ગણિત

ધોરણ VI

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

અનુવાદ

શ્રી ભક્તિભાઈ પી. પટેલ
શ્રી મેઘરાજભાઈ જે. ભટ્ટ
ડૉ. સંજયભાઈ એસ. પટેલ

સમીક્ષા

ડૉ. વિજય પટેલ
શ્રી ઈન્દ્રવદન એ. શાહ
શ્રી લલિતકુમાર જે. પુરોહિત
શ્રી સુનિલ એમ. પટેલ
શ્રી સુકેતુ જે. યાજ્ઞિક
શ્રી કોમલબહેન એન. ઝાંબુઆવાલા
શ્રી જગદીશકુમાર ડી. પટેલ

ભાષાશુદ્ધિ

શ્રી વિજય પારેખ

સંયોજન

શ્રી આશિષ એચ. બોરીસાગર
(વિષય સંયોજક : ગણિત)

નિર્માણ-આયોજન

શ્રી આશિષ એચ. બોરીસાગર
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન

શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાચીયા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય સ્તરે સમાન અભ્યાસક્રમ રાખવાની સરકારશ્રીની નીતિના અનુસંધાને ગુજરાત સરકાર તથા GCERT દ્વારા તા. 19-7-2017ના ઠરાવ-ક્રમાંક જશભ/1217/સિંગલ ફાઈલ-62/ન થી શાળાકક્ષાએ NCERTના પાઠ્યપુસ્તકોનો સીધો અમલ કરવાનો નિર્ણય કરવામાં આવ્યો તેને અનુલક્ષીને NCERT, નવી દિલ્હી દ્વારા પ્રકાશિત **ધોરણ VI**ના **ગણિત** વિષયના પાઠ્યપુસ્તકનો ગુજરાતીમાં અનુવાદ કરાવીને વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

આ પાઠ્યપુસ્તકનો અનુવાદ તથા તેની સમીક્ષા નિષ્ણાત પ્રાધ્યાપકો અને શિક્ષકો પાસે કરાવવામાં આવ્યા છે અને સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરતાં પહેલાં આ પાઠ્યપુસ્તકની મંજૂરી માટે એક સ્ટેટ લેવલની કમિટીની રચના કરવામાં આવી. આ કમિટીની સાથે NCERTના પ્રતિનિધિ તરીકે RIE ભોપાલથી ઉપસ્થિત રહેલા નિષ્ણાતોની એક ત્રિદિવસીય કાર્યશિબિરનું આયોજન કરવામાં આવ્યું અને પાઠ્યપુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું જેમાં શ્રી ભક્તિભાઈ પટેલ, શ્રી સજલ પટેલ, શ્રી લલિત પુરોહિત, શ્રી શૈલેષ ફિચડિયા, ડૉ. સુરેશ મકવાણા (RIE, ભોપાલ), શ્રી અજી થોમસ (RIE, ભોપાલ) ઉપસ્થિત રહી પોતાનાં કીમતી સૂચનો અને માર્ગદર્શન પૂરાં પાડ્યાં છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે માન. અગ્રસચિવશ્રી (શિક્ષણ) દ્વારા અંગત રસ લઈને જરૂરી માર્ગદર્શન આપવામાં આવ્યું છે. આ પાઠ્યપુસ્તકની ચકાસણી શિક્ષણ-વિભાગના વર્ગ 1 અને વર્ગ 2ના જે-તે વિષય જાણતા અધિકારીશ્રીઓ દ્વારા પણ કરાવવામાં આવી છે. મંડળ દ્વારા પૂરતી કાળજી લેવામાં આવી છે, તેમ છતાં શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

NCERT, નવી દિલ્હીના સહકાર બદલ તેમના આભારી છીએ.

ડૉ. એમ. આઈ. જોષી
નિયામક
તા. 22/02/2018

ડૉ. નીતિન પેથાણી
કાર્યવાહક પ્રમુખ
ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2018

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી ડૉ. એમ. આઈ. જોષી, નિયામક

મુદ્રક :

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the Textbook Development Committee responsible for this textbook. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in Science and Mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this textbook, Dr. H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to the systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director

National Council of Educational Research and Training

New Delhi
20 November 2006

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજ નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો અને સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતનાં સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓના ગૌરવને અપમાનિત કરે, તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની અને જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની;

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

શિક્ષકો માટે...

ગણિતનું આપણા જીવનમાં ખૂબ જ મહત્ત્વ છે. તે ફક્ત આપણને રોજિંદી પરિસ્થિતિમાં કેવળ મદદ જ નથી કરતું પરંતુ તર્કપૂર્ણ વિવેચન, નિરપેક્ષ વિચાર અને કલ્પનાશક્તિનો વિકાસ કરવામાં સહાયક બને છે. તે જીવનને સમૃદ્ધ બનાવે છે અને વિચારોને નવાં પરિમાણો ઉપલબ્ધ કરાવે છે. ગૂઢ નિયમોને શીખવાનો સંઘર્ષ, તર્કને સમજવા અને રચવાની તાકાત આપે છે. સંકલ્પનાઓ વચ્ચેના આંતરસંબંધોને સમજવા માટેની ક્ષમતા ઉત્પન્ન કરે છે. આપણી આ સમૃદ્ધ સમજ અન્ય વિષયના ગૂઢ વિચારોને ઉકેલવામાં મદદ કરે છે. તે આપણને ઉત્તમ પૅટર્ન, નકશા, ક્ષેત્રફળ અને કદના માપનને સમજવામાં તથા આકૃતિ અને આકાર વચ્ચેની સમાનતા સમજવામાં ઉપયોગી છે. આ સંબંધને શક્ય તેટલાં બધાં ક્ષેત્રોમાં બહાર લાવવાની જરૂર છે.

ગણિત શીખવું એ માત્ર ઉકેલ કે પદ્ધતિઓ યાદ કરવાનો મહાવરો નથી પરંતુ સમસ્યાઓને ઉકેલવાનો મહાવરો છે. અમે આશા રાખીએ છીએ કે તમે તમારા વિદ્યાર્થીઓને જાતે પ્રશ્ન રચવાની અને તેને ઉકેલવાની ભરપૂર તક પૂરી પાડશો. અમારું માનવું છે, કે વિદ્યાર્થીઓને તેઓ કરી શકે તેટલા વધુ કોયડાઓ રચવા કહેવું તે સારો વિચાર સાબિત થશે અને વિદ્યાર્થીઓને ગણિતની નવી સંકલ્પનાઓ અને સિદ્ધાંતો સમજવામાં સહાયરૂપ થશે. જેમ જેમ તેઓ સ્વયં કોયડાઓ ઉકેલવાનો આત્મવિશ્વાસ કેળવતા જશે તેમ તેમ વધુ વૈવિધ્યપૂર્ણ અને જટિલ કોયડાઓ રચી પણ શકશે.

ગણિતનો વર્ગ જીવંત અને આદાન-પ્રદાનયુક્ત હોવો જોઈએ જે વિદ્યાર્થીઓને સંકલ્પનાઓ સ્વયં સ્પષ્ટ કરવાની સમજ કેળવવામાં, મોડલ બનાવવામાં તથા પરિભાષાઓનો વિકાસ કરવામાં મદદ કરે. ભાષા અને ગણિત શીખવા વચ્ચે ગાઢ સંબંધ છે. વર્ગખંડની ચર્ચામાં બાળકોને ગણિતના વિચારો અને તેમના અનુભવોનું જોડાણ કરવાની ઘણી તક રહેલી છે. આ ચર્ચામાં તેમને તેમની ભાષા કે શબ્દોનો ઉપયોગ કરવામાં અવરોધવા ન જોઈએ અને તેમની ઔપચારિક ભાષા ધીમે ધીમે પ્રસ્થાપિત થવા દેવી જોઈએ. બાળકોને પરસ્પર ચર્ચા કરવાનો અવકાશ હોવો જોઈએ અને તેઓ પાઠ્યપુસ્તકમાંથી શું સમજ્યા છે તે પ્રસ્તુત કરવાનો તથા તેના સંદર્ભમાં પોતાના અનુભવના ઉદાહરણ રજૂ કરવાની તક મળવી જોઈએ. તેઓને પુસ્તકના સમૂહવાચન માટે તથા તેમાંથી તેઓ શું સમજ્યા તેને રજૂ કરવા માટે પ્રોત્સાહિત કરવા જોઈએ.

ગણિતમાં કલ્પનાશક્તિની જરૂર છે. આ એક એવી શાખા છે કે જેમાં વિદ્યાર્થી વ્યાપક પરિણામ શોધી તેની

રચના કરે અને તેને તર્ક વડે સાબિત કરે. ટૂંકમાં, શીખવા માટે બાળકોને યોગ્ય સામગ્રી, અનુભવો તથા પાઠના સ્વરૂપને જાણવા માટે જાણીતા સંદર્ભોની જરૂર પડશે. આપને વિનંતી છે કે તેમને આ સામગ્રી પૂરી પાડો અને એ પણ ધ્યાનમાં રાખો કે તેઓ તેના પર આધારિત ન બની જાય. એ પણ સ્પષ્ટ કરવું પડશે કે આ પુસ્તક સાબિત કરવા માગે છે કે ચકાસણી અને સાબિતીમાં ભેદ છે. આ બંને બાબતો ઘણીવાર ગૂંચવણમાં મૂકે છે. અમે આશા રાખીએ છીએ કે આપ ચકાસણીની બાબત સાબિતી સાથે ભળી ન જાય તેની કાળજી રાખશો.

આ પુસ્તકમાં એવી ઘણી બધી પરિસ્થિતિઓ ઉપલબ્ધ કરવામાં આવી છે કે જ્યાં વિદ્યાર્થી સિદ્ધાંતો અથવા પૅટર્નને ચકાસી શકશે અને તેમાંના અપવાદોને શોધી શકવાનો પ્રયત્ન કરશે. જ્યાં એક બાજુ વિદ્યાર્થીઓ પાસે એ આશા રાખવામાં આવે છે કે પૅટર્નનું અવલોકન કરે અને તેને વ્યાપક બનાવે જ્યારે બીજી બાજુ પૅટર્નના વિસ્તૃતીકરણમાં પૅટર્નના અપવાદોને શોધી નવી પરિસ્થિતિમાં તેને વ્યાપક બનાવી તેની યથાર્થતા ચકાસે. ગણિતના વિચારોને શીખવા માટે આ પણ એક અનિવાર્ય અંગ છે અને તેટલા માટે તમે કોઈ એવી પરિસ્થિતિનું નિર્માણ કરી શકો કે જે વિદ્યાર્થીઓ માટે ઉપયોગી હોય તેવા સ્વાધ્યાય બનાવી શકાય. તેમને એવી ઘણી તકો પૂરી પાડવી જોઈએ કે જ્યાં તેઓ જાતે કોયડાઓ ઉકેલે અને મેળવેલ ઉકેલના સમાધાનને પ્રદર્શિત કરે. એ અપેક્ષા રાખવામાં આવે છે કે તમે વિદ્યાર્થીઓને એવી તકો પૂરી પાડો કે જેથી જુદા-જુદા વિચારો માટે તર્કસંગત દલીલ કરી શકે. તેની પાસે એ પણ અપેક્ષા રાખવામાં આવે કે તર્કસંગત દલીલનું તે પાલન કરે અને રજૂ કરેલી દલીલોની ખામીઓ શોધે. એ એમના માટે એટલે જરૂરી છે કે તેમનામાં કંઈક પ્રમાણિત કરવાની સમજની ક્ષમતા આવે તથા કોઈ અદશ્ય સંકલ્પના માટે આત્મવિશ્વાસ કેળવાય.

આપના વર્ગમાં એ અપેક્ષા રાખવામાં આવે છે કે ગણિત એક ક્રિયાત્મક અને ખોજના વિષય તરીકે ઉભરે; નહીં કે માત્ર જૂના અને જટિલ પ્રશ્નોના બીબાઢાળ જવાબો શોધવાનો માત્ર અભ્યાસ. ગણિતના વર્ગને આંખ મીંચીને ક્રમબદ્ધ સૂચનાઓ સમજવા માટેના રૂપમાં રજૂ નહીં કરવો જોઈએ. પરંતુ બાળકોને તેમના પ્રશ્નોના ઉકેલના વિવિધ ભાગો શોધવા માટે પ્રોત્સાહિત કરવા જોઈએ. એમને એ અવગત કરવાની જરૂર છે કે અહીં ગણતરી અને સંકલ્પનાઓ માટે અનેક વિકલ્પો ઉપલબ્ધ છે તથા પ્રશ્નના ઉકેલ માટેની અનેક પદ્ધતિઓ અપનાવી શકાય છે. તમે એવી સમસ્યાઓ ઉમેરી શકો છો કે જેને ઉકેલવા માટે ઘણી જ તકો ઉપલબ્ધ હોય અને ગણિતનો અર્થ સારી રીતે સમજવામાં મદદરૂપ થાય.

અમે અહીંયા પ્રકરણોને એકબીજા સાથે જોડવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે અને અગાઉનાં પ્રકરણોમાં શીખી ગયેલ સંકલ્પનાઓનો તેમની પછીનાં પ્રકરણોની શરૂઆત કરવા માટે ઉપયોગ કર્યો છે. અમને અપેક્ષા છે કે આપ તેને સારી તકના સ્વરૂપમાં ઉપયોગ કરશો તથા આ સંકલ્પનાઓની ઉત્તરોત્તર વૃદ્ધિના સ્વરૂપમાં પુનરાવર્તન કરશો કે જે બાળકોની ગણિત પરત્વેની વિભાવનાત્મક સંકલ્પનાઓ રચવામાં સહાય કરે. આપને વિનંતી છે કે ઋણ સંખ્યાઓ, અપૂર્ણાંકો, ચલ અને એવી બાબતો કે જે બાળકો માટે નવીન છે તેના માટે વધુ સમય આપશો. આમાંથી ઘણી બધી સંકલ્પનાઓ આગળ ગણિત શીખવા માટે આધારરૂપ છે.

અમે આશા રાખીએ છીએ કે આ પુસ્તક બાળકોને આનંદપૂર્વક ગણિત શીખવા અને તેમની જાતે પૅટર્ન અને કોયડાઓની રચના કરવામાં આનંદ આપશે. તે આત્મવિશ્વાસથી કોઈ પણ ડર વગર ગણિત શીખશે તથા પરસ્પરની ચર્ચાઓ દ્વારા એકબીજાને મદદ કરશે. એની સાથે વધુમાં આશા રાખીએ છીએ કે આપ તેમને ધ્યાનપૂર્વક સાંભળવાનો સમય કાઢશો અને એ વિચારોને ભાર આપશો કે જેની બાળકોમાં દૃઢ કરવાની જરૂર હોય. આ સાથે બાળકોને પોતાના વિચારોને સ્પષ્ટ કરવામાં તથા શાબ્દિક અભિવ્યક્તિ કે ક્રિયાત્મક સ્વરૂપ આપવામાં મદદ કરશો. આ પુસ્તક વિશે આપના વિચારો કે સૂચન આવકાર્ય છે અને અમને આશા છે કે આપ એવી રસપ્રદ પ્રવૃત્તિઓ મોકલશો કે જેને તમે ભણાવતી વખતે વિકસાવેલ હોય. જેથી હવે પછીની આવૃત્તિમાં તેનો સમાવેશ કરી શકાય.

Textbook Development Committee

CHAIRPERSON, ADVISORY GROUP IN SCIENCE AND MATHEMATICS

J.V. Narlikar, **Emeritus Professor,** ***Inter University Centre for Astronomy & Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune***

CHIEF ADVISOR

Dr. H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

CHIEF COORDINATOR

Hukum Singh, **Professor,** ***DESM, NCERT, New Delhi***

MEMBERS

Anjali Gupte, **Teacher,** ***Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan***

Avantika Dam, **TGT,** ***CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi***

Dharam Prakash, **Reader,** ***CIET, NCERT, New Delhi***

H.C. Pradhan, **Professor,** ***Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra***

Harsha J. Patadia, **Senior Reader,** ***Centre of Advance Study in Education, M.S. University of Baroda, Vadodara, Gujarat***

Jabashree Ghosh, **TGT,** ***DM School, RIE, NCERT, Bhubaneswar, Orissa***

Mahendra Shankar, **Lecturer (S.G.) (Retd.),** ***NCERT, New Delhi***

Meena Shrimali, **Teacher,** ***Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan***

R. Athmaraman, **Mathematics Education Consultant,** ***TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu***

S. Pattanayak, **Professor,** ***Institute of Mathematics and Application, Bhubaneswar, Orissa***

S.K.S. Gautam, **Professor,** ***DESM, NCERT, New Delhi***

Shraddha Agarwal, **PGT,** ***Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur, (U.P.)***

Srijata Das, **Sr. Lecturer** ***(Mathematics), SCERT, New Delhi***

U.B. Tewari, **Professor,** ***Department of Mathematics, IIT, Kanpur, (U.P.)***

Uaday Singh, **Lecturer,** ***DESM, NCERT, New Delhi***

MEMBER-COORDINATORS

Ashutosh K. Wazalwar, **Professor,** ***DESM, NCERT, New Delhi***

Praveen K. Chaurasia, **Lecturer,** ***DESM, NCERT, New Delhi***

Acknowledgements

The Council acknowledges the valuable comments of the following participants of the workshop towards the finalisation of the book — K.K. Gupta, Reader, *U.N.P.G. College, Padrauna, Uttar Pradesh; Deepak Mantri,* Teacher, *Vidya Bhawan Basic School, Udaipur, Rajasthan; Shagufta Anjum,* Teacher, *Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan; Ranjana Sharma,* Teacher, *Vidya Bhawan Secondary School, Udaipur, Rajasthan. The Council acknowledges the suggestions given by Utpal Chakraborty,* Lecturer, *SCERT, Raipur, Chattisgarh.*

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop : K. Balaji, TGT, *Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shiv Kumar Nimesh,* TGT, *Rajkiya Sarvodaya Bal Vidyalaya, Delhi; Ajay Singh,* TGT, *Ramjas Senior Secondary School No. 3, Delhi; Rajkumar Dhawan,* PGT, *Geeta Senior Secondary School No. 2, Delhi; Shuchi Goyal,* PGT, *The Airforce School, Delhi; Manjit Singh,* TGT, *Government High School, Gurgaon, Haryana; Pratap Singh Rawat,* Lecturer, *SCERT, Gurgaon, Haryana; Ritu Tiwari,* TGT, *Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Delhi.*

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur for conducting the third workshop of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor Hukum Singh, Head, *DESM, NCERT.*

The Council also acknowledges the efforts of Uttam Kumar (NCERT) and Rajesh Sen (Vidya Bhawan Society, Udaipur), DTP Operators; *Monika Saxena,* Copy Editor; *and Abhimanu Mohanty,* Proof Reader; *APC office and the administrative staff DESM, NCERT and the Publication Department of the NCERT.*

CONSTITUTION OF INDIA

Part III (Articles 12 – 35)

(Subject to certain conditions, some exceptions and reasonable restrictions)

guarantees these

Fundamental Rights

Right to Equality

- before law and equal protection of laws;
- irrespective of religion, race, caste, sex or place of birth;
- of opportunity in public employment;
- by abolition of untouchability and titles.

Right to Freedom

- of expression, assembly, association, movement, residence and profession;
- of certain protections in respect of conviction for offences;
- of protection of life and personal liberty;
- of free and compulsory education for children between the age of six and fourteen years;
- of protection against arrest and detention in certain cases.

Right against Exploitation

- for prohibition of traffic in human beings and forced labour;
- for prohibition of employment of children in hazardous jobs.

Right to Freedom of Religion

- freedom of conscience and free profession, practice and propagation of religion;
- freedom to manage religious affairs;
- freedom as to payment of taxes for promotion of any particular religion;
- freedom as to attendance at religious instruction or religious worship in educational institutions wholly maintained by the State.

Cultural and Educational Rights

- for protection of interests of minorities to conserve their language, script and culture;
- for minorities to establish and administer educational institutions of their choice.

Right to Constitutional Remedies

- by issuance of directions or orders or writs by the Supreme Court and High Courts for enforcement of these Fundamental Rights.

અનુક્રમણિકા

ALL MEN ARE EQUAL

"I believe implicitly that all men are born equal. All whether born in India or in England or America or in any circumstances whatsoever have the same soul as any other. And it is because I believe in this inherent equality of all men that I fight the doctrine of superiority which many arrogate to themselves."

"I have fought this doctrine of superiority in South Africa inch by inch, and it is because of that inherent belief that I delight in calling myself a scavenger, a spinner, a weaver, a farmer and a labourer."

"I consider that it is unmanly for any person to claim superiority over a fellow being. He who claims superiority, at once forfeits the claim to be called a man."

M. K. Gandhi

Such teachers still exist in India. (It should not be necessary to sound the warning that I am not speaking here of spiritual teachers who have the power to lead the aspirants to liberation.) Such teachers have no use for flattery. Respect for them must be natural and so is the love of the teacher for his pupil. That being so, the teacher is ever ready to give, and the pupil equally ready to receive. Ordinary things we may and do learn from anyone. For example, I may learn a great deal from a carpenter with whom I have nothing in common and who may even have many faults. I just buy from him the requisite knowledge even as I buy from a shopkeeper my needs. Of course, here too, a certain kind of faith is necessary. I must have faith in the knowledge of carpentry of the carpenter from whom I want to learn it. If I lack that faith, then it is clear I cannot learn anything from him. But devotion to a teacher is a different matter. Where education aims at the building of character, the old teacher-disciple relation is absolutely necessary. In the absence of a feeling of devotion to the teacher, the building of character must become difficult of achievement.

The Problem of Education : p. 155.

સંખ્યા-પરિચય

પ્રકરણ 1

1.1 પ્રાસ્તાવિક

હવે વસ્તુઓની ગણતરી આપણે સરળતાથી કરી શકીએ છીએ. આપણે મોટી સંખ્યામાં રહેલી વસ્તુઓને પણ ગણી શકીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, શાળાના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા. તેને ચોક્કસ સંખ્યા દ્વારા રજૂ કરીએ છીએ, તદ્ઉપરાંત મોટી સંખ્યાને વિશિષ્ટ સંકેતથી ઓળખીએ છીએ.

એવું નથી કે આપણે મોટી સંખ્યાના સંકેતો પહેલેથી જ જાણતા હતાં. થોડાં હજારો વર્ષ પહેલાં, લોકો માત્ર નાની સંખ્યાઓ જાણતા હતા. ધીમે-ધીમે મોટી સંખ્યાઓ સાથે કામ કરવાનું તેઓ શીખ્યા. મોટી સંખ્યાના સંકેતો પણ શીખ્યા. આ બધું માનવીના સહિયારા પ્રયત્નોથી શક્ય બન્યું. પહેલાં આ માર્ગ સરળ ન હતો, આ માટે ઘણો સંઘર્ષ કરવો પડ્યો. હકીકતમાં, સમગ્ર ગણિતના વિકાસને આ રીતે સમજી શકાય છે. જેમ-જેમ માનવી પ્રગતિ પામ્યો, તેમ-તેમ ગણિતના વિકાસની વધારે જરૂર પડતી ગઈ અને પરિણામે ગણિતનો વધુ અને ઝડપી વિકાસ થયો.

આપણે સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અને તેમના વિશે ઘણુંબધું જાણીએ છીએ. સંખ્યાઓ પ્રત્યક્ષ વસ્તુઓ ગણવામાં ઉપયોગી છે. કયું વસ્તુજૂથ મોટું છે તે બતાવે છે અને તેને ક્રમમાં ગોઠવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, પ્રથમ, દ્વિતીય વગેરે. સંખ્યાઓ જુદા-જુદા સંદર્ભોમાં અને ઘણી રીતે ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે. તમે વિચાર તો કરો કે, આપણે કઈ-કઈ જગ્યાએ સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. તેમાંથી સંખ્યા વપરાતી હોય તેવી પાંચ જુદી-જુદી પરિસ્થિતિઓની યાદી બનાવો.

આપણે અગાઉનાં વર્ષોમાં સંખ્યાઓની ક્રિયાનો આનંદ મેળવી ચૂક્યા છીએ. જેમાં સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર છે. વળી, સંખ્યાઓની શ્રેણીઓના સ્વરૂપ અને તેની ઘણી રસપ્રદ બાબતો જાણીએ છીએ. આ પ્રકરણમાં આપણે થોડી સમીક્ષા અને પુનરાવર્તન સાથે આગળ વધીશું.

1.2 સંખ્યાઓની સરખામણી

સંખ્યાઓની સરખામણી કરતાં આપણે અગાઉ શીખી ગયાં છીએ. આવો જોઈએ કે આપેલી સંખ્યામાંથી કઈ સંખ્યા સૌથી મોટી છે.

(i) 92, 392, 4456, 89742 હું સૌથી મોટી છું.

(ii) 1902, 1920, 9201, 9021, 9210 હું સૌથી મોટી છું.

અહીં આપણે જવાબ જાણીએ છીએ.

તમારા મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો અને જાણો કે તમે સૌથી મોટી સંખ્યા કેવી રીતે શોધી :

પ્રયત્ન કરો.

શું તમે તરત જ કહી શકશો કે દરેક હારમાં સૌથી મોટી અને સૌથી નાની સંખ્યા કઈ છે?

1. 382, 4972, 18, 59785, 750 જવાબ 59785 એ સૌથી મોટી અને 18 એ સૌથી નાની છે.
2. 1473, 89423, 100, 5000, 310 જવાબ ____________
3. 1834, 75284, 111, 2333, 450 જવાબ ____________
4. 2853, 7691, 9999, 12002, 124 જવાબ ____________

આ સહેલું છે? કેમ સહેલું છે?

આપણે સંખ્યા પર માત્ર નજર નાંખીને જ કહી દીધું કે, મોટી સંખ્યા હજારમાં અને નાની સંખ્યા સો કે દશકમાં છે.

આ પ્રકારના પાંચ પ્રશ્નો બનાવી તમારા મિત્રને ઉકેલવા કહો.

આપણે 4875 અને 3542ની સરખામણી કઈ રીતે કરીએ છીએ ? આ અઘરું નથી. આ બે સંખ્યામાં અંકોની સંખ્યા બરાબર છે. બંને હજારમાં છે, પરંતુ 4875માં હજારના સ્થાનનો અંક 3542ના હજારના સ્થાનના અંક કરતાં મોટો છે. આથી, 4875 એ 3542 કરતાં મોટી છે.

પ્રયત્ન કરો.

મોટી અને નાની સંખ્યા શોધો.

(a) 4536, 4892, 4370, 4452
(b) 15623, 15073, 15189, 15800
(c) 25286, 25245, 25270, 25210
(d) 6895, 23787, 24569, 24659

હવે, બતાવો કે 4875 અને 4542માં મોટી સંખ્યા કઈ છે? અહીં બંને સંખ્યામાં અંકોની સંખ્યા સમાન છે અને હજારના સ્થાનનો અંક પણ સરખો છે. હવે શું કરીશું? આપણે તેના પછીના અંકને જોઈશું. 4875માં સોના સ્થાન પરનો અંક 8 એ 4542માં સોના સ્થાનના અંક 5 કરતાં મોટો છે, તેથી 4875 એ 4542 કરતાં મોટી છે.

જો સો ના સ્થાનના અંકો પણ સમાન હોય તો શું કરવું?

4875 અને 4889ની સરખામણી કરો, તેમજ 4875 અને 4879ની સરખામણી કરો.

1.2.1 તમે કેટલી સંખ્યા બનાવી શકો છો?

ધારો કે તમારી પાસે ચાર અંકો છે. 7, 8, 3, 5. આ અંકોનો ઉપયોગ કરીને ચાર અંકની સંખ્યા બનાવવા ઇચ્છો છો કે જેમાં કોઈ પણ અંકનું પુનરાવર્તન થતું નથી. એટલે કે 7835 લઈ શકાય, પરંતુ 7735 ન આવે. તમે શક્ય તેટલી બધી જ સંખ્યા બનાવો.

તમને મોટી અને નાની સંખ્યાઓ કઈ-કઈ મળે છે? મોટી સંખ્યા 8753 અને નાની સંખ્યા 3578 મળે છે. બંને સંખ્યાની રચના વિચારો. શું તમે કહી શકશો કે મોટી સંખ્યા કેવી રીતે બને છે? તમે કરેલ પ્રક્રિયા લખો.

પ્રયત્ન કરો.

1. આપેલા અંકોના પુનરાર્તન વગર તેમનો ઉપયોગ કરીને ચાર અંકની મોટામાં મોટી અને નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

   (a) 2, 8, 7, 4 (b) 9, 7, 4, 1 (c) 4, 7, 5, 0 (d) 1, 7, 6, 2 (e) 5, 4, 0, 3

   (ઈશારો (Hint) : 0754 એ ત્રણ અંકની સંખ્યા છે.)

2. આપેલ અંકોમાંથી ફક્ત એક જ અંકનું બેવાર પુનરાવર્તન કરીને ચાર અંકની સૌથી મોટી અને સૌથી નાની સંખ્યા શોધો.

   (a) 3, 8, 7 (b) 9, 0, 5 (c) 0, 4, 9 (d) 8, 5, 1

   (ઈશારો (Hint) : દરેક કિસ્સામાં કયા અંકનું પુનરાવર્તન કરવું તે વિચારો.)

3. આપેલ શરતને આધારે ચાર અંકો વડે ચાર અંકની મોટામાં મોટી અને નાનામાં નાની સંખ્યા બનાવો.

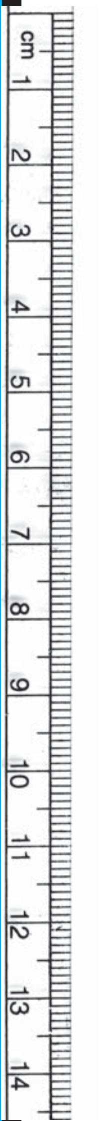
(a) અંક 7 દરેક વખતે એકમના સ્થાને	સૌથી મોટી	9	8	6	7
	સૌથી નાની	1	0	2	7
(સંખ્યા શૂન્યથી શરૂ થતી નથી. કેમ?)					
(b) અંક 4 દરેક વખતે દશકના સ્થાને	સૌથી મોટી			4	
	સૌથી નાની			4	
(c) અંક 9 દરેક વખતે સો ના સ્થાને	સૌથી મોટી		9		
	સૌથી નાની		9		
(d) અંક 1 દરેક વખતે હજારના સ્થાને	સૌથી મોટી	1			
	સૌથી નાની	1			

4. અંક 2 અને 3 લો. તેની મદદથી ચાર અંકની સંખ્યા બનાવો કે જેમાં બંને અંકો સરખી વાર આવે.

કઈ સંખ્યા સૌથી મોટી છે?

કઈ સંખ્યા સૌથી નાની છે?

તમે જુદી-જુદી કેટલી સંખ્યા બનાવી શકો છો?



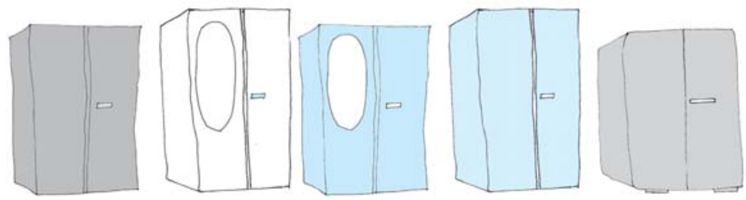
યોગ્ય ક્રમમાં ગોઠવો :

1. સૌથી ઊંચું કોણ છે?
2. સૌથી નીચું કોણ છે?

   (a) તમે તેમને ક્રમિક વધતી ઊંચાઈમાં ગોઠવી શકો છો?

   (b) તમે તેમને ક્રમિક ઘટતી ઊંચાઈમાં ગોઠવી શકો છો?

રામહરી	ડોલી	મોહન	શશી
(160 સેમી)	(154 સેમી)	(158 સેમી)	(159 સેમી)



₹ 2635 ₹ 1897 ₹ 2854 ₹ 1788 ₹ 3975

તમે શું ખરીદશો?

સોહન અને રીટા કબાટ ખરીદવા ગયાં. ત્યાં દરેક કબાટ પર તેની કિંમતની કાપલી લગાવેલી છે.

પ્રયત્ન કરો.

પાંચ વધુ પરિસ્થિતિઓ વિચારો કે જ્યાં તમે ત્રણ કે વધુ જથ્થાની તુલના કરો છો.

(a) તમે કિંમતને વધતા ક્રમમાં ગોઠવી શકો છો?

(b) તમે કિંમતને ઘટતા ક્રમમાં ગોઠવી શકો છો?

ચડતો ક્રમ : ચડતો ક્રમ એટલે સૌથી નાનાથી સૌથી મોટાની ગોઠવણી.

ઊતરતો ક્રમ : ઊતરતો ક્રમ એટલે સૌથી મોટાથી સૌથી નાનાની ગોઠવણી.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેની સંખ્યાઓ ચડતા ક્રમમાં ગોઠવો :

   (a) 847, 9754, 8320, 571 (b) 9801, 25751, 36501, 38802

2. નીચેની સંખ્યાઓ ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો :

   (a) 5000, 7500, 85400, 7861 (b) 1971, 45321, 88715, 92547

ચડતા/ઊતરતા ક્રમનાં આવાં દસ ઉદાહરણો બનાવો અને તેમને ઉકેલો.

1.2.2 અંકોની અદલા-બદલી

તમે વિચાર્યું છે કે કોઈ સંખ્યાના અંકોનાં સ્થાન અરસપરસ બદલવાથી શું થશે?

182માં શું થશે તે વિચારો. મોટી સંખ્યા 821 અને નાની સંખ્યા 128 બની શકે છે. 391 માટે પણ આમ પ્રયાસ કરો.

હવે આ વિશે વિચારો. કોઈ પણ ત્રણ અંકની સંખ્યા લો અને તેના સો ના સ્થાનના અંકને એકમના સ્થાને બદલો.

(a) શું નવી સંખ્યા મૂળ સંખ્યા કરતાં મોટી છે?

(b) શું નવી સંખ્યા મૂળ સંખ્યા કરતાં નાની છે?

મળેલી સંખ્યાઓને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં લખો.

પહેલાં | 7 | 9 | 5 |

પહેલા અને ત્રીજા અંકની અદલાબદલી કર્યા

પછી | 5 | 9 | 7 |

જો તમે પહેલી અને ત્રીજી ટાઈલ્સ (એટલે કે અંકો)ની અદલા-બદલી કરો છો, તો કયા કિસ્સામાં સંખ્યા મોટી થાય છે? કયા કિસ્સામાં સંખ્યા નાની બને છે?

4-અંકની સંખ્યા માટે આ અજમાવી જુઓ.

1.2.3 10,000 નો પરિચય

આપણે જાણીએ છીએ કે 99 પછી કોઈ બે અંકની સંખ્યા નથી. 99 એ સૌથી મોટી બે અંકની સંખ્યા છે. તેવી જ રીતે, 999 એ સૌથી મોટી ત્રણ અંકની સંખ્યા છે અને 9999 એ સૌથી મોટી ચાર અંકની સંખ્યા છે. જો આપણે 9999માં 1 ઉમેરશું તો શું મળશે?

સ્વરૂપ જુઓ : $9 + 1 = 10 = 10 \times 1$

$99 + 1 = 100 = 10 \times 10$

$999 + 1 = 1000 = 10 \times 100$

આપણે જાણીએ છીએ કે,

એક અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા + 1 = બે અંકની સૌથી નાની સંખ્યા

બે અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા + 1= ત્રણ અંકની સૌથી નાની સંખ્યા

ત્રણ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા + 1 = ચાર અંકની સૌથી નાની સંખ્યા

પછી આપણે અપેક્ષા રાખીએ છીએ કે, ચાર અંકની સૌથી મોટી સંખ્યામાં 1 ઉમેરવાથી, પાંચ અંકની સૌથી નાની સંખ્યા મળે છે. જે 9999 + 1 = 10000 છે.

9999 પછી તરત જ આવતી નવી સંખ્યા 10000 છે. તેને દસ હજાર કહેવામાં આવે છે. વધુમાં, $10000 = 10 \times 1000$

1.2.4 સ્થાનકિંમતનું પુનરાવર્તન

તમે આ અગાઉ કરેલ છે અને તમને ચોક્કસપણે બે અંકની સંખ્યાનું વિસ્તરણ યાદ હશે. જેમ કે 78,

$$78 = 70 + 8 = 7 \times 10 + 8 \times 1$$

એ જ રીતે, ત્રણ અંકની સંખ્યાનું વિસ્તરણ યાદ હશે. જેમ કે 278,

$$278 = 200 + 70 + 8 = 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$

અહીં, 8 એકમના સ્થાને છે, 7 દશકના સ્થાને છે અને 2 સો ના સ્થાને છે. હવે આ જ બાબતને ચાર અંકની સંખ્યા માટે વિસ્તૃત કરીએ :

ઉદાહરણ તરીકે, 5278નું વિસ્તરણ છે,

$$5278 = 5000 + 200 + 70 + 8 \times 1$$
$$= 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$

અહીં, 8 એકમના સ્થાને છે, 7 દશકના સ્થાને છે, 2 સો ના સ્થાને છે અને 5 હજારના સ્થાને છે.

સંખ્યા 10000 ને આપણે ઓળખી ગયા છીએ. આપણે આ વિચાર વધુ વિસ્તૃત કરીએ. આપણે પાંચ અંકની સંખ્યાનું વિસ્તરણ લખી શકીએ છીએ.

$$45278 = 4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$

આપણે કહીએ છીએ કે અહીં 8 એકમના સ્થાને છે, 7 દશકના સ્થાને, 2 સો ના સ્થાને, 5 હજારના સ્થાને અને 4 દસ હજારના સ્થાને છે. આ સંખ્યાને પિસ્તાળીસ હજાર બસોને ઈકોતેર એમ વંચાય છે. શું તમે પાંચ અંકની મોટી અને નાની સંખ્યા લખી શકો છો?

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યાઓ વાંચો અને તેમનું વિસ્તરણ લખો.

સંખ્યા	સંખ્યા-નામ	વિસ્તરણ
20000	વીસ હજાર	2×10000
26000	છવ્વીસ હજાર	$2 \times 10000 + 6 \times 1000$
38400	આડત્રીસ હજાર ચારસો	$3 \times 10000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100$
65740	પાંસઠ હજાર સાત સો ચાળીસ	$6 \times 10000 + 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10$

89324	નેવ્યાસી હજાર ત્રણ સો ચોવીસ	8 × 10000 + 9 × 1000 + 3 × 100 + 2 × 10 + 4 × 1
50000	______	______
41000	______	______
47300	______	______
57630	______	______
29485	______	______
29085	______	______
20085	______	______
20005	______	______

પાંચ અંકની વધુ પાંચ સંખ્યા લખો. તેમને વાંચો અને તેમનું વિસ્તરણ કરો.

1.2.5 1,00,000 નો પરિચય

પાંચ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા કઈ?

પાંચ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યામાં 1 ઉમેરવાથી, છ અંકની સૌથી નાની સંખ્યા મળે છે. જે 99999 + 1 = 100000 છે. આ સંખ્યાને શબ્દમાં એક લાખ કહેવાય. એક લાખ 99,999 પછી તરત જ આવે છે.

10 × 10,000 = 1,00,000

આપણે છ અંકની સંખ્યાનું વિસ્તરણ આ રીતે લખી શકીએ છીએ :

2,46,853 = 2 × 1,00,000 + 4 × 10,000 + 6 × 1000 +
8 × 100 + 5 × 10 + 3 × 1

આ સંખ્યામાં એકમના સ્થાને 3, દશકના સ્થાને 5, સો ના સ્થાને 8, હજારના સ્થાને 6, દસ હજાર સ્થાને 4 અને લાખના સ્થાને 2 છે. તેને બે લાખ છેતાળીસ હજાર આઠસો ત્રેપન વંચાય છે.

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યાઓ વાંચો અને વિસ્તરણ લખો.

સંખ્યા	સંખ્યા-નામ	વિસ્તરણ
300000	ત્રણ લાખ	3 × 100000
350000	ત્રણ લાખ પચાસ હજાર	3 × 100000 + 5 × 10000
353500	ત્રણ લાખ ત્રેપન હજાર પાંચ સો	3 × 100000 + 5 × 10000 + 3 × 1000 + 5 × 100
457928	______	______
407928	______	______
400829	______	______
400029	______	______

1.2.6 મોટી સંખ્યા

જો આપણે છ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યામાં એક ઉમેરીએ, તો સાત અંકની સૌથી નાની સંખ્યા મળે છે. તેને **દસ લાખ** કહેવામાં આવે છે.

છ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા લખો અને સાત અંકની સૌથી નાની સંખ્યા લખો. સાત અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા લખો અને આઠ અંકની સૌથી નાની સંખ્યા લખો. 8 અંકની આ સંખ્યાને **એક કરોડ** કહેવામાં આવે છે.

પૅટર્ન પૂર્ણ કરો :

9 + 1	=	10
99 + 1	=	100
999 + 1	=	________
9999 + 1	=	________
99999 + 1	=	________
999999 + 1	=	________
9999999 + 1	=	10000000

યાદ રાખો :

1 સો	=	10 દસ
1 હજાર	=	10 સો
	=	100 દસ
1 લાખ	=	100 હજાર
	=	1000 સો
1 કરોડ	=	100 લાખ
	=	10000 હજાર

પ્રયત્ન કરો.

1. 10 − 1 = ?
2. 100 − 1 = ?
3. 10000 − 1 = ?
4. 100000 − 1 = ?
5. 10000000 − 1 = ?

(ઈશારો (Hint) : જણાવેલ પૅટર્ન વાપરો.)

આપણે ઘણી અલગ પરિસ્થિતિઓમાં મોટી સંખ્યાઓ વાપરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે તમારા વર્ગનાં બાળકોની સંખ્યા એ બે અંકની સંખ્યા છે. તમારા સ્કૂલનાં બાળકોની સંખ્યા 3 અથવા 4 અંકની સંખ્યા હશે.

શહેરમાં લોકોની સંખ્યા ઘણી મોટી હશે. શું તે 5 કે 6 અથવા 7 અંકની સંખ્યા છે?

શું તમે આપણા રાજ્યના લોકોની સંખ્યાને જાણો છો? તે સંખ્યા કેટલી મોટી હશે?

ઘઉંથી ભરેલા કોથળામાં કેટલા દાણા હશે? પાંચ અંકની સંખ્યા, છ અંકની સંખ્યા કે વધુ?

પ્રયત્ન કરો.

1. પાંચ ઉદાહરણો આપશો, જ્યાં ગણતરી કરેલી વસ્તુઓની સંખ્યા છ અંકની સંખ્યા કરતાં વધુ હોય.
2. છ અંકની મોટી સંખ્યાથી શરૂ કરીને તેની તરત આગળની પાંચ સંખ્યા ઊતરતા ક્રમમાં લખો.
3. આઠ અંકની સૌથી નાની સંખ્યાથી શરૂ કરીને તેની તરત જ પછીની પાંચ સંખ્યા ચડતા ક્રમમાં લખો.

1.2.7 મોટી સંખ્યાના વાચન અને લેખનમાં સહાય

નીચે આપેલી સંખ્યાઓ વાંચવાનો પ્રયાસ કરો :

(a) 279453 (b) 5035472

(c) 152700375 (d) 40350894

તમને શું તકલીફ પડી?

સ્વરૂપને સમજવામાં શું તકલીફ પડી?

કેટલીક વાર મોટી સંખ્યાને વાંચવા અને લખવા માટે સંકેતો ઉપયોગી છે. સવિતા સંકેતો વાપરે છે, જે તેને મોટી સંખ્યા વાંચવા અને લખવા માટે મદદ કરે છે.

તેના સૂચક અંકો સંખ્યાના વિસ્તરણને લખવા માટે ઉપયોગી છે. દાખલા તરીકે, 257માં એકમના સ્થાને 7, દશકના સ્થાને 5 અને સો ના સ્થાને 2 અંકોને મૂકે છે.

સો	દશક	એકમ	વિસ્તરણ
2	5	7	$2 \times 100 + 5 \times 10 + 7 \times 1$

તેવી જ રીતે 2902 માટે,

હજાર	સો	દશક	એકમ	વિસ્તરણ
2	9	0	2	$2 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 2 \times 1$

આ યુક્તિને લાખ સુધીની સંખ્યા માટે અજમાવીએ.

લાખ સુધીની સંખ્યા દસ હજાર, હજાર, સો, દશક, એકમ સંખ્યા નામ-વિસ્તરણ

સંખ્યા	દસ લાખ	લાખ	દસ હજાર	હજાર	સો	દસ	એકમ	સંખ્યા-નામ	વિસ્તરણ
734543	-	7	3	4	5	4	3	સાત લાખ ચોત્રીસ હજાર પાંચ સો તેંતાળીસ	....
3275829	3	2	7	5	8	2	9	....	3×1000000 $+2 \times 100000$ $+ 7 \times 10000$ $+ 5 \times 1000$ $+ 8 \times 100$ $+ 2 \times 10$ $+ 9 \times 1$

તેવી જ રીતે,

સંખ્યા	દસ કરોડ	કરોડ	દસ લાખ	લાખ	દસ હજાર	હજાર	સો	દસ	એકમ	સંખ્યા-નામ
25734543	-	2	5	7	3	4	5	4	3	....
653275829	6	5	3	2	7	5	8	2	9	પાંસઠ કરોડ બત્રીસ લાખ પંચોતેર હજાર આઠસો ઓગણત્રીસ

તમે સંખ્યાઓના વિસ્તરણ માટે અલગ સ્વરૂપના કોષ્ટક પણ બનાવી શકો છો.

અલ્પવિરામનો ઉપયોગ

સંખ્યા શબ્દોમાં લખતી વખતે અલ્પવિરામનો ઉપયોગ કરતા નથી.

તમે નોંધ્યું છે કે ઉપર્યુક્ત વિભાગોમાં મોટી સંખ્યા લખવામાં આપણે વારંવાર અલ્પવિરામનો ઉપયોગ કર્યો છે. અલ્પવિરામ આપણને મોટી સંખ્યાના વાચન અને લેખનમાં મદદ કરે છે. આપણી **ભારતીય પદ્ધતિ**માં એકમ, દશક, સો, હજાર અને પછી લાખ અને કરોડનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. સંખ્યાને સરળતાથી વાંચવા અલ્પવિરામનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પ્રથમ અલ્પવિરામ જમણેથી ત્રણ અંકો પછી (હજાર) પછી આવે છે. બીજા અલ્પવિરામ બે અંકો પછી આવે છે (જમણે પાંચ અંકો), તે દસ હજાર પહેલાં અને લાખ પછી આવે છે. ત્રીજા અલ્પવિરામ બીજા બે આંકડા પછી આવે છે. (જમણેથી સાત અંકો). તે દસ લાખ સ્થાન પછી આવે છે.

ઉદાહરણ તરીકે 5,08,01,592

3,32,40,781

7,27,05,062

ઉપર આપેલી સંખ્યાઓ વાંચવાનો પ્રયાસ કરો. આ સ્વરૂપમાં પાંચ બીજી સંખ્યાઓ લખો અને તેમને વાંચો.

આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિ

આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં એકમ, દશક, સો, હજાર અને મિલિયનનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. એક મિલિયન એટલે હજાર વખત હજાર. હજાર અને મિલિયન દર્શાવવા માટે અલ્પવિરામનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તે જમણી બાજુથી દર ત્રણ અંકો પછી આવે છે. પ્રથમ અલ્પવિરામ હજાર દર્શાવે છે અને તેના પછીનું અલ્પવિરામ મિલિયન દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે સંખ્યા 50,801,592 આંતરરાષ્ટ્રીય પદ્ધતિમાં પચાસ મિલિયન આઠ સો એક હજાર પાંચ સો બાણું છે. ભારતીય પ્રણાલીમાં તે પાંચ કરોડ આઠ લાખ એક હજાર પાંચ સો બાણું છે.

કેટલા લાખથી એક મિલિયન બને છે? કેટલા મિલિયનથી એક કરોડ બને છે?

ત્રણ મોટી સંખ્યા લો. તેમને ભારતીય અને આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિ બંનેમાં અભિવ્યક્ત કરો.

રસપ્રદ હકીકત :

એક લાખ કરતાં વધુ સંખ્યા વ્યક્ત કરવા માટે, આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં એક અબજનો ઉપયોગ થાય છે. નોંધણીની પદ્ધતિ : 1 બિલિયન = 1000 મિલિયન

શું તમે જાણો છો?

ભારતની વસ્તીનો વધારો

1921-1931 દરમિયાન 27 મિલિયન;

1931-1941 દરમિયાન 37 મિલિયન;

1941-1951 દરમિયાન 44 મિલિયન;

1951-1961 દરમિયાન 78 મિલિયન!

1991-2001 દરમિયાન કેટલો વધારો થયો હતો? શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

શું તમે જાણો છો કે, આજે ભારતની વસતી કેટલી છે? આ પણ શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

પ્રયત્ન કરો.

1. આ સંખ્યાઓ વાંચો. ખાનાનો ઉપયોગ કરીને તેમને લખો અને પછી તેમનાં વિસ્તૃત સ્વરૂપો લખો.

   (i) 475320 (ii) 9847215 (iii) 97645310 (iv) 30458094

   (a) સૌથી નાની સંખ્યા કઈ છે?

   (b) સૌથી મોટી સંખ્યા કઈ છે?

   (c) ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં આ સંખ્યા ગોઠવો.

2. આ સંખ્યા વાંચો.

   (i) 527864 (ii) 95432 (iii) 18950049 (iv) 70002509

   (a) ખાનાનો ઉપયોગ કરીને આ સંખ્યા લખો અને પછી અલ્પવિરામનો ઉપયોગ કરીને ભારતીય તેમજ આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં લખો.

   (b) ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં આ સંખ્યા ગોઠવો.

3. મોટી સંખ્યાના ત્રણ વધુ જૂથ લો અને ઉપર્યુક્ત રીતે સ્વાધ્યાય કરો.

શું તમે મને આંકડામાં લખવામાં મદદ કરી શકશો ?

સંખ્યા લખવા માટે તમે ફરી ખાનાંને અનુસરી શકો છો.

(a) બેતાળીસ લાખ સિત્તેર હજાર આઠ

(b) બે કરોડ નેવું લાખ પંચાવન હજાર આઠસો

(c) સાત કરોડ સાઠ હજાર પંચાવન

પ્રયત્ન કરો.

1. તમારી પાસે નીચેના અંકો 4, 5, 6, 0, 7 અને 8 છે. તેનો ઉપયોગ કરીને 6 અંકોની પાંચ સંખ્યા બનાવો.

   (a) સરળ વાચન માટે અલ્પવિરામ મૂકો.

   (b) ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો.

2. અંકો 4, 5, 6, 7, 8 અને 9 લો. તેનો ઉપયોગ કરીને 8 અંકોની ત્રણ સંખ્યા બનાવો. સરળ વાચન માટે અલ્પવિરામ મૂકો.

3. અંકો 3, 0 અને 4નો ઉપયોગ કરીને છ અંકની પાંચ સંખ્યા બનાવો. અલ્પવિરામ વાપરો.

સ્વાધ્યાય 1.1

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

   (a) 1 લાખ = _______ દસ હજાર

   (b) 1 મિલિયન = _______ સો હજાર

   (c) 1 કરોડ = _______ દસ લાખ

   (d) 1 કરોડ = _______ મિલિયન

   (e) 1 મિલિયન = _______ લાખ

2. યોગ્ય રીતે અલ્પવિરામ મૂકો અને સંખ્યા લખો :

   (a) તોંતેર લાખ પંચોતેર હજાર ત્રણ સો સાત

   (b) નવ કરોડ પાંચ લાખ એકતાળીસ

   (c) સાત કરોડ બાવન લાખ એકવીસ હજાર ત્રણ સો બે

   (d) અઠ્ઠાવન મિલિયન ચારસો ત્રેવીસ હજાર બસો બે

   (e) ત્રેવીસ લાખ ત્રીસ હજાર દસ

3. અલ્પવિરામ યોગ્ય રીતે મૂકો અને ભારતીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં લખો.

   (a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 98432701

4. આંતરરાષ્ટ્રીય પદ્ધતિ પ્રમાણે અલ્પવિરામ યોગ્ય રીતે મૂકો અને આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં લખો.

   (a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 વ્યવહારમાં મોટી સંખ્યાઓ

અગાઉના વર્ગોમાં, આપણે શીખ્યાં કે આપણે **સેન્ટિમીટર (સેમી)**નો લંબાઈના એકમ તરીકે ઉપયોગ કરીએ છીએ. પેન્સિલની લંબાઈ, પુસ્તક અથવા નોટબુક્સની પહોળાઈ વગેરે માપવા માટે આપણે સેન્ટિમીટરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આપણી માપપટ્ટી પર સેન્ટિમીટર દર્શાવેલ છે.

પેન્સિલની જાડાઈ માપવા માટે સેન્ટિમીટર મોટું માપ છે, તેથી આપણે **મિલિમીટર (મિમી)**નો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

પ્રયત્ન કરો.

1. કેટલા સેન્ટિમીટર એક કિલોમીટર બનાવે છે?

2. ભારતનાં પાંચ મોટાં શહેરોનાં નામ આપો. તેમની વસ્તી શોધો. ઉપરાંત, આ શહેરોની દરેક જોડી વચ્ચેનું અંતર કિમીમાં શોધો.

(a) 10 મિલિમીટર = 1 સેન્ટિમીટર

વર્ગખંડની લંબાઈને માપવા માટે અથવા શાળા-ઈમારત માટે સેન્ટિમીટર એ ખૂબ નાનું માપ છે. આથી આપણે મીટરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

(b) 100 સેમી = 1 મીટર

1000 મિલિમીટર = 1 મીટર

જ્યારે આપણે દિલ્લી અને મુંબઈ અથવા ચેન્નઈ અને કોલકાતા જેવાં શહેરો વચ્ચે અંતર માપવું હોય તો મીટર બહુ નાનું માપ પડે છે. આ માટે આપણે કિલોમીટર (કિમી)ની જરૂર પડે છે.

(c) 1000 મીટર = 1 કિલોમીટર

કેટલા મિલિમીટર 1 કિલોમીટર બનાવે છે?

1 મીટર = 1000 મિમી

1 કિમી = 1000 મીટર = 1000 × 1000 મિમી = 10,00,000 મિમી

ચોખા કે ઘઉં ખરીદવા બજારમાં જઈએ ત્યારે આપણે તેને કિલોગ્રામ (કિગ્રા)માં ખરીદીએ છીએ. પરંતુ આદુ અથવા મરચાં જેવી વસ્તુઓ જે આપણે મોટા જથ્થામાં જરૂર નથી, એને આપણે ગ્રામમાં ખરીદીએ છીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે,

1 કિલોગ્રામ = 1000 ગ્રામ

શું તમે દવાની ગોળીઓનું વજન જોયું છે ? જે મિલિગ્રામમાં હોય છે.

1 ગ્રામ = 1000 મિલિગ્રામ

પાણી ભરવાની એક ડોલની ક્ષમતા શું છે? તે સામાન્ય રીતે 20 લિટર (*l*) હોય છે. ક્ષમતા લિટરમાં માપવામાં આવે છે, પરંતુ ક્યારેક આપણને નાના એકમ મિલિલિટરની જરૂર પડે છે. હેર ઑઇલની એક બોટલ, સફાઈ પ્રવાહી અથવા ઠંડાં પીણાંમાં લેબલ હોય છે જે મિલિલિટર (ml)માં પ્રવાહીની ક્ષમતા દર્શાવે છે.

1 લિટર = 1000 મિલિલિટર

નોંધનીય બાબત એ છે કે, આ તમામ એકમોમાં આપણે કિલો, મિલિ અને સેન્ટિ જેવા કેટલાક શબ્દોનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. તમે યાદ રાખો કે કિલો સૌથી મોટું અને મિલિ સૌથી નાનું માપ છે. કિલો 1000 ગણું મોટું બતાવે છે, મિલિ 1000 ગણું નાનું બતાવે છે.

1 કિલોગ્રામ = 1000 ગ્રામ

1 ગ્રામ = 1000 મિલિગ્રામ

પ્રયત્ન કરો.

1. કેટલા મિલિગ્રામ એક કિલોગ્રામ બનાવે છે?
2. એક ખોખામાં 2,00,000 દવાની ગોળીઓ સમાય છે. દરેક ગોળીનું વજન 20 મિલિગ્રામ છે. તો બૉક્સમાંની બધી ગોળીઓનું કુલ વજન મિલિગ્રામ અને કિલોગ્રામમાં શોધો.

તેવી જ રીતે સેન્ટિમીટર એ મીટરથી 100 ગણું નાનું બતાવે છે, એટલે કે 1 મીટર = 100 સેન્ટિમીટર

પ્રયત્ન કરો.

1. એક બસની મુસાફરી શરૂ થઈ અને વિવિધ સ્થળોએ 60 કિમી/કલાકની ઝડપે પહોંચે છે. પ્રવાસ નીચે બતાવેલ છે :

(i) બસ દ્વારા A થી D સુધીનું કપાયેલ કુલ અંતર શોધો.

(ii) બસ દ્વારા D થી G સુધીનું કપાયેલ કુલ અંતર શોધો.

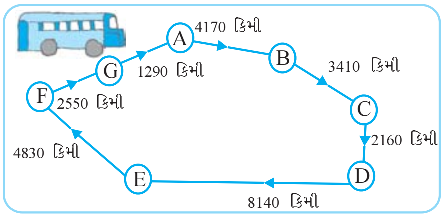
(iii) જો મુસાફરી A થી શરૂ થાય અને પરત A પર પહોંચે તો કપાયેલ કુલ અંતર શોધો.

(iv) શું તમે C થી D અને D થી E સુધીના અંતરનો તફાવત શોધી શકો છો?

(v) બસ દ્વારા પહોંચવા માટે લેવામાં આવેલ સમય શોધો.

(a) A થી B (b) C થી D

(c) E થી G (d) કુલ પ્રવાસ



2. **રમણની દુકાન**

વસ્તુઓ	ભાવ
સફરજન	₹ 40 પ્રતિ કિલો
નારંગી	₹ 30 પ્રતિ કિલો
કાંસકી	₹ 3 પ્રતિ નંગ
દાંત-બ્રશ	₹ 10 પ્રતિ નંગ
પેન્સિલ	₹ 1 પ્રતિ નંગ
નોટબુક	₹ 6 પ્રતિ નંગ
સાબુ	₹ 8 પ્રતિ નંગ

ગયા વર્ષ દરમિયાન વેચાણ

સફરજન	2457 કિલો
નારંગી	3004 કિલો
કાંસકી	22760
દાંત-બ્રશ	25367
પેન્સિલ	38530
નોટબુક	40002
સાબુ	20005

(a) રમણે ગયા વર્ષે વેચેલ સફરજન અને નારંગીના કુલ વજનને તમે શોધી શકશો?

સફરજનનું વજન = ... કિલો

નારંગીનું વજન = ... કિલો

તેથી કુલ વજન = ... કિલો + ... કિલો = ... કિલો

જવાબ : નારંગી અને સફરજનનું કુલ વજન = ... કિલો

(b) રમણને સફરજન વેચવાથી મળેલ કુલ રૂપિયા તમે શોધી શકશો?

(c) રમણને સફરજન અને નારંગી વેચવાથી મળેલ કુલ રૂપિયા તમે શોધી શકશો?

(d) દરેક વસ્તુને વેચવાથી રમણને કેટલી રકમ મળી હતી તે દર્શાવતું ટેબલ બનાવો. ઊતરતા ક્રમમાં મળેલી રકમની નોંધની ગોઠવણી કરો. કઈ વસ્તુમાંથી તેને સૌથી વધુ આવક થઈ છે? આ રકમ કેટલી છે ?

આપણે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારના ઘણા પ્રશ્નો ઉકેલ્યા છે. આપણે અહીં કેટલાક વધુ પ્રશ્નો ઉકેલવાનો પ્રયત્ન કરીશું. શરૂ કરતાં પહેલાં, આ ઉદાહરણો જુઓ અને ઉપયોગમાં લેવાતી પદ્ધતિઓનું અનુસરણ કરો.

ઉદાહરણ 1 : વર્ષ 1991માં સુંદરનગરની વસ્તી 2,35,471 હતી. વર્ષ 2001માં તેમાં 72,958નો વધારો જોવા મળ્યો, તો 2001માં શહેરની વસ્તી કેટલી હશે?

ઉકેલ : 2001માં શહેરની વસતી

= 1991માં શહેરની વસ્તી + વસ્તીમાં વધારો

= 2,35,471 + 72,958

હવે

$$\begin{array}{r} 235471 \\ +\ 72958 \\ \hline 308429 \\ \hline \end{array}$$

સલમાએ 235471ને 200000 + 35000 + 471 અને 72958 ને 72000 + 958 લખીને ઉમેર્યા છે. તેને મળેલ સરવાળો 200000 + 107000 + 1429 = 308429 મેરીએ તેને 200000 + 35000 + 400 + 71 + 72000 + 900 + 58 = 308429 તરીકે ઉમેર્યા છે.

જવાબ : 2001 માં શહેરની વસ્તી 3,08,429 હતી. ત્રણેય પદ્ધતિઓ સાચી છે.

ઉદાહરણ 2 : એક રાજ્યમાં, વર્ષ 2002-2003માં વેચાયેલી સાઇકલની સંખ્યા 7,43,000 હતી. વર્ષ 2003-2004માં સાઇકલનું વેચાણ 8,00,100 હતું. કયા વર્ષે સાઇકલનું વેચાણ વધુ થયું હતું? અને કેટલી વધુ?

ઉકેલ : સ્પષ્ટપણે, 8,00,100 એ 7,43,000 કરતાં વધુ છે. તેથી, તે સ્થિતિમાં, 2002-2003 કરતાં વર્ષ 2003-2004માં વધુ સાઇકલ વેચાઈ હતી.

હવે,

$$\begin{array}{r} 800100 \\ -\ 743000 \\ \hline 057100 \\ \hline \end{array}$$

ઉમેરીને જવાબ તપાસો.

$$\begin{array}{r} 743000 \\ +\ 57100 \\ \hline 800100 \\ \hline \end{array}$$

(જવાબ સાચો છે.)

શું તમે આ સમસ્યાનું નિરાકરણ કરવાની વૈકલ્પિક રીત વિશે વિચારી શકો છો?

જવાબ : વર્ષ 2003-2004માં 57,100 વધુ સાઇકલ વેચાઈ હતી.

ઉદાહરણ 3 : નગર અખબાર દરરોજ પ્રકાશિત થાય છે. એક નકલમાં 12 પાનાં છે. દરરોજ 11,980 નકલ છાપવામાં આવે છે. કુલ કેટલાં પૃષ્ઠો દરરોજ મુદ્રિત થાય છે?

ઉકેલ : દરેક નકલમાં 12 પાનાં છે, આથી, 11,980 નકલોના 12 × 11,980 પાનાં. આ સંખ્યા કઈ હશે? 1,00,000 થી વધુ કે ઓછા. અનુમાન કરવાનો પ્રયાસ કરો.

હવે,

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times\ 12 \\ \hline 23960 \\ +\ 119800 \\ \hline 143760 \end{array}$$

જવાબ : દરરોજ 1,43,760 પાનાં છાપવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 4 : નોટબુક્સ બનાવવા માટે ઉપલબ્ધ કાગળ-શીટની સંખ્યા 75,000 છે. દરેક કાગળ-શીટ નોટબુકનાં 8 પૃષ્ઠો બનાવે છે. દરેક નોટબુકમાં 200 પૃષ્ઠો સામેલ છે. ઉપલબ્ધ કાગળશીટમાંથી કેટલી નોટબુક્સ બનાવી શકાય?

ઉકેલ : દરેક કાગળ-શીટ 8 પૃષ્ઠો બનાવે છે.

તેથી, 75,000 કાગળ-શીટમાંથી 8 × 75,000 પૃષ્ઠો બને.

હવે,

$$\begin{array}{r} 75000 \\ \times\ 8 \\ \hline 600000 \\ \hline \end{array}$$

આમ, નોટબુક્સ બનાવવા માટે 6,00,000 પૃષ્ઠો ઉપલબ્ધ છે.

હવે, 200 પૃષ્ઠોમાંથી 1 નોટબુક બનાવે છે.

આથી, 6,00,000 પાનામાંથી 6,00,000 ÷ 200 નોટબુક્સ બને.

હવે,

$$\begin{array}{r|l} & 3000 \\ \hline 200 & 600000 \\ & -\ 600 \\ \hline & 0000 \end{array}$$

જવાબ : 3000 નોટબુક્સ છે.

સ્વાધ્યાય 1.2

1. શાળામાં ચાર દિવસ માટે એક પુસ્તક-પ્રદર્શન યોજવામાં આવ્યું હતું. કાઉન્ટર પર પહેલા, બીજા, ત્રીજા અને અંતિમ દિવસે વેચવામાં આવેલી ટિકિટોની સંખ્યા અનુક્રમે, 1094, 1812, 2050 અને 2751 છે. તમામ ચાર દિવસમાં વેચવામાં આવેલી ટિકિટોની કુલ સંખ્યા શોધો.
2. શેખર એક પ્રખ્યાત ક્રિકેટ ખેલાડી છે. તેણે ટેસ્ટ મૅચોમાં અત્યાર સુધીમાં 6980 રન બનાવ્યા છે. તે કુલ 10,000 રન પૂર્ણ કરવા ઇચ્છે છે. તેને હજી વધુ કેટલા રનની જરૂર છે?
3. ચૂંટણીમાં, સફળ ઉમેદવારે 5,77,500 મત અને તેમના નજીકના પ્રતિસ્પર્ધીએ 3,48,700 મત મેળવ્યા હતા. સફળ ઉમેદવારે કેટલા મતોની સરસાઈથી ચૂંટણી જીતી?
4. કીર્તિ બુકસ્ટોલે જૂન મહિનાના પ્રથમ સપ્તાહમાં 2,85,891 રૂપિયાનાં પુસ્તકો વેચ્યાં અને મહિનાના બીજા સપ્તાહમાં 4,00,768 રૂપિયાનાં પુસ્તકો વેચ્યાં હતાં. બે અઠવાડિયાં મળીને કેટલું વેચાણ થયું? કયા સપ્તાહમાં વેચાણ વધારે હતું અને કેટલું હતું?

5. 6, 2, 7, 4, 3નો ફક્ત એક જ વાર ઉપયોગ કરીને બનતી સૌથી મોટી અને સૌથી નાની સંખ્યા વચ્ચેનો તફાવત શોધો.
6. એક મશીન એક દિવસમાં સરેરાશ 2825 સ્ક્રૂનું ઉત્પાદન કરે છે, તો જાન્યુઆરી, 2006માં કેટલા સ્ક્રૂનું ઉત્પાદન થયું હશે?
7. એક વેપારી પાસે 78,592 રૂપિયા હતા. તેમણે રૂપિયા 1200 નો એક એવા 40 રેડિયો સેટ ખરીદવા ઑર્ડર આપ્યો. ખરીદી પછી તેની પાસે કેટલા રૂપિયા બાકી રહેશે?
8. એક વિદ્યાર્થીએ 7236નો 56 દ્વારા ગુણાકારને બદલે 65 દ્વારા ગુણાકાર કર્યો. તેનો જવાબ સાચા જવાબ કરતાં કેટલો વધારે હશે? (ઈશારો (Hint) : શું તમારે બંને ગુણાકાર કરવાની જરૂર છે?)
9. એક શર્ટ સિવડાવવા માટે 2 મીટર 15 સેમી કાપડ જરૂરી છે. 40 મીટર કાપડમાંથી કેટલાં શર્ટ બનશે? અને કેટલું કાપડ બચશે? (ઈશારો (Hint) : માહિતી સેમીમાં ફેરવો.)
10. દવાઓ બૉક્સમાં ભરેલી છે. દરેક બૉક્સનું વજન 4 કિલો 500 ગ્રામ છે. 800 કિલોની ક્ષમતાવાળી એક વાનમાં કેટલાં બૉક્સને ભરી શકાય?
11. શાળા અને વિદ્યાર્થીના ઘરની વચ્ચેનું અંતર 1 કિમી 875 મીટર છે. રોજિંદા તે આવતાં અને જતાં બંને વખત ચાલે છે. છ દિવસમાં તો તેના દ્વારા આવરી લેવાતું કુલ અંતર શોધો.
12. એક પાત્રમાં 4 લિટર અને 500 મિલિગ્રામ દહીં છે. તેમાંથી 25 મિલિગ્રામની ક્ષમતાવાળા કેટલા કપ ભરી શકાય?

1.3.1. અંદાજ (Estimation)

સમાચાર

1. ભારત પાકિસ્તાન સાથે ટાઇ થયેલી હૉકી મૅચ 51,000 દર્શકોએ સ્ટેડિયમમાં અને દુનિયાભરમાં 40 મિલિયન દર્શકોએ ટેલિવિઝન પર જોઈ.
2. ભારત અને બાંગ્લાદેશના તટવર્તી વિસ્તારોમાં એક ચક્રવાત વાવાઝોડામાં અંદાજે 2,000 લોકો માર્યાં ગયાં હતાં અને 50,000 થી વધારે લોકો ઘાયલ થયાં હતાં.
3. દરરોજ 63,000 કિલોમીટરના રેલવે ટ્રેક વડે 13 મિલિયનથી વધુ મુસાફરો મુસાફરી કરે છે.

શું આપણે કહી શકીએ કે, આ સમાચાર વસ્તુઓમાં નોંધાયેલી સંખ્યા વાસ્તવિક સંખ્યા બરાબર હશે? દાખલા તરીકે,

(1)માં, ત્યાં સ્ટેડિયમમાં બરાબર 51,000 દર્શકો હતા? અથવા 40 મિલિયન દર્શકો ટેલિવિઝન પર મૅચ જોઈ હશે?

દેખીતી રીતે નહિ. આ અંદાજિત શબ્દ બતાવે છે કે લોકોની સંખ્યા આ સંખ્યાની નજીક હતી. સ્પષ્ટપણે, 51,000 કે 50,800 અથવા 51,300 હોઈ શકે, પરંતુ 70,000 નહિ. તેવી જ રીતે, 40 મિલિયનનો અર્થ છે કે 39 મિલિયન કરતાં પણ વધુ, પરંતુ 41 મિલિયન કરતાં ઓછી પરંતુ ચોક્કસપણે 50 મિલિયન નથી.

ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણોમાં આપેલા જથ્થાઓ ચોક્કસ ગણતરીઓ નથી, પરંતુ જથ્થાનો વિચાર આપવાનો અંદાજ છે.

આમાંના દરેક શું સૂચવે છે તે અંગે ચર્ચા કરો :

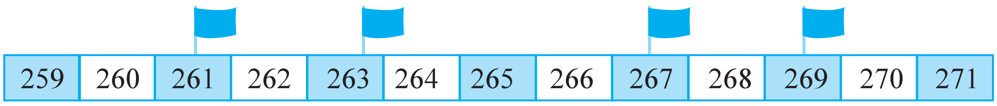
આપણે અંદાજ ક્યારે કાઢીએ છીએ? તમારા ઘરમાં એક મોટી ઉજવણીની કલ્પના કરો. પહેલાં તો તમે મહેમાનોની અંદાજિત સંખ્યા નક્કી કરો છો. તમે કહી શકો છો કે, ચોક્કસ કેટલા મહેમાન આવશે? તે વ્યાવહારિક રીતે અશક્ય છે.

દેશના નાણાપ્રધાન દર વર્ષે બજેટ રજૂ કરે છે. મંત્રી 'શિક્ષણ' શીર્ષક હેઠળ ચોક્કસ રકમ નક્કી કરે છે. શું આ રકમ એકદમ સચોટ છે? તે વર્ષ દરમિયાન દેશમાં શિક્ષણ માટે જરૂરી ખર્ચના જરૂરિયાતનો માત્ર એક સારો અંદાજ છે.

એવી પરિસ્થિતિઓ વિશે વિચારો જ્યાં આપણને ચોક્કસ સંખ્યાની જરૂર હોય અને તેમની પરિસ્થિતિઓમાં તેની સરખામણી કરો છો, જ્યાં તમે માત્ર અંદાજિત સંખ્યા સાથે અંદાજ લગાવો. આવી દરેક પરિસ્થિતિનાં ત્રણ ઉદાહરણો આપો :

1.3.2 આસન્નમૂલ્ય (આસાદન) દ્વારા નજીકના દસનો અંદાજ

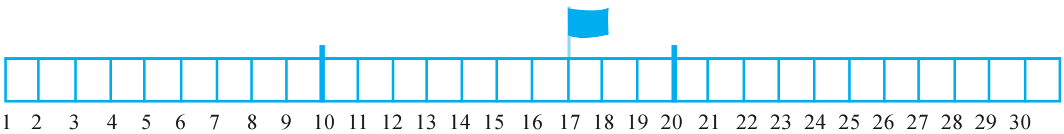
નીચે જુઓ :



(a) શોધો કે કઈ સંખ્યા પરની ધજા 260ની નજીક છે.

(b) કઈ સંખ્યા પરની ધજા 270ની નજીક છે.

તમારી માપપટ્ટી પર સંખ્યા 10, 17 અને 20 દર્શાવો. 17 એ 10ની નજીક છે કે 20ની નજીક છે ? 17 અને 10 ની વચ્ચેના તફાવતની સરખામણીમાં 17થી 20ની વચ્ચેનો તફાવત નાનો છે.



તેથી, આપણે 17નું આસન્નમૂલ્ય 20 લઈએ છીએ.

હવે 12નો વિચાર કરો, જે 10 થી 20ની વચ્ચે પણ છે. જોકે 12 એ 20 કરતાં 10ની નજીક છે. તેથી આપણે 12નું આસન્નમૂલ્ય 10 લઈએ છીએ. આપણે 10ના આધારે 76નું આસન્નમૂલ્ય કેવી રીતે મેળવીશું? તે 80 નથી?

આપણે જોયું કે, 1, 2, 3 અને 4 સંખ્યા 10ની સાપેક્ષે 0ની નજીક છે. તેથી આપણે 1, 2, 3 અને 4 માટે 10ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 0 લઈશું. 6, 7, 8, 9 સંખ્યા 0ની સાપેક્ષે 10ની નજીક છે, તેથી આપણે 6, 7, 8, 9 માટે 10ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 10 લઈશું. સંખ્યા 5 બંને 0 અને 10થી સમાન અંતરે છે; સામાન્ય પ્રથા મુજબ 5 માટે 10ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 10 લઈશું.

પ્રયત્ન કરો.

આ સંખ્યાઓનું દસના આધારે આસન્નમૂલ્ય શોધો.

28	32	52	41	39	48
64	59	99	216	1453	2936

1.3.3 આસન્નમૂલ્ય (આસાદન) દ્વારા નજીકના સો નો અંદાજ

410 એ 400 કે 500ની નજીક છે? 410 એ 400ની નજીક છે, તેથી સો ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 400 છે.

889 એ 800 અને 900ની વચ્ચે આવેલી સંખ્યા છે.

અને તે 900ની વધુ નજીક છે, તેથી નજીકના સો ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 900 છે.

1 થી 49 સુધીની સંખ્યાઓ 100 કરતાં 0ની વધુ નજીક છે. તેથી નજીકના સો ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 0 છે.

51 થી 99 સુધીની સંખ્યાઓ 0 કરતાં 100ની વધુ નજીક છે, તેથી નજીકના સો ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 100 છે. સંખ્યા 50 એ 0 અને 100 થી સમાન અંતરે છે; સામાન્ય પ્રથા મુજબ 50 માટે 100ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 100 લઈશું.

તપાસો કે નીચે આપેલ આસન્નમૂલ્ય સાચાં છે કે નહિ :

841 ⟶ 800; 9537 ⟶ 9500; 49730 ⟶ 49700;

2546 ⟶ 2500; 286 ⟶ 200; 5750 ⟶ 5800;

168 ⟶ 200; 149 ⟶ 100; 9870 ⟶ 9800;

જે ખોટાં છે, તેને સાચાં કરો.

1.3.4 આસન્નમૂલ્ય દ્વારા નજીકના હજારનો અંદાજ

1 થી 499 સુધીની સંખ્યા 1000 કરતાં 0 ની વધુ નજીક છે, તેથી હજારના આધારે તેનું આસન્નમૂલ્ય 0 છે. 501 થી 999 સુધીની સંખ્યા 0 કરતાં 1000 ની વધુ નજીક છે, તેથી નજીકના હજારના આધારે તેનું આસન્નમૂલ્ય 1000 છે. 500 માટે 1000ના આધારે આસન્નમૂલ્ય 1000 લઈશું.

તપાસો કે નીચે આપેલ આસન્નમૂલ્ય સાચાં છે કે નહિ :

2573 ⟶ 3000; 53552 ⟶ 53000;

6404 ⟶ 6000; 65437 ⟶ 65000;

7805 ⟶ 7000; 3499 ⟶ 4000;

જે ખોટાં છે, તેને સાચાં કરો.

પ્રયત્ન કરો.

આપેલ સંખ્યાઓના દસ, સો, હજાર અને દસ હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય શોધો.

આપેલ સંખ્યા	આસન્નમૂલ્યનો આધાર	આસન્નમૂલ્ય
75847	દસ	__________
75847	સો	__________
75847	હજાર	__________
75847	દસ હજાર	__________

1.3.5 સંખ્યાની ગોઠવણીને આધારે અંદાજિત પરિણામો

આપણે સંખ્યા કેવી રીતે ઉમેરીએ છીએ? આપણે પદ્ધતિસર નીચેની ક્રિયાઓ અનુસરીએ છીએ. આપણે સંખ્યાઓના સ્થાનકિંમત આધારિત અંકો એકબીજાની બરાબર નીચે આવે તે રીતે ગોઠવીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, 3946 + 6579 + 2050 ને આ રીતે લખીશું :

	હજાર	સો	દશક	એકમ
	3	9	4	6
+	6	5	7	9
+	2	0	5	0

આપણે એકમના સ્તંભના અંકોનો સરવાળો કરીશું. જો વદી આવે તો તે દશકમાં લઈ જઈશું પછી આવી જ ક્રિયા દશક, સો અને હજારના સ્તંભ માટે કરીશું, પરંતુ આ ક્રિયા ઘણો સમય લે છે.

ઘણી વાર એવું થાય છે કે, આપણે જવાબ ખૂબ ઝડપથી મેળવવાનો હોય. દાખલા તરીકે, તમે બજારમાં અથવા મેળામાં ગયાં છો. તમારે વસ્તુઓની ખરીદી કરવાની છે. ત્યારે તમારે ઝડપથી નિર્ણય કરવો પડે છે કે તમે કઈ વસ્તુ લઈ શકશો ? ત્યારે, તમારે અંદાજિત સંખ્યાનો સહારો લેવો પડે છે. તે વસ્તુઓની કિંમતનો સરવાળો છે. એક વેપારી બે જગ્યાએથી પૈસા મેળવે છે. એક જગ્યાએથી ₹ 13,569 અને બીજી જગ્યાએથી ₹ 26,785 મેળવે છે. સાંજે તે ત્રીજી વ્યક્તિને ₹ 37,000 ચૂકવવાનો છે. વેપારી હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય મેળવી ઝડપથી ગણતરી કરી દે છે અને તે ખુશ થઈ જાય છે કે તેની પાસે આ માટે પૂરતા પૈસા છે.

તમે કહી શકશો કે તેની પાસે પૂરતા પૈસા છે? તમે ચોક્કસ સરવાળો/બાદબાકી કર્યા વિના કહી શકશો?

શીલા અને મોહને તેમના માસિક ખર્ચની યોજના બનાવી છે. તેઓ આવવા-જવાના, શાળાની જરૂરિયાતો તથા કરિયાણું, દૂધ, કપડાં અને બીજા અન્ય ખર્ચ જાણે છે. જો તમામ ખર્ચ

કરતાં પૈસા બચે તો તેઓ આ મહિને ફરવા જવાનું અને ભેટ લેવાનું વિચારે છે.

શું તેઓ આગળના વેપારીની જેમ હજારના આધારે આસન્નમૂલ્યનો ઉપયોગ કરશે?

મિત્રો, જ્યાં અંદાજિત સરવાળા કે આસન્નમૂલ્યનો ઉપયોગ થાય છે તેવી અન્ય પાંચ પરિસ્થિતિ વિચારો અને ચર્ચા કરો.

શું આપણે દરેક કિસ્સામાં સમાન આધારનું આસન્નમૂલ્ય વાપરીશું?

જ્યારે સંખ્યાઓનાં પરિણામોનો અંદાજ કાઢવો હોય ત્યારે કોઈ નક્કર નિયમો નથી. આ પ્રક્રિયા ચોકસાઈની માત્રા અને અંદાજની કેટલી ઝડપથી જરૂર છે, તેના પર આધાર રાખે છે. સૌથી મહત્ત્વની બાબત એ છે કે અંદાજિત જવાબ કેટલો અર્થપૂર્ણ હશે.

1.3.6 સરવાળા અને તફાવતનો અંદાજ

આગળ આપણે જોયું તેમ આપણે સંખ્યાનું આસન્નમૂલ્ય કોઈ પણ આધાર સુધી કરી શકીએ છીએ.

વેપારીએ હજારના આધાર પર આસન્નમૂલ્ય મેળવ્યું અને પોતાની પાસે જરૂરી પૈસા છે તે જાણી સંતોષ અનુભવ્યો. આમ, આપણે કોઈ પણ સરવાળા કે તફાવતને અંદાજિત કરી શકીએ છીએ. હવે તમને સમજાઈ ગયું હશે કે શા માટે આપણે આસન્નમૂલ્ય લઈએ છીએ અને અમુક ચોક્કસ આધાર પર જ આસન્નમૂલ્ય લઈએ છીએ. આ ઉદાહરણ જુઓ :

ઉદાહરણ 5 : અંદાજ લગાવો : 5290 + 17,986

ઉકેલ : તમે જાણો છો કે 17,986 > 5290

હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય-

17,986નું હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય		18,000
+ 5290 નું હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય	+	5000
અંદાજિત સરવાળો	=	23,000

શું ઉપરની પદ્ધતિ કારગત છે? તમે સંખ્યાઓનો સરવાળો કરી વાસ્તવિક જવાબ મેળવો અને અંદાજ કારણભૂત હોય તો ચકાસો.

ઉદાહરણ 6 : અંદાજ લગાવો : 5673 – 436

ઉકેલ : આપણે હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય લઈએ. (શા માટે?)

5673 નું હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય		6000
– 436 નું હજારના આધારે આસન્નમૂલ્ય	–	0
અંદાજિત તફાવત	=	6,000

આ કારણભૂત અંદાજ નથી. શા માટે આ કારણભૂત અંદાજ નથી?

ચાલો આપણે વધુ નજીકનો અંદાજ મેળવવા માટે સો ના આધારે આસન્નમૂલ્ય લઈએ.

5673 નું આસન્નમૂલ્ય		5700
– 436 નું આસન્નમૂલ્ય	–	400
અંદાજિત તફાવત	=	5300

આ વધુ સારું અને અર્થપૂર્ણ આસન્નમૂલ્ય છે.

1.3.7 ગુણાકારનો અંદાજ

આપણે ગુણાકારનો અંદાજ કેવી રીતે કાઢીશું?

19×78 નો અંદાજ શું છે?

એ સ્પષ્ટ છે કે ગુણાકાર 2000 કરતાં ઓછો છે. શા માટે?

જો આપણે 19 થી નજીકના દસમાં અંદાજિત 20 લઈએ અને પછી 78 નજીકના દસમાં અંદાજિત 80 લઈએ, તો આપણને 80 અને $20 \times 80 = 1600$ મળે છે.

હવે, 63×182 જુઓ :

જો આપણે બંનેમાં અંદાજિત સો ની નજીકના લઈએ તો આપણને $100 \times 200 = 20,000$ મળશે. જે વાસ્તવિક ગુણાકાર કરતાં ઘણો મોટો છે. તો, આપણે શું કરીશું? વધુ વાજબી અંદાજ મેળવવા માટે, આપણે નજીકના 10 એટલે કે 60 અને 182ને નજીકના દસમાં એટલે કે 180 લઈએ તેથી આપણને 60×180 અથવા 10,800 મળે છે. આ એક સારો અંદાજ છે, પરંતુ તે પૂરતો ઝડપી નથી.

પ્રયત્ન કરો.

નીચેના ગુણાકારનો અંદાજ મેળવો :

(a) 87×313

(b) 9×795

(c) 898×785

(d) 958×387

આવા બીજા પાંચ દાખલા બનાવી તેને ઉકેલો.

જો આપણે હવે 63 થી 60 અને 182 ની નજીકના સો એટલે કે, 200નો અંદાજ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ. એટલે કે, આપણે 60×200 મેળવીએ છીએ અને આ 12,000 ગુણાકારનો ઝડપી તેમજ સારો અંદાજ છે.

આ ઉપરથી આપણે એક સામાન્ય નિયમ બનાવી શકીએ છીએ કે દરેક સંખ્યાના મહત્તમ સ્થાન સુધીનું આસન્ન મૂલ્ય લો. પછી બંને આસન્નમૂલ્યનો ગુણાકાર કરો. જેમ કે, આપણે આગળના ઉદાહરણમાં કર્યું. આપણે 63ના દશક સ્થાનનું આસન્નમૂલ્ય લીધું, જ્યારે 182ના સો ના સ્થાનનું.

હવે, આ નિયમનો ઉપયોગ કરીને 81×479નો અંદાજ મેળવો :

479નું આસન્નમૂલ્ય 500 (સોના સ્થાન)

અને 81નું આસન્નમૂલ્ય 80 (દસના સ્થાન)

અંદાજિત ગુણાકાર = $500 \times 80 = 40,000$

તમારા માટે અંદાજોનો એક મહત્ત્વપૂર્ણ ઉપયોગ તમારા જવાબો ચકાસવા માટે છે.

ધારો કે, તમે ગુણાકાર 37×1889 કર્યો છે, પરંતુ તમે તમારા જવાબ વિશે ચોક્કસ નથી. ગુણાકારનો ઝડપી અને વાજબી અંદાજ 40×2000 એટલે કે 80,000 હશે. જો તમારો જવાબ

80,000ની નજીક છે, તો તે મોટે ભાગે યોગ્ય છે. બીજી બાજુ, જો તે 8000 કે 8,00,000ની નજીક છે, તો તમારા ગુણાકારમાં કંઈક ચોક્કસ ખોટું છે. બે અથવા વધુ સંખ્યાઓનાં સરવાળા અને બાદબાકીમાં પણ આ સામાન્ય નિયમ વપરાય છે.

સ્વાધ્યાય 1.3

1. સામાન્ય નિયમ વાપરી નીચેનાનો અંદાજ મેળવો :

   (a) 730 + 998 (b) 796 – 314 (c) 12,904 + 2888 (d) 28,292 – 21,496

   સરવાળા અને બાદબાકીના આવા બીજા દસ દાખલા બનાવી તેને ઉકેલો.

2. નજીકના સો ના સ્થાન સુધીનો એક કાચો અંદાજ આપો તેમજ નજીકના દશકના સ્થાન સુધીનો કાચો અંદાજ આપો.

   (a) 439 + 334 + 4317 (b) 1,08,734 – 47,599

   (c) 8325 – 491 (d) 4,89,348 – 48,365

   આ પ્રકારનાં ચાર ઉદાહરણો બનાવો.

3. સામાન્ય નિયમનો ઉપયોગ કરીને નીચેનાનો ગુણાકાર અંદાજ મેળવો :

   (a) 578 × 161 (b) 5281 × 3491 (c) 1291 × 592 (d) 9250 × 29

   ચાર વધુ આવાં ઉદાહરણો બનાવો.

1.4 કૌંસનો ઉપયોગ

સીમાએ બજારમાંથી 10 રૂપિયાની એક એવી 6 નોટ ખરીદી. તેની બહેન મીરાંએ પણ એવી જ 7 નોટબુક્સ ખરીદી તો તેમણે કુલ કેટલા રૂપિયા ચૂકવ્યા હશે?

સીમાએ આ રીતે ગણતરી કરી છે :	**મીરાંએ આ રીતે ગણતરી કરી છે :**
$6 \times 10 + 7 \times 10$	$6 + 7 = 13$
$= 60 + 70$	
$= 130$	અને $13 \times 10 = 130$
જવાબ : ₹ 130	જવાબ : ₹ 130

પ્રયત્ન કરો.

1. કૌંસનો ઉપયોગ કરીને નીચેના દરેક માટે પદાવલિ સ્વરૂપે લખો :

   (a) નવ અને બેના સરવાળાને ચાર વડે ગુણો.

   (b) અઢાર અને છના તફાવતને ચાર વડે ભાગો.

   (c) ત્રણ અને બેના સરવાળાના ત્રણ ગણા વડે પિસ્તાળીસને ભાગો.

2. $(5 + 8) \times 6$ માટે ત્રણ અલગ-અલગ પરિસ્થિતિઓ લખો.

   (એક એવી સ્થિતિ છે : સોહાની અને રીટા 6 દિવસ માટે કાર્ય કરે છે. સોહાની દિવસમાં 5 કલાક અને રીટા 8 કલાક કામ કરે છે. તે બંને અઠવાડિયાંમાં કેટલા કલાક કામ કરે છે?)

3. આવશ્યક કૌંસનો ઉપયોગ કરી પાંચ પરિસ્થિતિઓ લખો.

   (a) $7(8 – 3)$ (b) $(7 + 2) (10 – 3)$

તમે જોઈ શકો છો કે સીમા અને મીરાંના જવાબ મેળવવા માટેની રીતો થોડી અલગ છે, પરંતુ બંને યોગ્ય પરિણામ આપે છે. શા માટે ?

સીમા કહે છે, મીરાંએ જે કર્યું છે તે $7 + 6 \times 10$ છે.

અપ્પુએ $7 + 6 \times 10 = 7 + 60 = 67$ નો ઉલ્લેખ કર્યો છે. આમ, મીરાંએ જે કર્યું તે આ નથી. ત્રણેય વિદ્યાર્થીઓ મૂંઝવણમાં છે.

આવા કિસ્સાઓમાં મૂંઝવણ ટાળવા માટે આપણે કૌંસનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ. આપણે કૌંસનો ઉપયોગ કરીને 6 અને 7 નું જૂથ બનાવી શકીએ છીએ. આ જૂથને એક સંખ્યા તરીકે ગણવામાં આવે છે. આમ, જવાબ $(6 + 7) \times 10 = 13 \times 10$ દ્વારા મળી આવે છે.

મીરાંએ કેવી રીતે કર્યું? તેણે પહેલાં 6 અને 7 નો સરવાળો કર્યો અને મળેલને રકમ 10 વડે ગુણી.

આ સ્પષ્ટપણે આપણને કહે છે : પ્રથમ કૌંસની અંદર બધું એક સંખ્યામાં ફેરવો અને પછી બહારની ક્રિયા કરો. આ કિસ્સામાં 10નો ગુણાકાર છે.

1.4.1 કૌંસનું વિસ્તરણ

હવે, અવલોકન કરો કે કેવી રીતે કૌંસનો ઉપયોગ આપણને પદ્ધતિસર રીતે આપણી પ્રક્રિયા અનુસરવા માટે સગવડ આપે છે. શું તમે માનો છો કે, કૌંસનો ઉપયોગ કર્યા વગર દાખલો ગણવો સરળ બનશે ?

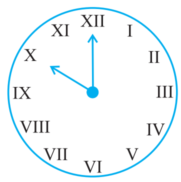
(i) $7 \times 109 = 7 \times (100 + 9) = 7 \times 100 + 7 \times 9 = 700 + 63 = 763$

(ii) $102 \times 103 = (100 + 2) \times (100 + 3) = (100 + 2) \times 100 + (100 + 2) \times 3$
$= 100 \times 100 + 2 \times 100 + 100 \times 3 + 2 \times 3$
$= 10{,}000 + 200 + 300 + 6 = 10{,}000 + 500 + 6$
$= 10{,}506$

(iii) $17 \times 109 = (10 + 7) \times 109 = 10 \times 109 + 7 \times 109$
$= 10 \times (100 + 9) + 7 \times (100 + 9)$
$= 10 \times 100 + 10 \times 9 + 7 \times 100 + 7 \times 9$
$= 1000 + 90 + 700 + 63 = 1790 + 63$
$= 1853$

1.5 રોમન અંક

આપણે અત્યાર સુધીમાં હિન્દુ-અરેબિક અંક પ્રણાલિ જોઈ. આવી ઘણીબધી પદ્ધતિઓ છે. આવી જ એક પ્રાચીન અંક પદ્ધતિ છે - રોમન અંક પદ્ધતિ. આ પદ્ધતિ હજી ઘણાં ક્ષેત્રોમાં વાપરવામાં આવે છે.



ઉદાહરણ તરીકે, ઘડિયાળમાં અને શાળા-સમયપત્રકમાં શ્રેણી દર્શાવવા રોમન અંકનો ઉપયોગ થાય છે.

જ્યાં રોમન આંકડા વપરાય છે, તેવાં ત્રણ અન્ય ઉદાહરણો શોધો :

રોમન અંક

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X એ અનુક્રમે 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 અને 10 દર્શાવે છે. આગળ જોઈએ તો 11 માટે XI, 12 માટે XII,... એ જ રીતે 20 માટે XX. કેટલાક વધુ રોમન અંકો :

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

આવો, તેના કેટલાક નિયમોની ચર્ચા કરીએ :

(a) જો પ્રતીકનું પુનરાવર્તન થાય તો તેની કિંમત એટલી વખત ઉમેરાશે. એટલે કે, II એટલે 2, XX એટલે 20 અને XXX એટલે 30.

(b) એક પ્રતીકનું ત્રણ વખત કરતાં વધુ પુનરાવર્તન થતું નથી અને પ્રતીકો V, L અને D નું પુનરાવર્તન ક્યારેય થતું નથી.

(c) જો નાના મૂલ્યનું પ્રતીક મોટા મૂલ્યના પ્રતીકની જમણી બાજુએ લખવામાં આવે છે. તેનું મૂલ્ય મોટા પ્રતીકના મૂલ્યમાં ઉમેરાઈ જાય છે.

VI = 5 + 1 = 6, XII = 10 + 2 = 12 અને LXV = 50 + 10 + 5 = 65

(d) નાના મૂલ્યનું પ્રતીક મોટા પ્રતીકની ડાબી બાજુએ લખાયેલું હોય તો કિંમત, તેની કિંમત મોટા પ્રતીકની કિંમતમાંથી બાદ કરવામાં આવે છે.

IV = 5 – 1 = 4, IX = 10 – 1 = 9

XL= 50 – 10 = 40, XC = 100 – 10 = 90

(e) V, L અને D નાં પ્રતીકો મોટા મૂલ્યના પ્રતીકની ડાબી બાજુ પર ક્યારેય લખાતા નથી, એટલે કે V, L અને D ને બાદ કરી શકાતાં નથી.

પ્રતીક I માત્ર V અને X માંથી બાદ કરી શકાય છે.

પ્રતીક X માત્ર L, M અને C માંથી બાદ કરી શકાય છે.

આ નિયમો પરથી નીચેની સંખ્યાઓ મળે છે :

1	=	I	10	=	X	100	=	C
2	=	II	20	=	XX			
3	=	III	30	=	XXX			
4	=	IV	40	=	XL			
5	=	V	50	=	L			
6	=	VI	60	=	LX			
7	=	VII	70	=	LXX			
8	=	VIII	80	=	LXXX			
9	=	IX	90	=	XC			

પ્રયત્ન કરો.

રોમન અંક લખો.

1. 73
2. 92

(a) 1 થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાં બાકી રહેલી સંખ્યાઓને રોમન અંકમાં લખો.

(b) XXXX, VX, IC, XVV લખેલા નથી. શા માટે? - તમે કહી શકો છો?

ઉદાહરણ 7 : રોમન અંક લખો : (a) 69 (b) 98.

ઉકેલ :

(a) 69 = 60 + 9
= (50 + 10) + 9
= LX + IX
= LX IX

(b) 98 = 90 + 8
= (100 – 10) + 8
= XC + VIII
= XCVIII

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. બે સંખ્યાઓ આપેલ છે. જેના અંકો વધારે છે તે મોટી સંખ્યા છે. જો આપેલ બે સંખ્યામાં અંકોની સંખ્યા સમાન હોય, તો જે સંખ્યાનો ડાબી બાજુનો અંક મોટો હોય તે મોટી સંખ્યા છે. જ્યારે તે પણ સરખા હોય ત્યારે તેના પછીનો અંક જુઓ. આ જ રીતે આગળ વધવું.

2. આપેલ અંકોમાંથી સંખ્યાઓ બનાવવામાં, સંખ્યા-રચનાની શરત સંતોષાય છે કે નહિ તેની કાળજી રાખવી જોઈએ. આમ, 7, 8, 3, 5નો ઉપયોગ કરીને અંકોના પુનરાવર્તન સિવાય ચાર અંકની મોટામાં મોટી સંખ્યા બનાવવા માટે આપણે ચાર આંકડાઓ વાપરવાની જરૂર છે કે જેમાં સૌથી ડાબી બાજુ માત્ર 8 છે.

3 ચાર અંકની સૌથી નાની સંખ્યા 1000 (એક હજાર) છે. તે ત્રણ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા 999 પછી તરત આવે છે. એ જ રીતે, સૌથી નાની પાંચ આંકડાની સંખ્યા 10,000 છે તે દસ હજાર છે અને ચાર અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા 9999 પછી તરત આવે છે. વધુમાં, છ અંકની સૌથી નાની સંખ્યા 1,00,000 છે. તે એક લાખ છે તે પાંચ અંકની સૌથી મોટી સંખ્યા 99,999 પછી તરત આવે છે. આ રીતે આગળ વધતું રહે છે.

4. અલ્પવિરામનો ઉપયોગ મોટી સંખ્યાના વાચન અને લેખનમાં ઉપયોગી છે. સંખ્યાની ભારતીય પ્રણાલિમાં જમણી બાજુથી શરૂ થતાં 3 અંકો અને ત્યાર બાદ દરેક પછી દરેક બે અંક પછી અલ્પવિરામ આવે છે. અનુક્રમે 3, 5 અને 7 અંકો પછીના અલ્પવિરામ હજાર, લાખ અને કરોડને છૂટા પાડે છે. આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યા પદ્ધતિ મુજબ અલ્પવિરામ દરેક ત્રણ અંક પછી મૂકવામાં આવે છે. જે હજાર અને મિલિયનને છૂટા પાડે છે.

5. રોજિંદા જીવનમાં ઘણી જગ્યાએ મોટી સંખ્યાઓ જરૂરી છે. ઉદાહરણ તરીકે, શાળામાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા, ગામ અથવા નગરના લોકોની સંખ્યા, મોટી રકમની લેણદેણ (ચુકવણી અને વેચાણ), દૂરનાં અંતરો વચ્ચેના અંતરની માપણી.

