजन

गोपाल को अपनी कक्षा सजाने के लिए कुछ रंगीन पट्टियों की आवश्यकता है। प्रत्येक पट्टी की लंबाई 1.6 से.मी. होनी चाहिए। उसके पास कुल 9.6 से.मी. लम्बाई की पट्टी है। उसे कुल कितनी पट्टियां मिलेंगी? उसके अनुसार $\frac{9.6}{1.6}$ से.मी. क्या यह सही है?

दोनों संख्याओं में दशमलव बिन्दु हैं। इस प्रकार अब हम दशमलव संख्याओं का भाजन सीखेंगे।

2.4.2(a) संख्याओं का 10, 100, 1000 आदि से भाजन

उदा : $31.5 \div 10$.

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

$$\text{उसी प्रकार, } 31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

उसी प्रकार

क्या ऐसे कोई स्वरूप हैं जिससे कि हम संख्याओं को 10, 100 या 1000 से भाजन कर सकें।

नीचे दी गई तालिका का स्वरूप देखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

$29.5 \div 10 = 2.95$	$132.7 \div 10 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 10 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 10 = \dots\dots\dots$
$29.5 \div 100 = 0.295$	$132.7 \div 100 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 100 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 100 = \dots\dots\dots$
$29.5 \div 1000 = 0.0295$	$132.7 \div 1000 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 1000 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 1000 = \dots\dots\dots$

2.4.2 (b) दशमलव संख्याओं का पूर्ण संख्याओं द्वारा भाजन

आइये हम $\frac{6.4}{2}$ को ज्ञात करें।

$\frac{6.4}{2}$ को हम $6.4 \div 2$ लिखते हैं।

$$\text{इसलिए } 6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2} \text{ (पूर्व ज्ञान के आधार पर)}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

आइए, भाजन करें। $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

यह कीजिए

1. (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$



उदाहरण 11 : 4.2, 3.8 और 7.6 औसत ज्ञात करो।

हल : 4.2, 3.8 और 7.6 का औसत $\frac{4.2 + 3.8 + 7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (c) एक दशमलव संख्या का दूसरी दशमलव संख्या से भाजन

आइए, एक दशमलव संख्या का दूसरी दशमलव संख्या से भाजन ज्ञात करें उदाहरण $35.5 \div 0.5$.

$$35.5 \div 0.5 = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$$

इसलिए $35.5 \div 0.5 = 71$.

उदाहरण 12 : एक ट्रक 92.5 किलो मीटर की दूरी 2.5 घंटे में पूरी करता है। यदि यह ट्रक इसी गति से चले तो बताओ कि वह एक घंटे में कितनी दूरी तय करेगा?

हल:- ट्रक द्वारा तय की गई दूरी = 92.5 किलो मीटर

तय की गई दूरी के लिए लगा समय = 2.5 घंटे

$$\text{प्रति घंटा तय की गई दूरी} = \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37 \text{ किलो मीटर}$$



अभ्यास - 6

1. निम्न को हल करो

- (i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5
 (iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5
 (vii) 2×0.86

2. आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसकी लम्बाई 6.2 से.मी तथा चौड़ाई 4 से.मी. है।

3. निम्न को हल करो

- (i) 21.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 53.7×10
 (iv) 168.07×10 (v) 131.1×100 (vi) 156.1×100
 (vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10
 (x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. एक स्कूटर चालक 1 लीटर पेट्रोल से 62.5 किलो मीटर दूरी तय करता है। 10 लीटर पेट्रोल में वह कितनी दूरी तय करेगा?