6. યાદ રાખો કે કિલો 1000 ગણું મોટું છે તેમ બતાવે છે. સેન્ટિમીટર 100 ગણું નાનું છે તેમ બતાવે છે અને મિલિમીટર 1000 ગણું નાનું છે તેમ બતાવે છે. આમ, 1 કિલોમીટર = 1000 મીટર, 1 મીટર = 100 સેન્ટિમીટર અથવા 1000 મિલિમીટર વગેરે.

7. એવી ઘણી પરિસ્થિતિઓ છે, જેમાં આપણને ચોક્કસ જથ્થાની જરૂર નથી, પરંતુ માત્ર એક યોગ્ય અંદાજ જરૂરી છે. ઉદાહરણ તરીકે, કેટલા દર્શકોએ એક ખાસ આંતરરાષ્ટ્રીય હૉકી મૅચ જોઈ હતી તે દર્શાવતી વખતે, આપણે અંદાજિત સંખ્યા કહીએ છીએ. જેમ કે, 51,000 અહીં ચોક્કસ સંખ્યા કહેવાની જરૂર નથી.

8. અંદાજિત માપમાં આવશ્યક ચોકસાઈ જરૂરી છે. આમ, 4117ની અંદાજિત આશરે 4100 અથવા 4000 લઈ શકાય, એટલે કે આપણી જરૂરિયાતને આધારે નજીકના સો અથવા નજીકના હજાર સુધી હોઈ શકે છે.

9. ઘણી વાર જવાબનો અંદાજ મેળવીએ છીએ. આ માટે આપણે આસન્નમૂલ્યનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. જે ઝડપથી અંદાજિત જવાબ આપે છે.

10. સંખ્યાઓની ક્રિયાઓના અંદાજ જવાબ ચકાસવામાં ઉપયોગી છે.

11. એકથી વધુ સંખ્યામાં ક્રિયાઓ કરવાની જરૂર હોય તેવા સંજોગોમાં કૌંસનો ઉપયોગ આપણી મૂંઝવણો ટાળે છે અને અનુકૂળ સગવડ કરી આપે છે.

12. આપણે હિન્દુ-અરેબિક અંક પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. લેખન અંકોની બીજી પદ્ધતિ રોમન પદ્ધતિ છે.

પૂર્ણ સંખ્યાઓ

પ્રકરણ 2

2.1 પ્રાસ્તાવિક

વિદ્યાર્થીમિત્રો, આપણે જાણીએ છીએ તે અનુસાર, જ્યારે આપણે કોઈ ગણતરી ચાલુ કરીએ છીએ, ત્યારે આપણે 1, 2, 3, 4.... સંખ્યાઓનો જ ઉપયોગ કરીએ છીએ. એટલે કે, પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો જ ઉપયોગ કરીએ છીએ. આ સંખ્યાઓને ગણિતની ભાષામાં પ્રાકૃતિક સંખ્યા કહેવાય છે.

પહેલાંની સંખ્યા (Predecessor) અને પછીની સંખ્યા (Successor) : (પૂર્વવર્તી અને પ્રતિવર્તી)

આપેલી કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં જો એક ઉમેરવામાં આવે, તો આપણને બીજી પ્રાકૃતિક સંખ્યા મળે છે. એટલે કે, આપણે તે સંખ્યા પછીની તરતની બીજી સંખ્યા મેળવી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, કોઈ એક સંખ્યા 16 લઈએ, તો તેના પછીની સંખ્યા મેળવવા માટે, $16 + 1 = 17$, તે જ રીતે, $19 + 1 = 20$ છે.

આ જ રીતે આપણે આગળ પણ ઘણી સંખ્યાઓ મેળવી શકીએ છીએ. સંખ્યા 16 એ સંખ્યા 17ના તરત પહેલાં આવે છે. એટલે કહી શકાય કે 17 ના પહેલાંની તરતની સંખ્યા $17 – 1 = 16$ થશે. 20ના પહેલાંની તરતની સંખ્યા $20 – 1 = 19$ થશે, વગેરે સંખ્યા મેળવી શકાય.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેની સંખ્યાની પહેલાંની અને પછીની સંખ્યા લખો.
   1; 19; 1997; 12000; 49; 100000; .
2. કઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા પાસે તેના પહેલાં આવતી સંખ્યા નથી?
3. કઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા પાસે તેના પછીની સંખ્યા નથી? શું તે સૌથી છેલ્લી આવતી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે?

સંખ્યા 3 પાસે તેની પહેલાં તરત આવતી અને તેની પછી તરત આવતી સંખ્યા એમ બંને સંખ્યા છે. તમે સંખ્યા 2 વિશે જણાવો. જુઓ 2 પછી આવતી સંખ્યા 3 અને પહેલાં આવતી સંખ્યા 1 છે. તો શું સંખ્યા 1 પાસે પહેલાં આવતી સંખ્યા અને પછી તરત આવતી સંખ્યા એમ બંને સંખ્યા છે?

આપણે આપણી શાળાનાં બાળકોની ગણતરી કરી શકીએ છીએ. આપણે કોઈ ગામમાં રહેતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા પણ ગણી શકીએ

છીએ. આપણે ભારતમાં રહેતાં તમામ લોકોની સંખ્યા ગણી શકીએ છીએ, પરંતુ આપણે આકાશમાં આવેલા તારાઓની સંખ્યા ન ગણી શકીએ. તે જ રીતે, આપણે આપણા માથાના વાળ પણ ન ગણી શકીએ. પણ જો તે ગણી શકાય તેમ હોત તો તે ચોક્કસ કોઈ સંખ્યા જ હોત. પછી આપણે તે સંખ્યામાં 1 ઉમેરીને તેનાથી મોટી સંખ્યા મેળવી શક્યા હોત. તો આવી પરિસ્થિતિમાં આપણે બે વ્યક્તિના માથાના વાળ પણ ગણીને સરખામણી કરી શક્યા હોત !

હવે સ્પષ્ટ છે કે સૌથી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા કોઈ નથી. ઉપર મેળવેલી માહિતી અનુસાર, જ્યારે આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીએ ત્યારે આપણને ઘણા પ્રશ્નો ઉદ્ભવે છે. તમારે તમને ઉદ્ભવતા આવા કેટલાક પ્રશ્નો વિચારવા જ જોઈએ અને તે તમારા મિત્ર સાથે તેની ચર્ચા કરવી જોઈએ. બની શકે કે તમને તેમાંના ઘણા સવાલોના જવાબ સંતોષકારક ન પણ મળે.

2.2 પૂર્ણ સંખ્યાઓ (Whole Numbers)

આપણે જોઈ ગયાં છીએ કે પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1 ના પહેલાં કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા આવતી નથી. આથી, 0 (શૂન્ય)ને આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1 ના પહેલાં આવતી સંખ્યા લઈએ છીએ.

(પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં શૂન્યને સમાવીને પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ મળે છે.)

પ્રયત્ન કરો.

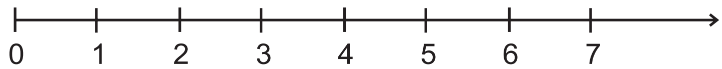
1. શું દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા પૂર્ણ સંખ્યા હોય છે?
2. શું દરેક પૂર્ણ સંખ્યા પ્રાકૃતિક સંખ્યા હોય છે?
3. સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?
4. સૌથી મોટી પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?

આપણે પાછલા વર્ગોમાં સંખ્યાની પાયાની ગણતરીઓ જેવી કે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર શીખી ગયા છીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે, કયા પ્રશ્નમાં કઈ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરી શકાય. તો ચાલો આપણે આ સંખ્યાઓને એક સંખ્યારેખા પર મૂકીએ. પણ તે પહેલાં આપણે સંખ્યારેખા વિશે જાણી લઈએ.

2.3. સંખ્યારેખા (Number line)

એક સીધી રેખા દોરો. તેના પર કોઈ એક બિંદુ લઈએ. તે બિંદુને આપણે 0 નામ આપીએ. શૂન્ય (0)ની જમણી બાજુ આપણે બીજું એક બિંદુ લઈએ તેને 1 નામ આપીએ. 0 અને 1 વચ્ચેના આ અંતરને એકમ અંતર કહીશું. હવે, આ જ રેખા પર 1 ની જમણી બાજુ એકમ અંતર જેટલા અંતરે બીજું એક બિંદુ લઈ તેને 2 નામ આપીએ. આ જ રીતે 2ની જમણી બાજુ એકમ અંતરે 3, 4, 5,.... બિંદુઓ લઈ નામ આપો. તમે આ જ રીતે જમણી બાજુ કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યા સુધી જઈ શકો છો.

અહીં નીચે આપેલી રેખા પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સંખ્યારેખા છે :



અહીં બિંદુ 2 અને 4 વચ્ચે કેટલું અંતર છે? તેનું અંતર ચોક્કસપણે બે એકમ જ છે. શું તમે બિંદુ 2 અને 6 તથા 2 એ 7 વચ્ચેનું અંતર જણાવી શકો?

તમે જોઈ શકો છો કે સંખ્યારેખા પર સંખ્યા 7 સંખ્યા 4ની જમણી બાજુ આવેલી છે. સંખ્યા 7 એ 4 કરતાં મોટી સંખ્યા છે. એટલે 7 > 4. હવે સંખ્યા 8 એ સંખ્યારેખા પર 6ની

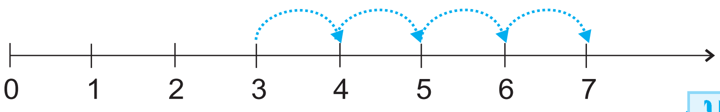
જમણી બાજુએ આવેલી સંખ્યા છે. આથી $8 > 6$. આ અવલોકન પરથી આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ બંને પૂર્ણ સંખ્યાઓમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે અને જો સંખ્યારેખા પર કોઈ એક સંખ્યા કોઈ બીજી સંખ્યાની ડાબી બાજુ આવેલી હોય, તો તે સંખ્યા નાની સંખ્યા છે તેમ કહી શકાય.

ઉદાહરણ તરીકે $4 < 9$ છે. 4 એ સંખ્યા 9ની ડાબી બાજુ આવેલી સંખ્યા છે. તે જ પ્રમાણે $12 > 5$, 12 એ 5ની જમણી બાજુએ આવેલી સંખ્યા છે. તમે 10 અને 20માંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે અને કઈ સંખ્યા નાની છે તે જણાવી શકો છો?

હવે, સંખ્યારેખા પર 30, 12, 18નું સ્થાન તમે બતાવો. આમાંથી કઈ સંખ્યા સૌપ્રથમ ડાબી બાજુ આવેલી છે? શું તમે જણાવી શકો કે 1005 અને 9756 બંનેમાંથી કઈ સંખ્યા જમણી બાજુએ આવેલી છે? સંખ્યારેખા પર 12 પછીની અને 7 પહેલાં આવતી સંખ્યા દર્શાવો.

સંખ્યારેખા પર સંખ્યાઓનો સરવાળો

સંખ્યારેખા પર પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો પણ દર્શાવી શકાય છે, તો ચાલો આપણે સંખ્યાઓ 3 અને 4નો સરવાળો જોઈએ :



આપણે સંખ્યા 3 થી ચાલુ કરીએ. આપણે સંખ્યા 3માં સંખ્યા 4નો ઉમેરો કરવો છે. આથી આપણે 3 થી જમણી બાજુ 4 પગલાં, 3 થી 4, 4 થી 5, 5 થી 6 અને 6 થી 7 જઈશું. આ રીતે આપણે સંખ્યા 3 અને સંખ્યા 4નો સરવાળો કરી સંખ્યા 7 મેળવી શકીએ.

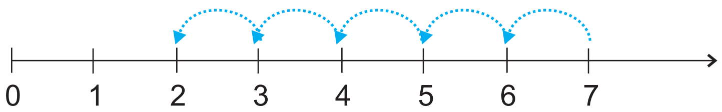
એટલે કે, $3 + 4 = 7$

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને
$4 + 5$; $2 + 6$;
$3 + 5$ અને
$1 + 6$નો સરવાળો મેળવો.

સંખ્યારેખા પર બાદબાકી

બે પૂર્ણ સંખ્યાઓની બાદબાકી પણ સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય છે, તો ચાલો આપણે $7 - 5$ની બાદબાકી જોઈએ.



અહીં આપણે સંખ્યા 7થી ચાલુ કરીશું. આપણે અહીં સંખ્યા 7 માંથી સંખ્યા 5 ની બાદબાકી કરવાની છે. આથી આપણે સંખ્યા 7 થી ડાબી બાજુ પાંચ પગલાં જઈશું અને તેથી આપણે સંખ્યા 2 પર પહોંચીશું. આમ, આપણે $7 - 5 = 2$ મેળવીશું.

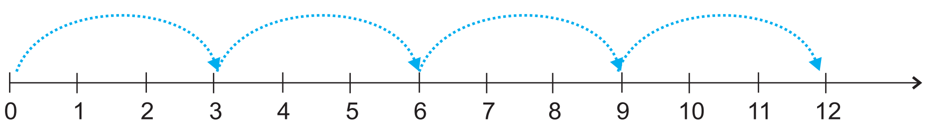
પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખાના ઉપયોગથી
$8 - 3$; $6 - 2$;
$9 - 6$ની બાદબાકી મેળવો.

સંખ્યારેખા પર ગુણાકાર

હવે આપણે સંખ્યારેખા પર સંખ્યાના ગુણાકાર વિશે શીખીશું.

ચાલો આપણે 3×4 મેળવીએ.



અહીં શૂન્યથી ચાલુ કરીશું અને 3 સુધી જમણી બાજુ આગળ વધીશું. એવી રીતે 3 બીજીવાર, એવી જ રીતે 3 ત્રીજીવાર અને એવી જ રીતે 3 ચોથીવાર એમ આપણે ચારવાર ત્રણ-ત્રણ બિંદુ જમણી બાજુ આગળ વધીશું. એટલે આપણે 12 પર પહોંચીશું.

આથી, $3 \times 4 = 12$ મળશે.

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખાના ઉપયોગથી 2×6, 3×3, 4×2 મેળવો.

સ્વાધ્યાય 2.1

1. 10,999 ના પછી તરત આવતી ત્રણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા લખો.
2. 10001ના પહેલાં તરત આવતી ત્રણ પૂર્ણ સંખ્યાઓ લખો.
3. સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?
4. સંખ્યાઓ 32 અને 53ના વચ્ચે આવતી પૂર્ણ સંખ્યાઓ જણાવો.
5. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના પછી તરત આવતી સંખ્યા જણાવો :

   (a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670
6. નીચે આપેલી સંખ્યાની તરત પહેલાંની સંખ્યા જણાવો :

   (a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321
7. નીચે આપેલી સંખ્યાઓની જોડીમાંથી સંખ્યારેખા પર કઈ સંખ્યા ડાબી બાજુ આવશે અને કઈ સંખ્યા જમણી બાજુ આવશે તે જણાવો તથા તેમની વચ્ચે કયા ચિહ્નનો (<, >) ઉપયોગ થશે તે પણ જણાવો.

   (a) 530, 503 (b) 370, 307 (c) 98765, 56789 (d) 9830415, 10023001
8. નીચે આપેલાં વાક્યોમાંથી કયું વાક્ય ખરું (✓) અને કયું વાક્ય ખોટું (✗) છે, તે જણાવો :

   (a) શૂન્ય એ સૌથી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

   (b) 400 એ સંખ્યા 399ના પહેલાં આવતી સંખ્યા છે.

   (c) શૂન્ય સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (d) 600 એ સંખ્યા 599ના પછી આવતી સંખ્યા છે.

   (e) દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (f) દરેક પૂર્ણ સંખ્યા પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

   (g) બે અંકોની પૂર્ણ સંખ્યાની પહેલાં આવતી સંખ્યા એક અંકની ન હોઈ શકે.

   (h) 1 એ સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (i) પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1ની પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (j) પૂર્ણ સંખ્યા 1ની પાસે તેની પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (k) પૂર્ણ સંખ્યા 13, એ સંખ્યાઓ 11 અને 12ના વચ્ચે આવે છે.

   (l) પૂર્ણ સંખ્યા 0 પાસે તેના પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (m) બે અંકોની સંખ્યા પછી આવતી સંખ્યા હંમેશાં બે અંકની જ હોય છે.

2.4 પૂર્ણ સંખ્યાના ગુણધર્મો

જ્યારે આપણે પૂર્ણ સંખ્યાઓ પર થતી વિવિધ ગણતરીઓને ધ્યાનથી જોઈએ, ત્યારે આપણને તેમાં અનેક ગુણધર્મો જોવા મળે છે. આ ગુણધર્મોને કારણે આપણે સંખ્યાઓને સારી રીતે સમજી શકીએ છીએ અને સાથે જ આ ગુણધર્મોને કારણે ગણતરીમાં પણ સરળતા પડે છે.

આ કરો :

તમે તમારા વર્ગમાં દરેક વિદ્યાર્થીને કોઈ પણ બે પૂર્ણ સંખ્યા આપો અને તેનો સરવાળો કરવા કહો. શું તમને દરેક પાસેથી સરખી જ પૂર્ણ સંખ્યા મળશે? તમારા જવાબો આ પ્રમાણે હશે :

7	+	8	=	15, એક પૂર્ણ સંખ્યા
5	+	5	=	10, એક પૂર્ણ સંખ્યા
0	+	15	=	15, એક પૂર્ણ સંખ્યા
.	+	.	=	....
.	+	.	=	....

હજુ બીજી પાંચ જોડ લઈને પ્રયત્ન કરો શું સરવાળો હંમેશાં પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે ? શું તમે પૂર્ણ સંખ્યાની એવી જોડ મેળવી શક્યા કે જેનો સરવાળો પૂર્ણ સંખ્યા ન હોય. તેથી આપણે કહી શકીએ કે, બે પૂર્ણ સંખ્યાનો સરવાળો પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે. અર્થાત્ પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા માટે સંવૃત્ત છે. આ ગુણધર્મને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટેનો સંવૃત્તતાનો ગુણધર્મ કહે છે.

શું પૂર્ણ સંખ્યાઓ ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે? તમે તેની પરખ કેવી રીતે કરશો? તમારો ગુણાકાર આ પ્રમાણે છે :

7	×	8	=	56, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
5	×	5	=	25, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
0	×	15	=	0, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
.	×	.	=	....
.	×	.	=	....

બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હંમેશાં આપણને પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે છે. આથી આપણે કહી શકીએ કે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે.

સંવૃત્તતાનો ગુણધર્મ : પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા અને ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

1. પૂર્ણ સંખ્યાઓ બાદબાકી માટે સંવૃત્ત નથી. શા માટે?

   તમારી બાદબાકી આ પ્રમાણે હોઈ શકે છે?

6	–	2	=	4, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
7	–	8	=	?, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.
5	–	4	=	1, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
3	–	9	=	?, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

તમે કોઈ પણ પાંચ ઉદાહરણ લઈ જાતે પ્રયત્ન કરો.

2. શું પૂર્ણ સંખ્યાઓ ભાગાકાર માટે સંવૃત્ત છે? ના, નીચે આપેલું કોષ્ટક જુઓ :

8	÷	4	=	2, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
5	÷	7	=	$\frac{5}{7}$, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.
12	÷	3	=	4, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
6	÷	5	=	$\frac{6}{5}$, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

હવે, તમે કોઈ થોડાં વધુ ઉદાહરણો લઈ જાતે પ્રયત્ન કરો.

શૂન્ય દ્વારા ભાગાકાર

એક સંખ્યા વડે ભાગાકારનો અર્થ છે કે તે સંખ્યાની વારંવાર બાદબાકી કરવી.

ચાલો, $8 \div 2$ શોધીશું :

8
− 2 1   8 માંથી 2ની વારંવાર બાદબાકી કરીએ.
6
− 2 2
4
− 2 3   આપણે કેટલી વખત બાદબાકી કરીશું તો શૂન્ય (0) આવશે.
2   ચાર પ્રયત્ને. તેથી આપણે $8 \div 2 = 4$ લખીશું.
−2 4
0

આ જ પ્રમાણે તમે $24 \div 8$, $16 \div 4$ મેળવો. ચાલો, હવે આપણે $2 \div 0$ માટે પ્રયત્ન કરીએ.

2
−0 1
2   દરેક વખતે બાદબાકી કરતાં આપણે 2 જ મેળવીએ.
− 0 2   આ પ્રક્રિયાનો શું કોઈ અંત છે? ના.
2   આથી આપણે $2 \div 0$ ને વ્યાખ્યાયિત કરી શકતા નથી.
−0 3
2
−0 4
2

ચાલો 7 ÷ 0 માટે પ્રયાસ કરીએ :

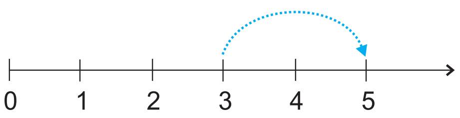
$$
\begin{array}{rl}
 & 7 \\
- & 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ 1 \\
\hline
 & 7 \\
- & 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ 2 \\
\hline
 & 7 \\
- & 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ 3 \\
\hline
 & 7
\end{array}
$$

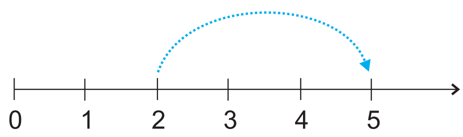
ફરીથી આપણને ઘટાડવાના કોઈ પણ સ્તરે 0 મળતો નથી.
આપણે કહીએ છીએ કે 7 ÷ 0 વ્યાખ્યાયિત નથી.
5 ÷ 0 અને 16 ÷ 0 માટે પણ તપાસો.

પૂર્ણ સંખ્યાઓનો 0થી ભાગાકાર શક્ય નથી.

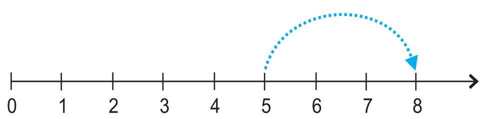
સરવાળા અને ગુણાકાર માટે ક્રમનો ગુણધર્મ

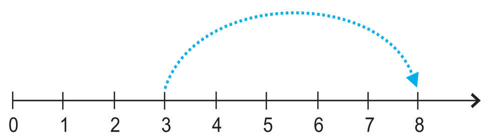
નીચેની સંખ્યારેખાની આકૃતિઓ શું દર્શાવે છે ?





બંને કિસ્સામાં આપણે 5 સુધી પહોંચીએ છીએ. તેથી 3 + 2 અને 2 + 3 સમાન છે.
તેવી જ રીતે, 5 + 3 અને 3 + 5 પણ સમાન છે.





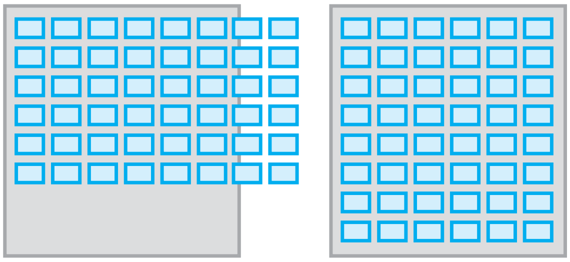
તેવી જ રીતે, 4 + 6 અને 6 + 4 માટે પણ અજમાવી જુઓ.

શું આ સાચું છે, જ્યારે કોઈ બે પૂર્ણ સંખ્યાઓ ઉમેરાય છે? આ તપાસો. તમને પૂર્ણ સંખ્યાની કોઈ પણ એવી જોડ નહિ મળે, જેમાં સંખ્યાઓના સરવાળાના ક્રમ બદલવા પર અલગ-અલગ સરવાળો મળે.

તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓને કોઈ પણ ક્રમમાં ઉમેરી શકો છો.

અમે કહીએ છીએ કે પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળો સમક્રમી છે. આને સરવાળાના ક્રમનો ગુણધર્મ કહેવાય છે.

તમારા મિત્ર સાથે ચર્ચા કરો :



તમારા ઘરે એક નાનો ઉત્સવ છે. તમે મહેમાનો માટે ખુરશીઓની 6 હરોળ બનાવો છો. જેમાંથી દરેક હરોળમાં 8 ખુરશી છે. જગ્યા એટલી પહોળી નથી કે તેમાં 8 ખુરશી એક હરોળમાં સમાઈ શકે. તમે એવું નક્કી કરો છો કે, ખુરશીઓની 8 હરોળો બનાવીએ. જેમાંથી દરેક હરોળમાં 6 ખુરશી હોય. શું તમને વધારે સંખ્યામાં ખુરશીની જરૂર પડશે?

અહીં ગુણાકારનો ક્રમનો ગુણધર્મ દેખાય છે?

4 અને 5ને અલગ-અલગ ક્રમમાં ગુણાકાર કરો.

તમે જોશો કે $4 \times 5 = 5 \times 4$ છે.

શું આ સંખ્યાઓ 3 અને 6 તથા 5 અને 7ના માટે પણ સાચું છે?

તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો કોઈ પણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકો છો.

આપણે કહી શકીએ છીએ કે ગુણાકાર એ પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે સમક્રમી છે.

આ પ્રમાણે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકાર બંને સમક્રમી છે.

ચકાસો

1. પૂર્ણ સંખ્યા માટે બાદબાકી સમક્રમી નથી. તેની ચકાસણી સંખ્યાઓની ત્રણ અલગ-અલગ જોડ લઈને કરો.
2. શું $(6 \div 3)$ના જેવું સરખું $(3 \div 6)$ છે ?

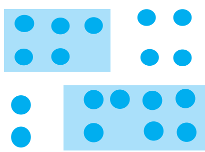
   પૂર્ણ સંખ્યાઓની કેટલીક બીજી જોડ લઈને તમારા ઉત્તરની ચકાસણી કરો.

સરવાળા અને ગુણાકારના જૂથનો ગુણધર્મ

નીચેની આકૃતિનું વર્ણન કરો :

(a) $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

(b) $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$



ઉપરનામાં (a) અનુસાર તમે પહેલાં 2 અને 3ને જોડીને મળતા સરવાળામાં 4 જોડી શકો છો. સાથે જ (b) અનુસાર તમે પહેલાં 3 અને 4ને જોડીને મળતા સરવાળામાં 2 જોડી શકો છો.

શું બંને પરિણામો સરખાં નથી?

આપણે આ પણ મેળવી શકીએ છીએ કે, $(5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$ અને $5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$

તેથી, $(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$

જેને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળાનો જૂથનો ગુણધર્મ કહેવાય છે. 2, 8 અને 6 સંખ્યાઓ માટે આ ગુણધર્મની ચકાસણી કરો.

જુઓ કે સરવાળાની સરળતા માટે આપણે સંખ્યાઓનાં જૂથ કેવી રીતે બનાવ્યાં.

ઉદાહરણ 1 : 234, 197 અને 103 સંખ્યાનો સરવાળો કરો.

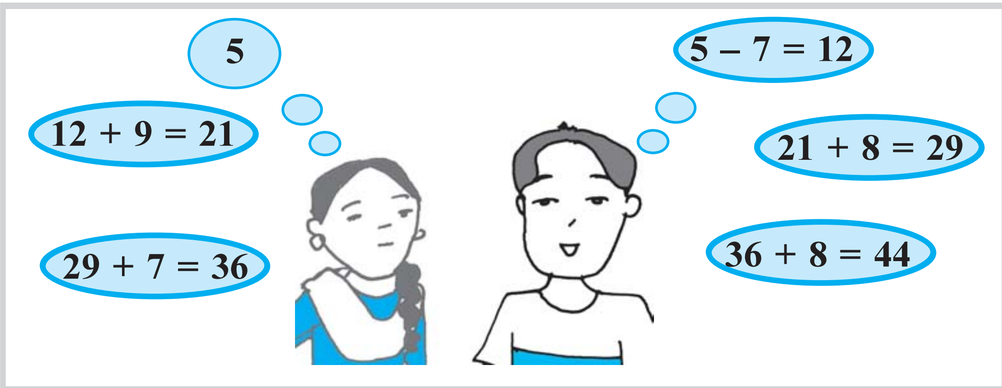
ઉકેલ : $234 + 197 + 106 \quad = 234 + (197 + 103)$

$= 234 + 300 = 534$

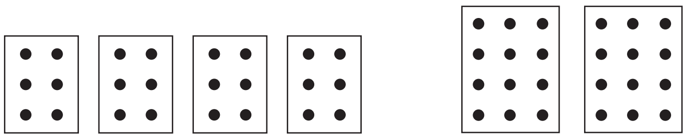
આ રમત રમો

તમે અને તમારા મિત્ર આ રમી શકે છે.

તમે 1 થી 10 સુધીમાં કોઈ પણ સંખ્યા બોલો. હવે તમારો મિત્ર આ સંખ્યામાં 1 થી 10 સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા ઉમેરે છે. તેના પછી તમારો વારો. તમે એક પછી એક બંને રમો. જે સૌપ્રથમ 100 સુધી પહોંચે છે તે વિજેતા છે. જો તમે હંમેશાં રમત જીતવા માંગો છો, તો તમારી યુક્તિ અને યોજના શું હશે ?



બાજુની આકૃતિઓ દ્વારા સમજાવેલ ગુણાકારની હકીકતોનું નિરીક્ષણ કરો. (આકૃતિ 2.1)



(a) (b)

આકૃતિ 2.1

આકૃતિ (a) અને (b)માં બિંદુઓની સંખ્યા ગણો. તમને શું મળશે? બંનેમાં બિંદુઓની સંખ્યા સરખી છે. આકૃતિ 2.1 (a)માં આપણી પાસે પ્રત્યેક ખાનામાં 2×3 બિંદુ છે. એટલા માટે બિંદુઓની કુલ સંખ્યા $(2 \times 3) \times 4 = 24$ છે.

આકૃતિ 2.1 (b)માં દરેક ખાનામાં 3×4 બિંદુ છે. તેથી બિંદુઓની કુલ સંખ્યા $2 \times (3 \times 4) = 24$ છે. તેવી રીતે તમે જોઈ શકો છો કે $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$ છે.

$(5 \times 6) \times 2$ અને $5 \times (6 \times 2)$ તથા $(3 \times 6) \times 4$ અને $3 \times (6 \times 4)$ના માટે પ્રયાસ કરો.

આ પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકાર માટેનો જૂથનો ગુણધર્મ કહેવાય છે.

વિચારો અને શોધો

કયો ગુણાકાર સરળ છે અને કેમ?

(a) $(6 \times 5) \times 3$ અથવા $6 \times (5 \times 3)$

(b) $(9 \times 4) \times 25$ અથવા $9 \times (4 \times 25)$

ઉદાહરણ : $14 + 17 + 6$ ને બે રીતથી શોધો.

ઉકેલ : $(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37$

$$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17 = (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$$

અહીં, તમે સરવાળાના જૂથનો અને ક્રમના ગુણધર્મનો પ્રયોગ કર્યો છે. શું તમે સાચા છો કે ક્રમના અને જૂથના ગુણધર્મના ઉપયોગથી ગણતરી થોડી સરળ થઈ જાય છે?

ગુણાકારના જૂથના ગુણધર્મ નીચે પ્રકારના પ્રશ્નોના ઉકેલ કરવામાં ઉપયોગી બને છે.

પ્રયત્ન કરો.

શોધો : $7 + 18 + 13$; $16 + 12 + 4$

ઉદાહરણ 3 : 12×35 શોધો.

ઉકેલ : $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35) = 6 \times 70 = 420$

આ ઉદાહરણમાં જૂથના ગુણધર્મનો ઉપયોગ, સૌથી નાની બેકી સંખ્યાને 5ના ગુણકથી ગુણાકાર કરી સરળતાથી ઉત્તર પ્રાપ્ત કરવા માટે કર્યો છે.

ઉદાહરણ 4 : $8 \times 1769 \times 125$ શોધો.

ઉકેલ : $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(અહીં તમે કયા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરો છો?)

$$= (8 \times 125) \times 1769$$

$$= 1000 \times 1769 = 17{,}69{,}000$$

પ્રયત્ન કરો.

શોધો :

$25 \times 8358 \times 4$;

$625 \times 3759 \times 8$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

શું $(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$ છે?

શું ભાગાકાર માટે જૂથનો ગુણધર્મ લાગુ પડે છે? ના.

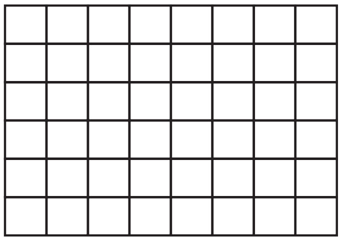
તમારા મિત્ર સાથે ચર્ચા કરો. શું $(28 \div 14) \div 2$ અને $28 \div (14 \div 2)$ સરખા છે?

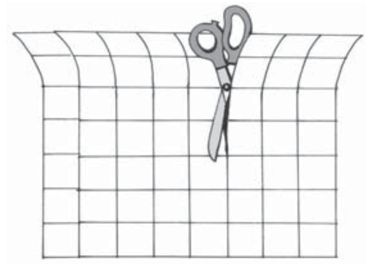
આ કરો :

ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન

6 સેમી × 8 સેમી માપોનો એક આલેખ કાગળ લો. જેમાં 1 સેમી × 1 સેમી માપવાળાં ચોરસ ખાનાં બનેલાં હોય.

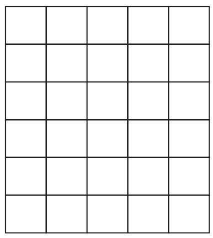
તમારી પાસે કુલ કેટલા ચોરસ છે?

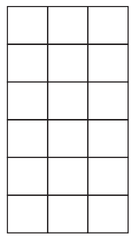




શું આ સંખ્યા 6×8 છે?

હવે આ કાગળને 6 સેમી × 5 સેમી અને 6 સેમી × 3 સેમી માપવાળા બે ભાગોમાં કાપી લો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે-





ચોરસની સંખ્યા : શું આ 6×5 છે?   ચોરસની સંખ્યા : શું આ 6×3 છે?

બંને ભાગોમાં કુલ કેટલા ચોરસ છે?

શું આ $(6 \times 5) + (6 \times 3)$ છે? શું એનો અર્થ એ છે કે $6 \times 8 = (6 \times 5) + (6 \times 3)$ છે? પરંતુ, $6 \times (5 + 3) = (6 \times 5) + (6 \times 3)$?

આ જ પ્રમાણે તમને મળશે કે $2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$ છે.

આ ગુણધર્મને ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન કહે છે.

વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી $4 \times (5 + 8)$; $6 \times (7 + 9)$ અને $7 \times (11 + 9)$ શોધો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

હવે નીચે પ્રમાણે ગુણાકાર-પ્રક્રિયાને જુઓ અને ચર્ચા કરો. સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરતી વખતે ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

425			
× 136			
2550	←	425×6	(6 એકમથી ગુણ્યા)
12750	←	425×30	(3 દશકથી ગુણ્યા)
42500	←	425×100	(1 સો થી ગુણ્યા)
57800	←	$425 \times (6 + 30 + 100)$	

ઉદાહરણ 5 : એક સ્કૂલની કેન્ટીન દરરોજ ભોજન માટે ₹ 20 અને દૂધ માટે ₹ 4 લે છે. આ બાબતોમાં તમે 5 દિવસમાં કેટલાં નાણાં ખર્ચો છો ?

ઉકેલ : આ બે પદ્ધતિ દ્વારા શોધી શકાય છે :

રીત 1 : ભોજન માટે 5 દિવસની રકમ શોધો.

દૂધ માટે 5 દિવસની રકમ શોધો.

પછી એને જોડો.

ભોજનની કિંમત $= 5 \times 20 =$ ₹ 100

દૂધની કિંમત $= 5 \times 4 =$ ₹ 20

કુલ કિંમત $=$ ₹ $(100 + 20) =$ ₹ 120

રીત 2 : એક દિવસ માટે કુલ રકમ શોધો.

એક દિવસની (ભોજન + દૂધ)ની કિંમત $= (20 + 4)$ રૂપિયા

પછી તેને 5 વડે ગુણાકાર કરો.

દિવસની કુલ કિંમત $= 5 \times (20 + 4) = (5 \times 24)$ રૂપિયા

$= 120$ રૂપિયા

આ ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે,

$5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 4)$ છે.

આ સરવાળા પર ગુણાકારના વિભાજનનો ગુણધર્મ છે.

ઉદાહરણ 6 : વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને 12×35 શોધો.

ઉકેલ : $12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$

$= 12 \times 30 + 12 \times 5$

$= 360 + 60 = 420$

પ્રયત્ન કરો.

વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી

15×68; 17×23;

$69 \times 78 + 22 \times 69$ શોધો.

ઉદાહરણ 7 : સરળ બનાવો :

$126 \times 55 + 126 \times 45$

ઉકેલ : $126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$

$= 126 \times 100$

$= 12600$

સરવાળા અને ગુણાકાર માટે એકમ ઘટક (તટસ્થ ઘટક)

પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સમૂહથી કઈ રીતે જુદો પડે છે ? તે પૂર્ણ સંખ્યાના સમૂહમાં માત્ર શૂન્યની હાજરી છે. શૂન્યની સરવાળામાં વિશેષ ભૂમિકા છે. બાજુનું કોષ્ટક તમને શૂન્યની ભૂમિકાને સમજવામાં મદદ કરશે.

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	.....	=	.....

જ્યારે તમે શૂન્યને કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યામાં ઉમેરો તો તે પરિણામ શું છે?

પરિણામ ફરી તે જ પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આ જ કારણથી શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટે તટસ્થ સંખ્યા કહે છે. શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે સરવાળાનો તટસ્થ ઘટક પણ કહે છે.

ગુણાકારની પ્રક્રિયામાં શૂન્યની એક વિશેષ ભૂમિકા છે. કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યાનો શૂન્ય સાથે ગુણાકાર કરતાં શૂન્ય જ મળે છે.

ઉદાહરણ તરીકે નીચેની સંખ્યાઓ જુઓ :

$$\left.\begin{array}{l} 5 \times 6 = 30 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 5 \times 4 = 20 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 5 \times 2 = ... \\ 5 \times 1 = ... \\ 5 \times 0 = ? \end{array}\right\}$$

જુઓ કે કેવી રીતે ગુણાકારની સંખ્યામાં ઘટાડો થાય છે.
શું તમને કોઈ સરખી સંખ્યા દેખાય છે?
શું તમે અંતિમ પગથિયાનું અનુમાન લગાવી શકો છો?
શું આ જ રીત બીજી પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે પણ સાચી છે?
બે અલગ-અલગ પૂર્ણ સંખ્યાઓ સાથે લઈ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

તમને પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા માટે તટસ્થ મળે છે. કોઈ પૂર્ણ સંખ્યા સાથે શૂન્ય જોડતાં તે જ પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આવી જ સ્થિતિ પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે ગુણાકારની છે.

આપેલ કોષ્ટક જુઓ :

7	×	1	=	7
5	×	1	=	5
1	×	12	=	12
1	×	100	=	100
1	×	.....	=	.....

તમે સાચું વિચારી રહ્યા છો. પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકાર માટે 1 તટસ્થ સંખ્યા કે ગુણાકારનો તટસ્થ ઘટક છે.

સ્વાધ્યાય 2.2

1. સંખ્યાઓને યોગ્ય રીતે ગોઠવી સરવાળો કરો :
   (a) $837 + 208 + 363$ (b) $1962 + 453 + 1538 + 647$
2. સંખ્યાઓને યોગ્ય રીતે ગોઠવી ગુણાકાર શોધો.
   (a) $2 \times 1768 \times 50$ (b) $4 \times 166 \times 25$ (c) $8 \times 291 \times 125$
   (d) $625 \times 279 \times 16$ (e) $285 \times 5 \times 60$ (f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
3. કિંમત શોધો.
   (a) $297 \times 17 + 297 \times 3$ (b) $54279 \times 92 + 8 \times 54279$
   (c) $81265 \times 169 – 81265 \times 69$ (d) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218$
4. યોગ્ય ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી ગુણાકાર શોધો.
   (a) 738×103 (b) 854×102 (c) 258×1008 (d) 1005×168
5. કોઈ ટેક્સી ડ્રાઈવરે પોતાની ગાડીની પેટ્રોલની ટાંકીમાં સોમવારે 40 લિટર પેટ્રોલ પુરાવ્યું. બીજા દિવસે તેણે ટાંકીમાં 50 લિટર પેટ્રોલ પુરાવ્યું. જો પેટ્રોલની કિંમત 65 રૂપિયા પ્રતિ લિટર હોય, તો તેણે પેટ્રોલ ઉપર કેટલા પૈસા ખર્ચ કર્યો?

6. કોઈ દૂધવાળો એક હોટલમાં સવારે 32 લિટર દૂધ આપે છે અને સાંજે 68 લિટર દૂધ આપે છે. જો દૂધની કિંમત ₹ 45 પ્રતિ લિટર હોય, તો દૂધવાળાને રોજ કેટલી આવક થતી હશે?

7. નીચેની સંખ્યાઓને યોગ્ય જોડકાંમાં જોડો :

(i) $425 \times 136 = 425 \times (6 + 30 + 100)$	(a) ગુણાકારના ક્રમનો ગુણધર્મ
(ii) $2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49$	(b) સરવાળાના ક્રમનો ગુણધર્મ
(iii) $80 + 2005 + 20 = 80 + 20 + 2005$	(c) ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન

2.5 પૂર્ણ સંખ્યાઓનું સ્વરૂપ

આપણે સંખ્યાઓને બિંદુઓ દ્વારા પ્રારંભિક આકારના રૂપમાં વ્યવસ્થિત કરીશું. જે આકાર આપણે લઈએ તે છે : (1) એક રેખા (2) એક લંબચોરસ (3) એક ચોરસ અને (4) એક ત્રિકોણ. પ્રત્યેક સંખ્યાને આ આકારોમાંથી એક આકારમાં ગોઠવી શકાય. બીજો કોઈ આકાર ન હોવો જોઈએ.

→ પ્રત્યેક સંખ્યાને એક રેખાના રૂપમાં ગોઠવી શકાય.

સંખ્યા 2ને આ પ્રમાણે વર્ણવી શકાય. • •

સંખ્યા 3ને આ પ્રમાણે વર્ણવી શકાય. • • •

અને

→ કેટલીક સંખ્યાઓને લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય.

ઉદાહરણ તરીકે, 6ને લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય. જુઓ, અહીં 2 હાર અને 3 સ્તંભ છે.

• • •
• • •

કેટલીક, સંખ્યાઓ જેમ કે, 4 અને 9 ને પણ ચોરસના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે :

4 → • •
• •

9 → • • •
• • •
• • •

કેટલીક સંખ્યાઓ ત્રિકોણના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે,

3 → •
• •

6 → •
• •
• • •

ધ્યાન આપો કે, ત્રિકોણની બે બાજુઓ સમાન હોવી જોઈએ. નીચેથી શરૂ કરતા પંક્તિઓમાં બિંદુઓની સંખ્યા 4, 3, 2, 1 જેવી હોવી જોઈએ. સૌથી ઉપરની પંક્તિમાં કેવળ એક બિંદુ હોવું જોઈએ.

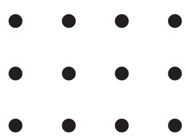
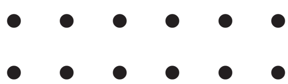
હવે, કોષ્ટકને પૂર્ણ કરો.

1 વિશિષ્ટ સંખ્યા છે.

સંખ્યા	રેખા	લંબચોરસ	ચોરસ	ત્રિકોણ
2	હા	ના	ના	ના
3	હા	ના	ના	હા
4	હા	હા	હા	ના
5	હા	ના	ના	ના
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

પ્રયત્ન કરો.

1. કઈ સંખ્યાઓ કેવળ રેખાના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
2. કઈ સંખ્યાઓ ચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
3. કઈ સંખ્યાઓ લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
4. પ્રથમ સાત ત્રિકોણાકાર સંખ્યાઓ લખો. (એટલે, તે સંખ્યાઓ જેને ત્રિકોણના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે.) દા.ત., 3, 6, ...
5. કેટલીક સંખ્યાઓને બે લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે,

12 $\rightarrow$  અથવા 

3×4 2×6

આ પ્રકારનાં ઓછામાં ઓછાં પાંચ ઉદાહરણો આપો.

સ્વરૂપ જુઓ

સ્વરૂપને જોવાથી તમને પ્રક્રિયાઓની સરળતા માટે માર્ગદર્શન મળી રહે છે. નિમ્નલિખિત સંખ્યાઓનું અધ્યયન કરો.

(a) $117 + 9 = 117 + 10 - 1 = 127 - 1 = 126$

(b) $117 - 9 = 117 - 10 + 1 = 107 + 1 = 108$

(c) 117 + 99 = 117 + 100 – 1 = 217 – 1 = 216

(d) 117 – 99 = 117 – 100 + 1 = 17 + 1 = 18

શું આ સ્વરૂપ 9, 99, 999,..... પ્રકારની સંખ્યાઓને ઉમેરવામાં કે બાદ કરવામાં તમારી મદદ કરે છે?

અહીં એક બીજું સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે :

(a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1)$ (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1)$

(c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1)$

આવી ટૂંકી રીત તમને અનેક પ્રશ્નો સરળતાથી શોધવામાં મદદરૂપ થાય છે.

નિમ્નલિખિત સ્વરૂપ તમને કોઈ સંખ્યાને 5 કે 25 કે 125 વડે ગુણાકારની એક વિશિષ્ટ રીત વર્ણવે છે. (તમે આ સંખ્યાઓને આગળ વધારવા માટે પણ વિચારી શકો છો.)

(i) $96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$ (ii) $96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$

(iii) $96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000$...

નીચેનું સ્વરૂપ શું સૂચવે છે ?

(i) $64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1$

(ii) $64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3$

(iii) $64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5$

(iv) $64 \times 035 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7$ ....

સ્વાધ્યાય 2.3

1. નીચેનામાંથી કોનો જવાબ શૂન્ય નથી?

   (a) $1 + 0$ (b) 0×0 (c) $\frac{0}{2}$ (d) $\frac{10-10}{2}$

2. જો બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર શૂન્ય છે તો શું આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ સંખ્યાઓમાંથી એક કે બંને સંખ્યાઓ શૂન્ય હોવી જોઈએ? ઉદાહરણ આપી ઉત્તર જણાવો.

3. જો બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનું ગુણનફળ 1 છે, તો શું આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ સંખ્યાઓમાંથી એક કે બંને 1 ના બરાબર હોવી જોઈએ? ઉદાહરણ આપી ઉત્તર જણાવો.

4. વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી શોધો.

   (a) 728×101 (b) 5437×1001
   (c) 824×25 (d) 4275×125 (e) 504×35

5. નિમ્નલિખિત સ્વરૂપનું અધ્યયન કરો :

   $1 \times 8 + 1 = 9$
   $12 \times 8 + 2 = 98$
   $123 \times 8 + 3 = 987$
   $1234 \times 8 + 4 = 9876$
   $12345 \times 8 + 5 = 98765$

   આગળનાં બે પગથિયાં લખો. શું તમે કહી શકો છો કે સ્વરૂપ કઈ રીતે કાર્ય કરે છે?

   (ઈશારો (Hint) : $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$)

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. સંખ્યાઓ 1, 2, 3, ... જેમનો ઉપયોગ આપણે ગણવા માટે કરીએ છીએ તે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહેવાય છે.

2. જો તમે કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં 1નો ઉમેરો કરો તો તમને એનો પ્રતિવર્તી મળે છે. જો તમે પ્રાકૃતિક સંખ્યામાંથી 1નો ઘટાડો કરો તો તમને એનો પૂર્વવર્તી મળે છે.

3. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો એક પ્રતિવર્તી હોય છે. 1ને છોડીને પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો એક પૂર્વવર્તી હોય છે.

4. જો પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સમૂહમાં 0 ઉમેરીએ, તો આપણને પૂર્ણ સંખ્યાનો સમૂહ પ્રાપ્ત થાય છે. આ રીતે સંખ્યાઓ 0, 1, 2, 3, ... પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ બનાવે છે.

5. દરેક પૂર્ણ સંખ્યાનો એક પ્રતિવર્તી હોય છે. 0 સિવાયની પ્રત્યેક પૂર્ણ સંખ્યાનો એક પૂર્વવર્તી હોય છે.

6. દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ પણ છે, પરંતુ બધી જ પૂર્ણ સંખ્યાઓ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ નથી.

7. આપણે એક રેખા લઈએ. તેના ઉપર એક બિંદુ અંકિત કરીએ. જેને 0 થી નામાંકિત કરીએ છીએ. ત્યાર બાદ આપણે 0ની જમણી અને સમાન જગ્યા ઉપર બિંદુ અંકિત કરતા જઈએ છીએ. જેને ક્રમશઃ 1, 2, 3, ...થી નામાંકિત કરીએ છીએ. આ રીતે આપણને એક સંખ્યારેખા મળે છે. જેના ઉપર પૂર્ણ સંખ્યાઓને દર્શાવવામાં આવે છે. આપણે આ સંખ્યારેખા પર સરળતાથી સંખ્યાઓનાં સરવાળા, બાદબાકી અને ગુણાકાર જેવી પ્રક્રિયાઓ કરી શકીએ છીએ.

8. સંખ્યારેખા પર જમણી બાજુ અનુરૂપ સરવાળો મળે છે. જ્યારે ડાબી બાજુ જતા અનુરૂપ બાદબાકી મળે છે. શૂન્ય (0)થી શરૂઆત કરીને સમાન સ્થળે ગુણાકાર પ્રાપ્ત થાય છે.

9. બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો હંમેશાં એક પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે છે. આ જ રીતે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હંમેશાં એક પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આપણે કહીએ છીએ કે પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા અને ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત (બંધ) છે. જ્યારે પૂર્ણ સંખ્યાઓ બાદબાકી અને ભાગાકાર માટે સંવૃત્ત નથી.

10. શૂન્યથી ભાગાકાર વ્યાખ્યાયિત નથી.

11. શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટે તટસ્થ ઘટક કહે છે. 1 ને પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકારના માટે તટસ્થ કહે છે.

12. તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો કોઈ પણ ક્રમમાં સરવાળો કરી શકો છો. તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓના કોઈ પણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકો છો. આથી કહી શકાય કે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકારનો ક્રમનો ગુણધર્મ જળવાય છે (સમક્રમી છે).

13. પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકારનો જૂથનો ગુણધર્મ જળવાય છે.

14. પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન થાય છે.

15. પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે ક્રમના, જૂથનો અને વિભાજનનો ગુણધર્મ ગણતરીને સરળ બનાવવામાં ઉપયોગી છે અને આપણે અજાણતામાં એનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

16. સંખ્યાઓના સ્વરૂપ ફક્ત રસિક નથી, પરંતુ મૌખિક ગણતરીમાં મુખ્યત્વે ઉપયોગી હોય છે અને સંખ્યાઓના ગુણધર્મો સમજવામાં મદદ કરે છે.

પ્રકરણ 3

સંખ્યા સાથે રમત

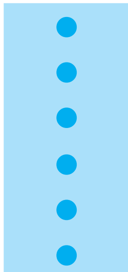
3.1 પ્રાસ્તાવિક

રમેશ પાસે 6 લખોટી છે. તે તેમને એવી રીતે ગોઠવવા માંગે છે કે જેથી દરેક આડી હરોળમાં સરખી સંખ્યામાં લખોટી હોય. તે તેમને નીચેની રીતે ગોઠવે છે અને લખોટીની કુલ સંખ્યા સાથે સરખામણી કરે છે.

(i) દરેક આડી હરોળમાં 1 લખોટી

આડી હરોળની સંખ્યા $= 6$

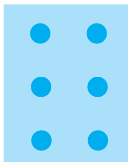
લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 1 \times 6 = 6$



(ii) દરેક આડી હરોળમાં 2 લખોટી

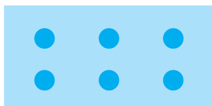
આડી હરોળની સંખ્યા $= 3$

લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 2 \times 3 = 6$



(iii) દરેક આડી હરોળમાં 3 લખોટી

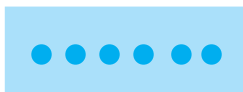
આડી હરોળની સંખ્યા $= 2$



લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 3 \times 2 = 6$

(iv) તે કોઈ પણ એવી ગોઠવણી વિશે વિચારી શકતો નથી. જેમાં દરેક આડી હરોળમાં 4 લખોટી અથવા 5 લખોટી હોય. તેથી એક જ શક્ય ગોઠવણી બાકી હોય. જેમાં એક જ આડી હરોળમાં તમામ 6 લખોટી સાથે હોય.

આડી હરોળની સંખ્યા $= 1$



લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 6 \times 1 = 6$

આ ગણતરીઓમાંથી રમેશે નિરીક્ષણ કર્યું કે 6ને બે સંખ્યાના ગુણાકાર તરીકે અલગ-અલગ લખી શકાય છે. જેમ કે,

$6 = 1 \times 6$; $\quad 6 = 2 \times 3$; $\quad 6 = 3 \times 2$; $\quad 6 = 6 \times 1$

6= 2 × 3 ઉપરથી કહી શકાય કે 2 અને 3 એ 6ને બરાબર વિભાજિત કરે છે. તેથી, 2 અને 3 એ 6ના ભાજક છે. બીજો ગુણાકાર 6 = 1 × 6 ઉપરથી 6ના ભાજક 1 અને 6 મળે છે.

આ રીતે 1, 2, 3 અને 6 એ 6ના ભાજક છે. તેમને 6ના અવયવો કહેવામાં આવે છે. 18 લખોટીઓને આડી હરોળમાં ગોઠવવાનો પ્રયાસ કરો અને 18ના અવયવો શોધો.

3.2 અવયવ (Factor) અને અવયવી (Multiples)

મેરી 4 ને બરાબર વિભાજિત કરે તે સંખ્યા શોધવા માંગે છે. તે 4 ને 4 કરતાં નાની સંખ્યા વડે આ રીતે વિભાજિત કરે છે.

1) 4 (4	2) 4 (2	3) 4 (1	4) 4 (1
−4	−4	−3	−4
0	0	1	0
ભાગફળ 4 છે.	ભાગફળ 2 છે.	ભાગફળ 1 છે.	ભાગફળ 1 છે.
શેષ 0 છે.	શેષ 0 છે.	શેષ 1 છે.	શેષ 0 છે.
4 = 1 × 4	4 = 2 × 2		4 = 4 × 1

તે શોધે છે કે, સંખ્યા 4ને આ રીતે લખી શકાય છે. 4 = 1 × 4; 4 = 2 × 2; 4 = 4 × 1 અને તે જાણે છે કે સંખ્યા 1, 2 અને 4 એ 4ના ભાજક છે. આ સંખ્યાઓને 4ના અવયવો કહેવામાં આવે છે.

સંખ્યાના અવયવ તે સંખ્યાના ભાજક છે. ધ્યાનથી જુઓ કે 4ના દરેક અવયવ 4 અથવા 4 કરતાં નાના છે.

રમત 1 : આ બે વ્યક્તિઓ દ્વારા રમવામાં આવતી એક રમત છે. તે બે વ્યક્તિ A અને B છે. આ રમત અવયવોને ઓળખવાની છે.

તેના માટે કાર્ડ્સના 50 ટુકડા એટલે કે 1 થી 50 નંબરની જરૂર છે.

કાર્ડને પાટિયા ઉપર આ રીતે ગોઠવો.

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

પગથિયાં

(a) નક્કી કરો કે પ્રથમ કોણ રમે છે, A અથવા B

(b) પ્રથમ Aને રમવા દો. તે પાટિયા ઉપરથી એક કાર્ડ ઉઠાવે છે અને તેની સાથે રાખે છે. ધારો કે તેના પર કાર્ડની સંખ્યા 28 છે.

(c) પછી ખેલાડી B એવી બધી સંખ્યાના કાર્ડ્સને ઉઠાવે છે, જે Aના કાર્ડ પરની સંખ્યા (એટલે કે 28)ના અવયવો છે અને તેમને તેમની નજીક એક હારમાં મૂકે છે.

(d) પછી ખેલાડી B પાટિયા ઉપરથી કાર્ડ ઉઠાવે છે અને તેની સાથે તેને રાખે છે. બાકી રહેલા કાર્ડ્સમાંથી, એવી બધી સંખ્યાના કાર્ડ્સ ઉઠાવે છે, જેના કાર્ડ પરની સંખ્યાના અવયવો છે. ખેલાડી A તમને જે અગાઉનાં કાર્ડ એકત્રિત કર્યાં છે, તે તેમની ઉપર મૂકે છે.

(e) આ રમત બધા કાર્ડ ઉઠાવાઈ જાય ત્યાં સુધી ચાલુ રહે છે.

(f) ખેલાડી A એ જે કાર્ડ ઉઠાવ્યા છે, તેનો સરવાળો કરશે. ખેલાડી B પણ એના કાર્ડ સાથે એવું જ કરશે. જે ખેલાડીની સંખ્યાનો સરવાળો વધારે હશે તે વિજેતા કહેવાશે.

કાર્ડ્સની સંખ્યા વધારીને આ રમત વધુ રસપ્રદ બનાવી શકાય છે. તમારા મિત્ર સાથે આ રમત રમો. શું તમે આ રમત જીતવાની કોઈ રીત શોધી શકો છો?

જ્યારે આપણે 20ને $20 = 4 \times 5$ લખીએ છીએ, ત્યારે આપણે કહીએ છીએ 4 અને 5 એ 20ના અવયવો છે. આપણે એમ પણ કહીએ છીએ કે 20 એ 4 અને 5નો અવયવી છે.

અવયવી
↑
$4 \times 5 = 20$
↓ ↓
અવયવ અવયવ

$24 = 2 \times 12$ બતાવે છે કે 2 અને 12 એ 24ના અવયવો છે, જ્યારે 24 એ 2 અને 12નો અવયવી છે.

પ્રયત્ન કરો.

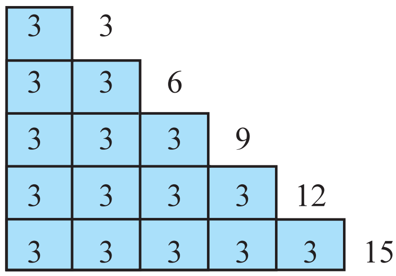
45, 30 અને 36ના શક્ય અવયવો શોધો.

આપણે કહી શકીએ કે અવયવી એ તેના અવયવોનો ગુણાકાર છે.

ચાલો, હવે આપણે અવયવો અને અવયવી વિશે કેટલાંક રસપ્રદ તથ્યો જોઈએ :

(a) દરેક 3 એકમ લંબાઈની સંખ્યાબંધ લાકડાની/કાગળની પટ્ટી એકત્રિત કરો.

(b) આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ પટ્ટીને એકબીજા સાથે જોડો.



ટોચની પટ્ટીની લંબાઈ $1 \times 3 = 3$ એકમ છે.

તેની નીચેની પટ્ટીની લંબાઈ $3 + 3 = 6$એકમ છે અને $6 = 2 \times 3$. આગામી પટ્ટીની લંબાઈ $3 + 3 + 3 = 9$ એકમ છે અને $9 = 3 \times 3$. આ રીતે ચાલુ રાખીને આપણે અન્ય લંબાઈને દર્શાવી શકીએ છીએ. જેમ કે,

$12 = 4 \times 3$; $15 = 5 \times 3$

આપણે કહી શકીએ કે સંખ્યાઓ 3, 6, 9, 12, 15 એ 3ના અવયવી છે.

3ના અવયવીની સૂચિ 18, 21, 24 તરીકે ચાલુ રાખી શકાય છે.

આ દરેક અવયવી 3 કરતાં વધારે અથવા તેના બરાબર છે.

સંખ્યા 4 ના અવયવી છે : 4, 8, 12, 16, 20, 24 ....

જેની યાદી અનંત છે. આ દરેક સંખ્યા 4 કરતાં વધારે અથવા તેના બરાબર છે.

ચાલો, આપણે જોઈએ અવયવો અને અવયવી વિશે શું તારણ કાઢ્યું છે :

1. શું કોઈ સંખ્યા છે, જે દરેક સંખ્યાનો અવયવ થાય છે ? હા, તે 1 છે.

   ઉદાહરણ તરીકે, 6 = 1 × 6, 18 = 1 × 18 અને ગમે ત્યાં સુધી થોડી વધુ સંખ્યાઓ માટે તેને તપાસો. આપણી કહીએ છીએ કે **1 એ દરેક સંખ્યાનો અવયવ છે.**

2. શું 7 એ પોતાનો અવયવ બની શકે છે? હા. તમે 7 ને 7 = 7 × 1 લખી શકો છો. 10 અને 15 વિશે શું ?

   તમને મળશે કે દરેક સંખ્યાને આ રીતે દર્શાવી શકાય છે.

   આપણે કહીએ છીએ કે **દરેક સંખ્યા પોતે પોતાનો અવયવ છે.**

3. 16ના અવયવો શું છે? તેઓ 1, 2, 4, 8, 16 છે. તમે કોઈ પણ અવયવ એવો શોધી શકો કે જે 16નો ભાજક નથી ? 20 અને 36 માટે પ્રયત્ન કરો.

   તમને મળશે કે **દરેક સંખ્યાનો અવયવ તે સંખ્યાનો ભાજક છે.**

4. 34ના અવયવો શું છે? તેઓ 1, 2, 17 અને 34 છે. આ પૈકી સૌથી મોટો અવયવ કયો છે? એ પોતે 34 છે.

   અન્ય અવયવો 1, 2 અને 17 એ 34 કરતાં નાનો છે. આ બાબત 64, 81 અને 56 માટે ચકાસો.

   આપણે કહીએ છીએ કે **દરેક અવયવ આપેલી સંખ્યા કરતાં નાનો અથવા તેના બરાબર છે.**

5. 76 સંખ્યાને 6 અવયવો છે. 136 અથવા 96ને કેટલા અવયવો છે? તમે જાણી શકો છો કે, આમાંના દરેક સંખ્યાના અવયવોની ગણતરી કરી શકો છો.

   જો સંખ્યાઓ 10,576, 25,642 વગેરે જેટલી મોટી હોય અથવા એનાથી મોટી હોય તો પણ આવી સંખ્યાના અવયવોની ગણતરી કરી શકો છો. (જોકે તમને કદાચ આવી સંખ્યાના અવયવો શોધવાનું મુશ્કેલ લાગી શકે છે.)

   આપણે કહીએ છીએ કે **આપેલ સંખ્યાના અવયવોની સંખ્યા મર્યાદિત છે.**

6. 7ના અવયવી શું છે? દેખીતી રીતે 7, 14, 21, 28, ... તમને મળશે કે આ દરેક અવયવી 7થી વધારે અથવા બરાબર છે. શું તે દરેક સંખ્યા સાથે થઈ શકે? 6, 9 અને 10ના અવયવી માટે આ તપાસો.

   આપણે શોધ્યું કે **દરેક સંખ્યાના અવયવી તે સંખ્યા કરતા વધારે અથવા તેના બરાબર છે.**

7. 5ના અવયવી લખો. તેઓ 5, 10, 15, 20 છે. શું તમને લાગે છે. આ યાદી ગમે ત્યાં સમાપ્ત થશે? ના! સૂચિ અનંત છે. 6, 7 વગેરેના અવયવી સાથે પ્રયાસ કરો.

   આપણે શોધ્યું કે **આપેલ સંખ્યાની અવયવીની સંખ્યા અનંત છે.**

8. શું 7 એ પોતાનો એક અવયવી હોઈ શકે છે? હા, કારણ કે 7 = 7 × 1. શું તે અન્ય સંખ્યા માટે સાચું હશે? તેને 3, 12 અને 16 સાથે અજમાવી જુઓ.

   તમને મળશે કે **દરેક સંખ્યા પોતે પોતાનો એક અવયવી છે.**

6ના અવયવો 1, 2, 3 અને 6 છે અને $1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \times 6$. આપણે શોધી શકીએ કે સંખ્યા 6ના અવયવોનો સરવાળો સંખ્યા 6 કરતાં બમણો છે. 28ના તમામ અવયવો 1, 2, 4, 7, 14 અને 28 છે. આ બધાના સરવાળા કરતાં આપણને મળે છે : $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \times 28$.

28ના અવયવોનો સરવાળો 28 કરતાં બમણો છે.

જે સંખ્યા માટે તેના બધા અવયવોનો સરવાળો તે સંખ્યા કરતાં બમણો થાય તે સંખ્યાને સંપૂર્ણ સંખ્યા (Perfect Number) કહેવાય છે. સંખ્યા 6 અને 28 સંપૂર્ણ સંખ્યા છે. શું 10 સંપૂર્ણ સંખ્યા છે?

દાખલો 1 : 68ના તમામ અવયવો લખો :

જવાબ : આપણે નોંધીએ છીએ કે,

$68 = 1 \times 68 \quad 68 = 2 \times 34$

$68 = 4 \times 17 \quad 68 = 17 \times 4$

અહીં થોભો, કારણ કે 4 અને 17 અગાઉ આવી ગયા છે.

આમ, 68ના તમામ અવયવો 1, 2, 4, 17, 34 અને 68 છે.

દાખલો 2 : 36ના અવયવો શોધો.

જવાબ : $36 = 1 \times 36 \quad 36 = 2 \times 18 \quad 36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9 \quad 36 = 6 \times 6$

અહીં થોભો, કારણ કે બંને અવયવો (6) સમાન છે. આમ, અવયવો 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 અને 36 છે.

દાખલો 3 : 6ના પ્રથમ પાંચ અવયવી લખો.

જવાબ : 6ના અવયવી છે : $6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$ એટલે કે 6, 12, 18, 24 અને 30 છે.

સ્વાધ્યાય 3.1

1. નીચેની સંખ્યાઓના તમામ અવયવો લખો :
   (a) 24 (b) 15 (c) 21
   (d) 27 (e) 12 (f) 20
   (g) 18 (h) 23 (i) 36
2. પ્રથમ પાંચ અવયવી લખો :
   (a) 5 (b) 8 (c) 9
3. ઊભી હરોળ 1ની સાથે ઊભી હરોળ 2ની સરખામણી કરો.

ઊભી હરોળ 1	**ઊભી હરોળ 2**
(i) 35	(a) 8 નો અવયવી
(ii) 15	(b) 7 નો અવયવી
(iii) 16	(c) 70 નો અવયવી
(iv) 20	(d) 30 નો અવયવ
(v) 25	(e) 50 નો અવયવ
	(f) 20 નો અવયવ

4. 100 સુધીના 9 ના બધા અવયવી શોધો.

3.3 અવિભાજ્ય (Prime) અને વિભાજ્ય (Composite) સંખ્યાઓ

હવે આપણે સંખ્યાના અવયવોથી પરિચિત છીએ. આ કોષ્ટકમાં ગોઠવેલ થોડી સંખ્યાના અવયવોની સંખ્યાનું અવલોકન કરો.

સંખ્યા	અવયવો	અવયવોની સંખ્યા
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

આપણે શોધી શકીએ કે,

(a) સંખ્યા 1 પાસે ફક્ત એક જ અવયવ (એટલે કે પોતે) છે.

(b) બીજી સંખ્યાઓ છે, જેના બરાબર બે અવયવો છે, જેમાં 1 અને સંખ્યા પોતે છે.
આવી સંખ્યા 2, 3, 5, 7, 11 વગેરે છે. આ સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

આ સિવાયની કેટલીક અન્ય અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

(c) 4, 6, 8, 9, 10 વગેરે સંખ્યા બે કરતાં વધુ અવયવો ધરાવતી સંખ્યા છે. આ સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

1 એ અવિભાજ્ય કે વિભાજ્ય સંખ્યા નથી.

બે કરતાં વધારે અવયવો ધરાવતી સંખ્યાને વિભાજ્ય સંખ્યા કહેવામાં આવે છે.

શું 15 વિભાજ્ય સંખ્યા છે? શા માટે ? 18 અને 25 ?

વાસ્તવમાં સંખ્યાના અવયવો તપાસ્યા વગર, આપણે એક સરળ પદ્ધતિથી 1 થી 100 સુધીની સંખ્યામાંથી અવિભાજ્ય સંખ્યા શોધી શકીએ છીએ.

આ પદ્ધતિ ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી ઈરેટોસ્થેનિસ (Eratosthenes) દ્વારા ઈ .પૂ. ત્રીજી સદીમાં

આપવામાં આવી હતી. ચાલો, આપણે આ પદ્ધતિ જોઈએ. તમામ 1 થી 100 સુધીની સંખ્યાઓને નીચે બતાવ્યા પ્રમાણે દર્શાવો :

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

પગલું 1 : 1ને ચોકડી કરો કારણ કે તે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.

પગલું 2 : 2ની ફરતે ગોળ કરો, 2ના તમામ અવયવીને ચોકડી કરો, 2 સિવાયના, એટલે કે 4, 6, 8 અને તેથી વધુ.

પગલું 3 : તમને મળશે કે આગામી ચોકડી વગરની સંખ્યા 3 છે. 3ની ફરતે ગોળ કરો અને ત્રણ (3) સિવાયની 3ની તમામ અવયવીને ચોકડી કરો.

પગલું 4 : આગામી ચોકડી વગરની સંખ્યા 5 છે. 5ની ફરતે ગોળ કરો અને 5 સિવાય 5ની તમામ અવયવીને ચોકડી કરો.

પગલું 5 : આ પ્રક્રિયા ચાલુ રાખો કે જ્યાં સુધી યાદીમાં સંખ્યાઓ ઉપર ગોળ કે ચોકડી થઈ જાય.

જેની ફરતે ગોળ કરેલ હોય તેવી બધી સંખ્યા અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. બધી ચોકડી કરેલી સંખ્યા (1 સિવાય) વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

પ્રયત્ન કરો.

નોંધ લો કે $2 \times 3 + 1 = 7$ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. અહીં, અવિભાજ્ય સંખ્યા મેળવવા માટે 2ના અવયવીમાં 1 ઉમેરવામાં આવે છે. શું તમે આ પ્રકારની કેટલીક વધુ સંખ્યા શોધી શકો છો?

આ પદ્ધતિને **ઈરેટોસ્થેનિસ ચાળણી** કહેવામાં આવે છે.

દાખલો 4 : 15 કરતાં નાની બધી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ લખો.

જવાબ : ચાળણી પદ્ધતિના નિરીક્ષણ દ્વારા આપણે સરળતાથી જરૂરી અવિભાજ્ય સંખ્યા લખી શકીએ છીએ. તે 2, 3, 5, 7, 11 અને 13 છે.

બેકી અને એકી સંખ્યાઓ (Even and Odd Numbers)

શું તમે સંખ્યા 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14... માં કોઈ પણ સ્વરૂપનું અવલોકન કર્યું છે? તમે શોધશો કે તે બધા જ 2ના અવયવી છે.

આને બેકી સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે. બાકીની સંખ્યાઓ 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... ને એકી સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે.

તમે ચકાસી શકો છો કે બે આંકડાની સંખ્યા અથવા ત્રણ આંકડાની સંખ્યા બેકી સંખ્યા છે કે નથી. તમને કેવી રીતે ખબર પડશે કે 756482 જેવી સંખ્યા બેકી છે? તેને 2 દ્વારા વિભાજિત કરીએ. આ કંટાળાજનક નથી?

આપણે જાણીએ છીએ કે, 0, 2, 4, 6, 8 જેવી સંખ્યા એકમના અંકમાં આવતી હોય, તો તે બેકી સંખ્યા છે. તેથી 350, 4062, 59246 બેકી સંખ્યા છે. 457, 2359, 8231 બધી એકી સંખ્યા છે. ચાલો, આપણે કેટલાંક રસપ્રદ તથ્યો શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ.

(a) કઈ બેકી સંખ્યા સૌથી નાની છે? તે 2 છે. કઈ અવિભાજ્ય સંખ્યા સૌથી નાની છે? તે પણ 2 છે. આમ, 2 એ સૌથી નાની કે જે બેકી સંખ્યા છે. અવિભાજ્ય છે.

(b) અન્ય અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 3, 5, 7, 11, 13, ... છે. શું તમે આ સૂચિમાંથી કોઈ પણ બેકી સંખ્યા શોધી શકશો? નહિ જ ને? કેમ કે તેઓ બધી એકી સંખ્યાઓ છે.

આ રીતે, આપણે કહી શકીએ છીએ કે, 2 સિવાયની બધી અવિભાજ્ય સંખ્યા એકી સંખ્યા છે.

સ્વાધ્યાય 3.2

1. કોઈ પણ બે (a) એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો (b) બેકી સંખ્યાઓનો સરવાળો શું થાય ?
2. નીચે જણાવેલાં વાક્યો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :
   (a) ત્રણ એકી સંખ્યાનો સરવાળો બેકી સંખ્યા છે.
   (b) બે એકી સંખ્યા અને એક બેકી સંખ્યાનો સરવાળો બેકી સંખ્યા છે.
   (c) ત્રણ એકી સંખ્યાનો ગુણાકાર એકી સંખ્યા છે.
   (d) જો બેકી સંખ્યાને 2 વડે ભાગવામાં આવે તો, ભાગાકાર હંમેશાં એકી સંખ્યા હોય છે.
   (e) બધી અવિભાજ્ય સંખ્યા એકી સંખ્યા છે.
   (f) અવિભાજ્ય સંખ્યાને અવયવ હોતો નથી.
   (g) બે અવિભાજ્ય સંખ્યાનો સરવાળો હંમેશાં બેકી સંખ્યા છે.
   (h) 2 એ એકમાત્ર બેકી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
   (i) બધી બેકી સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા છે.
   (j) બે બેકી સંખ્યાનો ગુણાકાર હંમેશાં બેકી સંખ્યા હોય છે.
3. 13 અને 31 એ અવિભાજ્ય છે. આ બંને સંખ્યાના અંકો 1 અને 3 સમાન છે. 100 સંખ્યા સુધી આવી અવિભાજ્ય સંખ્યાની જોડી શોધો.
4. 20 થી નાની અવિભાજ્ય અને વિભાજ્ય સંખ્યા અલગથી લખો.
5. 1 અને 10 વચ્ચે સૌથી મોટી અવિભાજ્ય સંખ્યા કઈ છે?
6. નીચેની સંખ્યાઓને બે એકી અવિભાજ્ય સંખ્યાના સરવાળા તરીકે દર્શાવો :
   (a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18
7. અવિભાજ્ય સંખ્યાની ત્રણ જોડીઓ આપો જેનો તફાવત 2 હોય.
   (નોંધ : બે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ જેમનો તફાવત 2 હોય તેને જોડિયા અવિભાજક કહેવામાં આવે છે.)
8. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા અવિભાજ્ય છે?
   (a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26
9. 100 કરતાં નાની ક્રમિક સાત વિભાજ્ય સંખ્યા લખો કે જેમની વચ્ચે કોઈ પણ અવિભાજ્ય સંખ્યા નહિ આવે.

10. નીચેની દરેક સંખ્યાઓને ત્રણ એકી અવિભાજ્ય સંખ્યાના સરવાળા તરીકે દર્શાવો :
    (a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61
11. 20 કરતાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાની પાંચ જોડીઓ લખો કે જેનો સરવાળો 5 વડે ભાગી શકાય તેવો હોય. (સૂચન : 3 + 7 = 10)
12. ખાલી જગ્યા પૂરો :
    (a) જે સંખ્યાને ફક્ત બે અવયવો હોય, તેને ________ કહેવાય છે.
    (b) જે સંખ્યાને બે કરતાં વધારે અવયવો હોય, તેને ________ કહેવાય છે.
    (c) સંખ્યા 1 એ ________ કે ________ સંખ્યા નથી.
    (d) સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા ________ છે.
    (e) સૌથી નાની વિભાજ્ય સંખ્યા ________ છે.
    (f) સૌથી નાની બેકી સંખ્યા ________ છે.

3.4 સંખ્યાની વિભાજ્યતાની ચાવીઓ (Divisibility of Numbers)

38ને કઈ સંખ્યા વડે ભાગી શકાય છે? 2 વડે? 4 વડે? કે 5 વડે?

વાસ્તવમાં, આ 38 સંખ્યાને ભાગાકાર કરીને આપણે શોધી શકીએ છીએ કે તે 2 વડે ભાગી શકાય તેવી છે, પણ 4 કે 5 દ્વારા નહિ.

ચાલો, જોઈએ કે આપણે કોઈ રચના શોધી શકીએ કે જે આપણને કહી શકે કે સંખ્યા 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 કે 11 દ્વારા ભાગી શકાય છે કે નહિ. શું તમને લાગે છે કે આ પ્રકારની રચના સરળતાથી જોઈ શકાય?

10ની વિભાજ્યતાની ચાવી : ચારુ 10ના અવયવી જોઈ રહી હતી. અવયવી 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... છે. તેને આ સંખ્યાઓમાં કંઈક સામાન્ય જોવા મળ્યું. તમે કહી શકો છો કે તે શું છે? આ દરેક સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 છે.

તેણીએ એકમનો અંક 0 હોય તેવી થોડી વધારે સંખ્યા વિચારી. જેમ કે, 100, 1000, 3200, 7010. તેણીએ એ પણ જોયું કે, આ તમામ સંખ્યાઓને 10 વડે ભાગી શકાય છે.

તે શોધે છે કે **જો કોઈ સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 હોય, તો તેને 10 વડે ભાગી શકાય છે.**

શું તમે 100 માટે વિભાજ્યતાનો નિયમ શોધી શકો છો?

5ની વિભાજ્યતાની ચાવી : મણિએ સંખ્યા 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ... માં એક રસપ્રદ રચના શોધી છે. શું તમે તે રચના કહી શકો છો? એકમનો અંક જુઓ. આ બધી સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આ સંખ્યાઓને 5 વડે ભાગી શકાય છે.

મણિએ 5 વડે ભાગી શકાય તેવી વધુ સંખ્યાઓ વિચારી. જેમ કે 105, 215, 6205, 3500. ફરીથી, આ સંખ્યાઓમાં તેમના એકમના અંકમાં 0 અથવા 5 છે.

તેણે સંખ્યા 25, 56, 97ને 5 દ્વારા ભાગાકાર કરવાનો પ્રયાસ કર્યો. શું તે કરી શકશે? તે તપાસો. તે નોંધે છે કે જે સંખ્યામાં કે એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 હોય, તેને જ 5 વડે ભાગી શકાય છે. અન્ય સંખ્યાઓમાં શેષ વધે છે.

શું 1750125 ને 5 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય છે?

2ની વિભાજ્યતાની ચાવી : ચારુ કેટલાક અવયવી જેમ કે 10, 12, 14, 16નું અવલોકન કરે છે અને 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 જેવી સંખ્યાનું પણ અવલોકન કરે છે. તે એકમના

અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના શોધે છે. શું તમે કહી શકો છો? આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર ફક્ત 0, 2, 4, 6 અને 8 છે.

તેણી આ સંખ્યાઓનો ભાગાકાર 2 વડે કરે છે અને તેને શેષ 0 મળે છે.

તે એ પણ શોધે છે કે 2467, 4829 સંખ્યાઓને 2 વડે ભાગી શકાય નહિ. આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 નથી.

આ નિરીક્ષણોને જોતાં તે નિષ્કર્ષ કાઢે છે કે જો એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 હોય, તો તેને જ 2 વડે ભાગી શકાય છે.

3ની વિભાજ્યતાની ચાવી : 21, 27, 36, 54, 219 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? હા, ભાગી શકાય છે.

શું 25, 37, 260 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? ના.

શું તમે એકમના અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના જોઈ શકો છો? ના, આપણે જોઈ શકતા નથી. કારણ કે એકમના અંકના સ્થાન પર સમાન અંક હોય જેમ કે 27ને 3 વડે ભાગી શકાય છે. પણ જેમ કે 17, 37 ને 3 વડે ભાગી શકાય નહિ. ચાલો, હવે 21, 36, 54 અને 219ના અંકોના સરવાળાનો પ્રયાસ કરીએ. શું તમે કંઈક ખાસ અવલોકન કરો છો? $2 + 1 = 3$, $3 + 6 = 9$, $5 + 4 = 9$, $2 + 1 + 9 = 12$. આ તમામ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.

25, 37, 260ના અંકોનો સરવાળો કરો. આપણે $2 + 5 = 7$, $3 + 7 = 10$, $2 + 6 + 0 = 8$ મળે છે.

આ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય તેવું નથી. આપણે કહી શકીએ કે જો અંકોનો સરવાળો 3નો અવયવી છે, તો પછી તે સંખ્યાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.

શું 7221 ને 3 વડે ભાગી શકાય?

6ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું તમે એક સંખ્યાને ઓળખી શકો છો જે 2 અને 3 બંને દ્વારા ભાગ્ય છે? આવી એક સંખ્યા 18 છે. શું 18 એ $2 \times 3 = 6$ દ્વારા ભાગી શકાય છે? હા, ભાગી શકાય છે.

18 જેવી કેટલીક વધુ સંખ્યાઓ શોધો અને તપાસો કે તે 6 દ્વારા પણ ભાગી શકાય છે.

શું તમે ઝડપથી એક સંખ્યા વિચાર કરી શકો છો જે 2 વડે ભાગી શકાય છે તેવી છે પણ 3 દ્વારા નહિ?

હવે, 3 વડે ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા, પણ 2 વડે નહિ.

એક ઉદાહરણ 27 છે. શું 27ને 6 વડે ભાગી શકાય? ના. 27 જેવી સંખ્યા શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

આ અવલોકનો પરથી આપણે તારણ કાઢ્યું કે **જો સંખ્યાને 2 અને 3 વડે ભાગી શકાય તેવું હોય તો તેને 6 વડે ભાગી શકાય છે.**

4ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું તમે ઝડપથી પાંચ 3 અંકની સંખ્યા આપી શકો છો કે જે 4 વડે ભાગી શકાય? આવી એક સંખ્યા 212 છે. 4 અંકની એવી સંખ્યા વિચારો. એક ઉદાહરણ 1936 છે.

212 સંખ્યાના દશક અને એકમના અંકથી બનતી સંખ્યાનું અવલોકન કરો. તે 12 છે. જેને 4 વડે ભાગી શકાય છે. 1936 માટે તે 36 છે, તેને ફરી 4 વડે ભાગી શકાય છે.

આવી બીજી સંખ્યાઓ સાથે આ પ્રક્રિયા કરવાનો પ્રયાસ કરો. ઉદાહરણ તરીકે, 4612, 3516, 9532. શું સંખ્યા 286ને 4 વડે ભાગી શકાય? ના.

શું સંખ્યા 86ને 4 વડે ભાગી શકાય? ના.

તેથી, આપણે જોયું કે 3 અથવા વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યાને 4 વડે ભાગી શકાય. **જો તેના છેલ્લા બે અંકો (દશક અને એકમના અંક) દ્વારા રચાયેલી સંખ્યાને 4 વડે ભાગી શકાય.**

દસ વધુ ઉદાહરણો લઈને આ નિયમ તપાસો.

1 અથવા 2 અંકની સંખ્યાની 4 વડે વિભાજ્યતા વાસ્તવિક ભાગાકાર દ્વારા ચકાસવી જોઈએ.

8ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું સંખ્યા 1000, 2104, 1416ને 8 વડે ભાગી શકાય?

તમે ચકાસી શકો છો કે તેને 8 વડે ભાગી શકાય છે. ચાલો, આપણે રચના જોવાનો પ્રયાસ કરીએ.

આ સંખ્યાઓના સો, દશક અને એકમના સ્થાન પરના અંકો જુઓ. આ અનુક્રમે 000, 104 અને 416 છે. આને પણ 8 વડે ભાગી શકાય છે. થોડી વધુ સંખ્યા શોધો કે જેમાં સો, દશક અને એકમના સ્થાન (એટલે કે છેલ્લા 3 અંક)થી રચાયેલી સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે, 9216, 8216, 7216, 10216, 9995216 વગેરે. તમને મળશે કે આ સંખ્યાઓને 8 વડે ભાગી શકાય છે.

આપણે કહી શકીએ કે 4 અથવા વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય છે. જો છેલ્લા ત્રણ અંકો દ્વારા રચાયેલ સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય.

શું 73512 ને 8 વડે ભાગી શકાય? 1, 2 અથવા 3 અંકની સંખ્યાની 8 વડે વિભાજ્યતા વાસ્તવિક ભાગાકાર દ્વારા ચકાસવી જોઈએ.

9ની વિભાજ્યતાની ચાવી : 9ની અવયવી 9, 18, 27, 36, 45, 54,.... છે. અન્ય સંખ્યાઓ જેમ કે 4608, 5283 જેને 9 વડે ભાગી શકાય છે.

આ સંખ્યાઓના અંકોનો સરવાળો કરવામાં આવે ત્યારે તમને કોઈ રચના જોવા મળે છે?

$1 + 8 = 9$, $2 + 7 = 9$, $3 + 6 = 9$, $4 + 5 = 9$

$4 + 6 + 0 + 8 = 18$, $5 + 2 + 8 + 3 = 18$

આ તમામ સરવાળાને 9 વડે ભાગી શકાય છે.

શું સંખ્યા 758 ને 9 વડે ભાગી શકાય? ના.

$7 + 5 + 8 = 20$ના સરવાળાને પણ 9 વડે ભાગી શકાય નહિ.

આ અવલોકનો આપણને કહે છે કે જો કોઈ સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને 9 વડે ભાગી શકાય તો પછી તે સંખ્યાને પણ 9 વડે ભાગી શકાય છે.

11ની વિભાજ્યતાની ચાવી : સંખ્યા 308, 1331 અને 61809 બધાને 11 દ્વારા ભાગી શકાય છે.

આપણે એક કોષ્ટક બનાવીએ અને જોઈએ કે આ સંખ્યામાંના અંકો આપણે કોઈ રચના તરફ દોરે છે :

સંખ્યા	અંકોનો સરવાળો જમણી બાજુથી (એકી સ્થાન પર)	અંકોનો સરવાળો જમણી બાજુથી (બેકી સ્થાન પર)	તફાવત
308	$8 + 3 = 11$	0	$11 - 0 = 11$
1331	$1 + 3 = 4$	$3 + 1 = 4$	$4 - 4 = 0$
61809	$9 + 8 + 6 = 23$	$0 + 1 = 1$	$23 - 1 = 22$

આપણે જોયું કે દરેક પરિસ્થિતિમાં તફાવત ક્યાંક તો 0 છે અથવા 11 વડે ભાગી શકાય છે. આ બધી સંખ્યાઓ 11 વડે ભાગી શકાય છે.

5081 સંખ્યા માટે અંકોનો તફાવત છે : $(5 + 8) - (1 + 0) = 12$ છે. જેને 11 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય નહિ. એટલે સંખ્યા 5081ને પણ 11 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય નહિ.

આ રીતે, **કોઈ પણ સંખ્યાને 11 વડે ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા શોધવા માટે જમણી બાજુથી એકી સ્થાનોએ આવેલા અંકોના સરવાળા અને બેકી સ્થાનોએ આવેલા અંકોના સરવાળા વચ્ચેનો તફાવત 0 હોય કે 11 થી ભાગી શકાય તેવો હોય તો તે સંખ્યા 11 થી વિભાજ્ય થાય છે.**

સ્વાધ્યાય 3.3

1. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેની કઈ સંખ્યા 2 વડે, 3 વડે, 4 વડે, 5 વડે, 6 વડે, 8 વડે, 9 વડે, 10 વડે અને 11 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

સંખ્યા	ના વડે વિભાજ્ય								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
128	હા	ના	હા	ના	ના	હા	ના	ના	ના
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 4 અને 8 વડે વિભાજ્ય છે. તે નક્કી કરો :

   (a) 572 (b) 726352 (c) 5500 (d) 6000 (e) 12159
   (f) 14560 (g) 21084 (h) 31795072 (i) 1700 (j) 2150

3. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 6 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

   (a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233 (e) 901352
   (f) 438750 (g) 1790184 (h) 12583 (i) 639210 (j) 17852

4. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 11 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

   (a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308 (e) 10000001
   (f) 901153

5. નીચે આપેલી સંખ્યાની દરેક ખાલી જગ્યામાં સૌથી નાનો અને સૌથી મોટો અંક લખો. જેથી તે સંખ્યાને 3 વડે ભાગી શકાય :

   (a) __ 6724 (b) 4765 __ 2

6. નીચે આપેલી સંખ્યાની દરેક ખાલી જગ્યામાં સૌથી નાનો અને સૌથી મોટો અંક લખો. જેથી તે સંખ્યાને 11 વડે ભાગી શકાય :

(a) 92 __ 389 (b) 8 __ 9484

3.5 સામાન્ય અવયવ અને સામાન્ય અવયવી

(Common Factors and Common Multiples)

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેનામાંથી સામાન્ય અવયવ કયા છે?
(a) 8, 20 (b) 9, 15

કેટલીક સંખ્યાની જોડના અવયવો જુઓ.

(a) 4 અને 18ના અવયવ કયા છે?
4ના અવયવો 1, 2 અને 4 છે.
18ના અવયવો 1, 2, 3, 6, 9 અને 18 છે.
1 અને 2 એ 4 અને 18ના સામાન્ય અવયવ છે.

(b) 4 અને 15નો સામાન્ય અવયવ કયો છે? આ બંને સંખ્યાનો સામાન્ય અવયવ 1 છે.
7 અને 16નો સામાન્ય અવયવ શું છે?
જે બે સંખ્યાનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 હોય તેને સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા કહે છે. 4 અને 15 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
શું 7 અને 5, 12 અને 49, 18 અને 23 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા છે?

(c) 4, 12 અને 16નો સામાન્ય અવયવ આપણે શોધી શકીશું?
4ના અવયવો 1, 2 અને 4 છે.
12ના અવયવો 1, 2, 3, 4, 6 અને 12 છે.
16ના અવયવો 1, 2, 4, 8 અને 16 છે.
માટે 4, 12 અને 16 ના સામાન્ય અવયવો 1, 2 અને 4 છે.
સામાન્ય અવયવ શોધો : (a) 8, 12, 20 (b) 9, 15, 21
હવે આપણે એકથી વધારે સંખ્યાના અવયવી એક સાથે જોઈએ.

(a) 4 અને 6ના અવયવી કયા છે?
4 ના અવયવી 4, 8, 12, 16, 20, 24.... (થોડા વધારે લખો.)
6ના અવયવી 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... (થોડા વધારે લખો.)
એમાંથી શું કેટલીક એવી સંખ્યાઓ છે. જે બંને યાદીમાં આવે છે.
આપણે જોઈએ છીએ કે 12, 24 અને 36.... એ 4 અને 6 બંનેના અવયવી છે.
શું તમે એવા બીજા વધારે અવયવી લખી શકો છો? તેઓ 4 અને 6ના સામાન્ય અવયવી છે.

(b) 3, 5 અને 6 ના સામાન્ય અવયવી શોધો.
3ના અવયવી 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36... છે.
5ના અવયવી 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35... છે.
6ના અવયવી 6, 12, 18, 24, 30... છે.
3, 5 અને 6ના સામાન્ય અવયવી 30, 60 છે.
3, 5 અને 6ના વધારે સામાન્ય અવયવી લખો.

ઉદાહરણ 5 : 75, 60 અને 210 ના સામાન્ય અવયવ શોધો.

ઉકેલ : 75ના અવયવો 1, 3, 5, 15, 25 અને 75 છે. 60 ના અવયવો 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30 અને 60 છે.

210 ના અવયવો 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210 છે.

માટે 75, 60 અને 210 ના સામાન્ય અવયવો 1, 3, 5 અને 15 છે.

ઉદાહરણ 6 : 3, 4 અને 9ના સામાન્ય અવયવી શોધો.

ઉકેલ : 3ના અવયવી 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48... છે.

4 ના અવયવી 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48... છે.

9ના અવયવી 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ... છે.

સ્પષ્ટ છે કે 3, 4 અને 9ના સામાન્ય અવયવી 36, 72, 108... છે.

સ્વાધ્યાય 3.4

1. સામાન્ય અવયવ શોધો.
   (a) 20 અને 28 (b) 15 અને 25 (c) 35 અને 50 (d) 56 અને 120
2. સામાન્ય અવયવ શોધો.
   (a) 4, 8 અને 12 (b) 5, 15 અને 25
3. પ્રથમ ત્રણ સામાન્ય અવયવી શોધો.
   (a) 6 અને 8 (b) 12 અને 18
4. 3 અને 4ના 100 કરતાં નાના સામાન્ય અવયવી લખો.
5. નીચેની સંખ્યામાંથી સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા કઈ છે?
   (a) 18 અને 35 (b) 15 અને 37 (c) 30 અને 415
   (d) 17 અને 68 (e) 216 અને 215 (f) 81 અને 16
6. એક સંખ્યા 5 અને 12 વડે વિભાજ્ય છે, તો તે સંખ્યા બીજી કઈ સંખ્યા વડે વિભાજ્ય છે?
7. એક સંખ્યા 12 વડે વિભાજ્ય છે, તો તે સંખ્યા બીજી કઈ સંખ્યા વડે વિભાજ્ય છે?

3.6 વિભાજ્યતાના કેટલાક વધારે નિયમો

ચાલો, સંખ્યાની વિભાજ્યતાના કેટલાક વધારે નિયમો જોઈએ :

(i) શું તમે 18નો એક અવયવ બતાવી શકો છો? તે 9 છે. 9નો એક અવયવ લખો. તે 3 છે. શું સંખ્યા 18નો એક અવયવ 3 છે? હા છે. 18નો બીજો કોઈ અવયવ બતાવો. તે 6 છે. 6નો એક અવયવ બતાવો. તે 2 છે. તે 18નો પણ એક અવયવ છે. એટલે કે તે 18નો પણ એક અવયવ છે. એટલે કે તે 18નો પણ વિભાજ્ય છે. 18ના બીજા અવયવો પણ તપાસો. આ જ પ્રક્રિયા 24 માટે પણ કરો. તે 8 થી વિભાજ્ય છે. સાથે જ 24 એ સંખ્યા 8ના બધા અવયવો 1, 2, 4 અને 8 થી પણ વિભાજ્ય છે.

માટે આપણે કહી શકીએ કે **જો કોઈ સંખ્યા એક સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે, તો તે સંખ્યા આ સંખ્યાના પ્રત્યેક અવયવથી વિભાજ્ય હોઈ શકે.**

(ii) સંખ્યા 80 એ 4 અને 5 બંનેથી વિભાજ્ય છે. તે $4 \times 5 = 20$ થી પણ વિભાજ્ય છે, તેમ જ 4 અને 5 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. એ જ પ્રમાણે 60 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા 3 અને 5 છે. 60 અવયવો $3 \times 5 = 15$ થી પણ વિભાજ્ય છે.

માટે આપણે કહી શકીએ કે જો કોઈ સંખ્યા બે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો તેના અવયવીથી પણ વિભાજ્ય હોય છે.

(iii) બંને સંખ્યાઓ 16 અને 20 એ સંખ્યા 4 થી વિભાજ્ય છે. સંખ્યા $16 + 20 = 36$ પણ 4થી વિભાજ્ય છે. સંખ્યાઓની કેટલીક જોડ લઈને તેને તપાસો.

16 અને 20ના બીજા સામાન્ય અવયવો માટે પણ તેને તપાસો.

જો આપેલી બે સંખ્યા કોઈ સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો આ સંખ્યાઓનો સરવાળો પણ તે સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે.

(iv) બંને સંખ્યાઓ 35 અને 20 એ સંખ્યા 5 થી વિભાજ્ય છે. શું એનો તફાવત $35 - 20 = 15$. પણ 5 થી વિભાજ્ય છે? એને ચકાસવા સંખ્યાની એવી કેટલીક જોડ લઈને પણ કરો. એ પ્રમાણે **જો આપેલી બે સંખ્યા કોઈ સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો આ સંખ્યાઓનો તફાવત પણ તે સંખ્યાથી વિભાજ્ય હશે.** બે સંખ્યાઓની બીજી જોડ લઈને ઉપર્યુક્ત આપેલા ચારેય નિયમો તપાસો.

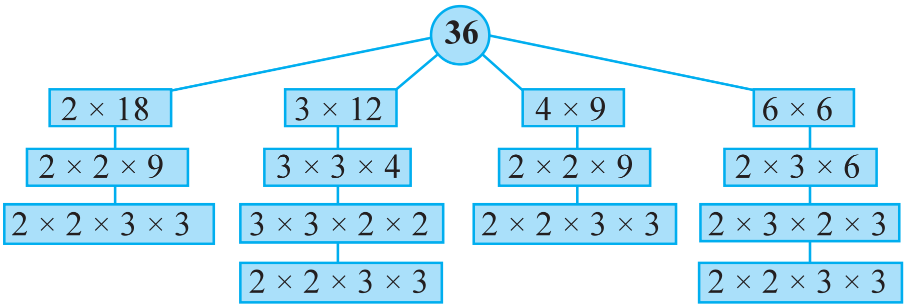
3.7 અવિભાજ્ય અવયવ

જો કોઈ સંખ્યાને તેના અવયવોના રૂપમાં રજૂ કરવામાં આવે તો આપણે કહી શકીએ કે આપણે તે સંખ્યાના અવયવો કરી લીધા છે. આથી, જ્યારે આપણે $24 = 3 \times 8$ લખીએ છીએ. તો આપણે કહીએ કે અમે 24ના અવયવો પાડ્યા. 24ના અવયવો આ રીતે પણ પાડી શકાય :

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

24ના ઉપરના બધા અવયવોમાં, છેલ્લે આપણને એક જ સ્વરૂપ $2 \times 2 \times 2 \times 3$ મળે છે. આ અવયવોમાં ફક્ત 2 અને 3 જ અવયવો છે તથા તે અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. કોઈ સંખ્યાના આ પ્રકારના અવયવો અવિભાજ્ય અવયવો કહેવાય છે.

ચાલો, તેની તપાસ સંખ્યા 36 થી કરીએ.



36ના અવિભાજ્ય અવયવો $2 \times 2 \times 3 \times 3$ છે. જે 36નો ફક્ત એક જ અવિભાજ્ય અવયવ છે.

આ કરો :

પ્રયત્ન કરો.

16, 28 અને 38ના અવિભાજ્ય અવયવ લખો.

અવયવ-વૃક્ષ (ફેક્ટર ટ્રી)

એક સંખ્યા પસંદ કરો અને તે લખો.

તેની કોઈ અવયવની જોડ વિચારો. જેમ કે

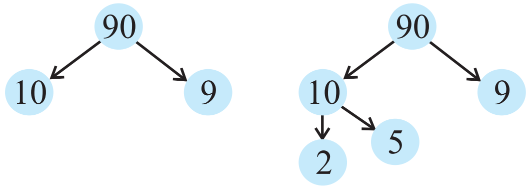
90 = 10 × 9

હવે 10 ના એક અવયવની જોડ વિચારો. જેમ કે,

10 = 2 × 5

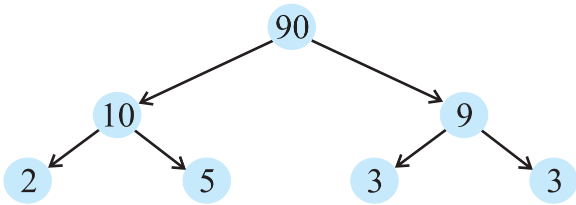
9ના અવયવની જોડ લખો.