5. निम्न को हल करो

- (i) 1.5×0.3 (ii) 0.1×47.5 (iii) 0.2×210.8
 (iv) 4.3×3.4 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.10
 (vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01
 (x) 70.01×1.1

6. हल करो

- (i) $2.3 \div 100$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $44.3 \div 10$
 (iv) $127.1 \div 1000$ (v) $7 \div 3.5$ (vi) $88.5 \div 0.15$
 (vii) $0.4 \div 20$

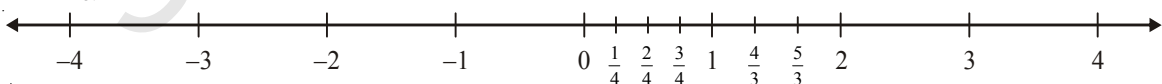
7. एक सम बहुभुज की भुजा की लम्बाई 3.5 से.मी. है। यदि इसकी परिमिति 17.5 से.मी. हो तो समबहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात करो?

8. एक स्थान पर 7 घंटे में 0.896 से.मी. वर्षा रिकार्ड की गई। बताइए एक घंटे में औसत वर्षा कितनी हुई?

2.5 परिमेय संख्याओं का परिचय

2.5.1 धनात्मक भिन्न संख्याएँ

हमने पूर्णाकों व भिन्नों के बारे में जानकारी प्राप्त की है। आइए, हम संख्यारेखा के द्वारा इन्हें समझें।



$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} \dots$ ये संख्याएँ 0 तथा 1 के बीच में हैं और ये सभी 1 से कम हैं। इन्हें सजातीय भिन्न कहते हैं। ये सभी 0 तथा 1 के बीच होते हैं। उसी प्रकार $\frac{4}{3}$ तथा $\frac{5}{3}$ का मान 1 और 2 के बीच आता है। इसलिए इन्हें हम विजातीय भिन्न कहते हैं। इन सबको धनात्मक भिन्न संख्याएँ कहते हैं।

यह कीजिए



- निम्न संख्याओं के बीच कोई 5 भिन्न लिखो (i) 0 और 1 (ii) 1 और 2.
- $4\frac{3}{5}$ संख्यारेखा पर कहाँ पर स्थित होगा?

शून्य 0 के बाईं ओर $-1, -2, -3$ पूर्णांक होते हैं।

संख्या रेखा की दांयी ओर बढ़ने पर संख्याओं का मान घटता है या बढ़ता है?

आप जानते हो कि संख्या रेखा की बायीं ओर बढ़ने पर संख्याओं का मान घटता है। शून्य से जो संख्या जितनी दूर होगी, वह संख्या उतनी ही छोटी होगी।

यह कीजिए

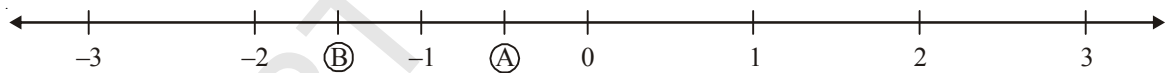
- नीचे दिये गये समूह में सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या लिखिए
 - $2, -2, -3, 4, 0, -5$
 - $-3, -7, -8, 0, -5, -2$
- निम्न संख्याएँ आरोही क्रम में लिखो



- $-5, -75, 3 - 2, 4, \frac{3}{2}$
- $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$

2.5.2 ऋणात्मक भिन्न संख्याएँ

मान लो बिन्दु A संख्यारेखा पर है।



बिन्दु A, 0 तथा -1 के बीच में है। क्या

यह '0' से बड़ा है या छोटा ?

क्या यह $\frac{1}{2}$ के बराबर है? हम नहीं कह सकते कि यह $\frac{1}{2}$ है, क्योंकि यह शून्य से

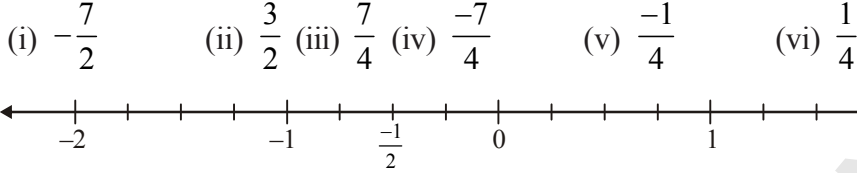
नेहा ने $-9/4$ को दर्शाने का आसान तरीका सोपा है। उसने पहले $-9/4$ को मिश्रित भिन्न में बदला है $-\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$ और पोहि इसे -2 तथा -3 के बीच संकित किया है।

कम है। इसे (A) हम $-\frac{1}{2}$ से दर्शाते हैं। 0 से यह $\frac{1}{2}$ कम है। उसी प्रकार बिन्दु (B) -1 तथा -2 के बीच है और इसका मान $-\frac{3}{2}$ है। उपरोक्त उदाहरण से यह तात्पर्य निकलता है कि ऋणात्मक भिन्न जैसे $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ का मान दो ऋणात्मक पूर्णाकों या फिर शून्य और ऋणात्मक पूर्णाकों के बीच होता है।

यह कीजिए



1. निम्न संख्याओं को संख्या रेखा पर दर्शाओ



2. निम्न संख्याओं को संख्या रेखा पर दर्शाओ

$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$

- (i) इनमें से कौनसी संख्या (a) 0 (b) -2 (c) 4 (d) 2 के बायीं ओर है?

- (ii) इनमें से कौनसी संख्या (a) 0 (b) -5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{5}{2}$ के दाहिने ओर है?

2.5.3 परिमेय संख्याएँ

हम जानते हैं कि 0, 1, 2, 3, 4, 5 को पूर्ण संख्याएँ कहते हैं तथा -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 एक बड़ा पूर्णाकों का समूह है। रानी के अनुसार सभी पूर्ण संख्याएँ पूर्णांक हैं, परन्तु सभी पूर्णांक पूर्ण संख्याएँ नहीं होती। क्या आप इससे सहमत हैं? रानी का कहना सही है क्योंकि ऋणात्मक संख्याएँ जैसे -6, -5, -4, -3, -2, -1 सभी पूर्णांक हैं किन्तु पूर्ण संख्याएँ नहीं हैं। इसलिए सभी पूर्ण संख्याएँ पूर्णांक होती हैं। परन्तु सभी पूर्णांक पूर्ण संख्याएँ नहीं हो सकते।

धनात्मक अपरिमेय भिन्नात्मक संख्याएँ जैसे $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ ये सभी पूर्ण संख्याओं के

अनुपात हैं। सभी अपरिमेय संख्याओं को $\frac{w_1}{w_2}$ के रूप में लिखा जा सकता है जबकि w_1 और w_2 पूर्ण संख्याएँ हों और w_2 शून्य '0' के बराबर न हो।



प्रयत्न करो

कोई पाँच भिन्नात्मक संख्याएँ लिखो और w_1, w_2 को पहचानो

संख्याओं के बड़े समूह को परिमेय संख्याएँ कहते हैं।

इसमें पूर्णांक, धनात्मक भिन्नात्मक संख्याएँ तथा सभी ऋणात्मक संख्याएँ आती हैं।

उदा: $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ आदि सभी परिमेय संख्याएँ हैं।

इन सभी उदाहरणों में दो पूर्णाकों का अनुपात $\frac{p}{q}$, रूप में लिखा गया है। जहाँ p और q पूर्णांक हैं। यदि q शून्य के बराबर हो तो इसे हम भिन्नात्मक परिमेय संख्याएँ कहते हैं। **भिन्नात्मक संख्याओं के समूह को Q द्वारा दर्शाया जाता है।**



प्रयत्न कीजिए।

- किन्हीं पाँच पूर्णाकों को लेकर सभी वास्तविक संख्या बनाओ
- कोई पाँच परिमेय संख्याएँ लो और ज्ञात करो कि कौनसी पूर्णाकों से बनी हैं।

2.5.4 परिमेय संख्याओं की तुलना :