9 = 3 × 3



એવી જ રીતે નીચે આપેલી સંખ્યાને લઈને કરો.

(a) 8 (b) 12



ઉદાહરણ 7 : 980ના અવિભાજ્ય અવયવ શોધો.

ઉકેલ : આપણે નીચે મુજબ કરીએ છીએ. આપણે સંખ્યા 980ને 2, 3, 5, 7 વગેરેથી આ જ ક્રમમાં વારંવાર ભાગીએ. આ પ્રક્રિયા આપણે ત્યાં સુધી કરવાની છે, જ્યાં સુધી ભાગફળ એનાથી વિભાજિત થતું રહે. માટે 980ના અવિભાજ્ય અવયવો 2 × 2 × 5 × 7 × 7 છે.

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

સ્વાધ્યાય 3.5

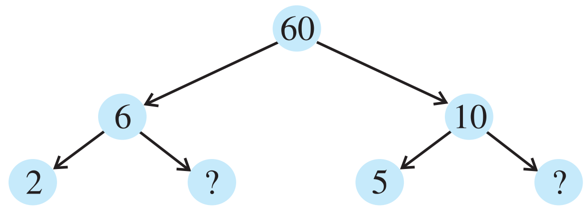
1. નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે?
   (a) જો કોઈ સંખ્યા 3 થી વિભાજ્ય છે, તો તે 9 થી વિભાજ્ય હોય છે.
   (b) જો એક સંખ્યા 9 થી વિભાજ્ય છે, તો તે 3 થી ચોક્કસ વિભાજ્ય હશે.
   (c) એક સંખ્યા 18થી વિભાજ્ય હોય છે. જો તે 3 અને 6 બંનેથી વિભાજ્ય હોય.
   (d) જો એક સંખ્યા 9 અને 10 બંનેથી વિભાજ્ય હોય, તો તે 90થી વિભાજ્ય હોઈ શકે.
   (e) જો બે સંખ્યા સહ-અવિભાજ્ય હોય તો એમાંથી ઓછામાં ઓછી એક સંખ્યા ચોક્કસ અવિભાજ્ય સંખ્યા હશે.
   (f) 4 થી વિભાજ્ય બધી જ સંખ્યાઓ 8 થી પણ ચોક્કસ વિભાજ્ય હોવી જોઈએ.
   (g) 8 થી વિભાજ્ય બધી જ સંખ્યાઓ 4 થી વિભાજ્ય હોવી જોઈએ.

(h) જો કોઈ સંખ્યા બે સંખ્યાઓને અલગ-અલગ સંપૂર્ણપણે વિભાજિત કરે છે, તો તે સંખ્યા તેના સરવાળાને પણ સંપૂર્ણપણે વિભાજિત કરશે.

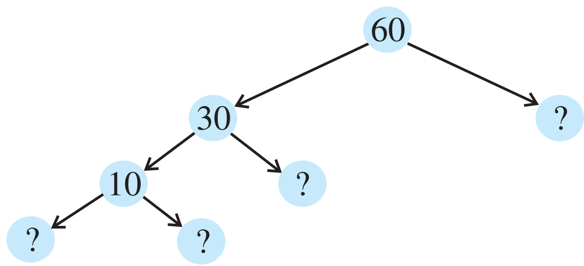
(i) જો કોઈ સંખ્યા બે સંખ્યાઓના સરવાળાને પૂર્ણ રીતે વિભાજિત કરે છે, તો તે બંને સંખ્યાઓને અલગ-અલગ રીતે પણ વિભાજિત કરશે.

2. અહીં 60ને માટે બે જુદા-જુદા અવયવ-વૃક્ષો આપ્યાં છે :

(a)



(b)



3. વિભાજ્ય સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો પાડવામાં કયા અવયવોનો સમાવેશ થતો નથી.
4. 4 અંકોની સૌથી મોટી સંખ્યા લખો અને તેને અવિભાજ્ય અવયવની રીતે રજૂ કરો.
5. 5 અંકની નાનામાં નાની સંખ્યા લખો અને તેને અવિભાજ્ય અવયવની રીતે રજૂ કરો.
6. 1729ના બધા અવિભાજ્ય અવયવ જણાવો અને તેને ઊતરતાં ક્રમમાં ગોઠવો. હવે તે બે ક્રમિક આવેલા અવિભાજ્ય અવયવોમાં જો કોઈ સંબંધ હોય તો લખો.
7. ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓનો અવયવી હંમેશાં 6 થી વિભાજ્ય હોય છે. આ વિધાનને કેટલાંક ઉદાહરણની મદદથી સ્પષ્ટ કરો.
8. કોઈ પણ બે ક્રમિક વિષમ સંખ્યાઓનો સરવાળો 4થી વિભાજ્ય છે. કેટલાંક ઉદાહરણની મદદથી આ વિધાન સ્પષ્ટ કરો.
9. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યાઓમાં અવિભાજ્ય અવયવો કયા છે?

   (a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$

   (c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$
10. 25110 એ 45 થી વિભાજ્ય છે કે નહીં તે નક્કી કરો.

    (**નોંધ** : 5 અને 9 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. આપેલી સંખ્યાને 5 અને 9 ની વિભાજ્યતાની ચાવીથી ચકાસો.)
11. સંખ્યા 18, 2 અને 3 બંને સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે. તે $2 \times 3 = 6$થી પણ વિભાજ્ય છે. એ જ પ્રમાણે એક સંખ્યા 4 અને 6 બંને સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે. શું આપણે કહી શકીએ કે તે સંખ્યા $4 \times 6 = 24$ થી પણ વિભાજ્ય હશે. જો નહિ હોય તો તમારા જવાબને ચકાસવા માટે એક ઉદાહરણ આપો.
12. હું ચાર જુદા-જુદા અવિભાજ્ય અવયવવાળી સૌથી નાની સંખ્યા છું. શું તમે મને ઓળખી શકો છો?

3.8 ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ (Highest Common Factor) (ગુ.સા.અ. - HCF) (Greatest Common Divisor) (GCD)

આપણે બે સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવ શોધતાં શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે આ સામાન્ય અવયવોનો ગુરુતમ અવયવ શોધવા પ્રયત્ન કરીએ :

12 અને 16નો સામાન્ય અવયવ શું છે? તે 1, 2 અને 4 છે.

આ બધા અવયવમાં સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ કયો છે? તે 4 છે.

20, 28 અને 36ના સામાન્ય અવયવ કયા છે? તે 1, 2 અને 4 છે જેમાં સૌથી મોટો અવયવ 4 છે.

પ્રયત્ન કરો.

નીચેની સંખ્યાઓમાં ગુ.સા.અ. શોધો :

(i) 24 અને 36 (ii) 15, 25 અને 30

(iii) 8 અને 12 (iv) 12, 16 અને 28

બે કે બેથી વધારે આપેલી સંખ્યાઓમાં સામાન્ય અવયવમાં સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ આ આપેલી સંખ્યાઓનો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ કહેવાય છે. ગુરુતમ સામાન્ય અવયવને ટૂંકમાં ગુ.સા.અ. પણ કહે છે.

20, 28 અને 36 નો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ અવિભાજ્ય અવયવ દ્વારા પણ શોધી શકાય છે :

2	20
2	10
5	5
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

આ રીતે, $20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$

$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$

$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$

20, 28 અને 36નો સામાન્ય અવયવ 2 છે. (બેવાર આવે છે.) માટે 20, 28 અને 36નો ગુ.સા.અ. $2 \times 2 = 4$ છે.

સ્વાધ્યાય 3.6

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓનો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ શોધો :

   (a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63

   (e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175

   (h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2. (a) બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

   (b) બે ક્રમિક બેકી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

   (c) બે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

3. અવિભાજ્ય અવયવો દ્વારા બે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 4 અને 15નો ગુ.સા.અ. આ પ્રમાણે શોધ્યો : $4 = 2 \times 2$ અને $15 = 3 \times 5$ કારણ કે આ અવયવમાં કોઈ અવિભાજ્ય સામાન્ય અવયવ નથી એટલે 4 અને 15નો ગુ.સા.અ. શૂન્ય છે. શું આ જવાબ સાચો છે? જો નથી તો સાચો ગુ.સા.અ. કયો છે?

3.9 લઘુતમ સામાન્ય અવયવી (Lowest Common Multiple) (લ.સા.અ. - L.C.M)

4 અને 6નો સામાન્ય અવયવી કયો છે? તે 12, 24, 36... છે. એમાંથી સૌથી નાનો અવયવી કયો છે? તે 12 છે. આપણે કહીએ છીએ કે 4 અને 6નો સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવી 12 છે. તે આ નાનામાં નાની સંખ્યા છે. જે બંનેનો અવયવ છે.

બે કે બેથી વધારે આપેલી સંખ્યાઓનો લઘુતમ સામાન્ય અવયવી આ સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવીમાંથી સૌથી નાનો અવયવી હોય છે. ટૂંકમાં, તેને લ.સા.અ. પણ કહેવાય છે.

8 અને 12નો લ.સા.અ. શો છે? 4 અને 9નો લ.સા.અ. શો છે? 6 અને 9નો લ.સા.અ. શો છે?

ઉદાહરણ 8 : 12 અને 18 નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે 12 અને 18નો સામાન્ય અવયવી 36, 72, 108 વગેરે છે. એમાં સૌથી નાનો 36 છે. ચાલો, એક બીજી પદ્ધતિથી તેને જોઈએ.

12 અને 18 નો અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$12 = 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $18 = 2 \times 3 \times 3$

આ અવિભાજ્ય અવયવોમાં અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે બેવાર આવે છે. જે 12ના અવયવમાં છે. એ જ પ્રમાણે અવિભાજ્ય અવયવ 3 વધારેમાં વધારે બેવાર આવે છે. જે 18ના અવયવોમાં છે. બે સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. આ અવિભાજ્ય અવયવોનો ગુણાકાર છે. જે આ સંખ્યાઓમાં વધારે વાર આવે છે. આથી, એનો લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ છે.

ઉદાહરણ 9 : 24 અને 90નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : 24 અને 90નો અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

આ અવિભાજ્ય અવયવમાં અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે ત્રણવાર આવે છે. જે 24માં છે. અવિભાજ્ય અવયવ 3 બેવાર આવે છે. જે 90માં છે અને અવિભાજ્ય અવયવ 5 ફક્ત એકવાર 90માં આવે છે.

માટે, લ.સા.અ. $= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

ઉદાહરણ 10 : 40, 48 અને 45નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : 40, 48 અને 45ના અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે ચારવાર જે 48માં છે. અવિભાજ્ય અવયવ 3

વધારેમાં વધારે બેવાર 45માં છે અને અવિભાજ્ય અવયવ 5 ફક્ત એકવાર જે 40 અને 45 બંનેમાં આવે છે.

આથી, મળેલ લ.સા.અ. $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$

લ.સા.અ. ને એક બીજી રીતથી પણ શોધી શકાય છે.

ઉદાહરણ 11 : 20, 25 અને 30નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : આપણે સંખ્યાને એક હરોળમાં નીચે પ્રમાણે લખીએ :

2	20	25	30	**(A)**
2	10	25	15	**(B)**
3	5	25	15	**(C)**
5	5	25	5	**(D)**
5	1	5	1	**(E)**
	1	1	1	

તેથી લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

(A) સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાથી ભાગો. જે આપેલી સંખ્યામાંની કોઈ એકની વિભાજ્ય સંખ્યા છે. તે 2 છે. 25 જેવી સંખ્યા 2 થી વિભાજ્ય નથી. જે હવે પછીની હરોળમાં તેમને તેમ જ લખવામાં આવે છે.

(B) ફરીથી 2 થી ભાગો અને ત્યાં સુધી ચાલુ રાખો, જ્યાં સુધી 2નો અવયવી ન મળે.

(C) બીજી અવિભાજ્ય સંખ્યા 3 થી ભાગીએ.

(D) અવિભાજ્ય સંખ્યા 5 થી ભાગીએ.

(E) ફરીથી 5 થી ભાગીએ.

3.10 ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.નાં કેટલાંક બીજાં ઉદાહરણો

આપણે અનેક પરિસ્થિતિઓમાં ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.નો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આપણે તેને કેટલાંક ઉદાહરણોની મદદથી સમજીશું.

ઉદાહરણ 12 : બે ટૅન્કરોમાં 850 લિટર અને 680 લિટર કેરોસિન સમાય છે. આ બંને ટૅન્કરની ગુંજાશ માપવા માટે વધુમાં વધુ કેટલા લિટરનું કન્ટેનર (માપિયું) જોઈશે?

ઉકેલ : જરૂરી માપિયાથી બંને ટૅન્કરોના કેરોસિનને પૂરેપૂરું માપવાનું છે. આથી માપિયાની ગુંજાશ બંને ટૅન્કરોની ગુંજાશનો અવયવ હોવો જોઈએ. તેથી તે માપિયાની મહત્તમ ગુંજાશ 850 અને 680ના ગુ.સા.અ. થશે.

જે નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય છે :

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

તેથી,

$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$ અને

$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$

850 અને 680ના સામાન્ય અવયવો 2, 5 અને 17 છે.

તેથી 850 અને 680 નો ગુ.સા.અ. $2 \times 5 \times 17 = 170$ છે.

તેથી, આપેલા કન્ટેનરની મહત્તમ સમર્થતા 170 લિટર છે.

જે પહેલાં ટૅન્કરને 5 અને બીજાને 4 વારમાં પૂરેપૂરું ભરી દેશે.

ઉદાહરણ 13 : સવારે ચાલવા માટે ત્રણ માણસો એક સાથે પગ ઉપાડીને ચાલવાની શરૂઆત કરે છે. તેમનાં પગલાંની લંબાઈ અનુક્રમે 80 સેમી, 85 સેમી અને 90 સેમી છે. દરેકે ઓછામાં ઓછું કેટલું અંતર ચાલવું પડશે કે જેથી પૂરા પગલાંથી સરખું અંતર આવરી શકાય ?

ઉકેલ : દરેક વ્યક્તિ દ્વારા ચાલવામાં આવેલું અંતર સમાન અને લઘુતમ રહેવું જોઈએ. જે માંગેલું લઘુતમ અંતર જો દરેક વ્યક્તિએ ચાલવું છે તેઓનાં પગલાંનાં માપનું લ.સા.અ. થશે. શું તમે બતાવી શકશો? કેમ? તેથી આપણે 80, 85, 90 અને તેનો લ.સા.અ. શોધીએ. 80, 85 અને 90 નો લ.સા.અ. 12240 છે.

તેથી જોઈતું લઘુતમ અંતર 12240 સેન્ટિમીટર છે.

ઉદાહરણ 14 : એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો. જેને 12, 16, 24 અને 36 થી ભાગવાથી દરેક પરિસ્થિતિમાં 7 શેષ રહે.

ઉકેલ : આપણે 12, 16, 24 અને 36નો લ.સા.અ. નીચે પ્રમાણે શોધીએ :

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

તેથી, લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 એવી સૌથી નાની સંખ્યા છે, જેને 12, 16, 24 અને 36 થી ભાગવાથી દરેક પરિસ્થિતિમાં 0 શેષ રહે છે, પરંતુ આપણને એવી સૌથી નાની સંખ્યા જોઈએ છે કે જેમાં દરેક અવસ્થામાં 7 શેષ રહે.

આથી, જોઈતી સંખ્યા 144 થી 7 વધારે થશે. તેથી જોઈતી સૌથી નાની સંખ્યા = 144 + 7 = 151 છે.

સ્વાધ્યાય 3.7

1. રેણુ 75 કિગ્રા અને 69 કિગ્રા વજનવાળી બે ખાતરની ગૂણી ખરીદે છે. ખાતરના આ વજનનું મહત્તમ મૂલ્ય શોધો કે જે બંને ગૂણીના વજનનું ગુણાંકમાં પૂરેપૂરું માપ લઈ શકે છે.
2. 3 છોકરાઓ એક જ જગ્યાએથી એક સાથે પગ ઉપાડી ચાલવાની શરૂઆત કરે છે. એમના પગલાનું માપ અનુક્રમે 63 સેમી, 70 સેમી અને 77 સેમી છે. એમાંથી દરેક કેટલું લઘુતમ અંતર નક્કી કરે કે જે અંતર પૂરેપૂરું પગલામાં નિશ્ચિત થઈ જાય.
3. કોઈ ઓરડાની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 825 સેમી, 675 સેમી અને 450 સેમી છે. એવી સૌથી લાંબી ટેપ શોધો જે ઓરડાની ત્રણેય બાજુઓને પૂરેપૂરું માપી લે.
4. 6, 8 અને12 થી વિભાજ્ય ત્રણ અંકોની સૌથી નાની સંખ્યા શોધો.
5. 8, 10 અને 12થી વિભાજ્ય ત્રણ અંકોની સૌથી મોટી સંખ્યા શોધો.
6. જુદા-જુદા રસ્તાની 3 ટ્રાફિક લાઇટ અનુક્રમે દરેક 48 સેકન્ડ, 72 સેકન્ડ, 108 સેકન્ડ પછી બદલાય છે. જો તે એક સાથે સવારે 7 વાગે બદલાય, તો તે ફરીથી એક સાથે ક્યારે બદલાશે?
7. ત્રણ ટૅન્કરોમાં અનુક્રમે 403 લિટર, 434 લિટર અને 465 લિટર ડીઝલ છે. આ સાધનની મહત્તમ ધારણશક્તિ (સમર્થતા) શોધો કે જે આ ત્રણેય ટૅન્કરોના ડીઝલને પૂરેપૂરું ગુણાંકમાં માપી શકે.
8. એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો કે જેને 6, 15 અને 18 થી ભાગવાથી દરેક સ્થિતિમાં 5 શેષ રહે.
9. ચાર અંકોની એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો જે 18, 24 અને 32 થી વિભાજ્ય છે.
10. નીચે આપેલી સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. શોધો :

    (a) 9 અને 4 (b) 12 અને 5 (c) 6 અને 5 (d) 15 અને 4

    લ.સા.અ. શોધવાની પદ્ધતિમાં તમને સામાન્ય શું જણાયું? શું દરેક કિસ્સામાં તે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર છે?
11. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. શોધો કે જેમાં એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાનો અવયવ હોય.

    (a) 5, 20 (b) 6, 18 (c) 12, 48 (d) 9, 45

આપણે શી ચર્ચા કરી?

1. આપણે અવયવી, અવયવની ચર્ચા કરી અને અવયવી કેવી રીતે ઓળખવું તે જોયું.
2. આપણે નીચેની બાબત પર ચર્ચા કરી અને શોધી કાઢ્યું :
   (a) એક સંખ્યાનો અવયવ તે સંખ્યાનો પૂર્ણ વિભાજક હોય છે.
   (b) દરેક સંખ્યા પોતે જ એક અવયવ હોય છે. દરેક સંખ્યાનો અવયવ હોય છે.
   (c) આપેલી સંખ્યાનો દરેક અવયવ તે સંખ્યા કરતા નાનો કે સમાન હોય છે.
   (d) દરેક સંખ્યા પોતાના દરેક અવયવનો એક અવયવી છે.
   (e) આપેલી સંખ્યાનો દરેક અવયવી તે સંખ્યા કરતા મોટો કે સમાન હોય છે.
   (f) દરેક સંખ્યા પોતાનો એક અવયવી છે.
3. આપણે શીખ્યાં છીએ કે,
   (a) તે સંખ્યા કે જેના બે જ અવયવ હોય છે, સંખ્યા પોતે અને 1, તે અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય છે. જે સંખ્યાના બેથી વધારે અવયવ હોય છે, તે સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય છે.
   1 એ વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
   (b) સંખ્યા 2 સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. જે બેકી સંખ્યા પણ છે. બીજી બધી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ એકી હોય છે.
   (c) બે સંખ્યા જેનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 હોય તે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય.
   (d) જે એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો તે સંખ્યા બીજી સંખ્યાના દરેક અવયવથી પણ વિભાજ્ય હોય છે.
   (e) જે સંખ્યા જે બે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓથી વિભાજ્ય હોય છે. તેના ગુણાકારથી પણ વિભાજ્ય હોય છે.
4. આપણે ચર્ચા કરી કે સંખ્યાઓને જોઈને જ તે સંખ્યા 2, 3, 4, 5, 8, 9 અને 11 વડે વિભાજ્ય છે કે નહિ તે કેવી રીતે શોધી શકાય. આપણે સંખ્યાના અંકો અને તેની સંખ્યા સાથે વિભાજ્યતાના સંબંધની ચર્ચા કરી.
   (a) 2, 5 અને 10 થી વિભાજિત સંખ્યાના અંકોના સરવાળા દ્વારા કરી શકાય છે.
   (b) 3 અને 9થી વિભાજ્યતા ફક્ત અંકોના સરવાળા જોઈને બતાવી શકાય છે.
   (c) 4 અને 8 થી વિભાજ્યતા જમણી બાજુથી છેલ્લા 2 અને 3 અંકોથી બનતી સંખ્યા પરથી જાણી શકાય છે.
   (d) 11ની વિભાજ્યતા એકી સ્થાનના અંકોના સરવાળા અને બેકી સ્થાનના અંકોના સરવાળાના તફાવતથી શોધી શકાય છે.
5. જો બે સંખ્યા એક સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય તો તે બંનેના સરવાળા અને તફાવતથી પણ તે બંને સંખ્યા વિભાજ્ય હોય છે.
6. આપણે શીખ્યાં કે,
   (a) બે કે વધારે સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. તેના સામાન્ય અવયવમાંથી ગુરુતમ હોય છે.
   (b) બે કે વધારે સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. તેના સામાન્ય અવયવીમાંથી સૌથી નાનો (લઘુતમ) હોય છે.

ભૂમિતિના પાયાના ખ્યાલો

પ્રકરણ 4

4.1 પ્રાસ્તાવિક

ભૂમિતિનો લાંબો અને વિશાળ ઇતિહાસ છે. અંગ્રેજી શબ્દ Geometry એ ગ્રીક શબ્દ Geometron ના જેવો જ છે. Geo નો અર્થ પૃથ્વી અને metron નો અર્થ માપન એવો થાય છે. ઇતિહાસ દર્શાવે છે કે પ્રાચીન સમયમાં મોટે ભાગે કળા, સ્થાપત્ય અને માપનમાં ભૂમિતિનો ઉપયોગ થતો હતો. વાવેતર કરવા માટે, જમીનની હદ નક્કી કરવા માટેના પ્રસંગોમાં કોઈ પણ પ્રકારના ભેદભાવ વગર હદ નક્કી કરી શકાતી. ભવ્ય મહેલો, મંદિરો, તળાવો, બંધો અને શહેરોના બાંધકામોનાં સ્થાપત્ય કળાના આ વિચારોનો ઉપયોગ થતો હતો. અરે, આજે પણ દરેક પ્રકારની કળાની રચનાઓમાં, માપન સ્થાપત્ય, ઇજનેરી અને કપડાં પરની ડિઝાઇનમાં ભૂમિતિના આકારો પ્રદર્શિત થાય છે. જુદા-જુદા પ્રકારની વસ્તુઓ જેવી કે પેટી, ટેબલ, ચોપડી, ટિફીન-બૉક્સ કે જે તમારા નાસ્તા માટે શાળામાં લઈ જાઓ છો, દડો કે જે તમે રમો છો આ અને બીજી વધારે વસ્તુઓનું અવલોકન કરો. બધી જ વસ્તુઓના આકાર જુદા-જુદા હોય છે, જેનો તમે ઉપયોગ કરો છો તે માપપટ્ટી અને લખો છો તે પેન્સિલ સીધી હોય છે. બંગડી, રૂપિયાનો સિક્કો અથવા દડો ગોળ દેખાય છે.

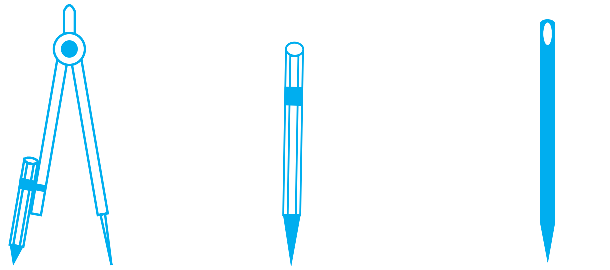
અહીં તમે એવી કેટલીક બાબતો શીખશો કે જે તમારી આજુબાજુના જુદા-જુદા આકાર સમજવામાં ઉપયોગી થશે.

4.2. બિંદુ (Points)

તીક્ષ્ણ પેન્સિલની અણી વડે કાગળ પર એક ટપકું કરો. અણી જેટલી વધારે તીક્ષ્ણ હશે, તેટલું ટપકું વધુ નાનું બનશે. જે જોઈ ન શકાય તેવું ઝીણું (બારીક) ટપકું બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે.

ટપકું એ માત્ર સ્થાન જ દર્શાવે છે. અહીં બિંદુની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે.

તમે કાગળ પર ત્રણ ટપકાં કરો. આ ટપકાંને ઓળખ આપવી જરૂરી છે અને તે માટે તેઓને કૅપિટલ અક્ષર A, B અને C વડે દર્શાવવામાં આવે છે.



• B

• A

• C

આ ટપકાંઓને બિંદુ A, બિંદુ B અને બિંદુ C એમ વંચાય છે. અલબત્ત ટપકાં દેખાવમાં ખૂબ જ બારીક હોવાં જોઈએ.

પ્રયત્ન કરો.

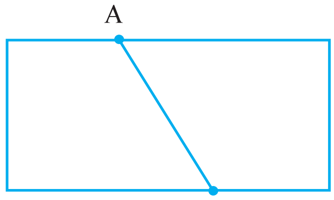
1. પેન્સિલની અણી વડે પેપર પર ચાર ટપકાં દર્શાવી તેમને મૂળાક્ષર A, C, P, H વડે દર્શાવો. આ બિંદુઓનાં નામ જુદી-જુદી રીતે દર્શાવો. તેમાંની એક આ રીતે પણ દર્શાવી શકાય.

   A •　　　C •

   P •　　　H •

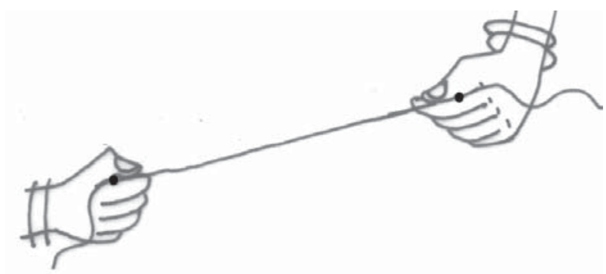
2. આકાશના તારાઓ આપણને બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે. તમારા રોજિંદા જીવનની આવી ચાર ઘટનાઓ શોધી કાઢો.

4.3 રેખાખંડ (Line Segment)

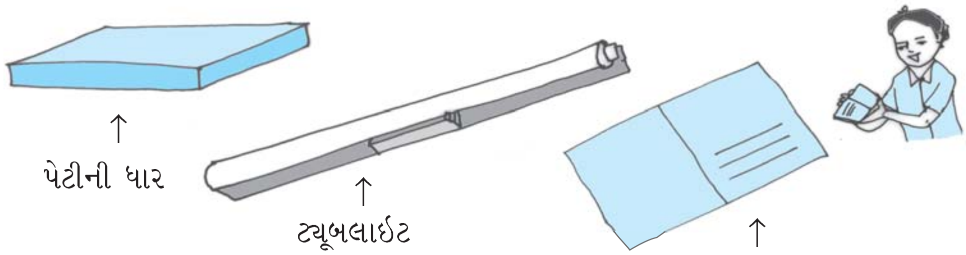


કાગળના ટુકડાને દબાણ આપીને વાળો, પછી તેને ઉકેલો. તમને ગડી દેખાશે. જે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપે છે. જેનાં અંત્યબિંદુઓ A અને B છે.

પાતળો દોરો લો. ઢીલો ન રહે તે રીતે બંને છેડે પકડીને તેને ખેંચો. તે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપશે. બંને છેડા હાથમાં પકડ્યા છે. તે અંતિમ છેડાનાં બિંદુઓ રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ છે.

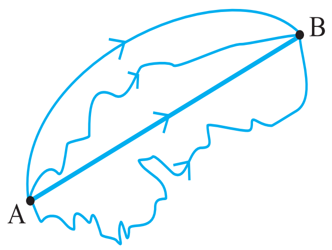


નીચે રેખાખંડની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે :



તમારી આજુબાજુ જોવા મળતા રેખાખંડનાં ઉદાહરણ શોધવા પ્રયત્ન કરો.

કાગળની શીટ્સ પર બે બિંદુઓ A અને B દર્શાવો. શક્ય તેટલા જુદા-જુદા માર્ગે A અને Bને સાંકળવાનો પ્રયત્ન કરો. (આકૃતિ 4.1)



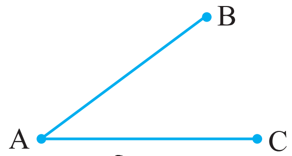
આકૃતિ 4.1

A અને B ને સાંકળતો સૌથી ટૂંકો માર્ગ કયો છે?

A અને B ને સાંકળો (A અને B સહિત)નો સૌથી ટૂંકો માર્ગ રેખાખંડ દર્શાવે છે. તેને $\overline{AB}$ કે $\overline{BA}$ વડે ઓળખવામાં આવે છે. બિંદુઓ A અને B ને રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિ 4.2માં રેખાખંડનાં નામ દર્શાવેલ છે. શું A એ દરેક રેખાખંડનું અંત્યબિંદુ છે?



આકૃતિ 4.2

4.4 રેખા (Line)

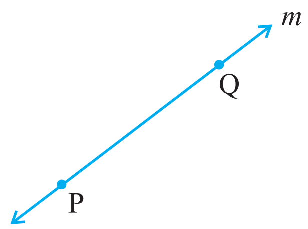
A થી B સુધીના કોઈ રેખાખંડ (એટલે કે, $\overline{AB}$)ને A બિંદુથી એક તરફ અને B બિંદુથી બીજી દિશામાં અંત વગર લંબાવ્યો છે તેમ કલ્પો (બાજુની આકૃતિ જુઓ.) તમને રેખાની એક આકૃતિ જોવા મળશે.

શું તમે વિચારી શકો કે રેખાનું પૂર્ણ ચિત્ર તમે દોરી શકો? ના. શા માટે ?

A અને B બિંદુઓ વડે રચાતી રેખાને $\overleftrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જે બંને દિશામાં લંબાવી શકાય છે. તેથી તે અસંખ્ય બિંદુઓની બનેલી છે. (તેના વિશે વિચારો.)

રેખાની રચના માટે બે બિંદુઓ પૂરતાં છે. આપણે કહીશું કે બે બિંદુઓ રેખા નિર્ધારિત કરે છે.

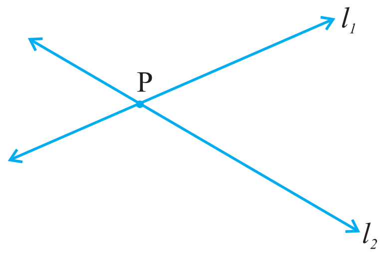
બાજુમાં આપેલ આકૃતિ 4.3 રેખા PQ ની છે. જેને $\overleftrightarrow{PQ}$ લખાય. કેટલીક વખત રેખાને l, m, n જેવા સંકેત વડે પણ દર્શાવવામાં આવે છે.



આકૃતિ 4.3

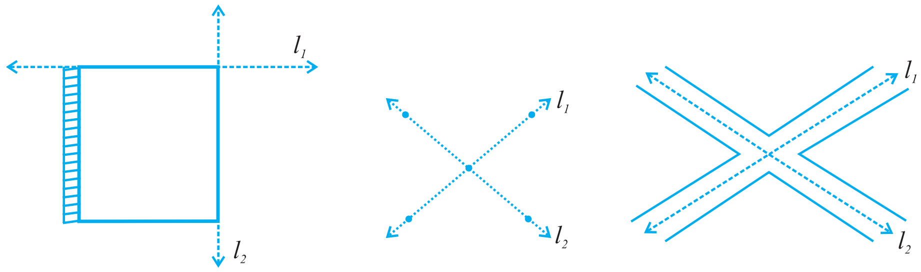
4.5 છેદતી રેખાઓ (Intersecting Lines)

આકૃતિ 4.4 જુઓ. બે રેખાઓ l_1 અને l_2 દર્શાવેલ છે. બંને રેખાઓ બિંદુ P માંથી પસાર થાય છે. આપણે કહીશું કે l_1 અને l_2, P બિંદુએ છેદે છે. જો બે રેખાઓને એક સામાન્ય બિંદુ હોય, તો તે રેખાઓને છેદતી રેખાઓ કહેવાય.



આકૃતિ 4.4

નીચે કેટલીક એકબીજીને છેદતી હોય તેવી રેખાઓની જોડ આપેલ છે. (આકૃતિ 4.5)



તમારી નોટબુકની પાસપાસેની ધાર | અંગ્રેજી મૂળાક્ષર X | ચાર રસ્તા

આકૃતિ 4.5

આ કરો :

પેપરની એક શીટ લો. છેદતી રેખાઓનો ખ્યાલ આપે તે રીતે તેની ગડી વાળી નીચેની ચર્ચા કરો :

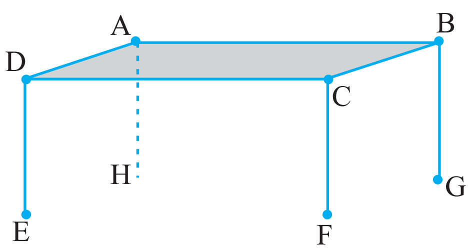
(a) શું આ બે રેખાઓ એક કરતાં વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

(b) બેથી વધારે રેખાઓ એક બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

4.6. સમાંતર રેખાઓ (Parallel Lines)

નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ ટેબલ જુઓ. ઉપરનો ભાગ ABCD એ સપાટ છે. તેમાં કેટલા બિંદુઓ અને રેખાખંડો જોઈ શકશો.

શું આ રેખાખંડો છેદે છે ખરા?



આકૃતિ 4.6

હા, $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ એ B બિંદુમાં છેદે છે.

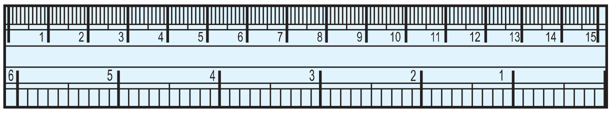
કયા રેખાખંડો બિંદુ A, માં કયા બિંદુ Bમાં અને કયા બિંદુ C માં છેદે છે?

શું રેખાઓ $\overleftrightarrow{AD}$ અને $\overleftrightarrow{CD}$ છેદે છે?

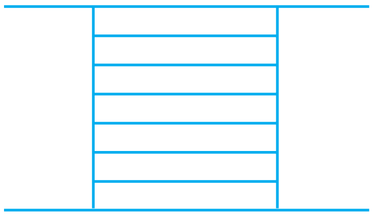
તમે જોઈ શક્યા કે ટેબલની સપાટી પરના રેખાખંડોને ગમે તેટલા લંબાવવામાં આવે તો પણ એકબીજાને મળતા નથી. $\overleftrightarrow{AD}$ અને $\overleftrightarrow{BC}$ તેમાંની એક જોડ છે. ટેબલની સપાટી પરની બીજી એક રેખાની જોડ શોધી શકશો કે જે એકબીજીને મળતી ન હોય?

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

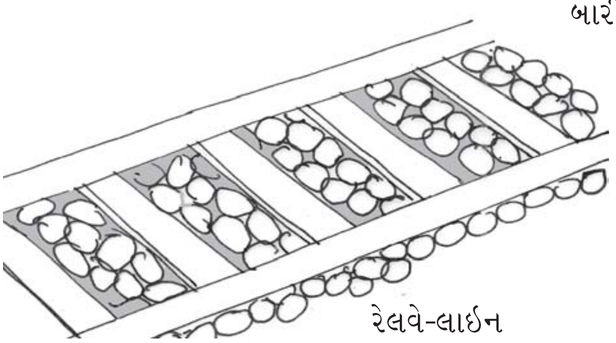
તમે સમાંતર રેખાઓ બીજે ક્યાં જોઈ છે? બીજાં દસ ઉદાહરણ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. જો બે રેખાઓ $\overleftrightarrow{AB}$ અને $\overleftrightarrow{CD}$ રેખા સમાંતર હોય તો આપણે $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ લખીએ છીએ. જો બે રેખાઓ l_1 અને l_2 સમાંતર હોય તો $l_1 \parallel l_2$ લખાય. નીચે આપેલી આકૃતિમાંથી સમાંતર રેખાઓ તમે શોધી શકશો ખરા?



માપપટ્ટીની સામસામેની ધાર



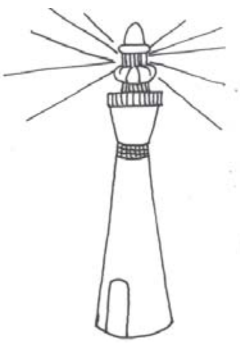
બારીના સળિયા



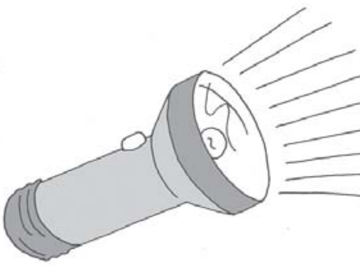
રેલવે-લાઇન

આ પ્રકારની રેખાઓ કે જે એકબીજીને મળતી નથી તેથી તેમને સમાંતર રેખાઓ કહે છે.

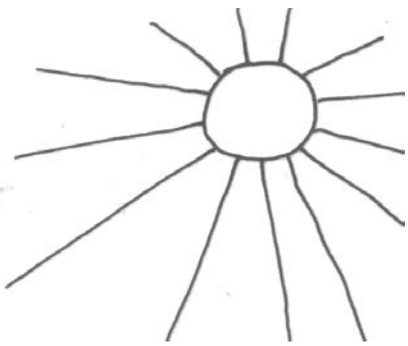
4.7 કિરણ (Ray)



દીવામાંથી નીકળતા પ્રકાશનાં કિરણ



હાથબત્તીમાંથી નીકળતાં કિરણો

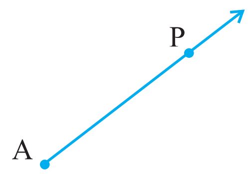


સૂર્યકિરણો

કિરણ એ રેખાનો જ એક ભાગ છે જે એક બિંદુથી ઉદ્‌ભવે છે. (જેને ઉદ્‌ભવબિંદુ કહે છે.) અને તે અનંત સુધી એક જ દિશામાં જાય છે.

આકૃતિ 4.7 જુઓ જે કિરણ દર્શાવે છે. કિરણ ઉપર બે બિંદુઓ દર્શાવવામાં આવેલ છે. જ્યાં (a) A, ઉદ્‌ભવબિંદુ છે. (b) P એ તેના માર્ગ પરનું બિંદુ છે.

આપણે તેને $\overrightarrow{AP}$ તરીકે ઓળખીશું.



આકૃતિ 4.7

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

ધારો કે $\overrightarrow{PQ}$ એ એક કિરણ છે.

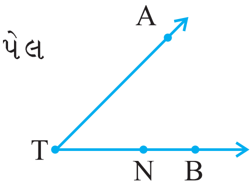
(a) તેનું ઉદ્‌ભવબિંદુ કયું છે?

(b) બિંદુ Q કિરણ પર ક્યાં આવેલું છે?

(c) શું આપણે કહી શકીશું કે Q એ કિરણનું ઉદ્‌ભવબિંદુ છે?

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિ 4.8માં આપેલ કિરણનાં નામ કહો.
2. શું T એ આપેલા દરેક કિરણનું ઉદ્‌ભવબિંદુ છે?

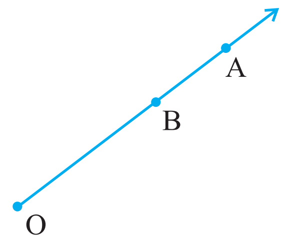


આકૃતિ 4.8

નીચે આકૃતિ 4.9 $\overrightarrow{OA}$ કિરણ આપેલ છે. જે Oમાંથી ઉદ્‌ભવે છે અને બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે. તે બિંદુ B માંથી પણ પસાર થાય છે.

તેને $\overrightarrow{OB}$ કહી શકાશે? શા માટે?

અહીં $\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OB}$ સરખા છે.



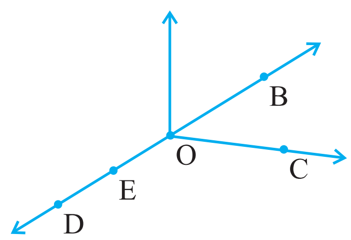
આકૃતિ 4.9

શું આપણે $\overrightarrow{OA}$ ને $\overrightarrow{AO}$ લખી શકીશું? શા માટે? અથવા શા માટે નહિ?

પાંચ કિરણો દોરી તેમનાં યોગ્ય નામ લખો.

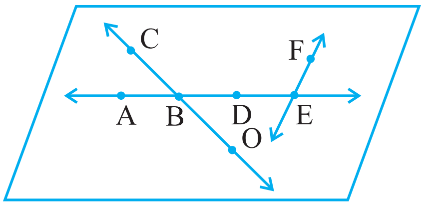
સ્વાધ્યાય 4.1

1. બાજુમાં દર્શાવેલ આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો :
   (a) પાંચ બિંદુઓ
   (b) રેખા
   (c) ચાર કિરણો
   (d) પાંચ રેખાખંડો

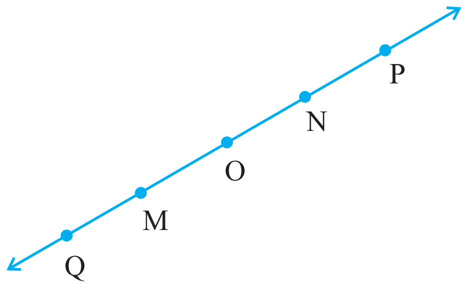


2. આપેલા ચાર મૂળાક્ષરોમાંથી દરેક વખતે માત્ર બે મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરી આપેલ રેખાના શક્ય તેટલી (બાર રીતે) રીતે નામ આપો.

3. આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો.
   (a) E બિંદુને સમાવતી રેખાઓ
   (b) A બિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાઓ
   (c) O બિંદુ જેમાં છે તેવી રેખા
   (d) એકબીજીને છેદતી હોય તેવી રેખાની બે જોડ

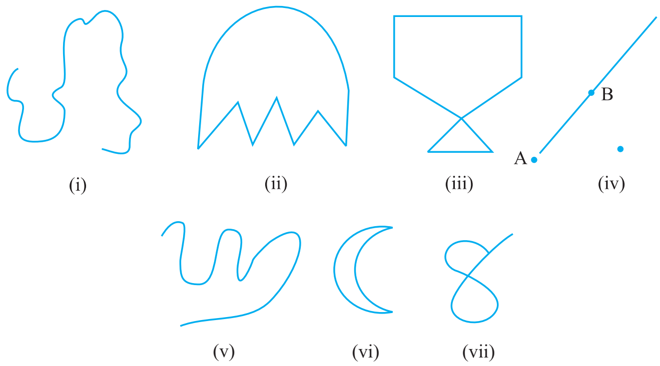


4. કેટલી રેખાઓ પસાર થાય ? (a) એક બિંદુમાંથી (b) બે બિંદુમાંથી
5. નીચેની દરેક પરિસ્થિતિને અનુરૂપ કાચી આકૃતિ દોરો :
   (a) બિંદુ P $\overline{AB}$ પર છે.
   (b) $\overleftrightarrow{XY}$ અને $\overleftrightarrow{PQ}$, M બિંદુમાં છેદે છે.
   (c) રેખા l પર E અને F બિંદુ છે, પણ D નથી.
   (d) $\overleftrightarrow{OP}$ અને $\overleftrightarrow{OQ}$ બિંદુ O માં મળે છે.
6. નીચે $\overleftrightarrow{MN}$ ની આકૃતિ દોરેલ છે. આપેલી આકૃતિના આધારે આપેલાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :
   (a) Q, M, O, N અને P એ $\overleftrightarrow{MN}$ પર આવેલાં છે.
   (b) M, O અને N એ $\overline{MN}$ પર આવેલાં છે.
   (c) M અને N એ $\overline{MN}$ નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
   (d) O અને N એ $\overline{OP}$ નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
   (e) M એ $\overline{QO}$ નું એક અંત્યબિંદુ છે.
   (f) M એ $\overrightarrow{QP}$ પરનું બિંદુ છે.
   (g) $\overrightarrow{OP}$ એ $\overrightarrow{QP}$ થી ભિન્ન છે.
   (h) $\overrightarrow{OP}$ એ $\overrightarrow{OM}$ એ સમાન છે.
   (i) $\overrightarrow{OM}$ એ $\overrightarrow{OP}$ નું વિરુદ્ધ કિરણ નથી.
   (j) O એ $\overrightarrow{OP}$ નું ઉદ્‌ભવબિંદુ નથી.
   (k) N એ $\overrightarrow{NP}$ અને $\overrightarrow{NM}$ નું ઉદ્‌ભવબિંદુ છે.



4.8 વક્ર (Curves)

તમે ક્યારેક કાગળનો ટુકડો લઈ ને જુદા-જુદા આકાર બનાવ્યા હશે. તમે બનાવેલા અને ચિત્રમાં દર્શાવેલા આવા આકારોને વક્ર કહે છે.



આકૃતિ 4.10

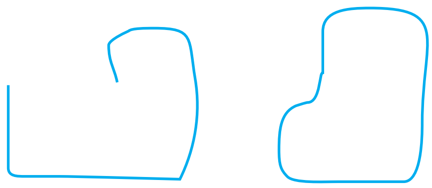
માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કર્યા વગર તેમાંનાં કેટલાંક ચિત્રો પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય પણ તમે દોરી શકશો. આ બધા જ વક્ર છે. (આકૃતિ 4.10)

હંમેશાં એવું માનવામાં આવે છે કે વક્રો એ સીધી રેખા નથી હોતાં. ગણિતમાં આકૃતિ 4.10 (iv)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સીધી રેખા પણ વક્ર જ છે.

આકૃતિ 4.10 ના (iii) અને (vii)નાં વક્રોનું અવલોકન કરતાં આ વક્રો એકબીજાં પરથી પસાર થાય છે. જ્યારે વક્ર (i), (ii), (iv), (v) અને (vi)માં આમ બનતું નથી. જો વક્રો સ્વયં ક્રોસ થતાં ન હોય તો તે વક્રોને સાદાં વક્રો કહે છે.

પાંચ સાદાં હોય તેવાં અને પાંચ સાદાં ન હોય તેવાં વક્રો દોરો. હવે આકૃતિ 4.11 જુઓ.

બંને આકૃતિઓ વચ્ચે શો તફાવત છે? આકૃતિ 4.11(i) એ ખુલ્લો વક્ર છે, જ્યારે આકૃતિ 4.11 (ii) એ બંધ વક્ર છે. 4.10ની આકૃતિ (i), (ii), (v) અને (vi) માંથી તમે શોધી શકશો કે કયા ખુલ્લા અને કયા બંધ વક્ર છે? પાંચ વક્રો દોરો કે જે દરેક ખુલ્લાં અને બંધ હોય.



(i) (ii)

આકૃતિ 4.11

આકૃતિમાં સ્થાન

ટેનિસ કોર્ટમાંની કોર્ટ રેખા તેને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે. રેખાની અંદરનો, રેખા પરનો અને રેખાની બહારનો, લીટીને ક્રોસ કર્યા વગર તમે અંદર જઈ શકતા નથી.

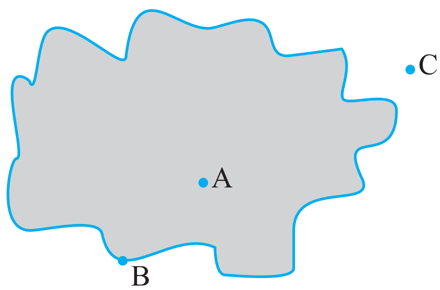
રોડથી તમારા ઘરના કંપાઉન્ડની દીવાલ અલગ હોય છે. જેને તમે કંપાઉન્ડની અંદરની બાજુ કંપાઉન્ડની હદ અને કંપાઉન્ડની બહારની બાજુ તેમ તમે કહો છો.

આ જ રીતે બંધ વક્રના ત્રણ ભાગ છે :

(i) વક્રનો અંદરનો ભાગ

(ii) વક્રની હદ

(iii) વક્રનો બહારનો ભાગ

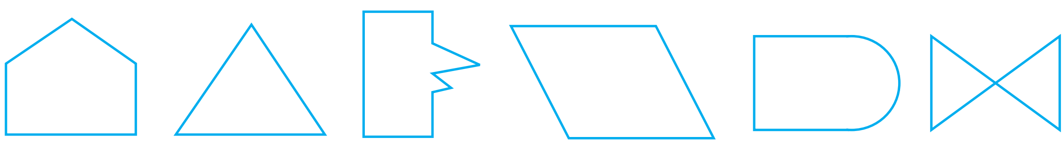


આકૃતિ 4.12

આકૃતિ 4.12માં A એ અંદરનો C એ બહારનો અને B એ વક્ર પરનો ભાગ છે. હદ સાથેના અંદરના ભાગને **પ્રદેશ** કહેવામાં આવે છે.

4.9 બહુકોણ (Polygons)

નીચે આપેલી 4.13 આકૃતિ (i), (ii), (iii), (iv) અને (v) જુઓ.



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

આકૃતિ 4.13

તમે શું કહી શકશો? શું તેઓ બંધ છે? તેમાંની દરેક બીજા કરતાં કેવી રીતે જુદી પડે છે. (i), (ii), (iii) અને (iv) એ વિશિષ્ટ છે, કારણ કે તે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી છે. તેઓને બહુકોણ કહેવામાં આવે છે.

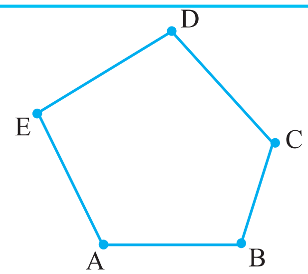
બહુકોણ એ એવી બંધ આકૃતિ છે કે જે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી હોય છે. દસ જુદા-જુદા આકારના બહુકોણ દોરો.

આ કરો :

નીચેનાનો ઉપયોગ કરી બહુકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો :

1. પાંચ દીવાસળીઓથી
2. ચાર દીવાસળીઓથી
3. ત્રણ દીવાસળીઓથી
4. બે દીવાસળીઓથી

કઈ અવસ્થામાં શક્ય નથી? શા માટે?



આકૃતિ 4.14

બાજુઓ (Sides), શિરોબિંદુઓ (Vertices) અને વિકર્ણો (Diagonals)

ઉપર આપેલી આકૃતિ 4.14નું અવલોકન કરો. સમર્થન આપો કે તે બહુકોણ છે.

બહુકોણની રચના કરતા રેખાખંડોને તેની બાજુઓ કહેવામાં આવે છે.

બહુકોણ ABCDEની બાજુઓ કઈ છે? (જુઓ કે ખૂણાઓનાં નામ ક્રમમાં કેવી રીતે આપવામાં આવ્યાં છે?)

બાજુઓ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ અને $\overline{EA}$ છે.

બાજુઓની જોડ જે બિંદુએ મળે છે તે બિંદુને શિરોબિંદુ કહે છે. બાજુઓ $\overline{AE}$ અને $\overline{ED}$ એ E બિંદુએ મળે છે તેથી E એ બહુકોણ ABCDE નું શિરોબિંદુ છે. બિંદુ B અને C એ બીજાં શિરોબિંદુઓ છે. આ બિંદુઓએ મળતી હોય તેવી બાજુઓનાં નામ તમે આપી શકશો?

જે બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તે બાજુઓને બહુકોણની પાસપાસેની બાજુઓ કહે છે.

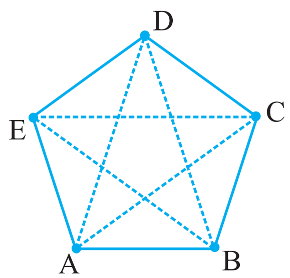
બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ પાસપાસેની બાજુઓ છે? $\overline{AE}$ અને $\overline{CD}$ વિશે શું કહી શકાય?

બહુકોણની દરેક બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને તે બહુકોણના પાસપાસેના બિંદુઓ કહેવાય. શિરોબિંદુ E અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ છે. જ્યારે શિરોબિંદુ A અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ નથી. તે શા માટે નથી તે તમે જોઈ શકો છો?

એવાં શિરોબિંદુઓની જોડ વિચારો કે જે પાસપાસેનાં ના હોય. આ શિરોબિંદુઓને જોડતાં મળતાં રેખાખંડને બહુકોણનો વિકર્ણ કહેવામાં આવે છે.

આકૃતિ 4.15માં $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ અને $\overline{CE}$ છે. એ વિકર્ણો છે.

શું $\overline{BC}$ એ વિકર્ણ છે? શા માટે અને શા માટે નહિ ?



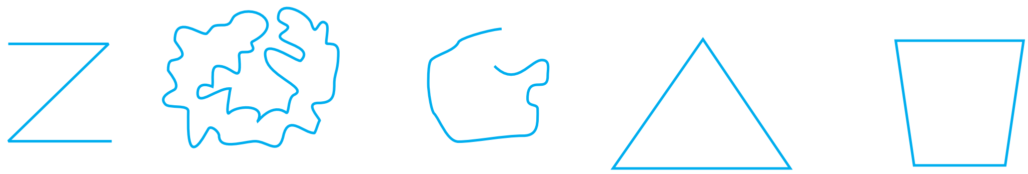
આકૃતિ 4.15

જો તમે પાસપાસેનાં બિંદુઓને જોડવા પ્રયત્ન કરશો તો તમને વિકર્ણ મળશે ખરો? આકૃતિ 4.15ની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ લખો.

ABCDEFGH બહુકોણ દોરો. તેની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને શિરોબિંદુઓ તથા આ બહુકોણના વિકર્ણો લખો.

સ્વાધ્યાય 4.2

1. નીચેના વક્રનું (i) ખુલ્લા અને (ii) બંધ વક્રમાં વર્ગીકરણ કરો :



(a) (b) (c) (d) (e)

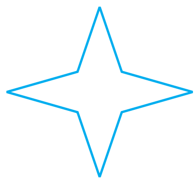
2. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવી રફ આકૃતિ દોરો :

   (a) ખુલ્લો વક્ર (b) બંધ વક્ર

3. કોઈ પણ બહુકોણ દોરી તેનો અંદરનો ભાગ છાયાંકિત કરો.

4. નીચે આપેલી આકૃતિ પરથી પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

   (a) શું તે વક્ર છે? (b) શું તે બંધ છે?



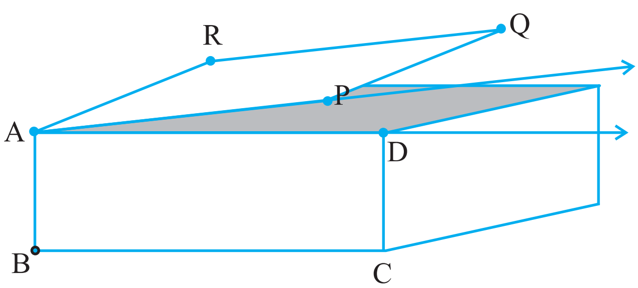
5. જો શક્ય હોય તો નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી રફ આકૃતિ દોરો :

   (a) બંધ વક્ર કે જે બહુકોણ ન હોય.

   (b) ખુલ્લો વક્ર કે જે સંપૂર્ણપણે રેખાખંડનો બનેલો હોય.

   (c) બે બાજુવાળો બહુકોણ

4.10 ખૂણો (Angle)

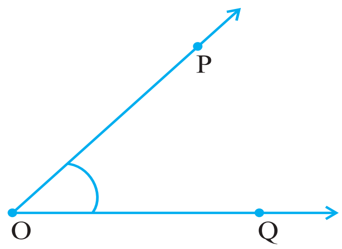


આકૃતિ 4.16

અહીં આકૃતિ 4.16માં પેટીની ટોચે મિજાગરાથી જોડાયેલું ઢાંકણ છે. પેટીની ધાર AD અને ઢાંકણની ધાર AP ને અનુક્રમે $\overrightarrow{AD}$ અને $\overrightarrow{AP}$ તરીકે કલ્પો. આ બંને કિરણોનું સામાન્ય અંત્યબિંદુ A છે. આ બંને કિરણો અહીં ભેગાં મળી ખૂણાની રચના કરે છે.

ખૂણો રચતાં બે કિરણો સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભવતાં હોય છે. ખૂણો રચતાં બે કિરણોને ખૂણાના ભૂજ અથવા બાજુઓ કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય બિંદુને ખૂણાનું શિરોબિંદુ (ઉદ્ભવબિંદુ) કહે છે.

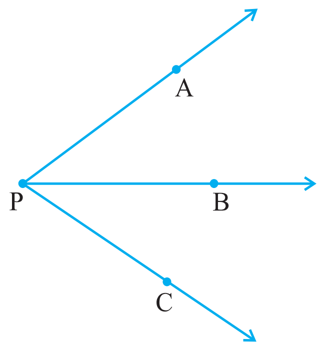
આકૃતિ 4.17માં દર્શાવેલ ખૂણો $\overrightarrow{OP}$ અને $\overrightarrow{OQ}$ વડે રચાય છે. આ બતાવવા માટે



આકૃતિ 4.17

શિરોબિંદુ આગળ નાના વક્રનો ઉપયોગ કરીશું. (આકૃતિ 4.17) O એ શિરોબિંદુ છે. બાજુઓ કઈ-કઈ છે? તે $\overrightarrow{OP}$ અને $\overrightarrow{OQ}$ નથી?

આપણે આ ખૂણાને નામ કેવી રીતે આપીશું? આપણે સરળતાથી કહી શકીશું કે અહીં O આગળનો ખૂણો છે. ખૂણાના નામની વધારે સ્પષ્ટતા માટે આપણે એવાં બિંદુઓ વિચારીએ કે દરેક બાજુ પરનું એક-એક બિંદુ હોય અને એક શિરોબિંદુ હોય. ખૂણા POQ ને સરળતાથી દર્શાવી શકાશે. જેને આપણે સંકેતમાં $\angle POQ$ વડે દર્શાવીશું.



આકૃતિ 4.18

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

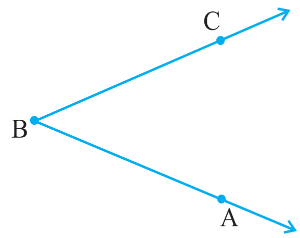
આકૃતિ 4.18 જુઓ. તેમાંના ખૂણાનું નામ શું છે? તેને $\angle P$ કહીશું? તેને બીજી રીતે દર્શાવી શકાય? $\angle P$નો અર્થ આપણે શું કરીએ છીએ? અહીં ખૂણાને દર્શાવવા માટે શિરોબિંદુ આપણને ઉપયોગી થશે? શા માટે?

$\angle P$નો અર્થ $\angle APB$, $\angle CPB$ અથવા $\angle APC$ થાય તે નક્કી કરવા વધુ માહિતીની જરૂર પડશે :

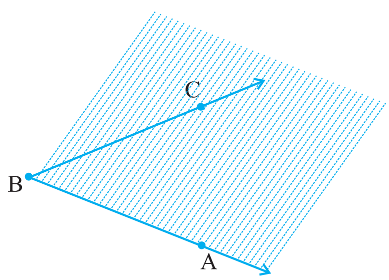
યાદ રાખો કે **ખૂણો દર્શાવીએ ત્યારે શિરોબિંદુ દર્શાવતો મૂળાક્ષર હંમેશાં વચ્ચે લખવામાં આવે છે.**

આ કરો :

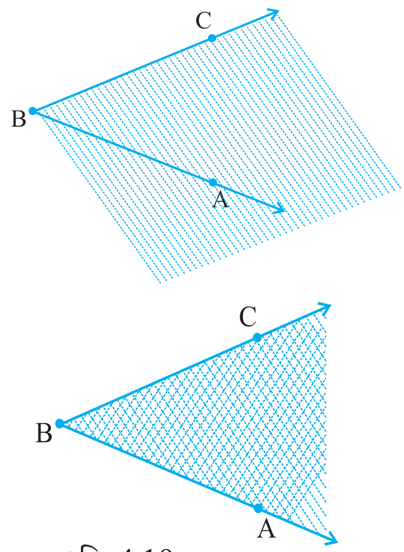
કોઈ ખૂણો દોરી તેને $\angle ABC$ વડે દર્શાવો.



$\overrightarrow{BA}$ થી $\overrightarrow{BC}$ તરફના ભાગને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે છાયાંકિત કરો.

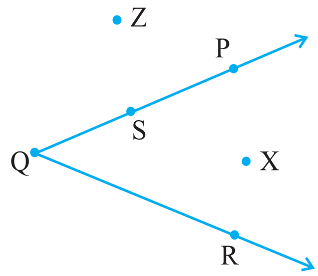


હવે બીજા કોઈ રંગ વડે આપેલા ખૂણાના $\overrightarrow{BC}$થી $\overrightarrow{BA}$ તરફના ભાગને છાયાંકિત કરો.



આકૃતિ 4.19

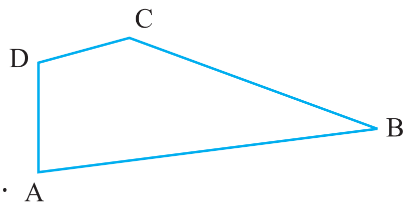
છાયાંકિત કરેલ બંને આકૃતિઓના સામાન્ય ભાગને $\angle ABC$ નો અંદરનો ભાગ કહે છે. (નોંધો કે અંદરનો ભાગ એ પ્રતિબંધિત વિસ્તાર નથી. બંને બાજુને અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય તેમ તેને પણ અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય.)



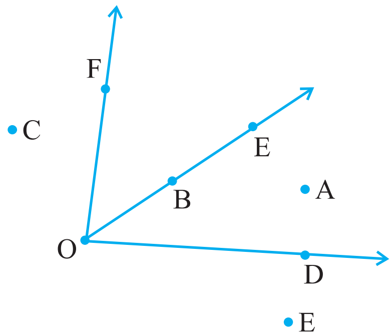
આકૃતિ 4.20

આકૃતિ 4.20માં X એ ખૂણાના અંદરના ભાગમાં આવેલું બિંદુ છે. Z એ અંદરનું બિંદુ નથી, પણ ખૂણાના બહારના ભાગમાં આવેલું છે અને S એ $\angle PQR$ પર આવેલું બિંદુ છે. આમ ખૂણો તેની સાથે ત્રણ ભાગોને જોડે છે.

સ્વાધ્યાય 4.3



1. બાજુમાં આપેલ આકૃતિ પરથી ખૂણા લખો :
2. બાજુમાં આપેલી આકૃતિ પરથી માંગેલાં બિંદુઓ લખો.
   (a) $\angle DOE$ નું અંદરનું બિંદુ
   (b) $\angle EOF$ નાં બહારનાં બિંદુઓ
   (c) $\angle EOF$ પરનાં બિંદુઓ

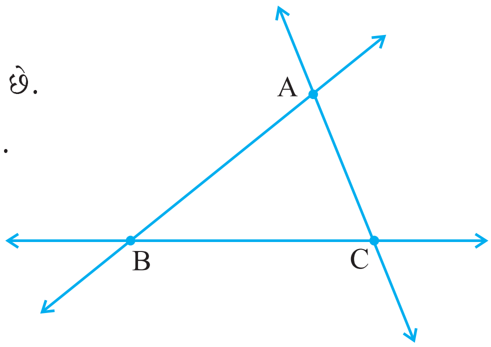


3. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી બે ખૂણાઓની કાચી આકૃતિ દોરો :
   (a) બંનેમાં એક સામાન્ય બિંદુ હોય.
   (b) બે સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   (c) ત્રણ સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   (d) ચાર સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   (e) એક કિરણ સામાન્ય હોય.

4.11 ત્રિકોણ (Triangle)

ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓવાળો બહુકોણ છે. હકીકતમાં તે સૌથી ઓછી બાજુ ધરાવતો બહુકોણ છે.

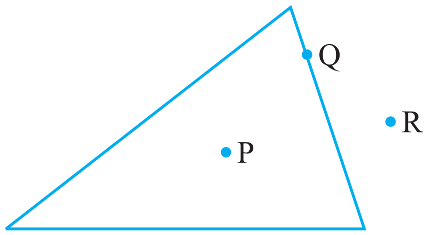
આકૃતિ 4.21માં દોરેલ ત્રિકોણ જુઓ. આપણે ત્રિકોણ ABCની જગ્યાએ ΔABC લખીશું.



આકૃતિ 4.21

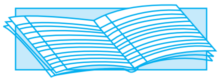
અહીં ΔABC માં કેટલી બાજુઓ અને કેટલા ખૂણા છે?

ત્રિકોણને ત્રણ બાજુઓ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ અને $\overline{CA}$ છે. તેને ત્રણ ખૂણાઓ $\angle BAC$, $\angle BCA$ અને $\angle ABC$ છે. બિંદુઓ A, B અને C ને ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ કહે છે.



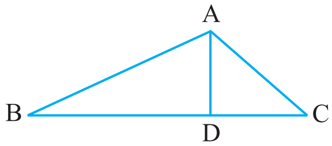
આકૃતિ 4.22

ત્રિકોણ એ અંદરનો અને બહારનો ભાગ ધરાવતો એક બહુકોણ છે. આકૃતિ 4.22માં P એ ત્રિકોણના અંદરના ભાગમાં R એ ત્રિકોણના બહારના ભાગમાં તથા Q એ ત્રિકોણ પરનું બિંદુ છે.



સ્વાધ્યાય 4.4

1. ΔABC ની કાચી આકૃતિ દોરો. બિંદુ P ને તેના અંદરના ભાગમાં અને બિંદુ Q ને તેના બહારના ભાગમાં દર્શાવો. શું બિંદુ A તેના અંદરના કે બહારના ભાગમાં છે?
2. નીચે દોરેલી આકૃતિ પરથી આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

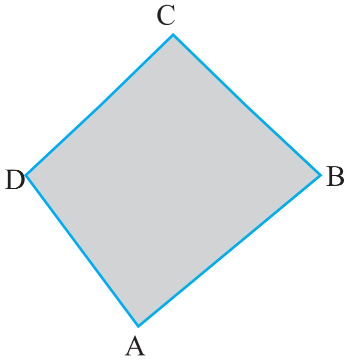


   (a) કોઈ પણ ત્રણ ત્રિકોણનાં નામ લખો.
   (b) સાત ખૂણાનાં નામ લખો.
   (c) છ રેખાખંડોનાં નામ લખો.
   (d) કયા બે ત્રિકોણમાં B સામાન્ય છે?

4.12 ચતુષ્કોણ (Quadrilaterals)

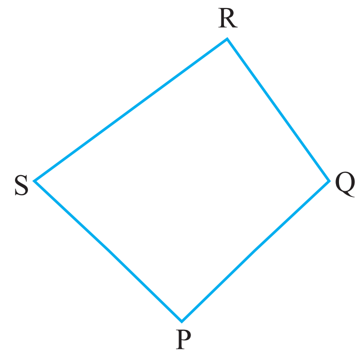
ચાર બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણને ચતુષ્કોણ કહે છે. તેને ચાર બાજુઓ અને ચાર ખૂણા હોય છે. ખૂણાઓના સંદર્ભમાં આપણે તેના અંદરના ભાગની કલ્પના કરી હતી.

નોંધો કે શિરોબિંદુનાં નામ ચક્રીય રીતે આપવામાં આવે છે?

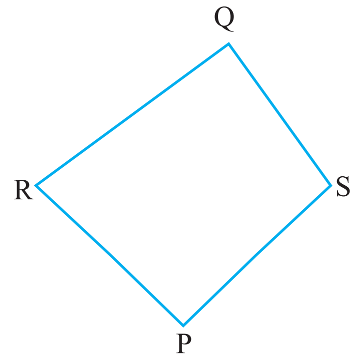


આકૃતિ 4.23

આકૃતિ 4.23માં દર્શાવેલ □ABCD ને ચાર બાજુઓ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ અને $\overline{DA}$ છે. તેને ચાર ખૂણાઓ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ અને $\angle D$ છે.

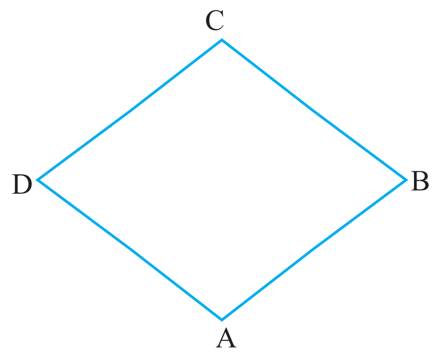


આ ચતુષ્કોણ PQRS છે.



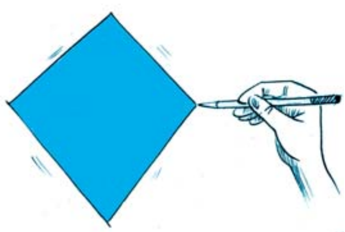
શું આ ચતુષ્કોણ PQRS છે?

ચતુષ્કોણ ABCD માં $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ એ પાસપાસેની બાજુઓ છે. પાસપાસેની બાજુઓની બીજી જોડ તમે લખી શકશો?



$\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ એ સામસામેની બાજુઓ છે. સામસામેની બાજુઓની બીજી જોડ લખો. $\angle A$ અને $\angle C$ ને સામસામેના ખૂણા કહે છે. તે જ રીતે $\angle D$ અને $\angle B$ સામસામેના ખૂણા છે. સ્વાભાવિક રીતે $\angle A$ અને $\angle B$ પાસપાસેના ખૂણા થાય. તમે પાસપાસેના ખૂણાની જોડ લખો, તે કહો.

સ્વાધ્યાય 4.5



1. ચતુષ્કોણની કાચી આકૃતિ દોરો. તેના વિકર્ણો દોરી તેનાં નામ આપો. વિકર્ણો એકબીજાને ચતુષ્કોણના અંદરના ભાગમાં મળશે કે બહારના ભાગમાં?
2. ચતુષ્કોણ KLMNની કાચી આકૃતિ દોરી હવે કહો.
   (a) સામસામેની બાજુઓની બે જોડ
   (b) સામસામેના ખૂણાઓની બે જોડ
   (c) પાસપાસેની બાજુઓની બે જોડ
   (d) પાસપાસેના ખૂણાઓની બે જોડ
3. **શોધો :**

પૂંઠાની પટ્ટીઓને જોડી ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણ બનાવો. ત્રિકોણના કોઈ એક શિરોબિંદુ આગળ દબાણપૂર્વક વાળો. આ જ કામ ચતુષ્કોણ માટે કરો.

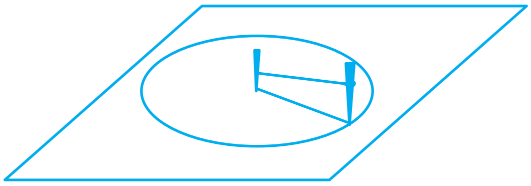
શું ત્રિકોણમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે? શું ચતુષ્કોણમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે ? શું ત્રિકોણનો મૂળ આકાર જળવાઈ રહે છે ? વીજળીના ટાવરનો આકાર ચતુષ્કોણ નહિ પણ ત્રિકોણ શા માટે રાખવામાં આવે છે?

4.13 વર્તુળ (Circle)

આપણે આપણી આજુબાજુમાંથી એવી ઘણી વસ્તુ શોધી શકીએ કે જે ગોળાકાર હોય. જેમ કે, પૈડું, બંગડી, સિક્કો વગેરે. આપણે ગોળ આકારોનો ઘણી જગ્યાએ ઉપયોગ કરીએ છીએ. સ્ટીલની ભારે પાઇપને ખેંચવા કરતાં આપણે સરળતાથી ગબડાવી શકીએ છીએ. વર્તુળ એ બંધ વક્ર છે પણ તે બહુકોણ નથી. તેને પોતાને પોતાના કેટલાક ખાસ ગુણધર્મો છે.

આ કરો :

એક કંકણ અથવા ગોળાકાર વસ્તુ કાગળ પર મૂકી તેના વર્તુળાકાર ભાગને પેન્સિલથી અંકિત કરો. જો તમારે વર્તુળાકાર બગીચો બનાવવો હોય તો તમે કેવી રીતે બનાવશો?



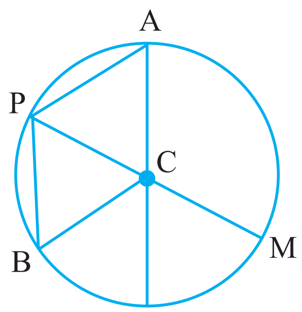
બે લાકડી અને એક દોરડાનો ટુકડો લો. એક લાકડીને મેદાનમાં ઊભી ખોંસો. તે માંગેલા વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. દોરડાના બંને છેડે એક-એક ગાળિયો બનાવો. કેન્દ્રમાંની લાકડી ફરતે એક ગાળિયો પરોવો અને બીજો ગાળિયો બીજી લાકડીમાં પરોવો. બંને લાકડીને જમીનને શિરોલંબ રાખો. દોરડાને ખેંચેલું રાખીને બીજી લાકડીથી રસ્તો તૈયાર કરો. તમને વર્તુળ મળે છે.

વર્તુળના ભાગ

આકૃતિ 4.24માં C કેન્દ્રવાળું વર્તુળ દોર્યું છે.

A, P, B અને M એ વર્તુળનાં બિંદુઓ છે. અહીં તમે જોઈ શકશો કે CA = CP = CB = CM.

દરેક ખંડ $\overline{CA}$, $\overline{CP}$, $\overline{CB}$, $\overline{CM}$ એ વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ છે. ત્રિજ્યાઓ એ એક એવા રેખાખંડ છે જેનું એક બિંદુ કેન્દ્ર અને બીજું વર્તુળ પરનું છે. $\overline{CP}$ અને $\overline{CM}$ એ ત્રિજ્યાઓ છે કે જ્યાં C, P અને M એક જ રેખા પર છે. $\overline{PM}$ ને વર્તુળનો વ્યાસ કહે છે.

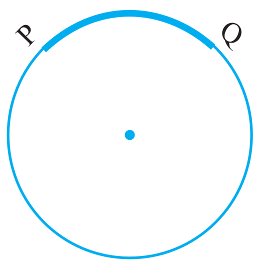


આકૃતિ 4.24

શું વર્તુળનો વ્યાસ ત્રિજ્યા કરતા બે ગણો છે? હા. $\overline{PB}$ એ જીવા છે. જે વર્તુળ પરનાં બે બિંદુઓને જોડે છે. $\overline{PM}$ પણ જીવા છે?

ચાપ એ વર્તુળનો ભાગ છે.

P અને Q બિંદુઓ વડે તમે વર્તુળની ચાપ PQ મેળવી શકો જે આકૃતિ 4.25માં દર્શાવેલ છે. આપણે તેને $\overparen{PQ}$ વડે દર્શાવીએ છીએ.



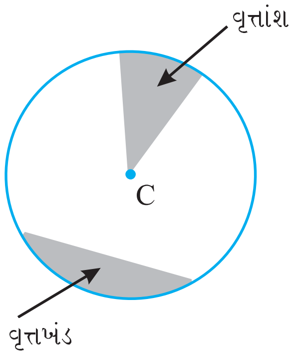
આકૃતિ 4.25

કોઈ પણ સામાન્ય બંધ વક્ર પરથી તમે વર્તુળના અંદરના અને બહારના ભાગ વિશે વિચારી શકો. વર્તુળનો અંદરના ભાગનો પ્રદેશ કે જેની એક બાજુ ચાપ હોય અને બીજી બે બાજુઓ ત્રિજ્યાઓની જોડ હોય તેને વૃત્તાંશ કહે છે.

વર્તુળના અંદરનો એવો પ્રદેશ કે જે ચાપ અને જીવા વડે ઘેરાયેલો હોય તેને વર્તુળનો વૃત્તખંડ કહે છે.

કોઈ ગોળાકાર વસ્તુ લઈને કોઈ દોરો તેને ગોળ ફરતે એક વખત વીંટાળો. આપેલી વસ્તુને ગોળ ફરતે એક વખત વીંટાળતાં જે અંતર દોરો આવરી લે તે અંતર આપેલ વર્તુળની લંબાઈ જેટલું હશે.

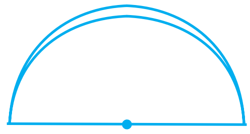
વર્તુળના ફરતા આ અંતરને વર્તુળનો પરિઘ કહે છે.



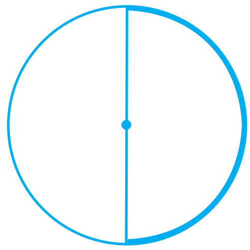
આકૃતિ 4.26

આ કરો :

એક ગોળાકાર શીટ લો. તેને છિદ્રમાંથી બે ભાગમાં વાળો. હવે વાળેલ ભાગને કેટલો તમે જોઈ શકશો? છિદ્ર સાથેની ગડી એ વર્તુળનો વ્યાસ છે.

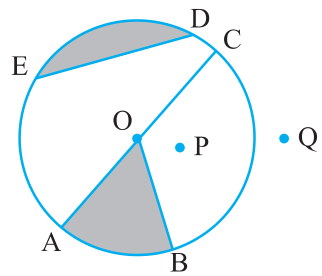


વર્તુળનો વ્યાસ એ વર્તુળને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક ભાગ એક અર્ધવર્તુળ છે. અર્ધવર્તુળ એ વર્તુળનો એવો ભાગ છે કે જેની હદ વ્યાસાંત બિંદુઓ છે.



સ્વાધ્યાય 4.6

1. બાજુમાં આપેલી આકૃતિના આધારે કહો :
   (a) વર્તુળનું કેન્દ્ર (b) ત્રણ ત્રિજ્યાઓ
   (c) વ્યાસ (d) જીવા
   (e) અંદરના ભાગનાં બે બિંદુઓ (f) બહારના ભાગનું બિંદુ
   (g) વૃત્તાંશ (h) વૃત્તખંડ



2. (a) શું દરેક વ્યાસ એ વર્તુળની જીવા છે?
   (b) શું દરેક જીવા એ વર્તુળનો વ્યાસ છે?
3. વર્તુળ દોરીને દર્શાવો.
   (a) તેનું કેન્દ્ર (b) ત્રિજ્યા
   (c) વ્યાસ (d) વૃત્તાંશ
   (e) વૃત્તખંડ (f) અંદરના ભાગનું બિંદુ
   (g) બહારના ભાગનું બિંદુ (h) ચાપ
4. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો.
   (a) વર્તુળના બે વ્યાસ હંમેશાં છેદે છે.
   (b) વર્તુળનું કેન્દ્ર હંમેશાં વર્તુળના અંદરના ભાગમાં હોય છે.

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. બિંદુ એક સ્થાન નક્કી કરે છે. તેને સામાન્ય રીતે અંગ્રેજીના મૂળાક્ષર વડે દર્શાવાય છે.
2. રેખાખંડ એ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું સૌથી ટૂંકું અંતર દર્શાવે છે. A અને B બિંદુઓને જોડીને રચેલ રેખાખંડને $\overline{AB}$ વડે દર્શાવાય છે.

3. જ્યારે એક રેખાખંડ જેમ કે $\overline{AB}$ ને બંને તરફ અનંત અંતર સુધી વિસ્તારતાં આપણને એક રેખા પ્રાપ્ત થાય છે. તેને $\overleftrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. તેને કેટલીક વખતે એક નાના અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જેમ કે l
4. બે ભિન્ન રેખાઓ કોઈ એક બિંદુએ મળે તો તેમને છેદતી રેખાઓ કહે છે.
5. સમતલમાં આવેલી બે રેખાઓ એકબીજીને મળે નહિ, તો તેમને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.
6. કિરણ એ રેખાનો એવો ભાગ છે કે જે એક બિંદુથી શરૂ થઈ એક જ દિશામાં અનંત સુધી જાય છે.
7. પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય કોઈ ચિત્ર (સીધી અથવા સીધી ન હોય) તેવું ચિત્ર દોરવામાં આવે તો તેને વક્ર કહેવાય. આ અર્થમાં રેખા એ પણ એક વક્ર છે.
8. જો કોઈ વક્ર પોતાને ન છેદે તો તેને સાદો વક્ર કહેવાય.
9. જો વક્રના છેડા જોડાયેલા હોય તો તેને બંધ વક્ર કહેવાય. અન્યથા તેને ખુલ્લો કહેવાય.
10. બહુકોણ એ સામાન્ય બંધ વક્ર છે. જે રેખાખંડોથી બનેલો છે. અહીં,
    (i) રેખાખંડો એ બહુકોણની બાજુઓ છે.
    (ii) કોઈ પણ બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તો તે પાસપાસેની બાજુઓ છે.
    (iii) બાજુઓની જોડના મળતાં સામાન્ય બિંદુઓને શિરોબિંદુ કહે છે.
    (iv) સરખી બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને પાસપાસેના શિરોબિંદુ કહેવાય.
    (v) પાસપાસે ન હોય તેવાં બે શિરોબિંદુને જોડવામાં આવે તો તેને વિકર્ણ કહેવાય.
11. સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્‌ભવતાં બે કિરણો ખૂણો રચે છે.
    બે કિરણો $\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OB}$ $\angle AOB$ રચે છે. (અથવા તેને $\angle BOA$ પણ કહેવાય.)
    ખૂણો એ વિસ્તારને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે.
    ખૂણો, ખૂણાનો અંદરનો ભાગ અને ખૂણાનો બહારનો ભાગ
12. ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુવાળો બહુકોણ છે.
13. ચતુષ્કોણ એ ચાર બાજુવાળો બહુકોણ છે. (જેને ચક્રીય રીતે નામ આપવામાં આવે છે.)
    ચતુષ્કોણ ABCDમાં $\overline{AB}$ અને $\overline{DC}$ તથા $\overline{AD}$ અને $\overline{BC}$ એ વિરુદ્ધ બાજુઓની જોડ છે. $\angle A$ અને $\angle C$ તથા $\angle B$ અને $\angle D$ એ સામસામેના ખૂણા છે. $\angle A$ એ $\angle B$ અને $\angle D$ની પાસેનો ખૂણો છે. આ પ્રકારના બાકીના ત્રણ ખૂણાઓ સંબંધ ધરાવે છે.
14. વર્તુળ એ કોઈ ચોક્કસ બિંદુથી સરખા અંતરે ફરતાં બિંદુઓનો માર્ગ છે. ચોક્કસ બિંદુ એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. ચોક્કસ અંતર એ ત્રિજ્યા છે અને વર્તુળની લંબાઈ એ તેનો પરિઘ છે.
    વર્તુળની જીવા એ વર્તુળ પરનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ છે.
    વ્યાસ એ વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવા છે.
    વૃત્તાંશ એ વર્તુળના અંદરના ભાગનો એવો પ્રદેશ છે, જે એક બાજુ ચાપ અને બીજી બે બાજુઓ ત્રિજ્યાની બંને જોડથી બંધ છે.
    વર્તુળનો ખંડ એ વર્તુળના અંદરનો ભાગ છે, જે ચાપ અને જીવા વડે બંધ છે.
    વર્તુળનો વ્યાસ એ વર્તુળને બે અર્ધવર્તુળમાં વહેંચે છે.

પાયાના આકારોની સમજૂતી

પ્રકરણ 5

5.1 પ્રાસ્તાવિક

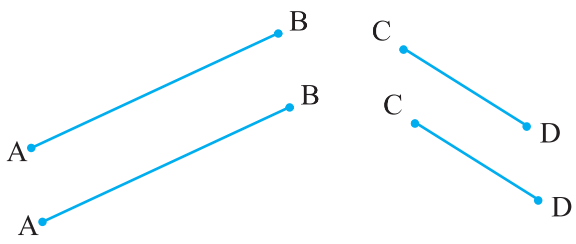
રેખા અથવા વક્રની રચનાના જુદા-જુદા આકારો આપણે જોયાં. આપણી આજુબાજુ ખૂણો, ધાર, સપાટ, ખુલ્લો વક્ર અને બંધ વક્ર જેવા આકારો આપણે જોઈએ છીએ. જેમને રેખાખંડ, ખૂણા, ત્રિકોણ, બહુકોણ અને વર્તુળ સ્વરૂપે ગોઠવ્યાં છે. આપણે જોયું કે તેમનાં માપ અને કદ જુદાં-જુદાં હોય છે. તેમના કદની સરખામણી કરવા માટે ચાલો આપણે જુદાં-જુદાં ઉપકરણો બનાવીએ.

5.2 રેખાખંડનું માપન

આપણે ઘણા રેખાખંડો જોયા અને દોર્યા પણ છે. ત્રિકોણ એ ત્રણ રેખાખંડોથી બને છે. ચતુષ્કોણને ચાર રેખાખંડો હોય છે.

રેખાખંડ એ રેખાનો ચોક્કસ ભાગ છે, તેથી રેખાખંડનું માપન શક્ય છે. દરેક રેખાખંડનું માપન એ અનન્ય સંખ્યા હોય છે. જેને તેની લંબાઈ કહે છે. આપણને તે રેખાખંડની સરખામણી કરવામાં ઉપયોગી થશે.

કોઈ પણ બે રેખાખંડોની સરખામણી અને તેમની લંબાઈ વચ્ચેનો સંબંધ આપણે શોધી શકીશું. તે જુદી-જુદી રીતે ઓળખી શકાય.

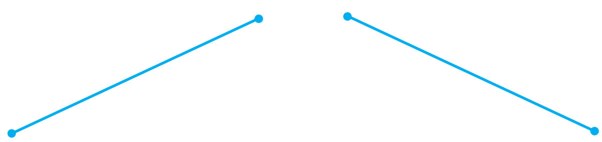


(i) અવલોકન વડે સરખામણી

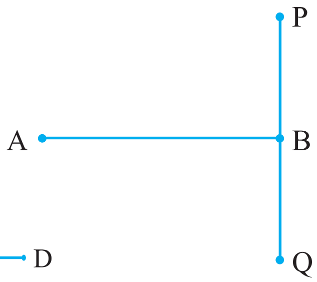
આકૃતિ જોઈને કહી શકાય કે કયો રેખાખંડ લાંબો છે?

તમે જોઈ શકશો કે $\overline{AB}$ લાંબો છે, પરંતુ તમે હંમેશાં ખાતરીપૂર્વક નિર્ણય કરી શકો નહિ.

દાખલા તરીકે, બાજુમાં આપેલા રેખાખંડો જુઓ. બંનેની લંબાઈ વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ રીતે કહી શકાતો નથી.



બીજી કોઈ પણ રીતે તેની સરખામણી કરવી જરૂરી છે. નીચે આપેલી આકૃતિમાં $\overline{AB}$ અને $\overline{PQ}$ સરખી લંબાઈના છે તે સ્પષ્ટ થતું નથી.



તેથી આપણને રેખાખંડોની સરખામણી કરવા માટેની સારી રીતની જરૂર છે.

(ii) ટ્રેસિંગ દ્વારા સરખામણી

$\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ ની સરખામણી માટે આપણે ટ્રેસિંગ કાગળ વાપરીશું. $\overline{AB}$ ટ્રેસ કર્યો છે. તેના પર $\overline{CD}$ ટ્રેસ કરો.

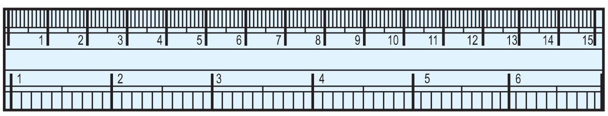
શું તમે $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ માંથી કયો લાંબો છે, તે નક્કી કરી શકશો?

આ પદ્ધતિ રેખાખંડને તમે કેટલો કાળજીપૂર્વક ટ્રેસિંગ કરો છો તેના પર આધારિત છે.

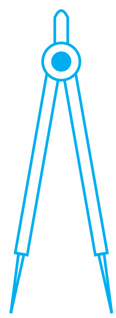
વધુમાં જો તમે બીજી કોઈ લંબાઈ સાથે સરખામણી કરવી હોય તો તમારે બીજા રેખાખંડને ટ્રેસ કરવો પડે. જ્યારે તમારે સરખામણી કરવી હોય, ત્યારે દરેક વખતે લંબાઈને ટ્રેસ કરી શકાય નહિ તેથી આ પદ્ધતિ કઠિન છે.

(iii) માપપટ્ટી અને દ્વિભાજક વડે સરખામણી

તમે તમારી કંપાસપેટીના બધાં સાધનોને ઓળખો છો ખરા? તેમાં માપપટ્ટી અને દ્વિભાજક પણ છે.



માપપટ્ટી

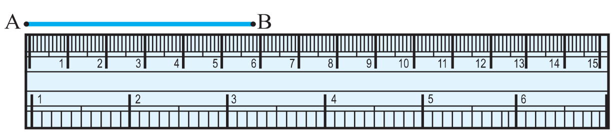


દ્વિભાજક

માપપટ્ટીની દરેક ધાર સહિત તેના પર કેવું અંકન કરવામાં આવેલ છે તે જુઓ. તેને 15 ભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. આ 15માંના દરેક ભાગની લંબાઈ 1 સેમી છે.

દરેક સેન્ટિમીટરને 10 પેટાવિભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. દરેક ભાગના પેટાવિભાગની લંબાઈ 0.1 સેમી છે. 0.1 સેમી એટલે કે 1 મિમી છે.

> 1 મિમી = 0.1 સેમી
> 2 મિમી = 0.2 સેમી તેથી
> 2.3 સેમીનો અર્થ 2 સેમી અને 3 મિમી થશે.



કેટલા મિમીથી 1 સેમી બને? જુઓ 1 સેમી = 10 મિમી. 2 સેમીને આપણે કેવી રીતે લખીશું? 3 મિમી ને? 7.7 સેમીનો અર્થ શું કરીશું?

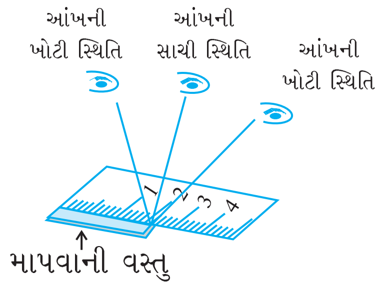
માપપટ્ટીના 0 અંકને A બિંદુએ ગોઠવો. B સામેનો અંક વાંચો. આ $\overline{AB}$ની લંબાઈ દર્શાવશે. ધારો કે લંબાઈ 5.8 હોય તો આપણે લખી શકીએ કે,

લંબાઈ AB = 5.8 સેમી અથવા વધુ સરળ રીતે AB = 5.8 સેમી

આ રીતમાં ઘણી ભૂલો થઈ શકે છે. માપપટ્ટીની જાડાઈ વધુ હોય તો તેના પર અંકિત થયેલા માપ લેવામાં ઘણી તકલીફ પડે છે.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો.

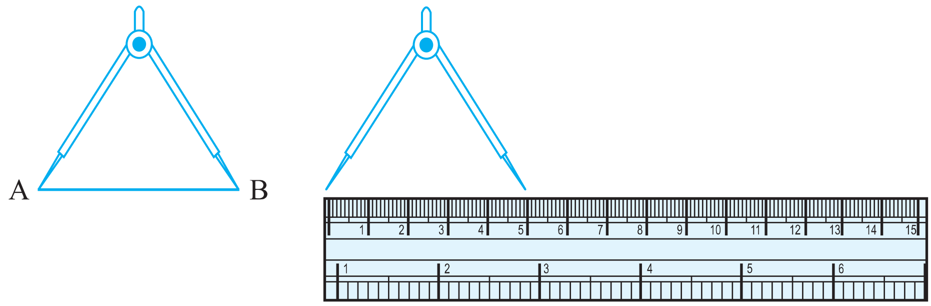
1. બીજી કઈ ભૂલો અને મુશ્કેલીઓ પડી શકે?
2. માપપટ્ટી પરના અંક યોગ્ય રીતે ન હોય તો તે જોવા માટે કયા પ્રકારની ભૂલ થઈ શકે છે? તેને તમે કેવી રીતે દૂર કરી શકો?



સ્થિતિની ભૂલ

સાચા માપ માટે આંખની સ્થિતિ યોગ્ય હોવી જોઈએ. આંખ અંકની લંબરૂપે હોવી જોઈએ. અન્યથા ત્રાંસી નજરે જોવામાં આવે તો ભૂલ થઈ શકે છે.

આપણે આ સમસ્યા દૂર કરી શકીએ? તેની કોઈ વધુ સારી રીત છે?
ચાલો લંબાઈ માપવા માટે દ્વિભાજકનો ઉપયોગ કરીએ.



દ્વિભાજકને પહોળું કરો. તેની એક બાજુના અંતિમ છેડાને A પર અને બીજાને B પર ગોઠવો. દ્વિભાજકને પહોળું કરતી વખતે ધ્યાન રાખો કે તે વાગી ન જાય. દ્વિભાજકને ઉપાડી તેને માપપટ્ટી પર ગોઠવો. ખાતરી કરો કે તેનો એક છેડો માપપટ્ટીના શૂન્ય અંક પર છે. હવે બીજા અંત્ય છેડા સામેનો માપપટ્ટીનો અંક વાંચો.

પ્રયત્ન કરો.

1. એક પોસ્ટકાર્ડ લો. આ રીતનો ઉપયોગ કરી તેની પાસપાસેની બાજુઓ માપો.
2. સમતલ સપાટી હોય તેવી ત્રણ વસ્તુઓ પસંદ કરો. માપપટ્ટી અને દ્વિભાજકનો ઉપયોગ કરી તેની બધી બાજુઓ માપો.

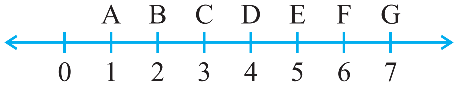
સ્વાધ્યાય 5.1

1. માત્ર નિરીક્ષણ કરી રેખાખંડોની સરખામણી કરવામાં કયો ગેરલાભ થાય છે ?
2. રેખાખંડની લંબાઈ માપવા માટે માપપટ્ટી કરતાં દ્વિભાજક શા માટે વધુ ઉપયોગી ?
3. કોઈ રેખાખંડ દોરી તેને $\overline{AB}$ કહો. કોઈ બિંદુ C ને A અને B વચ્ચે રેખાખંડ પર દર્શાવો. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ અને $\overline{AC}$ ની લંબાઈ માપો. શું $AB = AC + CB$ છે?

   (**નોંધ :** A, B અને C રેખા પરનાં એવાં બિંદુઓ હોય કે જેથી $AC + CB$ થાય તો ચોક્કસ કહી શકાય કે C બિંદુ A અને Bની વચ્ચે હશે.)

4. રેખા પર ત્રણ બિંદુઓ A, B અને C છે. જો AB = 5 સેમી, BC = 3 સેમી અને AC = 8 સેમી હોય તો કયું બિંદુ બાકીના બેની વચ્ચે હશે?

5. ચકાસો કે D બિંદુ એ $\overline{AG}$ નું મધ્યબિંદુ છે.



6. B એ $\overline{AC}$ નું મધ્યબિંદુ છે અને C એ $\overline{BD}$ નું મધ્યબિંદુ છે. A, B, C અને D એક જ રેખા પર છે. AB = CD શા માટે કહી શકાય?

7. પાંચ ત્રિકોણ દોરી તેમની બાજુઓ માપો. દરેક સ્થિતિમાં ચકાસો કે કોઈ પણ બે બાજુના માપનો સરવાળો હંમેશાં તેની ત્રીજી બાજુ કરતાં વધુ જ હોય.

5.3 ખૂણો (Angle), કાટખૂણો (Right Angle) અને સરળકોણ (Straight Angle)

તમે ભૂગોળમાં દિશાઓ વિશે સાંભળ્યું હશે. આપણે જાણીએ છીએ કે ચીન ભારતની ઉત્તરે છે. શ્રીલંકા એ દક્ષિણમાં છે. વધુમાં જાણીએ છીએ કે સૂર્ય પૂર્વમાં ઊગે છે અને પશ્ચિમમાં આથમે છે. ચાર મુખ્ય દિશાઓ છે : તેઓ ઉત્તર (N), દક્ષિણ (S), પૂર્વ (E) અને પશ્ચિમ (W).

તમે જાણો છો કે ઉત્તરની વિરુદ્ધમાં કઈ દિશા છે? પશ્ચિમની વિરુદ્ધમાં કઈ દિશા છે? તમે પહેલેથી જ જાણો છો તે જ્ઞાનનો ઉપયોગ કરીને ખૂણાના કેટલાક ગુણધર્મો શીખીએ.

ઉત્તર દિશા તરફ મુખ રાખી ઊભા રહો.

આ કરો :

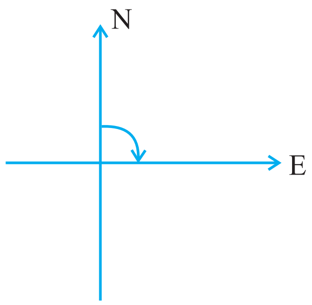
ઘડિયાળની દિશામાં પૂર્વ તરફ ફરો.

આપણે કહી શકીશું કે તમે **કાટખૂણા** જેટલું ફર્યા.

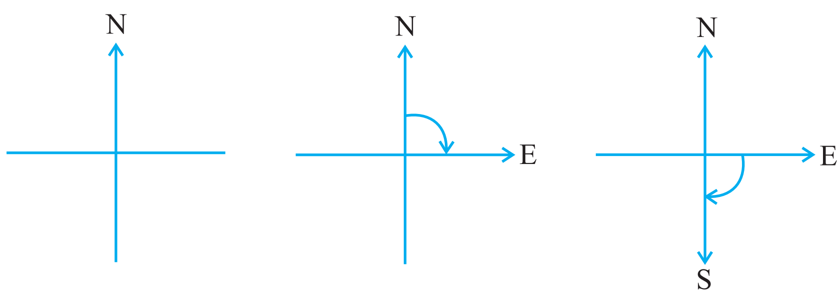
હવે આ જ રીતે કાટખૂણો આંતરે તેટલું ઘડિયાળની દિશામાં ફરો.

હવે તમારું મુખ દક્ષિણ દિશા તરફ છે.

જો તમે કાટખૂણા જેટલું ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં ફરો તો તમે કઈ દિશામાં હશો? તે ફરીથી પૂર્વ હશે? શા માટે?



નીચેની પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરો :

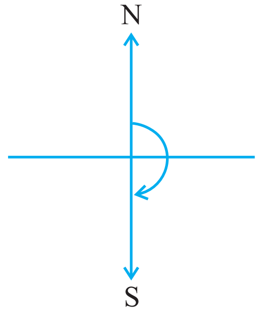


તમે ઉત્તર દિશામાં મુખ રાખીને ઊભા છો.

ઘડિયાળની દિશામાં કાટખૂણા જેટલું ફરતાં મુખ પૂર્વ દિશામાં થાય છે.

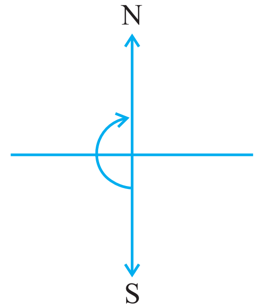
કાટખૂણા જેટલું બીજું અંતર ખસતાં મુખ દક્ષિણ તરફ થશે

ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ ખસતાં તમે બે કાટખૂણા જેટલું અંતર ફરો છો. શું આ એક સાથે બે કાટખૂણા જેટલું ફરવા બરાબર નથી ?



ઉત્તરથી પશ્ચિમ તરફ ફરવું એ એક કાટખૂણા જેટલું હોય છે. ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ ફરવું એ બે કાટખૂણા જેટલું હોય છે. તેને સરળકોણ કહે છે. ($\overleftrightarrow{NS}$ એ સીધી રેખા છે.)

તમારો ચહેરો દક્ષિણ દિશામાં રહે તેમ ઊભા રહો.



સરળકોણ જેટલું ફરો.

હવે તમારો ચહેરો કઈ દિશામાં હશે?

તમારો ચહેરો ઉત્તર દિશામાં છે.

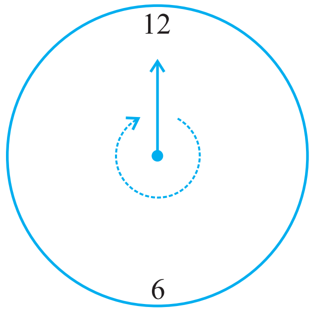
ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં ફરતાં તમે એક સરળકોણ જેટલું ફરો છો. ફરીથી તે જ દિશામાં દક્ષિણથી ઉત્તર ફરો છો. ત્યારે બીજા સરળકોણ જેટલું ફરો છો. આમ બે સરળકોણ જેટલું ફરવાથી તમે મૂળ સ્થિતિમાં પહોંચો છો.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો.

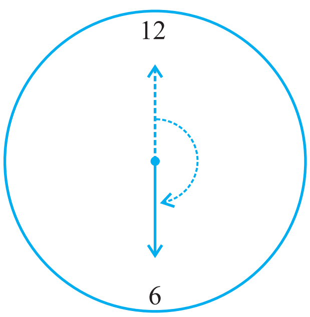
એક જ દિશામાં કેટલા કાટખૂણા જેટલું ફરવાથી તમે મૂળ સ્થિતિમાં પહોંચી શકો?

એક જ દિશામાં બે સરળકોણ (અથવા ચાર કાટખૂણા) જેટલું ફરતાં એક પૂર્ણ આંટો બને છે. એક પૂર્ણ આંટાને એક પરિભ્રમણ કહે છે. એક પરિભ્રમણથી રચાતા ખૂણાને **સંપૂર્ણ ખૂણો** કહે છે.

આપણે ઘડિયાળના ચંદા પર પરિભ્રમણ જોઈ શકીએ છીએ. જ્યારે ઘડિયાળનો કાંટો એક સ્થિતિમાંથી બીજી સ્થિતિમાં જાય છે, ત્યારે તે ખૂણો આંતરે છે.



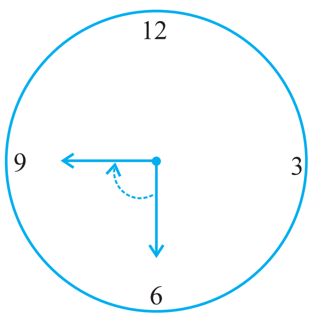
ધારો કે ઘડિયાળનો કાંટો 12 વાગ્યાથી શરૂ કરી ફરીથી 12 ઉપર પહોંચે, ત્યાં સુધી ગોળ ફરે છે. શું તે એક પરિભ્રમણ રચતો નથી? કેટલા કાટખૂણા ખસ્યો ગણાય? નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :



$\frac{1}{2}$ આંટો

અથવા

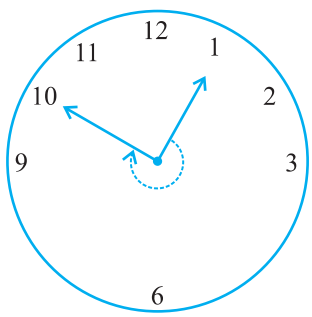
2 કાટખૂણા



$\frac{1}{4}$ આંટો

અથવા

1 કાટખૂણો



$\frac{3}{4}$ આંટો

અથવા

3 કાટખૂણા

પ્રયત્ન કરો.

1. અડધા પરિભ્રમણ દ્વારા રચાતા ખૂણાને શું કહે છે ?
2. ચોથા ભાગના પરિભ્રમણથી રચાતા ખૂણાને શું કહે છે?
3. ઘડિયાળનો $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{4}$ આંટો દર્શાવે તેવી પાંચ આકૃતિઓ દોરો.

નોંધો કે $\frac{3}{4}$ આંટાને કોઈ ખાસ નામ વડે દર્શાવી શકાતું નથી.

સ્વાધ્યાય 5.2

1. ઘડિયાળનો કલાકનો કાંટો નીચેના સમય પ્રમાણે ઘડિયાળની દિશામાં ફરે છે તો તે કેટલું પરિભ્રમણ ફરશે તે અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવો :

   (a) 3 થી 9 (b) 4 થી 7 (c) 7 થી 10

   (d) 12 થી 9 (e) 1 થી 10 (f) 6 થી 3

2. ઘડિયાળનો કાંટો ક્યાં ઊભો હશે?

   જો

   (a) 12થી શરૂ કરે અને $\frac{1}{2}$ આંટો ઘડિયાળની દિશામાં પૂર્ણ કરે.

   (b) 2 થી શરૂ કરે અને ઘડિયાળની દિશામાં $\frac{1}{2}$ આંટો પૂર્ણ કરે.

   (c) 5 થી શરૂ કરે અને ઘડિયાળની દિશામાં $\frac{1}{4}$ આંટો ફરે.

   (d) 5 થી શરૂ કરે અને ઘડિયાળની દિશામાં $\frac{3}{4}$ આંટો ફરે.

3. તમે કઈ દિશામાં ઊભા છો અને કઈ દિશામાં પહોંચો છો?

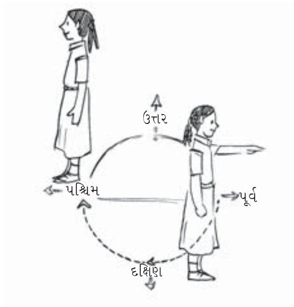
   જો

   (a) પૂર્વમાંથી ઘડિયાળની દિશામાં $\frac{1}{2}$ આંટો.

   (b) પૂર્વમાંથી ઘડિયાળની દિશામાં $1\frac{1}{2}$ આંટો.

   (c) પશ્ચિમમાંથી ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં $\frac{3}{4}$ આંટો.

   (d) દક્ષિણમાંથી એક પૂર્ણ આંટો છેલ્લા પ્રશ્ન માટે ઘડિયાળની દિશા કે વિરુદ્ધ દિશા જણાવવું જરૂરી છે ? શા માટે નહિ ?



4. તમે ઊભા છો તે દિશામાંથી ફરો, ત્યારે કેટલો આંટો ફરો છો તે કહો.

   (a) પૂર્વમાંથી ઘડિયાળની દિશામાં ઉત્તરમાં

   (b) દક્ષિણમાંથી ઘડિયાળની દિશામાં પૂર્વમાં

   (c) પશ્ચિમમાંથી ઘડિયાળની દિશામાં પૂર્વમાં

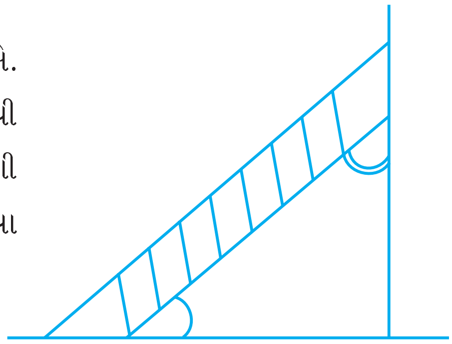
5. ઘડિયાળનો કલાકનો કાંટો નીચેના સમય દરમિયાન કેટલા કાટખૂણા જેટલું ફરે છે તે કહો :

   (a) 3 થી 6 (b) 2 થી 8 (c) 5 થી 11

   (d) 10 થી 1 (e) 12 થી 9 (f) 12 થી 6

6. આપેલ સ્થિતિમાંથી તમે ફરો ત્યારે કેટલા કાટખૂણા રચાશે?
   (a) ઘડિયાળની દિશામાં દક્ષિણમાંથી પશ્ચિમમાં
   (b) ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં ઉત્તરથી પૂર્વમાં
   (c) પશ્ચિમથી પશ્ચિમમાં
   (d) દક્ષિણથી ઉત્તરમાં
7. ઘડિયાળના કાંટા ફરીને ક્યાં ઊભા રહેશે?
   (a) 6 વાગે શરૂ કરીને 1 કાટખૂણા જેટલું ફરીને
   (b) 8 વાગે શરૂ કરીને 2 કાટખૂણા જેટલું ફરીને
   (c) 10 વાગે શરૂ કરીને 3 કાટખૂણા જેટલું ફરીને
   (d) 7 વાગે શરૂ કરીને 2 સરળકોણ જેટલું ફરીને

5.4 ખૂણો (Angle), લઘુકોણ (Acute Angle), ગુરુકોણ (Obtuse Angle) અને પ્રતિબિંબકોણ (Reflex Angle)

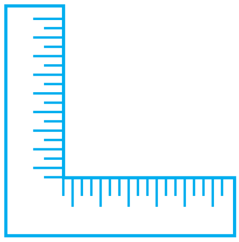


આપણે કાટખૂણા અને સરળકોણ વિશે જાણીએ છીએ. જોકે સમગ્ર સભ્યાસમાં બધા જ ખૂણાઓ આ બંનેમાંથી કોઈ એક જ પ્રકારના હોય તે જરૂરી નથી. નિસરણી દીવાલ સાથે જે ખૂણો બનાવે છે (અથવા ભોંયતળિયા સાથે) તે કાટખૂણો કે સરળકોણ નથી.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો.

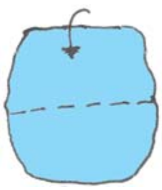
શું આ ખૂણા કાટખૂણા કરતાં નાના છે?

શું આ ખૂણા કાટખૂણા કરતાં મોટા છે?



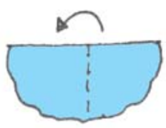
તમે સુથારનો કાટખૂણિયો જોયો છે? તે અંગ્રેજી મૂળાક્ષર ‘L’ જેવો દેખાય છે. તેનો ઉપયોગ તે કાટખૂણો માપવા કરે છે. ચાલો, આપણે કાટખૂણા માટે તેવું જ ‘ટેસ્ટર’ બનાવીએ.

આ કરો :



પગલું 1

કાગળનો ટુકડો લો.



પગલું 2

તેને વચ્ચેથી વાળો.

પગલું 3

સીધી ધારથી ફરીથી વાળો.

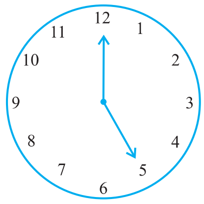
તમારું ‘ટેસ્ટર’ તૈયાર થઈ ગયું. તમારા કામચલાઉ કાટખૂણિયા ટેસ્ટરનું અવલોકન કરો. (જેને આપણે RA ટેસ્ટર કહીશું.) તેની એક ધારનો અંત બીજા પર બંધબેસતો છે?

ધારો કે ખૂણો ધરાવતો કોઈ આકાર આપ્યો છે. તમે તમારા RA ટેસ્ટરનો ઉપયોગ આ ખૂણો ચકાસવા કરી શકશો.

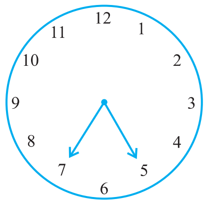
શું પેપરના ખૂણા સાથે તેની ધારો જોડાય છે ? (જો હા, તો તે કાટખૂણો દર્શાવે છે.)

પ્રયત્ન કરો.

1. ઘડિયાળનો કાંટો 12 થી શરૂ કરી 5 પર જાય છે. શું ઘડિયાળના આ કાંટાનો આંટો એક કાટખૂણા કરતાં વધારે છે?



2. ઘડિયાળનો કાંટો 5થી શરૂ કરી 7 પર ખસે ત્યારે તે કેટલો ખૂણો બનાવશે? શું તે ખૂણો 1 કાટખૂણા કરતાં વધુ હશે?
3. નીચેનો સમય દર્શાવતી ઘડિયાળ દોરી RA ટેસ્ટર વડે ખૂણો ચકાસો :

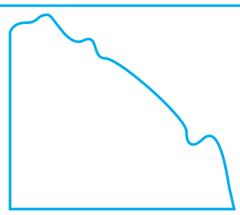
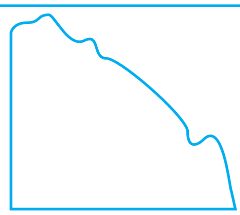


   (a) 12થી શરૂ કરી 2 પર ખસે છે.

   (b) 6થી શરૂ કરી 7 પર ખસે છે.

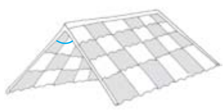
   (c) 4થી શરૂ કરી 8 પર ખસે છે.

   (d) 2થી શરૂ કરી 5 પર ખસે છે.
4. ખૂણા સાથેના પાંચ જુદા-જુદા આકાર લો. આ ખૂણાઓનાં નામ આપો. તમારા ટેસ્ટર વડે માપો અને દરેક કિસ્સાના પરિણામને આપેલ કોઠામાં લખો.

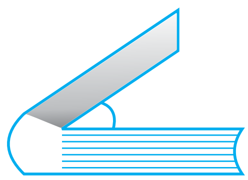
ખૂણો	થી નાનો	થી મોટો
		
A	....	....
B	....	....
C	....	....
.		
.		
.		
.		

બીજાં નામ

- કાટખૂણા કરતાં નાનું માપ ધરાવતા ખૂણાને લઘુકોણ કહે છે. નીચેના લઘુકોણ દર્શાવે છે :

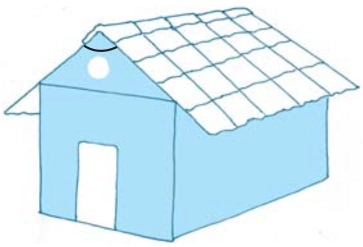

છત


ચીચવો

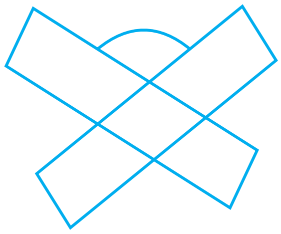

ખુલ્લું પુસ્તક

તમે જોઈ શકશો કે તેમાંના દરેક આંટાના $\frac{1}{4}$ ભાગ કરતાં પણ નાનો છે. RA ટેસ્ટર વડે તેને ચકાસો.

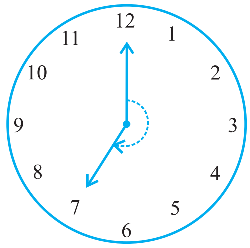
- જો ખૂણાનું માપ કાટખૂણા કરતાં વધુ હોય પણ સરળકોણથી ઓછું હોય તો તેને ગુરુકોણ કહે છે. નીચેના ગુરુકોણ દર્શાવે છે :



ઘર



ચોપડી વાંચવાનું સ્ટૅન્ડ



તમે જોશો કે તેમાંના દરેક આંટાના $\frac{1}{4}$ ભાગ કરતાં વધુ જ્યારે અડધા આંટા કરતાં ઓછો છે. તમારું RA ટેસ્ટર તપાસવા માટે મદદરૂપ થશે. અગાઉના ઉદાહરણમાં ગુરુકોણ શોધી કાઢો.

- પ્રતિબિંબ ખૂણો એ સરળકોણ કરતાં મોટો હોય છે.
  તે આ પ્રકારે દેખાય છે. (ખૂણો દર્શાવેલ છે તે જુઓ.)
  આ અગાઉ પ્રતિબિંબ ખૂણો ધરાવતા આકાર તમે ક્યારેય બનાવેલ છે?
  તમે તેમને કેવી રીતે માપતા હતા?

પ્રયત્ન કરો.

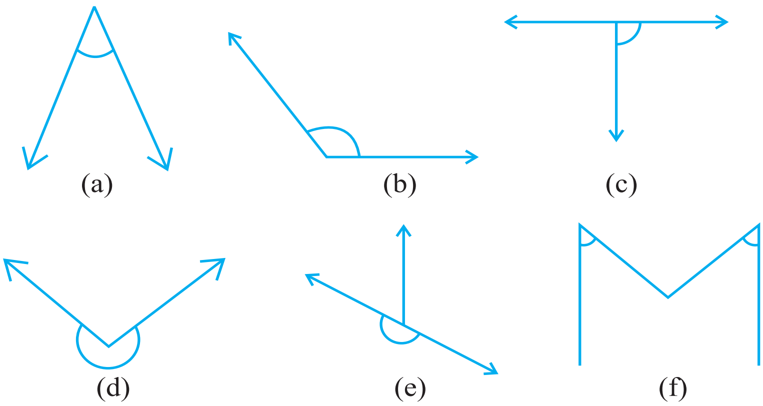
1. તમારી આજુબાજુમાં ધારો મળીને ખૂણો બનાવતી હોય તેવી દસ સ્થિતિ શોધીને લખો.
2. એવી 10 સ્થિતિ શોધીને લખો કે જ્યાં લઘુકોણ રચાતો હોય.
3. એવી 10 સ્થિતિ લખો કે જ્યાં કાટખૂણો રચાતો હોય.
4. એવી 5 સ્થિતિ શોધો, જ્યાં ગુરુકોણ રચાતો હોય.
5. એવી બીજી 5 સ્થિતિ શોધો કે જ્યાં પ્રતિબિંબકોણ દેખાતો હોય.

સ્વાધ્યાય 5.3

1. નીચેનાં જોડકાં જોડો :

(i)	સરળકોણ	(a)	આંટાના $\frac{1}{4}$ ભાગથી નાનો
(ii)	કાટખૂણા	(b)	આંટાના અડધાથી વધારે
(iii)	લઘુકોણ	(c)	આંટાના અડધા
(iv)	ગુરુકોણ	(d)	આંટાનો $\frac{1}{4}$ ભાગ
(v)	પ્રતિબિંબકોણ	(e)	આંટાના $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ ભાગની વચ્ચે
		(f)	એક પૂર્ણ પરિભ્રમણ

2. નીચે દર્શાવેલ ખૂણાઓનું કાટખૂણો, લઘુકોણ, ગુરુકોણ, સરળકોણ અને પ્રતિબિંબ ખૂણામાં વર્ગીકરણ કરો :



5.5 ખૂણો માપવો

આપણે બનાવેલ કામચલાઉ રાઈટ એન્ગલ-ટેસ્ટર કાટખૂણા સાથે અન્ય ખૂણાની સરખામણી કરવામાં ઉપયોગી છે. આપણે લઘુકોણ, ગુરુકોણ અથવા પ્રતિબિંબકોણમાં વર્ગીકરણ કરતાં શીખ્યાં.

પરંતુ આ આપણને ચોક્કસ સરખામણી કરી આપતા નથી. તેનાથી એ પણ શોધી શકતા નથી કે બે ગુરુકોણમાંથી કયો ખૂણો મોટો છે. વધુ ચોક્કસ રીતે સરખામણી કરવા માટે આપણે ખૂણા માપવાની જરૂર છે. આ આપણે કોણમાપકની મદદથી કરીશું.

ખૂણાનું માપ

આપણે માપને અંશમાં દર્શાવીશું. એક આખા પરિભ્રમણને 360 ભાગમાં વહેંચીશું. તો દરેક ભાગ એક અંશ દર્શાવશે. આપણે 360° લખીએ તો તેને ત્રણ સો સાઠ અંશ એમ વાંચીશું.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો.

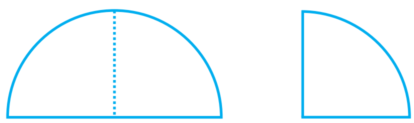
એક અડધા આંટામાં કેટલા અંશ થાય? એક કાટખૂણાના ? એક સરળકોણના?

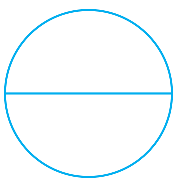
180° અને 360° માંથી કેટલા કાટખૂણા રચાય?

આ કરો :

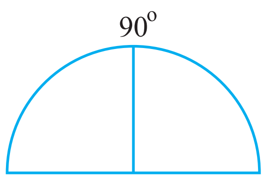
1. કંકણનો ઉપયોગ કરી એક વર્તુળાકાર ભાગ કાપો અથવા તેના જેટલી જ એક ગોળાકાર શીટ લો.

2. આકૃતિમાં દર્શાવેલ આકાર મેળવવા માટે તેને બે વખત વાળો. તેને ચતુર્થાંશ કહે છે.

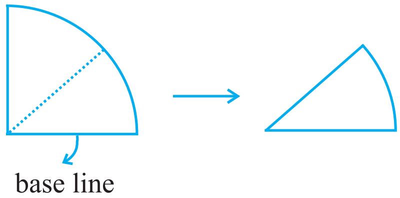




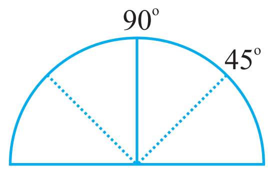
3. હવે તેને ખોલો. વચ્ચેથી ગડી પડેલ અર્ધવર્તુળ દેખાશે. ગડી પર 90° લખો.



4. ફરીથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વાળો. ફરીથી એક ચતુર્થાંશ દેખાશે. 90° ના અડધા એટલે કે 45° થશે.

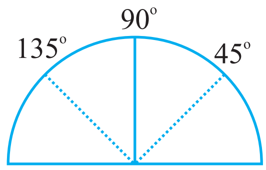


5. હવે તેને ફરીથી ખોલો. બંને બાજુ બે ગડી દેખાશે. પહેલી નવી ગડી સુધીનો ખૂણો કેટલો હશે? પાયાની રેખાની ડાબી બાજુ પહેલી ગડી પર 45° લખો.

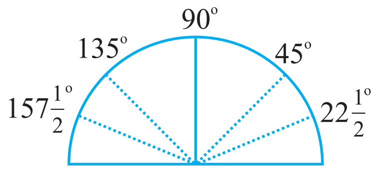


6. બીજી બાજુની ગડી પર 90° + 45° = 135° થશે.

7. ફરીથી 45 સુધી કાગળની ગડી પાડો. (ચતુર્થાંશનો અડધો ભાગ)



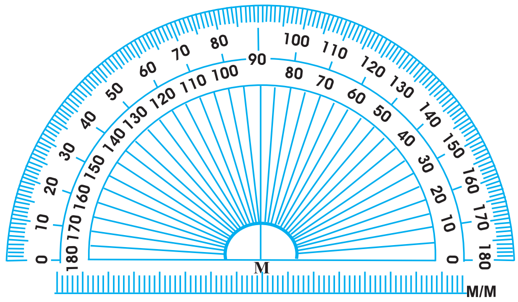
હવે તેના પણ અડધા થાય તેમ ગડી પાડો. પાયાની રેખાની ડાબી બાજુની પહેલી ગડી સુધીનું માપ 45° નું અડધું એટલે કે $22\frac{1}{2}°$ થશે. 135° ની ડાબી બાજુના ખૂણાનું માપ $135° + 22\frac{1}{2}°$ એટલે કે $157\frac{1}{2}°$ થશે.



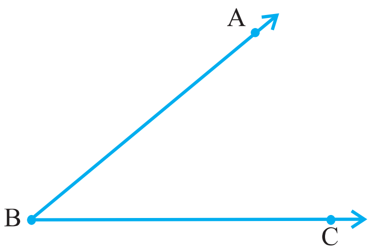
ખૂણાના માપ માટેનું તૈયાર ઉપકરણ મળે છે, જેને કોણમાપક કહે છે.

કોણમાપક (Protractor)

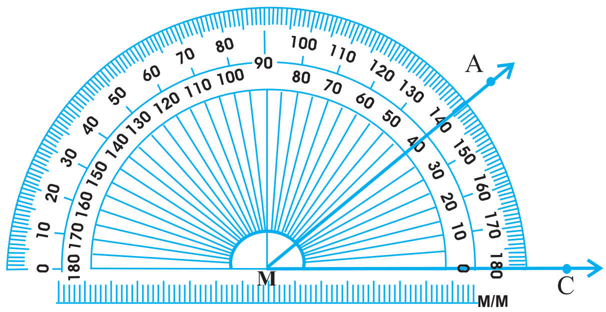
તમારી કંપાસપેટીમાંથી તૈયાર આપેલું કોણમાપક જુઓ. તેની વક્ર ધરી 180 સરખા ભાગમાં વિભાજિત કરેલ છે. દરેક ભાગ એક અંશ જેટલો હોય છે. જમણી બાજુ 0° થી શરૂ કરી ડાબી બાજુના અંતે 180° લખેલ છે. તે જ રીતે ઊલટા પણ દર્શાવેલ છે.



ધારો કે તમારે ખૂણા ABCનું માપન કરવું છે.



∠ABC આપેલ છે.



∠ABC નું માપન

1. સીધી ધારનું મધ્યબિંદુ (આકૃતિમાં M છે.) ખૂણાના શિરોબિંદુ B પર આવે તે રીતે કોણમાપકને ગોઠવો.

2. $\overrightarrow{BC}$ એ કાટખૂણિયાની સીધી ધાર બને તે રીતે કાટખૂણિયાને ગોઠવો.

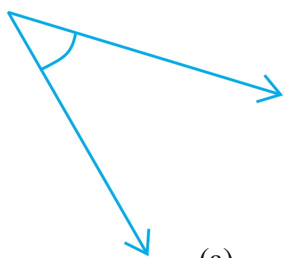
3. કાટખૂણિયા પર બે માપ છે. સીધી ધાર સાથે 0° સંકળાય. (એટલે કે $\overrightarrow{BC}$ પર હોય) તે રીતે ગોઠવી માપ વાંચો.

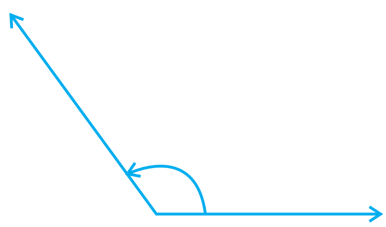
4. વક્ર જે BA પર દેખાય છે, તે વક્રની ધાર પરનું માપ એ આપેલા ખૂણાનું માપ દર્શાવશે. આપણે લખીશું $m\angle ABC = 40°$;

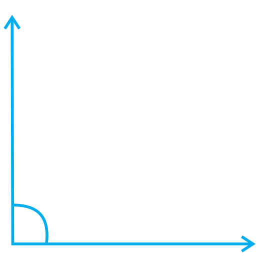
અથવા સરળ રીતે $\angle ABC = 40°$

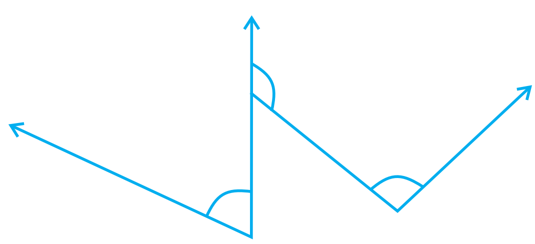
સ્વાધ્યાય 5.4

1. કાટખૂણા અને સરળકોણનું માપ કેટલું છે?
2. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો :
   (a) લઘુકોણનું માપ 90° કરતાં નાનું છે.
   (b) ગુરુકોણનું માપ 90° કરતાં નાનું છે.
   (c) સરળકોણનું માપ 180° કરતાં વધુ છે.
   (d) એક આખા પરિભ્રમણનું માપ 360° છે.
   (e) જો $m\angle A = 50°$ અને $m\angle B = 35°$ હોય તો $m\angle A > m\angle B$
3. નીચેનાં ખૂણાઓનાં માપ લખો :
   (a) લઘુકોણ (b) ગુરુકોણ
   (દરેકનાં ઓછાંમાં ઓછાં બે ઉદાહરણ આપો.)
4. કાટખૂણિયાની મદદથી નીચેના ખૂણા માપી તેમનાં માપ લખો :


(a)


(b)

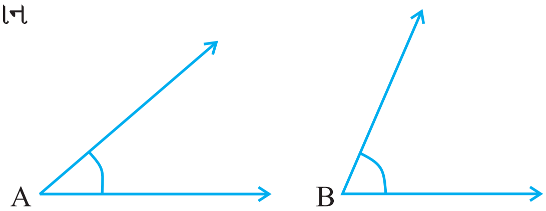

(c)


(d)

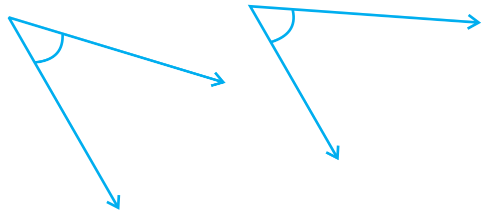
5. કયો ખૂણો મોટો હશે. પહેલાં અનુમાન કરો અને પછી માપો.

ખૂણા A નું માપ = ________

ખૂણા B નું માપ = ________



6. આપેલા બે ખૂણામાંથી કયા ખૂણાનું માપ વધુ હશે? અનુમાન કરો પછી તેનું માપન કરો.



7. નીચેની ખાલી જગ્યાઓ લઘુ, ગુરુ, કાટખૂણા અને સરળકોણનો ઉપયોગ કરી પૂરો :

(a) એવો ખૂણો કે જેનું માપ કાટખૂણા કરતાં ઓછું છે. ________

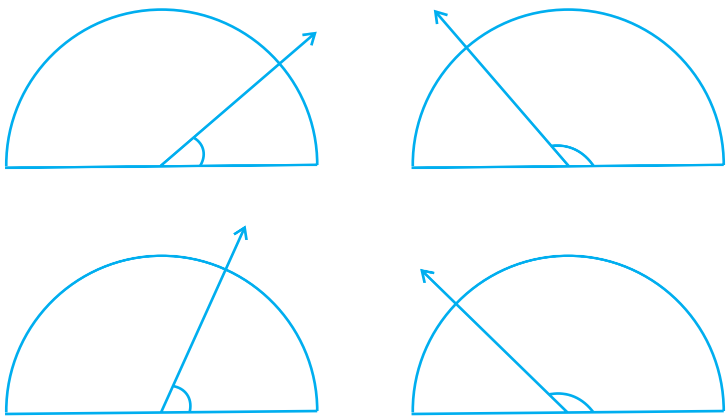
(b) એવો ખૂણો કે જેનું માપ કાટખૂણા કરતાં વધુ છે. ________

(c) એવો ખૂણો કે જેનું માપ બે કાટખૂણાનાં માપના સરવાળા જેટલું છે. ________

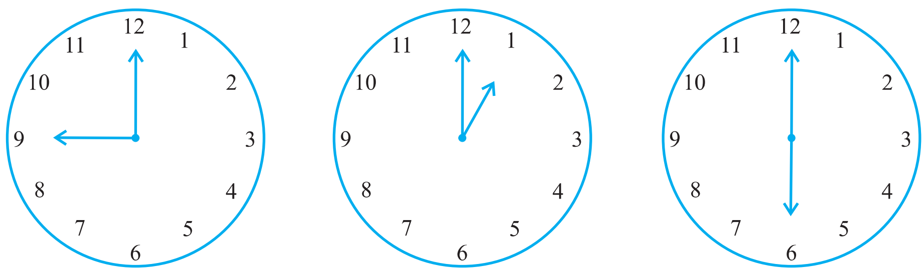
(d) બે ખૂણાઓનાં માપનો સરવાળો કાટખૂણા જેટલો છે, તો તેમાંનો દરેક ________ છે.

(e) બે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો સરળકોણ જેટલો છે અને તેમાંનો એક લઘુકોણ છે, તો બીજો ખૂણો ________ છે.

8. દરેક આકૃતિમાં દર્શાવેલ ખૂણાનાં માપ લખો. (પહેલાં તમારી આંખો વડે જોઈ અનુમાન કરો અને પછી કાટખૂણિયાની મદદથી સાચાં માપ શોધી કાઢો.)



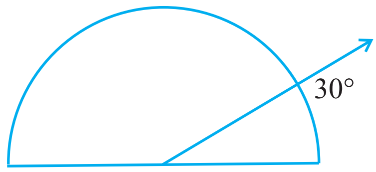
9. દરેક આકૃતિમાં ઘડિયાળના બે કાંટા વચ્ચેનો ખૂણો શોધો :



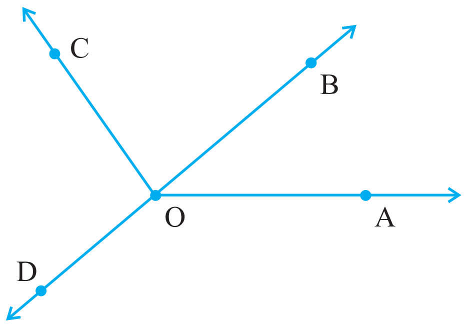
9 : 00 a.m. 1 : 00 p.m. 6 : 00 p.m.

10. **તપાસો**

આપેલ આકૃતિમાં ખૂણાનું માપ 30° છે. બહિર્ગોળ લેન્સ (બિલોરી કાચ) વડે આ આકૃતિ જુઓ. શું ખૂણો મોટો લાગે છે? (શું ખૂણાનું માપ બદલાય છે ?)



11. દરેક ખૂણો માપો અને વર્ગીકરણ કરો.



ખૂણો	માપ	પ્રકાર
$\angle AOB$		
$\angle AOC$		
$\angle BOC$		
$\angle DOC$		
$\angle DOA$		
$\angle DOB$		

5.6 લંબરેખાઓ (Perpendicular Lines)

બે રેખાઓ એવી રીતે છેદે છે કે જેમના દ્વારા રચાતો ખૂણો 90° નો હોય તો આ રેખાઓને **લંબરેખાઓ** કહે છે. જો $\overleftrightarrow{AB}$ એ $\overleftrightarrow{CD}$ ને લંબ હોય તો આપણે $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ લખી શકીએ.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો.

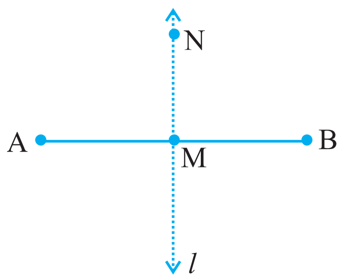
જો $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ હોય તો તેને આપણે $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$ પણ કહી શકીએ.

આપણી આસપાસની લંબરેખાઓ

લંબરેખાઓ કે લંબરેખાખંડ જોવા મળતો હોય તેવી આપણી આજુબાજુની ઘણી વસ્તુઓનાં ઉદાહરણ તમે આપી શકો? અંગ્રેજી મૂળાક્ષર T તેમાંનો એક છે. લંબરેખા દર્શાવતો હોય તેવો બીજો કોઈ મૂળાક્ષર છે?

પોસ્ટકાર્ડની બે ધાર જુઓ. શું બંને ધાર પરસ્પર લંબ છે?

ચાલો, $\overline{AB}$ લઈ તેના મધ્યમાં M લખો. $\overline{AB}$ ને લંબ હોય તેવી M માંથી પસાર થતી $\overleftrightarrow{MN}$ દોરો.



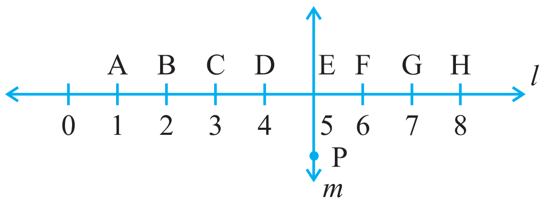
શું $\overleftrightarrow{MN}$ એ $\overline{AB}$ ને બે ભાગમાં વહેંચે છે?

$\overleftrightarrow{MN}$ એ $\overline{AB}$ ને દુભાગે છે. (તે $\overline{AB}$ ને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે.) જે $\overline{AB}$ ને લંબ પણ છે, તેથી આપણે કહી શકીએ કે $\overleftrightarrow{MN}$ એ $\overline{AB}$ નો લંબદ્વિભાજક (Perpendicular bisector) છે.

હવે પછી તમે તેની રચના શીખશો.

સ્વાધ્યાય 5.5

1. નીચેનામાંથી કઈ પ્રતિકૃતિઓ લંબરેખાઓ દર્શાવે છે ?
   (a) ટેબલની સપાટીની પાસપાસેની બાજુઓ
   (b) રેલવે ટ્રેકના પાટા
   (c) મૂળાક્ષર Lની રચના દર્શાવતા રેખાખંડ
   (d) મૂળાક્ષર V
2. $\overline{PQ}$ એ $\overline{XY}$ ને લંબરેખાખંડ છે. $\overline{PQ}$ અને $\overline{XY}$ એ A બિંદુએ છેદે છે. $\angle PAY$ નું માપ કેટલું હશે?
3. તમારી કંપાસપેટીમાં બે કાટખૂણિયા છે. તેમના કૉર્નર પર રચાતાં ખૂણાનું માપ કેટલું હશે? શું તેમના કોઈ એક ખૂણાનું માપ સરખું છે?
4. નીચેની આકૃતિનું અવલોકન કરો. રેખા l એ રેખા m ને લંબ છે.
   (a) CE = EG છે?



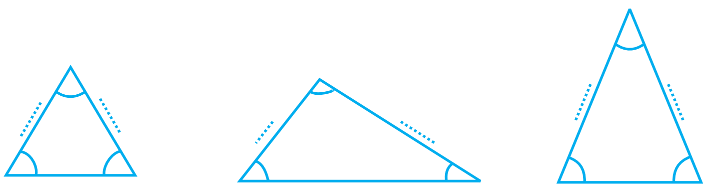
   (b) શું $\overline{PE}$ એ $\overline{CG}$ નું દ્વિભાજન કરે છે ?
   (c) $\overline{PE}$ લંબદ્વિભાજક બનતો હોય તેવા બે રેખાખંડ શોધી કાઢો.
   (d) શું નીચેનું સત્ય છે?
      (i) AC > FG
      (ii) CD = GH
      (iii) BC < EH

5.7 ત્રિકોણનું વર્ગીકરણ

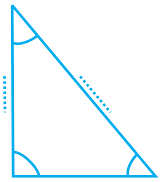
બહુકોણને સૌથી ઓછી કેટલી બાજુઓ હતી એ તમને યાદ છે? તે ત્રિકોણ છે. ચાલો, આપણે જુદા-જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ જોઈએ.

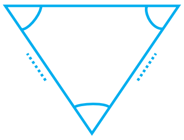
આ કરો :

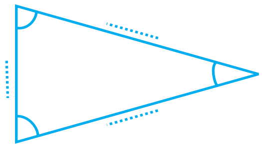
કાટખૂણિયા અને માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કરી આપેલા ત્રિકોણના ખૂણા અને બાજુઓ માપો. આપેલા કોષ્ટકમાં આ માપ લખો.

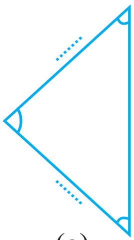


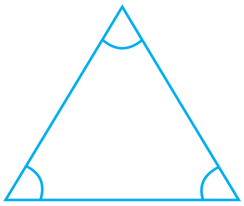
(a) (b) (c)


(d)


(e)


(f)


(g)


(h)

ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ	ખૂણા વિશે તમે શું કહી શકશો?	બાજુઓનાં માપ
(a) ...60° ..., ... 60°..., ...60°	બધા ખૂણા સરખા છે.	
(b) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(c) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(d) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(e) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(f) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(g) ...., ..., ...	.... ખૂણા	
(h) ...., ..., ...	.... ખૂણા	

ખૂણા અને ત્રિકોણોને ધ્યાનથી જુઓ અને તેમની બાજુઓને કાળજીપૂર્વક માપો. તેમાં કોઈ વિશેષતા છે?

તમે શું શોધી શક્યા?

- ત્રિકોણ કે જેમાં બધા જ ખૂણાઓ સરખા હોય.

  જો ત્રિકોણના બધા ખૂણાઓ સરખા હોય તો તેની બાજુઓ પણ ________.

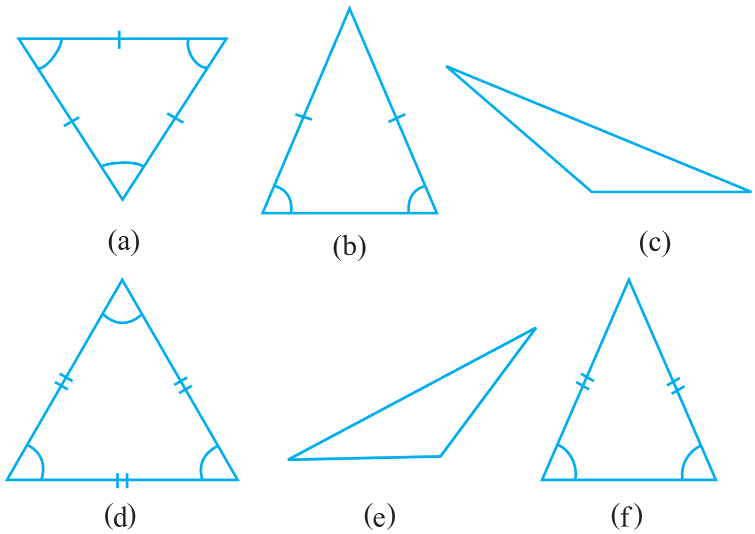
- ત્રિકોણ કે જેમાં બે બાજુઓ અને બે ખૂણાઓ સરખા હોય.

  જો ત્રિકોણની બે બાજુઓ સરખી હોય તો તેને ________ ખૂણા સરખા હોય અને જો બે ખૂણાઓ સરખા હોય તો ________ બાજુઓ સરખી હોય.

- જો ત્રિકોણની એક પણ બાજુ સરખી ન હોય તો ત્રિકોણના કોઈ પણ બે ખૂણા સરખા હોતા નથી. ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુઓ અસમાન હોય તો તે ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણા પણ ________ હોય.

બીજા ત્રિકોણ લઈ આ ચકાસો. આ માટે આપણે ફરીથી ત્રિકોણની બધી બાજુઓ અને બધા ખૂણા માપીશું.

આ ત્રિકોણને જુદી-જુદી શ્રેણીમાં વહેંચી યોગ્ય નામ આપો. ચાલો, જોઈએ તે કયા છે?



બાજુઓને આધારે ત્રિકોણનાં નામ

જે ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ સરખી ન હોય, તેને વિષમબાજુ (Scalene) ત્રિકોણ કહેવાય. [(c), (e)]

જે ત્રિકોણમાં બે બાજુ સરખી હોય, તેને સમદ્વિબાજુ (Isosceles) ત્રિકોણ કહેવાય. [(b), (f)]

જે ત્રિકોણમાં ત્રણેય બાજુ સરખી હોય, તેને સમબાજુ (Equilateral) ત્રિકોણ કહેવાય. [(a), (d)]

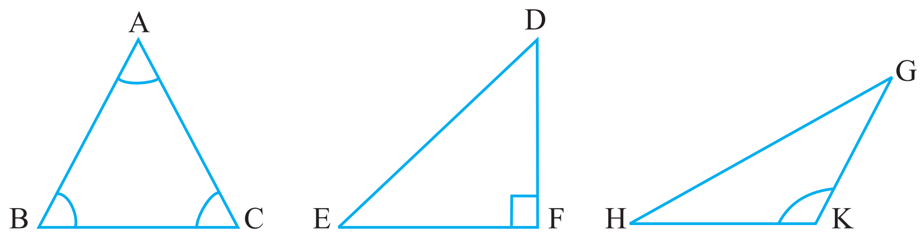
અગાઉ ત્રિકોણની બાજુઓ તમે માપી છે. તે ત્રિકોણનું આ વ્યાખ્યાને આધારે વર્ગીકરણ કરો.

ખૂણાને આધારે ત્રિકોણના પ્રકાર

90° કરતાં દરેક ખૂણો નાનો હોય તે ત્રિકોણને **લઘુકોણ ત્રિકોણ** કહેવાય.

જો ત્રિકોણમાં કોઈ એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તેને **કાટકોણ ત્રિકોણ** કહેવાય.

જો ત્રિકોણમાં કોઈ એક ખૂણો 90° કરતાં વધુ હોય તો તેને **ગુરુકોણ ત્રિકોણ** કહેવાય.



લઘુકોણ ત્રિકોણ | કાટકોણ ત્રિકોણ | ગુરુકોણ ત્રિકોણ

ઉપર દર્શાવેલ શ્રેણી પ્રમાણે આપણે ખૂણાઓ માપ્યા અને તેનાં નામ આપ્યાં. ત્રિકોણમાં કેટલા કાટખૂણા હોય?

આ કરો :

નીચેનાની આકૃતિ દોરો :

(a) લઘુકોણ ધરાવતો વિષમબાજુ ત્રિકોણ

(b) ગુરુકોણ ધરાવતો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

(c) કાટખૂણો ધરાવતો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

(d) કાટખૂણો ધરાવતો વિષમબાજુ ત્રિકોણ

નીચેની આકૃતિ દોરવી શક્ય છે કે કેમ તે વિચારો :

(a) ગુરુકોણ ધરાવતો સમબાજુ ત્રિકોણ

(b) કાટખૂણો ધરાવતો સમબાજુ ત્રિકોણ

(c) બે કાટખૂણા ધરાવતો ત્રિકોણ

વિચારો, ચર્ચો અને તમારાં કારણો લખો.

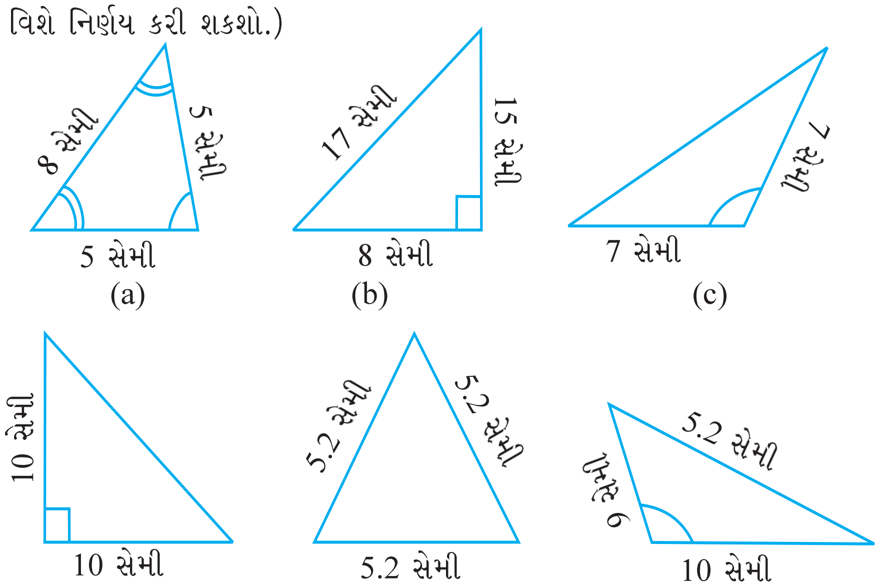
સ્વાધ્યાય 5.6

1. નીચે આપેલા ત્રિકોણના પ્રકારનાં નામ આપો :
   - (a) 7 સેમી, 8 સેમી અને 9 સેમી બાજુઓનાં માપ ધરાવતો ત્રિકોણ
   - (b) ΔABC જેમાં $AB = 8.7$ સેમી, $AC = 7$ સેમી અને $BC = 6$ સેમી
   - (c) ΔPQR કે જેમાં $PQ = QR = PR = 5$ સેમી
   - (d) ΔDEF જેમાં $m\angle D = 90°$
   - (e) ΔXYZ માં $m\angle Y = 90°$ અને $XY = YZ$
   - (f) ΔLMN માં $m\angle L = 30°$, $m\angle M = 70°$ અને $m\angle N = 80°$

2. નીચેનાં જોડકાં જોડો :

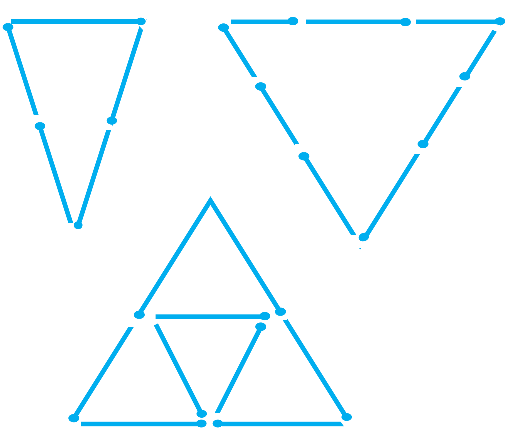
	ત્રિકોણનાં માપ		ત્રિકોણના પ્રકાર
(i)	3 બાજુઓનાં માપ સરખાં હોય	(a)	વિષમબાજુ
(ii)	2 બાજુઓનાં માપ સરખાં હોય	(b)	કાટખૂણો ધરાવતો સમદ્વિબાજુ
(iii)	બધી બાજુઓનાં માપ ભિન્ન હોય	(c)	ગુરુકોણ ત્રિકોણ
(iv)	3 લઘુકોણ હોય	(d)	કાટકોણ ત્રિકોણ
(v)	1 કાટખૂણો હોય	(e)	સમબાજુ
(vi)	1 ગુરુકોણ હોય	(f)	લઘુકોણ ત્રિકોણ
(vii)	બે બાજુઓ સરખી અને 1 કાટખૂણો હોય	(g)	સમદ્વિબાજુ

3. નીચે આપેલા ત્રિકોણોનાં નામ બે જુદી-જુદી રીતે દર્શાવો. (અવલોકન કરીને તમે ખૂણાના પ્રકાર વિશે નિર્ણય કરી શકશો.)



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

4. દીવાસળીની મદદથી ત્રિકોણની રચના કરો. કેટલાક ત્રિકોણ અહીં દર્શાવ્યા છે.



શું તમે નીચેનાનો ઉપયોગ કરી ત્રિકોણ બનાવી શકશો?

(a) 3 દીવાસળીઓનો?

(b) 4 દીવાસળીઓનો?

(c) 5 દીવાસળીઓનો?

(d) 6 દીવાસળીઓનો?

(યાદ રાખો કે દરેક વખતે તમારે આપેલી બધી દીવાસળીઓનો ઉપયોગ કરવાનો છે.)

દરેક વખતે ત્રિકોણનાં નામ આપો.

જો તમે ત્રિકોણ નથી બનાવી શકતા તો તેનું કારણ વિચારો.

5.8 ચતુષ્કોણ

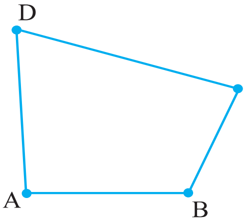
યાદ કરો કે ચતુષ્કોણ એ ચાર બાજુઓ ધરાવતો બહુકોણ છે.

આ કરો :

1. બે અસમાન લંબાઈની દિવાસળીઓને તેમના છેડા એકબીજીને અડકે તેમ ગોઠવો. બીજી બે દિવાસળીઓ લઈ જોડેલી દિવાસળીઓના ખુલ્લા છેડા છે ત્યાં મૂકો.

બંધ આકૃતિ શું દર્શાવે છે?

તે એક ચતુષ્કોણ છે, જે અહીં જોઈ શકાય છે.



ચતુષ્કોણની બાજુઓ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ____ , ____.

ચતુષ્કોણને ચાર ખૂણા છે :

તેઓ $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle DCB$ અને .... તરીકે આપેલા છે. $\overline{BD}$ એ વિકર્ણ છે. બીજો કયો છે?

આ ચતુષ્કોણની બાજુઓ અને વિકર્ણ માપો. બધા ખૂણા પણ માપો.

2. ચાર અસમાન લાકડી લઈ તમે ઉપરની પ્રવૃત્તિ કરી આ રચેલ ચતુષ્કોણમાંથી તમે શું જોઈ શક્યા?

(a) બધા ચારેય ખૂણા લઘુકોણ છે.

(b) કોઈ એક ખૂણો ગુરુકોણ છે.

(c) કોઈ એક ખૂણો કાટખૂણો છે.

(d) કોઈ પણ બે ખૂણા ગુરુકોણ છે.

(e) બે ખૂણા કાટખૂણા છે.

(f) વિકર્ણો એકબીજાને લંબ છે.

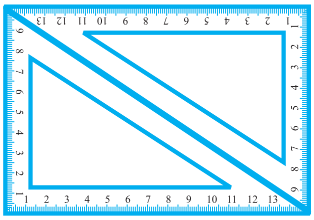
આ કરો :

તમારી કંપાસપેટીમાં બે કાટખૂણિયા છે : એક $30° - 60° - 90°$ નું કાટખૂણિયું અને $45° - 45° - 90°$ નું કાટખૂણિયું.

તમે તમારા મિત્ર સાથે મળી નીચેની પ્રવૃત્તિ કરો :

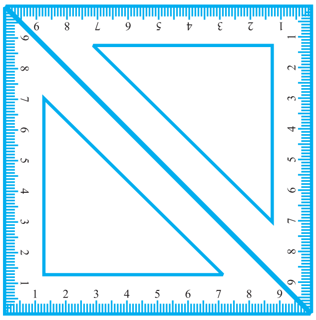
(a) $30° - 60° - 90°$ ધરાવતા બે કાટખૂણિયા લઈને તેમને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો.

તમે રચેલા ચતુષ્કોણનું વર્ણન કરી શકશો?



તેના દરેક ખૂણાનું માપ કેટલું છે? આ ચતુષ્કોણ એ લંબચોરસ છે. એક વધુ લંબચોરસનો એક વધુ ગુણધર્મ તમે જોઈ શકશો કે સામસામેની બાજુઓની લંબાઈ સરખી છે.

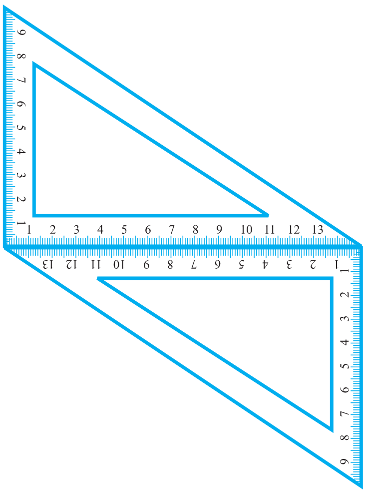
બીજા કયા ગુણધર્મ તમે શોધી શકશો ?



(b) $45° - 45° - 90°$ ધરાવતા કાટખૂણિયાની જોડનો ઉપયોગ કરો તો તમે બીજો ચતુષ્કોણ મેળવી શકશો. તે ચોરસ છે.

તમે શું કહી શકશો કે તેની બધી બાજુઓની લંબાઈ સરખી છે? તમે ખૂણા અને વિકર્ણો વિશે શું કહેશો? ચોરસના વધુ ગુણધર્મો જાણવાનો પ્રયત્ન કરો.

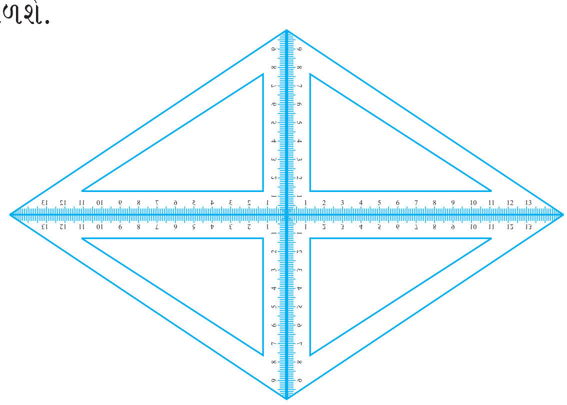
(c) જો તમે જો $30° - 60° - 90°$ના કાટખૂણિયાને જુદી સ્થિતિમાં ગોઠવશો તો તેથી **સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (Parallelogram)** મળશે. તમે કહી શકશો કે સામસામેની બાજુઓ સમાંતર છે?



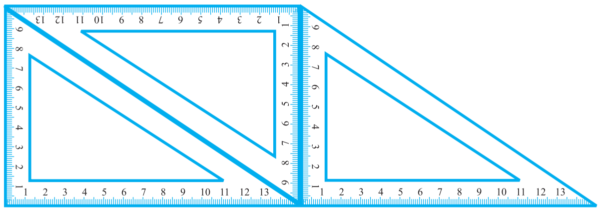
શું સામસામેની બાજુઓ સરખી છે?

શું વિકર્ણો એકરૂપ છે?

(d) જો તમે કાટખૂણિયા $30° - 60° - 90°$ના ચાર સેટનો ઉપયોગ કરશો તો તમને **સમબાજુ ચતુષ્કોણ (Rhombus)** મળશે.



(e) જો તમે કાટખૂણિયાના કેટલાક સેટનો ઉપયોગ કરશો તો તમે બાજુમાં આપેલ એક આકાર બનાવી શકશો.



અહીં એવો ચતુષ્કોણ છે કે જેની સામસામેની બે બાજુઓ સમાંતર છે.

તે **સમલંબ ચતુષ્કોણ (trapezium)** છે.

તમારે શોધવાની શક્યતાઓની યાદી અહીં બતાવેલ છે તેને પૂર્ણ કરો :

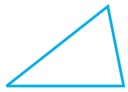
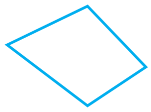
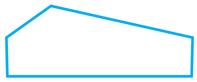
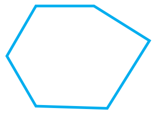
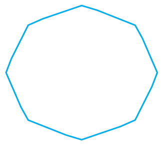
ચતુષ્કોણ	સામસામેની બાજુઓ		બધી બાજુઓ	સામસામેના	વિકર્ણો	
	સમાંતર	સરખી	સરખી	ખૂણા સરખા	સરખા	લંબ
સમાંતરબાજુ	હા	હા	ના	હા	ના	ના
લંબચોરસ			ના			
ચોરસ						હા
સમબાજુ				હા		
સમલંબ		ના				

સ્વાધ્યાય 5.7

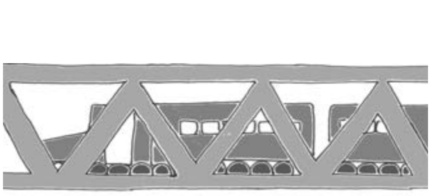
1. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો :
   (a) લંબચોરસનો દરેક ખૂણો એ કાટખૂણો છે.
   (b) લંબચોરસની સામસામેની બાજુઓની લંબાઈ સરખી છે.
   (c) ચોરસના વિકર્ણો એકબીજાને લંબ હોય છે.
   (d) સમબાજુ ચતુષ્કોણની બધી જ બાજુઓની લંબાઈ સરખી હોય છે.
   (e) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બધી જ બાજુઓની લંબાઈ સરખી હોય છે.
   (f) સમલંબ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાંતર હોય છે.
2. નીચેનાં માટે કારણ આપો :
   (a) ચોરસને વિશિષ્ટ લંબચોરસ કહી શકાય.
   (b) લંબચોરસને વિશિષ્ટ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ કહી શકાય.
   (c) ચોરસને વિશિષ્ટ સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહી શકાય.
   (d) ચોરસ, લંબચોરસ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ બધા ચતુષ્કોણ છે.
   (e) ચોરસ પણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
3. જે આકૃતિની બાજુઓનાં માપ અને ખૂણાઓનાં માપ સરખાં હોય તે આકૃતિને નિયમિત આકૃતિઓ કહેવાય. તમે શોધી શકશો કે નિયમિત ચતુષ્કોણ કયા છે?

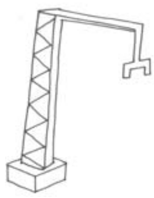
5.9 બહુકોણ

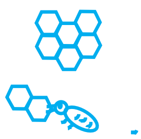
અગાઉ તમે 3 અને 4 બાજુઓવાળા બહુકોણ (જેને ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે)નો અભ્યાસ કર્યો. આ બહુકોણના વિચારને આગળ વધારીને વધુ સંખ્યાની બાજુઓવાળી આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરીએ. તેમની બાજુઓની સંખ્યાને આધારે આપણે આ બહુકોણનું વર્ગીકરણ કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

બાજુઓની સંખ્યા	નામ	ઉદાહરણ
3	ત્રિકોણ	
4	ચતુષ્કોણ	
5	પંચકોણ	
6	ષટ્કોણ	
8	અષ્ટકોણ	

તમે તમારા રોજિંદા જીવનમાંથી ઘણા આ પ્રકારના આકારો શોધી શકો છો : બારીઓ, બારણાં, દીવાલો, અલમારીઓ, બ્લૅક બૉર્ડ, નોટબુકો આ બધા જ મોટે ભાગે લંબચોરસ આકારમાં હોય છે. ભોંયતળિયાની ટાઇલ્સ લંબચોરસ અથવા ચોરસ હોય છે. ત્રિકોણ બનાવવાનો સામાન્ય અભ્યાસ પણ ઈજનેરી બાંધકામમાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે.







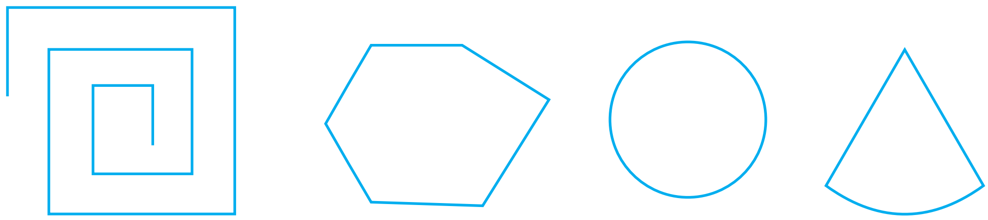
બાંધકામમાં ઉપયોગી
ત્રિકોણ શોધો.

ઘરના બાંધકામમાં ષટ્કોણ આકારની
ઉપયોગિતા જાણો.

તમારી આજુબાજુ આ બધા આકારો ક્યાં જોવા મળશે તે શોધો.

સ્વાધ્યાય 5.8

1. તપાસો કે નીચેનામાંથી કયા બહુકોણ છે? તેમાંનો કોઈ પણ ન હોય તો કહો કે તે શા માટે નથી?



(a) (b) (c) (d)

2. દરેક બહુકોણનું નામ લખો.

(a) (b)

આ દરેકનાં વધુ બે ઉદાહરણો આપો.

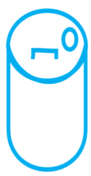
3. નિયમિત ષટ્કોણની કાચી આકૃતિ દોરો. તેનાં કોઈ પણ ત્રણ શિરોબિંદુઓને જોડી ત્રિકોણ રચો. તમે દોરેલો ત્રિકોણ કયા પ્રકારનો છે તે કહો.
4. નિયમિત અષ્ટકોણની કાચી આકૃતિ દોરો. (તમે ઇચ્છો તો ચોરસ પેપરનો ઉપયોગ કરી શકો.) અષ્ટકોણનાં બરાબર ચાર શિરોબિંદુઓને જોડીને લંબચોરસ બનાવો.
5. વિકર્ણ એ એવો રેખાખંડ છે કે જે બહુકોણનાં કોઈ પણ બે શિરોબિંદુને જોડે છે અને તે બહુકોણની કોઈ જ બાજુ નથી. પંચકોણની કાચી આકૃતિ દોરી તેના વિકર્ણો દોરો.

5.10 ત્રિપરિમાણીય આકારો (Three Dimensional Shapes)

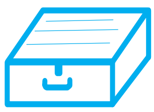
અહીં કેટલાક આકાર છે, તે તમે તમારા રોજબરોજના જીવનમાં જુઓ છો. દરેક આકાર ઘન છે. તે સપાટ આકાર નથી.

દડો ગોળ છે.

આઈસક્રીમ એ શંકુની રચનામાં છે.

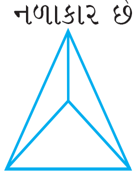


આ કેન એ નળાકાર છે.



આ પેટી લંબઘન છે.

રમવાનો પાસો એ ઘન છે.



આ આકાર પિરામિડનો છે.

કોઈ પણ પાંચ વસ્તુઓનાં નામ આપો જે ગોળાને મળતી હોય.

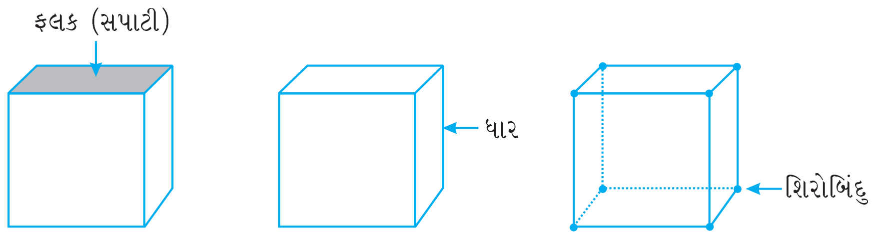
કોઈ પણ પાંચ વસ્તુઓનાં નામ આપો જે શંકુને મળતી હોય.

ફલક (faces), ધાર (edges) અને શિરોબિંદુઓ (vertices)

ત્રિપરિમાણીય આકારોના ઘણા કિસ્સાઓમાં આપણે તેના ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુ સ્પષ્ટ રીતે ઓળખી શકીએ છીએ. ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુ જેવાં આ પદોનો આપણે શું અર્થ કરીએ છીએ?

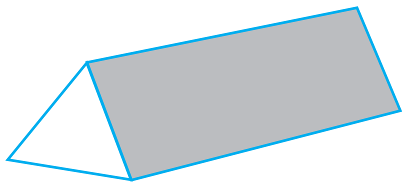
ઉદાહરણ તરીકે એક ઘન લો.

ઘનની દરેક બાજુ કે જેને સમતલ સપાટી છે. તેને સમતલ **ફલક** (સામાન્ય રીતે ફલક અથવા સપાટી) કહેવામાં આવે છે. જે રેખાખંડમાં આ બે સપાટીઓ મળે છે, તેને **ધાર** કહે છે. આ ધારો જે બિંદુએ મળે છે, તેને **શિરોબિંદુ** કહે છે.



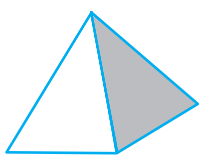
બાજુમાં **પ્રિઝમ**ની આકૃતિ છે.

તમે પ્રયોગશાળામાં તેને જુઓ છો? તેને એક ફલક ત્રિકોણ છે. તેથી તેને ત્રિકોણીય પ્રિઝમ કહે છે.



ત્રિકોણીય ફલકને તેના આધાર તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. પ્રિઝમને બે એકરૂપ આધાર હોય છે. જ્યારે બીજું ફલક લંબચોરસ હોય છે.

જો પ્રિઝમને લંબચોરસ આધાર હોય તો તેને લંબચોરસ પ્રિઝમ કહે છે. તમે લંબચોરસ પ્રિઝમને બીજા કોઈ નામથી ઓળખી શકશો?



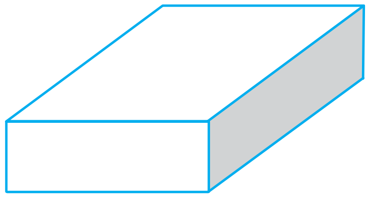
પિરામિડ એ એવો આકાર છે કે જે એક આધાર ધરાવે છે. બીજા ફલકો એ ત્રિકોણ છે.

અહીં ચોરસ પિરામિડ છે. તેનો આધાર ચોરસ છે. તમે ત્રિકોણીય પિરામિડની કલ્પના કરી શકશો? તેની કાચી આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરો.

નળાકાર, શંકુ અને ગોળાની ધાર સીધી હોતી નથી. શંકુનો આધાર કેવો છે? તે વર્તુળ છે? નળાકારને બે આધાર હોય છે? તે કયા આકારો છે? અલબત્ત, ગોળાને બે સપાટ ફલક નથી. તેના વિશે વિચારો.

આ કરો :

1. લંબઘન એ લંબચોરસ પેટી જેવો છે.

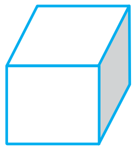


તેને 6 ફલક છે અને દરેક ફલકને 4 ધાર છે.

દરેક ફલકને 4 ખૂણાઓ છે.

2. ઘન એ એવો લંબઘન છે, જેની બધી ધારોની લંબાઈ સમાન છે.

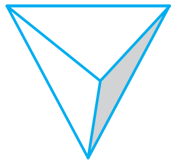
તેના ________ ફલક છે.



દરેક ફલકને ________ ધાર છે.

દરેક ફલકને ________ શિરોબિંદુ છે.

3. એક ત્રિકોણીય પિરામિડનો આધાર ત્રિકોણ છે. જેને એક ચતુષ્ફલક (ટેટ્રાહેડ્રોન) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

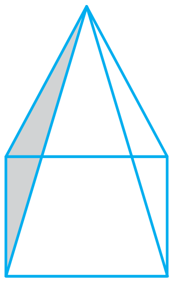


ફલક ________

ધાર ________

ખૂણા ________

4. ચોરસ પિરામિડ કે જેનો આધાર ચોરસ છે.

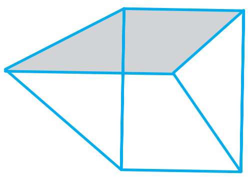


ફલક ________

ધાર ________

ખૂણા ________

5. એક ત્રિકોણીય પ્રિઝમ, જે કેલીડોસ્કોપ જેવા આકારનો હોય છે.



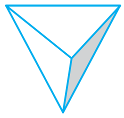
ફલક ________

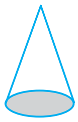
ધાર ________

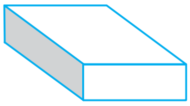
ખૂણા ________

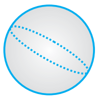
સ્વાધ્યાય 5.9

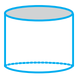
1 નીચેનાને જોડો :

(a) શંકુ (i) 

(b) ગોળો (ii) 

(c) નળાકાર (iii) 

(d) લંબઘન (iv) 

(e) પિરામિડ (v) 

દરેક આકારના બીજાં બે નવાં ઉદાહરણો આપો :

2. કયો આકાર છે?

(a) તમારા સાધનની પેટી (b) ઈંટ

(c) દીવાસળીની પેટી (d) રોડ-રોલર

(e) મીઠાઈનો લાડુ

આપણે શું ચર્ચા કરી?

1. રેખાખંડનાં બે અંત્યબિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર તે તેની લંબાઈ છે.
2. માપપટ્ટી અને દ્વિભાજક એ રેખાખંડની લંબાઈની સરખામણી કરવામાં ઉપયોગી છે.
3. ઘડિયાળના કાંટા એક સ્થિતિમાંથી બીજી સ્થિતિમાં ખસે છે. ખૂણા માટેનાં ઉદાહરણો આપણી પાસે છે.

   કાંટાનો એક આંટો એ એક પરિભ્રમણ (ચક્ર) છે.

   કાટખૂણો એ $\frac{1}{4}$ પરિભ્રમણ છે અને *સરળકોણ* એ $\frac{1}{2}$ પરિભ્રમણ છે.

   અંશમાં ખૂણાનું માપ માપવા માટે આપણે *કોણમાપક*નો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

   જો ખૂણાનું માપ કાટખૂણા કરતાં ઓછું હોય તો તે લઘુકોણ છે. જો તેનું માપ કાટખૂણા કરતાં વધુ હોય તો તે *ગુરુકોણ* છે. *પ્રતિબિંબ ખૂણો* એ સરળકોણ કરતાં મોટો હોય છે.

4. જો બે છેદતી રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો 90° હોય તો તે લંબરેખાઓ હોય છે.
5. રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક એ રેખાખંડને લંબ અને તેને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે.
6. ખૂણાના આધારે નીચેના ત્રિકોણોનું વર્ગીકરણ :

ત્રિકોણમાંના ખૂણાનો પ્રકાર	*નામ*
દરેક ખૂણો લઘુકોણ છે.	લઘુકોણ ત્રિકોણ
એક ખૂણો કાટખૂણો હોય.	કાટકોણ ત્રિકોણ
એક ખૂણો ગુરુકોણ હોય.	ગુરુકોણ ત્રિકોણ

7. તેમની બાજુઓની લંબાઈના આધારે ત્રિકોણનું વર્ગીકરણ :

ત્રિકોણમાં બાજુઓના પ્રકાર	*નામ*
ત્રણેય બાજુઓની લંબાઈ અસમાન હોય.	વિષમબાજુ ત્રિકોણ
કોઈ પણ બે બાજુઓની લંબાઈ સમાન હોય.	સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ
ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની હોય.	સમબાજુ ત્રિકોણ

8. બાજુઓને આધારે બહુકોણનું નામ

બાજુઓ	*બહુકોણનું નામ*
3	ત્રિકોણ
4	ચતુષ્કોણ
5	પંચકોણ
6	ષટ્કોણ
8	અષ્ટકોણ

9. ચતુષ્કોણનું તેમના ગુણધર્મોને આધારે વર્ગીકરણ કરો :

ગુણધર્મો	*ચતુષ્કોણનું નામ*
સમાંતરબાજુની એક જોડ	સમલંબ ચતુષ્કોણ
સમાંતરબાજુની બે જોડ	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
4 કાટખૂણા ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ	લંબચોરસ
4 સરખી બાજુઓ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ	સમબાજુ ચતુષ્કોણ
4 કાટખૂણા ધરાવતો સમબાજુ ચતુષ્કોણ	ચોરસ

10. આપણી આસપાસ ઘણા ત્રિપરિમાણીય આકારો આપણે જોઈએ છીએ. સમઘન, લંબઘન, ગોળો, નળાકાર, શંકુ, પ્રિઝમ અને પિરામિડ વગેરે આકારો પણ જોવા મળે છે.

પ્રકરણ 6

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ

6.1 પ્રાસ્તાવિક

સુનિતાની મમ્મી પાસે 8 કેળાં છે. સુનિતા તેના મિત્રો સાથે બહાર ફરવા જવાની છે. તે પોતાની સાથે 10 કેળાં લઈ જવા માંગે છે. તો શું એની મમ્મી એને 10 કેળાં આપી શકે છે ? તેની પાસે પૂરતાં કેળાં નથી; તેથી તે તેના પાડોશી પાસેથી 2 કેળાં ઉછીના લઈ તેને પરત કરી દેવાનું જણાવે છે. સુનિતાને 10 કેળાં આપ્યાં પછી તેની મમ્મી પાસે કેટલાં કેળાં બચે ? તેની પાસે એક પણ કેળું બચશે નહિ; પરંતુ તેને તેના પાડોશીને 2 કેળાં પાછાં આપવાનાં છે, તેથી જ્યારે પણ એની પાસે વધુ કેળાં હશે, જેમ કે 6 કેળાં હોય તો તે 2 આપશે અને તેની પાસે ફક્ત 4 કેળાં વધશે.

રોનાલ્ડ એક પેન ખરીદવા માટે બજારમાં જાય છે. તેની પાસે ફક્ત 12 રૂપિયા છે, પરંતુ પેનની કિંમત 15 રૂપિયા છે. દુકાનદાર તેને તે પેન આપે છે અને યાદ રાખવા માટે દુકાનદાર આ 3 રૂપિયા ડાયરીમાં લખે છે. પરંતુ દુકાનદાર કેવી રીતે યાદ રાખશે કે રોનાલ્ડ પાસેથી જ 3 રૂપિયા લેવાના છે ? શું આ ઉધારને તે કોઈ રંગ અથવા ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકે છે ?

રુચિકા અને સલમા એક સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને રમત રમી રહ્યા છે, જે 0 થી 25 સુધી સમાન અંતરાલો જોવા મળે છે.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

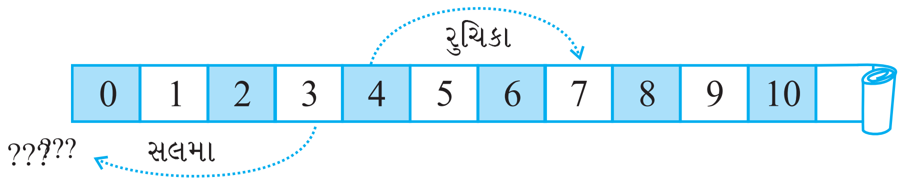
શરૂઆતમાં બંને શૂન્ય અંક પર એક-એક રંગીન ટોકન મૂકે છે, બે રંગીન પાસાં દફતરમાં મૂકેલાં છે અને એક પછી એક દફતરમાંથી બહાર કાઢે છે. જે પાસાં પરનો રંગ લાલ હોય છે તેને ઉછાળતાં જે સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય છે, એ ટોકનને તેટલાં સ્થાન આગળ ખસેડવામાં આવે છે. જો પાસો વાદળી રંગનો હોય, તો તેને ઉછાળ્યા પછી જે સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય છે, એ ટોકનને તેટલાં

સ્થાન પાછળ કરી દેવામાં આવે છે. દરેક દાવ પછી પાસાંઓને દફતરમાં પાછા મૂકી દેવામાં આવે છે. જેથી બંને વ્યક્તિને બંને પાસાંઓને ઉછાળવાનો અવસર મળે. જે 25માં ચિહ્ન પર પહેલાં પહોંચશે તે જીતી જાય, એવું માનવામાં આવે છે.

તેણી રમવાનું શરૂ કરે છે. રુચિકા લાલ પાસો પ્રાપ્ત કરે છે અને તેને ઉછાળતાં સંખ્યા 4 પ્રાપ્ત થાય છે. આમ, તે ટોકનને રેખાપટ્ટી પર સંખ્યા 4 પર મૂકી દે છે. સલમા પણ દફતરમાંથી લાલ પાસો કાઢે છે અને તેને ઉછાળતાં સંખ્યા 3 પ્રાપ્ત કરે છે. આમ, તે પોતાના ટોકનને સંખ્યા 3 પર મૂકે છે.

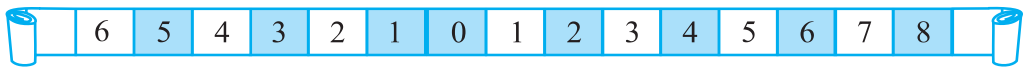
બીજા પ્રયત્નમાં રુચિકા લાલ પાસાં પર 3 અંક પ્રાપ્ત કરે છે અને સલમા વાદળી પાસાં પર 4 અંક પ્રાપ્ત કરે છે. શું તમે વિચારી શકો કે બીજા પ્રયત્ન પછી તેઓ પોતપોતાનાં ટોકનને ક્યાં સ્થાને મૂકશે ?

રુચિકા આગળ વધે છે અને 4 + 3 એટલે કે 7મા સ્થાન પર પોતાના ટોકન મૂકે છે.



સલમા પોતાનું ટોકન શૂન્ય અંક પર મૂકે છે. રુચિકાએ આ વાત નકારી અને કહ્યું કે તેને શૂન્યથી પાછળ જવું જોઈએ. સલમા માની ગઈ પણ શૂન્યના પાછળ કંઈ પણ નથી. હવે શું કરવું ?

ત્યારે સલમા અને રુચિકાએ આ સંખ્યારેખાને બીજી બાજુ આગળ વધારી. તેમણે બીજી બાજુ એક વાદળી રંગનાં પાસાંનો ઉપયોગ કર્યો.



હવે સલમા કહે છે કે તે શૂન્યથી એક સ્થાન પાછળ છે તેથી તે આ સ્થાનને વાદળી રંગના પાસાંથી અંકિત કરશે. જો ટોકન વાદળી 1 પર છે, તો વાદળી એકના પાછળવાળા સ્થાને '2 વાદળી' થશે. આવી જ રીતે '2 વાદળી'ના પાછળવાળા સ્થાને '3 વાદળી' થશે. આ પ્રમાણે તેઓ પાછળ ચલાવવાનો નિર્ણય કરે છે. પણ તેમની પાસે વાદળી કાગળ નથી, ત્યારે રુચિકાએ જણાવ્યું કે જ્યારે તેઓ વિરુદ્ધ દિશામાં આગળ વધતા હોય ત્યારે બીજી બાજુ એક નિશાની (ચિહ્ન)નો ઉપયોગ કરશે. શૂન્ય કરતાં નાની સંખ્યા તરફ જવા માટે ચિહ્નનો ઉપયોગ કરવો આવશ્યક છે, માટે તે સંખ્યાની આગળ ઋણ (–)ની નિશાનીનો ઉપયોગ કરે છે. આ ચિહ્ન સૂચવે છે કે ઋણ (–) સંકેત સાથેની સંખ્યા શૂન્ય કરતાં નાની અથવા ઓછી છે. આ સંખ્યાને ઋણ સંખ્યા કહેવામાં આવે છે.

આ કરો :

(કોણ ક્યાં છે ?)

માની લો કે ડેવિડ અને મોહને શૂન્યથી વિરુદ્ધ દિશાઓમાં ચાલવાની શરૂઆત કરી છે. માની લો કે શૂન્યથી જમણી બાજુ આગળ વધતાં '+' ના ચિહ્ન તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે અને શૂન્યથી ડાબી બાજુ આગળ વધતાં '–' ના ચિહ્ન તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે. જો મોહન શૂન્યથી જમણી બાજુ 5 પગલાં ચાલે છે, તો તેને +5 તરીકે નિરૂપણ કહેવામાં આવે છે અને જો

ડેવિડ શૂન્યથી ડાબી બાજુ 5 પગલાં ભરે છે તો તેને –5 તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે. હવે, નીચે આપેલાં સ્થાનોને + અથવા – ચિહ્ન દ્વારા નિરૂપણ કરો.

(a) શૂન્યથી ડાબી બાજુ 8 પગલાં

(b) શૂન્યથી જમણી બાજુ 7 પગલાં

(c) શૂન્યથી જમણી બાજુ 11 પગલાં

(d) શૂન્યથી ડાબી બાજુ 6 પગલાં

આ કરો :

(મને કોણ અનુસરે છે?)

આપણે અગાઉનાં ઉદાહરણોમાં જોયું કે શૂન્યથી જમણી બાજુએ આગળ ચાલવાથી ધન સંખ્યા મળે છે. જમણી બાજુ માત્ર એક પગલું ચાલવાથી આપણને તેની અનુગામી સંખ્યા મળે છે.

નીચે આપેલી સંખ્યાની અનુગામી સંખ્યા લખો :

સંખ્યા	અનુગામી
10	
8	
–5	
–3	
0	

જો આપણે ઋણ સંખ્યા જોઈએ તો શૂન્યથી ડાબી બાજુએ ચાલવાનું હોય છે.

જો ડાબી બાજુ ફક્ત એક પગલું ચાલવામાં આવે તો આપણને પૂરોગામી સંખ્યા મળે છે.

–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

હવે નીચે આપેલી સંખ્યાની પૂરોગામી સંખ્યા લખો :

સંખ્યા	પૂરોગામી
10	
8	
5	
3	
0	

6.1.1 મને નિશાની દ્વારા દર્શાવો

આપણે અગાઉ જોયું તેમ કોઈ-કોઈ સંખ્યાઓના આગળ ઋણ (–) નિશાની લગાવવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો આપણે દુકાનદારને રોનાલ્ડની રકમ બતાવવા માંગીએ છીએ તો આપણે તેને (–3) તરીકે ઓળખીશું.

નીચે એક દુકાનદારની એક ખાતાવહી છે જે ચોક્કસ વસ્તુઓના વેચાણમાંથી નફો અને નુકસાન દર્શાવે છે માટે નફાને '+' ના ચિહ્નથી દર્શાવવામાં આવે છે અને નુકસાનને '–' ના ચિહ્નથી દર્શાવવામાં આવે છે.

નીચે આપેલા ખાતાને યોગ્ય નિશાનીનો ઉપયોગ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો :

વસ્તુઓનું નામ	નફો	નુકસાન	યોગ્ય ચિહ્ન દ્વારા નિરૂપણ
સરસવનું તેલ	150 રૂપિયા		....
ચોખા	-	250 રૂપિયા	....
કાળા મરી	225 રૂપિયા		....
ઘઉં	200 રૂપિયા		....
મગફળીનું તેલ	-	330 રૂપિયા	....

એવા જ પ્રકારની અન્ય પરિસ્થિતિઓમાં જ્યાં આપણે આવી નિશાનીઓ કે ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરી શકાય તે નીચે આપવામાં આવેલ છે :

જેમ-જેમ આપણે નીચે જઈએ છીએ તેમ-તેમ ઊંચાઈ ઓછી થતી જાય છે. એ જ પ્રમાણે, દરિયાની સપાટીથી નીચેની ઊંચાઈને આપણે ઋણ સંખ્યાથી વ્યક્ત કરી શકીએ છીએ અને દરિયાની સપાટીથી ઉપરની ઊંચાઈને ધન સંખ્યાથી વ્યક્ત કરી શકાય છે.

પ્રયત્ન કરો.

નીચે આપેલાં સ્થાનોમાં યોગ્ય નિશાની કરો :

(a) દરિયાની સપાટીથી 100 મી. નીચે

(b) 0° C થી 25° C ઉપરનું તાપમાન

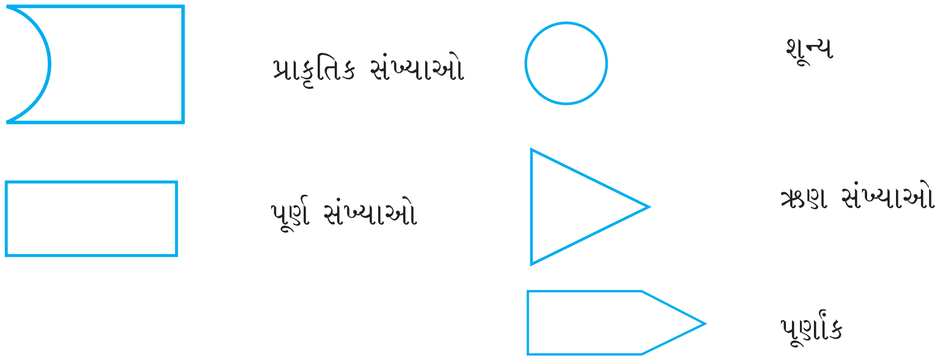
(c) 0° C થી 15° C નીચું તાપમાન

જો માસિક પગાર '+' ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરવામાં આવે તો પછી ખર્ચ કરેલી રકમને '–' ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકાય છે. એવી જ રીતે, 0° Cથી ઉપરના તાપમાનને '+' ના ચિહ્ન દ્વારા અને 0° C થી નીચા તાપમાનને '–'ના ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, 0° C થી 10° નીચા તાપમાનને –10° C દ્વારા રજૂ કરી શકાય છે.

6.2 પૂર્ણાંકો (Integers)

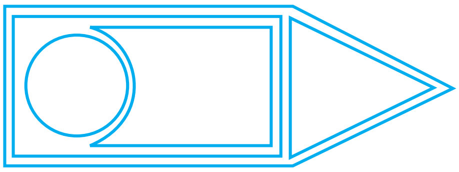
સૌથી પહેલાં શોધવામાં આવેલી કુદરતી સંખ્યાઓ એટલે કે 1, 2, 3, 4... જો આપણે કુદરતી સંખ્યાઓના સંગ્રહમાં શૂન્યનો સમાવેશ કરીએ છીએ તો આપણને સંખ્યાઓનો એક નવો સંગ્રહ મળે છે, જેને પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહે છે. આ પ્રકારે 0, 1, 2, 3, 4... પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહેવાય. આ સંખ્યાઓનો તમે પહેલા પ્રકરણમાં અભ્યાસ કરી ચૂક્યા છે. હવે, આપણે જોઈએ ઋણ સંખ્યાઓ જેવી કે –1, –2, –3, –4, –5.... છે. સંખ્યાઓના આવા સંગ્રહને પૂર્ણાંકો કહે છે. આ સંગ્રહમાં 1, 2, 3, 4... ધન પૂર્ણાંક કહેવાય અને –1, –2, –3, –4,... ઋણ પૂર્ણાંક કહેવાય.

ચાલો, હવે પછી પૂર્ણાંકોનો સમૂહ નીચેની રેખાકૃતિ દ્વારા સમજીએ :

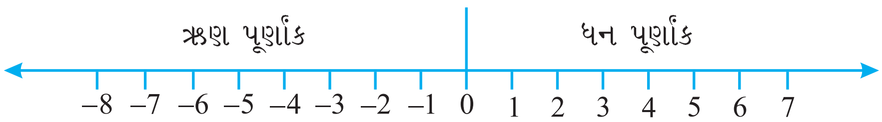


પૂર્ણાંકોના સમૂહને નીચેની આકૃતિ દ્વારા સમજી શકાય કે જેમાં અગાઉના તમામ સમૂહોનો સમાવેશ થાય છે.

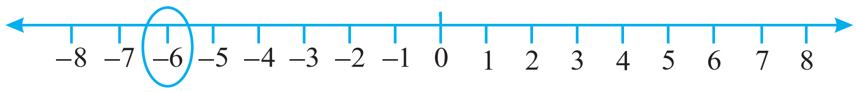
પૂર્ણાંક



6.2.1 સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોનું નિરૂપણ

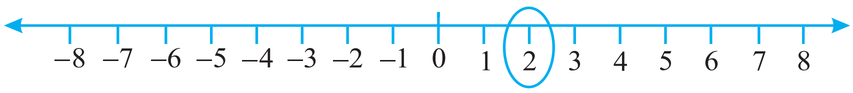


એક રેખા દોરો અને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે તેના પર સમાન અંતરે કેટલાંક બિંદુઓને નિશાની કરો. એમાંથી એક બિંદુને શૂન્યથી અંકિત કરો. શૂન્યની જમણી બાજુએ બિંદુ ધન પૂર્ણાંક છે અને તેને +1, +2, +3,... વગેરે અથવા ફક્ત 1, 2, 3... તરીકે લખી શકાય. શૂન્યથી ડાબી બાજુએ ઋણ પૂર્ણાંકો છે અને તેને –1, –2, –3,... થી લખી શકાય છે. આ રેખા પર (–6) લખવા માટે આપણે શૂન્યથી ડાબી બાજુએ જઈશું. (આકૃતિ 6.1)



આકૃતિ 6.1

આ રેખા પર +2 લખવા માટે, આપણે શૂન્યથી જમણી બાજુએ જઈશું.



આકૃતિ 6.2

6.2.2 પૂર્ણાંકોમાં ક્રમબદ્ધતા

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખા પર 3, 7, –4, –8, –1 અને –3 બતાવો.

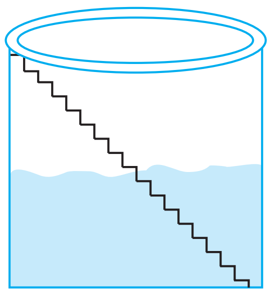
રમણ અને ઈમરાન એક ગામમાં રહે છે. જ્યાં પગથિયાંવાળો એક કૂવો છે. આ કૂવામાં છેક સપાટી સુધી 25 પગથિયાં છે.

એક દિવસ રમણ અને ઈમરાન કૂવાની અંદર જાય છે અને તેઓએ જોયું કે,

કૂવામાં પાણીના સ્તર સુધી 8 પગથિયાં છે. તેઓને વિચાર આવ્યો કે વરસાદ પડવાથી કૂવામાં કેટલું પાણી ભરાઈ જશે ? તેઓએ હાલનાં પાણીના સ્તર પર શૂન્ય અંક તારવ્યો અને તેમાં ઉપરનાં પગથિયાંના ક્રમને 1, 2, 3, 4,... તરીકે લખ્યું. વરસાદ પછી તેઓએ જોયું કે પાણી સપાટીથી છઠ્ઠા પગથિયાં સુધી વધી ગયું છે. થોડા મહિના પછી તેઓએ જોયું કે પાણીની સપાટી શૂન્યથી ત્રણ પગથિયાં નીચે પહોંચી ગઈ છે. હવે, તે પાણીની સપાટી (0 લેવલ)થી પાણી કેટલું નીચે ગયું તે વિચારવા લાગ્યા.

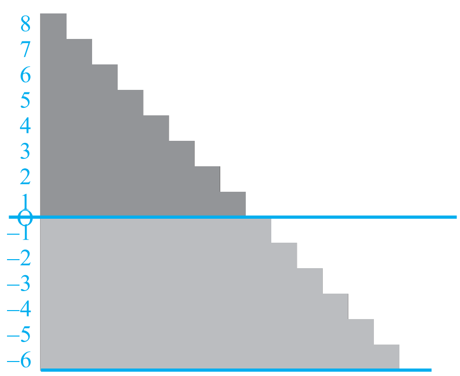
શું તમે એમની મદદ કરી શકો છો ?

અચાનક રમણને યાદ આવે છે કે તેણે એક મોટા ડેમમાં શૂન્યથી નીચેની સંખ્યા જોઈ છે. ઈમરાને ધ્યાન દોર્યું હતું કે શૂન્યથી ઉપર અને શૂન્યથી નીચેની સંખ્યાઓમાં તફાવત હોવાના ઘણાબધા માર્ગ હોવા જોઈએ. રમણે જોયેલું હતું કે શૂન્યથી નીચે લખવામાં આવેલી સંખ્યાઓની આગળ ઋણ ચિહ્ન લગાડવામાં આવ્યું હતું તેથી તેઓ શૂન્યથી નીચેના 1 પગથિયા પર –1 અને શૂન્યથી નીચેના 2 પગથિયા પર –2 એવી નિશાની કરી.



તેથી આ વખતે પાણીની સપાટીનું સ્તર –3 છે. (શૂન્યથી 3 પગથિયાં નીચે). ત્યાર બાદ પાણીનો ઉપયોગ થવાને કારણે, પાણીની સપાટીનું સ્તર 1 પગથિયું નીચે ઊતરી જાય છે અને –4 થઈ જાય છે. તમે જોઈ શકો છો કે –4 < –3 છે.

ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણને ધ્યાનમાં રાખીને > અને < ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો :

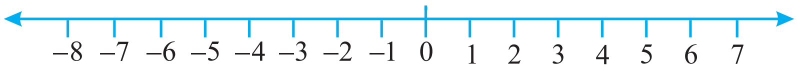


0 ☐ –1   –100 ☐ –101

–50 ☐ –70   50 ☐ –51

–53 ☐ –5   –7 ☐ 1

ચાલો, હવે આપણે ફરીથી પૂર્ણાંકો વિશે જાણીએ. જે એક સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરવામાં આવી છે.



આપણે જાણીએ છીએ કે $7 > 4$ થાય છે અને ઉપર આપેલી સંખ્યારેખામાં જોઈ શકીએ છીએ કે સંખ્યા 7 સંખ્યા 4ની જમણી બાજુ દર્શાવેલી છે.

એવી જ રીતે, $4 > 0$ અને 4 સંખ્યા શૂન્યથી જમણી બાજુએ છે. હવે 0 એ (–3)ની જમણી બાજુએ દર્શાવેલી છે માટે $0 > -3$ છે. –3 એ –8 ની જમણી બાજુએ છે માટે, $-3 > -8$

એવી જ રીતે, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, સંખ્યારેખા પર જમણી બાજુ સંખ્યા વધે છે. શૂન્યની જમણી બાજુએ જઈએ છીએ તેમ સંખ્યા વધે છે અને ડાબી બાજુ જઈએ તેમ સંખ્યા ઘટતી જાય છે.

$\therefore -3 < -2, -2 < -1, -1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$ વગેરે.

તેથી પૂર્ણાંકોનો સમૂહ... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5... લખી શકાય.

પ્રયત્ન કરો.

નીચે આપેલી સંખ્યાને > અથવા < નો ઉપયોગ કરી સરખામણી કરો :

0 $\boxed{}$ –8   –1 $\boxed{}$ –15

5 $\boxed{}$ –5   11 $\boxed{}$ 15

0 $\boxed{}$ 6   –20 $\boxed{}$ 2

ઉપર્યુક્ત પ્રશ્નોથી રોહિણી નીચે આપેલાં તારણો ઉપર પહોંચે છે :

(a) દરેક ધન પૂર્ણાંકો દરેક ઋણ પૂર્ણાંક કરતાં મોટા છે.

(b) શૂન્ય દરેક ધન પૂર્ણાંકો કરતાં નાનો છે.

(c) શૂન્ય એ ઋણ પૂર્ણાંકો કરતાં મોટો છે.

(d) શૂન્ય એ ઋણ પૂર્ણાંક કે ધન પૂર્ણાંક નથી.

(e) શૂન્યની જમણી બાજુ જેમ દૂર જઈએ તેમ સંખ્યા મોટી થાય છે.

(f) શૂન્યની ડાબી બાજુ જેમ દૂર જઈએ તેમ સંખ્યા નાની થાય છે.

શું તમે તેની સાથે સહમત છો ? ઉદાહરણ આપો.

ઉદાહરણ 1 : સંખ્યારેખાને જોઈને નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

કયા પૂર્ણાંકો –8 અને –2 વચ્ચે આવેલા છે ? સૌથી મોટો પૂર્ણાંક કયો છે ? અને સૌથી નાનો પૂર્ણાંક કયો છે ?

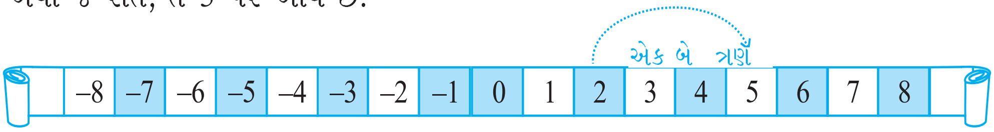
ઉપાય : –8 અને –2 વચ્ચેના પૂર્ણાંકો : –7, –6, –5, –4, –3 પૂર્ણાંકોમાં –3 સૌથી મોટો ઋણ પૂર્ણાંક છે અને –7 સૌથી નાનો ઋણ પૂર્ણાંક છે.

જો હું શૂન્ય પર ન હોઉં તો શું થશે ?

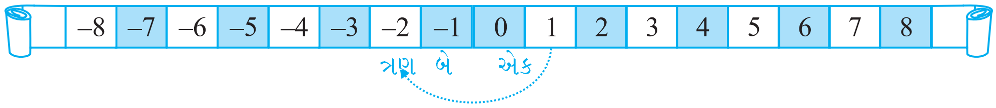
સલમા અને રુચિકાએ પહેલાં રમેલ રમતને ધ્યાનમાં લઈએ :

રુચિકાનો ટોકન 2 પર છે. બીજા દાવમાં તે લાલ પાસો મેળવે છે. તેને ઉછાળતાં તેને સંખ્યા 3 મળે છે. તેનો અર્થ એ થશે કે 2 ની જમણી બાજુ તે 3 સ્થાન ખસેડશે.

એવી જ રીતે, તે 5 પર આવે છે.