हम जानते हैं कि $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{9}{12}$ बराबर की अपरिमेय संख्याएँ (स्थापन भिन्न) हैं।

हमें यह भी पता है कि अपरिमेय संख्याओं की तुलना करते समय पहले हम दोनों संख्याओं के हर बराबर करते हैं।

उदाहरण के लिए $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{7}$ की तुलना करें।

$\frac{3}{4}$ के समान भिन्न इस प्रकार होंगे-

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28} \text{ और}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28} \dots \dots$$

दोनों भिन्नों के हर समान हैं और $\frac{21}{28}, \frac{20}{28}$ की तुलना करने पर

$\frac{21}{28}$ बड़ा है $\frac{20}{28}$ से

इसलिए, $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$



प्रयत्न कीजिए।

1. $\frac{3}{4}$ के बराबर वाले भिन्न (समान भिन्न) लिखो और उसे संख्यारेखा पर अंकित करो।
आपने क्या निरीक्षण किया?
2. क्या $\frac{6}{7}$ के समान भिन्न, संख्यारेखा पर समान बिन्दु को दर्शाते हैं?

अब $\frac{-1}{2}$ और $\frac{-2}{3}$ की तुलना करो

$\frac{-1}{2}$ तथा $\frac{-2}{3}$ के समान भिन्न लिखने पर

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \dots\dots$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \dots\dots$$

$\frac{-3}{6}$ तथा $\frac{-4}{6}$ की तुलना करने पर $\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$

$$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$$



प्रयत्न कीजिए।

1. क्या $\frac{-1}{2}$ और $\frac{-3}{6}$ संख्या रेखा पर समान बिन्दु को दर्शाते हैं?
2. क्या $\frac{-2}{3}$ और $\frac{-4}{6}$ समान भिन्न हैं?

उदाहरण: समान भिन्नों को संख्यारेखा पर दर्शाने पर वे संख्यारेखा के एक ही बिन्दु पर होते हैं। इसलिए हम कह सकते हैं कि $\frac{-1}{2}$ और $\frac{-2}{4}$ समान (बराबर) भिन्न हैं।

प्रयत्न कीजिए

1. निम्न भिन्नो के पाँच समान भिन्न लिखिए

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$



2. नीचे दिये गये भिन्नो में समान भिन्नो को पहचानिए।

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$

(ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

हम कह सकते हैं कि दिये गये भिन्न के समान भिन्न ज्ञात करने के लिए भिन्न के अंश और हर को एक ही पूर्णांक से गुणा या भाग करते हैं।

उदाहरण के लिए $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$ और $\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$

$\frac{-2}{7}$ के लिए $\frac{-2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-4}{14}$ और $\frac{-2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-6}{21}$

इस प्रकार $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \dots$ को गुणा करने से समान भिन्न प्राप्त होते हैं।



अभ्यास - 7

1. निम्न भिन्नो के समान भिन्न लिखो

(i) $\frac{2}{3}$

(ii) $-\frac{3}{8}$

2. $\frac{-15}{36}$ के समान भिन्न लिखो। जिसका हर (i) हर 12 हो (ii) अंश -75 हो?

3. निम्न भिन्नो को संख्यारेखा पर अंकित करो

(i) $\frac{1}{2}$

(ii) $\frac{3}{4}$

(iii) $\frac{3}{2}$

(iv) $\frac{10}{3}$

3. नीचे दिये गये कथन सत्य है या असत्य
- (i) प्रत्येक पूर्णांक एक भिन्न होता है और प्रत्येक भिन्न एक पूर्णांक होता है। ()
- (ii) $\frac{p}{q}$ भिन्न संख्या में q एक अशून्य पूर्णांक होता है। ()
- (iii) प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न संख्या द्वारा दर्शाया जा सकता है। ()
- (iv) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ समान भिन्न हैं। ()
- (v) धनात्मक भिन्नों के समान भिन्न भी धनात्मक होते हैं। ()