બીજી તરફ સલમા દફતરમાંથી વાદળી રંગનો પાસો કાઢે છે, જેને ઉછાળતાં તેને સંખ્યા 3 મળે છે. સલમા 1 સ્થાન પર છે. તો એનો અર્થ એ થશે કે તે 1ની ડાબી બાજુ 3 સ્થાન ખસેડશે. આમ, તે –2 પર પહોંચશે.



સંખ્યારેખાને ધ્યાનમાં રાખી નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 2 : (a) –3 પર એક બટન મૂકવામાં આવ્યું છે. –9 પર પહોંચવા માટે કઈ દિશા તરફ અને કેટલાં પગલાં ચાલવું પડશે ?

(b) જો આપણે –6 ની જમણી બાજુ 4 પગલાં ખસીશું, તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?

ઉપાય : (a) આપણે –3 થી ડાબી બાજુ 6 પગલાં ચાલવું પડશે.

(b) આપણે સંખ્યા –2 પર પહોંચશું.

સ્વાધ્યાય 6.1

1. નીચે આપેલાં પદોના વિરુદ્ધ પદો લખો :

   (a) વજનમાં વધારો (b) 30 કિમી ઉત્તરમાં

   (c) 326 BC (d) 700 રૂપિયાનું નુકસાન

   (e) દરિયાની સપાટીથી 100 મીટર ઉપર

2. નીચેની સંખ્યાઓને યોગ્ય સંકેતો સાથે પૂર્ણાંકો તરીકે દર્શાવો :

   (a) એક વિમાન જમીન ઉપરથી બે હજાર મીટરની ઊંચાઈ પર ઊડી રહ્યું છે.

   (b) એક સબમરીન દરિયાની સપાટીથી 800 મીટરની નીચે તરફ જઈ રહી છે.

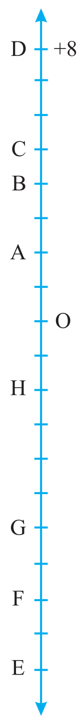
   (c) ખાતામાં ₹ 200 જમા

   (d) ખાતામાંથી ₹ 700નો ઉપાડ

3. નીચે આપેલી સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરો :

   (a) + 5 (b) –10 (c) + 8

   (d) –1 (e) – 6



4. ધારો કે આકૃતિ એક ઊભી સંખ્યારેખા છે, જે પૂર્ણાંકો દર્શાવે છે, તેનું નિરીક્ષણ કરો અને નીચેના મુદ્દાઓ શોધો :

   (a) જો બિંદુ D પૂર્ણાંક +8 છે, તો પછી – 8 વાળું બિંદુ કયું છે ?

(b) બિંદુ G ઋણ પૂર્ણાંક છે કે ધન પૂર્ણાંક ?

(c) બિંદુ B અને E ના સંગત પૂર્ણાંકો લખો.

(d) આ સંખ્યારેખા પર નિર્દેશ કરો કે કયા બિંદુની કિંમત સૌથી ઓછી છે ?

(e) તમામ બિંદુને મૂલ્યના ઘટતા ક્રમમાં ગોઠવો.

5. વર્ષના એક ખાસ દિવસે ભારતમાં પાંચ સ્થળોનાં તાપમાનની યાદી નીચે પ્રમાણે છે :

સ્થાન	**તાપમાન**	
સિયાચિન	0° C થી 10° C નીચું	....
શિમલા	0° C થી 2° C નીચું	....
અમદાવાદ	0° C થી 30° C ઊંચું	....
દિલ્લી	0° C થી 20° C ઊંચું	....
શ્રીનગર	0° C થી 5° C નીચું	....

(a) આ સ્થળોનાં તાપમાનને ખાલી જગ્યામાં પૂર્ણાંકોના સ્વરૂપમાં લખો.

(b) °C સે માં તાપમાન દર્શાવતી સંખ્યારેખા નીચે મુજબ છે :

તેના તાપમાન સામે શહેરનું નામ લખો.

(c) સૌથી ઠંડું સ્થળ કયું છે ?

(d) એવાં સ્થળોનાં નામ લખો, જેનું તાપમાન 10° C સે થી ઊંચું છે.

6. નીચેની દરેક જોડીમાં સંખ્યારેખા પર કઈ સંખ્યા બીજી સંખ્યાની જમણી બાજુએ આવેલી છે ?

(a) 2, 9 (b) –3, –8 (c) 0, –1

(d) –11, 10 (e) –6, 6 (f) 1, –100

7. આપેલી જોડીઓ વચ્ચેના દરેક પૂર્ણાંકોને તેમના ચઢતા ક્રમમાં લખો.

(a) 0 અને –7 (b) –4 અને 4

(c) –8 અને –15 (d) –30 અને –23

8. (a) –20 થી મોટી ચાર ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા લખો.

(b) –10 થી નાની ચાર ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા લખો.

9. નીચે આપેલાં વિધાનોમાંથી ખરાંની સામે T અને ખોટાં વિધાનની સામે F નિશાની કરો. જો ખોટું વિધાન હોય તો ખરું કારણ જણાવો :

(a) –8 સંખ્યારેખા પર –10 ની જમણી બાજુએ છે.

(b) –100 સંખ્યારેખા પર –50 ની જમણી બાજુએ છે.

(c) –1 એ સૌથી નાનો ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(d) –26 કરતાં –25 મોટો ઋણ પૂર્ણાંક છે.

10. સંખ્યારેખા દોરો અને નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

(a) જો આપણે –2 ની જમણી બાજુ 4 પગલાં ચાલીએ તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?

(b) જો આપણે 1 ની ડાબી બાજુ 5 પગલાં ચાલીએ તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?

(c) જો આપણે સંખ્યારેખા પર –8 પર હોઈએ, તો –13 પર પહોંચવા માટે કઈ દિશામાં ચાલવું પડશે ?

(d) જો આપણે સંખ્યારેખા પર –6 પર હોઈએ, તો –1 પર પહોંચવા માટે કઈ દિશામાં ચાલવું પડશે ?

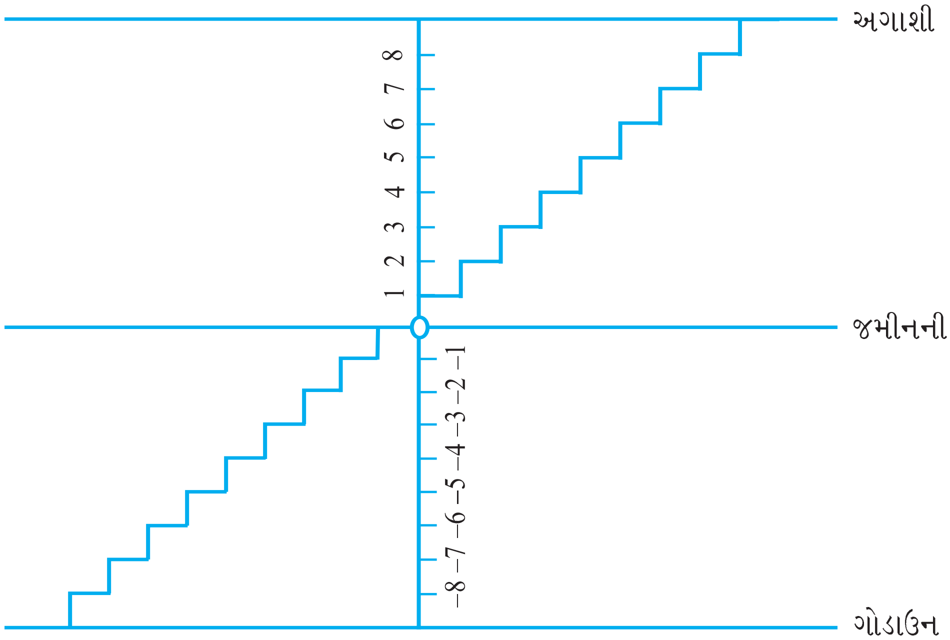
6.3 પૂર્ણાંકોનો સરવાળો

આ કરો :

(ઉપર-નીચે જવું)

મોહનના ઘરમાં અગાશી સુધી જવા માટે અને ગોડાઉનમાં જવા માટે સીડી છે.

ચાલો, અગાશી સુધી જવા માટેની સીડીની સંખ્યાને ધન પૂર્ણાંક તરીકે લઈએ અને નીચે ગોડાઉનમાં જવા માટેની સીડીની સંખ્યાને ઋણ પૂર્ણાંક તરીકે લઈએ તથા જમીનની સપાટીથી નિરૂપણ સંખ્યાને શૂન્ય તરીકે લઈએ.



નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો અને તમારા ઉત્તરોને પૂર્ણાંકોમાં રૂપાંતર કરો :

(a) જમીનની સપાટીથી 6 સીડી ઉપર ચઢો.

(b) જમીનની સપાટીથી 4 સીડી નીચે ઊતરો.

(c) જમીનની સપાટીથી 5 સીડી ઉપર ચઢો અને ફરી ત્યાંથી 3 સીડી ઉપર ચઢો.

(d) જમીનની સપાટીથી 8 સીડી નીચે ઊતરો અને ફરી ત્યાંથી 5 સીડી ઉપર ચઢો.

(e) જમીનની સપાટીથી 5 પગથિયાં નીચે જાઓ અને પછી ત્યાંથી 12 પગથિયાં ઉપર વધો.

(f) જમીનની સપાટીથી 8 પગથિયાં નીચે જવું અને પછી ત્યાંથી 5 પગથિયાં ઉપર વધો.

(g) જમીનની સપાટીથી 7 પગથિયાં ઉપર વધો અને ત્યાંથી 10 પગથિયાં નીચે જાઓ.

અમીનાએ નીચે બતાવેલ પ્રમાણે લખ્યું :

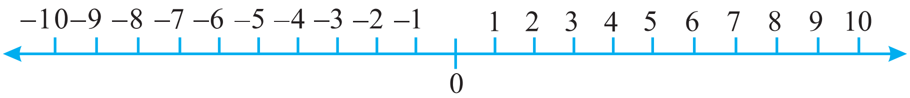
(a) $+6$ (b) -4 (c) $(+5)+(+3)=+8$ (d) $(-6)+(-2)=-4$

(e) $(-5)+(+12)=+7$ (f) $(-8)+(+5)=-3$ (g) $(+7)+(-10)=17$

તેણે કેટલીક ભૂલો કરી હતી. શું તમે તેના જવાબ તપાસી શકો છો અને તેને સુધારી શકો છો ?

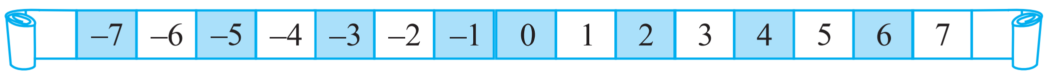
પ્રયત્ન કરો.

જમીન પર આડી સંખ્યારેખાનાં રૂપમાં એક આકૃતિ દોરો, જેમ કે નીચે દર્શાવ્યું છે. ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણમાં આપેલા પ્રશ્નોની જેમ બીજા પ્રશ્નો બનાવો અને તેને તમારા મિત્રની મદદથી ઉકેલો :

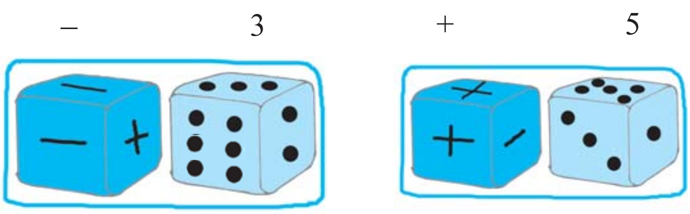


એક રમત

એક સંખ્યાપટ્ટી લો. જેના પર +25 થી –25 સુધીના પૂર્ણાંક લખેલા હોય.



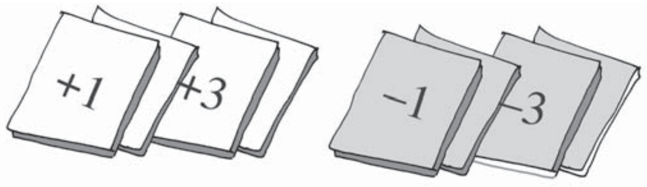
બે પાસાં લો. એમાંથી એક પર 1 થી 6 સુધીની સંખ્યા અંકિત હોય અને બીજા પર ત્રણ '+' ચિહ્ન અને ત્રણ '–' ચિહ્ન અંકિત હોય.



ખેલાડીઓ અલગ-અલગ રંગના બટન (રંગીન પાસા) સંખ્યાપટ્ટી પર 0 સ્થાન પર મૂકશે. બંને પાસાંને પ્રત્યેક વાર ફેંક્યા પછી ખેલાડી જોશે કે તેણે તે પાસા પર શું પ્રાપ્ત કર્યું. જો પ્રથમ પાસા પર 3 અને બીજા પાસા પર '–' આવે છે, તો તેને '–3' પ્રાપ્ત થાય છે. જો પ્રથમ પાસો 5 દર્શાવે અને બીજા પાસા પર '+' દર્શાવે તો તેને +5 પ્રાપ્ત થાય છે.

જ્યારે કોઈ ખેલાડીને '+' ચિહ્ન પ્રાપ્ત થાય છે તો તે આગળની દિશામાં (+ 25 તરફ) ખસે છે. અને જ્યારે કોઈ ખેલાડીને '–' ચિહ્ન પ્રાપ્ત છે ત્યારે તે પાછળ (–25 તરફ) ખસે છે.

દરેક ખેલાડી વારાફરતી બંને પાસાને ફેંકશે. તે ખેલાડી જેનું બટન –25ને સ્પર્શ કરશે તે ખેલાડી રમતમાંથી બહાર નીકળી જશે અને તે ખેલાડી જેનું બટન +25ને પહેલાં સ્પર્શ કરશે તે ખેલાડી રમત જીતી જશે.



તમે આ જ રમતને 12 કાર્ડ લઈને જેના પર +1, +2, +3, +4, +5 અને +6 અને –1, –2...–6 અંકિત હોય તેવી રમત રમી શકો. દરેક પ્રયત્નોમાં પાનાં ચીપવામાં આવે છે.

કમલા, રેશમા અને મીનુ આ રમત રમી રહ્યા છે.

કમલાને સતત ત્રણ પ્રયત્નોમાં +3, +2, +6 પ્રાપ્ત કર્યા. તેણે એનું કાઉન્ટર 11 પર અંકિત કર્યું.

રેશમાએ સતત ત્રણ પ્રયત્નોમાં –5, +3, +1 પ્રાપ્ત કર્યા. તેણે તેનું કાઉન્ટર –1 રાખ્યું.

મીનુએ એકસાથે ત્રણ પ્રયત્નોમાં +4, –3, –2 પ્રાપ્ત કર્યા. એનું કાઉન્ટર કયાં સ્થાન પર હશે ? –1 પર અથવા +1 પર ?

આ કરો :

સફેદ અને કાળા જેવા બે અલગ-અલગ રંગનાં બટન લો. ચાલો, એક સફેદ બટનને +1 થી દર્શાવવું અને એક કાળા બટનને –1 થી દર્શાવવું. એક સફેદ બટન (+1) અને એક કાળું બટન (–1)ને જોડીને શૂન્ય દર્શાવે છે એટલે કે [1 + (–1) = 0].

નીચેના કોષ્ટકમાં પૂર્ણાંકોને રંગીન બટનોની મદદથી દર્શાવવામાં આવ્યા છે :

રંગીન બટનો	પૂર્ણાંકો
○ ○ ○ ○ ○	5
● ● ●	– 3
○ ●	0

ચાલો, આ રંગીન બટનોની મદદથી પૂર્ણાંકોને જોડીએ.

નીચેના કોષ્ટકને જુઓ અને પૂર્ણ કરો :

○ ○ ○ + ○ ○ = ○ ○ ○ ○ ○	(+3) + (+2) = + 5
● ● + ● = ● ● ●	(–2) + (–1) = – 3
○ ○ ○ ○ + ○ = ○ ○ ○ ○ ○	....
● ● ● ● + ● ● = ...	....

પ્રયત્ન કરો.

નીચેના સરવાળાનો ઉત્તર શોધો :

(a) $(-11) + (-12)$

(b) $(+10) + (+4)$

(c) $(-32) + (-25)$

(d) $(+23) + (+40)$

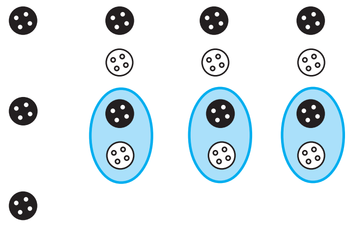
જ્યારે આપણે બે ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પ્રાપ્ત કરીએ ત્યારે તેને ઉમેરવું. જેમ કે, $(+3) + (+2) = +5$ [$= 3 + 2$]. જ્યારે બે ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પ્રાપ્ત કરીએ ત્યારે તેને ઉમેરવું, પરંતુ ઉત્તરમાં ઋણ (–) ચિહ્ન લગાવો. જેમ કે, $(-2) + (-1) = -(2+1) = -3$.

હવે, આ બટનોની મદદથી એક ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંક જોડો અને જોડીમાં બટનને કાઢો એટલે કે સફેદ બટન સાથે કાળું બટન [ત્યાર પછી $(+1) + (-1) = 0$] બાકીનાં બટનોને તપાસો.

(a) $(-4) + (+3)$

$= (-1) + (-3) + (+3)$

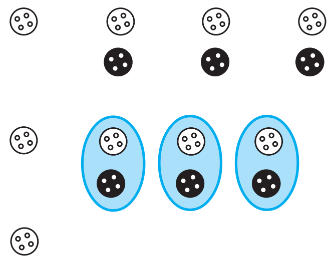
$= (-1) + 0 = -1$



(b) $(+4) + (-3)$

$= (+1) + (+3) + (-3)$

$= (+1) + (0) = +1$



તમે જોઈ શકો છો કે $4 - 3$નો જવાબ 1 અને $-4 + 3 = -1$ છે.

તેથી જ્યારે તમારી પાસે ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંક હોય ત્યારે તમે બાદ કરશો. પરંતુ જે ઉત્તર આવશે તે મોટા પૂર્ણાંકનું ચિહ્ન લેશે. ચિહ્નો અવગણીને બતાવો કે કઈ સંખ્યા મોટી છે.

કેટલાંક ઉદાહરણ તમને મદદ કરશે.

પ્રયત્ન કરો.

નીચેના ઉકેલ શોધો :

(a) $(-7) + (+8)$

(b) $(-9) + (+13)$

(c) $(+7) + (-10)$

(d) $(+12) + (-7)$

(c) $(+5) + (-8) = (+5) + (-5) + (-3) = 0 + (-3)$

$= (-3)$

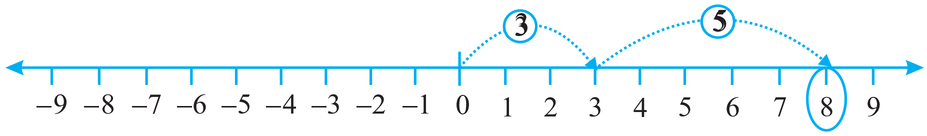
(d) $(+6) + (-4) = (+2) + (+4) + (-4) = (+2) + 0$

$= +2$

6.3.1 સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોનો સરવાળો

અલગ-અલગ રંગોનાં બટનનો પ્રયોગ કરીને પૂર્ણાંકોનો સરવાળો હંમેશાં સરળ હોતો નથી. શું આપણે સરવાળા માટે સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરી શકીએ ?

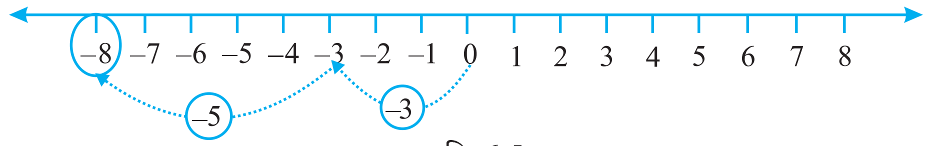
(i) ચાલો, સંખ્યારેખા પર 3 અને 5નો સરવાળો કરીએ.



આકૃતિ 6.4

સંખ્યારેખા પર આપણે પહેલાં 0 થી 3 સુધી પહોંચવા માટે 3 પગલાંઓ જમણી બાજુ ખસીએ છીએ. પછી આપણે 3ની જમણી બાજુએ 5 પગલાંઓ ખસીએ છીએ અને 8 સુધી પહોંચીએ છીએ તેથી આપણે 3 + 5 = 8 (આકૃતિ 6.4).

(ii) ચાલો, સંખ્યારેખા પર –3 અને –5નો સરવાળો કરીએ.



આકૃતિ 6.5

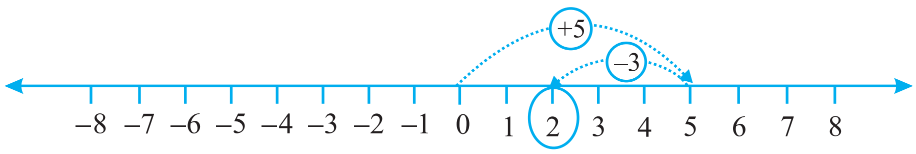
સંખ્યારેખા પર આપણે પહેલા 0 થી –3 સુધી પહોંચવા માટે 3 પગલાં ડાબી બાજુએ ખસીએ. પછી આપણે –3 ની ડાબી બાજુએ 5 પગલાંઓ ખસીએ છીએ અને –8 સુધી પહોંચીએ છીએ.

આમ, (–3) + (–5) = –8

આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે જ્યારે આપણે બે ધન પૂર્ણાંક ઊમેરીએ છીએ ત્યારે પરિણામ ધન પૂર્ણાંક છે. જ્યારે આપણે બે ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરીએ છીએ, ત્યારે પરિણામ ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(iii) ધારો કે, આપણે સંખ્યારેખા પર 5 અને –3નો સરવાળો શોધવાના છીએ.

પહેલાં આપણે સંખ્યારેખા પર 0 થી પ્રારંભ કરીને 0નાં જમણી બાજુ 5 પગલાં ચાલીએ છીએ અને 5નાં ડાબી બાજુ 3 પગલાં ચાલીએ છીએ અને 2 પાસે પહોંચીએ છીએ (આકૃતિ 6.6).

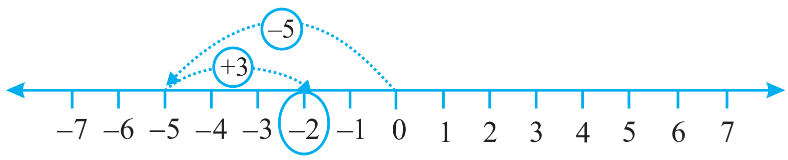


આકૃતિ 6.6

આ પ્રમાણે (+5) + (–3) = 2

(iv) એ જ રીતે ચાલો સંખ્યારેખા પર (–5) અને (+3)નો સરવાળો શોધવાના છીએ.

આપણે 0 થી શરૂઆત કરીને 0ની ડાબી બાજુએ 5 પગલાં ખસેડીએ છીએ અને –5 પર પહોંચીએ અને ત્યાર બાદ આપણે –5 ની જમણી તરફ 3 પગલાં ખસેડીએ છીએ અને –2 સુધી પહોંચીએ. આમ, (–5) + (+3) = (–2).



આકૃતિ 6.7

પ્રયત્ન કરો.

1. સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને નીચેના સરવાળાઓનો ઉકેલ શોધો :

   (a) $(-2) + 6$ (b) $(-6) + 2$

   આવા, બીજા બે પ્રશ્નો બનાવો અને સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને ઉકેલ શોધો.

2. સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કર્યા વગર નીચેનાનો ઉકેલ શોધો :

   (a) $(+7) + (-11)$

   (b) $(-13) + (+10)$

   (c) $(-7) + (+9)$

   (d) $(+10) + (-5)$

   આવા પાંચ પ્રશ્નો પૂછી અને તેમનો ઉકેલ શોધો.

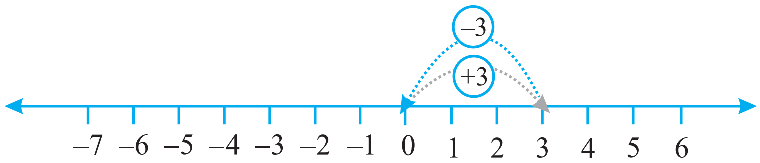
જ્યારે પૂર્ણાંકમાં ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામ આપેલ પૂર્ણાંક કરતાં વધી જશે.

જ્યારે પૂર્ણાંકમાં ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામ આપેલ પૂર્ણાંક કરતાં ઓછો થઈ જશે.

ચાલો, આપણે 3 અને –3 ઉમેરીએ. આપણે પહેલા 0 થી +3 સુધી અને પછી +3થી આપણે 3 બિંદુ ડાબી બાજુએ ખસીએ છીએ.

અંતે આપણે ક્યાં પહોંચીએ છીએ ?

આકૃતિ 6.8 માં $3 + (-3) = 0$ એ જ રીતે જો આપણે 2 અને –2 ઉમેરીએ તો આપણને શૂન્ય પ્રાપ્ત થશે. 3 અને –3, 2 અને –2 જેવી



આકૃતિ 6.8

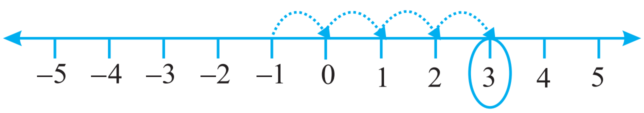
સંખ્યાઓ જ્યારે એકબીજામાં ઉમેરાય છે, ત્યારે રકમનો સરવાળો શૂન્ય આવશે. એવી સંખ્યાને એકબીજાની વિરોધી સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. 6 ની વિરોધી સંખ્યા કઈ છે ? –7 ની વિરોધી સંખ્યા કઈ છે ?

ઉદાહરણ 3 : સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને પૂર્ણાંક લખો :

(a) –1 માં 4 ઉમેરતાં

(b) 3 માંથી 5 બાદ કરતાં

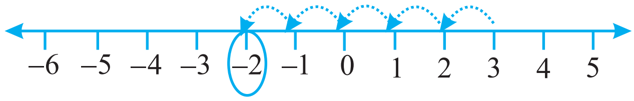
ઉપાય : (a) આપણે પૂર્ણાંક જાણવા માંગીએ છીએ. જે –1 થી વધારે 4 છે તેથી આપણે –1 થી શરૂ કરીએ. –1 થી જમણી બાજુ 4 પગલાં આગળ વધીએ. 3 સુધી પહોંચવા માટે નીચે બતાવ્યા પ્રમાણે છે :



આકૃતિ 6.9

તેથી, –1 થી વધુ 4 એટલે 3 (આકૃતિ 6.9).

(b) આપણે ત્રણમાંથી 5 બાદ કરતાં મળતા પૂર્ણાંક મેળવવા ઇચ્છીએ છીએ તેથી સંખ્યારેખા પર 3 થી શરૂ કરી 5 પગલાં ડાબી બાજુએ ખસતાં (–2) મળે છે.



તેથી 3 કરતાં 5 ઓછા એ પૂર્ણાંક (–2) છે.

ઉદાહરણ 4 : (–9) + (+4) + (–6) + (+3) ની સંખ્યા શોધો :

ઉપાય : આપણે સંખ્યા ફરીથી ગોઠવીએ જેથી કરીને ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંકને એકસાથે જૂથબદ્ધ કરવામાં આવે. આપણી પાસે –

$(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$

$= (-9) + (-6) + (+4) + (+3) = (-15) + (+7) = -8$

ઉદાહરણ 5 : (30) + (–23) + (–63) + (+55) નું મૂલ્ય શોધો :

ઉપાય : $(30) + (+55) + (-23) + (-63)$

$= \ 85 + (-86)$

$= \ -1$

ઉદાહરણ 6 : (–10), (92), (84) અને (–15)નો સરવાળો શોધો :

ઉપાય : $= (-10) + (92) + (84) + (-15)$

$= (-10) + (-15) + 92 + 84$

$= (-25) + 176$

$= 151$

સ્વાધ્યાય 6.2

1. સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને પૂર્ણાંક લખો :

   (a) 5 માં 3 ઉમેરતાં

   (b) (–5) માં 5 ઉમેરતાં

   (c) 2 માંથી 6 બાદ કરતાં

   (d) –2 માંથી 3 બાદ કરતાં

2. સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરી અને નીચેના પૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરો :

   (a) 9 + (–6) (b) 5 + (–11)

   (c) (–1) + (–7) (d) (–5) + 10

   (e) (–1) + (–2) + (–3) (f) (–2) + (8) + (–4)

3. સંખ્યારેખાના ઉપયોગ વગર સરવાળો કરો :

   (a) 11 + (–7) (b) (–13) + (+18)

   (c) (–10) + (+19) (d) (–250) + (+150)

   (e) (–380) + (–270) (f) (–217) + (–100)

4. સરવાળો શોધો :

   (a) 137 અને –354 (b) –52 અને 52

   (c) –312, 39 અને 192 (d) –50, –200 અને 300

5. સરવાળો શોધો :

   (a) (–7) + (–9) + 4 + 16

   (b) (37) + (–2) + (–65) + (–8)

6.4 સંખ્યારેખાની મદદથી પૂર્ણાંકોની બાદબાકી

આપણે સંખ્યારેખા પર ધન પૂર્ણાંક ઉમેર્યા છે. ઉદાહરણ તરીકે 6 + 2 પર વિચાર કરો. આપણે 6થી શરૂ કરીએ છીએ અને જમણી બાજુએ 2 પગલાંઓ પર જઈએ. આપણે 8 સુધી પહોંચીએ છીએ. તેથી, 6 + 2 = 8 (આકૃતિ 6.11)

આકૃતિ 6.11

આપણે જોયું કે સંખ્યારેખા પર 6 માં –2 ઉમેરવા માટે આપણે 6 થી શરૂ કરી શકીએ અને પછી 6ની ડાબી બાજુએ 2 ખસેડીએ. આપણે 4 સુધી પહોંચીએ. તેથી, આપણી પાસે 6 + (–2) = 4 (આકૃતિ 6.12)

આકૃતિ 6.12

આ રીતે આપણે શોધીએ છીએ કે, ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવા માટે આપણે કોઈ સંખ્યારેખા પર જમણી તરફ વધીએ છીએ અને ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવા માટે આપણે ડાબી તરફ આગળ વધીએ છીએ.

આપણે એ પણ જોયું છે કે સંપૂર્ણ સંખ્યા માટે સંખ્યારેખા ઉપયોગ કરતી વખતે 6માંથી 2 બાદ કરતાં આપણે ડાબી બાજુ તરફ જઈશું. (આકૃતિ 6.13)

આકૃતિ 6.13

એટલે કે 6 –2 = 4

આપણે 6 – (–2) માટે શું કરીશું?

આપણે સંખ્યારેખા પર ડાબી બાજુ જઈશું કે જમણી બાજુ ?

જો આપણે ડાબી તરફ જઈએ તો આપણે 4 પર પહોંચીએ.

પછી આપણે કહેવું પડશે કે 6 – (–2) = 4 જે ખોટું છે. કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે 6 –2 = 4 તેથી 6 –2 ≠ 6 – (–2)

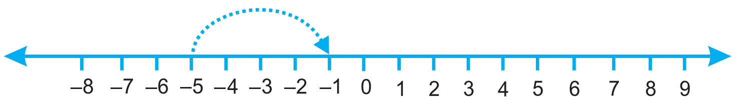
તેથી આપણે જમણી તરફ આગળ વધવું પડશે. (આકૃતિ 6.14)

આકૃતિ 6.14

એટલે કે, $6 - (-2) = 8$

એનો અર્થ એ પણ છે કે જ્યારે આપણે એક ઋણ પૂર્ણાંક બાદ કરીએ છીએ ત્યારે આપણને મોટો પૂર્ણાંક મળે છે. બીજી રીતે ધ્યાનમાં રાખો કે (–2) એ 2ની વિરોધી સંખ્યા છે. તેથી અહીં 6માં (–2)ની વિરોધી સંખ્યા ઉમેરો કે 6માંથી (–2) બાદ કરો, બંને સરખું આવે છે.

ચાલો, હવે સંખ્યારેખાની મદદથી $-5 - (-4)$ ની કિંમત શોધીશું. આપણે કહી શકીએ કે આ $-5 + (4)$ જેવું જ છે, કારણ કે –4ની વિરોધી સંખ્યા 4 છે. આપણે –5 થી શરૂ થતી સંખ્યારેખાના જમણી બાજુ 4 પગલાં ખસીએ. (આકૃતિ 6.15)



આકૃતિ 6.15

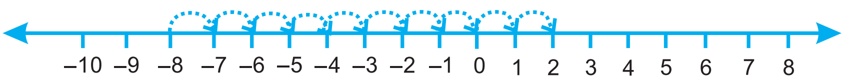
આપણે –1 પર પહોંચીએ.

એટલે કે $-5 + 4 = -1$. આમ, $-5 - (-4) = -1$

ઉદાહરણ 7 : સંખ્યારેખાની મદદથી $-8 - (-10)$ ની કિંમત શોધો :

ઉપાય : $-8 - (-10) = -8 + 10$ કારણ કે, –10 ની વિરોધી સંખ્યા 10 છે.

સંખ્યારેખા પર –8 થી આપણે 10 પગલાં જમણી તરફ જઈશું. (આકૃતિ 6.16)



આકૃતિ 6.16

આપણે 2 સુધી પહોંચીએ છીએ.

આમ, $-8 - (-10) = 2$

આ પ્રમાણે એક પૂર્ણાંકમાંથી બીજા પૂર્ણાંકની બાદબાકી કરવા તે પૂર્ણાંકની વિરોધી સંખ્યાને ઉમેરવી.

ઉદાહરણ 8 : –10 માંથી –4 બાદ કરો :

ઉપાય : $(-10) - (-4)$

$= (-10) + 4$ (–4 ની વિરોધી સંખ્યા)

$= (-10) + 4 = -6$

ઉદાહરણ 9 : -3 માંથી $+3$ બાદ કરો :

ઉપાય : $(-3) - (+3)$

$= (-3) +$ (3ની વિરોધી સંખ્યા)

$= (-3) + (-3) \ = -6$

સ્વાધ્યાય 6.3

1. શોધો :

(a) $35 - (20)$ (b) $72 - (90)$

(c) $(-15) - (-18)$ (d) $(-20) - (13)$

(e) $23 - (-12)$ (f) $(-32 - (-40)$

2. >, < અથવા = ચિહ્ન વડે ખાલી જગ્યા પૂરો :

(a) $(-3) + (-6)$ ______ $(-3) - (-6)$

(b) $(-21) - (-10)$ ______ $(-31) + (-11)$

(c) $45 - (-11)$ ______ $57 + (-4)$

(d) $(-25) - (-42)$ ______ $(-42) - (-25)$

3. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(a) $(-8) +$ ______ $= 0$

(b) $13 +$ ______ $= 0$

(c) $12 + (-12) +$ ______ $= 0$

(d) $(-4) +$ ______ $= -12$

(e) ______ $- 15 = -10$

4. શોધો :

(a) $(-7) - 8 - (-25)$

(b) $(-13) + 32 - 8 - 1$

(c) $(-7) + (-8) + (-90)$

(d) $50 - (-40) - (-2)$

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. આપણે જોયું કે ઋણ ચિહ્નોવાળી સંખ્યાઓની આપણને જરૂર પડતી હોય છે. આ ત્યારે થાય છે કે જ્યારે આપણે સંખ્યારેખા પર શૂન્યની નીચે જઈએ છીએ. આને ઋણ સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. તેમના ઉપયોગનાં કેટલાંક ઉદાહરણો જેમ કે તાપમાનનાં પ્રમાણમાં, તળાવ તથા નદીમાં પાણીનું સ્તર, ટૅન્કમાં તેલનું સ્તર વગેરે હોઈ શકે છે. તેઓનો ઉપયોગ ડેબિટ ઍકાઉન્ટ અથવા બાકી લેણાંને દર્શાવવા માટે થાય છે.

2. સંખ્યાઓનો સમૂહ... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4... ને પૂર્ણાંક કહેવામાં આવે છે. તેથી –1, –2, –3, –4... ને આપણે ઋણ પૂર્ણાંક કહીશું. 1, 2, 3, 4...ને આપણે ધન પૂર્ણાંક કહીશું.

3. આપણે જોયું છે કે આપેલ સંખ્યા કરતા 1 વધુ લેવાથી તેની અનુગામી સંખ્યા મળે અને આપેલ સંખ્યા કરતા 1 ઓછી લેવાથી તેની પુરોગામી મળે છે.

4. આપણે અવલોકનમાં જોયું કે,

   (a) જ્યારે બે સમાન ચિહ્ન હોય ત્યારે તે જ ચિહ્ન ઉમેરો અને મૂકો.

      1. જ્યારે બે ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે આપણને ધન પૂર્ણાંક મળે છે.

         [દા.ત., (+3) + (+2) = (+5)]

      2. જ્યારે બે ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે આપણને ઋણ પૂર્ણાંક મળે છે.

         [દા.ત., (–2) + (–1) = –3]

   (b) જ્યારે એક ધન પૂર્ણાંકમાં એક ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે ત્યારે ચિહ્નોને ધ્યાનમાં લીધા વગર તેમની બાદબાકી થાય છે અને મળતા પૂર્ણાંકને મોટી સંખ્યાનું ચિહ્ન મુકાય છે. પૂર્ણાંકનાં ચિહ્નને ધ્યાનમાં લીધા સિવાય મોટો પૂર્ણાંક નક્કી કરવામાં છે.

      [દા.ત., (+4) + (–3) = +1 અને (– 4) + (+3) = –1]

   (c) પૂર્ણાંકની બાદબાકી તેની વિરોધી સંખ્યાના સરવાળા જેટલી છે.

5. આપણે જોયું કે કેવી રીતે પૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય.

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ

પ્રકરણ 7

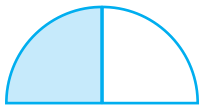
7.1 પ્રાસ્તાવિક

સુભાષ IV અને V ધોરણમાં અપૂર્ણાંકો વિશે શીખ્યો હતો. તેથી જ્યારે શક્ય હોય ત્યારે તે અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયત્ન કરતો હતો. એક પ્રસંગ હતો કે, જ્યારે તે તેનું બપોરનું ભોજન ઘરે ભૂલી ગયો હતો. તેની મિત્ર કોમલે તેને તેના ભોજનનો ભાગ લેવા માટે આમંત્રણ આપ્યું. તેના ભોજનમાં પાંચ પૂરીઓ હતી, તો સુભાષ અને ફરીદા બંનેએ બે પૂરીઓ લીધી. ત્યાર બાદ, ફરીદાએ પાંચમી પૂરીના બે સરખા ભાગ કર્યા અને એમાંથી એક અડધો ભાગ સુભાષને આપ્યો અને ફરીદા પાસે 2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ અને એક અડધી પૂરી હતી.

2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ + અડધી પૂરી : સુભાષ

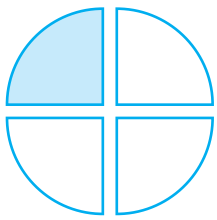
2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ + અડધી પૂરી : ફરીદા

તમને તમારા જીવનની કઈ પરિસ્થિતિમાં અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરવો પડ્યો ?



આકૃતિ 7.1

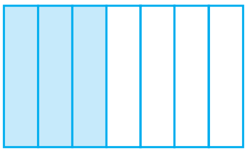
સુભાષ જાણતો હતો કે, અડધાને $\frac{1}{2}$ એમ લખાય. પૂરી ખાતાં તેણે ફરીથી પૂરીને બે ભાગમાં વહેંચી અને ફરીદાને પૂછ્યું, આ ટુકડો સંપૂર્ણ પૂરીનો કયો ભાગ છે ? (આકૃતિ 7.1)



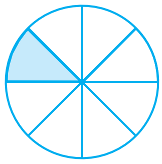
આકૃતિ 7.2

જવાબ આપ્યા વગર ફરીદાએ પણ પોતાની અડધી પૂરીને બે સરખા ભાગોમાં વહેંચી લીધી અને સુભાષના ભાગ સાથે મૂકી દીધી. તેણે કહ્યું કે, આ ચારેય સરખા ભાગો સાથે મળીને એ સંપૂર્ણ બને છે.

(આકૃતિ 7.2) તો, દરેક સરખા ભાગ એ પૂર્ણ પૂરીનો એક ચતુર્થાંશ ભાગ છે અને આ ચારેય ભાગો મળીને $\frac{4}{4}$ અથવા 1 પૂર્ણ પૂરી બને છે.



આકૃતિ 7.3



આકૃતિ 7.4

જમતી વખતે તેઓ અગાઉ શું શીખી ગયા તેની ચર્ચા કરી. 4 સમાન ભાગોમાંથી 3 ભાગ $\frac{3}{4}$ દર્શાવે છે. તેવી જ રીતે, આપણે એક પૂર્ણને 7 સરખા ભાગોમાં વિભાજિત કરીને 3 ભાગ લઈએ તો $\frac{3}{7}$ મળે છે. (આકૃતિ 7.3) $\frac{1}{8}$ માટે, આપણે એક પૂર્ણને 8 એકસરખા ભાગોમાં વહેંચીને અને એમાંથી એક ભાગ લઈએ છીએ. (આકૃતિ 7.4)

કોમલે કહ્યું કે, આપણે ભણી ગયાં છીએ કે, **અપૂર્ણાંક એ એવી સંખ્યા છે જે એક સમગ્રના ભાગનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે. આ સમગ્ર એ એકલું અથવા સમૂહમાં પણ હોઈ શકે છે.** સુભાષે એ જોયું કે **આ બધા ભાગો એકસરખા હોવા જોઈએ.**

7.2 અપૂર્ણાંકો (Fraction)

ચાલો, ઉપરની ચર્ચા પર ફરીથી વિચાર કરીએ. અપૂર્ણાંકનો અર્થ થાય છે કે સમૂહ અથવા પ્રદેશનો એક ભાગ.

$\frac{5}{12}$ એ અપૂર્ણાંક છે. આપણે એને પાંચ-બારાંશ એમ વાંચીએ છીએ.

'12' શું દર્શાવે છે ? આ સમાન ભાગોની તે સંખ્યા છે, જેમાં એક સંપૂર્ણને વહેંચવામાં આવેલ છે. '5' શું દર્શાવે છે ? આ સમાન ભાગોની તે સંખ્યા છે, જે બધા 12 ભાગોમાંથી લીધેલ છે.

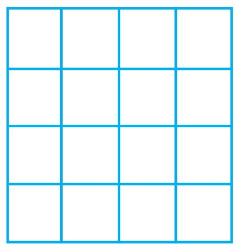
અહીં 5ને અંશ કહેવાય અને 12ને છેદ કહેવાય છે.

$\frac{3}{7}$ નો અંશ અને $\frac{4}{15}$ નો છેદ લખો.

આ રમત રમો :

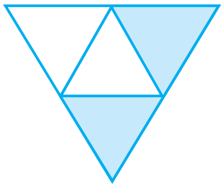
તમે તમારા મિત્રો સાથે આ રમત રમી શકો છો. અહીં દર્શાવેલ ખાનાની ઘણી નકલ કરી લો.

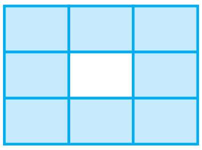
કોઈ અપૂર્ણાંક ધારો, જેમ કે $\frac{1}{2}$. દરેક વિદ્યાર્થી ખાનાનો $\frac{1}{2}$ ભાગને છાયાંકિત કરે.

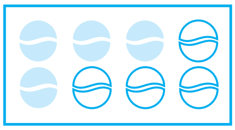


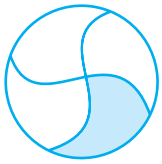
સ્વાધ્યાય 7.1

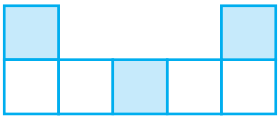
1. છાયાંકિત કરેલ ભાગનો અપૂર્ણાંક લખો :

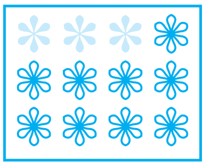

(i)

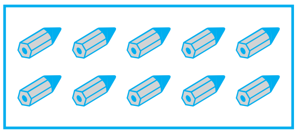

(ii)

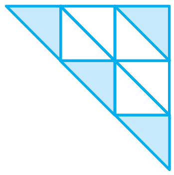

(iii)

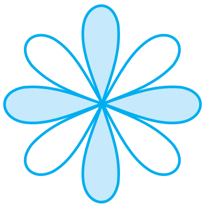

(iv)

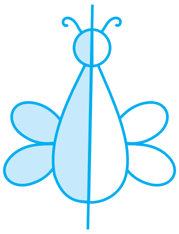

(v)


(vi)

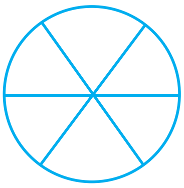

(vii)

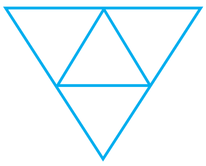

(viii)

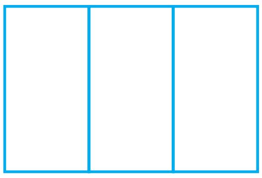

(ix)


(x)

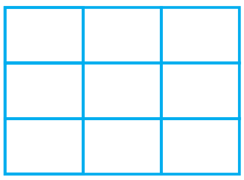
2. આપેલ અપૂર્ણાંક મુજબ રંગ ભરો :


(i) $\frac{1}{6}$

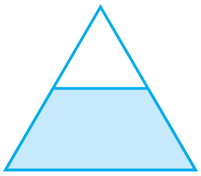

(ii) $\frac{1}{4}$


(iii) $\frac{1}{3}$

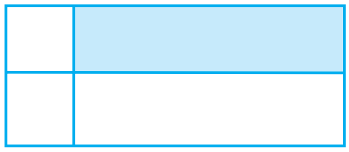

(iv) $\frac{3}{4}$


(v) $\frac{4}{9}$

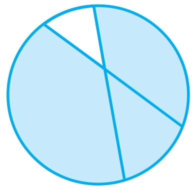
3. જો કોઈ ભૂલ હોય તો ઓળખો :



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{4}$



$\frac{3}{4}$

4. આઠ કલાક દિવસનો કેટલામો ભાગ છે ?

5. 40 મિનિટ એ કલાકનો કેટલામો ભાગ છે ?

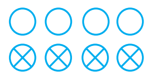
6. આર્યા, અભિમન્યુ અને વિવેક ભોજનના ભાગ પાડે છે. આર્યા બે સેન્ડવિચ લઈ આવે છે. એક શાકભાજીની અને બીજી જામની બનેલી. બીજા બે છોકરાઓ તેમનું ભોજન ભૂલી ગયાં. તે રીતે આર્યા તેની સેન્ડવિચ આપવા માટે તૈયાર થાય છે. કે જેથી દરેક વ્યક્તિને સમાન સેન્ડવિચનો ભાગ આવે.
   (a) આર્યા તેની સેન્ડવિચ કેવી રીતે વહેંચશે જેથી બધાંને એકસમાન ભાગ મળે ?
   (b) દરેક છોકરાને સેન્ડવિચનો કેટલામો ભાગ મળશે ?

7. કંચન કપડાને ડાઈ કરે છે. તે 30 કપડાને ડાઈ કરે છે. તેણે 20 કપડાંને ડાઈ કરી લીધી હતી. તો તેણે કેટલામા ભાગના કપડાને ડાઈ કરી ?

8. 2 થી 12 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ લખો. તેમાના કેટલામા ભાગની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

9. 102 થી 113 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ લખો. તેમાના કેટલામા ભાગની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

10. આપેલ વર્તુળ જેમાં X છે, એનો અપૂર્ણાંક શું છે ?



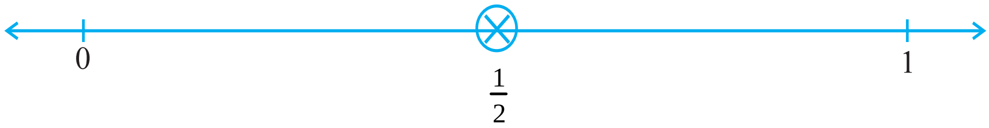
11. ક્રિસ્તિનને તેના જન્મદિન પર સી.ડી. પ્લેયર મળ્યું. તેણીએ 3 CDs ખરીદી હતી અને 5 બીજી ભેટમાં મળી. એના દ્વારા ખરીદી કરેલ સીડીની સંખ્યા અને ભેટમાં મળેલ સીડીની સંખ્યા કુલ સીડીની સંખ્યાનો કયો અપૂર્ણાંક ભાગ છે ?

7.3 સંખ્યારેખા પર અપૂર્ણાંક

તમે સંખ્યારેખા પર પૂર્ણ સંખ્યાઓ 0, 1, 2,... દર્શાવતા શીખી ગયાં છો.
આપણે સંખ્યારેખા પર અપૂર્ણાંક પણ દર્શાવી શકીએ. ચાલો, આપણે સંખ્યારેખા દોરીએ અને તેના પર $\frac{1}{2}$ મૂકવાની કોશિશ કરીએ.

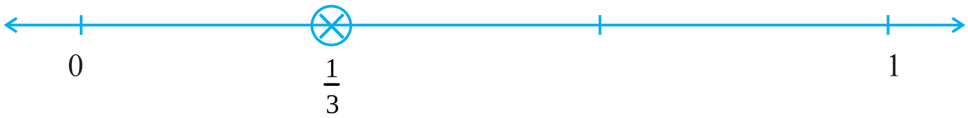
આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{1}{2}$ એ 0 કરતાં મોટો છે અને 1 કરતાં નાનો છે તેથી, તે 0 અને 1ની વચ્ચે આવશે.

તેથી આપણે જોઈએ કે $\frac{1}{2}$ ને આપણે 0 અને 1 વચ્ચેના તફાવતને બે સરખા ભાગોમાં વિભાજિત કરીએ છીએ અને 1 ભાગને આપણે $\frac{1}{2}$ એમ દર્શાવીએ છીએ. (આકૃતિ 7.5માં દર્શાવ્યા મુજબ)



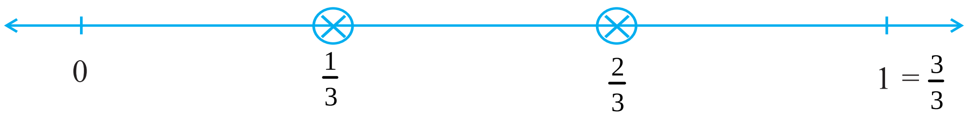
આકૃતિ 7.5

ધારો કે આપણે $\frac{1}{3}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા છે તો 0 અને 1 વચ્ચેની લંબાઈને કેટલા સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરવી જોઈએ ? આપણે 0 અને 1ની વચ્ચેની લંબાઈને 3 એકસમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરીએ અને એક ભાગને $\frac{1}{3}$ વડે દર્શાવીએ છીએ. (જેમ કે, આકૃતિ 7.6માં બતાવ્યા મુજબ)



આકૃતિ 7.6

શું આપણે $\frac{2}{3}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકીએ ? દર્શાવ્યા મુજબ $\frac{2}{3}$નો અર્થ થાય છે કે 3 સમાન ભાગોમાંથી 2 ભાગો. (આકૃતિ 7.7)



આકૃતિ 7.7

એવી જ રીતે $\frac{0}{3}$ અને $\frac{3}{3}$ ને તમે સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવશો ? $\frac{0}{3}$ એ બિંદુ શૂન્ય છે જ્યારે $\frac{3}{3}$ બિંદુ એ સંપૂર્ણ છે, તે બિંદુ 1 દ્વારા દર્શાવાય છે. (આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યા મુજબ)

જો હવે આપણને $\frac{3}{7}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવી હોય તો 0 અને 1 વચ્ચેની લંબાઈ તફાવતને કેટલા સમાન ભાગોમાં વહેંચી શકાય ?

જો P એ $\frac{3}{7}$ દર્શાવે તો, 0 અને P વચ્ચે કેટલા સમાન ભાગો હોય ? $\frac{0}{7}$ અને $\frac{7}{7}$ એ ક્યાં હશે ?

પ્રયત્ન કરો.

1. $\frac{3}{5}$ ને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
2. $\frac{1}{10}$, $\frac{0}{10}$, $\frac{5}{10}$ અને $\frac{10}{10}$ ને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
3. શું તમે 0 અને 1ની વચ્ચે બીજો કોઈ અપૂર્ણાંક દર્શાવી શકો ? તમે દર્શાવી શકો એવી પાંચ અપૂર્ણાંક સંખ્યા લખો અને તેને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
4. 0 અને 1 ની વચ્ચે કેટલા અપૂર્ણાંકો આવે છે ? વિચારો, ચર્ચો અને તમારો જવાબ લખો.

7.4 શુદ્ધ અપૂર્ણાંક (Proper fraction)

હવે તમે શીખી ગયાં છો કે અપૂર્ણાંકોને સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવાય છે. અલગ-અલગ સંખ્યારેખા પર $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}$ અને $\frac{5}{8}$ ને દર્શાવો.

શું આમાંથી કોઈ અપૂર્ણાંક 1ની ડાબી બાજુએ છે ?

આ બધા અપૂર્ણાંકો 1ની ડાબી બાજુ આવેલ છે કારણ કે તે 1 કરતાં નાના છે.

હકીકતમાં, અત્યાર સુધી આપણે જે બધા અપૂર્ણાંકો શીખ્યા છીએ તે 1 કરતાં નાના છે. આ **શુદ્ધ અપૂર્ણાંકો** છે. ફરીદાએ જણાવ્યું તે પ્રમાણે (આકૃતિ 7.1) શુદ્ધ અપૂર્ણાંક એ સમગ્ર ભાગનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે. શુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં છેદ એ ભાગની સંખ્યા બતાવે જે સંપૂર્ણ ભાગોથી ભાગવામાં આવેલું હોય અને અંશ એ લીધેલા ભાગની સંખ્યા બતાવે છે. તેથી શુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ હંમેશાં છેદ કરતાં નાનો હોય છે.

પ્રયત્ન કરો.

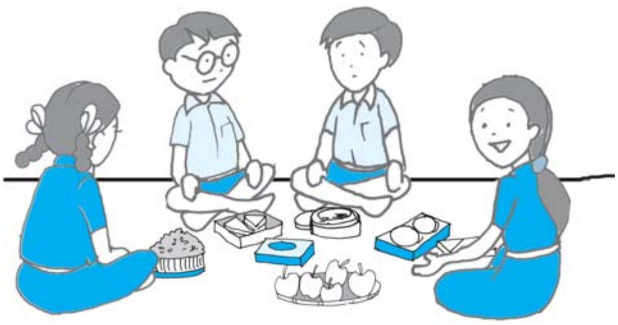
1. શુદ્ધ અપૂર્ણાંક આપો :
   (a) જેનો અંશ 5 હોય અને છેદ 7 હોય.
   (b) જેનો છેદ 9 હોય અને અંશ 5 હોય.
   (c) અંશ અને છેદમાં 10 સુધી ઉમેરી કેટલા આ પ્રકારના અપૂર્ણાંકો બનાવી શકો ?
   (d) જેનો છેદ એના અંશ કરતા 4 ગણો વધારે હોય.
   (કોઈ પણ પાંચ અપૂર્ણાંક આપો. તમે કેટલા બનાવી શકો છો ?)
2. એક અપૂર્ણાંક આપેલ છે. તેને જોઈને તમે કેવી રીતે કહી શકો કે, આ અપૂર્ણાંક -
   (a) 1 થી નાનો છે ?
   (b) 1 ને સમાન છે ?
3. કોઈ પણ એકનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા ભરો :
   '>', '<' અથવા '='

   (a) $\frac{1}{2} \square 1$ (b) $\frac{3}{5} \square 1$ (c) $1 \square \frac{7}{8}$ (d) $\frac{4}{4} \square 1$ (e) $\frac{2005}{2005} \square 1$

7.5 અશુદ્ધ (Improper) અને મિશ્ર અપૂર્ણાંક (Mixed fraction)

અનઘા, રવિ, રેશમા અને જહૉને ટિફિનમાં હિસ્સો કર્યો. તેમના ભોજનની સાથે તેઓ 5 સફરજન લાવ્યાં. ભોજન લીધા બાદ, ચારેય મિત્રો સફરજન ખાવા માગતા હતા.

ચારેયની વચ્ચે તેઓ પાંચ સફરજન કેવી રીતે વહેંચશે ?



અનઘાએ કહ્યું, ચાલો, આપણે એક સંપૂર્ણ સફરજન લઈએ અને પાંચમા સફરજનનો ચોથો ભાગ લઈએ.

અનઘા રવિ રેશમા જહૉન

રેશમાએ કહ્યું, તે સારું છે, પણ આપણે એ પણ કરી શકીએ કે દરેક પાંચ સફરજનના 4 સમાન ભાગો કરી અને દરેક સફરજનનો ચોથો ભાગ દરેક લઈએ.

અનઘા રવિ રેશમા જહૉન

રવિએ કહ્યું, બંને રીતે ભાગ પાડીને આપણે એકસમાન ભાગ મેળવી શકીએ. જેમ કે ચોથા ભાગના પાંચ ટુકડા

4 ભાગોથી એક સંપૂર્ણ બને છે તેથી આપણે એમ પણ કરી શકીએ કે દરેકને 1 સંપૂર્ણ અને એક ચોથો ભાગ મળશે. દરેકને મળતા ભાગની કિંમત 5 ને 4 વડે વિભાજિત કરીએ તેટલી થાય.

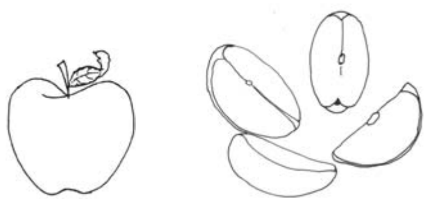
તેને $5 \div 4$ એમ લખાય ? જહોને કહ્યું હા, $\frac{5}{4}$ લખી શકાય. રેશમાએ ઉમેર્યું કે, $\frac{5}{4}$માં અંશ એ છેદ કરતા મોટો છે જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ છેદ કરતા મોટો હોય તેને **અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક** કહે છે.

તેથી $\frac{3}{2}$, $\frac{12}{7}$ અને $\frac{18}{5}$ એ બધા અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો કહે છે.

1. છેદમાં 7 હોય તેવા પાંચ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો લખો.
2. અંશમાં 11 હોય તેવા પાંચ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો લખો.

રવિએ જહૉનને યાદ કરાવ્યું કે ભાગ પાડવાનો બીજો માર્ગ કયો છે ? શું અનઘાએ બતાવેલ યુક્તિ દ્વારા 5 સફરજન વહેંચી શકાય ?

જહૉને સહમત થતાં કહ્યું, હા, અનઘાની યુક્તિ દ્વારા કરી શકીએ. તેણીની યુક્તિ દ્વારા દરેકે એક સંપૂર્ણ અને એક ભાગ વહેંચી લીધો. એટલે $1 + \frac{1}{4}$ અને તેને ટૂંકમાં $1\frac{1}{4}$ લખાય. યાદ રાખો કે $1\frac{1}{4}$ એ $\frac{5}{4}$ બંને સમાન છે.



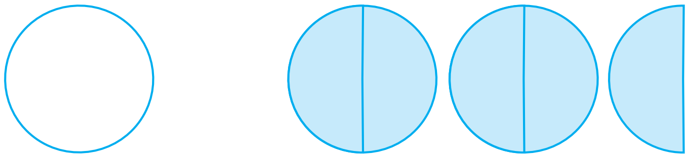
આ 1 છે. દરેક $\frac{1}{4}$ છે.

(પૂર્ણ) (એક ચતુર્થાંશ)

આકૃતિ 7.8

કોમલ દ્વારા ખાવામાં આવેલી પૂરીઓ, ફરીથી યાદ કરો. તેને $2\frac{1}{2}$ પૂરી મળી હતી. (આકૃતિ 7.9)

દા.ત.,



આ 1 છે. આ $2\frac{1}{2}$ છે.

આકૃતિ 7.9

$2\frac{1}{2}$ માં કેટલા ભાગો છાયાંકિત કરેલા છે ? અહીં 5 ભાગો છાયાંકિત કરેલા છે. તેથી અપૂર્ણાંકને $\frac{5}{2}$ એમ પણ લખી શકાય.

અપૂર્ણાંકો જેવા કે $1\frac{1}{4}$ અને $2\frac{1}{2}$ એને **મિશ્ર અપૂર્ણાંક** કહે છે. મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં એક ભાગ પૂર્ણાંક હોય છે અને બીજો ભાગ અપૂર્ણાંક હોય છે. તમે આવા મિશ્ર અપૂર્ણાંક વિશે જાણો છો ? તેના ઉદાહરણ આપો.

> **શું તમે જાણો છો ?**
>
> ટેનિસ રૅકેટની ગ્રીપની સાઈઝ ઘણી વાર મિશ્ર સંખ્યામાં હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે એક સાઈઝ '$3\frac{7}{8}$ ઈંચ' અને બીજી સાઈઝ '$4\frac{3}{8}$ ઈંચ'.

ઉદાહરણ 1 : નીચે આપેલ સંખ્યાને મિશ્ર અપૂર્ણાંકોમાં ફેરવો :

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

ઉકેલ : (a) $\frac{17}{4}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4\overline{)17} \\ -16 \\ \hline 1 \end{array}$$

4 પૂર્ણ અને $\frac{1}{4}$ વધારે અથવા $4\frac{1}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3\overline{)11} \\ -9 \\ \hline 2 \end{array}$$

3 પૂર્ણ અને $\frac{2}{3}$ વધારે અથવા $3\frac{2}{3}$

[તેવી જ રીતે, $\frac{11}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$]

તમારી જાતે (c) અને (d)માં બંને પદ્ધતિઓનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયત્ન કરો.

આ રીતે, આપણે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકને એક મિશ્ર સંખ્યાના રૂપમાં દર્શાવી શકીએ. એના માટે આપણે અંશને છેદ દ્વારા ભાગીને ભાગફળ અને શેષ મેળવીએ છીએ. પછી મિશ્ર અપૂર્ણાંકને ભાગફળ $\frac{\text{શેષ}}{\text{ભાજક}}$ એવા સ્વરૂપમાં લખી શકીએ.

ઉદાહરણ 2 : નીચે આપેલ મિશ્ર અપૂર્ણાંકને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવો :

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $7\frac{1}{9}$ (c) $5\frac{3}{7}$

ઉકેલ : (a) $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2\times4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7\times9)+1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5\times7)+3}{7} = \frac{38}{7}$

તેથી આપણે મિશ્ર અપૂર્ણાંકને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવવા માટે

$$\frac{(\text{પૂર્ણ} \times \text{છેદ}) + \text{અંશ}}{\text{છેદ}}$$

સ્વાધ્યાય 7.2

1. સંખ્યારેખા દોરો અને તેનાં પર બિંદુઓ દર્શાવો :

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}$

2. નીચે આપેલાને મિશ્ર અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં દર્શાવો :

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

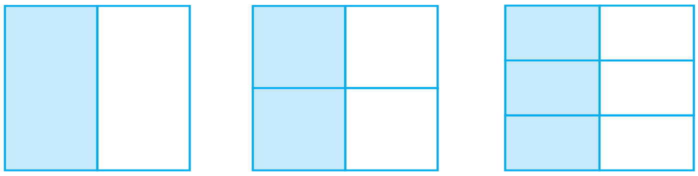
(d) $\frac{28}{5}$ (e) $\frac{19}{6}$ (f) $\frac{35}{9}$

3. નીચે આપેલાને અશુદ્ધ અપૂર્ણાઁક સ્વરૂપમાં દર્શાવો :

(a) $7\ \frac{3}{4}$ (b) $5\ \frac{6}{7}$ (c) $2\ \frac{5}{6}$ (d) $10\ \frac{3}{5}$ (e) $9\ \frac{3}{7}$ (f) $8\ \frac{4}{9}$

7.6 સમઅપૂર્ણાંક (Equivalent Fraction)

અપૂર્ણાંકની આપેલ તમામ રજૂઆતને જુઓ. (આકૃતિ 7.10)

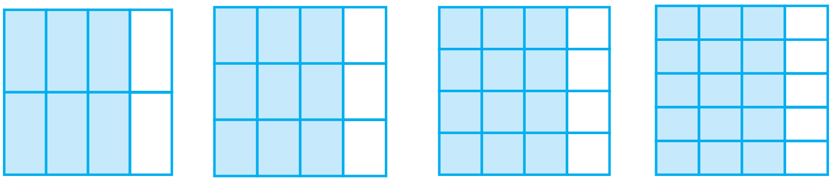


આકૃતિ 7.10

આ અપૂર્ણાંકો $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ જે કુલ ભાગમાંથી લીધેલા ભાગને દર્શાવે છે. જો આપણે આ અપૂર્ણાંકોનાં ચિત્રોને એકબીજાં પર મૂકવામાં આવે, તો તે સમાન થશે. શું તમે એનાથી સહમત છો ?

પ્રયત્ન કરો.

1. શું $\frac{1}{3}$ અને $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{5}$ અને $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{9}$ અને $\frac{6}{27}$ સમાન છે ? કારણ આપો.
2. ચાર સમાન અપૂર્ણાંકોનાં ઉદાહરણો આપો.
3. દરેક અપૂર્ણાંકને ઓળખો. શું આ અપૂર્ણાંકો સમાન છે ?



આ અપૂર્ણાંકને **સમઅપૂર્ણાંક** કહે છે. એવા 3 બીજા અપૂર્ણાંક કહો. જે ઉપર આપેલા અપૂર્ણાંકો જેવા સમાન છે.

સમઅપૂર્ણાંકની સમજ :

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, ..., \frac{36}{72}$..., સમઅપૂર્ણાંક છે. તેઓ સંપૂર્ણના સમાન ભાગ દર્શાવે છે.

આપણે કઈ રીતે એક અપૂર્ણાંકને બીજા અપૂર્ણાંકમાંથી મેળવી શકીએ ?

આપણે નોંધ્યું $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$

તેવી જ રીતે, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$

આપેલ અપૂર્ણાંકના સમઅપૂર્ણાંક શોધવા માટે, આપેલા અપૂર્ણાંકના અંશ અને છેદનો ગુણાકાર સમાન સંખ્યા દ્વારા કરવામાં આવે છે.

રજનીએ કહ્યું કે, $\frac{1}{3}$નો સમઅપૂર્ણાંક એ,

$\frac{1\times2}{3\times2} = \frac{2}{6}$; $\frac{1\times3}{3\times3} = \frac{3}{9}$; $\frac{1\times4}{3\times4} = \frac{4}{12}$ અને બીજા વધારે,

તમે તેની સાથે સહમત છો ? સમજાવો.

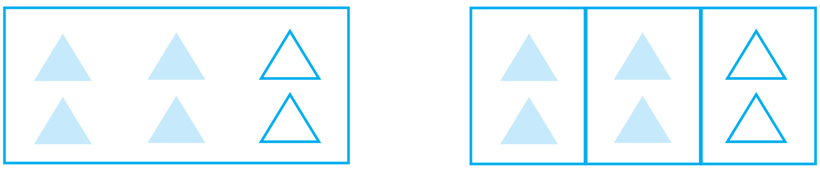
પ્રયત્ન કરો.

1. નીચે આપેલામાંથી દરેકના પાંચ સમઅપૂર્ણાંકો શોધો :

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{9}$

બીજી રીત

સમઅપૂર્ણાંક મેળવવાનો શું કોઈ બીજો રસ્તો છે ? આકૃતિ 7.11 જુઓ.



$\frac{4}{6}$ ભાગ છાયાંકિત કરેલ છે. $\frac{2}{3}$ ભાગ છાયાંકિત કરેલ છે.

આકૃતિ 7.11

તેમાં સમાન છાયાંકિત કરેલી સંખ્યાનો સમાવેશ થાય છે. દા.ત., $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{4\div2}{6\div2}$

સમઅપૂર્ણાંક શોધવા માટે, આપણે બંને અંશ અને છેદને સરખી સંખ્યા વડે ભાગવું પડે.

એક સમઅપૂર્ણાંક $\frac{12}{15}$ નો $\frac{12\div3}{15\div3} = \frac{4}{5}$ છે.

શું તમે, $\frac{9}{15}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધી શકો, જેનો છેદ 5 હોય ?

ઉદાહરણ 3 : $\frac{2}{5}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો જેનો અંશ 6 હોય.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ $2 \times 3 = 6$ એનો અર્થ એ થાય છે કે, સમઅપૂર્ણાંક મેળવવા માટે બંને અંશ અને છેદને 3 વડે ગુણાકાર કરવો પડે.

તેથી, $\frac{2}{5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{6}{15}$; $\frac{6}{15}$ એ માગેલ સમઅપૂર્ણાંક છે.

શું તમે એને ચિત્રનાં રૂપમાં દર્શાવી શકો છો ?

ઉદાહરણ 4 : $\frac{15}{35}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો, જેનો છેદ 7 હોય.

ઉકેલ : આપણી પાસે $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$

આપણે છેદને જોતાં શોધીએ કે $35 \div 5 = 7$. તેથી, આપણે $\frac{15}{35}$ના અંશને પણ 5 વડે ભાગીશું.

તેથી, $\frac{15}{35} = \frac{15\div5}{35\div5} = \frac{3}{7}$

એક રસપ્રદ હકીકત :

અપૂર્ણાંક વિશે એક ખૂબ રસપ્રદ વાત છે. તેના માટે આપેલા કોષ્ટકને પૂર્ણ કરો. પહેલાંની બે હરોળ તમારા માટે પૂર્ણ કરેલી છે.

સમઅપૂર્ણાંક	પહેલી સંખ્યાનો અંશ અને બીજી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર	બીજી સંખ્યાનો અંશ અને પહેલી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર	શું ગુણાકાર સમાન છે ?
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$1 \times 9 = 9$	$3\times 3 = 9$	હા
$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$	$4 \times 35 = 140$	$5 \times 28 = 140$	હા
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$			
$\frac{3}{7} = \frac{24}{56}$			

આપણે શું સમજી શકીએ ? અહીં પહેલી સંખ્યાનો અંશ અને બીજી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર અને બીજી સંખ્યાનો અંશ અને પહેલી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર સમાન છે. આ બંને ગુણાકારને ચોકડી ગુણાકાર કહે છે. બીજી સમાન અપૂર્ણાંકની જોડ માટે ચોકડી ગુણાકાર કરો. શું તમે અપૂર્ણાંકની એવી કોઈ જોડ શોધી શકો, જેનો ચોકડી ગુણાકાર સમાન ન હોય ? આ નિયમ સમાન અપૂર્ણાંક શોધવામાં મદદરૂપ થઈ શકે.

ઉદાહરણ 5 : $\frac{2}{9}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો, જેના છેદમાં 63 હોય.

ઉકેલ : આપણી પાસે $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

આ માટે, આપણી પાસે $9 \times \square = 2 \times 63$

પણ $63 = 7 \times 9$ તો $9 \times \square = 2 \times 7 \times 9 = 14 \times 9 = 9 \times 14$

અથવા $9 \times \square = 9 \times 14$

તુલના કરતાં, $\square = 14$ તેથી $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$.

7.7 અપૂર્ણાંકોનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ (Simplest Form of a Fraction)

$\frac{36}{54}$ આપેલ અપૂર્ણાંક છે. ચાલો, આનો સમઅપૂર્ણાંક મેળવવાનો પ્રયત્ન કરીએ, જેના અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય.

આપણે એવું કેવી રીતે કરીશું ? આપણે જોયું કે 36 અને 54 બંનેને 2 વડે ભાગી શકાય છે.

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$$

પણ 18 અને 27માં પણ એક સિવાય અન્ય સામાન્ય અવયવો છે.

સામાન્ય અવયવો 1, 3, 9 છે તેમાં મોટામાં મોટો 9 છે.

તેથી, $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

હવે, 2 અને 3નો 1 સિવાય કોઈ પણ સામાન્ય અવયવ નથી. તેથી આપણે કહી શકીએ કે, અપૂર્ણાંક $\frac{2}{3}$ એ અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

એક અપૂર્ણાંક અતિસંક્ષિપ્ત (અથવા ન્યૂનતમ) સ્વરૂપમાં ત્યારે કહેવાય, જ્યારે એના અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય અન્ય કોઈ બીજા સામાન્ય અવયવ ન હોય.

ટૂંકામાં ટૂંકો રસ્તો

સરળ સ્વરૂપમાં સમઅપૂર્ણાંક શોધવાનો ટૂંકો રસ્તો એ છે કે આપેલ અપૂર્ણાંકનો અંશ અને છેદનો ગુ.સા.અ. શોધવો અને પછી અંશ અને છેદ બંનેને ગુ.સા.અ. થી ભાગાકાર કરો.

રમત

અહીં આપેલ સમઅપૂર્ણાંક રસપ્રદ છે. દરેકમાં 1 થી 9 સુધીના અંકોનો એકવાર ઉપયોગ કર્યો છે.

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

તમે આવા બે વધુ સમઅપૂર્ણાંકો શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

$\frac{36}{24}$ વિશે વિચારો.

36 અને 24નો ગુ.સા.અ. 12 છે.

તેથી, $\frac{36}{24} = \frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$ અપૂર્ણાંક $\frac{3}{2}$ એ અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

તેથી, ગુ.સા.અ. એ અપૂર્ણાંકના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ મેળવવામાં મદદરૂપ થાય છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો :

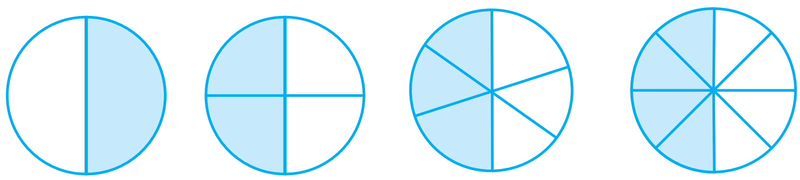
(i) $\frac{15}{75}$ (ii) $\frac{16}{72}$

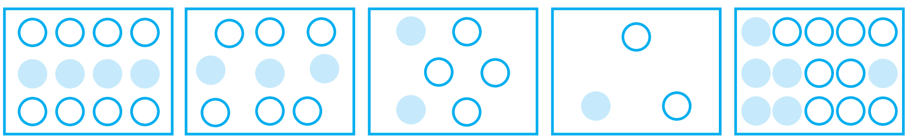
(iii) $\frac{17}{51}$ (iv) $\frac{42}{28}$ (v) $\frac{80}{24}$

2. શું $\frac{49}{64}$ એ તેના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં આપો.

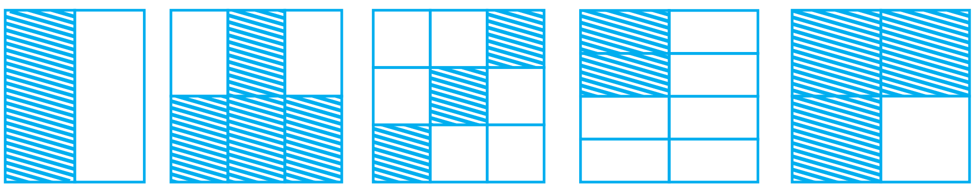
સ્વાધ્યાય 7.3

1. અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે લખો. શું આ બધા સમઅપૂર્ણાંક છે ?

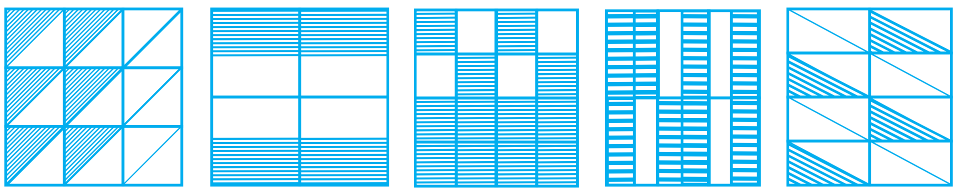
(a) 

(b) 

2. અપૂર્ણાંક લખો અને દરેક હરોળની સમઅપૂર્ણાંકની જોડ લખો.



(a) (b) (c) (d) (e)



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3. નીચે આપેલા દરેકના $\square$માં સાચી સંખ્યા મૂકો :

(a) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$ (b) $\frac{5}{8} = \frac{10}{\square}$ (c) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (d) $\frac{45}{60} = \frac{15}{\square}$ (e) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{4}$

4. $\frac{3}{5}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો. જેનો -

(a) છેદ 20 (b) અંશ 9
(c) છેદ 30 (d) અંશ 27

5. $\frac{36}{48}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો. કે જેનો

(a) અંશ 9 (b) છેદ 4

6. આપેલ અપૂર્ણાંક સમાન છે કે નથી, એ ચકાસો.

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7. નીચે આપેલા અપૂર્ણાંકને તેના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં ફેરવો :

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{84}{98}$ (d) $\frac{12}{52}$ (e) $\frac{7}{28}$

8. રમેશ પાસે 20 પેન્સિલ છે. શીલુ પાસે 50 પેન્સિલ છે. જમાલ પાસે 80 પેન્સિલ છે. 4 મહિના પછી રમેશે 10 પેન્સિલનો ઉપયોગ કરી લીધો. શીલુએ 25 પેન્સિલનો અને જમાલે 40 પેન્સિલનો ઉપયોગ કર્યો. દરેકે કેટલામા ભાગનો ઉપયોગ કર્યો ? ચકાસો તેઓએ પેન્સિલનો સરખા ભાગનો ઉપયોગ કર્યો ?

9. સમઅપૂર્ણાંકોની જોડ બનાવો અને દરેકના બીજાં બે ઉદાહરણ લખો :

(i) $\frac{250}{400}$ (a) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{180}{200}$ (b) $\frac{2}{5}$

(iii) $\frac{660}{990}$ (c) $\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{180}{360}$ (d) $\frac{5}{8}$

(v) $\frac{220}{550}$ (e) $\frac{9}{10}$

7.8 સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક (Like Fraction)

જે અપૂર્ણાંકના છેદ સમાન હોય તેવા અપૂર્ણાંકને **સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક** કહે છે.

તેથી $\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{8}{15}$ બધા જ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે. શું $\frac{7}{27}$ અને $\frac{7}{28}$ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે ?

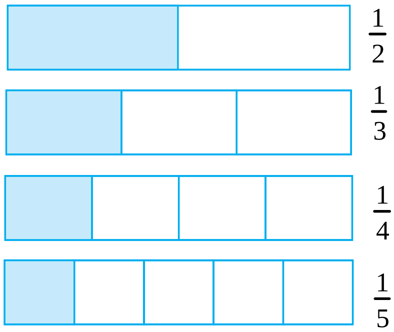
તેઓના છેદ અલગ છે, તેથી તેઓ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો નથી. તેમને **વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક (Unlike fractions)** કહેવાય છે.

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની પાંચ જોડ તથા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની પાંચ જોડ લખો.

7.9 અપૂર્ણાંકોની તુલના

સોહાની પાસે એની થાળીમાં $3\frac{1}{2}$ રોટલી છે અને રીટા પાસે એની થાળીમાં $2\frac{3}{4}$ રોટલી છે, તો કોની થાળીમાં વધુ રોટલીઓ છે ? સ્પષ્ટપણે કહી શકાય કે સોહાની પાસે 3 થી વધુ રોટલી છે અને રીટા પાસે 3 થી ઓછી રોટલી છે. તેથી સોહાની પાસે વધુ રોટલીઓ છે.

આકૃતિ 7.12માં દર્શાવેલ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{3}$ને ધ્યાનમાં લો.



આકૃતિ 7.12

તેથી $\frac{1}{2}$ એ $\frac{1}{3}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે.

આપેલા બંને અપૂર્ણાંકની જોડમાંથી કયો અપૂર્ણાંક મોટો છે તે દરેક વખતે સરળતાથી કહી શકાય નહિ. ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{1}{4}$ અને $\frac{3}{10}$માં કઈ સંખ્યા મોટી છે ? આ માટે આકૃતિ 7.12માં અપૂર્ણાંક દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે પરંતુ છેદમાં 13 હોય તો આકૃતિ દોરવી સરળ નથી. તેથી આપણે અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરવા માટે એક વ્યવસ્થિત પ્રક્રિયા કરવી જોઈએ. સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોને સરખાવવા વધુ સરળ છે. આપણે પહેલાં તે કરીશું.

પ્રયત્ન કરો.

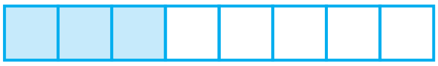
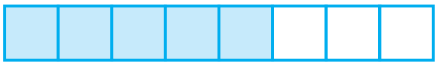
1. તમે એક બોટલ લો. એમાં $\frac{1}{5}$ ભાગનું જ્યૂસ લો અને તમારી બહેનને પણ એક બોટલ આપો તથા તેમાં $\frac{1}{3}$ ભાગનું જ્યૂસ લો. હવે, બંને બોટલ સમાન હોય તો તમારા બંનેમાં કોનું જ્યૂસ વધારે કહેવાય ?

7.9.1 સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોની સરખામણી

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો એવા હોય છે જેમના છેદ સરખા હોય છે.
નીચેનામાંથી કયા અપૂર્ણાંકો સમચ્છેદી છે ?

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$

હવે, $\frac{3}{8}$ અને $\frac{5}{8}$ આ બંને અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરીએ :

 $\frac{3}{8}$  $\frac{5}{8}$

આ બંને અપૂર્ણાંકમાં આખા ભાગને 8 સરખા ભાગમાં વહેંચવામાં આવે છે. $\frac{3}{8}$ અને $\frac{5}{8}$ માટે આપણે આ સરખા 8 ભાગમાંથી અનુક્રમે 3 અને 5 ભાગ લઈએ છીએ. દેખીતું છે કે 8 સરખા ભાગમાંથી 5 ભાગ એ 3 ભાગની સરખામણીએ વધુ છે. તેથી $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$. હવે બંને સંખ્યાઓના અંશ અલગ છે અને છેદ સરખા છે. છેદ સરખા હોવાના કારણે મોટો અંશ એ મોટો અપૂર્ણાંક કહેવાય. આમ $\frac{4}{5}$ અને $\frac{3}{5}$ માં $\frac{4}{5}$ એ મોટો અપૂર્ણાંક છે. એ જ રીતે $\frac{11}{20}$ અને $\frac{13}{20}$ માં $\frac{13}{20}$ મોટો અપૂર્ણાંક છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેનામાંથી કયો મોટો અપૂર્ણાંક છે ?

   (i) $\frac{7}{10}$ કે $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{11}{24}$ કે $\frac{13}{24}$ (iii) $\frac{17}{102}$ કે $\frac{12}{102}$

   શા માટે આ સરખામણી સરળ છે ?

2. નીચેના અપૂર્ણાંકોને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો :

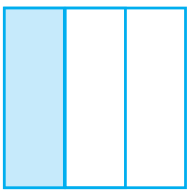
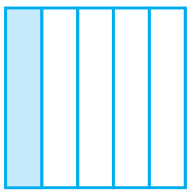
   (a) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (c) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{7}{7}$

7.9.2 વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો (Unlike fraction) ની સરખામણી

જો બે વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો હોય તો તેમના છેદ અલગ-અલગ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{5}$ એ વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક છે. બીજું જોઈએ તો $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{5}$.

સરખા અંશવાળા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક : જેમના અંશ સરખા છે તેવા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{5}$ ની જોડને ધ્યાનમાં લેતાં,

કઈ સંખ્યા મોટી છે $\frac{1}{3}$ કે $\frac{1}{5}$?

$\frac{1}{3}$  $\frac{1}{5}$ 

$\frac{1}{3}$માં આપણે આખા ભાગને 3 એકસરખા ભાગમાં વહેંચ્યા છે. $\frac{1}{5}$માં આખા ભાગને 5 સરખા ભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. સરખા ભાગ કરતાં આપણને $\frac{1}{3}$ ભાગ એ $\frac{1}{5}$ ભાગ કરતાં મોટો મળે છે અને તેથી $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$. આમ $\frac{1}{3}$ એ $\frac{1}{5}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે.

એ જ રીતે આપણે કહી શકીએ $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$. આ અપૂર્ણાંક ઉપરની જેમ જ સરખા અંશ અને અલગ-અલગ છેદ ધરાવે છે. આ સરખા અપૂર્ણાંકોમાં $\frac{2}{3}$ એ $\frac{2}{5}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે, તેથી સમગ્રનો $\frac{2}{3}$ ભાગ એ સમગ્રના $\frac{2}{5}$ ભાગ કરતા મોટો છે. તેથી $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ છે.

આપણે ઉપરનાં ઉદાહરણો જોયાં. એમાં જો બે અપૂર્ણાંકોનો અંશ સરખો હોય અને તેમાં જે અપૂર્ણાંકનો છેદ નાનો હોય તે અપૂર્ણાંક મોટો કહેવાય.

આમ, $\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$, $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$, $\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$

હવે આપેલ સંખ્યા $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$ ને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતાં આ બધા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે, પરંતુ તેમનો અંશ સમાન છે. આમ, અમુક અપૂર્ણાંકોમાં મોટો છેદ એ નાનો અપૂર્ણાંક બને છે. $\frac{2}{13}$ એ મોટો છેદ ધરાવતો હોવા છતાં નાનો અપૂર્ણાંક છે. હવે ચડતા ક્રમ પ્રમાણે બાકીના ત્રણ અપૂર્ણાંકોના ક્રમ $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{5}$ આ પ્રમાણે છે. સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક $\frac{2}{1}$ છે. તે સૌથી નાના છેદવાળો છે. હવે ચડતા ક્રમ પ્રમાણે જોઈએ, તો અપૂર્ણાંકો નીચે મુજબ ગોઠવાય, તેથી $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{1}$ છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેના અપૂર્ણાંકોને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો :

   (a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}$

   (b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{13}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$

   (c) હવે, ત્રણ વધુ ઉદાહરણો લખો અને તેમને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો.

ધારો કે આપણે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ ની સરખામણી કરતાં તેમના અંશ અને છેદ બંને અલગ છે. આપણે જાણીએ છીએ કે સરખા છેદ ધરાવતા સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની સરખામણી કેવી રીતે કરવી જોઈએ તે આપણે જાણીએ છીએ. જેમના અપૂર્ણાંકો સરખા છેદ ન ધરાવતા હોય તો સૌપ્રથમ આપણે તેમના છેદને બદલીને સરખા કરવાના પ્રયત્ન કરવા જોઈએ, જેથી તેમના છેદ સરખા થાય અને એ માટે આપણે સમઅપૂર્ણાંકો મેળવવાની રીત આગળ શીખી ગયાં છીએ. આ રીતનો ઉપયોગ કરીને આપણે અપૂર્ણાંકોની સંખ્યામાં ફેરફાર કર્યા વગર તેમના છેદ બદલી શકાય છે.

ચાલો, હવે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ ના સમાન અપૂર્ણાંક શોધીએ $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ માં,

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = ...$ એ જ રીતે $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = ...$

$\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ અપૂર્ણાંકોના સમાન 12 છેદવાળા સમઅપૂર્ણાંકો ક્રમશઃ $\frac{8}{12}$ અને $\frac{9}{12}$ થાય.

દા.ત., $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ અને $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

તેથી, $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ તેથી $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

ઉદાહરણ 6 : $\frac{4}{5}$ અને $\frac{5}{6}$ ની સરખામણી કરો.

ઉકેલ : અહીં આ અપૂર્ણાંકો વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે અને તેના અંશો પણ અલગ-અલગ છે. હવે તેમના સમાન અપૂર્ણાંક નીચે મુજબ છે :

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} = ...$$

અને $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = ...$

સરખા છેદવાળા સમઅપૂર્ણાંકો લેતા.

$\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$ અને $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

જ્યાં, $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$ તેથી $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

જુઓ, આ અપૂર્ણાંકમાં સરખા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોનો છેદ 30 છે. જેને 5×6 રીતે લખાય છે. 5 અને 6 એ સરખા ગુણાકારિત છેદ છે. તેથી જ્યારે આપણે વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરીએ, ત્યારે અંશ અને છેદને સમાન સંખ્યા વડે ગુણીને બંને સંખ્યાના છેદ સમાન લાવીએ છીએ.

ઉદાહરણ 7 : $\frac{5}{6}$ અને $\frac{13}{15}$ સરખાવો.

ઉકેલ : આ વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે. તેમને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો બનાવવા માટે સૌપ્રથમ આપણે તેના છેદને ગુણાકાર કરી સરખો કરવા 6 અને 15નો લ.સા.અ. પણ લેવો પડે છે.

હવે, $\frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}, \frac{13 \times 2}{15 \times 2} = \frac{26}{30}$

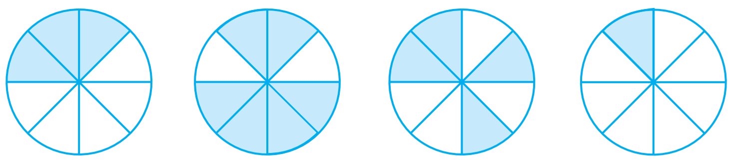
જેથી $\frac{26}{30} > \frac{25}{30}$ આપણી પાસે $\frac{13}{15} > \frac{5}{6}$ મળે છે.

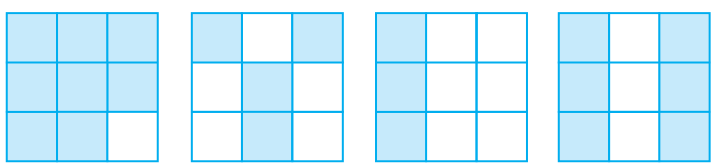
શા માટે લ.સા.અ. ?

6 અને 15નો ગુણાકાર 90 થાય છે. તે દેખીતું છે કે 90 એ 6 અને 15નો સામાન્ય અવયવી છે. આપણે 30ને બદલે 90 લઈએ તો પણ ખોટું નથી. પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે નાના અંકોથી કામ કરવું વધારે સરળ અને સગવડભર્યું છે. તેથી સામાન્ય અવયવી શક્ય તેટલો નાનો હોવો જોઈએ. તેથી સમાન છેદ તરીકે અપૂર્ણાંકમાં છેદ લ.સા.અ.ને લેવામાં આવે છે.

સ્વાધ્યાય 7.4

1. નીચે આપેલી આકૃતિમાં ઘાટા કરેલા ભાગને અપૂર્ણાંકની રીતે દર્શાવો અને તેમને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં '<' '=' '>' સંકેતમાં દર્શાવો :

(a) 

(b) 

(c) $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}$ અને $\frac{6}{6}$ આ અપૂર્ણાંકોને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો અને તેમની વચ્ચેનાં બૉક્સમાં યોગ્ય સંકેત મૂકો.

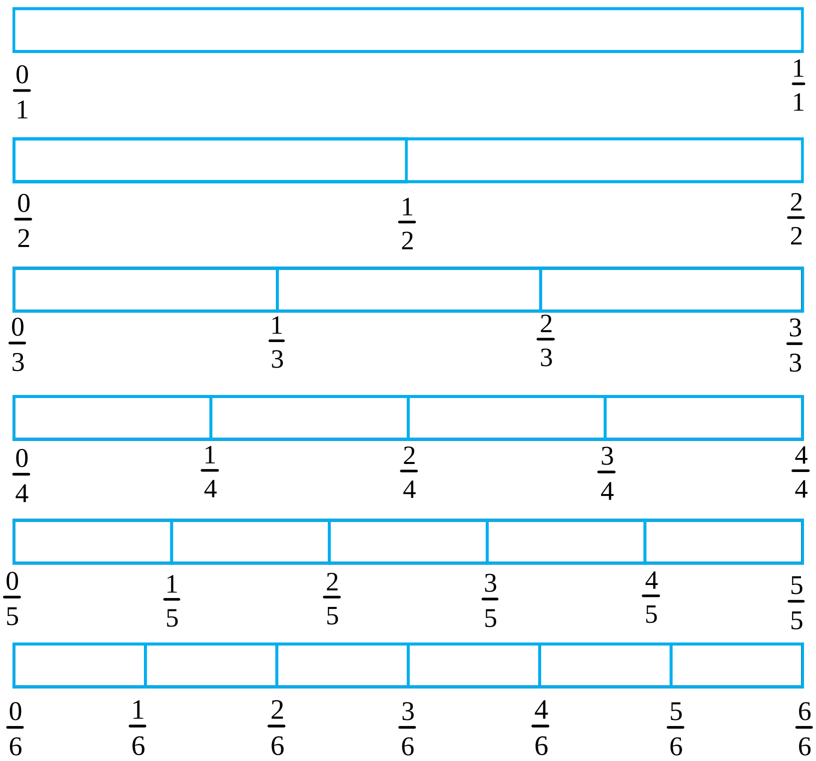
$\frac{5}{6} \square \frac{2}{6}$, $\frac{3}{6} \square 0$, $\frac{1}{6} \square \frac{6}{6}$, $\frac{8}{6} \square \frac{5}{6}$

2. નીચેના અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરો અને યોગ્ય સંકેત મૂકો :

(a) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7} \square \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5} \square \frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5} \square \frac{3}{7}$

3. આવી વધુ પાંચ જોડી બનાવી તેમની વચ્ચે યોગ્ય સંકેત મૂકો.

4. નીચેનાં અપૂર્ણાંકોની આકૃતિઓ જોઈ '<' અથવા '>' અથવા '=' ના સંકેત મૂકો :



(a) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (e) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

આવા બીજા પાંચ વધુ પ્રશ્નો બનાવો અને તમારા મિત્રો સાથે ઉકેલો.

5. શક્ય એટલા ઓછા સમયમાં મેળવો અને યોગ્ય સંકેત મૂકો. ('<', '=', '>')

(a) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

(g) $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (i) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(j) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (k) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

6. નીચેના અપૂર્ણાંકો ત્રણ અલગ અલગ સંખ્યા નિદર્શીત કરે છે તેમનું અતિ સંક્ષિપ્ત રૂપ આપી સમ અપૂર્ણાંકોના ત્રણ જૂથમાં વહેંચો.

(a) $\frac{2}{12}$ (b) $\frac{3}{15}$ (c) $\frac{8}{50}$ (d) $\frac{16}{100}$ (e) $\frac{10}{60}$ (f) $\frac{15}{75}$

(g) $\frac{12}{60}$ (h) $\frac{16}{96}$ (i) $\frac{12}{75}$ (j) $\frac{12}{72}$ (k) $\frac{3}{18}$ (l) $\frac{4}{25}$

7. નીચેનાના જવાબ મેળવો અને તેના ઉકેલની રીત પણ દર્શાવો :

(a) શું $\frac{5}{9}$ અને $\frac{4}{5}$ સરખા છે ? (b) શું $\frac{9}{16}$ અને $\frac{5}{9}$ સરખા છે ?

(c) શું $\frac{4}{5}$ અને $\frac{16}{20}$ સરખા છે ? (d) શું $\frac{1}{15}$ અને $\frac{4}{30}$ સરખા છે ?

8. 100 પાનાંની એક ચોપડીમાંથી ઈલાએ 25 પાનાં વાંચ્યાં. લલિતાએ એ જ ચોપડીનાં $\frac{2}{5}$ જેટલાં પાનાં વાંચ્યાં, તો કોણે ઓછું વાંચ્યું ?

9. રફિકે એક કલાકમાં $\frac{3}{6}$ ભાગની કસરત પૂર્ણ કરી. રોહિતે એક કલાકમાં $\frac{3}{4}$ ભાગની કસરત પૂર્ણ કરી, તો કોણે લાંબા સમય સુધી કસરત કરી કહેવાય ?

10. A વર્ગમાં 25 વિદ્યાર્થીઓ છે, તેમાંના 20 વિદ્યાર્થીઓ પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થાય છે. બીજા B વર્ગમાં 30 વિદ્યાર્થીઓ છે, તેમાંના 24 વિદ્યાર્થીઓ પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થાય છે. તો અપૂર્ણાંકની રીતે કયા વર્ગના વધુ વિદ્યાર્થીઓ (ફર્સ્ટ) પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થયા કહેવાય ?

7.10 અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી

આપણે આગળ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો અભ્યાસ કર્યો છે. આ પ્રકરણમાં આપણે જુદા જ પ્રકારની સંખ્યા અપૂર્ણાંકો વિશે અભ્યાસ કરીએ છીએ.

જ્યારે આપણે કોઈ સંખ્યાનો અભ્યાસ કરીએ ત્યારે આપણે એ સંખ્યાને કઈ રીતે ક્રિયાઓ કરી શકીએ છીએ તે વિચારવું પડે છે. શું આપણે કોઈ પણ સંખ્યાને જોડી અને એનો સરવાળો કરી શકીએ ? અને એવું થાય તો કેવી રીતે ? શું આપણે બીજા અંકમાંથી બાદ કરી શકીએ ? આપણે આ બધી વસ્તુઓ દરરોજના જીવન-વ્યવહાર સાથે આપણને કેવી રીતે કામ આવે છે, એના વિશે જોઈશું.

પ્રયત્ન કરો.

1. મારી માતાએ સફરજનના 4 સરખા ભાગ કરી આપ્યાં. એમાંથી મને બે ભાગ આપ્યા અને મારા ભાઈને 1 ભાગ આપ્યો તો અમારી માતાએ અમને બંનેને કુલ કેટલા ભાગ આપ્યા ?
2. માતાએ નીલુ અને એના ભાઈને ઘઉંમાંથી કાંકરા વીણવા માટે કહ્યું. નીલુએ $\frac{1}{4}$ કાંકરા શોધ્યા અને એના ભાઈએ પણ $\frac{1}{4}$ કાંકરા શોધ્યા. તો તેમણે કુલ કેટલા કાંકરા (અપૂર્ણાંકમાં) શોધ્યા ?
3. સોહન એની નોટબુકને કવર ચડાવે છે. તેણે $\frac{1}{4}$ ભાગ જેટલા કવર સોમવારે ચડાવ્યા. બીજા $\frac{1}{4}$ ભાગનાં કવર મંગળવારે અને બાકીનાં બુધવારે ચડાવ્યાં. તો કેટલાં કવર (અપૂર્ણાંકમાં) બુધવારે ચડાવ્યાં હશે ?

નીચે આપેલાં ઉદાહરણ જુઓ : એક ચાની લારીવાળો એની દુકાનમાં સવારે $2\frac{1}{2}$ લિટર દૂધ લે છે અને સાંજે $1\frac{1}{2}$ લિટર દૂધ લે છે. તો તેણે તેની દુકાનમાં કુલ કેટલું દૂધ વાપર્યું હશે ? અથવા શેખરે 2 રોટલી બપોરે અને $1\frac{1}{2}$ રોટલી રાત્રે ખાધી. તો શેખરે કુલ કેટલી રોટલી ખાધી ?

અહીં સ્પષ્ટ જણાય છે કે, અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવો પડશે. તેમાંથી કેટલાક આપણે મોઢે જવાબ આપી શકીએ અને કેટલાકની ગણતરી કરવી પડશે.

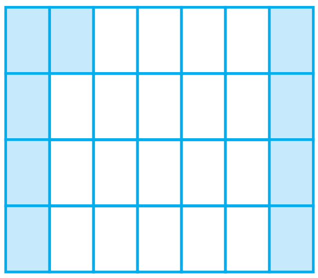
આ કરો :

ઉપરની જેમ પાંચ પ્રશ્નો લઈ તમારા મિત્રો સાથે તેનો ઉકેલ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

7.10.1 અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી

બધા જ અપૂર્ણાંકોના સરવાળાનો જવાબ મોઢે આપી શકાતો નથી. તેના માટે આપણે કેવી રીતે સરવાળો કરવો, એની જુદી-જુદી રીતો અને પ્રવૃત્તિઓ કરવી પડે છે. એના માટે આપણે નીચે મુજબ સમજીએ :

હવે આકૃતિ 7.13માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક 7 × 4 ગ્રીડ શીટ લો. તેમાં 7 બૉક્સ આડાં અને 4 બૉક્સ ઊભાં હોય છે.



આકૃતિ 7.13

આ ગ્રીડ શીટમાં કેટલાં બૉક્સ છે ?

તેમાંથી પાંચમાં લીલો રંગ પૂરો.

હવે, આ ગ્રીડ શીટના કેટલા ભાગમાં (અપૂર્ણાંક) લીલો રંગ છે, એ જણાવો.

હવે, બાકીનાં ચાર બૉક્સમાં પીળો રંગ પૂરો.

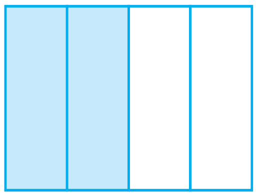
હવે, આ ગ્રીડ શીટના કેટલા ભાગમાં (અપૂર્ણાંક) પીળો રંગ છે, એ જણાવો.

બાકીનો ભાગ જેમાં રંગ નથી કર્યો, એનો પણ અપૂર્ણાંકમાં જવાબ જણાવો.

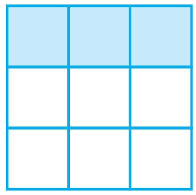
શું આપ જણાવી શકો $\frac{5}{28} + \frac{4}{28} = \frac{9}{28}$?

વધુ ઉદાહરણ જુઓ :

આકૃતિ 7.14 (i)માં આપણી પાસે આ આકૃતિના બે ભાગ છાયાંકિત છે. એનો અર્થ એ છે કે, આપણી પાસે ચાર ભાગોમાંથી બે ભાગો છાયાંકિત છે અથવા આકૃતિનો $\frac{1}{2}$ ભાગ છાયાંકિત છે.



આકૃતિ 7.14 (i)



આકૃતિ 7.14 (ii)

આ રીતે, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

આકૃતિ 7.14 (ii) જુઓ.

આકૃતિ 7.14 (ii)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે,

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1+1+1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

ઉપરનાં ઉદાહરણોમાંથી આપણે શું શીખી શકીએ ? બે અથવા વધુ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય છે :

પગલું 1 : અંશ ઉમેરો.

પગલું 2 : સરખો છેદ લાવો.

પગલું 3 : અપૂર્ણાંક આ રીતે લખો.

$$\frac{\text{પગલું 1નું પરિણામ}}{\text{પગલું 2નું પરિણામ}}$$

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિની મદદથી ઉમેરો.

   (i) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ (ii) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$

   (iii) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

2. $\frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ ઉમેરો.

   પેપર ફોલ્ડિંગનો ઉપયોગ કરીને અને ચિત્ર દ્વારા આપણે કેવી રીતે બતાવીશું ?

3. ઉપર આપવામાં આવેલા સમસ્યાઓનાં વધુ 5 ઉદાહરણો બનાવો અને તમારા મિત્ર સાથે ઉકેલો.

ચાલો, આપણે $\frac{3}{5}$ અને $\frac{1}{5}$ ને ઉમેરીએ. આપણી પાસે, $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$

તો $\frac{7}{12}$ અને $\frac{3}{12}$ નો સરવાળો શું હશે ?

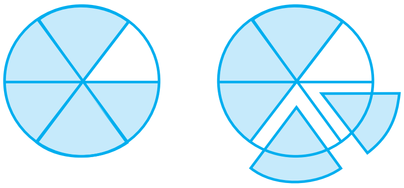
સંતુલન શોધવા

શર્મિલા પાસે $\frac{5}{6}$ કેક હતી. તેણીએ તેમાંથી $\frac{2}{6}$ જેટલી કેક તેના નાનાભાઈને આપી તો તેની પાસે કેટલી કેક બાકી રહે ?

આકૃતિ 7.15 પરિસ્થિતિને સમજાવી શકે છે. (જોયું, અહીં આપેલા અપૂર્ણાંક સમચ્છેદી છે.)

આપણને $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6}$ અથવા $\frac{1}{2}$ મળે છે.

(શું આ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોના સરવાળા જેવું નથી ?)



આકૃતિ 7.15

આથી આપણે કહી શકીએ કે બે પૂર્ણાંકોનો તફાવત નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય છે :

પગલું 1 : મોટા અંશથી નાના અંશની બાદબાકી કરો.

પગલું 2 : સમાન છેદ લાવો.

પગલું 3 : અપૂર્ણાંક આવી રીતે લખો.

$$\frac{\text{પગલું 1નું પરિણામ}}{\text{પગલું 2નું પરિણામ}}$$

શું હવે આપણે $\frac{8}{10}$ થી $\frac{3}{10}$ ની બાદબાકી કરી શકીએ ?

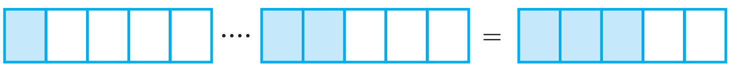
પ્રયત્ન કરો.

1. $\frac{7}{8}$ અને $\frac{3}{8}$ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.
2. માતાએ ગોળાકારમાં રોટલી બનાવી. તેના તેણે 5 ભાગમાં વિભાજન કર્યું. સીમાએ તેમાંથી એક ભાગ ખાધો. જો હું બીજો એક ભાગ ખાઈ જઉં, તો રોટલીના બીજા કેટલા ભાગ બાકી રહે?
3. મારી મોટી બહેને એક તરબૂચના એકસરખા 16 ભાગો કર્યાં. હું તેમાંના 7 ભાગ ખાઈ ગયો અને મારા મિત્રે 4 ભાગ ખાધા. તો અમે બંને સાથે મળીને કેટલું તરબૂચ ખાધું ? મેં મારા મિત્રો કરતા કેટલું વધારે તરબૂચ ખાધું હશે ? તરબૂચનો કેટલો ભાગ બાકી રહી ગયા ?
4. આવી પાંચ સ્થિતિ નક્કી કરી તમારા મિત્રો સાથે ઉકેલો.

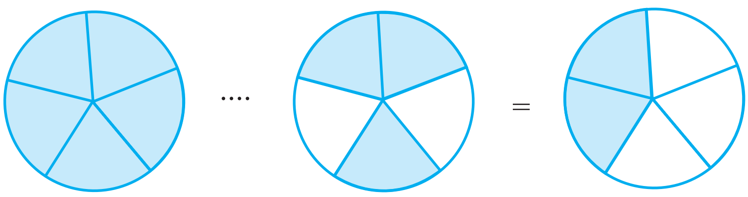
સ્વાધ્યાય 7.5

1. નીચેની આકૃતિઓ જોઈ સરવાળા છે કે બાદબાકી એ ચકાસીને અપૂર્ણાંકમાં જવાબ મેળવવાનો પ્રયત્ન કરો :

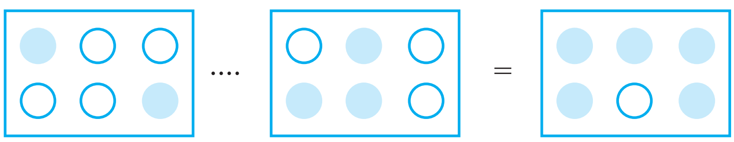
(a)



(b)



(c)



2. ઉકેલો :

(a) $\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$ (b) $\frac{8}{15}+\frac{3}{15}$ (c) $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}$ (d) $\frac{1}{22}+\frac{21}{22}$ (e) $\frac{12}{15}-\frac{7}{15}$

(f) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ (g) $1-\frac{2}{3}$ $(1=\frac{3}{3})$ (h) $\frac{1}{4}+\frac{0}{4}$ (i) $3-\frac{12}{5}$

3. શુભમે તેના રૂમની દીવાલના $\frac{2}{3}$ ભાગ પર રંગ કર્યો અને તેની બહેન માધવીએ તેની રૂમના $\frac{1}{3}$ ભાગ પર રંગ કરવામાં મદદ કરી. તો બંને સાથે મળીને કુલ કેટલા ભાગ પર રંગ કર્યો ?

4. ખૂટતો અપૂર્ણાંક ભરો :

(a) $\frac{7}{10}-\square=\frac{3}{10}$ (b) $\square-\frac{3}{21}=\frac{5}{21}$ (c) $\square-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}$

(d) $\square+\frac{5}{27}=\frac{12}{27}$

5. જાવેદને ટોપલીના $\frac{5}{7}$ ભાગ જેટલી નારંગી આપવામાં આવી તો હવે ટોપલીમાં બીજા કેટલા અપૂર્ણાંક જેટલા ભાગની નારંગીઓ બાકી હશે ?

7.10.2 અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી

આપણે અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી શીખ્યાં. જે અપૂર્ણાંકોના છેદ સરખા હોતા નથી ત્યારે તેમનો સરવાળો કરવો પણ અઘરો હોતો નથી. જ્યારે આપણે અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કે બાદબાકી કરવાના હોય ત્યારે સૌપ્રથમ બંને અપૂર્ણાંકોનો સરખો છેદ શોધવો જોઈએ અને ત્યાર બાદ તેની આગળની પ્રક્રિયા કરવી જોઈએ.

$\frac{1}{5}$માં કેટલા ઉમેરવાથી $\frac{1}{2}$ મળશે ? એટલે કે $\frac{1}{5}$ ને $\frac{1}{2}$ માંથી બાદ કરતાં જે સંખ્યા મળે છે, તેનો ઉમેરો થયો કહેવાય.

જો $\frac{1}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ એ બંને અલગ છેદવાળા અપૂર્ણાંકો છે. એમની બાદબાકી કરવી હોય તો સૌપ્રથમ એમના સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકો શોધવા જોઈએ અને તે અનુક્રમે $\frac{2}{10}$ અને $\frac{5}{10}$ છે. સરખામણી કરીને લઈશું.

કારણ કે $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}$ અને $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$

તેથી, $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$

અહીં નોંધશું કે 10 એ 2 અને 5નો લઘુતમ સામાન્ય અવયવ (લ.સા.અ.) છે.

ઉદાહરણ 8 : $\frac{3}{4}$ ને $\frac{5}{6}$ માંથી બાદ કરતાં,

ઉકેલ : $\frac{3}{4}$ અને $\frac{5}{6}$ આ બંને અપૂર્ણાંકોમાં આપણને સૌપ્રથમ સરખા છેદ કરવાની જરૂર છે. જેથી

તેમનો છેદ સરખો થાય. આ બંને અપૂર્ણાંકોનો સરખો છેદ કરવા માટે આપણે 4 અને 6નો લ.સા.અ. લેવો. તેમનો લ.સા.અ. 12 છે.

તેથી, $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5\times2}{6\times2} - \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

ઉદાહરણ 9 : $\frac{2}{5}$ ને $\frac{1}{3}$ માં ઉમેરો.

ઉકેલ : 5 અને 3નો લ.સા.અ. 15 છે.

તેથી, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2\times3}{5\times3} + \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$

ઉદાહરણ 10 : $\frac{3}{5} - \frac{7}{20}$ સાદુંરૂપ આપો.

ઉકેલ : 5 અને 20નો લ.સા.અ. 20 છે.

તેથી, $\frac{3}{5} - \frac{7}{20} = \frac{3\times4}{5\times4} - \frac{7}{20}$

$= \frac{12}{20} - \frac{7}{20}$

$= \frac{12-7}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

પ્રયત્ન કરો.

1. $\frac{2}{5}$ માં $\frac{3}{7}$ ઉમેરો :
2. $\frac{5}{7}$ માંથી $\frac{2}{5}$ ને બાદ કરો.

મિશ્ર અપૂર્ણાંકોના સરવાળો અને બાદબાકી કેવી રીતે કરી શકાય ?

મિશ્ર અપૂર્ણાંકો એક સંપૂર્ણ ભાગ, શુદ્ધ અપૂર્ણાંક કે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકની રીતે લખી શકાય છે. મિશ્ર અપૂર્ણાંકનો સરવાળા અથવા બાદબાકીની એક રીત એ છે કે સમગ્ર ભાગો માટે અલગ ક્રિયા કરવી અને ત્યાર બાદ સીધી રીતે બાદબાકી અથવા ઉમેરો કરવો.

ઉદાહરણ 11 : $2\frac{4}{5}$ માં $3\frac{5}{6}$ નો ઉમેરો.

ઉકેલ : $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} = 2 + \frac{4}{5} + 3 + \frac{5}{6} = 5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$

હવે $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{4\times6}{5\times6} + \frac{5\times5}{6\times5}$ (5 અને 6નો લ.સા.અ. 30 હોવાથી)

$= \frac{24}{30} + \frac{25}{30} = \frac{49}{30} = \frac{30+19}{30} = 1 + \frac{19}{30}$

આમ, $5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = 5 + 1 + \frac{19}{30} = 6 + \frac{19}{30} = 6\ \frac{19}{30}$

અને તેથી, $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} = 6\ \frac{19}{30}$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

શું તમે આ દાખલાને બીજી રીતે કરી શકો ?

ઉદાહરણ 12 : $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$ શોધો :

ઉકેલ : પૂર્ણ સંખ્યા 4 અને 2 તેમ જ અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ $\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{5}$ બંનેને અલગથી બાદબાકી કરવી. (**નોંધ :** $4 > 2$ અને $\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$)

તેથી, $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5} = (4 - 2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right) = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$

ઉદાહરણ 13 : $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$ ચકાસો.

ઉકેલ : અહીં $8 > 2$ પણ $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$

હવે આપણે નીચે મુજબની રીતે લખીશું :

$8\frac{1}{4} = \frac{(8 \times 4) + 1}{4} = \frac{33}{4}$ અને $2\frac{5}{6} = \frac{2 \times 6 + 5}{6} = \frac{17}{6}$

હવે, $\frac{33}{4} - \frac{17}{6} = \frac{33 \times 3}{12} - \frac{17 \times 2}{12}$ (4 અને 6 નો લ.સા.અ. = 12)

$= \frac{99 - 34}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$

પ્રયત્ન કરો. **સ્વાધ્યાય 7.6**

1. ઉકેલો :

(a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$ (b) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15}$ (c) $\frac{4}{9} + \frac{2}{7}$ (d) $\frac{5}{7} + \frac{1}{3}$ (e) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

(f) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ (g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ (h) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ (i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

(j) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ (k) $1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$ (l) $4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$ (m) $\frac{16}{5} - \frac{7}{5}$ (n) $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

2. સરિતા એ $\frac{2}{5}$ મીટરની રિબીન ખરીદી અને લલિતા એ $\frac{3}{4}$ મીટરની રિબીન ખરીદી, તો બંનેએ કુલ કેટલી લાંબી રિબીન ખરીદી કહેવાય ?

3. નેનાને $1\frac{1}{2}$ કેક અને નજમાને $1\frac{1}{3}$ કેક આપવામાં આવે છે, તો આ બંનેને કુલ કેક આપવામાં આવી હશે ?

4. ખાલી બૉક્સ ભરો :

(a) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ (b) $\square - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

5. નીચે આપેલાં સરવાળા અને બાદબાકીનાં બૉક્સ ભરો :

(a)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(b)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

6. વાયરના $\frac{7}{8}$ મીટર લાંબા ટુકડાના બે ભાગ કરવામાં આવે છે. એક ટુકડો $\frac{1}{4}$ મીટર લાંબો છે, તો બીજા ટુકડાની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે ?

7. નંદિનીનું ઘર એની શાળાથી $\frac{9}{10}$ કિલોમીટર દૂર છે. તે થોડું ચાલીને પછી બસમાં $\frac{1}{2}$ કિલોમીટર રસ્તો કાપી સ્કૂલે પહોંચે છે, તો તેણીએ કેટલો રસ્તો ચાલીને કાપ્યો ?

8. આશા અને સેમ્યુઅલ પાસે પુસ્તકોથી ભરાયેલા સરખા માપના બુક સેલ્ફ છે. આશાના બુક સેલ્ફનો $\frac{5}{6}$ ભાગ પુસ્તકોથી ભરાયેલ છે. જ્યારે સેમ્યુઅલના બુક સેલ્ફનો $\frac{2}{5}$ ભાગ પુસ્તકોથી ભરાયેલ છે. કોનો બુક સેલ્ફ વધારે ભરાયેલો છે ? કેટલો વધારે ? (અપૂર્ણાંકમાં)

9. જયદેવ $2\frac{1}{5}$ મિનિટમાં શાળાનું મેદાન ચાલીને પસાર કરે છે. રાહુલ તે જ મેદાનને $\frac{7}{4}$ મિનિટમાં ચાલીને પસાર કરે છે. કોણ ઓછા સમયમાં શાળાનું મેદાન ચાલીને પસાર કરે છે ? અને કેટલા ભાગથી ?

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. (અ) અપૂર્ણાંક એ આખી વસ્તુનો ભાગ બતાવે છે.

   (બ) અપૂર્ણાંક લખવામાં આવે છે, ત્યારે વસ્તુના બાકીના બધા જ ભાગો સમાન છે એવું માનવામાં આવે છે.

2. $\frac{5}{7}$ માં 5 અંશ અને 7 છેદ છે.

3. દરેક અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય છે. એટલે કે દરેક અપૂર્ણાંક સંખ્યાને સંગત એક બિંદુ સંખ્યારેખા પર મળે છે.

4. જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ છેદ કરતાં નાનો હોય તેને શુદ્ધ અપૂર્ણાંક કહે છે, જ્યારે જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ છેદ કરતાં મોટો હોય તેને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક કહે છે. અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકને મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી શકાય છે. જેમાં એક પૂર્ણ અને બીજો અપૂર્ણાંક હોય છે.

5. કોઈ પણ અપૂર્ણાંક માટે તેના અંશ અને છેદને સમાન સંખ્યા વડે ભાગી અથવા ગુણી ઘણા સમાન અપૂર્ણાંકો મેળવી શકાય છે.

6. અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ ત્યારે જ કહેવાય કે જ્યારે તેના અંશ અને છેદનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 જ મળે.

Note

પ્રકરણ 8

દશાંશ સંખ્યાઓ

8.1 પ્રાસ્તાવિક

સવિતા અને શમા કેટલીક સ્ટેશનરી વસ્તુઓ ખરીદવા માટે બજારમાં ગયા. સવિતાએ કહ્યું, ‘‘મારી પાસે 5 રૂપિયા અને 75 પૈસા છે.’’ શમાએ કહ્યું, ‘‘મારી પાસે 7 રૂપિયા અને 50 પૈસા છે.’’ તેઓ જાણતા હતા કે દશાંશનો ઉપયોગ કરીને રૂપિયા અને પૈસા કેવી રીતે લખવા.

તેથી સવિતાએ કહ્યું, ‘મારી પાસે ₹ 5.75 છે અને શમાએ કહ્યું, મારી પાસે ₹ 7.50 છે. શું તે બંનેએ યોગ્ય રીતે લખ્યું છે ?

આપણે જાણીએ છીએ કે બિંદુ (ડોટ, પૉઇન્ટ) દશાંશચિહ્ન દર્શાવે છે. આ પ્રકરણમાં આપણે દશાંશ સંખ્યાઓ વિશે વધુ જાણીશું.

8.2 દશાંશ (Decimals)

રવિ અને રાજુએ પોતાની પેન્સિલની લંબાઈ માપી. રવિની પેન્સિલ 7 સેમી 5 મિમિ લાંબી હતી, તેમજ રાજુની પેન્સિલ 8 સેમી 3 મિમિ લાંબી હતી. શું તમે દશાંશનો ઉપયોગ કરીને સેન્ટિમીટરમાં આ લંબાઈ વ્યક્ત કરી શકો છો ?

આપણે જાણીએ છીએ કે 10 મિમિ = 1 સેમી

તેથી 1 મિમિ = $\frac{1}{10}$ સેમી અથવા એક દશાંશ સેમી = 0.1 સેમી

હવે, રવિની પેન્સિલની લંબાઈ = 7 સેમી 5 મિમિ

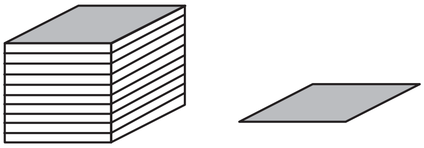
= $7\frac{5}{10}$ સેમી

એટલે કે, 7 સેમી અને 1 સેમીનો પાંચ દશાંશ ભાગ = 7.5 સેમી

રાજુની પેન્સિલની લંબાઈ = 8 સેમી 3 મિમિ

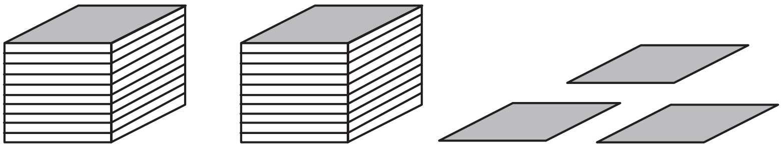
= $8\frac{3}{10}$ સેમી એટલે કે, 8 સેમી અને 1 સેમીનો ત્રણ દશાંશ ભાગ.

= 8.3 સેમી



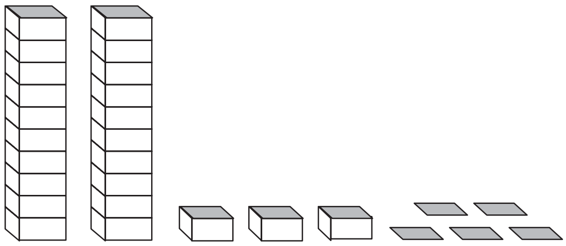
ચાલો, આપણે યાદ કરીએ કે પહેલાં આપણે શું શીખ્યાં? જો આપણે એકમોને બ્લૉક દ્વારા દર્શાવીએ તો એક એકમ બરાબર એક બ્લૉક, બે એકમ બરાબર બે બ્લૉક અને એ જ મુજબ આગળ. એક બ્લૉક 10 સમાન ભાગોમાં વહેંચાયેલ છે એટલે દરેક ભાગ $\frac{1}{10}$ (એક દશાંશ) એકમ છે, 2 ભાગ 2 દશાંશ અને 5 ભાગ 5 દશાંશ દર્શાવે છે અને એ જ મુજબ આગળ અને એ જ મુજબ બે બ્લૉક અને ત્રણ ભાગ (દશાંશ)ના મિશ્રણને આ મુજબ લખી શકાય :

એકમ	દશાંશ
(1)	$(\frac{1}{10})$
2	3



તેને આપણે 2.3 પણ લખી શકીએ છીએ અને બે પૉઈન્ટ ત્રણ તરીકે પણ વાંચી શકાય છે.

ચાલો, આપણે બીજું એક ઉદાહરણ જોઈએ કે જ્યાં એક કરતાં વધારે એકમ છે. દરેક ટાવર 10 એકમો દર્શાવે છે, તેથી અહીં દર્શાવેલ સંખ્યા આ મુજબ છે :



દશક	એકમ	દશાંશ
(10)	(1)	$(\frac{1}{10})$
2	3	5

તેથી $20 + 3 + \frac{5}{10} = 23.5$

જેને ત્રેવીસ પૉઈન્ટ પાંચ તરીકે વાંચવામાં આવે છે.

પ્રયત્ન કરો.

(1) શું તમે નીચેનાને દશાંશ-સ્વરૂપમાં લખી શકો છો ?

સો (100)	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ $(\frac{1}{10})$
5	3	8	1
2	7	3	4
3	5	4	6

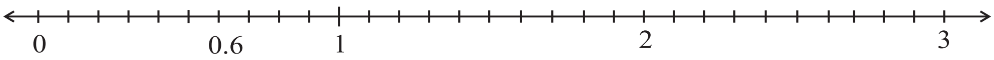
(2) દશાંશનો ઉપયોગ કરીને રવિ અને રાજુની પેન્સિલની લંબાઈને સેમીમાં લખો.

(3) પ્રશ્ન 1ને સમાન અન્ય ત્રણ ઉદાહરણ બનાવો અને ઉકેલો.

સંખ્યારેખા પર દશાંશ સંખ્યાનું નિરૂપણ

આપણે અપૂર્ણાંકનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કર્યું. ચાલો, હવે દશાંશ સંખ્યાને પણ સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરતાં શીખીએ. ચાલો 0.6ને સંખ્યારેખા ઉપર નિરૂપણ કરીએ.

આપણે જાણીએ છીએ કે 0.6 એ શૂન્યથી મોટી છે, પરંતુ એક 1 થી નાની છે. જેમાં 6 દશાંશ છે. સંખ્યારેખા પર 0 અને 1ની વચ્ચેની લંબાઈને 10 સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરો અને એમાંથી છ (6) ભાગ નીચે દર્શાવ્યા મુજબ લો :



0 અને 1 ની વચ્ચે પાંચ સંખ્યા લખો અને તેને સંખ્યારેખા ઉપર દર્શાવો.

શું તમે હવે 2.3ને સંખ્યારેખા ઉપર દર્શાવી શકો છો ? 2.3માં કેટલા એકમ અને કેટલા દશાંશ છે તે ચકાસો. તેનું સ્થાન સંખ્યારેખા ઉપર ક્યાં રહેશે ?

1.4ને સંખ્યારેખા ઉપર દર્શાવો.

ઉદાહરણ 1 : નીચેની સંખ્યાઓને સ્થાનકિંમતના કોષ્ટકમાં લખો : (a) 20.5 (b) 4.2

ઉકેલ : સામાન્ય સ્થાનકિંમત કોષ્ટક બનાવો. આપેલા અંકની સ્થાનકિંમત જણાવો. હવે,

સંખ્યા	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ $\left(\frac{1}{10}\right)$
20.5	2	0	5
4.2	0	4	2

ઉદાહરણ 2 : નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો : (a) બે એકમ અને પાંચ દશાંશ (b) ત્રીસ અને એક દશાંશ

ઉકેલ : (a) બે એકમ અને પાંચ દશાંશ $= 2 + \frac{5}{10} = 2.5$

(b) ત્રીસ અને એક દશાંશ $= 30 + \frac{1}{10} = 30.1$

ઉદાહરણ 3 : નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો :

(a) $30 + 6 + \frac{2}{10}$ (b) $600 + 2 + \frac{8}{10}$

ઉકેલ : (a) $30 + 6 + \frac{2}{10}$

આ સંખ્યામાં કેટલા દશક, એકમ અને દશાંશ છે ? આપણી પાસે 3 દશક, 6 એકમ અને 2 દશાંશ છે. તેથી દશાંશ-સ્વરૂપ થશે 36.2.

(b) $600 + 2 + \frac{8}{10}$

અહીં 6 સો, 2 એકમ અને 8 દશાંશ છે. તેથી દશાંશસ્વરૂપ થશે 602.8.

દશાંશ તરીકે અપૂર્ણાંક

આપણે પહેલા જોયું કે અપૂર્ણાંક કે જેનો છેદ 10 હોય તો તેને કેવી રીતે દશાંશમાં લખી શકાય.

ચાલો, હવે નીચેની સંખ્યાને દશાંશ-સ્વરૂપમાં લખવાનો પ્રયાસ કરીએ : (a) $\frac{11}{5}$ (b) $\frac{1}{2}$

(a) આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{11}{5} = \frac{22}{10} = \frac{20+2}{10} = \frac{20}{10} + \frac{2}{10} = 2 + \frac{2}{10} = 2.2$

તેથી, $\frac{11}{5} = 2.2$ (દશાંશ-સ્વરૂપમાં)

(b) $\frac{1}{2}$ માં છેદ 2 છે. દશાંશ-સ્વરૂપમાં દર્શાવવા માટે છેદ 10 હોવો જરૂરી છે. આપણે જાણીએ છીએ કે સમઅપૂર્ણાંક કેવી રીતે મેળવી શકાય.

તેથી, $\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} = 0.5$

આમ, $\frac{1}{2}$નું દશાંશ-સ્વરૂપ 0.5 છે.

પ્રયત્ન કરો.

$\frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}$ને દશાંશ-સ્વરૂપમાં લખો.

અપૂર્ણાંક તરીકે દશાંશ

અત્યાર સુધી આપણે શીખ્યાં કે અપૂર્ણાંક કે જેના છેદ 10, 2 અને 5 હોય તેને દશાંશ-સ્વરૂપમાં કેવી રીતે લખવા તે શીખ્યાં.

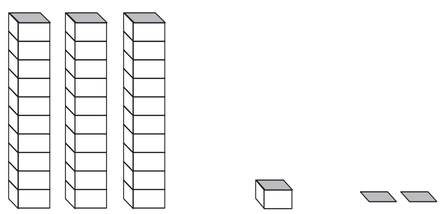
શું આપણે દશાંશ સંખ્યા 1.2ને અપૂર્ણાંક સંખ્યાના સ્વરૂપમાં લખી શકીએ ?

ચાલો જોઈએ : $1.2 = 1 + \frac{2}{10} = \frac{10}{10} + \frac{2}{10} = \frac{12}{10}$

સ્વાધ્યાય 8.1

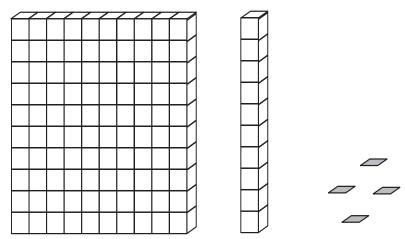
1. નીચે આપેલ કોષ્ટકમાં સંખ્યા લખો :

(a)



દશક એકમ દશાંશ

(b)



સો દશક દશાંશ

સો (100)	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ $(\frac{1}{10})$

2. નીચેની દશાંશ સંખ્યાઓને સ્થાનકિંમતના કોષ્ટકમાં લખો :

(a) 19.4 (b) 0.3 (c) 10.6 (d) 205.9

3. નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો :

(a) સાત દશાંશ (b) બે દશક અને નવ દશાંશ

(c) ચૌદ પૉઈન્ટ છ (d) એક સો અને બે એકમ

(e) છસો પૉઈન્ટ આઠ

4. નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો :

(a) $\frac{5}{10}$ (b) $3 + \frac{7}{10}$ (c) $200 + 60 + 5 + \frac{1}{10}$ (d) $70 + \frac{8}{10}$ (e) $\frac{88}{10}$

(f) $4\frac{2}{10}$ (g) $\frac{3}{2}$ (h) $\frac{2}{5}$ (i) $\frac{12}{5}$ (j) $3\frac{3}{5}$ (k) $4\frac{1}{2}$

5. નીચેની દશાંશ સંખ્યાઓને અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં લખી સરળ સ્વરૂપમાં ફેરવો :

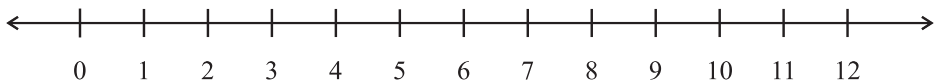
(a) 0.6 (b) 2.5 (c) 1.0 (d) 3.8 (e) 13.7 (f) 21.2 (g) 6.4

6. દશાંશનો ઉપયોગ કરી નીચેના દરેકને સેમીમાં દર્શાવો :

(a) 2 મિમિ (b) 30 મિમિ (c) 116 મિમિ

(d) 4 સેમી 2 મિમિ (e) 162 મિમિ (f) 83 મિમિ

7. સંખ્યારેખા પર કઈ બે પૂર્ણ સંખ્યાઓની વચ્ચે નીચેની સંખ્યાઓનો સમાવેશ થશે ? કઈ પૂર્ણ સંખ્યા આપેલ દશાંશ સંખ્યાની નજીક છે ?

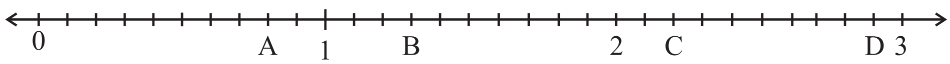


(a) 0.8 (b) 5.1 (c) 2.6 (d) 6.4 (e) 9.1 (f) 4.9

8. નીચેની સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો :

(a) 0.2 (b) 1.9 (c) 1.1 (d) 2.5

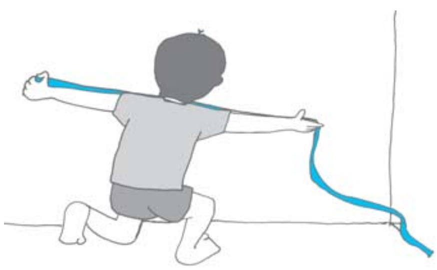
9. આપેલ સંખ્યારેખા ઉપર બિંદુઓ A, B, C, D કઈ દશાંશ સંખ્યાનું નિરૂપણ કરો :



10. (a) રમેશની નોટબુકની લંબાઈ 9 સેમી અને 5 મિમિ છે. સેમીમાં તેની લંબાઈ કેટલી થશે ?

(b) ચણાના નાના છોડની લંબાઈ 65 મિમિ છે. તેની લંબાઈ સેમીમાં દર્શાવો.

8.3 શતાંશ (Hundredths)

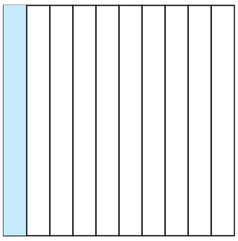


ડેવિડ પોતાના રૂમની લંબાઈ માપી રહ્યો હતો. તેણે જોયું કે તેના રૂમની લંબાઈ 4 મી અને 25 સેમી છે. તે આ લંબાઈને મીટરમાં લખવા માંગતો હતો. શું તમે એને મદદ કરી શકો છો ? એક મીટરનો કેટલામો ભાગ એક સેમી થશે ?

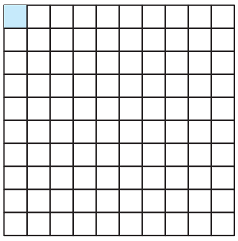
1 સેમી = $\frac{1}{100}$ મી અથવા 1 મીટરનો 1 શતાંશ ભાગ

એટલે કે 25 સેમી = $\frac{25}{100}$ મી

હવે $\left(\frac{1}{100}\right)$ એટલે 100 ભાગોમાંથી 1 ભાગ. જેવું આપણે $\left(\frac{1}{10}\right)$ માટે કર્યું, ચાલો, આ ચિત્રાત્મક રીતે બતાવવાનો પ્રયાસ કરીએ.



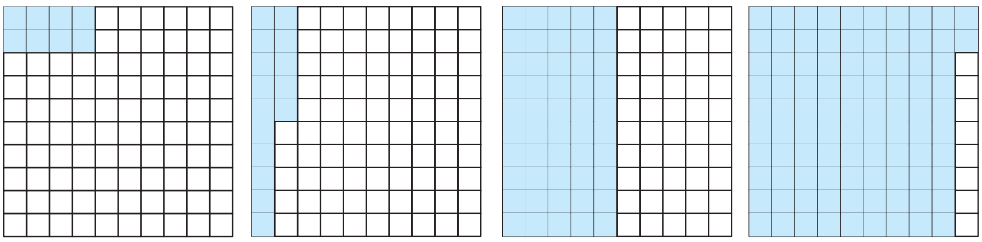
આકૃતિ (i)



આકૃતિ (ii)

એક ચોરસ લો અને તેને દસ સમાન ભાગોમાં વહેંચો. છાયાંકિત લંબચોરસ ભાગએ આ ચોરસનો કેટલાનો છે ? તે $\frac{1}{10}$ અથવા એક દશાંશ અથવા 0.1 છે. (જુઓ આકૃતિ (i)) હવે દરેક લંબચોરસને દસ સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરો. આકૃતિ (ii)માં બતાવ્યા પ્રમાણે 100 નાના ચોરસ મળે છે, તો આ દરેક નાના ચોરસ મોટા ચોરસનો કયો ભાગ છે ? પ્રત્યેક નાનો ચોરસ મોટા ચોરસના $\frac{1}{100}$ અથવા એક શતાંશ ભાગ જેટલો છે. દશાંશ-સ્વરૂપમાં $\frac{1}{100} = 0.01$ લખીશું અને શૂન્ય પૉઈન્ટ શૂન્ય એક તરીકે વાંચીશું. જો આપણે મોટા ચોરસના 8 ચોરસ, 15 ચોરસ, 50 ચોરસ અને 92 ચોરસ છાયાંકિત કરીએ તો તે મોટા ચોરસનો કયો ભાગ હશે ?

ઉપરોક્તનો ઉકેલ મેળવવા માટે નીચેનાં ચિત્રોની મદદ લો :



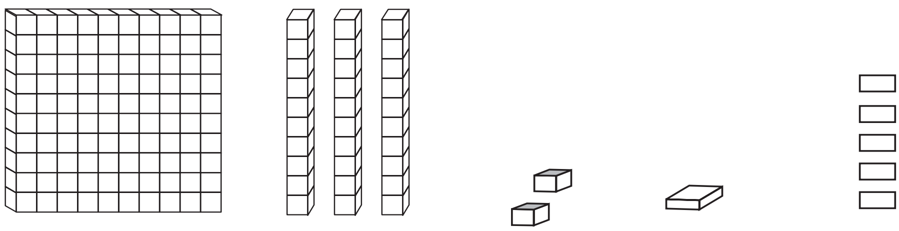
છાયાંકિત ભાગ	સામાન્ય ભાગ	દશાંશ ભાગ
8 ચોરસ	$\frac{8}{100}$	0.08
15 ચોરસ	$\frac{15}{100}$	0.15
50 ચોરસ	_ _ _ _	_ _ _ _
92 ચોરસ	_ _ _ _	_ _ _ _

ચાલો, આપણે સ્થાનકિંમતના કેટલાંક વધુ કોષ્ટક જોઈએ.

એકમ (1)	દશાંશ (10)	શતાંશ ($\frac{1}{100}$)
2	4	3

ઉપર્યુક્ત કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ સંખ્યા $2 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$ છે. દશાંશરૂપમાં તેને 2.43 લખીશું. જેને બે પૉઈન્ટ તેતાળીસ વાંચીશું. (બે પૉઈન્ટ ચાર ત્રણ)

ઉદાહરણ 4 : નીચે આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને કોષ્ટકમાંની ખાલી જગ્યા પૂરો અને દશાંશ-સ્વરૂપમાં સંખ્યા લખો :



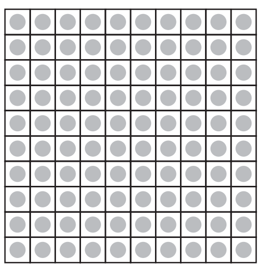
1 સો   3 દશક   2 એકમ   1 દશાંશ   5 શતાંશ

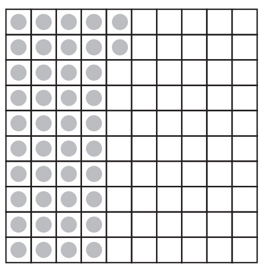
ઉકેલ :

સો (100)	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ ($\frac{1}{10}$)	શતાંશ ($\frac{1}{100}$)
1	3	2	1	5

તેથી $100 + 30 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} = 132.15$ થશે.

ઉદાહરણ 5 : નીચે આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને કોષ્ટકમાં આપેલ ખાલી જગ્યા પૂરો અને તે અનુસાર દશાંશ-સ્વરૂપમાં સંખ્યા લખો :





એકમ (1)	દશાંશ ($\frac{1}{10}$)	શતાંશ ($\frac{1}{100}$)

ઉકેલ :

એકમ (1)	દશાંશ $(\frac{1}{10})$	શતાંશ $(\frac{1}{100})$
1	4	2

તેથી સંખ્યા 1.42 થશે.

ઉદાહરણ 6 : આપેલ સ્થાનકિંમતના કોષ્ટક પરથી દશાંશ-સ્વરૂપમાં સંખ્યા લખો.

સો (100)	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ $(\frac{1}{10})$	શતાંશ $(\frac{1}{100})$
2	4	3	2	5

ઉકેલ : સંખ્યા થશે. $2 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$

$$= 200 + 40 + 3 + \left(\frac{2}{10}\right) + \left(\frac{5}{100}\right) = 243.25$$

પહેલા અંક 2ને 100 દ્વારા ગુણાકાર કરવામાં આવે છે. પછીની સંખ્યા 4નો ગુણાકાર 10 વડે થાય છે, એટલે કે (100નો $\frac{1}{10}$) પછી સંખ્યા 3નો 1 સાથે ગુણાકાર થાય છે. એ પછી ભાગને $\frac{1}{10}$ વડે ગુણતાં $\frac{1}{100}$ મળે. (એટલે કે, $\frac{1}{10}$ નો $\frac{1}{10}$ મો ભાગ છે.)

> આપણે જોયું કે જેમ જેમ આપણે ડાબેથી જમણી તરફ જતાં દરેક પગલે આગળના ભાગને $\left(\frac{1}{10}\right)$ વડે ગુણતાં રહીએ છીએ.

દશાંશ સંખ્યામાં દશાંશબિંદુ હંમેશાં એકમ અને દશાંશસ્થાનની વચ્ચે મૂકવામાં આવે છે.

તેથી હવે સ્વાભાવિક રીતે આપણે સ્થાનકિંમતના કોષ્ટકને શતાંશથી શતાંશનો $\frac{1}{10}$ ભાગ એટલે કે સહસ્ત્રાંસ સ્થાન સુધી વિસ્તારી શકીએ છીએ.

ચાલો, કેટલાંક ઉદાહરણોનો ઉકેલ મેળવીએ.

ઉદાહરણ 7 : દશાંશસ્વરૂપમાં લખો : (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{7}{1000}$

ઉકેલ : (a) આપણે $\frac{4}{5}$ ને સમઅપૂર્ણાંક શોધવાનો છે કે જેનો છેદ 10 હોય.

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.8$$

(b) અહીં આપણે $\frac{3}{4}$ ને સમઅપૂર્ણાંક શોધવાનો છે કે જેનો છેદ 10 અથવા 100 હોય, પરંતુ એવી કોઈ પૂર્ણ સંખ્યા નથી કે જેનો 4 સાથે ગુણાકાર કરતાં 10 મળે. તેથી આપણે છેદને 100માં ફેરવવો પડશે.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

(c) $\frac{7}{1000}$

અહીં દશાંશ અને શતાંશનું સ્થાન શૂન્ય છે.

તેથી આપણે $\frac{7}{1000}$ ને 0.007માં લખીશું.

ઉદાહરણ 8 : નીચેના અપૂર્ણાંકને અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં લખો :

(a) 0.04 (b) 2.34 (c) 0.342

ઉકેલ : (a) $0.04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

(b) $2.34 = 2 + \frac{34}{100} = 2 + \frac{34 \div 2}{100 \div 2} = 2 + \frac{17}{50} = 2\frac{17}{50}$

(c) $0.342 = \frac{342}{1000} = \frac{342 \div 2}{1000 \div 2} = \frac{171}{500}$

ઉદાહરણ 9 : નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપમાં લખો.

(a) $200 + 30 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$ (b) $50 + \frac{1}{10} + \frac{6}{100}$

(c) $16 + \frac{3}{10} + \frac{5}{1000}$

ઉકેલ : (a) $200 + 30 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100} = 235 + 2 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{100} = 235.29$

(b) $50 + \frac{1}{10} + \frac{6}{100} = 50 + 1 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} = 50.16$

(c) $16 + \frac{3}{10} + \frac{5}{1000} = 16 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{5}{1000}$

$= 16 + 3 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000} = 16.305$

ઉદાહરણ 10 : નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપમાં લખો :

(a) ત્રણ સો છ અને સાત શતાંશ

(b) અગિયાર પૉઈન્ટ બે ત્રણ પાંચ

(c) નવ અને પચીસ સહસ્રાંશ

ઉકેલ : (a) ત્રણ સો છ અને સાત શતાંશ

$$= 306 + \frac{7}{100} = 306 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100} = 306.07$$

(b) અગિયાર પૉઇન્ટ બે ત્રણ પાંચ = 11.235

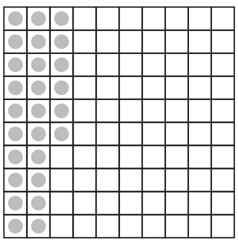
(c) નવ અને પચીસ સહસ્રાંશ $= 9 + \frac{25}{1000}$

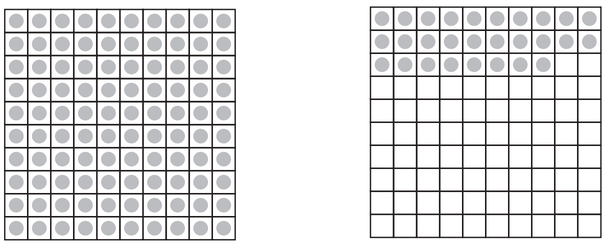
$$= 9 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 9.025$$

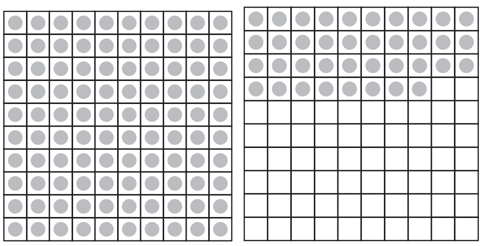
જ્યાં, 25 સહસ્રાંશ $= \frac{25}{1000} = \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

સ્વાધ્યાય 8.2

1. આપેલાં બૉક્સની મદદથી કોષ્ટક પૂર્ણ કરો અને દશાંશનો ઉપયોગ કરી સંખ્યા લખો.

(a) 

(b) 

(c) 

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ	સંખ્યા
(a)				
(b)				
(c)				

2. નીચે આપેલ સ્થાનકિંમત કોષ્ટકના આધારે દશાંશ-સ્વરૂપમાં સંખ્યા લખો :

	સો (100)	દશક (10)	એકમ (1)	દશાંશ $(\frac{1}{10})$	શતાંશ $(\frac{1}{100})$	સહસ્ત્રાંશ $(\frac{1}{1000})$
(a)	0	0	3	2	5	0
(b)	1	0	2	6	3	0
(c)	0	3	0	0	2	5
(d)	2	1	1	9	0	2
(e)	0	1	2	2	4	1

3. નીચેના દશાંશની સ્થાનકિંમતને કોષ્ટક બનાવીને લખો :

(a) 0.29 (b) 2.08 (c) 19.60 (d) 148.32 (e) 200.812

4. નીચેના દરેકને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો :

(a) $20 + 9 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100}$ (b) $137 + \frac{5}{100}$ (c) $\frac{7}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1000}$

(d) $23 + \frac{2}{10} + \frac{6}{1000}$ (e) $700 + 20 + 5 + \frac{9}{100}$

5. નીચેના દરેક દશાંશને શબ્દોમાં લખો :

(a) 0.03 (b) 1.20 (c) 108.56 (d) 10.07 (e) 0.032 (f) 5.008

6. સંખ્યારેખા પર દશાંશસ્થાનના કયાં બે બિંદુઓ વચ્ચે નીચેની સંખ્યાઓ રહેલી છે?

(a) 0.06 (b) 0.45 (c) 0.19 (d) 0.66 (e) 0.92 (f) 0.57

7. આપેલા અપૂર્ણાંકોનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો :

(a) 0.60 (b) 0.05 (c) 0.75 (d) 0.18 (e) 0.25 (f) 0.125

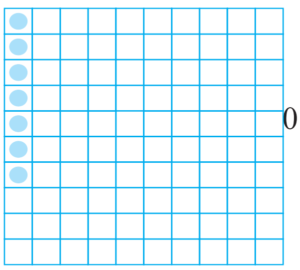
(g) 0.066

8.4 દશાંશોની સરખામણી

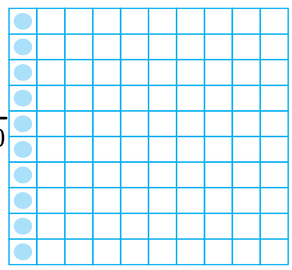
શું તમે કહી શકો કઈ સંખ્યા મોટી છે, 0.07 કે 0.1 ?

બે સરખા કદના ચોરસ કાગળ લો. તેને 100 સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરો. 0.07 દર્શાવવા માટે આપણે 100 માંથી 7 ભાગ ઘેરા રંગનો કરવો પડશે.

હવે, $0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$ તેથી 0.1 માટે 100માંથી 10 ભાગ ઘેરા રંગનો કરવો પડશે.



$0.07 = \frac{7}{100}$



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

એનો અર્થ, $0.1 > 0.07$

ચાલો, હવે આપણે 32.55 અને 32.5 સંખ્યાઓની સરખામણી કરીએ. આ કિસ્સામાં આપણે સૌપ્રથમ સંપૂર્ણ ભાગની સરખામણી કરીએ છીએ. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે બંને સંખ્યાઓનો પૂર્ણ ભાગ 32 છે એટલે કે સમાન છે.

જોકે, આપણે જાણીએ છીએ કે આ બે સંખ્યાઓ સમાન નથી. તેથી હવે આપણે તેના દશાંશ ભાગની સરખામણી કરીશું. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે 32.55 અને 32.5 માટે તેના દશાંશ ભાગ પણ સમાન છે. તેથી આપણે હવે તેના શતાંશ ભાગની સરખામણી કરીએ.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ,

$32.55 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ અને $32.5 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$

તેથી, $32.55 > 32.5$ કારણ કે 32.55ના શતાંશ સ્થાનની સંખ્યા 32.5ના શતાંશમાં સ્થાનની સંખ્યા કરતાં મોટી છે.

ઉદાહરણ 11 : કઈ સંખ્યા મોટી છે?

(a) 1 કે 0.99 (b) 1.09 કે 1.093

ઉકેલ : (a) $1 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100}$; $0.99 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$

અહીં 1નો પૂર્ણ ભાગ 1, 0.99ના પૂર્ણ ભાગ શૂન્ય કરતાં મોટો છે. તેથી, $1 > 0.99$

(b) $1.09 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{0}{1000}$; $1.093 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{3}{1000}$

આ કિસ્સામાં, બંને સંખ્યાઓના શતાંશ સ્થાન સુધી બધા અંક સમાન છે. પરંતુ 1.093નો સહસ્ત્રાંશ સ્થાન 1.09 કરતાં મોટો છે.

તેથી, $1.093 > 1.09$

સ્વાધ્યાય 8.3

1. કઈ સંખ્યા મોટી છે ?

(a) 0.3 કે 0.4 (b) 0.07 કે 0.02 (c) 3 કે 0.8 (d) 0.5 કે 0.05

(e) 1.23 કે 1.2 (f) 0.099 કે 0.19 (g) 1.5 કે 1.50 (h) 1.431 કે 1.490

(i) 3.3 કે 3.300 (j) 5.64 કે 5.603

2. આ પ્રકારનાં પાંચ વધુ ઉદાહરણો બનાવો અને તેમાંથી મોટી સંખ્યા શોધો.

પ્રયત્ન કરો.

(1) 2 રૂપિયા 5 પૈસા અને 2 રૂપિયા 50 પૈસાને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો.

(2) 20 રૂપિયા 7 પૈસા અને 21 રૂપિયા 75 પૈસાને દશાંશ-સ્વરૂપે લખો.

8.5 દશાંશનો ઉપયોગ

8.5.1 નાણાં

આપણે જાણીએ છીએ કે 100 પૈસા = 1 રૂપિયો

તેથી 1 પૈસા $= \frac{1}{100}$ રૂપિયા $= 0.01$ રૂપિયા

આ રીતે, 65 પૈસા $= \frac{65}{100}$ રૂપિયા $= 0.65$ રૂપિયા

અને 5 પૈસા $= \frac{5}{100}$ રૂપિયા $= 0.05$ રૂપિયા

105 પૈસા એટલે કેટલા થશે? તે 1 રૂપિયો 5 પૈસા થશે = 1.05 રૂપિયા

8.5.2 લંબાઈ

મહેશ તેના ટેબલની ઉપરની સપાટીને મીટરમાં માપવા માંગે છે. તેની પાસે 50 સેમીવાળી માપપટ્ટી છે. તેણે જોયું કે ટેબલની ઉપરની સપાટી 156 સેમીની હતી. તો તેની લંબાઈ મીટરમાં કેટલી થશે?

મહેશ જાણે છે કે,

1 સેમી = $\frac{1}{100}$ મીટર અથવા 0.01 મીટર

તેથી, 56 સેમી = $\frac{56}{100}$ મીટર = 0.56 મીટર

આમ, ટેબલની ઉપરની સપાટીની લંબાઈ

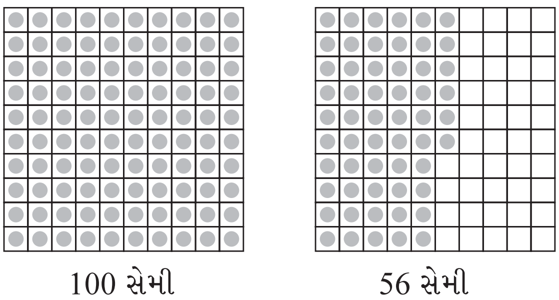
156 સેમી = 100 સેમી + 56 સેમી

= 1 મીટર + $\frac{56}{100}$ મીટર = 1.56 મીટર

મહેશ આ લંબાઈને ચિત્ર દ્વારા પણ દર્શાવવા માંગે છે. તેણે સમાન કદના ચોરસ કાગળો લીધા અને તેમને 100 સમાન ભાગમાં વહેંચ્યા. તેણે તે દરેક ચોરસને 1 સેમી તરીકે ઓળખ્યા.

પ્રયત્ન કરો.

1. શું તમે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 4 મિમિને 'સેમી'માં લખી શકો?
2. તમે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 7 સેમી 5 મિમિ ને 'સેમી'માં કઈ રીતે લખશો?
3. શું તમે હવે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 52 મીટરને 'કિમી'માં લખી શકશો? તમે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 340 મીટરને 'કિમી'માં કઈ રીતે લખશો? તમે 2008 મીટરને 'કિમી'માં કઈ રીતે લખશો?



8.5.3 વજન

નંદુએ 500 ગ્રામ બટાકા, 250 ગ્રામ શિમલા મિર્ચ, 700 ગ્રામ ડુંગળી, 500 ગ્રામ ટામેટાં, 100 ગ્રામ આદુ અને 300 ગ્રામ મૂળા ખરીદ્યાં. તો થેલીમાં શાકભાજીનું કુલ વજન કેટલું છે? તો ચાલો થેલીમાં રહેલી બધી શાકભાજીના વજનનો સરવાળો કરીએ :

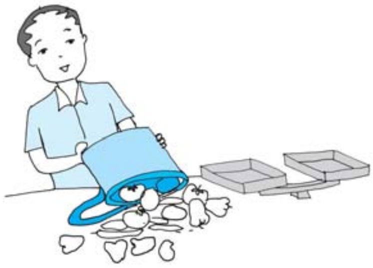
500 ગ્રામ + 250 ગ્રામ + 700 ગ્રામ + 500 ગ્રામ + 100 ગ્રામ + 300 ગ્રામ = 2350 ગ્રામ

પ્રયત્ન કરો.

1. શું તમે હવે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 456 ગ્રામને 'કિગ્રા'માં લખી શકશો?
2. તમે દશાંશનો ઉપયોગ કરી 2 કિગ્રા 9 ગ્રામને 'કિગ્રા'માં કઈ રીતે લખશો?

આપણે જાણીએ છીએ કે, 1000 ગ્રામ = 1 કિગ્રા

તેથી, 1 ગ્રામ = $\frac{1}{1000}$ કિગ્રા = 0.001 કિગ્રા



આમ, 2350 ગ્રામ = 2000 ગ્રામ + 350 ગ્રામ

= $\frac{2000}{1000}$ કિગ્રા + $\frac{350}{1000}$ કિગ્રા

= 2.350 કિગ્રા

અર્થાત્, 2350 ગ્રામ = 2 કિગ્રા 350 ગ્રામ = 2.350 કિગ્રા

આમ, નંદુની થેલીમાં કુલ 2.350 કિગ્રા શાકભાજી છે.

સ્વાધ્યાય 8.4

1. દશાંશનો ઉપયોગ કરી રૂપિયા સ્વરૂપે દર્શાવો.

   (a) 5 પૈસા (b) 75 પૈસા (c) 20 પૈસા

   (d) 50 રૂપિયા 90 પૈસા (e) 725 પૈસા

2. દશાંશનો ઉપયોગ કરી મીટર સ્વરૂપે દર્શાવો.

   (a) 15 સેમી (b) 6 સેમી (c) 2 મીટર 45 સેમી

   (d) 9 મીટર 7 સેમી (e) 419 સેમી

3. દશાંશનો ઉપયોગ કરી સેમી સ્વરૂપે દર્શાવો.

   (a) 5 મિમિ (b) 60 મિમિ (c) 164 મિમિ

   (d) 9 સેમી 8 મિમિ (e) 93 મિમિ

4. દશાંશનો ઉપયોગ કરી કિમી સ્વરૂપે દર્શાવો.

   (a) 8 મીટર (b) 88 મીટર (c) 8888 મીટર

   (d) 70 કિમી 5 મીટર

5. દશાંશનો ઉપયોગ કરી કિગ્રા સ્વરૂપે દર્શાવો.

   (a) 2 ગ્રામ (b) 100 ગ્રામ (c) 3750 ગ્રામ

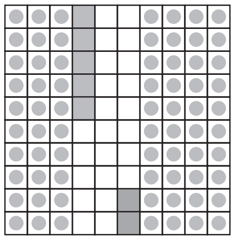
   (d) 5 કિગ્રા 8 ગ્રામ (e) 26 કિગ્રા 50 ગ્રામ

8.6 દશાંશ સંખ્યાઓનો સરવાળો

આ કરો :

0.35 અને 0.42નો સરવાળો કરો.

એક ચોરસ લો અને તેને 100 સરખા ભાગમાં વહેંચો.



આ ચોરસમાં 0.35 દર્શાવવા 3 દશાંશને છાયાંકિત કરો અને 5 શતાંશમાં રંગ ભરો. આ જ ચોરસમાં 0.42 દર્શાવવા માટે 4 દશાંશને છાયાંકિત કરો અને 2 શતાંશમાં રંગ ભરો.
હવે, ચોરસમાં કુલ દશાંશ અને કુલ શતાંશની સંખ્યા ગણો.

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ
	0	3	5
+	0	4	2
	0	7	7

તેથી, 0.35 + 0.42 = 0.77

આમ, જે રીતે આપણે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીએ છીએ એ જ રીતે દશાંશ સંખ્યાઓનો સરવાળો પણ કરી શકીએ છીએ.

પ્રયત્ન કરો.

(i) 0.29 + 0.36 (ii) 0.7 + 0.08
(iii) 1.54 + 1.80 (iv) 2.66 + 1.85

શું હવે તમે 0.68 અને 0.54 નો સરવાળો કરી શકશો?

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ
	0	6	8
+	0	5	4
	1	2	2

આમ, 0.68 + 0.54 = 1.22

ઉદાહરણ 12 : લતાએ એક પેન ખરીદવા ₹ 9.50 અને એક પેન્સિલ ખરીદવા માટે ₹ 2.50 ખર્ચ્યા. તો તેણે કુલ કેટલા રૂપિયા ખર્ચ્યા?

ઉકેલ : પેન ખરીદવા માટે ખર્ચેલાં નાણાં = 9.50 રૂપિયા
પેન્સિલ ખરીદવા માટે ખર્ચેલાં નાણાં = 2.50 રૂપિયા
કુલ ખર્ચેલાં નાણાં = 9.50 રૂપિયા + 2.50 રૂપિયા
કુલ ખર્ચેલાં નાણાં = 12.00 રૂપિયા

ઉદાહરણ 13 : સેમસને 5 કિમી 52 મીટર બસ દ્વારા, 2 કિમી 265 મીટર કાર દ્વારા અને બાકી રહેલું 1 કિમી 30 મીટર અંતર ચાલીને મુસાફરી કરી હતી. તો તેણે કુલ કેટલા અંતરની મુસાફરી કરી?

ઉકેલ :

બસ દ્વારા કરાયેલ મુસાફરીનું અંતર = 5 કિમી 52 મીટર = 5.052 કિમી
કાર દ્વારા કરાયેલ મુસાફરીનું અંતર = 2 કિમી 265 મીટર = 2.265 કિમી
ચાલીને કરાયેલ મુસાફરીનું અંતર = 1 કિમી 30 મીટર = 1.030 કિમી

તેથી, મુસાફરીનું કુલ અંતર

$$\begin{array}{r} 5.052 \text{ કિમી} \\ +\ 2.265 \text{ કિમી} \\ +\ 1.030 \text{ કિમી} \\ \hline 8.347 \text{ કિમી} \\ \hline \end{array}$$

તેથી, મુસાફરીનું કુલ અંતર = 8.347 કિમી

ઉદાહરણ 14 : રાહુલે 4 કિગ્રા 90 ગ્રામ સફરજન, 2 કિગ્રા 60 ગ્રામ દ્રાક્ષ અને 5 કિગ્રા 300 ગ્રામ કેરીઓ ખરીદી. તો એણે ખરીદેલાં ફળોનું કુલ વજન શોધો.

ઉકેલ : સફરજનનું વજન = 4 કિગ્રા 90 ગ્રામ = 4.090 કિગ્રા

દ્રાક્ષનું વજન = 2 કિગ્રા 60 ગ્રામ =2.060 કિગ્રા

કેરીનું વજન = 5 કિગ્રા 300 ગ્રામ = 5.300 કિગ્રા

તેથી, ખરીદેલાં ફળોનું કુલ વજન,

$$\begin{array}{r} 4.090 \text{ કિગ્રા} \\ +\ 2.060 \text{ કિગ્રા} \\ +\ 5.300 \text{ કિગ્રા} \\ \hline 11.450 \text{ કિગ્રા} \\ \hline \end{array}$$

ખરીદેલાં ફળોનું કુલ વજન = 11.450 કિગ્રા

સ્વાધ્યાય 8.5

1. નીચેના દરેકનો સરવાળો શોધો :
   (a) 0.007 + 8.5 + 30.08
   (b) 15 + 0.632 + 13.8
   (c) 27.076 + 0.55 + 0.004
   (d) 25.65 + 9.005 + 3.7
   (e) 0.75 + 10.425 + 2
   (f) 280.69 + 25.2 + 38
2. રશિદે ગણિતની ચોપડી માટે ₹ 35.75 અને વિજ્ઞાનની ચોપડી માટે ₹ 32.60 ખર્ચ્યા. તો રશિદ દ્વારા ખર્ચવામાં આવેલી કુલ રકમ શોધો.
3. રાધિકાની માતાએ તેને ₹ 10.50 અને તેના પિતાએ તેને ₹ 15.80 આપ્યા. તો રાધિકાનાં માતા-પિતા દ્વારા રાધિકાને આપવામાં આવેલી કુલ રકમ શોધો.
4. નસરીને 3 મીટર 20 સેમી કાપડ તેના શર્ટ માટે અને 2 મીટર 5 સેમી કાપડ તેના પેન્ટ માટે ખરીદ્યું. તો તેના દ્વારા ખરીદવામાં આવેલ કાપડની કુલ લંબાઈ શોધો.
5. નરેશ 2 કિમી 35 મીટર સવારે અને 1 કિમી 7 મીટર સાંજે ચાલ્યો. તો નરેશ કુલ કેટલું અંતર ચાલ્યો?

6. સુનિતાએ તેની શાળા સુધી પહોંચવા 15 કિમી 268 મીટર બસ દ્વારા, 7 કિમી 7 મીટર કાર દ્વારા અને 500 મીટર ચાલીને મુસાફરી કરી. તો તેની શાળા તેના ઘરથી કેટલી દૂર હશે?
7. રવિએ 5 કિગ્રા 400 ગ્રામ ચોખા, 2 કિગ્રા 20 ગ્રામ ખાંડ અને 10 કિગ્રા 850 ગ્રામ લોટ ખરીદ્યો. તો રવિએ ખરીદેલી વસ્તુઓનું કુલ વજન શોધો.

8.7 દશાંશોની બાદબાકી

આ કરો :

1.32 ને 2.58 માંથી બાદ કરો.

આપણે આ એક કોષ્ટક દ્વારા દર્શાવીશું.

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ
	2	5	8
–	1	3	2
	1	2	6

આમ, 2.58 - 1.32 = 1.26

તેથી, આપણે કહી શકીએ કે, દશાંશોની બાદબાકી શતાંશમાંથી શતાંશ, દશાંશમાંથી દશાંશ, એકમમાંથી એકમ તેમ જ આ પ્રકારના અન્યની બાદબાકી કરવાથી થાય છે. જેવી રીતે આપણે સરવાળામાં કર્યું હતું.

કેટલીક વાર જ્યારે દશાંશોની બાદબાકી કરીએ ત્યારે આપણને અંકોનો સમૂહ ફરી બનાવવો પડે છે. જેવી રીતે આપણે સરવાળામાં કર્યું હતું.

તો ચાલો, આપણે 3.5માંથી 1.74 બાદ કરીએ.

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ
	3	5	0
–	1	7	4
	1	7	6

અહીં શતાંશના સ્થાન પર બાદબાકી શક્ય નથી તેથી ફરી સમૂહ બનાવતાં,

$$\begin{array}{rcccc} & \overset{2}{\cancel{3}} & . & \overset{14}{\cancel{5}} & \overset{10}{0} \\ - & 1 & . & 7 & 4 \\ \hline & 1 & . & 7 & 6 \\ \hline \end{array}$$

આમ, 3.5 - 1.74 = 1.76

પ્રયત્ન કરો.

1. 5.46માંથી 1.85 બાદ કરો.
2. 8.28માંથી 5.25 બાદ કરો.
3. 2.29માંથી 0.95 બાદ કરો.
4. 5.68માંથી 2.25 બાદ કરો.

ઉદાહરણ 15 : અભિષેક પાસે 7.45 રૂપિયા હતા. તેણે 5.30 રૂપિયાની ચોકલેટ ખરીદી. તો અભિષેક પાસે કેટલા રૂપિયા બાકી રહે તે શોધો.

ઉકેલ : કુલ રૂપિયા = ₹ 7.45

ચોકલેટ માટે કરેલો ખર્ચ = ₹ 5.30

બાકી રહેલ રૂપિયા = ₹ 7.45 – ₹ 5.30 = ₹ 2.15

ઉદાહરણ 16 : ઊર્મિલાની શાળા તેના ઘરથી 5 કિમી 350 મીટરના અંતરે આવેલી છે. તે 1 કિમી 70 મીટર ચાલીને અને બાકી રહેલ અંતર બસમાં મુસાફરી કરીને કાપે છે. તો તે બસમાં મુસાફરી કરી કેટલું અંતર કાપે છે?

ઉકેલ : ઘરથી શાળાનું કુલ અંતર = 5.350 કિમી

ચાલીને કાપેલું અંતર = 1.070 કિમી

તેથી, બસમાં મુસાફરી દ્વારા કપાયેલું અંતર = 5.350 કિમી – 1.070 કિમી

= 4.280 કિમી

આમ, બસમાં મુસાફરી દ્વારા કપાયેલું અંતર = 4.280 કિમી અથવા 4 કિમી 280 મીટર

ઉદાહરણ 17 : રૂબીએ 5 કિગ્રા 200 ગ્રામ વજનનું તરબૂચ ખરીદ્યું. તેમાંથી તેણે 2 કિગ્રા 750 ગ્રામ તેના પાડોશીને આપ્યું. તો રૂબી પાસે બાકી રહેલ તરબૂચનું વજન કેટલું થશે?

ઉકેલ : તરબૂચનું કુલ વજન = 5.200 કિગ્રા

તેના પાડોશીને આપેલ તરબૂચનું વજન = 2.750 કિગ્રા

તેથી, બાકી રહેલ તરબૂચનું વજન,

= 5.200 કિગ્રા - 2.750 કિગ્રા = 2.450 કિગ્રા

સ્વાધ્યાય 8.6

1. બાદબાકી કરો :

   (a) 20.75 રૂપિયામાંથી 18.25 રૂપિયા

   (b) 250 મીટરમાંથી 202.54 મીટર

   (c) 8.40 રૂપિયામાંથી 5.36 રૂપિયા

   (d) 5.206 કિમીમાંથી 2.051 કિમી

   (e) 2.107 કિલોમાંથી 0.314 કિલો

2. કિંમત શોધો :

   (a) 9.756 – 6.28

   (b) 21.05 – 15.27

   (c) 18.5 – 6.79

   (d) 11.6 – 9.847

3. રાજુએ 35.65 રૂપિયાનું પુસ્તક ખરીદ્યું. તેણે દુકાનદારને 50 રૂપિયા આપ્યા. તો દુકાનદાર પાસેથી રાજુએ કેટલા રૂપિયા પાછા મેળવ્યા?

4. રાની પાસે 18.50 રૂપિયા હતા. તેણે 11.75 રૂપિયાની એક આઈસક્રીમ ખરીદી. તો તેની પાસે હવે કેટલા રૂપિયા રહ્યા?

5. ટીના પાસે 20 મીટર 5 સેમી લાંબું કાપડ હતું. તેણે પડદા બનાવવા માટે 4 મીટર 50 સેમી લંબાઈનું કાપડ તેમાંથી કાપ્યું. તો તેની પાસે કેટલું કાપડ બાકી રહ્યું?

6. નમિતા દરરોજ 20 કિમી 50 મીટરની મુસાફરી કરે છે. તેમાંથી તે 10 કિમી 200 મીટર અંતર બસ દ્વારા અને બાકી રહેલ અંતર રિક્ષા દ્વારા મુસાફરી કરે છે. તો તે રિક્ષા દ્વારા કેટલું અંતર કાપે છે?

7. આકાશે 10 કિગ્રાની શાકભાજી ખરીદી. તેમાંથી તેણે 3 કિગ્રા 500 ગ્રામ ડુંગળી, 2 કિગ્રા 75 ગ્રામ ટામેટાં અને બાકીનાં બટાકા ખરીદ્યાં. તો ખરીદેલાં બટાકાનું વજન કેટલું થશે?

આપણે શું શીખ્યાં ?

1. એકના ભાગ તરીકે લેવું. એકના દસ ભાગ બરાબર $\frac{1}{10}$ થાય. તે દશાંશમાં 0.1 તરીકે લખી શકાય. ટપકાનું નિશાન દશાંશચિહ્ન બતાવે છે અને તે એકમ સ્થાન અને દશાંશસ્થાનની વચ્ચે આવે છે.

2. છેદમાં દસ હોય તેવી તમામ સંખ્યાઓ દશાંશસ્થાન વડે દર્શાવી શકાય છે અને ઊલટું પણ સાચું છે.

3. એકના સો ભાગ = $\frac{1}{100}$ (એક શતાંશ) જેને એક શતાંશ કહે છે અને 0.01 તરીકે દર્શાવાય છે.

4. છેદમાં સો હોય તેવી તમામ સંખ્યાઓ દશાંશસ્થાન વડે દર્શાવી શકાય છે અને ઊલટું પણ સાચું છે.

5. સ્થાનકિંમતના કોષ્ટકમાં જેમ આપણે ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ જઈએ, તેમ $\frac{1}{10}$ વડે ગુણતાં જવું પડે છે. જેમ કે $\frac{1}{10}$ ની જમણી બાજુએ $\frac{1}{100}$ આવે.

6. દરેક દશાંશને સંખ્યારેખા પર પણ દર્શાવી શકાય છે.

7. દરેક દશાંશને અપૂર્ણાંક તરીકે પણ દર્શાવી શકાય છે.

8. કોઈ પણ બે દશાંશ સંખ્યાઓને સરખાવી શકાય છે. જેમાં પહેલાં પૂર્ણ ભાગથી શરૂઆત કરાય છે અને પૂર્ણ ભાગ સમાન હોય તો, તેના દસમા ભાગને સરખાવવો.

9. દશાંશનો આપણે રોજિંદા જીવનમાં ઘણી રીતે ઉપયોગ કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, પૈસા, લંબાઈ અને વજનના એકમ દર્શાવવા.

માહિતીનું નિયમન

પ્રકરણ 9

9.1 પ્રાસ્તાવિક

તમે તમારા વર્ગશિક્ષકને તમારા વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની હાજરી અથવા દરેક કસોટી કે પરીક્ષા પછી તમારા માર્કર્સની નોંધ કરતા જોયા હશે. તે જ રીતે ક્રિકેટનું સ્કોર બૉર્ડ પણ જોયું હશે. સ્કોર બૉર્ડના અહીં બે ઉદાહરણ આપેલ છે :

બૉલરનું નામ	ઑવર	મેઈડન ઑવર	આપેલ રન	મેળવેલ વિકેટ
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

બૅટ્સમૅનનું નામ	રન	સામનો કરેલ બૉલ	સમય (મિનિટમાં)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

તમે જાણો છો કે નોંધેલ માહિતી પરથી ક્રિકેટની રમતમાં કોણ જીતશે કે હારશે તે સરળતાથી કહી શકાશે નહિ. આ સ્કોર બૉર્ડ પરથી રમત અંગેની અગત્યની ઉપયોગી માહિતી જાણી શકાશે. દાખલા તરીકે સૌથી વધારે રન કરનાર ખેલાડીએ સામનો કરેલ બૉલ અને લીધેલ સમય શોધી શકાશે.

તેવી જ રીતે તમારા રોજિંદા જીવનમાં આ પ્રકારનાં કેટલાંક આંકડા, ચિત્રો અને નામના બનેલા કોષ્ટક જોયાં હશે. આ કોષ્ટકો માહિતી પૂરી પાડે છે.

માહિતી એટલે ભેગા કરેલા આંકડાઓનો સંગ્રહ.

9.2 માહિતી (Data)ની નોંધ

પિકનિક માટે તૈયારી કરનાર એક વર્ગનું ચાલો ઉદાહરણ લઈએ : શિક્ષકે વિદ્યાર્થીઓને પૂછ્યું કે કેળા, સફરજન, નારંગી અને પેરુમાંથી તમને કયું ફળ પસંદ છે. ઉમાને યાદી તૈયાર કરવાનું કહ્યું. તેણે બધા વિદ્યાર્થીઓની યાદી તૈયાર કરી દરેકનાં નામ સામે પસંદગીનું ફળ લખ્યું. પસંદગી પ્રમાણે ફળની વહેંચણી કરવામાં આ યાદી શિક્ષકને મદદરૂપ થશે.

રાઘવ	–	કેળા	ભાવના	–	સફરજન
પ્રીતિ	–	સફરજન	મનોજ	–	કેળા
અમર	–	પેરુ	ડોનાલ્ડ	–	સફરજન
ફાતીમા	–	નારંગી	મારીઆ	–	કેળા
અમિતા	–	સફરજન	ઉમા	–	નારંગી
રમણ	–	કેળા	અખ્તર	–	પેરુ
રાધા	–	નારંગી	રીતુ	–	સફરજન
ફરીદા	–	પેરુ	સલમા	–	કેળા
અનુરાધા	–	કેળા	કવિતા	–	પેરુ
રતી	–	કેળા	જાવેદ	–	કેળા

વર્ગ માટે કેટલાં કેળા જોઈશે તેની માહિતી શિક્ષકે મેળવવી હોય તો તે એક પછી એક નામ યાદી પ્રમાણે વાંચશે અને કુલ કેટલાં કેળાની જરૂર છે તે ગણી શકશે.

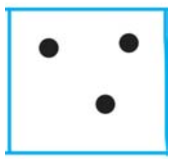
સફરજન, પેરુ અને નારંગીની સંખ્યા જાણવી હોય, તોપણ આ જ રીતે મેળવી શકાશે.

આ કામ ખૂબ જ કંટાળાજનક અને ખૂબ જ સમય માગે તેવું છે. જો 50 વિદ્યાર્થીઓ હોય તો આ કામ કેટલું કંટાળાજનક બને ?

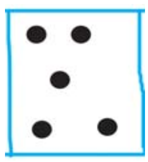
આથી ઉમાએ એક પછી એક ફળનાં નામ લખ્યાં, જેમ કે કેળા, સફરજન, પેરુ, નારંગી, સફરજન, કેળા, નારંગી, પેરુ, કેળા, કેળા, સફરજન, કેળા, સફરજન, કેળા, નારંગી, પેરુ, સફરજન, કેળા, પેરુ, કેળા શું તમે વિચારો છો કે આ રીતે બનાવવાથી શિક્ષકનું કામ સરળ બનશે ? તમને હવે પણ પહેલાંની જેમ એક-એક કરીને ફળ ગણવા પડશે.

સલમાને બીજો વિચાર આવ્યો. તેણે ભોંયતળિયા પર ચાર ચોરસ બનાવ્યા. દરેક ચોરસ પર એક જ પ્રકારનાં ફળ મૂક્યાં. તેણે વિદ્યાર્થીઓને કહ્યું કે દરેક ચોરસમાં એક કાંકરો મૂકો. જે તમારી ફળની પસંદગી પ્રમાણેનો હોય. જેમ કે વિદ્યાર્થીને કેળા પસંદ હોય તો કેળા માટે અંકિત કરેલા ચોરસમાં કાંકરો મૂકશે.

કેળા



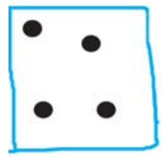
નારંગી



સફરજન

દરેક ચોરસના કાંકરા ગણતાં સલમા ઝડપથી કહી શકશે કે કયા

પ્રકારના કેટલાં ફળ જોઈશે. તે તેને જોઈતી માહિતી ઝડપથી અને પદ્ધતિસર જુદા-જુદા ચોરસમાં પથ્થર મૂકીને મેળવી શકશે.


પેરુ

આ પ્રકારની પ્રવૃત્તિ 40 વિદ્યાર્થીઓ માટે કોઈ પણ ચાર ફળ લઈને કરો. કાંકરાની જગ્યાએ શીશીનાં ઢાંકણાં કે સિક્કા લઈને પણ કરી શકાય.

9.3 માહિતીનું સંગઠન

રોનાલ્ડે પેન અને કાગળની મદદથી સલમાએ મેળવેલી માહિતી મેળવવી છે. તે વિદ્યાર્થીઓને બોલાવીને કાંકરી મુકાવવા માંગતો નથી. તેણે નીચે પ્રમાણેનો ચાર્ટ તૈયાર કર્યો:

ફળનું નામ	નિશાની	સંખ્યા
કેળા	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	08
નારંગી	✓ ✓ ✓	03
સફરજન	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	05
પેરુ	✓ ✓ ✓ ✓	04

તમે રોનાલ્ડે તૈયાર કરેલ કોષ્ટક સમજ્યા ?

દરેક (✓) નિશાની શું સૂચવે છે ? ચાર વિદ્યાર્થીઓએ પેરુ પસંદ કરેલ છે. પેરુની સામે (✓)ની કેટલી નિશાની છે ?

વર્ગમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ હતા ? આ બધી માહિતી મેળવો.

આ પદ્ધતિ વિશે ચર્ચા કરો : કઈ સારી છે ? શા માટે ? વધારે માહિતીની જરૂર હોય ત્યારે કઈ પદ્ધતિ વધુ ઉપયોગી થશે ?

ઉદાહરણ 1 : મધ્યાહ્ન ભોજન અંતર્ગત શિક્ષકે દરેક વિદ્યાર્થીના ખોરાકની પસંદગી જાણવી છે. શિક્ષકે આ માહિતી એકઠી કરવાનું કામ મારીઆને સોંપ્યું. મારીઆએ તે માટે પેપર અને પેન્સિલનો ઉપયોગ કર્યો. એક ખાનામાં ખોરાકની પસંદગી લખી દરેક વિદ્યાર્થીની પસંદગી પ્રમાણે તેની સામે (|)ની નિશાની કરી.

ઉકેલ :

ભોજનની પસંદગી	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
માત્ર ભાત	| | | | | | | | | | | | | | | | |
માત્ર રોટલી	| | | | | | | | | | | | |
ભાત અને રોટલી	| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

ઉમેશે આ કોષ્ટક જોઈને વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા ગણવાની સારી રીત બતાવી. તેણે મારીઆને દસના ગ્રુપ માટે નીચે દર્શાવેલ ચિહ્ન કરવાનું કહ્યું :

ભોજનની પસંદગી	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
માત્ર ભાત	(||||||||||) |||||||	17
માત્ર રોટલી	(||||||||||) |||	13
ભાત અને રોટલી બંને	(||||||||||) (||||||||||)	20

રાજને તેને વધુ સરળ બનાવવા માટે નીચે પ્રમાણે દસને બદલે પાંચના ગ્રૂપ બનાવવાનું સૂચવ્યું.

ભોજનની પસંદગી	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
માત્ર ભાત	(|||||) (|||||) (|||||) ||	17
માત્ર રોટલી	(|||||) (|||||) |||	13
ભાત અને રોટલી બંને	(|||||) (|||||) (|||||) (|||||)	20

શિક્ષકે સૂચવ્યું કે પાંચ ચિહ્નના ગ્રુપમાંથી પાંચના ચિહ્નને ‘卌’ બતાવ્યા પ્રમાણે ક્રોસ કરવામાં આવે. આ આવૃત્તિ-ચિહ્ન છે. આમ, ‘卌’ || એ પાંચ વત્તા બે (સાત) અને 卌, 卌 એ પાંચ વત્તા પાંચ (દસ) બતાવે છે.

આમ, આ કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે થશે :

ભોજનની પસંદગી	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
માત્ર ભાત	卌 卌 卌 卌	17
માત્ર રોટલી	卌 卌 |||	13
ભાત અને રોટલી બંને	卌 卌 卌 卌	20

ઉદાહરણ 2 : એકતાએ એના છઠ્ઠા ધોરણના વિદ્યાર્થીઓના બૂટના નંબરની માહિતી એકઠી કરી. તેણે મેળવેલી માહિતી નીચે પ્રમાણે છે :

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

જાવેદને જાણવું હતું કે (i) સૌથી વધારે વિદ્યાર્થીઓ કયા નંબરના બૂટ પહેરે છે. (ii) સૌથી ઓછા વિદ્યાર્થીઓ કયા નંબરના બૂટ પહેરે છે. તમે આ માહિતી મેળવી શકશો ? એકતાએ આવૃત્તિ-ચિહ્નનો ઉપયોગ કરી કોષ્ટક બનાવ્યું.

બૂટના નંબર	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
4	卌 卌	5
5	卌 |||	8
6	卌 卌	10
7	卌 ||	7
8				2

આમ, પ્રશ્નના ઝડપથી જવાબ મેળવી શકાય.

તમે પણ તમારા વર્ગમાં આવૃત્તિ-ચિહ્નનો ઉપયોગ કરી આ પ્રકારની પ્રવૃત્તિ કરી શકો.

આ કરો :

(1) તમારા મિત્રોના કુટુંબના સભ્યોની સંખ્યા મેળવી નીચે આપેલા કોષ્ટકમાં દર્શાવો :
કયા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓ સૌથી વધારે છે, તે શોધો :

કુટુંબના સભ્યોની સંખ્યા	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	કુટુંબના સભ્યોવાળા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

કોષ્ટક બનાવી મેળવેલ માહિતી પ્રમાણે આવૃત્તિ-ચિહ્ન કરો અને સંખ્યા મેળવો.

(a) સૌથી ઓછા નંબર કેટલી વખત છે ?

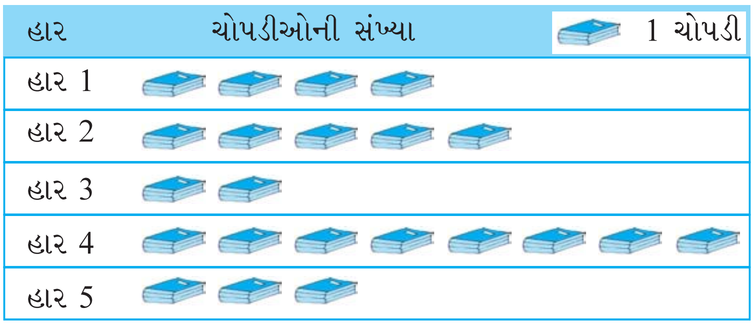
(b) સૌથી વધુ નંબર કેટલી વખત છે ?

(c) સરખા નંબર કેટલી વખત છે ?

9.4 ચિત્ર આલેખ (Pietograph)

એક કબાટમાં પાંચ ખાનાં છે અને દરેક ખાનામાં ચોપડીઓ ગોઠવેલ છે. સંલગ્ન કોષ્ટકમાં તેની માહિતી સૂચવેલ છે.

કઈ હારમાં સૌથી વધારે ચોપડીઓ છે ? સૌથી ઓછી ચોપડીઓ કઈ હારમાં છે ? એવી કઈ હાર છે કે જેમાં એક પણ ચોપડી નથી.



આપેલ સંલગ્ન કોષ્ટકનો અભ્યાસ કરી તમે આ પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકશો. આ ચિત્રો જોઈને માહિતી સમજી શકાશે અને તેને ચિત્ર આલેખ કહેવાય.

ચિત્ર આલેખમાં એવી માહિતી રજૂ થાય છે, જે વસ્તુનાં ચિત્રો એક જ નજરમાં પ્રશ્નના જવાબ માટે ઉપયોગી બને છે.

આ કરો :

ચિત્ર આલેખનો ઉપયોગ રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર થાય છે. જે વાંચનારનું ધ્યાન ખેંચે છે.

એક અથવા બે પ્રકાશિત ચિત્ર આલેખ તમારા વર્ગમાં બતાવો અને તે શું કહે છે તે સમજવા પ્રયત્ન કરો.

ચિત્રમાં આપેલી માહિતી સમજવા માટે વધારે મહાવરાની જરૂર છે.

9.5 ચિત્ર આલેખનું અર્થઘટન

નીચેનો ચિત્ર આલેખ અગાઉના અઠવાડિયાના વર્ગના 30 વિદ્યાર્થીઓમાંથી ગેરહાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવે છે :

દિવસ	ગેરહાજરની સંખ્યા  1 ગેરહાજર
સોમવાર	
મંગળવાર	
બુધવાર	
ગુરુવાર	
શુક્રવાર	
શનિવાર	

(a) કયા દિવસે સૌથી વધારે વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર રહ્યા ?

(b) કયા દિવસે 100 % હાજરી હતી ?

(c) આ અઠવાડિયે કુલ કેટલા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર રહ્યા ?

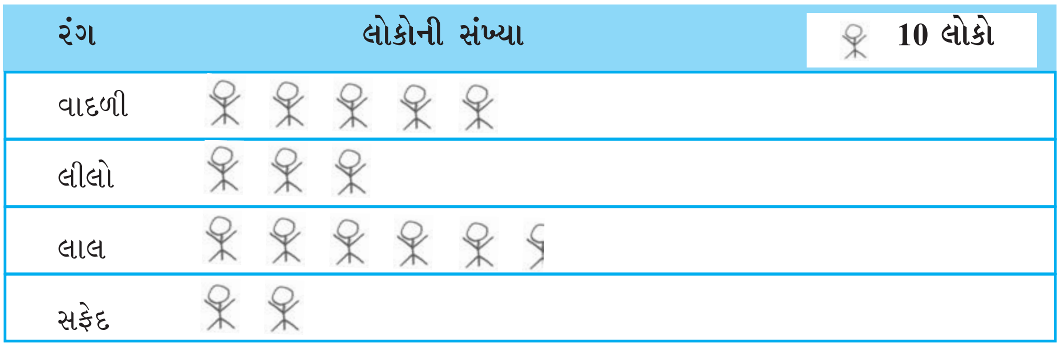
ઉકેલ :

(a) શનિવારે સૌથી વધારે ગેરહાજર હતા. (શનિવારની હારમાં 8 ચિત્રો છે. જ્યારે બાકીના દિવસોમાં તેના કરતાં ઓછાં છે.)

(b) ગુરુવારે કોઈ પણ ચિત્ર નથી. જેનો અર્થ એક પણ વિદ્યાર્થી ગેરહાજર નથી. આ દિવસે વર્ગમાં પૂરી હાજરી છે.

(c) બધાં થઈને 20 ચિત્રો છે. તેથી આ અઠવાડિયે કુલ 20 વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર હતા.

ઉદાહરણ 4 : વસાહતમાં રહેતા લોકોના ફ્રિજના રંગનો ચિત્ર આલેખ નીચે દર્શાવેલ છે :



(a) વાદળી રંગ પસંદ કરનાર લોકોની સંખ્યા શોધો.

(b) કેટલા લોકોને લાલ રંગ ગમે છે ?

ઉકેલ : (a) વાદળી રંગ 50 લોકોએ પસંદ કરેલ છે.

[= 10, તેથી 5 ચિત્રો 5 × 10 = 50 લોકો સૂચવે છે.]

(b) લાલ રંગ ગમતા લોકોની સંખ્યા 5 પૂર્ણ ચિત્ર માટે 5 × 10 = 50 લોકો મળે. છેલ્લે અપૂર્ણ ચિત્ર માટે આપણે 5 લઈએ.

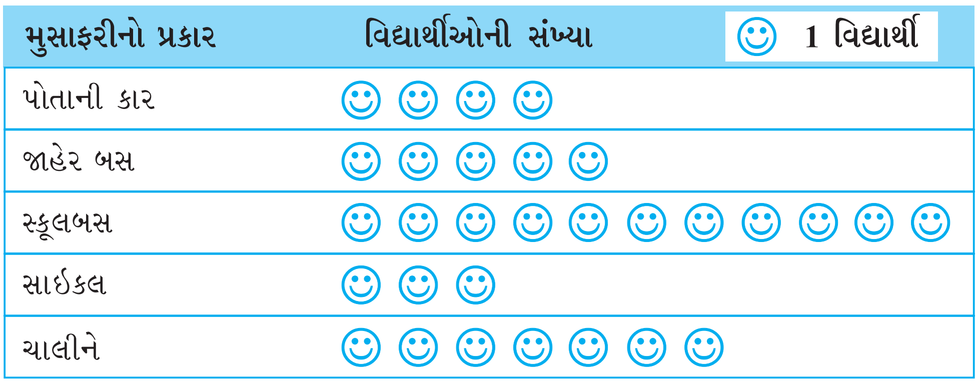
તેથી લાલ રંગ પસંદ કરનારની સંખ્યા 55 થશે.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

ઉપરના ઉદાહરણમાં લાલ રંગ પસંદ કરનાર 50 + 5 થશે. જો તમારો મિત્ર તેને 50 + 8 ગણે તો તે સ્વીકાર્ય છે ?

ઉદાહરણ 5 : જુદાં-જુદાં વાહનોનો ઉપયોગ કરીને શાળામાં આવતા શ્રેણી 6ના 30 વિદ્યાર્થીઓનો ચિત્ર આલેખ દર્શાવવામાં આવેલ છે.

આ ચિત્ર આલેખમાંથી તમે શું સારાંશ મેળવશો ?



ઉકેલ : ચિત્ર આલેખ ઉપરથી આપણે શોધી શકીશું કે,

(a) ચાર વિદ્યાર્થીઓ પોતાની કારમાં આવે છે.

(b) મોટા ભાગના વિદ્યાર્થીઓ શાળાની બસનો ઉપયોગ કરે છે અને આ વધુ યોગ્ય છે.

(c) માત્ર ત્રણ જ વિદ્યાર્થીઓ સાઈકલનો ઉપયોગ કરે છે.

(d) વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા બીજી રીતનો ઉપયોગ કરી આ જ રીતે શોધી શકાય.

ઉદાહરણ 6 : નીચે એક ફેક્ટરી દ્વારા અઠવાડિયામાં બનાવાતી ઘડિયાળની સંખ્યાનો ચિત્ર આલેખ આપેલ છે :

(a) સૌથી ઓછી કાંડા-ઘડિયાળ કયા દિવસે બનાવવામાં આવી ?

(b) કયા દિવસે સૌથી વધારે કાંડા-ઘડિયાળ બનાવવામાં આવી ?

(c) આપેલ અઠવાડિયામાં કુલ કેટલી ઘડિયાળ બનાવવામાં આવી ?

આપણે નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરી જવાબ મેળવીશું :

દિવસ	બનાવવામાં આવતી કાંડા-ઘડિયાળની સંખ્યા
સોમવાર	600
મંગળવાર	700થી વધુ અને 800થી ઓછી
બુધવાર	
ગુરુવાર	
શુક્રવાર	
શનિવાર	

સ્વાધ્યાય 9.1

1. ગણિતની એક કસોટીમાં 40 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ નીચે પ્રમાણે છે : આવૃત્તિ - ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને આ ગુણ કોષ્ટકમાં ગોઠવો :

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ 7 કે 7 થી વધુ ગુણ મેળવ્યા હશે ?

(b) 4 થી ઓછા ગુણ કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ મેળવ્યા હશે ?

2. શ્રેણી-6 ના 30 વિદ્યાર્થીઓની મીઠાઈની પસંદગી નીચે પ્રમાણે દર્શાવેલ છે :

લાડુ, બરફી, લાડુ, જલેબી, લાડુ, રસગુલ્લા, જલેબી, લાડુ, બરફી, રસગુલ્લા, લાડુ, જલેબી, જલેબી, રસગુલ્લા, લાડુ, રસગુલ્લા, જલેબી, લાડુ, રસગુલ્લા, લાડુ, લાડુ, બરફી, રસગુલ્લા, રસગુલ્લા, જલેબી, રસગુલ્લા, લાડુ, રસગુલ્લા, જલેબી, લાડુ.

(a) આવૃત્તિ-ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને મીઠાઈ કોષ્ટકમાં ગોઠવો.

(b) કઈ મીઠાઈ વિદ્યાર્થીઓને સૌથી વધુ પસંદ છે ?

3. કેથરિન 40 વખત પાસો ફેંકે છે અને દરેક વખતે તેના પર દેખાતો અંક નોંધે છે, જે નીચે દર્શાવેલ છે :

1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

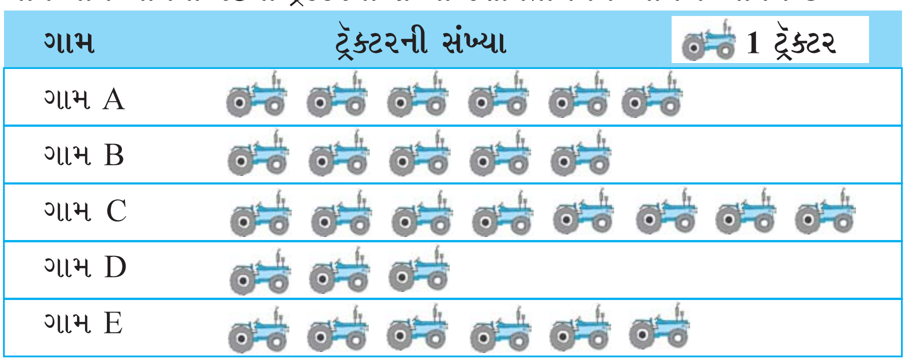
આવૃત્તિ-ચિહ્નનો ઉપયોગ કરી આપેલી માહિતીનું કોષ્ટક બનાવો અને દેખાતા અંક શોધો.

(a) સૌથી નાનો અંક કેટલી વખત

(b) સૌથી મોટો અંક કેટલી વખત

(c) સરખી વખત દેખાયા હોય તેવા અંક શોધો.

4. નીચે પાંચ ગામમાં રહેલા ટ્રૅક્ટરની સંખ્યા દર્શાવતો ચિત્ર આલેખ આપેલ છે :



આ ચિત્ર આલેખનું અવલોકન કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

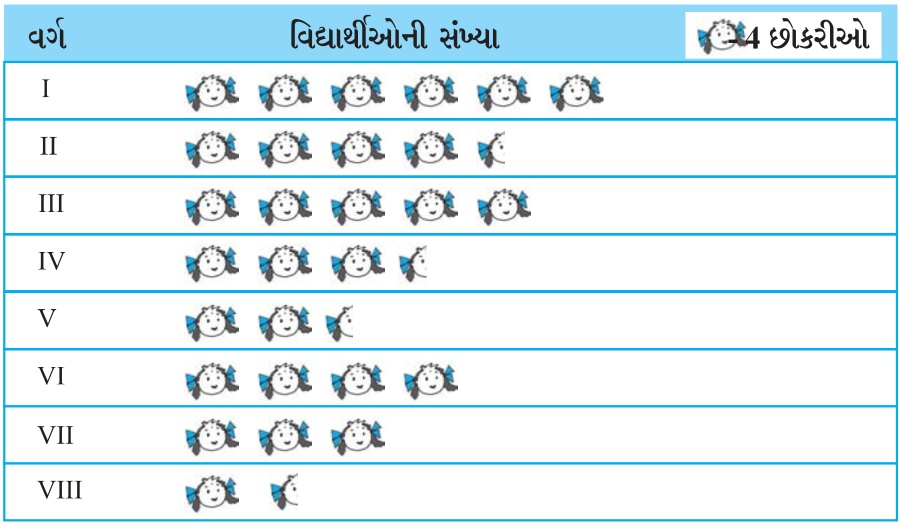
(i) કયા ગામમાં સૌથી ઓછી સંખ્યામાં ટ્રેક્ટર છે ?

(ii) કયા ગામમાં સૌથી વધારે સંખ્યામાં ટ્રેક્ટર છે ?

(iii) B ગામની સરખામણીમાં C ગામમાં કેટલાં વધારે ટ્રેક્ટર છે ?

(iv) આ પાંચ ગામમાં કુલ કેટલાં ટ્રેક્ટર છે ?

5. સહશિક્ષણ આપતી એક મીડલ સ્કૂલની દરેક શ્રેણીમાં છોકરીઓની સંખ્યા આપેલ ચિત્ર આલેખમાં ચિત્રિત કરેલ છે :



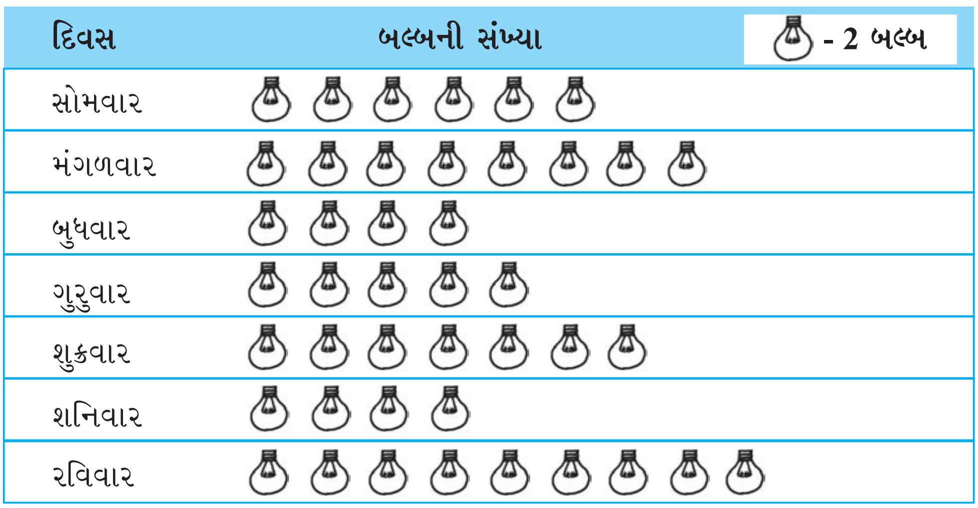
આ ચિત્ર આલેખનું અવલોકન કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) કઈ શ્રેણીમાં સૌથી ઓછી સંખ્યામાં છોકરીઓ હશે ?