मुख्य बिन्दु

- हमने जाना कि भिन्नों का संकलन (जोड़) तथा व्यवकलन (घटाना) तभी संभव है जब वे भिन्न समान होंगे।
- भिन्नों का गुणन फल $= \frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हर का गुणनफल}}$
- ‘का’ शब्द का उपयोग गुणा के लिए किया जाता है, जैसे 6 का $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$
- दो सजातीय भिन्नों का गुणनफल गुणा किये गये प्रत्येक भिन्न से छोटा होता है। सजातीय तथा विजातीय भिन्नों का गुणनफल गुणा किये गये सजातीय भिन्न से कम होता है। दो विजातीय भिन्नों का गुणनफल गुणा किये गये प्रत्येक भिन्न से बड़ा होता है।
- एक भिन्न के अंश और हर को आपस में बदल देने से विलोम भिन्न प्राप्त होता है।
- हमने सीखा कि दो भिन्नों का भाजन किस प्रकार ज्ञात किया जाता है।
 - एक वर्ग संख्या को भिन्न से भाजन करने का तात्पर्य है कि पूर्ण संख्या को भिन्न के विलोम से गुणा करना।
 - एक भिन्न को पूर्ण संख्या से भाजन करने का तात्पर्य है कि भिन्न को पूर्ण संख्या के विलोम से गुणा करना।
 - एक भिन्न को दूसरे भिन्न से भाजन करने का तात्पर्य है कि एक भिन्न को दूसरे भिन्न के विलोम से गुणा करना। जैसे $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

7. हमने दो दशमलव संख्याओं का गुणनफल सीखा। जब किसी दो दशमलव संख्याओं का गुणनफल किया जाता है तो सर्वप्रथम हम उन्हें पूर्ण संख्याओं की तरह ही गुणा करते हैं। इसके बाद गुणा होने वाली संख्याओं के दशमलव के दाहिने ओर की संख्याओं को गिन लेते हैं। अन्त में प्राप्त गुणनफल संख्या के दाहिने ओर से (जोड़े गये दशमलव के बाद की संख्या) उतनी संख्या के बाद दशमलव लगा देते हैं।

8. दशमलव संख्या से 10, 100, 1000 ... का गुणा करते समय हम जितने शून्य वाली संख्या से गुणा करते हैं। उतने ही आगे दशमलव बिन्दु को बढ़ाया जाता है।

9. हमने दशमलव संख्याओं के भाजन को भी सीखा है।

(i) दो दशमलव संख्याओं के भाजन करने के लिए हम पहले पूर्ण संख्याओं की तरह ही भाग देते हैं। इसके बाद हम भाजक में दशमलव लगाते हैं। जैसे कि दशमलव संख्या में दिया गया हो।

(ii) दशमलव संख्या को 10, 100, 1000 से भाजन के लिए दशमलव बिन्दु से जितने शून्य होते हैं उतनी बार दशमलव से बायीं ओर बढ़ते हैं।

नोट:- यह तभी संभव है जब भाजन में शेष शून्य हो।

(iii) दो दशमलव संख्याओं का भाजन करते समय हम दी गई संख्याओं के दशमलव बराबर करते हैं। फिर उन्हें पूर्ण संख्याओं की तरह भाजन करते हैं।

10. भिन्न संख्याएँ पूर्णाकों, धनात्मक भिन्न, ऋणात्मक भिन्न संख्याओं का समूह होता है जिसे $\frac{p}{q}$ रूप में लिखा जाता है।

यह i) p और q पूर्णाक हैं।

ii) $q \neq 0$

भिन्न संख्याओं को Q से दर्शाया जाता है।

जॉन नेपियर (स्कॉटलैंड) सन् 1550-1617 ई.

लॉगरिथम की खोज

गुणनफल के लिए नेपियर रॉड की खोज।

दशमलव भिन्नों से परिचय कराया।