(b) શું શ્રેણી 6માં શ્રેણી 5 કરતાં છોકરીઓની સંખ્યા ઓછી છે ?

(c) શ્રેણી 7માં છોકરીઓની સંખ્યા કેટલી હશે ?

6. અઠવાડિયાના જુદા-જુદા દિવસે બલ્બનું થયેલું વેચાણ નીચે દર્શાવેલ છે :



આપેલા ચિત્ર આલેખ પરથી આપણે કઈ બાબતો જાણી શકીએ ?

ચિત્ર આલેખ વાંચી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

(a) શુક્રવારે કેટલા બલ્બ વેચવામાં આવ્યા ?

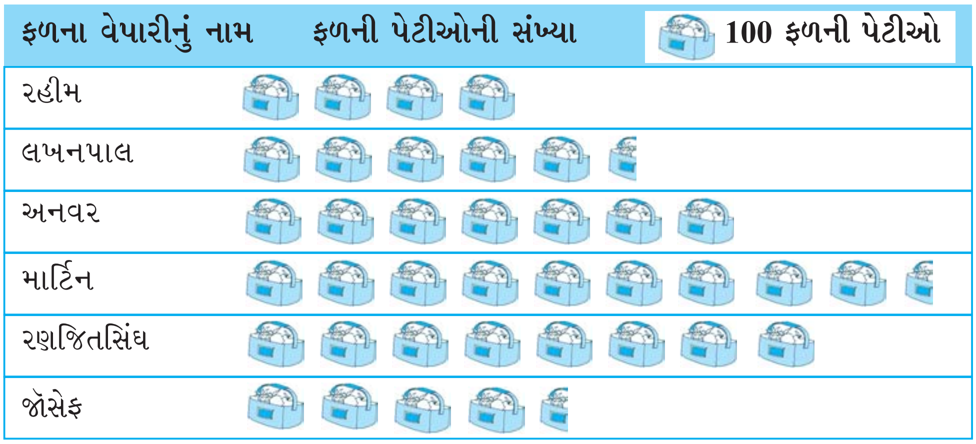
(b) કયા દિવસે સૌથી વધુ બલ્બ વેચવામાં આવ્યા ?

(c) કયા દિવસે સરખી સંખ્યામાં બલ્બ વેચવામાં આવ્યા ?

(d) કયા-કયા દિવસે સૌથી ઓછા બલ્બ વેચાયા ?

(e) એક બૉક્સમાં 9 બલ્બ હોય તો તે અઠવાડિયા દરમિયાન કેટલાં બૉક્સની જરૂર પડે ?

7. એક ગામમાં ફળોના છ વેપારીઓએ નીચે પ્રમાણે ફળોની પેટીઓ ખાસ ઋતુમાં વેચી :



આપેલ ચિત્ર આલેખનું અવલોકન કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) કયા વેપારીએ સૌથી વધુ સંખ્યામાં પેટીઓ વેચી ?

(b) અનવર દ્વારા ફળોની કેટલી પેટીઓ વેચવામાં આવી ?

(c) 600થી વધારે પેટીઓ વેચનાર વેપારીઓને હવે પછીની ઋતુમાં વખાર ખરીદવાનું આયોજન છે. તમે તેમનું નામ આપી શકશો ?

9.6 ચિત્ર આલેખ દોરવા

ચિત્ર આલેખ દોરવા ખૂબ જ રસપ્રદ છે, પરંતુ કેટલીક વખતે આ પ્રકારનું ચિહ્ન (કે જેનો આગળના ઉદાહરણમાં ઉપયોગ કર્યો હતો) વધારે એકમો દર્શાવે છે અને દોરવું ખૂબ જ કઠિન છે. એની જગ્યાએ આપણે સરળ ચિહ્ન (પ્રતીક) વાપરી શકીએ. જો વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવતું હોય તો આપણે 4 અથવા 3 વિદ્યાર્થીઓને કેવી રીતે દર્શાવી શકીએ ?

આપણે ધારણા કરીને આ પરિસ્થિતિનો ઉકેલ મેળવી શકીએ, જેમ કે -

પાંચ વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે. ચાર વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે.

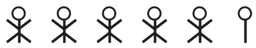
ત્રણ વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે. બે વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે. એક વિદ્યાર્થી દર્શાવે.

ઉદાહરણ 7 : વર્ગના 30 વિદ્યાર્થીઓમાંથી અઠવાડિયા દરમિયાન હાજર રહેલા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે. તેને ચિત્ર આલેખ વડે દર્શાવો.

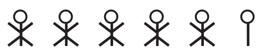
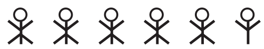
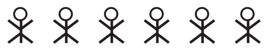
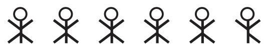
દિવસ	હાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
સોમવાર	24
મંગળવાર	26
બુધવાર	28
ગુરુવાર	30
શુક્રવાર	29
શનિવાર	22

ઉકેલ : પહેલાં આપણી ધારણા પ્રમાણે

24ને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય. 

26ને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય. 

આમ, આ ચિત્ર આલેખ નીચે પ્રમાણે થશે :

દિવસ	હાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
સોમવાર	
મંગળવાર	
બુધવાર	
ગુરુવાર	
શુક્રવાર	
શનિવાર	

5 કરતાં ઓછાને ચિત્ર વડે દર્શાવવા માટે આપણે માત્ર એક પદ્ધતિ જ વિચારી છે. પણ (ચિત્રને આ રીતે વિભાજિત કરવું હંમેશાં શક્ય નથી. આવા કિસ્સામાં આપણે શું કરવું જોઈએ ?)

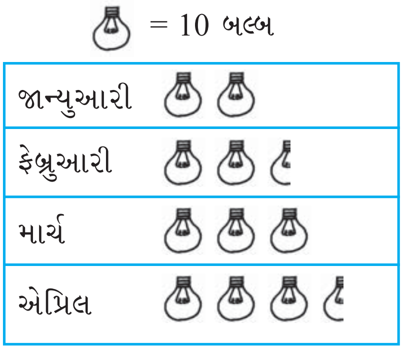
ઉદાહરણ 8 : વર્ષના પ્રથમ ચાર માસ દરમિયાન એક નિવાસસ્થાને નીચે પ્રમાણે બલ્બ ખરીદવામાં આવ્યા :

મહિનો	બલ્બની સંખ્યા
જાન્યુઆરી	20
ફેબ્રુઆરી	26
માર્ચ	30
એપ્રિલ	34

ચિત્ર આલેખ દ્વારા આ વિગતોને દર્શાવો.

ઉકેલ : જાન્યુઆરી અને માર્ચને ચિત્ર વડે દર્શાવવું અઘરું નથી, પરંતુ 26 અને 34ને ચિત્ર વડે દર્શાવવું સહેલું નથી.

5 ને આધારે 26ની નજીકની કિંમત 25 તથા 34ની નજીકની કિંમત 35 છે. તેથી 2 અને અડધો બલ્બ ફેબ્રુઆરીમાં અને 3 અને અડધો બલ્બ એપ્રિલમાં દર્શાવી શકાય.



સ્વાધ્યાય 9.2

1. પાંચ ગામનાં પ્રાણીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે :

   ગામ A : 80 ગામ B : 120

   ગામ C : 90 ગામ D : 40

   ગામ E : 60

   એક ચિહ્ન ⊗ 10 પ્રાણીઓ દર્શાવે તે રીતે આ પ્રાણીઓનો ચિત્ર આલેખ તૈયાર કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

   (a) ગામ E માટે કેટલાં ચિહ્ન દર્શાવવા પડશે ?

   (b) કયા ગામમાં સૌથી વધુ પ્રાણીઓ છે ?

   (c) કયા ગામમાં વધુ પ્રાણીઓ છે : ગામ A કે ગામ C માં ?

2. નીચેના કોષ્ટકમાં શાળામાં જુદાં-જુદાં વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવેલ છે :

વર્ષ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A. એક ચિહ્ન  100 વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે તે રીતે આ વિદ્યાર્થીઓનો ચિત્ર આલેખ તૈયાર કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

   (a) 2002ની સાલના વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવવા માટે કેટલાં ચિહ્નની જરૂર પડશે ?

   (b) 1998ની સાલના વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવવા માટે કેટલાં ચિહ્નની જરૂર પડશે ?

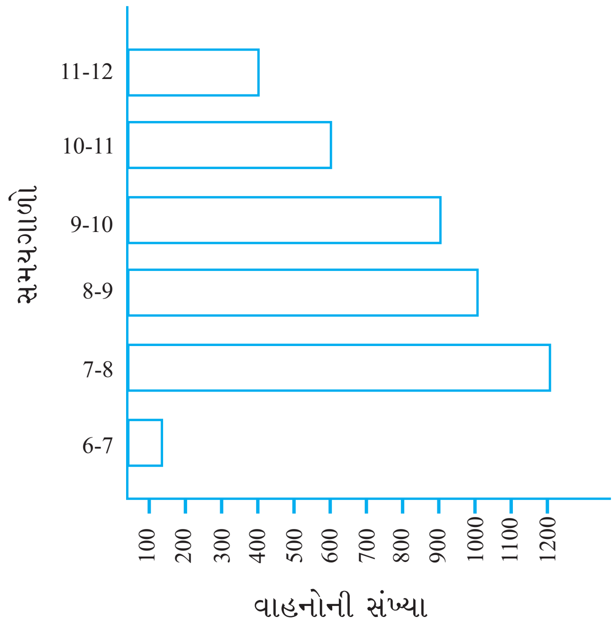
B. દરેક ચિહ્ન 50 વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવે તે રીતે બીજા કોઈ ચિહ્નને પસંદ કરી બીજો ચિત્ર આલેખ તૈયાર કરો. કયો ચિત્ર આલેખ વધુ માહિતીપ્રદ હશે ?

9.7 (A) લંબઆલેખ (Bar graph)

ચિત્ર આલેખની મદદથી માહિતીની રજૂઆતમાં સમયનો બચાવ થતો નથી, પરંતુ મુશ્કેલ પણ છે. ચાલો, આપેલી માહિતીની દાર્શનિક રજૂઆત માટેની બીજી રીત જોઈએ. એકસરખી પહોળાઈના આડા અથવા ઊભા સ્તંભ દોરી શકાય કે જેમની વચ્ચે સરખું અંતર રાખવામાં આવે છે. આ પ્રકારે દોરવામાં આવેલા પ્રત્યેક સ્તંભની લંબાઈ આપવામાં આવેલી સંખ્યાનું નિરૂપણ કરે છે. માહિતીને રજૂ કરતી આ રીતને સ્તંભ આકૃતિ અથવા લંબ આલેખ કહે છે.

9.7.1 લંબ આલેખ અર્થઘટન

ચાલો, દિલ્લીના વ્યસ્ત રોડ પરથી પસાર થતાં વાહનોનું ઉદાહરણ લઈએ. જેનો ટ્રાફિક પોલીસ દ્વારા કોઈ ચોક્કસ દિવસે અભ્યાસ કરવામાં આવ્યો. સવારે 6:00 થી બપોરે 12:00 સુધીમાં દર કલાકે પસાર થતાં વાહનોની સંખ્યા લંબ આલેખમાં દર્શાવેલ છે. એક એકમની લંબાઈ 100 વાહનો દર્શાવે છે. એક એકમ લંબાઈ 100 વાહનો બરાબર છે. એટલે કે 1 એકમ લંબાઈ = 100 વાહનો.



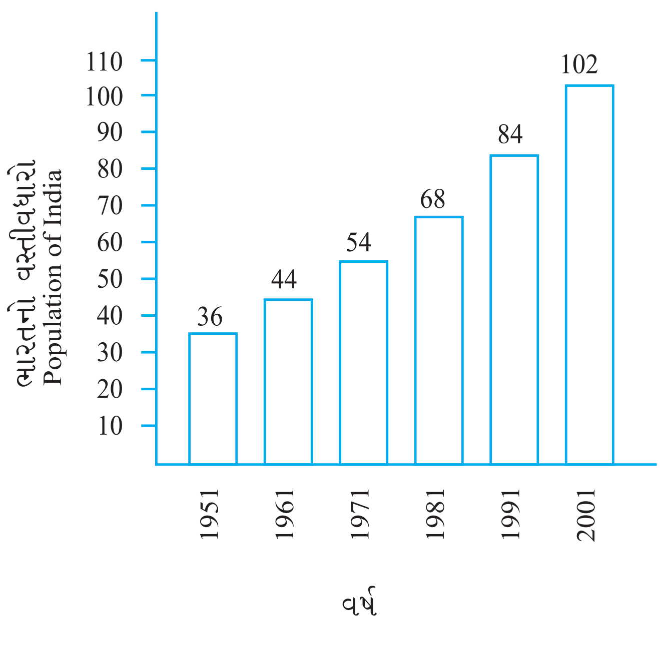
આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે સૌથી વધારે ટ્રાફિકનો સૌથી લાંબો સ્તંભ (એટલે કે 1200 વાહનો) કે જે 7 થી 8ના સમયગાળામાં છે. બીજો લાંબો સ્તંભ 8 થી 9ના સમયગાળામાં છે. સૌથી ઓછો ટ્રાફિક એટલે કે સૌથી નાનો સ્તંભ (એટલે કે 100 વાહનો) 6-7ના સમયગાળામાં દર્શાવે છે. સૌથી નાના સ્તંભ પછીનો મોટો સ્તંભ 11:00 થી 12:00 નો છે.

બે કલાક (8:00 થી 10:00) દરમિયાનના કુલ ટ્રાફિકના બે સ્તંભ 1000 + 900 = 1900 વાહનો છે.

જો માહિતીના આંકડાઓની સંખ્યા વધારે હોય, ત્યારે તમારે જુદા પ્રમાણમાપની જરૂર પડે.

દાખલા તરીકે ભારતના વસ્તીવધારાનું ઉદાહરણ લઈએ. આ સંખ્યા કરોડોમાં હશે. તેથી જો તમે 1 એકમ લંબાઈ એટલે 1 વ્યક્તિ લો, તો સ્તંભ દોરી શકાશે નહિ. તેથી 1 એકમ એટલે 10 કરોડ પ્રમાણમાપ પસંદ કરવું

1 એકમ લંબાઈ = 10 કરોડ



જોઈએ. આ લંબ આલેખ નીચેની આકૃતિમાં બતાવવામાં આવેલ છે.

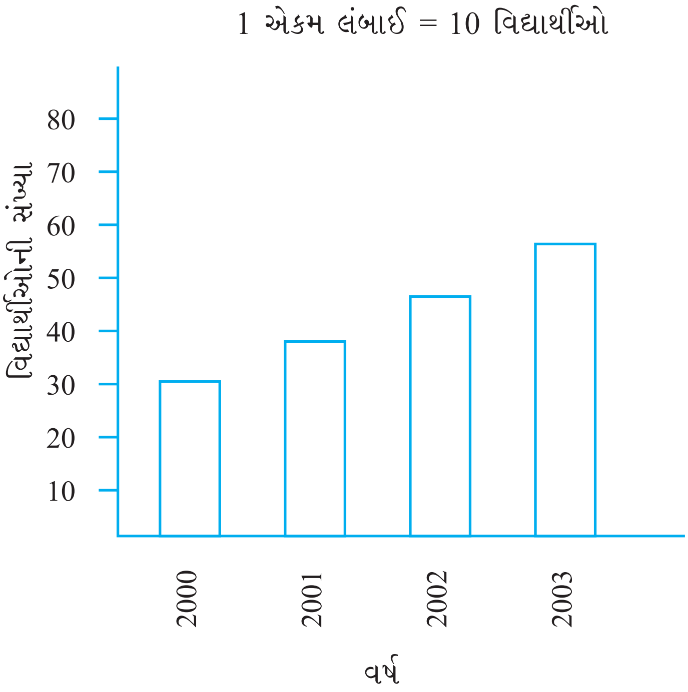
તેથી 5 એકમ લંબાઈનો સ્તંભ 50 કરોડ અને 8 એકમ લંબાઈનો સ્તંભ 80 કરોડ દર્શાવે છે.

ઉદાહરણ 9 : આપેલો લંબ આલેખ વાંચી શાળાના ચોક્કસ વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી છે, તે વાંચો. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) આ ગ્રાફનું પ્રમાણમાપ શું છે ?

(b) દરેક વર્ષે કેટલા વિદ્યાર્થીઓ ઉમેરાય છે ?

(c) વર્ષ 2003ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા વર્ષ 2000 કરતાં બમણી છે?



ઉકેલ : (a) એક એકમ લંબાઈ બરાબર 10 વિદ્યાર્થીઓનું પ્રમાણમાપ છે. (b) અને (c) તમારી જાતે કરો.

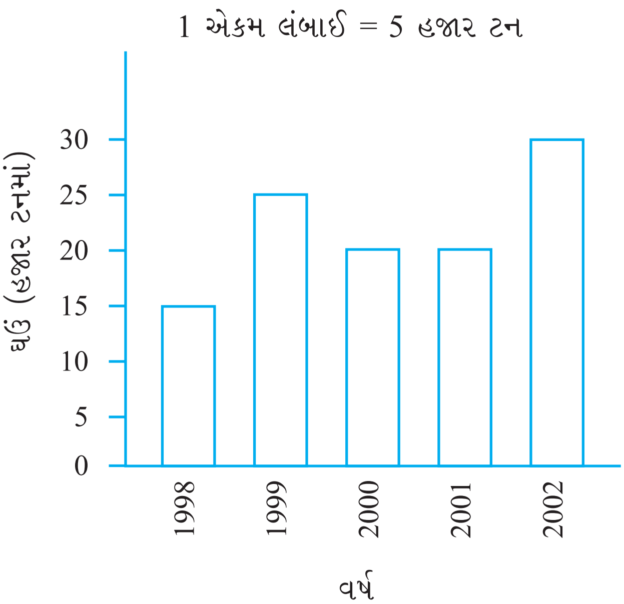
સ્વાધ્યાય 9.3

1. 1998થી 2002 દરમિયાન સરકારે ખરીદેલ ઘઉંનો જથ્થો દર્શાવતો લંબ આલેખ બાજુમાં આપેલ છે.

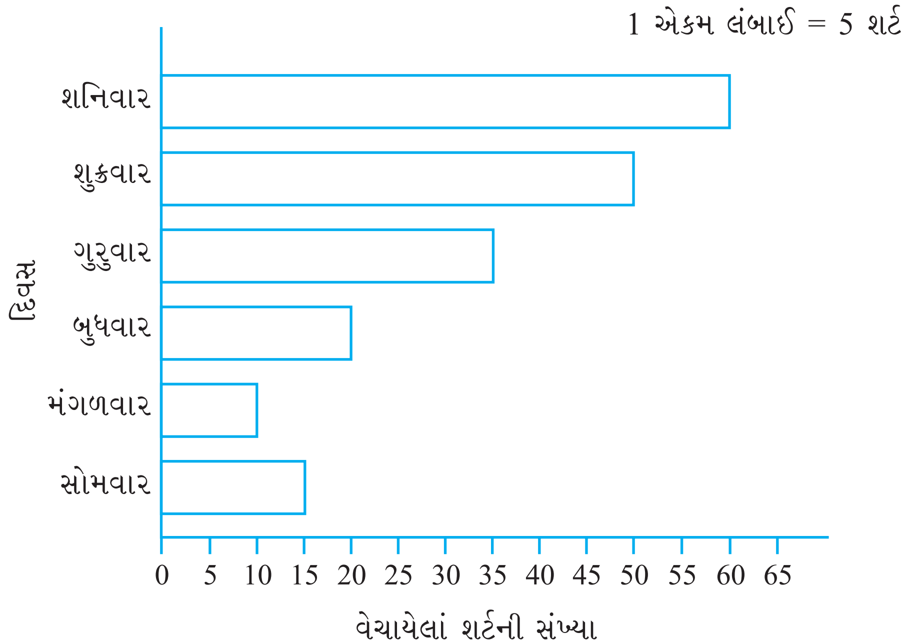
   લંબ આલેખ વાંચી તમારાં અવલોકનો લખો કે કયા વર્ષમાં

   (i) ઘઉંનું ઉત્પાદન સૌથી વધુ હતું ?

   (ii) ઘઉંનું ઉત્પાદન સૌથી ઓછું હતું ?



2. લંબ આલેખનું અવલોકન કરો કે જે સોમવારથી શનિવાર સુધીમાં તૈયાર વસ્ત્રની દુકાનમાંથી વેચેલાં 'શર્ટ' દર્શાવે છે.



હવે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) ઉપરનો લંબ આલેખ કઈ માહિતી આપે છે ?

(b) શર્ટની સંખ્યા દર્શાવવા માટે આડી હરોળ પર કયું પ્રમાણમાપ પસંદ કરેલ છે ?

(c) કયા દિવસે સૌથી વધુ શર્ટનું વેચાણ થયું છે ? તે દિવસે કેટલાં શર્ટ વેચાયાં ?

(d) કયા દિવસે સૌથી ઓછી સંખ્યામાં શર્ટ વેચાયાં ?

(e) ગુરુવારે કેટલાં શર્ટ વેચાયાં ?

3. લંબ આલેખનું અવલોકન કરો. જે અઝીઝે અર્ધવાર્ષિક પરીક્ષામાં જુદા-જુદા વિષયમાં મેળવેલ માર્કસ દર્શાવે છે.

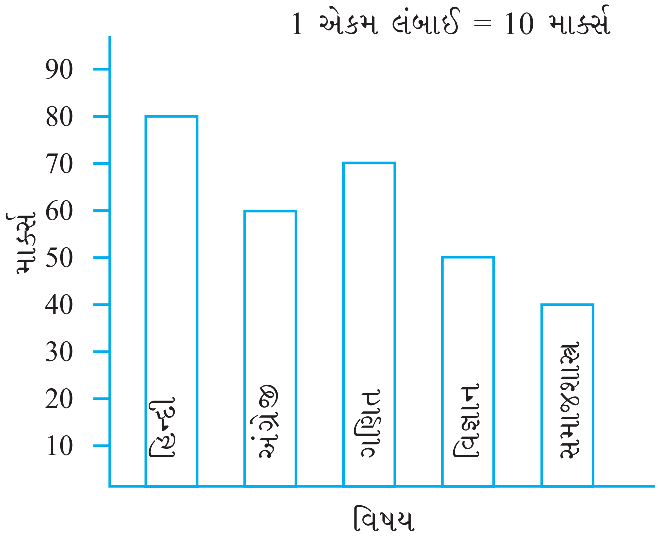
નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) લંબ આલેખ કઈ માહિતી આપે છે ?

(b) અઝીઝે સૌથી વધુ માર્ક્સ મેળવ્યા છે તે વિષય લખો.

(c) સૌથી ઓછા માર્ક્સ તેણે મેળવ્યા હોય તે વિષય લખો.

(d) દરેક વિષયનાં નામ અને દરેકમાં મેળવેલ માર્ક્સ લખો.



9.7.2 લંબ આલેખ દોરવા

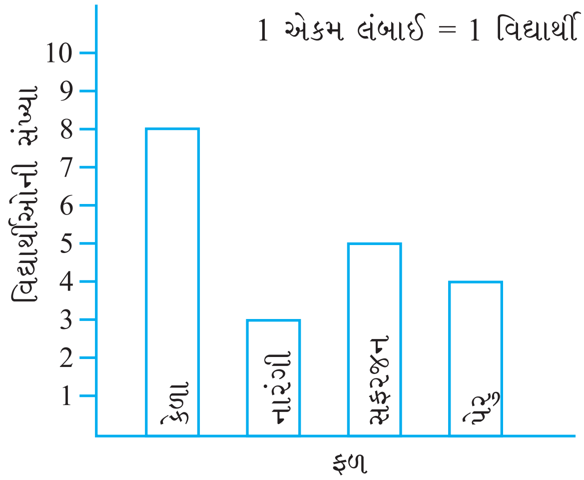
9.3માં દર્શાવેલ ઉદાહરણ યાદ કરીએ કે જેમાં રોનાલ્ડે તેના વર્ગમિત્રોની પસંદગીના ફળને આધારે કોષ્ટક બનાવેલ. ચાલો, આ માહિતીનો લંબ આલેખ દોરીએ.

ફળનું નામ	કેળા	નારંગી	સફરજન	પેરુ
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	08	03	05	04

પ્રથમ આડી અને ઊભી લીટી દોરો. આડી લાઈન પર એકમ અંતરે દરેક ફળનું નામ અને ઊભી લાઈન પર સંખ્યા લખો. જે વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા બતાવે છે.

પ્રમાણમાપ પસંદ કરો એટલે કે સૌથી પ્રથમ નક્કી કરો કે સ્તંભની એકમ લંબાઈમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ દર્શાવવાના છે?

અહીં આપણે 1 એકમ લંબાઈ 1 વિદ્યાર્થી દર્શાવાશે.



બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ પ્રમાણેનો લંબ આલેખ આપણે મેળવી શકીશું.

ઉદાહરણ 10 : નીચેનું કોષ્ટક ઈમરાનના કુટુંબની જુદી-જુદી વિગતનો માસિક ખર્ચ દર્શાવે છે :

વિગત	**ખર્ચ (રૂપિયામાં)**
ઘરભાડું	3000
ખોરાક	3400
શિક્ષણ	800
વીજળી	400
પરિવહન	600
પરચૂરણ	1200

આ માહિતીને લંબ આલેખ વડે દર્શાવો. અહીં તેનાં પગથિયાં છે.

(a) એક આડી અને એક ઊભી એકબીજાને કાટખૂણે છેદે તેવી બે રેખા દોરો.

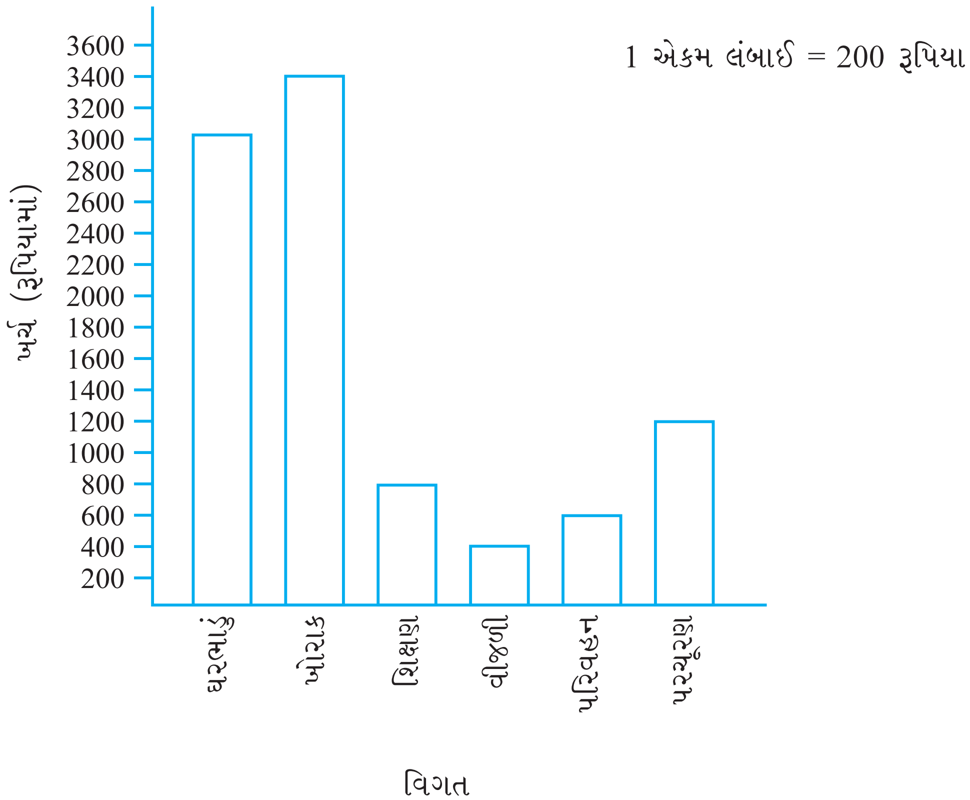
(b) આડી હરોળ પર વિગત અને ઊભી હરોળ પર થયેલ અનુરૂપ ખર્ચ દર્શાવો.

(c) જેમની વચ્ચે સમાન જગ્યા રહે તેવા સરખી પહોળાઈના લંબ આલેખ લો.

(d) ઊભી હરોળ પર યોગ્ય પ્રમાણમાપ પસંદ કરો. 1 એકમ લંબાઈ = 200 રૂપિયા લઈ કિંમતો દર્શાવો.

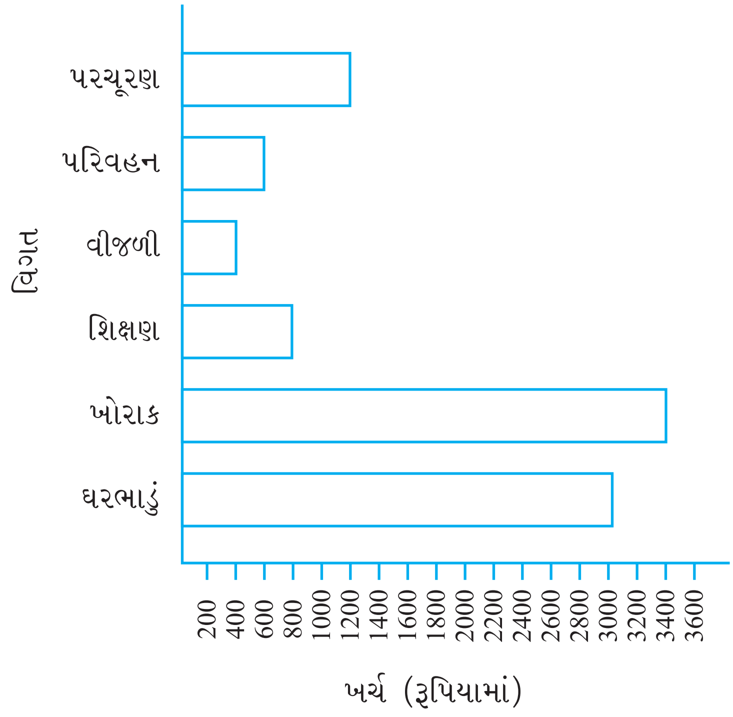
જુદી-જુદી વિગતો માટેના સ્તંભની ઊંચાઈ નીચે બતાવ્યા પ્રમાણે થશે :

ઘરભાડું	:	3000	÷	200	=	15 એકમ
ખોરાક	:	3400	÷	200	=	17 એકમ
શિક્ષણ	:	800	÷	200	=	4 એકમ
વીજળી	:	400	÷	200	=	2 એકમ
પરિવહન	:	600	÷	200	=	3 એકમ
પરચૂરણ	:	1200	÷	200	=	6 એકમ



વિગત અને ખર્ચની સ્થિતિ બદલીને પણ આ માહિતીને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :

1 એકમ લંબાઈ = 200 રૂપિયા



આ કરો :

1. તમારા મિત્ર સાથે આપણને માહિતી મળી શકે તેવી 5 સ્થિતિઓ વિચારો.
   આ માહિતી માટે કોષ્ટક તૈયાર કરી તેને લંબ આલેખ વડે દર્શાવો.

સ્વાધ્યાય 9.4

1. શાળાના 120 વિદ્યાર્થીઓ ફ્રી તાસમાં કઈ પ્રવૃત્તિ પસંદ કરે છે, તેનો સર્વે કરવામાં આવ્યો.

પસંદગીની પ્રવૃત્તિ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
રમવું	45
વાર્તાની ચોપડી વાંચવી	30
ટી.વી. જોવું	20
સંગીત સાંભળવું	10
ચિત્ર દોરવું	15

એક એકમ લંબાઈ = 5 વિદ્યાર્થીઓ લઈ ઉપર દર્શાવેલ માહિતીનો લંબ આલેખ દોરો.
કઈ પ્રવૃત્તિને વિદ્યાર્થીઓ રમત સિવાય વધુ પસંદ કરે છે?

2. એક દુકાનદાર સળંગ છ દિવસ દરમિયાન વેચેલ ગણિતની ચોપડીઓની માહિતી નીચે દર્શાવેલ છે :

દિવસ	રવિવાર	સોમવાર	મંગળવાર	બુધવાર	ગુરુવાર	શુક્રવાર
વેચેલ ચોપડીની સંખ્યા	65	40	30	50	20	70

તમારી પસંદગીનું પ્રમાણમાપ લઈ ઉપરની માહિતીનો લંબ આલેખ દોરો.

3. નીચેનું કોષ્ટક એક ફેક્ટરીમાં વર્ષ 1998થી 2002 દરમિયાન તૈયાર કરેલ સાઈકલની સંખ્યા દર્શાવે છે. તમારી પસંદગીનું માપ લઈ આપેલી માહિતી માટે લંબ આલેખ દોરો.

વર્ષ	તૈયાર કરેલ સાઈકલની સંખ્યા
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

(a) કયા વર્ષમાં સૌથી વધુ સાઈકલ તૈયાર કરવામાં આવી હતી?

(b) કયા વર્ષમાં સૌથી ઓછી સાઈકલ તૈયાર કરવામાં આવી હતી?

4. એક શહેરના જુદા-જુદા વયજૂથની સંખ્યા ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા દર્શાવતું કોષ્ટક નીચે આપેલ છે :

વયજૂથ	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 અને તેથી વધુ
વ્યક્તિની સંખ્યા	2 લાખ	1 લાખ 60 હજાર	1 લાખ 20 હજાર	1 લાખ 20 હજાર	80 હજાર	40 હજાર

ઉપરની માહિતીને આધારે લંબ આલેખ તૈયાર કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(1 એકમ લંબાઈ = 20 હજાર વ્યક્તિ લો.)

(a) કયાં બે વય જૂથમાં સરખી વસ્તી હશે?

(b) 60 અને તેથી વધારે ઉંમર ધરાવતી બધી વ્યક્તિઓને સિનિયર સિટિઝન કહેવામાં આવે છે. આ શહેરમાં કેટલા સિનિયર સિટિઝન છે?

આપણે શી ચર્ચા કરી?

1. આપણે જોયું કે માહિતી એ ભેગા કરેલા આંકડાઓનો સંગ્રહ છે. જે આપણને કેટલીક વધારાની માહિતી આપે છે.

2. આપેલા આંકડાઓ પરથી ઝડપથી ચોક્કસ માહિતી મેળવવા અંકોને આવૃત્તિ ચિહ્નનો ઉપયોગ કરી કોષ્ટકમાં ગોઠવવામાં આવે છે.

3. આપણે શીખ્યાં કે ચિત્ર આલેખ કેવી રીતે વસ્તુઓ કે વસ્તુઓનો ભાગ દર્શાવે છે. આપણે જોયું કે ચિત્ર આલેખને કેવી રીતે દર્શાવી શકાય. કોઈ ચોક્કસ વસ્તુ અથવા વસ્તુના આંકડાને દર્શાવતા ચિત્ર આલેખ સંકેતનો ઉપયોગ કરી કેવી રીતે દોરી શકાય.

   ઉદાહરણ  = 100 ચોપડી

4. આપણે ચર્ચા કરી કે અંકોને સ્તંભ આકૃતિ અથવા લંબ આલેખ વડે કેવી રીતે દર્શાવી શકાય ?

   લંબ આલેખમાં સ્તંભ સરખી પહોળાઈના આડા કે ઊભા દોરવામાં આવે છે કે જેમની વચ્ચે સરખી જગ્યા રાખવામાં આવે છે. દરેક સ્તંભની લંબાઈ એ જરૂરી માહિતી પૂરી પાડે છે.

5. આ કરવા માટે આલેખના પ્રમાણભૂત માપની પસંદગીની પદ્ધતિની ચર્ચા પણ કરી.

   ઉદાહરણ તરીકે, 1 એકમ = 100 વિદ્યાર્થીઓ.

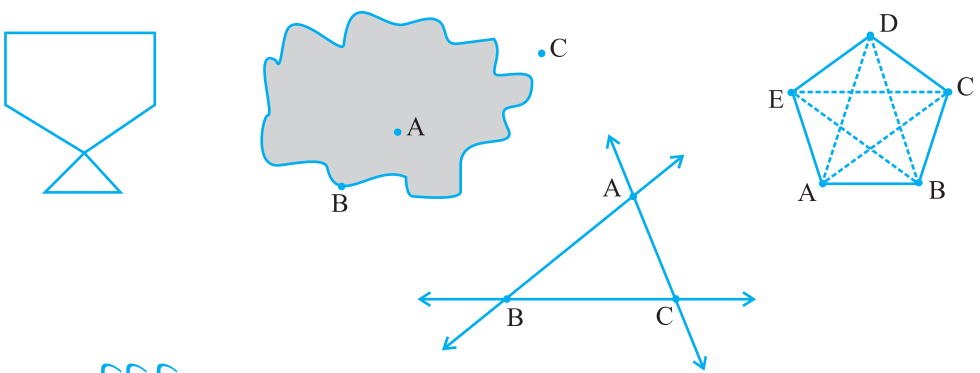
   આપણે આપેલા લંબ આલેખનું વાચન કેવી રીતે થાય તેની ચર્ચા કરી. આપણે તેનું અર્થઘટન કેવી રીતે કરી શકાય તે પણ જોયું.

પ્રકરણ 10

માપન

10.1 પ્રાસ્તાવિક

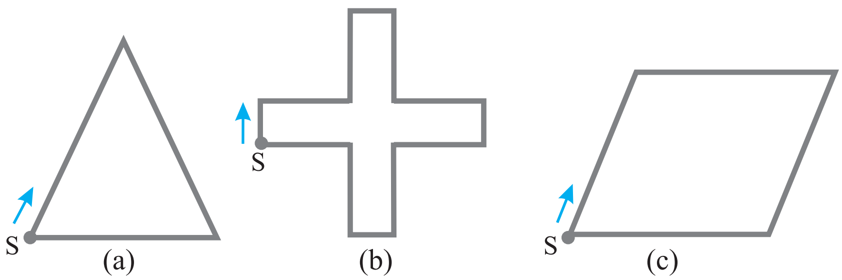
આપણે જ્યારે નીચે દર્શાવ્યા મુજબની કેટલીક સમતલીય આકૃતિઓ વિશે વાત કરીએ છીએ, ત્યારે આપણે તેના પ્રદેશ અને તેની સીમાઓ વિશે વિચારીએ છીએ. તેમની સરખામણી કરવા માટે આપણને તેમનાં માપની જરૂર છે. હવે આપણે આ વિશે વિચારીએ :



10.2 પરિમિતિ (Perimeter)

નીચેની આકૃતિઓ જુઓ (આકૃતિ 10.1). તમે આ આકારો તાર અથવા દોરીની મદદથી બનાવી શકો છો.

દરેક આકૃતિમાં, જો તમે બિંદુ S થી શરૂ કરીને દરેક રેખાખંડ પર ચાલો તો તમે ફરીથી બિંદુ S પર પહોંચી જશો. આ રીતે તમે દરેક આકૃતિ (a), (b) અને (c) પર એક ચક્ર પૂર્ણ કર્યું છે.



આકૃતિ 10.1

આ દરમિયાન તમે જે અંતર કાપો છો તે આકૃતિ (આકાર) બનાવવા માટે વપરાયેલા તારની લંબાઈ જેટલી છે.

આ અંતર (લંબાઈ)ને તે બંધ આકૃતિની **પરિમિતિ** કહેવાય છે. તે આકૃતિ (આકાર) બનાવવા માટે વપરાયેલા તારની લંબાઈ છે. પરિમિતિના ખ્યાલનો આપણા રોજિંદા જીવનમાં વ્યાપક રીતે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

- એક ખેડૂત પોતાના ખેતરની ફરતે (ચોતરફ) વાડ બનાવવા માગે છે.
- એક એન્જિનિયર (મકાન બાંધનાર) એક ઘરની ચારે તરફ દીવાલ બનાવવા માગે છે.
- એક વ્યક્તિ રમતગમત માટેનો રસ્તો તૈયાર કરવા માગે છે.

આ બધી વ્યક્તિઓ 'પરિમિતિ'ના ખ્યાલનો ઉપયોગ કરે છે.

પરિમિતિ શોધવાની જરૂર હોય તેવી પરિસ્થિતિનાં પાંચ ઉદાહરણો આપો.

"કોઈ બંધ આકૃતિની સીમારેખા પર એકવાર ફરવાથી જે અંતર કપાય તેને પરિમિતિ કહે છે."

પ્રયત્ન કરો.

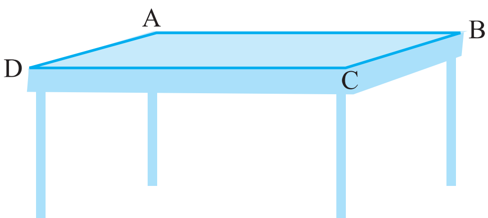
1. તમારા અભ્યાસ કરવાના ટેબલની ચારે બાજુની લંબાઈ માપો અને લખો.

AB = ______ સેમી

BC = ______ સેમી

CD = ______ સેમી

DA = ______ સેમી



હવે, ચારે બાજુની લંબાઈઓનો સરવાળો

= AB + BC + CD + DA.

= ____ સેમી + ____ સેમી + ____ સેમી + ____ સેમી

= ____ સેમી

પરિમિતિ કેટલી છે ?

2. તમારી નોટબુકના એક પાનાની ચારે બાજુની લંબાઈ માપો અને લખો. ચારે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો

= AB + BC + CD + DA.

= ____ સેમી + ____ સેમી + ____ સેમી + ____ સેમી

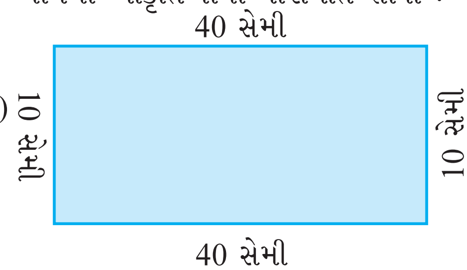
= ____ સેમી

પાનાની પરિમિતિ કેટલી છે ?

3. મીરાં એક બાગમાં ગઈ. જેની લંબાઈ 150 મીટર અને પહોળાઈ 80 મીટર હતી. તેણે બાગની સીમારેખા પર ચાલીને એક પૂરો આંટો માર્યો. તેણે કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ?

4. નીચેની આકૃતિઓની પરિમિતિ શોધો :

(a)

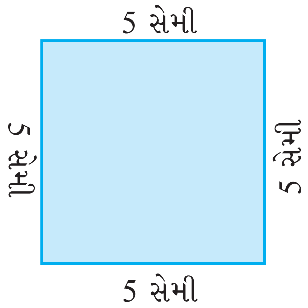


પરિમિતિ = AB + BC + CD + DA.

= __ + __ + __ + __

= ____

(b)

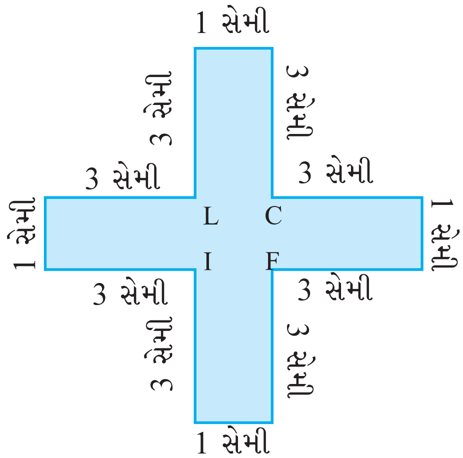


પરિમિતિ = AB + BC + CD + DA.

= __ + __ + __ + __

= ____

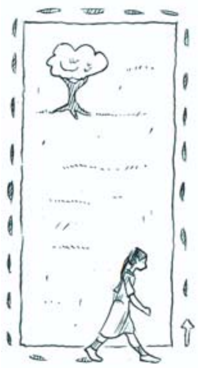
(c)



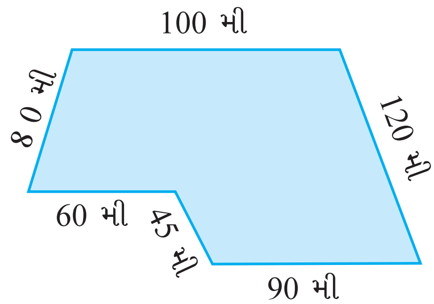
પરિમિતિ = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KL + LA

= __ + __ + __ + __ + __ + __ + __ + __ + __ + __ + __ + __

= ____



(d)



પરિમિતિ = AB + BC + CD + DE + EF + FA

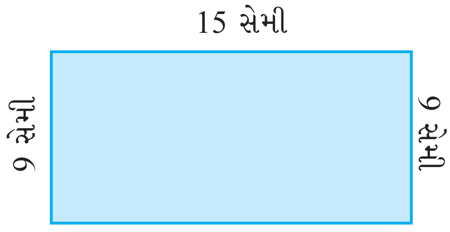
= __ + __ + __ + __ + __ + __

= ____

તો, માત્ર રેખાખંડોથી ઘેરાયેલી (બનેલી) બંધ આકૃતિની પરિમિતિ કેવી રીતે મેળવશો ? માત્ર, બધી બાજુઓની લંબાઈઓનો સરવાળો કરો. (કે જે બધા રેખાખંડો છે.)

10.2.1 લંબચોરસની પરિમિતિ

લંબચોરસ ABCD (આકૃતિ 10.2) લઈએ જેની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 15 સેમી અને 9 સેમી છે. તેની પરિમિતિ કેટલી થશે ?



આકૃતિ 10.2

લંબચોરસની પરિમિતિ = તેની ચારે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો

લંબચોરસની પરિમિતિ = AB + BC + CD + DA

= AB + BC + AB + BC

= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

= 2 × (15 સેમી + 9 સેમી)

= 2 × (24 સેમી)

= 48 સેમી

પ્રયત્ન કરો.

નીચેના લંબચોરસની પરિમિતિ શોધો :

લંબચોરસની લંબાઈ	લંબચોરસની પહોળાઈ	ચાર બાજુનો સરવાળો કરીને પરિમિતિ	2 (લંબાઈ + પહોળાઈ) પરિમિતિ
25 સેમી	12 સેમી	= 25 સેમી + 12 સેમી + 25 સેમી + 12 સેમી = 74 સેમી	= 2 × (25 સેમી + 12 સેમી) = 2 × (37 સેમી) = 74 સેમી
0.5 મી	0.25 મી		
18 સેમી	15 સેમી		
10.5 સેમી	8.5 સેમી		

આમ, ઉપરનાં ઉદાહરણો પરથી આપણે નોંધીએ કે,

લંબચોરસની પરિમિતિ = લંબાઈ + પહોળાઈ + લંબાઈ + પહોળાઈ એટલે કે

લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ + પહોળાઈ)

હવે, આપણે આ રીતનો વ્યવહારુ ઉપયોગ જોઈએ.

ઉદાહરણ 1 : શબાના ટેબલ પર પાથરવાના લંબચોરસ કાપડ પર ફરતે દરેક બાજુએ લેસપટ્ટી લગાવવા માંગે છે. કાપડની લંબાઈ 3 મીટર અને પહોળાઈ 2 મીટર છે. શબાનાને કેટલી લંબાઈની લેસપટ્ટી જોઈશે ?

ઉકેલ : ટેબલ પર પાથરવાના કાપડની લંબાઈ = 3 મીટર

ટેબલ પર પાથરવાના કાપડની પહોળાઈ = 2 મીટર

શબાના ટેબલક્લોથની ચારે બાજુએ લેસપટ્ટી લગાવવી છે.

આથી જરૂરી લેસપટ્ટીની લંબાઈ, ટેબલક્લોથની પરિમિતિ જેટલી થશે.

આકૃતિ 10.3

હવે, લંબચોરસ ટેબલક્લોથની પરિમિતિ

$= 2 \times$ (લંબાઈ + પહોળાઈ) $= 2 \times (3$ મી $+ 2$ મી$) = 2 \times (5$ મી$) = 10$ મી

આથી, લેસપટ્ટીની જરૂરી લંબાઈ = 10 મીટર

ઉદાહરણ 2 : એક દોડવીર, 50 મીટર લંબાઈ અને 25 મીટર પહોળાઈવાળા એક લંબચોરસ બાગની ફરતે 10 પૂરા આંટા મારે છે. તે કુલ કેટલું અંતર દોડ્યો હશે તે શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસ બાગની લંબાઈ = 50 મીટર

લંબચોરસ બાગની પહોળાઈ = 25 મીટર

દોડવીરે, બાગ ફરતે એક આંટામાં કાપેલું અંતર, બાગની પરિમિતિ જેટલું થશે.

હવે, લંબચોરસ બાગની પરિમિતિ = $2 \times$ (લંબાઈ + પહોળાઈ)

= $2 \times$ (50 મીટર + 25 મીટર)

= $2 \times$ (75 મીટર)

= 150 મીટર

આથી એક આંટામાં કાપેલું અંતર = 150 મીટર

10 આંટામાં કાપેલું અંતર = 10×150 મીટર = 1500 મીટર

આમ દોડવીરે કાપેલું કુલ અંતર = 1500 મીટર

ઉદાહરણ 3 : જેની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 150 સેમી અને 1 મીટર છે તેવા લંબચોરસની પરિમિતિ શોધો.

ઉકેલ : લંબાઈ = 150 સેમી

પહોળાઈ = 1 મી = 100 સેમી

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2 \times$ (લંબાઈ + પહોળાઈ)

= $2 \times$ (150 સેમી + 100 સેમી)

= $2 \times$ (250 સેમી)

= 500 સેમી = 5 મીટર

ઉદાહરણ 4 : એક ખેડૂતના ખેતરની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 240 મીટર અને 180 મીટર છે. તે ખેતર ફરતે ત્રણવાર દોરડું વીંટાળી સીમારેખા કરવા માગે છે. (આકૃતિ 10.4) તો તેણે કુલ કેટલી લંબાઈનું દોરડું વાપરવું પડે ?

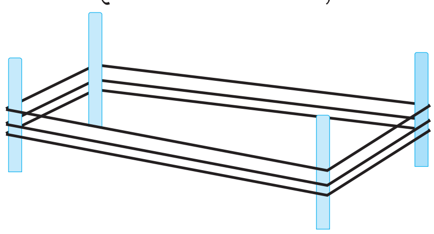
ઉકેલ : ખેડૂતે ખેતરની પરિમિતિ ત્રણવાર ગણવી પડે. આથી જરૂરી દોરડાની લંબાઈ, ખેતરની પરિમિતિથી ત્રણ ગણા થાય.

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2 \times$ (લંબાઈ + પહોળાઈ)

= $2 \times$ (240 મી + 180 મી)

= $2 \times$ (420 મી)

= 840 મીટર



આકૃતિ 10.4

$\therefore$ જરૂરી દોરડાની લંબાઈ = 3×840 મી = 2520 મીટર

ઉદાહરણ 5 : એક લંબચોરસ બાગની લંબાઈ 250 મીટર અને પહોળાઈ 175 મીટર છે. ₹ 12 પ્રતિમીટરના દરે તેની ફરતે વાડ કરવાનો ખર્ચ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસ બાગની લંબાઈ = 250 મીટર

લંબચોરસ બાગની પહોળાઈ = 175 મીટર

વાડ કરવાનો ખર્ચ ગણવા માટે આપણે બાગની પરિમિતિ ગણવી પડે.

બાગની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ + પહોળાઈ)

= 2 × (250 મીટર + 175 મીટર)

= 2 × (425 મીટર) = 850 મીટર

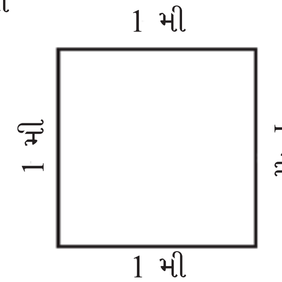
1 મીટર લંબાઈની વાડ કરવાનો ખર્ચ = ₹ 12

બાગ ફરતે વાડ કરવાનો ખર્ચ ₹ 12 × 850 = ₹ 10200

10.2.2 નિયમિત આકારોની પરિમિતિ

આ ઉદાહરણ સમજો.

વિશ્વામિત્ર, 1 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ ચિત્ર ફરતે રંગીન પટ્ટી લગાવવા માગે છે. (આકૃતિ 10.5) તેને કેટલી લંબાઈની રંગીન પટ્ટી જોઈશે ?



આકૃતિ 10.5

વિશ્વામિત્રને ચોરસ ચિત્રની ચારે બાજુ પર રંગીન પટ્ટી લગાવવી છે.

આથી તેણે ચિત્રની પરિમિતિ જાણવી પડે.

આમ, જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = ચોરસની પરિમિતિ

= 1 મી + 1 મી + 1 મી + 1 મી

= 4 મી

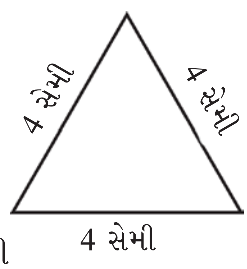
હવે, આપણે જાણીએ છીએ કે ચોરસની ચારે બાજુ સરખી હોય છે. આથી ચાર બાજુનો સરવાળો કરવાને બદલે એક બાજુની લંબાઈને 4 વડે ગુણી શકીએ.

આમ, જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = 4 × 1 મી = 4 મી

આ ઉદાહરણથી સમજાય છે કે ચોરસની પરિમિતિ = 4 × એક બાજુની લંબાઈ

આવા બીજા ચોરસ દોરો અને તેમની પરિમિતિ ગણો.

હવે આકૃતિ 10.6માં દર્શાવેલ સમબાજુ ત્રિકોણ જુઓ. તેની દરેક બાજુ 4 સેમીની છે. શું આપણે તેની પરિમિતિ શોધી શકીએ ?



આકૃતિ 10.6

આ સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ = 4 + 4 + 4 સેમી

= 3 × 4 સેમી = 12 સેમી

આમ, સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ = 3 × એક બાજુની લંબાઈ

એક ચોરસ અને એક સમબાજુ ત્રિકોણ વચ્ચે સમાનતા શી છે ? આ દરેક આકૃતિમાં બધી

પ્રયત્ન કરો.

તમારી આસપાસ નિયમિત આકારની વસ્તુઓ શોધી તેમની પરિમિતિ ગણો.

બાજુ સરખી લંબાઈની અને બધા ખૂણા સરખા માપના છે. આવી આકૃતિઓને *નિયમિત બંધ આકૃતિ* કહેવાય છે. આમ, ચોરસ અને સમબાજુ ત્રિકોણ નિયમિત બંધ આકૃતિઓ છે. આપણે જોયું કે,

ચોરસની પરિમિતિ $= 4 \times$ એક બાજુની લંબાઈ

સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ $= 3 \times$ એક બાજુની લંબાઈ, તો નિયમિત પંચકોણની પરિમિતિ કેટલી હશે ?

એક નિયમિત પંચકોણને પાંચ સમાન બાજુઓ હોય છે. આથી, નિયમિત પંચકોણની પરિમિતિ $= 5 \times$ એક બાજુની લંબાઈ અને નિયમિત ષટ્કોણની પરિમિતિ ______________ અને નિયમિત અષ્ટકોણની પરિમિતિ ______________ થશે.

ઉદાહરણ 6 : 70 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ બાગ ફરતે જો શાઈના ત્રણ ફેરા ફરે તો તેણે કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ?

ઉકેલ : ચોરસ બાગની પરિમિતિ $=$ $4 \times$ એકબાજુની લંબાઈ $= 4 \times 70$ મીટર $= 280$ મીટર

આમ એક ફેરામાં કાપેલું અંતર $= 280$ મીટર

$\therefore$ ત્રણ ફેરામાં કાપેલું અંતર $= 3 \times 280$ મીટર $= 840$ મીટર

ઉદાહરણ 7 : પિન્કી 75 મી લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ ખેતર ફરતે દોડે છે. જ્યારે બૉબ એક લંબચોરસ ખેતરની ફરતે દોડે છે. જેની લંબાઈ 160 મી અને પહોળાઈ 105 મી છે. કોણ અને કેટલું વધારે દોડે છે ?

ઉકેલ : એક ફેરામાં પિન્કીએ કાપેલું અંતર $=$ ચોરસની પરિમિતિ

$= 4 \times$ ચોરસની એક બાજુની લંબાઈ

$= 4 \times 75$ મી

$= 300$ મી

બૉબે એક ફેરામાં કાપેલું અંતર $=$ લંબચોરસની પરિમિતિ

$= 2 \times$ (લંબાઈ + પહોળાઈ)

$= 2 \times (160$ મીટર $+ 105$ મીટર$)$

$= 2 \times (265$ મીટર$)$

$= 530$ મીટર

કાપેલા અંતરનો તફાવત $=$ 530 મીટર $- 300$ મી $=$ 230 મીટર

આથી બૉબ 230 મીટર વધુ દોડે છે.

ઉદાહરણ 8 : જેની દરેક બાજુ 3 સેમીની છે તેવા નિયમિત પંચકોણની પરિમિતિ શોધો.

ઉકેલ : આ નિયમિત બંધ આકૃતિને 5 બાજુઓ છે અને દરેકની લંબાઈ 3 સેમી છે. આથી,

નિયમિત પંચકોણની પરિમિતિ $= 5 \times 3$ સેમી $= 15$ સેમી

ઉદાહરણ 9 : નિયમિત ષટ્કોણની પરિમિતિ 18 સેમી છે. તેની એક બાજુની લંબાઈ કેટલી ?

ઉકેલ : પરિમિતિ = 18 સેમી

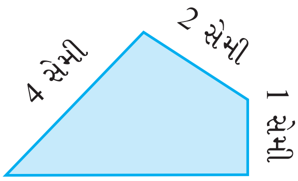
નિયમિત ષટ્કોણને છ સમાન બાજુઓ છે. આથી આપણે પરિમિતિનો 6 વડે ભાગાકાર કરીને એક બાજુની લંબાઈ મેળવી શકીએ.

ષટ્કોણની એક બાજુની લંબાઈ 18 સેમી ÷ 6 = 3 સેમી

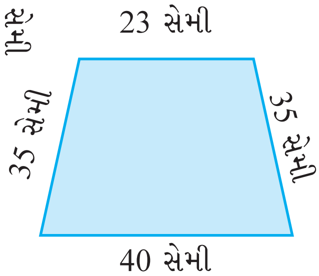
∴ નિયમિત ષટ્કોણની દરેક બાજુની લંબાઈ = 3 સેમી

સ્વાધ્યાય 10.1

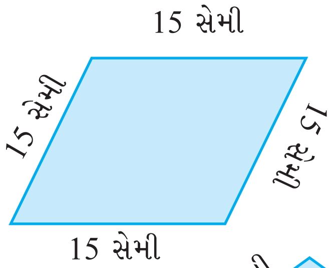
1. નીચેની દરેક આકૃતિની પરિમિતિ શોધો :



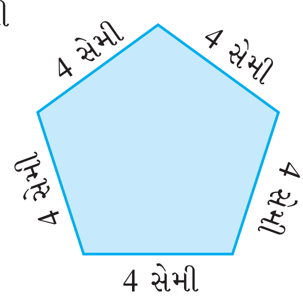
(a)



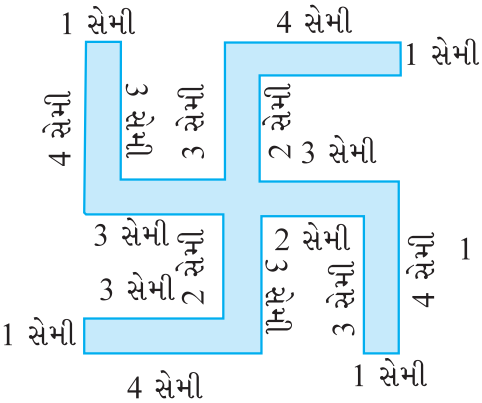
(b)



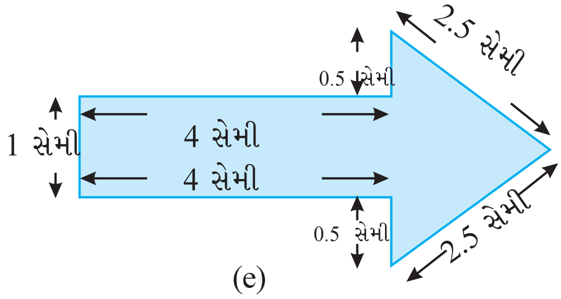
(c)



(c)



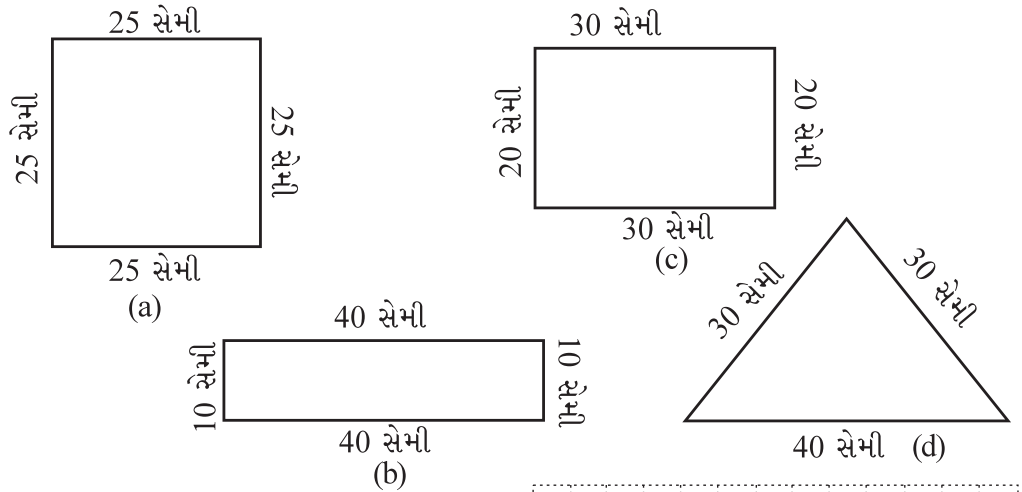
(f)



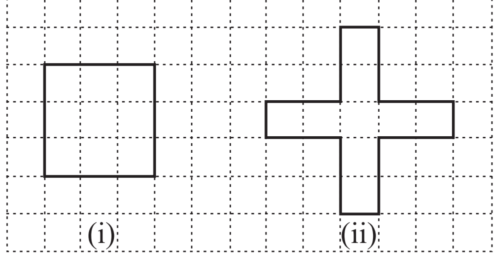
(e)

2. 40 સેમી લંબાઈ અને 10 સેમી બાજુઓ ધરાવતા એક લંબચોરસ ડબાનું ઢાંકણ ચારે બાજુથી ડબા સાથે ટેપ વડે બંધ કરેલ છે. તો જરૂરી ટેપની લંબાઈ કેટલી ?
3. એક ટેબલની ઉપરની સપાટીની લંબાઈનાં માપ 2 મીટર 25 સેમી અને 1 મી 50 સેમી છે. આ સપાટીની પરિમિતિ કેટલી થાય ?
4. 32 સેમી લંબાઈ અને 21 સેમી પહોળાઈ ધરાવતા એક ફોટોગ્રાફની ફ્રેમ બનાવવા માટે કેટલી લંબાઈની લાકડાની પટ્ટી જોઈશે ?
5. લંબચોરસ આકારના જમીનના ટુકડાની લંબાઈ 0.7 કિમી અને પહોળાઈ 0.5 કિમી છે. તેને ચારે તરફથી તારની ચાર હાર વડે બંધ કરવા માટે કેટલી લંબાઈનો તાર જોઈએ ?

6. નીચેના દરેક આકારની પરિમિતિ શોધો :
   (a) 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમી લંબાઈની બાજુવાળો ત્રિકોણ
   (b) 9 સેમી લંબાઈની બાજુવાળો સમબાજુ ત્રિકોણ
   (c) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, જેની સમાન બાજુની લંબાઈ 8 સેમી અને ત્રીજી બાજુની લંબાઈ 6 સેમી છે.
7. જેની બાજુઓનાં માપ 10 સેમી, 14 સેમી અને 15 સેમી છે, તેવા ત્રિકોણની પરિમિતિ શોધો.
8. જેની દરેક બાજુનું માપ 8 મીટર છે તેવા નિયમિત ષટ્કોણની પરિમિતિ શોધો.
9. 20 મીટર પરિમિતિવાળા ચોરસની એક બાજુનું માપ શોધો.
10. નિયમિત પંચકોણની પરિમિતિ 100 સેમી છે. તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી ?
11. દોરીના ટુકડાની લંબાઈ 30 સેમી છે. જો આ દોરીનો ઉપયોગ (a) એક ચોરસ (b) એક સમબાજુ ત્રિકોણ (c) એક નિયમિત ષટ્કોણ રચવા માટે કરવામાં આવે તો દરેક આકૃતિમાં એક બાજુની લંબાઈ કેટલી થશે ?
12. એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં માપ 12 સેમી અને 14 સેમી છે. જો આ ત્રિકોણની પરિમિતિ 36 સેમી હોય તો તેની ત્રીજી બાજુનું માપ કેટલું ?
13. એક ચોરસ બાગની બાજુનું માપ 250 મીટર છે. તેની ફરતે વાડ કરવાનો ખર્ચ ₹ 20 પ્રતિ મીટર પ્રમાણે કેટલો થશે ?
14. એક લંબચોરસ બાગની લંબાઈ 175 મીટર અને પહોળાઈ 125 મીટર છે. તેની ફરતે વાડ કરવાનો ખર્ચ ₹ 12 પ્રતિ મીટર પ્રમાણે કેટલો થશે ?
15. સ્વીટી એક ચોરસ બાગની ફરતે દોડે છે. જેની એક બાજુનું માપ 75 મીટર છે. બુલબુલ એક લંબચોરસ બાગની ફરતે દોડે છે, જેની લંબાઈ 60 મીટર અને પહોળાઈ 45 મીટર છે. કોણ ઓછું અંતર દોડે છે ?
16. નીચેની દરેક આકૃતિની પરિમિતિ કેટલી છે ? તમારા જવાબ પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો?



17. અવનીત નવ ચોરસ ટાઈલ્સ ખરીદે છે, જે દરેકની બાજુની લંબાઈ $\frac{1}{2}$ મીટર છે. તે ટુકડાઓને ચોરસ આકારે ગોઠવે છે.
   (a) આ ગોઠવણીની પરિમિતિ કેટલી છે ? (આકૃતિ 10.7 (i))



આકૃતિ 10.7

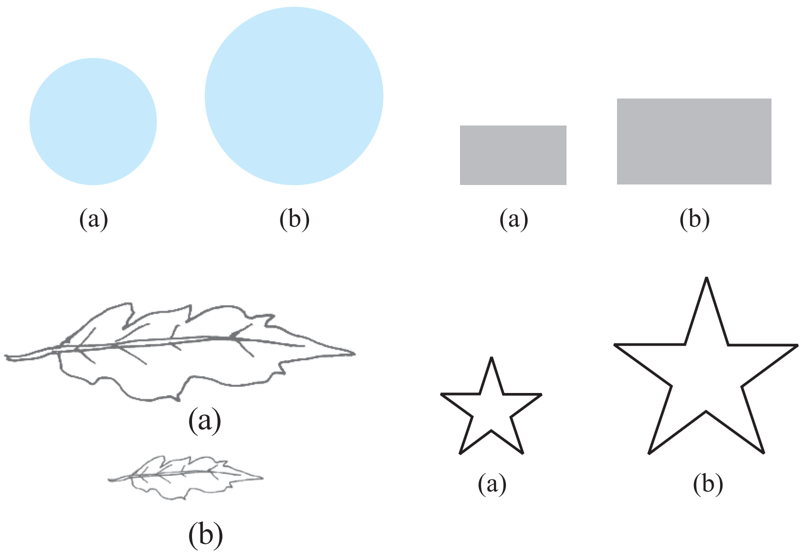
(b) શારીનને આ ગોઠવણી ગમતી નથી. તે તેની પાસે ટાઈલ્સને ચોકડી આકારે ગોઠવાવે છે. તેની ગોઠવણીની પરિમિતિ કેટલી છે ? (આકૃતિ 10.7 (ii))

(c) કઈ ગોઠવણીની પરિમિતિ વધારે છે ?

(d) અવનીત વિચારે છે કે હજુ વધારે પરિમિતિ મળે તેવી કોઈ ગોઠવણી શક્ય છે ? તમે એનો કોઈ રસ્તો શોધી શકો ? (ટાઈલ્સની બાજુઓ પરસ્પર પૂરેપૂરી મળવી જોઈએ એટલે કે ટાઈલ્સને તોડી શકાશે નહિ.)

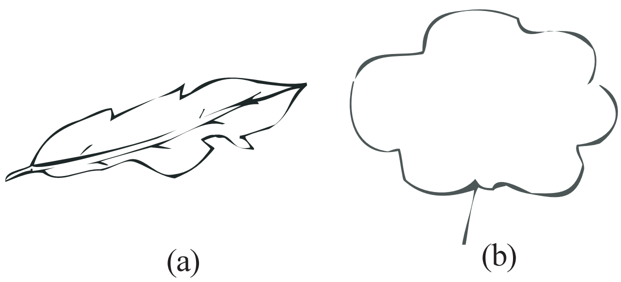
10.3 ક્ષેત્રફળ (Area)

નીચે આપેલી બંધ આકૃતિઓ ધ્યાનથી જુઓ. (આકૃતિ 10.8) દરેક આકૃતિ સપાટીનો કેટલોક ભાગ રોકે છે. શું તમે કહી શકો કે કઈ આકૃતિ વધુ ભાગ રોકે છે ?



આકૃતિ 10.8

બંધ આકૃતિ સપાટીનો જેટલો ભાગ રોકે છે, તેનાં માપને તેનું **ક્ષેત્રફળ** કહે છે. તો શું તમે કહી શકો કે ઉપરનામાંથી કઈ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ વધુ છે ?



આકૃતિ 10.9

હવે બાજુની આકૃતિ 10.9 જુઓ. આમાંની કઈ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ વધારે છે. માત્ર અવલોકન કરવાથી એ નક્કી કરવું મુશ્કેલ છે. તો તમે શું કરશો ? તેમને 1 સેમી × 1 સેમીના ચોરસવાળા આલેખપત્ર પર મૂકીને તે આકૃતિની કિનારી (કોર) આલેખ પર આંકી લો. હવે, જે આકૃતિ કાગળ પર મળે તે કેટલાક ચોરસને આવરે છે. તેમાંના કેટલાક પૂરેપૂરા બંધ આકૃતિની અંદર છે, તો કેટલા અડધા અથવા અડધાથી ઓછા કે વધારે, આકૃતિની અંદર છે. જેટલા અંદર આવરી લેવાયા હોય તે તેનું ક્ષેત્રફળ છે.

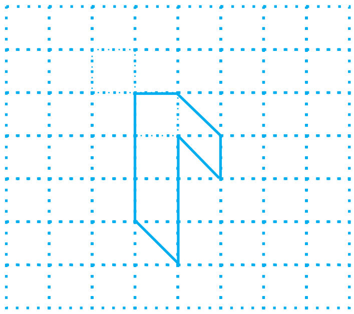
પરંતુ અહીં એક નાની મુશ્કેલી આવે છે. આકૃતિની અંદરના ભાગમાં હંમેશાં પૂરેપૂરા ચોરસ આવતા નથી. આપણે નીચે પ્રમાણેની રીત સ્વીકારી લઈએ :

- એક પૂર્ણ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1 ચોરસ એકમ છે. જો આલેખપત્ર સેન્ટિમીટરમાં આંકેલું હોય તો એક ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1 ચોરસ સેન્ટિમીટર લેવાય.
- જે ચોરસ અડધા કરતાં ઓછા અંદરના ભાગે હોય તેને અવગણો.
- જે ચોરસ અડધા કરતાં વધારે અંદરના ભાગો હોય તેને એક પૂરા તરીકે ગણી લો.
- જે ચોરસ બરાબર અડધા હોય તેનું ક્ષેત્રફળ $\frac{1}{2}$ ચો સેમી ગણો.

આમ કરવાથી ક્ષેત્રફળનો સાચો અંદાજ મળશે.

ઉદાહરણ 10 : આકૃતિ 10.10માં દર્શાવેલા આકારનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

ઉકેલ : આ આકૃતિ રેખાખંડમાંથી બનેલી છે અને આલેખપત્ર પર પૂરા ચોરસ અથવા અડધા ચોરસ જ આવરે છે. આથી આપણું કામ સરળ થશે.



આકૃતિ 10.10

(i) પૂર્ણ આવરિત ચોરસ = 3

(ii) અર્ધ આવરિત ચોરસ = 3

પૂર્ણ આવરિત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

= 3 × 1 ચો એકમ = 3 ચો એકમ

અર્ધ આવરિત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ચો એકમ

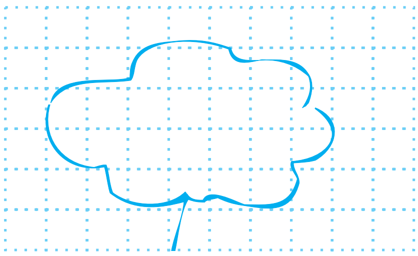
$= 1+\frac{1}{2}$ ચો એકમ

∴ કુલ ક્ષેત્રફળ = $4\frac{1}{2}$ ચો એકમ

ઉદાહરણ 11 : ચોરસની ગણતરી કરીને આકૃતિ 10.9 (b) ના ક્ષેત્રફળનો અંદાજ કાઢો.

ઉકેલ : આલેખપત્ર પર આપેલ આકૃતિની બહારની હદ દોરો. (આકૃતિ 10.11)

આવરિત ક્ષેત્રફળ	સંખ્યા	અંદાજિત ક્ષેત્રફળ (ચો એકમ)
(i) પૂર્ણ આવરિત ચોરસ	11	11
(ii) અર્ધ આવરિત ચોરસ	3	$3 \times \frac{1}{2}$
(iii) અર્ધ કરતાં વધારે આવરિત ચોરસ	7	7
(iv) અર્ધ કરતાં ઓછા આવરિત ચોરસ	5	0



આકૃતિ 10.11

કુલ ક્ષેત્રફળ = $11 + 3 \times \frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2}$ ચો એકમ

ઉદાહરણ 12 : ચોરસની ગણતરી કરીને આકૃતિ 10.9 (a)નું અંદાજિત ક્ષેત્રફળ મેળવો.

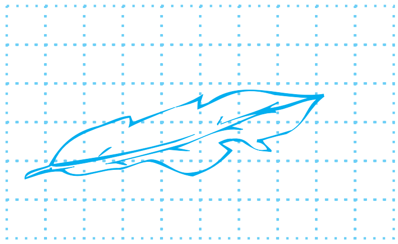
ઉકેલ : આલેખપત્ર પર આકૃતિ દોરો તો આકૃતિ 10.12માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચોરસ આવરિત થશે.

પ્રયત્ન કરો.

(1) આલેખપત્ર પર વર્તુળ દોરો. આવરિત ચોરસની ગણતરી કરી ક્ષેત્રફળનો અંદાજ મૂકો.

(2) આલેખપત્ર પર પાંદડાં, ફૂલની પાંખડીઓ કે અન્ય વસ્તુઓના આકાર બનાવી ક્ષેત્રફળનો અંદાજ લગાવો.

આવરિત ક્ષેત્રફળ	સંખ્યા	અંદાજિત ક્ષેત્રફળ (ચો એકમ)
(i) પૂર્ણ આવરિત ચોરસ	1	1
(ii) અર્ધ આવરિત ચોરસ	–	–
(iii) અર્ધ કરતાં વધારે આવરિત ચોરસ	7	7
(iv) અર્ધ કરતાં ઓછા આવરિત ચોરસ	9	0

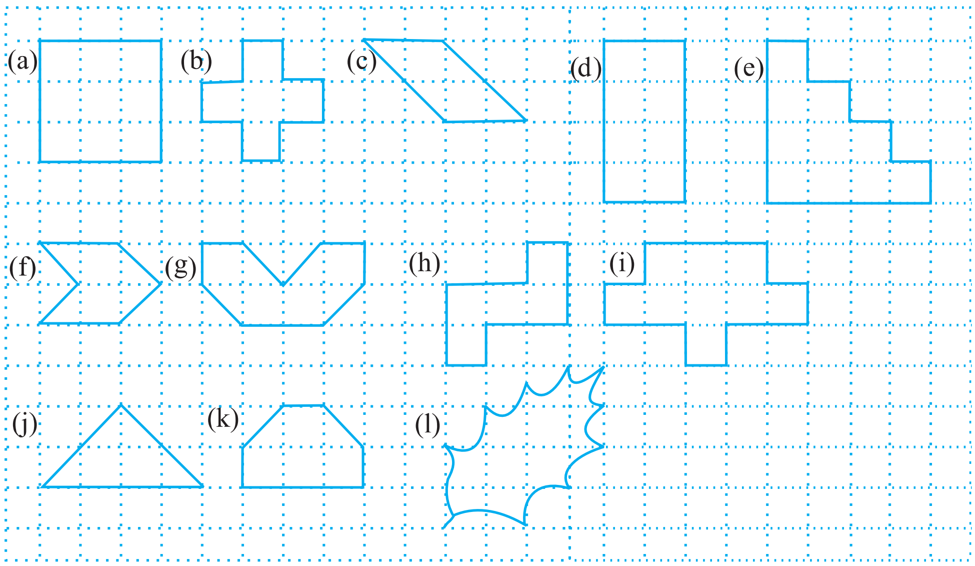


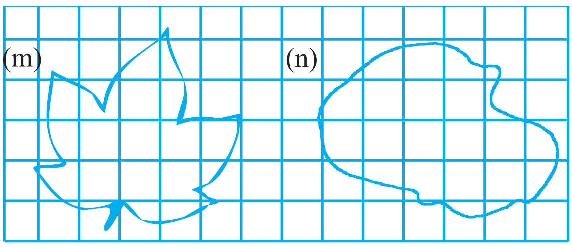
આકૃતિ 10.12

કુલ ક્ષેત્રફળ = 1 + 7 = 8 ચોરસ એકમ

સ્વાધ્યાય 10.2

1. નીચેની આકૃતિઓનાં ક્ષેત્રફળ આવરિત ચોરસની ગણતરી કરીને મેળવો :



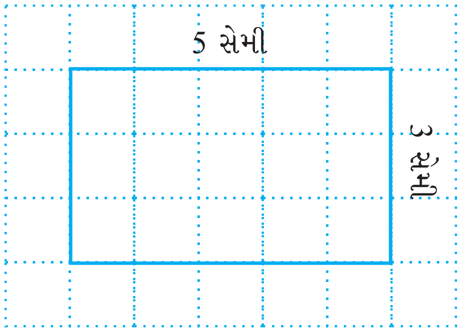


10.3.1 લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

આલેખપત્રની મદદથી 5 સેમી લંબાઈ અને 3 સેમી પહોળાઈવાળા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ આપણે ગણી શકીએ ?

1 સેમી × 1 સેમી ચોરસ હોય તેવા આલેખપત્ર પર લંબચોરસ દોરો (આકૃતિ 10.13). આ લંબચોરસ 15 પૂરા ચોરસ આવરિત કરે છે.

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 15 ચો સેમી જેને 5 × 3 ચો સેમી (એટલે કે લંબાઈ × પહોળાઈ) એમ લખી શકાય.



આકૃતિ 10.13

કેટલાક લંબચોરસની બાજુઓનાં માપ આપ્યાં છે. તેમને આલેખપત્ર પર દોરીને આવરિત ચોરસની સંખ્યા ગણો અને ક્ષેત્રફળ શોધો.

લંબાઈ	પહોળાઈ	ક્ષેત્રફળ
3 સેમી	4 સેમી	------------
7 સેમી	5 સેમી	------------
5 સેમી	3 સેમી	------------

આ પરથી શું અનુમાન (તારણ) કરી શકીએ ?

આપણને જોવા મળે છે કે,

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = (લંબાઈ × પહોળાઈ)

આલેખપત્રનો ઉપયોગ કર્યા સિવાય શું આપણે 6 સેમી લંબાઈ અને 4 સેમી પહોળાઈવાળા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધી શકીએ ?

પ્રયત્ન કરો.

(1) તમારા વર્ગખંડના ભોંયતળિયાનું ક્ષેત્રફળ ગણો.

(2) તમારા ઘરે કોઈ પણ એક બારણાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

હા, એ શક્ય છે.

આ પરથી શું અનુમાન (તારણ) કરી શકીએ ?

આપણને જોવા મળે છે કે,

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ = 6 સેમી × 4 સેમી = 24 ચો સેમી

10.3.2 ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

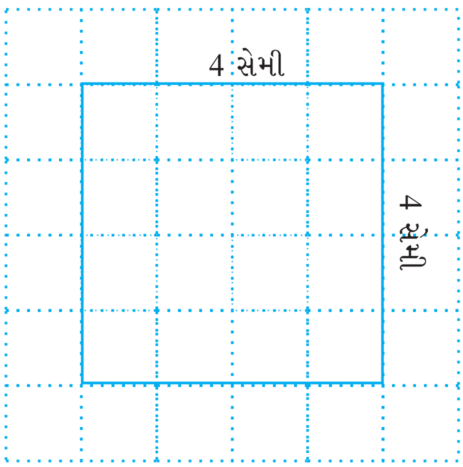
હવે આપણે 4 સેમી લંબાઈની બાજુવાળો ચોરસ લઈએ. (આકૃતિ 10.14) તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થશે ?

જો એને સેન્ટિમીટરના માપવાળા આલેખપત્ર પર મૂકીએ તો શું જોવા મળે ?

તે 16 ચોરસને આવરે છે એટલે કે તેનું ક્ષેત્રફળ = 16 ચો સેમી = 4 × 4 ચો સેમી છે.

તમારી જાતે કેટલાક ચોરસની બાજુનું માપ લઈને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

હવે તે ચોરસને આલેખપત્ર પર મૂકીને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 10.14

આના પરથી શું અનુમાન (તારણ) કરી શકીએ ?

આપણે જોઈએ છીએ કે દરેક વખતે

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુનું માપ × બાજુનું માપ = લંબાઈ × લંબાઈ

પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે (દાખલાઓ ગણવા માટે) તમે આને સૂત્ર તરીકે વાપરી શકો.

ઉદાહરણ 13 : જેની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 12 સેમી અને 4 સેમી હોય તેવા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસની લંબાઈ = 12 સેમી

લંબચોરસની પહોળાઈ = 4 સેમી

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

= 12 સેમી × 4 સેમી

= 48 ચો સેમી

ઉદાહરણ 14 : 8 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ પ્લોટનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : ચોરસની બાજુ = 8 મીટર

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુનું માપ × બાજુનું માપ

= 8 મીટર × 8 મીટર

= 64 ચો મી

ઉદાહરણ 15 : પૂંઠાના એક લંબચોરસ ટુકડાનું ક્ષેત્રફળ 36 ચો સેમી છે અને તેની લંબાઈ 9 સેમી છે, તો તે ટુકડાની પહોળાઈ કેટલી હશે ?

ઉકેલ : લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 36 ચો સેમી

લંબાઈ = 9 સેમી

પહોળાઈ = ?

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

આથી, પહોળાઈ $= \dfrac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{\text{લંબાઈ}} = \dfrac{36}{9} = 4$ સેમી

આમ, લંબચોરસ ટુકડાની પહોળાઈ = 4 સેમી

ઉદાહરણ 16 : બૉબ 3 મીટર પહોળાઈ અને 4 મીટર લંબાઈવાળા ઓરડાના ભોંયતળિયા પર ચોરસ ટાઈલ્સ લગાવવા માંગે છે. જો દરેક ચોરસ ટાઈલ્સની બાજુનું માપ 0.5 મીટર હોય, તો ઓરડાના ભોંયતળિયા માટે કેટલી ટાઈલ્સ જોઈશે ?

ઉકેલ : બધી ટાઈલ્સનું કુલ ક્ષેત્રફળ, ઓરડાના ભોંયતળિયાના ક્ષેત્રફળ જેટલું થવું જોઈએ.

ઓરડાની લંબાઈ = 4 મી

ઓરડાની પહોળાઈ = 3 મી

ભોંયતળિયાનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

= 4 મી × 3 મી = 12 ચો મી

એક ચોરસ ટાઈલ્સનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ × બાજુ

= 0.5 મી × 0.5 મી

= 0.25 ચો મી

જરૂરી ટાઈલ્સની સંખ્યા $= \dfrac{\text{ભોંયતળિયાનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{1 ટાઈલ્સનું ક્ષેત્રફળ}} = \dfrac{12}{0.25} = \dfrac{1200}{25} = 48$ ટાઈલ્સ

ઉદાહરણ 17 : 1 મીટર 25 સેમી પહોળાઈ અને 2 મીટર લંબાઈવાળા કાપડના ટુકડાનું ક્ષેત્રફળ ચો મીટરમાં શોધો.

ઉકેલ : કાપડની લંબાઈ = 2 મીટર

કાપડની પહોળાઈ = 1 મીટર 25 સેમી = 1 મીટર + 0.25 મીટર = 1.25 મી

($\because$ 25 સેમી = 0.25 મીટર)

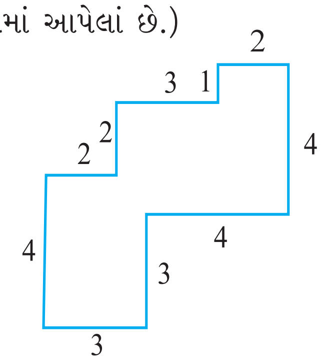
કાપડનું ક્ષેત્રફળ = કાપડની લંબાઈ × કાપડની પહોળાઈ

= 2 મી × 1.25 મી = 2.50 ચો મી

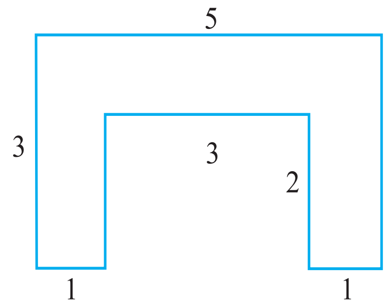
સ્વાધ્યાય 10.3

1. જેમની બાજુઓનાં માપ નીચે પ્રમાણે છે, તેવા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો :
   (a) 3 સેમી અને 4 સેમી (b) 12 મી અને 21 મી
   (c) 2 કિમી અને 3 કિમી (d) 2 મી અને 70 સેમી
2. જેમની બાજુઓનાં માપ નીચે પ્રમાણે છે, તેવા ચોરસનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :
   (a) 10 સેમી (b) 14 સેમી (c) 5 મી
3. ત્રણ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનાં માપ નીચે આપેલ છે :
   (a) 9 મી અને 6 મી (b) 17 મી અને 3 મી (c) 4 મી અને 14 મી
   કોનું ક્ષેત્રફળ સૌથી વધુ અને કોનું ક્ષેત્રફળ સૌથી ઓછું છે ?
4. 50 મીટર લંબાઈ ધરાવતા લંબચોરસ બાગનું ક્ષેત્રફળ 300 ચોમી છે. બાગની પહોળાઈ શોધો.
5. 500 મીટર લંબાઈ અને 200 મીટર પહોળાઈ ધરાવતી લંબચોરસ જમીન પર, પ્રતિ સો ચોરસ મીટરે ₹ 8 પ્રમાણે લાદી બેસાડવાનો ખર્ચ કેટલો થાય ?
6. એક ટેબલના ઉપરની સપાટીનું માપ 2 મીટર અને 1 મીટર 50 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ મીટર થાય ?
7. એક ઓરડાની લંબાઈ 4 મીટર અને પહોળાઈ 3 મીટર 50 સેમી છે. ઓરડાના આખા ભોંયતળિયાને ઢાંકવા માટે કેટલા ચોરસ મીટર શેતરંજી (જાજમ) જોઈએ ?
8. એક ભોંયતળિયાની લંબાઈ 5 મીટર અને પહોળાઈ 4 મીટર છે. તેના પર 3 મીટર બાજુવાળી એક ચોરસ શેતરંજી પાથરી છે, તો શેતરંજી પાથર્યા સિવાયના ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
9. એક જમીનની લંબાઈ 5 મીટર અને પહોળાઈ 4 મીટર છે. તેમાં 1 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ પાંચ ફૂલના ક્યારા બનાવ્યા છે, તો જમીનના બાકીના ભાગનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?
10. નીચેની આકૃતિઓને લંબચોરસમાં વિભાજિત કરીને તેમનું ક્ષેત્રફળ ગણો. (માપ સેન્ટિમીટરમાં આપેલાં છે.)

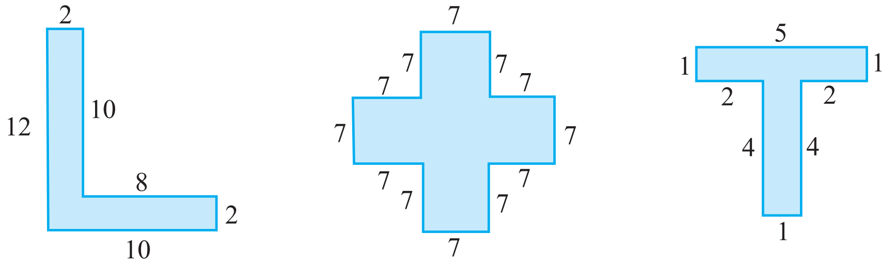
(a)



(b)



11. નીચેની આકૃતિઓને લંબચોરસમાં વિભાજીત કરીને તેમનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (માપ સેન્ટિમીટરમાં આપેલાં છે.)



(a) (b) (c)

12. બે લંબચોરસ પ્રદેશના માપ નીચે પ્રમાણે છે :

(a) 100 સેમી અને 144 સેમી (b) 70 સેમી અને 36 સેમી

12 સેમી લંબાઈ અને 5 સેમી પહોળાઈવાળી કેટલી કેટલી ટાઈલ્સ આ બંને પ્રદેશો માટે જોઈશે ?

એક પડકાર ! (ચાલો, વિચારો અને શોધો !)

ચોરસ સેન્ટિમીટરવાળો આલેખપત્ર લો. જેનું ક્ષેત્રફળ 16 ચો સેમી થાય તેવા શક્ય હોય તેટલા લંબચોરસ તેના પર દોરો. (માત્ર પ્રાકૃતિક સંખ્યા માપ જ લો.)

(a) કયા લંબચોરસની પરિમિતિ સૌથી વધુ છે ?

(b) કયા લંબચોરસની પરિમિતિ સૌથી ઓછી છે ?

જો તમે 24 ચો સેમી ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસ દોરો તો તમારા જવાબો કયા હશે ?

ક્ષેત્રફળનું કોઈ પણ માપ આપેલું હોય તો મહત્તમ પરિમિતિવાળા લંબચોરસના આકારનું અનુમાન થઈ શકે ? અથવા લઘુતમ પરિમિતિવાળા લંબચોરસ વિશે અનુમાન થઈ શકે ? (તમારા જવાબ માટે) ઉદાહરણો અને કારણ આપો.

આપણે શું શીખ્યાં ?

1. બંધ આકૃતિની સીમારેખા પર એકવાર ફરતે ફરવાથી કપાતાં કુલ અંતરને તેની પરિમિતિ કહે છે.

2. (a) લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ × પહોળાઈ)

   (b) ચોરસની પરિમિતિ = 4 × (બાજુની લંબાઈ)

   (c) સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ = 3 × (બાજુની લંબાઈ)

3. જેની બધી બાજુઓ અને બધા ખૂણાઓ સમાન હોય તેને નિયમિત બંધ આકૃતિઓ કહે છે.

4. બંધ આકૃતિ વડે ઘેરાયેલા ભાગના (પ્રદેશના) માપને તેનું ક્ષેત્રફળ કહે છે.

5. ચોરસ આલેખપત્રના ઉપયોગથી ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે નીચેના રિવાજ (નિયમો) સ્વીકારીએ છીએ :

   (a) અડધાથી ઓછા આવરિત ચોરસને અવગણો.

   (b) અડધાથી વધુ આવરિત ચોરસને પૂરા એક તરીકે ગણો.

   (c) જો બરાબર અડધો ચોરસ આવરિત હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ $\frac{1}{2}$ ચોરસ એકમ ગણો.

6. (a) લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

   (b) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુની લંબાઈ × બાજુની લંબાઈ

   (બાજુ × બાજુ)

બીજગણિત

પ્રકરણ 11

11.1 પ્રાસ્તાવિક

આપણો અગાઉનો અભ્યાસ આંકડા અને આકારો સાથેનો હતો. આપણે સંખ્યાઓ પરની ક્રિયાઓ અને તેના ગુણધર્મો વિશે શીખ્યાં. આપણે આંકડાઓના જ્ઞાનનો ઉપયોગ રોજિંદા જીવનમાં કર્યો. ગણિતની એવી શાખા જેમાં આંકડાઓનો અભ્યાસ કરવામાં આવે તેને અંકગણિત (Arithmetic) કહેવાય. આપણે બે અને ત્રણ પરિમાણવાળી આકૃતિઓ તથા તેના ગુણધર્મ વિશે શીખ્યાં. ગણિતની એવી શાખા કે જેમાં આકારોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો તેને ભૂમિતિ (Geometry) કહેવાય. હવે આપણે ગણિતની બીજી શાખાના અભ્યાસની શરૂઆત કરીશું, જેને બીજગણિત (Algebra) કહેવામાં આવે છે.

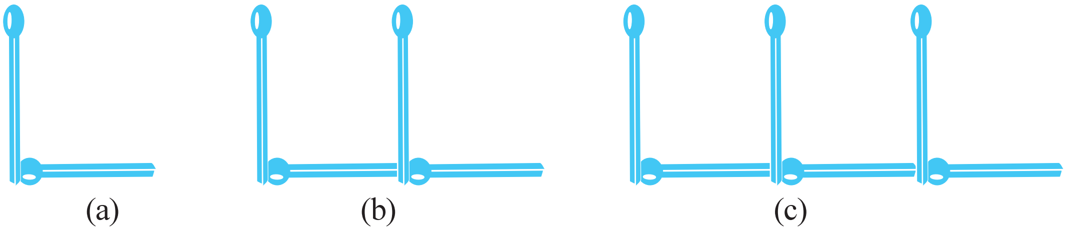
આ નવી શાખાની વિશેષતા એ છે કે, જેમાં આપણે અક્ષરોનો ઉપયોગ આપણને નિયમ અને સૂત્રોને સામાન્ય સ્વરૂપે દર્શાવવા પરવાનગી આપશે.

આપણે કોઈ પણ સંખ્યા વિશે વાત કરી શકીએ, માત્ર ચોક્કસ સંખ્યા માટે નહિ. બીજું અક્ષર કોઈ પણ અજ્ઞાત સંખ્યા માટે દર્શાવી શકાય છે. આ અજ્ઞાત સંખ્યા નક્કી કરવાની પદ્ધતિ શીખીને આપણે એવા સમર્થ ઉપકરણને વિકસાવી આપણા રોજિંદા જીવનમાં કોયડા અને ઘણા પ્રશ્નોને ઉકેલી શકીએ. આ અક્ષર અંકોની જગ્યાએ વાપરવામાં આવે છે. તેટલા માટે સંખ્યાઓની જેમ ક્રિયાઓ પણ અક્ષર પર કરી શકાય છે. આ આપણને બીજગણિતીય અભિવ્યક્તિ અને તેના ગુણધર્મો તરફ દોરી જાય છે.

તમે બીજગણિતને રસપ્રદ અને ઉપયોગી જોશો. તે સમસ્યા ઉકેલવામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. ચાલો, એક સાદા ઉદાહરણ દ્વારા આપણે શીખવાની શરૂઆત કરીએ.

11.2 મૅચસ્ટિક પૅટર્ન (દીવાસળી પૅટર્ન)

અમીના અને સરિતા દીવાસળીની મદદથી જુદી-જુદી પૅટર્ન બનાવે છે. તેઓ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોની સાદી પૅટર્ન બનાવવાનું નક્કી કરે છે. અમીના બે દીવાસળીની સળી લે છે અને અંગ્રેજી મૂળાક્ષર L બનાવે છે, જે આકૃતિ (11.1)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 11.1

સરિતા બીજા મૂળાક્ષર L માટે બે સળી લે છે અને તે અમીનાએ ગોઠવેલ દિવાસળીઓ સાથે ગોઠવે છે. (આકૃતિ 11.1 (b))

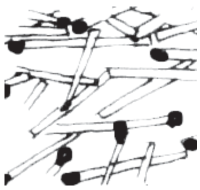
અમીના વધુ એક L ઉમેરે છે. જે આકૃતિ 11.1(c)માં દર્શાવેલ છે.

એટલામાં તેમનો મિત્ર અપ્પુ આવે છે. તે આ પૅટર્ન જુએ છે. અપ્પુ હંમેશાં પ્રશ્નો જ પૂછતો હોય છે. તે આ બંનેને પૂછે છે કે સાત L બનાવવા હોય તો કેટલી દિવાસળીઓની જરૂર પડે ? અમીના અને સરિતા બંનેનું કામ પદ્ધતિસરનું છે. 1L, 2L, 3L ની મદદથી તેઓ એક પૅટર્ન રચી તેનું કોષ્ટક તૈયાર કરે છે :

કોષ્ટક 1

રચેલ Lની સંખ્યા	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**...**	**...**
જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા	2	4	6	8	10	12	14	16	...	...

અપ્પુ કોષ્ટક 1 ઉપરથી જવાબ મેળવી લે છે કે 7L રચવા 14 દીવાસળીની જરૂર પડે છે.



કોષ્ટકમાં લખતાં અમીનાને ખ્યાલ આવે છે કે જેટલા L રચવાના છે તેના કરતાં બે ગણી દીવાસળીની જરૂર પડે છે. જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2 × રચવામાં આવતા Lની સંખ્યા.

સરળતા ખાતર Lની સંખ્યા માટે આપણે n લખીએ.

જો એક L રચવો હોય તો n = 1, જો બે L રચવા હોય તો n = 2. આમ, n એ કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1, 2, 3, 4, 5,... હોઈ શકે. આપણે લખી શકીએ કે, જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2 × n. 2 × n ની જગ્યાએ આપણે 2n પણ લખી શકીએ. નોંધો કે 2n અને 2 × n સરખા છે.

અમીનાએ તેના મિત્રને કહ્યું કે કોઈ પણ સંખ્યામાં L રચવા માટે તેના આ નિયમથી દીવાસળીની સંખ્યા જાણી શકાશે.

આમ, n = 1 માટે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2 × 1 = 2

n = 2 માટે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2 × 2 = 4

n = 3 માટે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2 × 3 = 6 વગેરે.

આ સંખ્યા કોષ્ટક 1માં દર્શાવેલ અંકો પ્રમાણેની જ છે.

સરિતાએ કહ્યું : આ નિયમ ખૂબ જ મહત્ત્વનો છે. આ નિયમનો ઉપયોગ કરી કદાચ 100L રચવા હોય તોપણ હું કહી શકું કે કેટલી દીવાસળીની જરૂર પડશે. જો આ નિયમ જાણીએ તો, મારે પૅટર્ન કે કોષ્ટક બનાવવાની જરૂર નથી. તમે સરિતા સાથે સહમત છો ?

11.3 ચલ (Variable)નો વિચાર

ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે Lની રચના માટે કેટલી દીવાસળીઓની જરૂર પડશે તે શોધી કાઢ્યું. આ નિયમ છે :

જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2n

અહીં n એ રચવામાં આવતા Lની સંખ્યા છે. nનું મૂલ્ય 1, 2, 3, 4. કોઈ પણ લઈ શકાય. ચાલો કોષ્ટક 1 ફરીથી જોઈએ. કોષ્ટકમાં nનું મૂલ્ય સતત બદલાતું (વધતું) જાય છે. પરિણામે દીવાસળીની સંખ્યા પણ બદલાતી જાય છે.

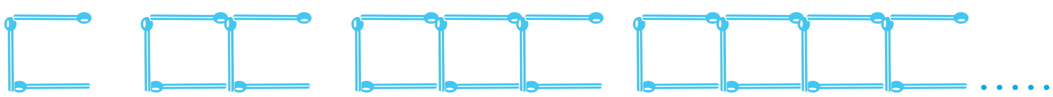
n એ ચલનું ઉદાહરણ છે. જેની કિંમત ચોક્કસ નથી. તેની કોઈ પણ કિંમત, 1, 2, 3, 4. આપણે લઈ શકીએ. ચલ n નો ઉપયોગ કરી આપણે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યાનો નિયમ લખ્યો.

'ચલ' શબ્દનો અર્થ થાય કે જે કંઈક બદલાય છે. ચલની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી, તે જુદી જુદી કિંમત ધારણ કરી શકે.

ચલ વિશે વધુ અભ્યાસ કરવા માટે મૅચસ્ટિક પૅટર્નનું બીજું ઉદાહરણ જોઈએ :

11.4 વધુ મૅચસ્ટિક પૅટર્ન

અમીના અને સરિતાને મૅચસ્ટિક પેટર્નમાં ખૂબ જ રસ પડ્યો. તેમણે મૂળાક્ષર Cની પૅટર્ન રચવા પ્રયત્ન કર્યો. એક C રચવા તેમણે 3 દીવાસળીનો ઉપયોગ કર્યો. જે 11.2 (a)ની આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.



(a) (b) (c) (d)

આકૃતિ 11.2

C ની પૅટર્ન રચવા માટે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા માટેનું કોષ્ટક 2 આપેલ છે.

કોષ્ટક 2

રચેલ Cની સંખ્યા	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**...**	**...**
જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા	3	6	9	12	15	18	21	24	...	...

કોષ્ટકમાં આપેલી ખાલી જગ્યા તમે પૂર્ણ કરી શકશો ?

સરિતા નિયમ લઈને આવે છે :

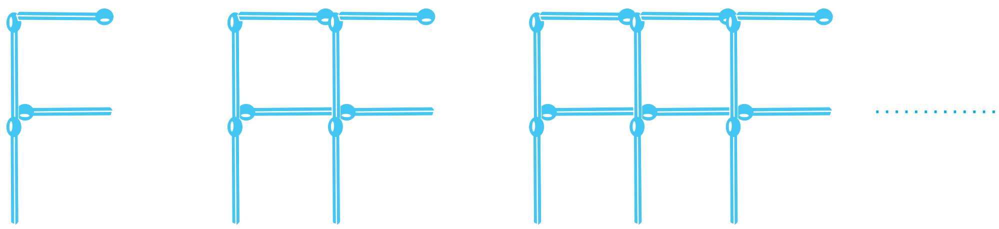
જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 3n

મૂળાક્ષર nનો ઉપયોગ તેણે રચેલ Cની સંખ્યા માટે કરેલ છે. n ચલ છે જેની કિંમત 1, 2, 3, 4, ...

તમે સરિતા સાથે સહમત છો ?

યાદ રાખો કે 3n એ $3 \times n$ જ છે.

હવે, અમીના અને સરિતાએ પૅટર્ન Fની રચના કરવાનું વિચાર્યું. એક Fની રચના કરવા તેમણે 4 દીવાસળીનો ઉપયોગ કર્યો, જે આકૃતિ 11.3(a)માં દર્શાવેલ છે.



(a) (b) (c)

આકૃતિ 11.3 (a)

રચેલ પૅટર્ન F માટે તમે કોઈ નિયમ લખી શકશો ?

દીવાસળીની સળીઓમાંથી મૂળાક્ષરો અને બીજા આકાર બનાવવાનું વિચારો. દા.ત. U (⊔), V, (\/), ત્રિકોણ (△), ચોરસ (□) વગેરે.

કોઈ પણ પાંચ મૂળાક્ષર પસંદ કરી તેમના માટે મૅચસ્ટિક પૅટર્ન રચવાનો નિયમ લખો.

11.5 ચલનાં વધુ ઉદાહરણો

ચલને દર્શાવવા માટે આપણે અક્ષર nનો ઉપયોગ કર્યો. રાજુએ પૂછ્યું કે m કેમ નહિ ?

n માટે એવું કંઈ ખાસ નથી. કોઈ પણ અક્ષર વાપરી શકાય. ચલ દર્શાવવા માટે l, p, x, y, z વગેરે અક્ષર વાપરી શકાય. યાદ રાખો ચલ એક એવો અંક છે જેને ચોક્કસ કિંમત હોતી નથી. દાખલા તરીકે સંખ્યા 5 અથવા સંખ્યા 100 અથવા કોઈ પણ આપેલ સંખ્યા ચલ નથી. તેમની કિંમત ચોક્કસ હોય છે. જેમ કે ત્રિકોણના ખૂણાઓની સંખ્યા ચોક્કસ હોય છે, એટલે કે 3 છે તે ચલ નથી. ચતુષ્કોણના ખૂણાની સંખ્યા (4) એ ચોક્કસ હોય છે. તે પણ ચલ નથી. પણ ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે n એ ચલ છે કે જે જુદી-જુદી કિંમતો 1, 2, 3, 4.... ધારણ કરે છે.

ચાલો, કેટલાંક જાણીતા ઉદાહરણોમાં ચલની ગણતરી કરીએ.

શાળાના બુકસ્ટોરમાંથી વિદ્યાર્થીઓ નોટબુક ખરીદવા ગયા. એક નોટબુકની કિંમત 5 રૂપિયા છે. મુન્નુને 5 નોટબુક, અપ્પુને 7 નોટબુક જ્યારે સારાને 4 નોટબુક ખરીદવી છે. બુકસ્ટોરમાંથી નોટબુક ખરીદવા માટે તેમને કેટલા રૂપિયા જોઈએ ?

વિદ્યાર્થીઓ કેટલી નોટબુક ખરીદે છે. તેના પર તેનો આધાર છે. વિદ્યાર્થીઓએ ભેગા મળીને નીચેનું કોષ્ટક બનાવ્યું :

કોષ્ટક 3

જરૂરી નોટબુકની સંખ્યા	1	2	3	4	5	...	m	...
કુલ કિંમત રૂપિયામાં	5	10	15	20	25	...	5m	...

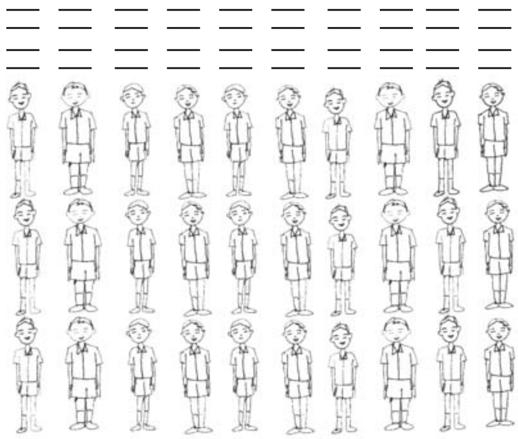
વિદ્યાર્થીઓ નોટબુક ખરીદવા માંગે છે. તેના માટે અક્ષર m ધારેલ છે. m એ ચલ છે કે જેની કિંમત 1, 2, 3, 4... કોઈ પણ હોઈ શકે. નિયમ પ્રમાણે m નોટબુકની

કુલ ચૂકવેલ કિંમત $= 5 \times$ જરૂરી નોટની સંખ્યા

$= 5 \times m$

જો મુન્નુ 5 નોટબુક ખરીદવા માંગતો હોય તો $m = 5$ લેવા પડશે. આપણે કહી શકીશું કે મુન્નુએ ₹ 5×5 એટલે ₹ 25 રૂપિયા સ્કૂલમાં નોટબુક ખરીદવા ચૂકવવા પડશે.

ચાલો, બીજું એક ઉદાહરણ લઈએ. શાળામાં પ્રજાસત્તાકદિન ઊજવતી વખતે વિદ્યાર્થીઓએ મુખ્ય મહેમાન સામે સમૂહ કવાયત રજૂ કરવા 10ની હારમાં ઊભા રહ્યા. (આકૃતિ 11.4) તો સમૂહ કવાયતમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ હશે ?



આકૃતિ 11.4

વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાનો આધાર હારની સંખ્યા પર રહેશે. જો એક જ હાર હોય તો 10 વિદ્યાર્થીઓ હશે. જો 2 હાર હશે તો 2×10 એટલે કે, 20 વિદ્યાર્થીઓ હશે. જો 4 હાર હશે તો

વિદ્યાર્થીઓ, 40 સમૂહ કવાયતમાં હશે. અહીં 4 એ ચલ છે કે જે હારની સંખ્યા દર્શાવે છે. જેની કિંમત 1, 2, 3, 4... છે.

બધાં જ ઉદાહરણોમાં દેખાઈ આવે છે કે ચલ એ અંક સાથે ગુણાયેલ છે. ચલમાં અંક ઉમેરવામાં આવે કે ચલમાંથી અંક બાદ કરવામાં આવે તો જુદી પરિસ્થિતિનું નિર્માણ થાય છે જે નીચે દર્શાવ્યું છે :

સરિતાએ કહ્યું કે, તેની પાસે અમીના કરતાં 10 લખોટી વધુ છે. જો અમીના પાસે 20 લખોટી હોય તો સરિતા પાસે 30 હોય. જો અમીના પાસે 30 હોય તો સરિતા પાસે 40 હોય. આપણે જાણતા નથી કે અમિતા પાસે કેટલી લખોટી છે. એની પાસે કોઈ પણ સંખ્યામાં લખોટી હોઈ શકે.

પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે,

સરિતાની લખોટી = અમીનાની લખોટી + 10

આપણે અમીના પાસેની લખોટીને x વડે દર્શાવીએ. અહીં x ચલ છે કે જેની કિંમત 1, 2, 3, 4, ..., 10,...., 20, ...30... કોઈ પણ લઈ શકીએ. આપણે સરિતાની લખોટીને $x + 10$ લખી શકીએ. અભિવ્યક્ત કરેલ $(x + 10)$ને x વત્તા 10 એમ વંચાય. તેનો અર્થ x માં દસ ઉમેરવા છે. જો x એ 20 હોય, તો $(x + 10)$ એ 30 થાય. જો x એ 30 હોય તો $(x + 10)$ એ 40 થાય.

અભિવ્યક્તિ $(x + 10)$ ને વધુ સરળ રીતે રજૂ કરી શકતા નથી.

ગૂંચવાશો નહિ $x + 10$ અને $10x$, બંને અલગ છે. $10x$માં, x નો 10 સાથે ગુણાકાર છે, જ્યારે $(x + 10)$માં xમાં 10 ઉમેરવામાં આવે છે.

આપણે xની કેટલીક કિંમતો માટે ચકાસીએ :

ઉદાહરણ તરીકે,

જો $x = 2$, $10x = 10 \times 2 = 20$; $x + 10 = 2 + 10 = 12$

જો $x = 10$, $10x = 10 \times 10 = 100$; $x + 10 = 10 + 10 = 20$

રાજુ અને બાલુ બંને ભાઈઓ છે. બાલુ રાજુ કરતાં 3 વર્ષ નાનો છે. જો રાજુ 12 વર્ષનો હોય તો બાલુ 9 વર્ષનો હોય, જો રાજુ 15 વર્ષનો હોય તો બાલુ 12 વર્ષનો હોય. આપણે રાજુની ચોક્કસ ઉંમર જાણતા નથી. તે કોઈ પણ કિંમત હોઈ શકે ધારો કે રાજુની ઉંમરને x વર્ષ લઈએ x એ ચલ છે. રાજુની ઉંમર x વર્ષ હોય તો બાલુની ઉંમર $(x - 3)$ વર્ષ હશે. અભિવ્યક્તિ $(x - 3)$ ને x ઓછા 3 વડે વંચાય. જો તમે x ની કિંમત 12 લેવાની અપેક્ષા રાખશો તો $(x - 3)$ એ 9 થશે. જો x એ 15 હશે તો $(x - 3)$ એ 12 હશે.

સ્વાધ્યાય 11.1

1. નીચેની મૅચસ્ટિક પૅટર્ન બનાવવા માટે કેટલી દીવાસળીની જરૂર પડશે. તેનો નિયમ શોધો. નિયમ લખવા ચલનો ઉપયોગ કરો :

   (a) મૂળાક્ષર T માટે પૅટર્ન T 

   (b) મૂળાક્ષર z માટે પૅટર્ન Z 

(c) મૂળાક્ષર U માટે પૅટર્ન U 

(d) મૂળાક્ષર v માટે પૅટર્ન V 

(e) મૂળાક્ષર E માટે પૅટર્ન E 

(f) મૂળાક્ષર S માટે પૅટર્ન S 

(g) મૂળાક્ષર A માટે પૅટર્ન A 

2. આપણે મૂળાક્ષર L, C અને Fની પૅટર્ન માટેનો નિયમ જાણીએ છીએ. પ્રશ્ન 1માં આપેલા મૂળાક્ષરો (ઉપર આપેલ)માં કયા મૂળાક્ષરો Lના જેવો નિયમ આપે છે ? આવું કેમ બન્યું ?

3. સૈન્યના તાલીમાર્થીઓ પરેડમાં કૂચ કરે છે. દરેક હારમાં 5 તાલીમાર્થીઓ છે. આપેલ સૈન્યના તાલીમાર્થીઓની સંખ્યા અને હાર માટે કયો નિયમ થશે ? (હારની સંખ્યા માટે n વાપરો.)

4. જો પેટીમાં 50 કેરી છે. કેરીની કુલ સંખ્યા અને પેટીઓની સંખ્યાને કેવી રીતે લખી શકશો ? (પેટીઓની સંખ્યા માટે b સંકેત વાપરો.)

5. શિક્ષકે દરેક વિદ્યાર્થીને 5 પેન્સિલ વહેંચી. તમે કહી શકશો કે કેટલી પેન્સિલની જરૂર પડશે ? વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા આપેલ છે. (વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા માટે s વાપરો.)

6. એક પક્ષી એક મિનિટમાં 1 કિલોમીટર ઊડે છે. જો તે 1 મિનિટ ઊડે તો કેટલું અંતર આવરી શકશે તે તમે કહી શકશો ? (ઊડવાના સમય માટે t નો ઉપયોગ કરો.)

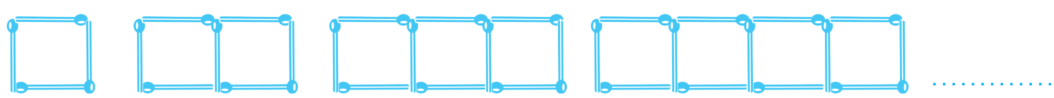
7. રાધા ચોક પાઉડરની મદદથી ડૉટ રંગોલી (ડૉટને જોડીને બનાવેલી સુંદર પૅટર્ન) દોરે છે. હારમાં 8 ડૉટ છે. તેની રંગોલીની r હારમાં કેટલા ડૉટ હશે ? જો 8 હાર હોય તો કેટલા ડોટ હશે? જો 10 હાર હોય તો ?

8. લીલા એ રાધાની નાની બહેન છે. લીલા એ રાધા કરતાં 4 વર્ષ નાની છે. રાધાની ઉંમરને આધારે લીલાની ઉંમર તમે લખી શકશો ? (રાધાની ઉંમર x વર્ષ છે.)

9. મમ્મીએ લાડુ બનાવ્યા. તેણે કેટલાક લાડુ મહેમાનો અને કુટુંબીજનોને આપ્યા. પછી 5 લાડુ બાકી રહ્યા. જો મમ્મીએ આપેલ લાડુની સંખ્યા l હોય, તો તેણે કેટલા લાડુ બનાવ્યા હશે ?

10. મોટી પેટીમાંથી નારંગી નાની પેટીમાં બદલવામાં આવી. જ્યારે મોટી પેટી ખાલી થઈ, ત્યારે બે નાની પેટીઓ ભરાઈ અને 10 નારંગી બહાર રહી ગઈ. જો નાની પેટીમાંની નારંગી માટે x લેવામાં આવે, તો મોટી પેટીમાં કેટલી નારંગીઓ હશે ?

11. (a) નીચેની આકૃતિ (11.6)માંની દીવાસળીની ગોઠવણી જુઓ. ચોરસ અલગ નથી. બે નજીકના ચોરસમાં કેટલીક દીવાસળી સામાન્ય છે. ગોઠવણીનું અવલોકન કરો અને



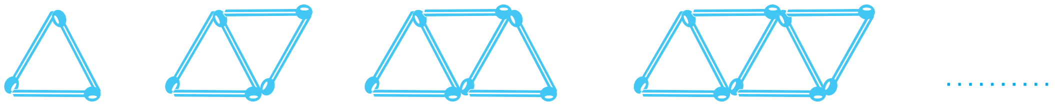
(a) (b) (c) (d)

આકૃતિ 11.6

દીવાસળીની સંખ્યાને આધારે ચોરસ માટેનો નિયમ તારવો.

(**સૂચન :** લંબરૂપે રહેલ દીવાસળી દૂર કરવામાં આવે તો C જેવી ગોઠવણી થશે.)

(b) આકૃતિ 11.7 ત્રિકોણની મૅચસ્ટિક પૅટર્ન દર્શાવે છે. સ્વાધ્યાય 11(a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, એવો સામાન્ય નિયમ તારવો કે જે ત્રિકોણની સંખ્યાના પદમાં જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા બતાવે.



(a) (b) (c) (d)

આકૃતિ 11.7

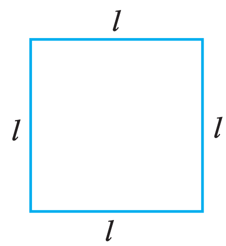
11.6 સામાન્ય નિયમોમાં ચલ

આપણે ગણિતમાં એવા કેટલાક ચોક્કસ નિયમો શીખી ગયાં છીએ કે જ્યાં ચલનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો હોય.

ભૂમિતિના નિયમો

આપણે માપનના પ્રકરણમાં ચોરસ અને લંબચોરસની પરિમિતિ વિશે શીખી ગયાં છીએ. અહીં આપણે તેમને નિયમના સ્વરૂપમાં દર્શાવીએ.

1. ચોરસ (Square)ની પરિમિતિ : બહુકોણ (એવી બંધ આકૃતિ કે જે 3 કે તેથી વધુ રેખાખંડની બનેલી હોય)ની પરિમિતિ એ એની બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો છે તે આપણે જાણીએ છીએ. (ચોરસને ચાર બાજુઓ હોય છે. જેની બધી જ બાજુઓ સરખી હોય છે.) (આકૃતિ 11.8) તેથી,



આકૃતિ 11.8

ચોરસની પરિમિતિ = ચોરસની બધી બાજુઓનો સરવાળો

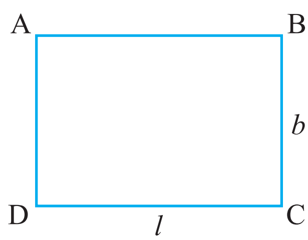
= 4 વખત ચોરસની બાજુની લંબાઈ

$= 4 \times l = 4l$

આ રીતે ચોરસની પરિમિતિ માટેનો નિયમ મેળવી શકાય. ચલ lના ઉપયોગથી સામાન્ય નિયમ લખી શકાય. જે યાદ રાખવા માટે સંક્ષિપ્ત (ટૂંકો) અને સરળ હોય.

આપણે પરિમિતિને ચલ p વડે ઓળખીએ. આમ, ચોરસની લંબાઈ અને પરિમિતિ વચ્ચેના સંબંધનો સામાન્ય નિયમ $p = 4l$ રજૂ કરી શકાય.

2. લંબચોરસ (Rectangle)ની પરિમિતિ : આપણે જાણીએ છીએ કે લંબચોરસને ચાર બાજુઓ હોય છે. દાખલા તરીકે લંબચોરસ ABCD ને AB, BC, CD અને DA સામસામેની બાજુઓ કોઈ પણ લંબચોરસમાં સરખી જ હોય છે. આમ, લંબચોરસ ABCDમાં બાજુ AB અથવા CD માટેની લંબાઈને l કહીએ અને બાજુ



આકૃતિ 11.9

AD અને BC ની લંબાઈને b કહીએ તેથી,

લંબચોરસની પરિમિતિ = AB ની લંબાઈ + BC ની લંબાઈ + CD ની લંબાઈની લંબાઈ + AD ની લંબાઈ

= 2 × CD ની લંબાઈ + 2 × BC ની લંબાઈ

$= 2 \times l + 2 \times b = 2l + 2b$

જ્યાં l અને b એ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ દર્શાવે છે. $\therefore$ $l = b$ હોય તો શું થાય ? ચર્ચા કરો.

જો આપણે લંબચોરસની પરિમિતિને p વડે દર્શાવીએ તો પરિમિતિ માટેનો નિયમ બનશે.

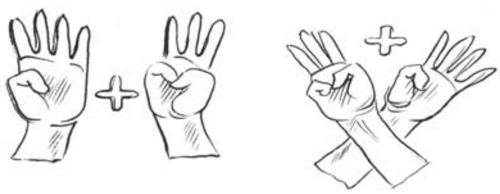
$$\mathrm{p} = 2l + 2b$$

નોંધ : અહીં l અને b બંને ચલ છે. તે બંનેની કિંમતો સ્વતંત્ર છે. એટલે કે એક ચલની કિંમત લઈએ તે બીજા ચલની કેટલી કિંમત લીધી છે, તેના પર આધારિત નથી.

તમારા ભૂમિતિના અભ્યાસમાં સમતલ આકૃતિઓની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ તારવ્યાં અને ત્રિપરિમાણીય આકૃતિઓના ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ આધારિત કેટલાક નિયમો આવશે. બહુકોણના અંદરના ખૂણા માટેના દાખલા અને બહુકોણના વિકર્ણો અંગેનાં સૂત્રો મેળવવાના આવશે. સામાન્ય નિયમો અને સૂત્રો લખવા માટે ચલનો ખ્યાલ કે જે તમે શીખ્યાં તે ખૂબ જ ઉપયોગી પુરવાર થશે.

અંકગણિતનો નિયમ

3. બે અંકોના પરિવર્તનીય સરવાળા



આપણે જાણીએ છીએ કે,

4 + 3 = 7 અને 3 + 4 = 7

એટલે કે 4 + 3 = 3 + 4

પૂર્ણ સંખ્યાના પ્રકરણમાં આપણે જોયું કે કોઈ પણ બે અંકો માટે આ સાચું છે. અંકોના આ ગુણધર્મને **સરવાળા માટે ક્રમનો ગુણધર્મ** કહે છે. પરિવર્તનીય એટલે કે અંકોના ક્રમ બદલતાં સરવાળામાં કોઈ પણ ફેરફાર થતો નથી. આ ગુણધર્મને સરળતા માટે ચલના ઉપયોગની મદદથી સંક્ષિપ્તમાં રજૂ કરી શકાશે. a અને b એવા ચલ છે કે જે કોઈ પણ કિંમત ધારણ કરી શકે.

એટલે કે, $\boldsymbol{a + b = b + a}$

એક વખત આપણે આ રીતે નિયમ લખ્યા પછી ખાસ કિસ્સાઓમાં પણ તેનો સમાવેશ કરીશું.

જો $a = 4$ અને $b = 3$ હોય તો આપણે 4 + 3 = 3 + 4 મેળવી શકીએ. જો $a = 37$ અને $b = 73$ હોય, તો આપણે 37 + 73 = 73 + 37 મેળવી શકીએ.

4. બે અંકોના પરિવર્તનીય ગુણાકાર

આપણે પૂર્ણ સંખ્યાના પ્રકરણમાં જોયું કે બે અંકોનો ગુણાકાર કોઈ પણ ક્રમમાં કરવામાં આવે તો કોઈ ફર્ક નથી પડતો.

દાખલા તરીકે,

$4 \times 3 = 12$, $3 \times 4 = 12$

તેથી, $4 \times 3 = 3 \times 4$

અંકોના આ ગુણધર્મને **ગુણાકાર માટે ક્રમનો ગુણધર્મ** કહે છે. અંકોનો ક્રમ બદલી ગુણવામાં આવે તો ગુણાકારમાં કોઈ ફેર પડતો નથી. ગુણાકારના કિસ્સામાં a અને b ને આપણે ચલ તરીકે વાપરીએ તો બે અંકોના આ પરિવર્તનીય ગુણાકારને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકીએ :

$\boldsymbol{a \times b = b \times a}$

a અને b ની કોઈ પણ કિંમત લઈ શકાય. આ ચલ છે.

જેમ કે,

$4 \times 3 = 3 \times 4$ અથવા $37 \times 73 = 73 \times 37$ જે સામાન્ય નિયમ પ્રમાણે છે.

5. અંકોનું વિભાજન

ધારો કે આપણને 7×38 કરવાનું કહ્યું. દેખીતી રીતે આપણે 38નો ઘડિયો ભણતા ન હોઈએ તો આપણે નીચે પ્રમાણે કરીએ :

$7 \times 38 = 7 \times (30 + 8) = 7 \times 30 + 7 \times 8 = 210 + 56 = 266$

કોઈ પણ ત્રણ અંક માટે આ સાચું છે. જેમ કે 7, 30 અને 8 માટે, આ ગુણધર્મને ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન કહેવાય.

ચલનો ઉપયોગ કરી આ ગુણધર્મને સરળ અને સંક્ષિપ્તમાં આપણે લખી શકીએ. a, b અને c ત્રણ ચલ છે. તેમાંનો દરેક કોઈ પણ કિંમત ધરાવી શકે છે. એટલે કે,

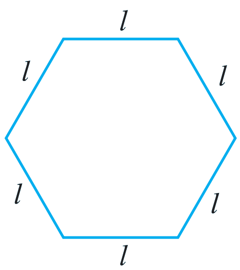
$\boldsymbol{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$

સંખ્યાઓના ગુણધર્મો રસપ્રદ છે. તેમાંના ઘણાબધા આ વર્ષે અને હવે પછીના ગણિતના અભ્યાસમાં તમે શીખશો. આ ગુણધર્મોને સંક્ષિપ્તમાં સરળતાથી રજૂ કરવા માટે ચલ ઉપયોગી થશે. સ્વાધ્યાય 11.2ના 5મા દાખલામાં સંખ્યાનો એક વધુ ગુણધર્મ આપવામાં આવ્યો છે. આ રીતે સંખ્યાના વધુ ગુણધર્મ શોધી ચલનો ઉપયોગ કરીને તમે દર્શાવો.

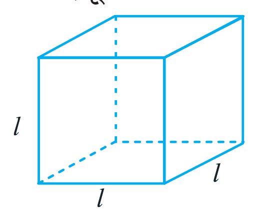
સ્વાધ્યાય 11.2

1. સમબાજુ ત્રિકોણની લંબાઈને l વડે દર્શાવી આ lનો ઉપયોગ કરીને સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ દર્શાવો.

2. નિયમિત ષટ્કોણની (આકૃતિ 11.10)ની બાજુઓને l વડે દર્શાવી આ l ની મદદથી ષટ્કોણ પરિમિતિ દર્શાવો.
   (**સૂચના :** નિયમિત ષટ્કોણની બધી જ બાજુઓ સરખી હોય છે.)



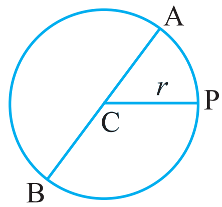
આકૃતિ 11.10



આકૃતિ 11.11

3. 6 સપાટી અને દરેક સપાટી ચોરસ હોય તેવો ત્રિપરિમાણીય ઘન આકૃતિ (11.11)માં દર્શાવેલ છે. ઘનની ધારની લંબાઈને l વડે દર્શાવી, આ ઘનની ધારની કુલ લંબાઈનું સૂત્ર મેળવો.

4. વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા વર્તુળ પરનાં બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ એ વર્તુળનો વ્યાસ છે. (આકૃતિ 11.12માં $\overline{AB}$ એ વર્તુળનો વ્યાસ છે. C એ તેનું કેન્દ્ર છે. ત્રિજ્યા r ના સંદર્ભમાં વ્યાસ d ને દર્શાવો.)



આકૃતિ 11.12

5. 14, 27 અને 13નો સરવાળો કરવાની આપણી પાસે બે રીતો છે :

(a) સૌથી પહેલાં આપણે 14 અને 27નો સરવાળો કરી 41 મેળવીશું અને પછી તેમાં 13 ઉમેરીશું. તેનો કુલ સરવાળો 54 થશે. અથવા

(b) 27 અને 13નો સરવાળો કરી 40 મેળવીશું અને પછી તેમાં 14 ઉમેરી $(14 + 27) + 13 = 14 + (27 + 13)$

આ કોઈ પણ ત્રણ અંક માટે કરી શકાય. આ ગુણધર્મ સરવાળા માટે જૂથનો નિયમ તરીકે ઓળખાય છે. પૂર્ણ સંખ્યાના પ્રકરણમાં આ ગુણધર્મને દર્શાવેલ છે. જે આપણે ભણી ગયાં છીએ. સામાન્ય રીતે અહીં ચલ a, b અને c નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

11.7 ચલ સાથે અભિવ્યક્તિ (Expressions)

યાદ કરો : આપણે અંકગણિતમાં અભિવ્યક્તિ $(2 \times 10) + 3$, $3 \times 100 + (2 \times 10) + 4$ રજૂ કરેલ છે. આ અભિવ્યક્તિમાં અંકો 2, 3, 4, 10 અને 100નો ઉપયોગ કરેલ છે. આ અભિવ્યક્તિમાં ચારેય અંકોને સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયાથી જોડી શકાય છે. દા.ત., $(2 \times 10) + 3$, અહીં આપણે 2નો 10 સાથે ગુણાકાર કરી 3 ઉમેરી પરિણામ મેળવીએ છીએ. અંકગણિતીય અભિવ્યક્તિનાં બીજાં કેટલાંક ઉદાહરણો.

$3 + (4 \times 5)$,	$(-3 \times 40) + 5$
$8 - (7 \times 2)$,	$14 - (5 - 2)$
$(6 \times 2) -5$,	$(5 \times 7) - (3 \times 4)$
$7 + (8 \times 2)$,	$(5 \times 7) - (3 \times 4 - 7)$ વગેરે.

ચલનો ઉપયોગ કરીને પણ આ અભિવ્યક્તિ દર્શાવી શકાય. ટૂંકમાં, ચલ સાથેની અભિવ્યક્તિ આપણે જોઈશું. દા.ત., 2n, 5m, $x + 10$, $x - 3$ વગેરે. આ ચલ સાથેની અભિવ્યક્તિ સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓ વડે મેળવી શકાય. દા.ત., અભિવ્યક્તિ 2n એ ચલ n અને 2ના ગુણાકાર વડે દર્શાવી શકાય. અભિવ્યક્તિ $(x + 10)$ એ x માં 10 ઉમેરવાથી મેળવી શકાય છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે ચલ જુદી-જુદી કિંમત ધારણ કરી શકે છે. તેને ચોક્કસ કિંમત હોતી નથી. પરંતુ, તેની ઘણી કિંમતો હોય છે. એટલા જ માટે તેમના ઉપર સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓ કરવામાં આવે છે.

ચલ સંબંધિત અગત્યની બાબત નોંધવા જેવી છે કે આંકડાકીય અભિવ્યક્તિ જેવી કે $(4 \times 3) + 5$ ની કિંમત $(4 \times 3) + 5 = 12 + 5 = 17$ તરત જ મેળવી શકાય છે.

પરંતુ અભિવ્યક્તિ જેવી કે $(4x + 5)$ જે ચલ x સાથેની છે. જેનું મૂલ્ય સીધી રીતે મેળવી શકાતું નથી. જો x ની કોઈ કિંમત આપેલ હોય તો અભિવ્યક્તિ $(4x + 5)$ની કિંમત ગણી શકાય.

દા.ત., જો $x = 3$ લેવામાં આવે તો, $4x + 5 = (4 \times 3) + 5 = 17$ જે આગળ આપણે મેળવેલ છે.

અભિવ્યક્તિ	**શું દર્શાવે છે ?**
(a) $y + 5$	y માં 5 ઉમેરો.
(b) $t - 7$	t માંથી 7 બાદ કરો.
(c) $10\,a$	a નો 10 સાથેનો ગુણાકાર
(d) $\frac{x}{3}$	xનો 3 વડે ભાગાકાર
(e) $-5q$	qનો -5 સાથે ગુણાકાર
(f) $3x + 2$	xનો 3 વડે ગુણાકાર કરી મળેલ ગુણાકારમાં 2 ઉમેરતાં,
(g) $2y - 5$	y ને 2 વડે ગુણી, મળેલ પરિણામમાંથી 5 બાદ કરતાં,

આ રીતે બીજી 10 સાદી અભિવ્યક્તિ લખી અને તેને દર્શાવો.

આપેલી સૂચના પ્રમાણે અભિવ્યક્તિને કેવી રીતે લખી શકાય તે માટે નીચેનાં ઉદાહરણ જુઓ :

અભિવ્યક્તિ નીચે આપેલ છે :

(a) 12 ને z માંથી બાદ કરતાં	$z - 12$
(b) 25 ને r માં ઉમેરતાં	$r + 25$
(c) P ને 16 વડે ગુણતાં	$16\,p$
(d) y ને 8 વડે ભાગતાં	$\frac{y}{8}$
(e) m ને -9 વડે ગુણતાં	$-9\,m$
(f) y ને 10 વડે ગુણી મેળવેલ પરિણામમાં 7 ઉમેરતાં	$10\,y + 7$
(g) n ને 2 વડે ગુણાકાર કરી મેળવેલ પરિણામમાંથી 1 બાદ કરતાં	$2\,n - 1$

સરિતા અને અમીનાએ અભિવ્યક્તિની રમત રમવાનું નક્કી કર્યું. તેમને જોવું છે કે અંક 3 અને ચલ xનો ઉપયોગ કરી કેટલી અભિવ્યક્તિ રચી શકાય. શરત એ હતી કે ચાર ક્રિયામાંથી કોઈ પણ ક્રિયાનો એક કરતાં વધુ વખત ઉપયોગ કરવામાં ન આવે અને દરેકમાં x તો હોવો જ જોઈએ. તમે તેમને મદદ કરશો ?

સરિતાએ વિચાર્યું $(x + 3)$

પછી, અમીના $(x - 3)$ સાથે આવે છે.

શું $(3x + 5)$ હોઈ શકે ?
શું $(3x + 3)$ હોઈ શકે ?

તેને $3x$નું સૂચન કર્યું. સરિતાએ તરત જ $\frac{x}{3}$ દર્શાવ્યા.

આ પ્રકારની ચાર અભિવ્યક્તિ આપેલી શરતોને આધીન લખી શકાય ?

પછી તેમણે y, 3 અને 5ના સંયોજનનો પ્રયત્ન કર્યો. માત્ર શરત એટલી જ હતી કે, સરવાળા અથવા બાદબાકી અને ગુણાકાર અથવા ભાગાકારમાંથી કોઈ પણ એક ક્રિયાનો એક કરતાં વધુ વાર ઉપયોગ કરી શકાશે નહિ. અને દરેક અભિવ્યક્તિ yમાં જ હોવી જોઈએ. ચકાસો કે તેમનો જવાબ સાચો છે.

કેટલીક રચનાઓ કરવામાં આવી છે, જે નીચે દર્શાવેલ છે :

$y + 5, y + 3, y - 5, y - 3, 3y, 5y, \frac{y}{3}, \frac{y}{5},$

$3y + 5, 3y - 5, 5y + 3, 5y - 3$

શું તમે વધારે અભિવ્યક્તિ બનાવી શકશો ?

> શું $\left(\frac{y}{3}+5\right)$ દર્શાવી શકાશે ?
>
> $(y + 8)$ દર્શાવી શકાશે ?
>
> $15y$ દર્શાવી શકાશે ?

સ્વાધ્યાય 11.3

1. દરેક અંકનો એકથી વધુ ઉપયોગ ન થાય તે રીતે 5, 7 અને 8ના અંકોની (ચલરહિત) જુદી-જુદી અભિવ્યક્તિ કરો. માત્ર સરવાળા, બાદબાકી અને ગુણાકારની ક્રિયાનો ઉપયોગ કરો :

> (**Hint :** ત્રણ શક્ય અભિવ્યક્તિ $5 + (8 - 7)$, $5 - (8 - 7)$, $(5 \times 8) + 7$ છે. બીજી અભિવ્યક્તિઓ બનાવી લખો.

2. નીચેનામાંથી કઈ અભિવ્યક્તિ માત્ર આંકડાકીય છે ?

(a) $y + 3$ (b) $(7 \times 20) - 8z$

(c) $5 (12 - 7) + 7 \times 2$ (d) 5

(e) $3x$ (f) $5 - 5n$

(g) $(7 \times 20) - (5 \times 10) - 45 + p$

3. નીચેની અભિવ્યક્તિમાંની ક્રિયાઓ (સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર) ઓળખી આ અભિવ્યક્તિ શું દર્શાવે છે તે કહો :

(a) $z + 1, z - 1, y + 17, y - 17$ (b) $17y, \frac{y}{17}, 5z$

(c) $2y + 17, 2y - 17$ (d) $7m, -7m + 3, -7m - 3$

4. નીચેના દરેકની અભિવ્યક્તિ આપો :

(a) 7 ને p માં ઉમેરતાં (b) 7 ને pમાંથી બાદ કરતાં

(c) p ને 7 વડે ગુણતાં (d) p ને 7 વડે ભાગતાં

(e) 7 ને – mમાંથી બાદ કરતાં (f) – p ને 5 વડે ગુણતાં

(g) – p ને 5 વડે ભાગતાં (h) p ને – 5 વડે ગુણતાં

5. નીચેની વિગતોની અભિવ્યક્તિ કરો :

(a) 11 ને 2mમાં ઉમેરતાં (b) 11 ને 2m માંથી બાદ કરતાં

(c) y ના 5 ગણામાં 3 ઉમેરતાં (d) y ના 5 ગણામાંથી 3 બાદ કરતાં

(e) y ને – 8 વડે ગુણતાં

(f) y ને– 8 વડે ગુણી મળતાં પરિણામમાં 5 ઉમેરતાં

(g) y ને 5 વડે ગુણી મળતા પરિણામને 16માંથી બાદ કરતાં

(h) y ને – 5 વડે ગુણી મળતા પરિણામમાં 16 ઉમેરતાં

6. (a) એક કરતાં વધુ વખત ક્રિયાઓનો ઉપયોગ ન કરવામાં આવે તે રીતે t અને 4 નો ઉપયોગ કરી અભિવ્યક્તિ લખો. દરેક અભિવ્યક્તિમાં t હોવો જોઈએ.

(b) માત્ર બે જ ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી અંકો y, 2 અને 7ની અભિવ્યક્તિ કરો. દરેક અભિવ્યક્તિમાં y હોય જ.

11.8 અભિવ્યક્તિનો વ્યાવહારિક ઉપયોગ

અભિવ્યક્તિ આપણને વ્યાવહારિક જીવનમાં પણ ઉપયોગી થાય છે. તેમાંથી કેટલીક યાદ કરીએ :

પરિસ્થિતિ (સામાન્ય પરિભાષામાં વર્ણન)	ચલ	અભિવ્યક્તિનો ઉપયોગ કરીને વિધાન
1. સરિતા પાસે અમીના કરતાં 10 લખોટી વધુ છે.	ધારો કે અમીના પાસે x લખોટી છે.	સરિતા પાસે $(x + 10)$ લખોટી છે.
2. બાલુ રાજુ કરતાં 3 વર્ષ નાનો છે.	ધારે કે રાજુની ઉંમર x વર્ષ છે.	બાલુની ઉંમર $(x – 3)$ વર્ષ છે.
3. બિકાશ રાજુ કરતાં બમણી ઉંમર ધરાવે છે.	ધારો કે રાજુની ઉંમર x વર્ષ છે.	બિકાશની ઉંમર $2x$ વર્ષ છે.
4. રાજુના પિતાની ઉંમર રાજુની ઉંમરના ત્રણ ગણાથી 2 વધુ છે.	ધારો કે રાજુની ઉંમર x વર્ષ છે.	રાજુના પિતાની ઉંમર $(3x + 2)$ વર્ષ છે.

ચાલો, આવી બીજી પરિસ્થિતિઓ જોઈએ :

પરિસ્થિતિ (સામાન્ય પરિભાષામાં વર્ણન)	ચલ	અભિવ્યક્તિનો ઉપયોગ કરીને વિધાન
5. આજથી 5 વર્ષ પછી સુશાન કેટલાં વર્ષનો હશે ?	ધારો કે સુશાનની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.	આજથી 5 વર્ષ પછી સુશાન $(x + 5)$ વર્ષનો હશે.
6. 4 વર્ષ પહેલાં સુશાન કેટલાં વર્ષનો હશે ?	ધારો કે સુશાનની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.	4 વર્ષ પહેલાં સુશાન $(x – 4)$ વર્ષનો હશે.
7. દર કિલોગ્રામ ઘઉંની કિંમત દર કિલોગ્રામ ચોખા કરતાં 5 રૂપિયા ઓછી છે.	ધારો કે ચોખાની એક કિલોગ્રામની કિંમત p રૂપિયા છે.	દર કિલોગ્રામ ઘઉંની કિંમત $(p – 5)$ રૂપિયા હશે.

8. દર લિટર તેલની કિંમત દર કિગ્રા ચોખાની કિંમત કરતાં 5 ગણી છે.	ધારો કે દર કિલોગ્રામ ચોખાની કિંમત p રૂપિયા છે.	દર લિટર તેલની કિંમત $5p$ રૂપિયા છે.
9. એક જ રસ્તા પર જતી બસની ઝડપ ટ્રકની ઝડપ કરતાં 10 કિમી/કલાક વધારે છે.	ધારો કે ટ્રકની ઝડપને y કિમી/કલાક છે.	બસની ઝડપ $(y + 10)$ કિમી/કલાક હશે.

આવી વધુ પરિસ્થિતિ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. તમે અનુભવશો કે સામાન્ય ભાષામાં આવાં ઘણાં વિધાનો છે કે જે ચલની અભિવ્યક્તિનો ઉપયોગ કરીને વિધાનો બદલી શકશો. પછીના વિભાગમાં આપણે આપણા હેતુઓ માટે અભિવ્યક્તિનો આ વિધાનોમાં કેવી રીતે કરીએ તે જોઈશું.

સ્વાધ્યાય 11.4

1. નીચેનાના જવાબ આપો :

(a) સરિતાની હાલની ઉંમર y વર્ષ લો.

(i) 5 વર્ષ પછી તેની ઉંમર કેટલી હશે ?

(ii) 3 વર્ષ પહેલાંની તેની ઉંમર કેટલી હશે ?

(iii) સરિતાના દાદા તેનાથી છ ગણી ઉંમરના છે. તેના દાદાની ઉંમર કેટલી હશે?

(iv) દાદાજી કરતાં દાદીમા બે વર્ષ નાનાં છે, તો દાદીમાની ઉંમર કેટલી હશે ?

(v) સરિતાના પિતાની ઉંમર સરિતાની ઉંમરના 3 ગણાથી 5 વર્ષ વધારે છે, તો તેના પિતાની ઉંમર કેટલી હશે ?

(b) એક લંબચોરસ ખંડની લંબાઈ તેની પહોળાઈના ત્રણ ગણા કરતાં ચાર મીટર ઓછી છે. (તેની પહોળાઈ b મીટર છે.)

(c) એક લંબચોરસ પેટીની ઊંચાઈ h સેમી છે. તેની લંબાઈ ઊંચાઈ કરતાં 5 ગણી અને પહોળાઈ લંબાઈ કરતાં 10 સેમી ઓછી છે. લંબાઈ અને પહોળાઈને પેટીની ઊંચાઈના સંદર્ભમાં દર્શાવો.

(d) મીના, બીના અને લીના પગથિયાં ચઢી ટેકરીની ટોચ તરફ ચઢી રહ્યા છે. મીના 5મા પગથિયા પર છે જ્યારે બીના તેનાથી 8 પગથિયાં આગળ તથા લીના 7 પગથિયાં પાછળ છે. બીના અને લીના ક્યાં હશે ? ટેકરીનાં કુલ પગલાં મીનાએ ભરેલાં પગલાંના 4 ગણા કરતાં 10 ઓછાં છે. સીડીનાં કુલ પગથિયાંની સંખ્યાને 'S' નાં પદોમાં વ્યક્ત કરો.

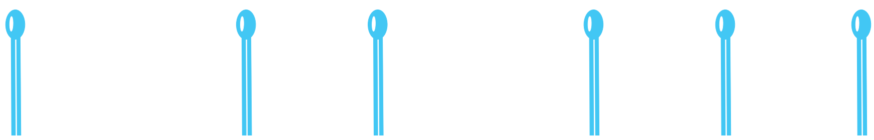
(e) એક બસ v કિલોમીટર/કલાકની ઝડપે દાસપુરથી વીસપુર જઈ રહી છે. બસે 5 કલાક ગતિ કર્યા પછી બીસપુર 20 કિમી જેટલું દૂર છે. તો દાસપુર અને બીસપુર વચ્ચે કેટલું અંતર હશે ? v નો ઉપયોગ કરી દર્શાવો.

2. નીચેનાં આપેલાં વિધાનો કે જેમાં અભિવ્યક્તિનો ઉપયોગ કરેલ છે, તેને સામાન્ય ભાષામાં ફેરવો:
(દાખલા તરીકે, સલિમનો ક્રિકેટ મૅચમાં સ્કોર r રન છે. નવીનનો સ્કોર (r + 15) રન છે. સામાન્ય ભાષામાં નવીનનો સ્કોર સલિમ કરતાં 15 રન વધુ છે.
   (a) નોટબુકની કિંમત p રૂપિયા છે અને ચોપડીની કિંમત 3p રૂપિયા છે.
   (b) ટોમી ટેબલ પર q લખોટી મૂકે છે. તેની પાસે 8q લખોટી પેટીમાં છે.
   (c) અમારા વર્ગમાં n વિદ્યાર્થીઓ છે. શાળામાં 20n વિદ્યાર્થીઓ છે.
   (d) જગ્ગુની ઉંમર z વર્ષ છે. તેના કાકા 4z ઉંમરના છે તેનાં કાકીની ઉંમર (4z – 3) વર્ષ છે.
   (e) બિંદુઓની ગોઠવણીની r હાર છે અને દરેક હારમાં 5 બિંદુઓ છે.

3. (a) મુન્નુની ઉંમર x વર્ષ આપેલ છે. અનુમાન કરો કે $(x - 2)$ શું દર્શાવે છે ?
   (**સૂચના :** મુન્નુના નાના ભાઈ માટે વિચારો.)
   $(x + 4)$ અને $(3x + 7)$ શું દર્શાવશે તે કહી શકશો ?
   (b) આજે સારાની ઉંમર y વર્ષ છે. તેની ભવિષ્યની અને ભૂતકાળની ઉંમર વિશે વિચારો.
   આપેલ અભિવ્યક્તિ શું દર્શાવે છે ? $y + 7, y - 3, y + 4\frac{1}{2}, y - 2\frac{1}{2}$
   (c) વર્ગના n વિદ્યાર્થીઓને ફૂટબૉલ ગમે છે. 2n શું દર્શાવશે ? $\frac{n}{2}$ શું દર્શાવશે ?
   (**સૂચન :** ફૂટબૉલ સિવાયની બીજી રમત વિશે વિચારો.)

11.9 સમીકરણ (Equation) શું છે ?

આકૃતિ 11.1માં દર્શાવેલ મૂળાક્ષર L માટેની મૅચસ્ટિક પૅટર્ન આપણે યાદ કરીએ. આપણી સરળતા માટે ફરીથી આકૃતિ 11.1 અહીં દોરીએ :



(a) (b) (c)

જુદા-જુદા L માટે જુદી-જુદી સંખ્યામાં દીવાસળીની જરૂર પડે છે. જે અગાઉના કોષ્ટકને અહીં ફરીથી લખીએ :

કોષ્ટક 1

રચના માટેના Lની સંખ્યા	1	2	3	4	5	6	7	8	...
જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા	2	4	6	8	10	12	14	16	...

આપણે જાણીએ છીએ કે, જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા 2n નિયમથી મળે છે. જ્યાં L ની રચનાની સંખ્યાઓ માટે n લેવામાં આવે છે.

અપ્પુ હંમેશાં જુદી રીતે જ વિચારે છે. તે કહે છે, આપેલી સંખ્યા L ની રચના માટે જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા કેવી રીતે શોધી શકાય, તે આપણે જાણીએ છીએ? બીજી કોઈ રીતે જાણી શકાય ? આપેલી દીવાસળીની મદદથી કેટલા L રચી શકાય તે શોધો.

આ પ્રશ્ન આપણે પોતાની જાતને પૂછીએ :

જો દીવાસળી 10 આપી હોય તો કેટલા L રચી શકાય ? એનો અર્થ એ છે કે શોધવાના Lની સંખ્યાને n વડે દર્શાવીએ તો દીવાસળીની સળીઓ 10 આપેલી હોવાથી,

$2n = 10$ (1)

અહીં ચલ n ની મદદથી શરત સંતોષાય છે. આ શરત એ સમીકરણનું એક ઉદાહરણ છે.

કોષ્ટક 1માં આપણા પ્રશ્નના જવાબ nની જુદી-જુદી કિંમત માટે આપણે જોઈ શકીએ છીએ. જો $n = 1$ હોય તો દીવાસળીની સંખ્યા 2 છે. શરત આપણી સંતોષાતી નથી, કારણ કે 2 એ 10 નથી. ચાલો, આપણે ચકાસીએ.

n	**2n**	**શરત સંતોષાય છે ? હા/ના**
2	4	ના
3	6	ના
4	8	ના
5	10	હા
6	12	ના
7	14	ના

આપણે શોધી શક્યા કે $n = 5$ માટે, શરત એટલે કે સમીકરણ $2n = 10$ સંતોષાય છે.

ચાલો, આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ.

બાલુ એ રાજુ કરતાં 3 વર્ષ નાનો છે. રાજુની ઉંમર x વર્ષ લો. બાલુની ઉંમર $(x - 3)$ વર્ષ થશે. ધારો કે બાલુની ઉંમર 11 વર્ષ છે. રાજુની ઉંમર આપણી રીતે કેવી રીતે મળે છે, તે જોઈએ.

બાલુની ઉંમર, $x - 3 = 11$ વર્ષ છે. (2)

આ ચલ xનું સમીકરણ છે. જુદા-જુદા x માટે $(x - 3)$ નું કયું મૂલ્ય મળે છે ? તેનું કોષ્ટક તૈયાર કરીએ :

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$x - 3$	0	1	-	-	-	-	-	-	-	9	10	11	12	13	-	-

કોષ્ટકમાં આપેલ ખાલી જગ્યામાંની વિગત પૂર્ણ કરો. આપણે શોધી શક્યા $x = 14$ માટે શરત $x - 3 = 11$ સંતોષાય છે. બીજી કિંમતો જેમ કે $x = 16$ અથવા $x = 12$ માટે શરત સંતોષાતી નથી. તેથી રાજુની ઉંમર 14 વર્ષ છે.

સારાંશ એ છે કે **ચલ આધારિત ઉપર પ્રમાણેના કોઈ પણ સમીકરણ ચલની કોઈ ચોક્કસ કિંમત માટે જ સંતોષાય છે.** દાખલા તરીકે સમીકરણ $2n = 10$ એ ચલ nની માત્ર 5 કિંમત માટે સંતોષાય છે. તે જ રીતે, સમીકરણ $x - 3 = 11$ એ ચલ xની કિંમત 14 માટે સંતોષાય છે.

નોંધો કે સમીકરણની બંને બાજુઓ વચ્ચે **સરખાપણાનું ચિહ્ન (=)** હોય છે. સમીકરણ દર્શાવે છે કે ડાબી બાજુની કિંમત અને જમણી બાજુની કિંમત સરખી હોય છે. જો ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુની કિંમત સરખી ન હોય, તો આપણે સમીકરણ મેળવી શકતા નથી.

દાખલા તરીકે $2n$ એ 10 કરતાં મોટા છે, તેવું વિધાન છે. એટલે કે $2n > 10$ એ સમીકરણ નથી તે જ રીતે $2n$ એ 10 કરતાં નાનો છે. એટલે કે $2n < 10$ એ પણ સમીકરણ નથી. વિધાન,

$(x-3) > 11$ અથવા $(x-3) < 11$ એ સમીકરણો નથી.

હવે, $8 - 3 = 5$ ગણીએ.

ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુ વચ્ચે સરખાપણાનું ચિહ્ન છે. એક પણ બાજુ ચલ નથી. બંને માત્ર અંકો જ છે. જેને આપણે સંખ્યાત્મક સમીકરણ કહીએ છીએ. સામાન્ય રીતે શાબ્દિક સમીકરણમાં મોટે ભાગે એક અથવા વધુ ચલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

ચાલો, મહાવરો કરીએ. નીચેનામાંથી કયાં સમીકરણો ચલ સાથેનાં છે. ચલ સાથેનું જે સમીકરણ હોય તો તેમાં કયો ચલ છે, તે ઓળખો :

(a) $x + 20 = 70$ (હા, x)

(b) $8 \times 3 = 24$ (ના, સંખ્યાત્મક સમીકરણ)

(c) $2p > 30$ (ના)

(d) $n - 4 = 100$ (હા, n)

(e) $20b = 80$ (હા, b)

(f) $\frac{y}{8} < 50$ (ના)

નીચે કેટલાંક સમીકરણનાં ઉદાહરણો આપેલ છે. (સમીકરણમાંથી ચલને પણ ઓળખો.)

જરૂર જણાય ત્યાં ખાલી જગ્યા પૂરો :

$x + 10 = 30$ (ચલ x)

$p - 3 = 7$ (ચલ p)

$3n = 21$ (ચલ ____)

$\frac{t}{5} = 4$ (ચલ ____)

$2l + 3 = 7$ (ચલ ____)

$2m - 3 = 5$ (ચલ ____)

11.10 સમીકરણનો ઉકેલ

અગાઉના અભ્યાસમાં આપણે જોયું કે સમીકરણ,

$$2n = 10 \qquad (1)$$

જે $n = 5$ વડે સંતોષાય છે. બીજી કોઈ પણ કિંમત માટે, સમીકરણ સંતોષાતું નથી. **ચલની જે કિંમત માટે સમીકરણ સંતોષાતું હોય તે કિંમતને સમીકરણનો ઉકેલ કહે છે.**

આ રીતે $n = 5$ સમીકરણ $2n = 10$ નો ઉકેલ છે. નોંધો કે $n = 6$ એ $2n = 10$ સમીકરણનો ઉકેલ નથી, કારણ કે જો $n = 6$ લેવામાં આવે, તો $2n = 2 \times 6 = 12$ એટલે કે 10 નથી. $n = 4$ પણ ઉકેલ નથી. કહો શા માટે ?

ચાલો સમીકરણ $x - 3 = 11$ લઈએ. (2)

આ સમીકરણ $x = 14$ ની કિંમત માટે સંતોષાય છે.

કારણ કે $x = 14$ માટે,

સમીકરણની ડાબી બાજુ $14 - 3 = 11$ = જમણી બાજુ તે $x = 16$ની કિંમત માટે સંતોષાતું નથી, કારણ કે $x = 16$ લેતાં સમીકરણની જમણી બાજુ $= 16 - 3 = 13$ જે જમણી બાજુ બરાબર નથી.

આ રીતે $x = 14$ એ સમીકરણ $x - 3 = 11$ નો ઉકેલ છે, પણ $x = 16$ એ આ સમીકરણનો ઉકેલ નથી. $x = 12$ પણ આ સમીકરણનો ઉકેલ નથી. સમજાવો, શા માટે નથી ?

સમીકરણ $2n = 10$ માટેનો ઉકેલ શોધો. nની જુદી-જુદી કિંમત માટે, કોષ્ટક તૈયાર કરો અને તેમાંથી શોધી કાઢો કે n ની કઈ કિંમત સમીકરણનો ઉકેલ છે. (એટલે કે કઈ કિંમત સમીકરણ સંતોષે છે.) આપણે અજમાયશ દ્વારા ભૂલસુધાર પદ્ધતિ વાપરી શકીએ, પરંતુ આ ઉકેલ શોધવાની યોગ્ય અને સરળ પદ્ધતિ નથી.

નીચેના કોષ્ટકમાંની બાકીની વિગતો પૂર્ણ કરો અને બતાવો કે તમારો જવાબ હા કે ના કેમ છે ?

સમીકરણ	ચલની કિંમત	ઉકેલ હા/ના
1. $x + 10 = 30$	$x = 10$	ના
2. $x + 10 = 30$	$x = 30$	ના
3. $x + 10 = 30$	$x = 20$	હા
4. $p - 3 = 7$	$p = 5$	ના
5. $p - 3 = 7$	$p = 15$	–
6. $p - 3 = 7$	$p = 10$	–
7. $3n = 21$	$n = 9$	–
8. $3n = 21$	$n = 7$	–
9. $\frac{t}{5} = 4$	$t = 25$	–
10. $\frac{t}{5} = 4$	$t = 20$	–
11. $2l + 3 = 7$	$l = 5$	–
12. $2l + 3 = 7$	$l = 1$	–
13. $2l + 3 = 7$	$l = 2$	–

સમીકરણનો ઉકેલ શોધવાની સીધી રીત જરૂરી છે. સમીકરણના ઉકેલ માટેની વધુ વ્યવસ્થિત પદ્ધતિ આપણે હવે પછીના વર્ષમાં ભણીશું.

બીજગણિતની શરૂઆત

બીજગણિત એ ગણિતની એવી શાખા છે કે જેની શરૂઆત ઈ.સ. પૂર્વે 1550માં થઈ હોય એવું કહેવાય છે. 3500 વર્ષ પૂર્વે ઈજિપ્તના લોકોએ અજ્ઞાત સંખ્યાઓ ઓળખવા માટેના સંકેતનો ઉપયોગ કર્યો હતો.

300 વર્ષ પહેલાં ભારતમાં અજ્ઞાત સંખ્યાઓને અક્ષરોના ઉપયોગથી ઓળખવા અને અભિવ્યક્તિની રચના કરવી એ એક સામાન્ય બાબત હતી. ઘણા મહાન ગણિતશાસ્ત્રીઓ જેવા કે **આર્યભટ્ટ (જન્મ 476 ઈ.સ.)**, **બ્રહ્મગુપ્ત (જન્મ 598 ઈ.સ.)**, **મહાવીર (જે લગભગ 850 ઈ.સ.માં રહ્યા)** અને **ભાસ્કર II (જન્મ 1114 ઈ.સ.)** અને બીજાએ બીજગણિતના અભ્યાસમાં ઘણો ફાળો આપેલ છે. તેમણે નામ આપેલાં જેવા કે બીજ, વર્ણ વગેરે. અજ્ઞાત સંખ્યાને દર્શાવવા માટે રંગોનાં નામના પ્રથમ અક્ષરનો ઉપયોગ કર્યો. (જેમ કે કાળા માટે કા, અને ની એ નીલા (વાદળી) માટે. બીજગણિત નામ ભારતમાં આ પ્રાચીન ગણિતશાસ્ત્રીઓના સમયનું છે.

ઈ.સ. 825 પૂર્વે અરબના ગણિતશાસ્ત્રી દ્વારા લખાયેલ પુસ્તક 'Aljebar w'al almugabalah' શબ્દ લેવામાં આવેલ છે. તે ગણિતશાસ્ત્રી બગદાદના મહમદ ઈબ્ન અલખ્વારીઝમી હતા.

સ્વાધ્યાય 11.5

1. નીચેનાં પૈકી કયાં સમીકરણો છે, તે કહો. (ચલ સાથેના) તમારા જવાબનું કારણ આપો. ચલ સાથેના સમીકરણમાં કયો ચલ છે તે કહો :

(a) $17 = x + 7$ (b) $(t - 7) > 5$ (c) $\frac{4}{2} = 2$

(d) $(7 \times 3) - 19 = 8$ (e) $5 \times 4 - 8 = 2x$ (f) $x - 2 = 0$

(g) $2m < 30$ (h) $2n + 1 = 11$ (i) $7 = (11 \times 5) - (12 \times 4)$

(j) $7 = (11 \times 2) + p$ (k) $20 = 5y$ (l) $\frac{3q}{2} < 5$

(m) $z + 12 > 24$ (n) $20 - (10 - 5) = 3 \times 5$

(o) $7 - x = 5$

2. આપેલા કોષ્ટકના ત્રીજા સ્તંભમાંની વિગતો પૂર્ણ કરો.

અ.નં.	સમીકરણ	ચલની કિંમત	સમીકરણ સંતોષાય છે ? હા/ના
(a)	$10y = 80$	$y = 10$	
(b)	$10y = 80$	$y = 8$	
(c)	$10y = 80$	$y = 5$	
(d)	$4l = 20$	$l = 20$	
(e)	$4l = 20$	$l = 80$	
(f)	$4l = 20$	$l = 5$	
(g)	$b + 5 = 9$	$b = 5$	
(h)	$b + 5 = 9$	$b = 9$	
(i)	$b + 5 = 9$	$b = 4$	
(j)	$h - 8 = 5$	$h = 13$	
(k)	$h - 8 = 5$	$h = 8$	
(l)	$h - 8 = 5$	$h = 0$	
(m)	$p + 3 = 1$	$p = 3$	
(n)	$p + 3 = 1$	$p = 1$	
(o)	$p + 3 = 1$	$p = 0$	
(p)	$p + 3 = 1$	$p = -1$	
(q)	$p + 3 = 1$	$p = -2$	

3. કૌંસમાં આપેલી કિંમતોમાંથી દરેક સમીકરણનો કયો ઉકેલ છે, તે શોધી કાઢી બતાવો કે બીજી કિંમતો સમીકરણનું સમાધાન કરતી નથી.

(a) $5m = 60$ (10, 5, 12, 15)

(b) $n + 12 = 20$ (12, 8, 20, 0)

(c) $p - 5 = 5$ (0, 10, 5, – 5)

(d) $\frac{q}{2} = 7$ (7, 2, 10, 14)

(e) $r - 4 = 0$ (4, – 4, 8, 0)

(f) $x + 4 = 2$ (– 2, 0, 2, 4)

4. (a) કોષ્ટક પૂર્ણ કરો. કોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરી $m + 10 = 16$ નો ઉકેલ કયો છે, તે કોષ્ટકમાંથી શોધી કાઢો :

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	–	–	–
$m + 10$	–	–	–	–	–	–	–	–					

(b) કોષ્ટક પૂર્ણ કરો. આ કોષ્ટકનું નિરીક્ષણ કરી $5t = 35$ સમીકરણનો ઉકેલ શોધો :

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	–	–	–	–
$5t$	–	–	–	–	–	õ–	–	–	–	–	–	–	–

(c) કોષ્ટક પૂર્ણ કરો. આ કોષ્ટકનો ઉપયોગ કરી સમીકરણ $\frac{z}{3}$ = 4નો ઉકેલ શોધો.

z	8	9	10	11	12	13	14	15	16	–	–	–	–
$\frac{z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

(d) કોષ્ટક પૂર્ણ કરો અને સમીકરણ $m - 7 = 3$નો ઉકેલ શોધો.

m	5	6	7	8	9	10	11	12	13	–	–
m–7	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

5. નીચેના કોયડાનો અભ્યાસ કરો. તમે તમારી જાતે આ પ્રકારના કોયડા રચો :

હું કોણ છું ?

(i) ચોરસની ફરતે ફરો. દરેક ખૂણાને ત્રણવાર ગણો અને મારામાં સરવાળો કરીને 34 મેળવો.

(ii) અઠવાડિયાના દરેક દિવસને મારાથી આગળ ગણો. જો તમે કોઈ ભૂલ ન કરી હોય તો તમને ત્રેવીસ મળશે.

(iii) હું એક વિશિષ્ટ સંખ્યા છું. મારામાંથી છ કાઢો. તમે ક્રિકેટની એક આખી ટીમ બનાવવા માટે સક્ષમ છો.

(iv) બતાવો કે હું કોણ છું ? હું એક સુંદર ચાવી આપું છું. તમારે ફરીથી મને જોઈતી હોય તો જો તમે મને બાવીસમાંથી બાદ કરશો તો મળશે.

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. આપેલા આકારો ફરીથી કરવા અને તે માટે દીવાસળીની સંખ્યા વચ્ચેનો સામાન્ય સંબંધ કેવી રીતે લખાય તે પણ આપણે શીખ્યાં. આ આકાર જેનાથી બનાવાય છે અને જેટલી વાર બનાવવામાં આવે છે તે સંખ્યા બદલાય છે તે કિંમત 1, 2, 3,... છે, જે ચલ છે અને તેને કોઈ અક્ષર n વડે ઓળખવામાં આવે છે.

2. ચલ એ જુદી-જુદી કિંમત ધારણ કરે છે, તેની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી. ચોરસની લંબાઈ પણ કોઈ કિંમત હોય છે, પરંતુ ત્રિકોણના ખૂણાઓની સંખ્યા ચોક્કસ હોય છે અને તે ત્રણ છે. તે ચલ નથી.
3. આપણે ચલ દર્શાવવા કોઈ પણ અક્ષર n, l, m, p, x, y, z વગેરે લઈ શકીએ.
4. વ્યાવહારિક સ્થિતિમાં ચલની મદદથી સંબંધો આપણે વ્યક્ત કરી શકીએ છીએ.

5. ચલ એ એવી સંખ્યાઓ છે જેની કિંમત ચોક્કસ નથી. આપણે તેનાં પર સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓ ચોક્કસ સંખ્યાઓની જેમ કરી શકીએ. જુદી-જુદી ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી આપણે ચલ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકીએ, જેમ કે, $x - 3$, $x + 3$, $2n$, $5m$, $\frac{p}{3}$, $2y + 3$, $3l - 5$, વગેરે.
6. ભૂમિતિ અને અંકગણિત બંનેમાં એવા ઘણા સામાન્ય નિયમો આપણે ચલ વડે દર્શાવી શકીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, એ નિયમ છે કે બે સંખ્યાઓનો સરવાળો. કોઈ પણ ક્રમમાં કરવાથી પરિણામ તે જ રહે છે. તેને $a + b = b + a$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે. અહીં ચલ a અને b કોઈ પણ સંખ્યા 1, 32, 100, –7, –20 વગેરે માટે લઈ શકાય.
7. સમીકરણ એ ચલ પર આધારિત હોય છે. તે એક ચલ સાથેની અભિવ્યક્તિ અને ચોક્કસ સંખ્યા બરાબર હોય છે. જેમ કે, $x - 3 = 10$
8. સમીકરણને બે બાજુઓ હોય છે : ડા.બા. અને જ.બા. તેમની બંનેની વચ્ચે (=)ની નિશાની હોય છે.
9. સમીકરણમાંના ચલની કોઈ ચોક્કસ કિંમત માટે જ સમીકરણની જમણી બાજુ અને ડાબી બાજુ સરખી થાય છે. આપણે કહીશું કે ચલની ચોક્કસ કિંમત સમીકરણને સંતોષે છે. આ કિંમતને સમીકરણનો ઉકેલ કહે છે.
10. સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટેની એક પદ્ધતિ છે. અજમાયશ અને ભૂલની પદ્ધતિ આ પદ્ધતિમાં આપણને ચલની કેટલીક કિંમતો આપેલી હોય છે. એ તપાસી સમીકરણને સંતોષે તે નક્કી કરવામાં આવે છે. આપણને સમીકરણને સંતોષે તેવી કોઈ ચોક્કસ કિંમત ન મળે ત્યાં સુધી ચલની જુદી-જુદી કિંમતો લેવામાં આવે છે.

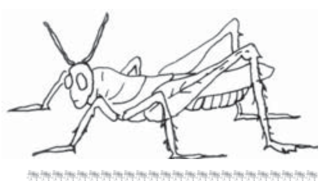
ગુણોત્તર અને પ્રમાણ

પ્રકરણ 12

12.1 પ્રાસ્તાવિક

આપણા રોજિંદા જીવનમાં આપણે એકસરખા પ્રકારની વસ્તુઓની સરખામણી કરીએ છીએ. જેમ કે, અવની અને શેરીએ તેમની સ્કેચબુક માટે ફૂલ એકઠાં કર્યાં. અવનીએ 30 ફૂલ અને શેરીએ 45 ફૂલ એકઠાં કર્યાં. આપણે કહી શકીશું કે શેરીએ અવની કરતાં 45 – 30 = 15 ફૂલ વધુ એકઠાં કર્યાં.

તે જ રીતે, રહીમની ઊંચાઈ 150 સેમી અને અવનીની ઊંચાઈ 140 સેમી છે. આપણે કહી શકીશું કે રહીમની ઊંચાઈ 150 સેમી – 140 સેમી = 10 સેમી અવની કરતાં વધુ હશે. તફાવત લઈને સરખામણી કરવી એ એક રીત છે.



જો આપણે કીડીની લંબાઈ અને તીતીઘોડાની લંબાઈની સરખામણી કરવી હોય, તો તફાવતની રીતે ઝડપથી કરી શકતા નથી. સામાન્ય રીતે તીતીઘોડાની લંબાઈ 4 સેમીથી 5 સેમી હોય છે. જે કીડીની મિમિમાં રહેલી લંબાઈ કરતાં અનેક ગણી વધુ હોય છે. જો આપણે તીતીઘોડાની લંબાઈમાં એક પછી એક એમ કીડીઓની હાર બનાવીએ તો આપણે કહી શકીશું કે તીતીઘોડાની લંબાઈમાં 20 થી 30 કીડીઓ ગોઠવાઈ શકે.

બીજું ઉદાહરણ લઈએ :

ગાડીની કિંમત 2,50,000 રૂપિયા છે. જ્યારે મોટરબાઈકની કિંમત 50,000 રૂપિયા છે. જો આપણે બંનેની કિંમત વચ્ચેનો તફાવત ગણીશું તો 2,00,000 રૂપિયા થશે. જો આપણે ભાગાકારની રીતે સરખાવીશું.

એટલે કે, $\dfrac{2,50,000}{50,000} = \dfrac{5}{1}$

આપણે કહી શકીશું કે ગાડીની કિંમત એ મોટરબાઈકની કિંમત કરતાં 5 ગણી છે. આમ આ પ્રકારની પરિસ્થિતિઓમાં તફાવતની રીતે સરખામણી કરવા કરતાં ભાગાકારની રીતે સરખામણી કરવી વધુ યોગ્ય છે. ભાગાકારની રીતે સરખામણી એ ગુણોત્તર છે. હવે પછી આગળ આપણે ગુણોત્તર વિશે વધુ શીખીશું.

12.2 ગુણોત્તર (Ratio)

નીચેના વિશે વિચારો :

ઈશાનું વજન 25 કિલોગ્રામ અને તેના પિતાનું વજન 75 કિલોગ્રામ છે. ઈશાના વજન કરતાં તેના પિતાનું વજન કેટલા ગણું છે ? તે ત્રણ ગણું છે.

પેનની કિંમત ₹ 10 અને પેન્સિલની કિંમત ₹ 2 છે. પેન્સિલ કરતાં પેનની કિંમત કેટલા ગણી છે ? તે 5 ગણી છે.

ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે બે જથ્થાઓની સરખામણી કેટલા ગણા પદમાં કરીએ છીએ. આ સરખામણી ગુણોત્તર તરીકે ઓળખાય છે. આપણે ગુણોત્તર માટે ':' (જેમ) સંકેતનો ઉપયોગ કરીશું.

અગાઉના ઉદાહરણને ધ્યાનમાં લેતાં,

આપણે કહી શકીશું કે પિતાના વજન અને ઈશાના વજનનો ગુણોત્તર $= \frac{75}{25} = \frac{3}{1} = 3:1$

(જેને ત્રણ જેમ એક વંચાય.)

પેનની કિંમત અને પેન્સિલની કિંમતનો ગુણોત્તર $= \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5:1$

હવે નીચેની વિગતો જુઓ :

વર્ગમાં 20 છોકરાઓ અને 40 છોકરીઓ છે, તો નીચેના ગુણોત્તર શોધો :

(a) છોકરીઓની સંખ્યા અને વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા

(b) છોકરાઓની સંખ્યા અને વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા

પહેલાં આપણે વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા શોધવી જરૂરી છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. વર્ગમાં 20 છોકરાઓ અને 40 છોકરીઓ છે. છોકરાઓની કુલ સંખ્યા અને છોકરીઓની 5 સંખ્યાનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ?
2. રવિ એક કલાકમાં 6 કિમી જ્યારે રોશન એક કલાકમાં 4 કિમી અંતર ચાલે છે. રવિએ કાપેલ અંતર અને રોશને કાપેલ અંતરનો ગુણોત્તર શો હશે ?

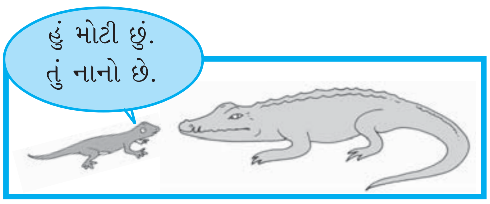
છોકરીઓની સંખ્યા + છોકરાઓની સંખ્યા = 20 + 40 = 60. આમ, છોકરીઓની સંખ્યા અને કુલ સંખ્યાનો ગુણોત્તર $= \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

વિભાગ (b)નો જવાબ પણ આ જ રીતે શોધો.

હવે નીચેનું ઉદાહરણ ધ્યાનથી જુઓ :

ગરોળીની લંબાઈ 20 સેમી છે, જ્યારે મગરની લંબાઈ 4 મીટર છે.

ગરોળીએ કહ્યું કે હું તારા કરતાં 5 ગણી મોટી છું.



આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આ ખરેખર વાહિયાત છે કે ગરોળીની લંબાઈ એ મગરની લંબાઈ કરતાં 5 ગણી હોય. તો શું ખોટું છે ? ધ્યાનથી જુઓ તો ગરોળીની લંબાઈ સેન્ટિમીટરમાં જ્યારે મગરની લંબાઈ મીટરમાં આપેલ છે. તેથી આપણે લંબાઈને સરખા એકમમાં ફેરવીશું.

મગરની લંબાઈ = 4 મી = $4 \times 100 = 400$ સેમી

તેથી ગરોળીની લંબાઈ અને મગરની લંબાઈનો ગુણોત્તર

$$= \frac{20}{400} = \frac{1}{20} = 1:20$$

બે ગુણોત્તર 1:20 અને 20:1 એ બંને એકબીજાથી ભિન્ન છે. ગુણોત્તર 1:20 એ ગરોળીની લંબાઈ અને મગરની લંબાઈનો ગુણોત્તર છે જ્યારે 20:1 એ મગરની લંબાઈ અને ગરોળીની લંબાઈનો ગુણોત્તર છે.

બીજું એક ઉદાહરણ ધ્યાનથી જુઓ.

પેન્સિલની લંબાઈ 18 સેમી અને વ્યાસ 8 મિમિ છે. પેન્સિલના વ્યાસ અને પેન્સિલની લંબાઈનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ? અહીં પેન્સિલના વ્યાસ અને તેની લંબાઈ જુદા-જુદા એકમમાં દર્શાવેલ છે. પહેલાં આપણે તેને એકસરખા એકમમાં ફેરવવા જરૂરી છે.

આમ, પેન્સિલની લંબાઈ = 18 સેમી = 18×10 મિમિ = 180 મિમિ

પેન્સિલના વ્યાસ અને પેન્સિલની લંબાઈનો ગુણોત્તર $= \frac{8}{180} = \frac{2}{45} = 2:45$

જુદા-જુદા એકમો ધરાવતા બે જુદાં જથ્થાઓની સરખામણી માટેનાં વધુ ઉદાહરણો વિચારીએ.

પ્રયત્ન કરો.

1. ઘરેથી શાળાએ પહોંચવા માટે સૌરભ 15 મિનિટ લે છે, જ્યારે ઘરેથી શાળાએ પહોંચવા સચીન એક કલાક લે છે. સૌરભે લીધેલા સમયનો અને સચીને લીધેલા સમયનો ગુણોત્તર શોધો.
2. એક ટૉફીની કિંમત 50 પૈસા છે, જ્યારે ચોકલેટની કિંમત ₹ 10 છે, તો ટૉફી અને ચોકલેટની કિંમતનો ગુણોત્તર શોધો.
3. શાળામાં વર્ષમાં 73 રજાઓ હોય છે. રજાઓની સંખ્યા અને વર્ષના કુલ દિવસની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.


A

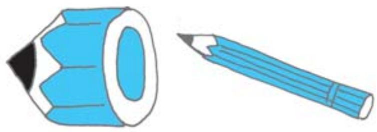

B

ગુણોત્તરનો ખ્યાલ આપતા હોય તેવી ઘણી પરિસ્થિતિમાં અજાણપણે આપણે તેનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

આપેલ ચિત્રો A અને Bની સરખામણી કરો. B એ A કરતાં વધુ સહજ દેખાય છે, તે સ્વાભાવિક છે. શા માટે ?

ચિત્ર Aના પગ શરીરના બીજા ભાગોની સરખામણીમાં ખૂબ જ લાંબા છે. આપણે સામાન્ય રીતે પગની લંબાઈ અને આખા શરીરની લંબાઈના ગુણોત્તરની અપેક્ષા રાખીએ છીએ ?

પેન્સિલનાં બે ચિત્રોની સરખામણી કરો : પહેલી દેખાતી પેન્સિલ એ આખી પેન્સિલ છે ? ના.



શા માટે નહિ ? તેનું કારણ એ છે કે પેન્સિલની જાડાઈ અને લંબાઈનો સાચો ગુણોત્તર મળી શકે નહિ.

જુદી-જુદી પરિસ્થિતિમાં સરખા ગુણોત્તર

નીચેનાને ધ્યાનથી જુઓ :

- એક રૂમની લંબાઈ 30 મીટર અને પહોળાઈ 20 મીટર છે. તેથી રૂમની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર $= \frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 3:2$
- 24 છોકરીઓ અને 16 છોકરાઓ પર્યટન પર જાય છે. છોકરીઓ અને છોકરાઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 3:2$
- બંને ઉદાહરણમાં ગુણોત્તર 3:2 છે.
- નોંધો કે 30 : 20 અને 24 : 16 નો ગુણોત્તર અને તેમનાં સંક્ષિપ્ત રૂપ સરખાં છે. જે 3:2 છે. આ ગુણોત્તરો સરખા છે.
- 3:2 નો ગુણોત્તર થતો હોય તેવાં વધુ ઉદાહરણ તમે વિચારી શકશો ?
- ટેબલની પહોળાઈનો લંબાઈ સાથેનો ગુણાકાર 2:3 છે.
- શીના પાસે 2 લખોટી છે અને તેની મિત્ર શબનમ પાસે 3 લખોટી છે.

આ ગુણોત્તર માટેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતાં વધુ ઉદાહરણો તમે આપી શકશો ? તમારા મિત્રને કોઈ ગુણોત્તર પૂછો અને તેમને તે પ્રકારની પરિસ્થિતિ રચવા કહો.

રવિ અને રાનીએ ધંધો શરૂ કર્યો અને પૈસાનું રોકાણ 2:3 ના પ્રમાણમાં કર્યું.

એક વર્ષ પછી કુલ નફો 40,000 થયો.

રવિએ કહ્યું કે આપણે તેના બે સરખા ભાગ કરીએ. રાનીએ કહ્યું કે મને વધારે મળવા જોઈએ, કારણ કે મેં વધારે રોકેલા છે.

પછી એવું નક્કી કરવામાં આવ્યું કે તેમણે રોકેલ પૈસાના ગુણોત્તર પ્રમાણે નફો વહેંચવામાં આવે.

અહીં, ગુણોત્તર 2:3 ના પદો 2 અને 3 છે.

આ બંને પદનો સરવાળો $2 + 3 = 5$

આનો અર્થ શું થશે ?

આનો અર્થ એ થયો કે જો નફો ₹ 5 થાય તો રવિને 2 રૂપિયા મળે અને રાનીને 3 રૂપિયા મળે અથવા આપણે કહી શકીએ કે કુલ 5 ભાગમાંથી રવિ 2 ભાગ અને રાની 3 ભાગ મેળવશે.

એટલે કે, રવિ કુલ નફાના $\frac{2}{5}$ અને રાની $\frac{3}{5}$ મેળવશે.

જો કુલ નફો ₹ 500 હોત તો

રવિ ₹ $\frac{2}{5} \times 500 =$ ₹ 200 મેળવશે.

અને રાની ₹ $\frac{3}{5} \times 500 =$ ₹ 300 મેળવશે.

હવે જો નફો ₹ 40,000 હોય તો દરેકને કેટલો હિસ્સો મળશે તે શોધી શકશો ?

રવિનો હિસ્સો = ₹ $\frac{2}{5} \times 40{,}000 =$ ₹ 16,000

રાનીનો હિસ્સો = ₹ $\frac{3}{5} \times 40{,}000 =$ ₹ 24,000

તમે વધુ ઉદાહરણ વિચારી શકો કે જેમાં વસ્તુઓને આ ગુણોત્તરમાં વહેંચી શકો ? 3 ઉદાહરણ બનાવો અને તમારા મિત્રને તે ઉકેલવા કહો.

ચાલો, આ પ્રકારના પ્રશ્નો જોઈએ અને તેને ઉકેલીએ.

પ્રયત્ન કરો.

1. તમારા દફતરમાં રહેલી નોટબુકની સંખ્યા અને ચોપડીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
2. તમારા વર્ગની પાટલીઓની સંખ્યા અને ખુરશીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
3. તમારા વર્ગમાંથી 12 વર્ષથી વધુ ઉંમરના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધી કાઢો. પછી 12 વર્ષથી મોટી ઉંમરના વિદ્યાર્થીઓ અને બાકી રહેલા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
4. તમારા વર્ગમાં રહેલાં બારણાં અને બારીની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
5. કોઈ લંબચોરસ દોરી તેની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર શોધો.

ઉદાહરણ 1 : એક લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 50 મીટર અને 15 મીટર છે. આ ખેતરની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ = 50 મીટર

લંબચોરસ ખેતરની પહોળાઈ = 15 મીટર

લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 50:15 છે.

ગુણોત્તરને $\frac{50}{15}$ લખી શકાય.

ગુણોત્તર $= \frac{50}{15} = \frac{50 \div 5}{15 \div 5} = \frac{10}{3} = 10:3$

આમ, માંગેલો ગુણોત્તર 10:3 થશે.

ઉદાહરણ 2 : 90 સેમી અને 1.5 મીટરનો ગુણોત્તર શોધો :

ઉકેલ : આ બંને માપ એક જ એકમમાં નથી, તેથી આપણે તેમને સરખા એકમમાં ફેરવીશું.

1.5 મીટર = 1.5 × 100 સેમી = 150 સેમી

તેથી જરૂરી ગુણોત્તર 90 : 150 થશે.

$$= \frac{90}{150} = \frac{30\times3}{30\times5} = \frac{3}{5}$$

આમ, માંગેલો ગુણોત્તર 3 : 5 થશે.

ઉદાહરણ 3 : એક ઑફિસમાં 45 લોકો કામ કરે છે. જો સ્ત્રીઓની સંખ્યા 25 હોય અને બાકીના પુરુષો હોય તો નીચેનાનો ગુણોત્તર શોધો :

(a) સ્ત્રીઓની સંખ્યા અને પુરુષોની સંખ્યાનો

(b) પુરુષોની સંખ્યા અને સ્ત્રીઓની સંખ્યાનો

ઉકેલ : સ્ત્રીઓની સંખ્યા = 25

કામ કરનારની કુલ સંખ્યા = 45

ભાઈઓની સંખ્યા = 45 – 25 = 20

તેથી, પુરુષોની સંખ્યા અને સ્ત્રીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 25:20 = 5:4

અને પુરુષોની સંખ્યા અને સ્ત્રીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 20:25 = 4:5

(યાદ રાખો કે ગુણોત્તર 5:4 અને 4:5 સમાન નથી.)

ઉદાહરણ 4 : 6:4 ને સમાન હોય તેવા બે ગુણોત્તર આપો.

ઉકેલ : ગુણોત્તર 6:4 = $\frac{6}{4} = \frac{6\times2}{4\times2} = \frac{12}{8}$

આમ, 12:8 એ 6:4 ને સમાન બીજો ગુણોત્તર છે.

તે જ રીતે,

ગુણોત્તર 6:4 = $\frac{6}{4} = \frac{3\times2}{2\times2} = \frac{3}{2}$

તેથી, 3:2 એ 6:4 ને સમાન ગુણોત્તર છે.

એટલે કે, આપણે સમાન ગુણોત્તર અંશ અને છેદને સરખી સંખ્યા વડે ગુણવાથી કે ભાગવાથી મેળવી શકીએ છીએ.

6:4ને સમાન હોય તેવા બીજા બે ગુણોત્તર લખો.

ઉદાહરણ 5 : ખાનામાં ખૂટતી સંખ્યા શોધી કાઢો.

$$\frac{14}{21} = \frac{\square}{3} = \frac{6}{\square}$$

ઉકેલ : ક્રમમાં પહેલાં ખાનામાંનો નંબર શોધીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે 21 = 3 × 7 એટલે કે જ્યારે આપણે 21ને 7 વડે ભાગીશું તો આપણને 3 મળશે.

આ જ રીતે,

બીજા ખાનામાંની સંખ્યા શોધીએ. 14ને પણ 7 વડે ભાગી શકાય.

જ્યારે આપણે ભાગીશું તો આપણને $14 \div 7 = 2$ મળશે.

અહીં બીજો ગુણોત્તર $\frac{2}{3}$ છે.

તે જ રીતે ત્રીજો ગુણોત્તર મેળવવા માટે આપણે બીજા ગુણોત્તરનાં બંને પદોને 3 વડે ગુણીશું. શા માટે ?

અહીં ત્રીજો ગુણોત્તર $\frac{6}{9}$ છે. (આ બધા જ સમાન ગુણોત્તરો છે.)

ઉદાહરણ 6 : મેરીના ઘરથી શાળાનું અંતર અને જ્હોનના ઘરથી શાળા વચ્ચેના અંતરનો ગુણોત્તર 2:1 છે.

(a) કોણ શાળાથી વધુ નજીક રહે છે ?

(b) નીચેનું મેરી અને જ્હોનના રહેઠાણથી શાળાનું શક્ય તેટલું અંતર દર્શાવેલ છે. તેને આધારે કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

મેરીના ઘરથી શાળાનું અંતર (કિમી)	10		4		
જ્હોનના ઘરથી શાળાનું અંતર (કિમી)	5	4		3	1

(c) જો મેરીના ઘર અને કલામના ઘરના શાળાથી અંતરનો ગુણોત્તર 1:2 હોય, તો શાળાથી કોણ વધુ નજીક રહેશે ?

ઉકેલ : (a) જ્હોન શાળાની વધુ નજીક રહેશે (કારણ કે ગુણોત્તર 2:1) છે.

(b)

મેરીના ઘરનું શાળાથી અંતર (કિમી)	10	8	4	6	2
જ્હોનના ઘરનું શાળાથી અંતર (કિમી)	5	4	2	3	1

(c) અહીં ગુણોત્તર 1:2 છે. તેથી મેરી શાળાની વધુ નજીક રહેશે.

ઉદાહરણ 7 : ક્રિતિ અને કિરણ વચ્ચે ₹ 60 ને 1:2 ના પ્રમાણમાં વહેંચો.

ઉકેલ : બે ભાગ 1 અને 2 છે.

તેથી બંને ભાગનો સરવાળો $1 + 2 = 3$

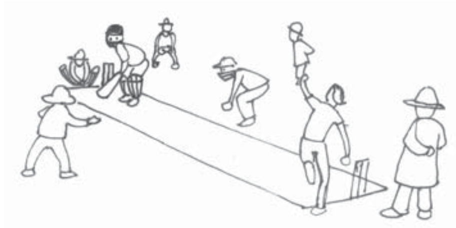
તેનો અર્થ એ છે કે જો ₹ 3 હોય તો ક્રિતિને ₹ 1 અને કિરણને ₹ 2 મળશે. અથવા આપણે કહીશું કે કુલ 3 ભાગમાંથી ક્રિતિને 1 ભાગ જ્યારે કિરણને 2 ભાગ મળશે.

તેથી, ક્રિતિનો હિસ્સો = $\frac{1}{3} \times 60 =$ ₹ 20

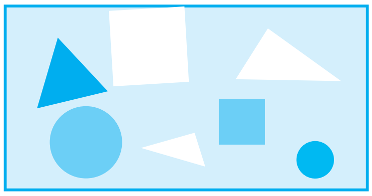
અને કિરણનો હિસ્સો = $\frac{2}{3} \times 60 =$ ₹ 40

સ્વાધ્યાય 12.1

1. એક વર્ગમાં 20 છોકરીઓ અને 15 છોકરાઓ છે.
   (a) છોકરીઓની સંખ્યા અને છોકરાઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર કેટલો છે ?
   (b) છોકરીઓ અને વર્ગના કુલ વિદ્યાર્થીઓનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ?
2. વર્ગના 30 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 6 ને ફૂટબૉલ, 12ને ક્રિકેટ અને બાકીનાને ટેનિસ ગમે છે, તો નીચેના ગુણોત્તર શોધો :
   (a) ફૂટબૉલ ગમે છે તેવા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને ટેનિસ ગમે છે તેવા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
   (b) ક્રિકેટ ગમે છે તેવા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા



3. બાજુની આકૃતિ પરથી ગુણોત્તર શોધો.
   (a) લંબચોરસની અંદર આવેલા ત્રિકોણની સંખ્યા અને વર્તુળની સંખ્યાનો
   (b) લંબચોરસની અંદર આવેલા ચોરસની સંખ્યા અને કુલ આકારની સંખ્યાનો
   (c) લંબચોરસની અંદર આવેલા વર્તુળની સંખ્યા અને કુલ આકારની સંખ્યાનો



4. હમીદ અને અખ્તર અનુક્રમે 1 કલાકમાં 9 કિમી અને 12 કિમી અંતર કાપે છે. હમીદની ઝડપ અને અખ્તરની ઝડપનો ગુણોત્તર શોધો.
5. નીચેનાં ખાનાં પૂર્ણ કરો :

   $\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$ (શું આ ગુણોત્તરો સરખા છે ?)
6. નીચેનાનો ગુણોત્તર શોધો :
   (a) 81 અને 108 (b) 98 અને 63
   (c) 33 કિમી અને 121 કિમી (d) 30 મિનિટ અને 45 મિનિટ
7. નીચેનાનો ગુણોત્તર શોધો :
   (a) 30 મિનિટ અને 1.5 કલાક (b) 40 સેમી અને 1.5 મીટર
   (c) 55 પૈસા અને 1 રૂપિયો (d) 500 મિલિ અને 2 લિટર
8. એક વર્ષમાં સીમા ₹ 1,50,000 કમાય છે અને ₹ 50,000 બચત કરે છે, તો નીચેના ગુણોત્તર શોધો :
   (a) સીમા કમાય છે તે રકમ અને તે બચત કરે છે, તે રકમનો
   (b) તેણે બચાવેલ રકમ અને તેણે ખર્ચ કરેલ રકમનો
9. 3300 વિદ્યાર્થીઓની એક શાળામાં 102 શિક્ષકો છે. શિક્ષકોની સંખ્યા અને વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો :
10. એક કોલેજના 4320 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 2300 છોકરીઓ છે, તો નીચેના ગુણોત્તર શોધો :
    (a) છોકરીઓની સંખ્યા અને કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
    (b) છોકરાઓની સંખ્યા અને છોકરીઓની સંખ્યાનો

(c) છોકરાઓની સંખ્યા અને કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાઓ

11. શાળાના 1800 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 750 એ બાસ્કેટબૉલ, 800 એ ક્રિકેટ અને બાકીનાએ ટેબલટેનિસની રમત પસંદ કરી. જો દરેક વિદ્યાર્થીએ માત્ર એક જ રમત પસંદ કરી હોય તો નીચેના ગુણોત્તર શોધો :

   (a) બાસ્કેટબૉલ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓ અને ટેનિસ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓ

   (b) ક્રિકેટ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓ અને બાસ્કેટબૉલ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓ

   (c) બાસ્કેટબૉલ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓ અને કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

12. એક ડઝન પેનની કિંમત 180 રૂપિયા અને 8 બૉલપેનની કિંમત 56 રૂપિયા છે. પેન અને બૉલપેનની કિંમતનો ગુણોત્તર શોધો.

13. આપેલું વિધાન વિચારો : એક સભાખંડની પહોળાઈ અને લંબાઈનો ગુણોત્તર 2:5 છે. હૉલની આપેલ પહોળાઈ અને લંબાઈના આધારે નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો :

સભાખંડની પહોળાઈ (મીટરમાં)	10		40
સભાખંડની લંબાઈ (મીટરમાં)	25	50	

14. શીલા અને સંગીતા વચ્ચે 20 પેન 3:2ના ગુણોત્તરમાં વહેંચો.

15. એક માતા પોતાની બે દીકરીઓ શ્રેયા અને ભૂમિકા વચ્ચે ₹ 36 તેમની ઉંમરના ગુણોત્તરને આધારે વહેંચવા માગે છે. જો શ્રેયાની ઉંમર 15 વર્ષ અને ભૂમિકાની ઉંમર 12 વર્ષ છે, તો ભૂમિકા અને શ્રેયાને કેટલા રૂપિયા મળશે ?

16. પિતાની હાલની ઉંમર 42 વર્ષ છે અને તેના પુત્રની ઉંમર 14 વર્ષ છે. નીચેના ગુણોત્તર શોધો :

   (a) પિતાની હાલની ઉંમર અને પુત્રની હાલની ઉંમર

   (b) જો પુત્ર 12 વર્ષનો હોય તો પિતાની ઉંમર અને પુત્રની ઉંમર

   (c) 10 વર્ષ પછી પિતા અને પુત્રની ઉંમરનો

   (d) પિતા 30 વર્ષના હતા, ત્યારે પિતા અને પુત્રની ઉંમરનો

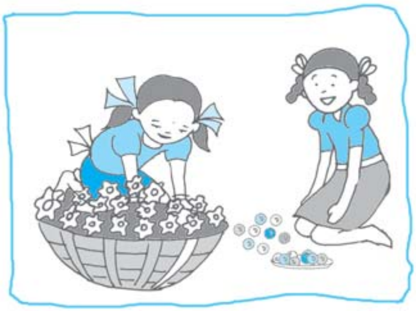
12.3 પ્રમાણ (Proportion)

નીચેની પરિસ્થિતિ વિચારો :

રાજુ બજારમાં ટામેટાં ખરીદવા ગયો. એક દુકાનદારે તેને કહ્યું કે ટામેટાંની કિંમત 5 કિગ્રાના 40 રૂપિયા છે. બીજા દુકાનદારે 6 કિગ્રાના 42 રૂપિયા કહ્યા. તો હવે રાજુ શું કરશે ? તે ટામેટાં પહેલા દુકાનદાર કે બીજા દુકાનદાર પાસેથી ખરીદશે ? તેને તફાવત લઈને સરખામણી કરવા તેનો નિર્ણય મદદરૂપ થશે ? ના, શા માટે નહિ ?

તેને મદદ કરવા કોઈ રસ્તો વિચારો, તમારા મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો. નીચેનું બીજું ઉદાહરણ વિચારો :

ભાવિકા પાસે 28 લખોટીઓ જ્યારે વીની પાસે 180 ફૂલ છે. તેઓ એકબીજાની વચ્ચે તે



વહેંચવા ઈચ્છે છે. ભાવિકા વીનીને 14 લખોટી આપે છે પરંતુ વીનીને સંતોષ થતો નથી તેને એવું લાગે છે કે ભાવિકાને તેણે જે લખોટી આપી છે, તેના કરતાં વધુ ફૂલો તેને મળવાં જોઈએ.

તમે શું વિચારો છો ? શું વીની સાચી છે ?

આ પ્રશ્નના ઉકેલ માટે બંને છોકરીઓ વીનીની માતા પૂજા પાસે જાય છે.

પૂજા સમજાવે છે કે 28 લખોટીમાંથી 14 લખોટી ભાવિકાએ વીનીને આપી છે.

તેથી, ગુણોત્તર 14 : 28 = 1:2

અને 180 ફૂલોમાંથી 90 ફૂલ વીની ભાવિકાને આપે છે.

તેથી, ગુણોત્તર 90 : 180 = 1:2

અહીં બંને ગુણોત્તર સરખા છે, તેથી વહેંચણી સાચી છે.

બે મિત્રો અશ્મા અને પંખુરી બજારમાં માથામાં ભરાવવાની પિન ખરીદવા ગયા. તેઓએ 20 પિન ₹ 30માં ખરીદી અશ્માએ 12 રૂપિયા આપ્યા. જ્યારે પંખુરીએ ₹ 18 આપ્યા. ઘરે આવ્યા પછી અશ્માએ પંખુરીને કહ્યું કે તેને 10 પિન આપવામાં આવે, પરંતુ પંખુરીએ કહ્યું કે મેં વધારે રૂપિયા આપ્યા છે. તેથી મને વધુ પિન મળવી જોઈએ. તને 8 જ્યારે મને 12 પિન મળવી જોઈએ.

કહી શકશો કે કોણ સાચું છે? અશ્મા કે પંખુરી ? શા માટે ? અશ્માએ આપેલ રૂપિયા અને પંખુરીએ આપેલ રૂપિયાનો ગુણોત્તર ₹ 12 : ₹ 18 = 2:3

અશ્માના સૂચન પ્રમાણે અશ્મા પાસેની પિનની સંખ્યા અને પંખુરી પાસેની પિનની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 10:10 = 1:1 થશે.

પંખુરીનાં સૂચન પ્રમાણે અશ્મા પાસેની પિનની સંખ્યા અને પંખુરી પાસેની પિનની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 8:12 = 2:3 થશે.

હવે, અશ્માની વહેંચણીને ધ્યાનમાં લેતાં તેમની પાસેની પિનનો ગુણોત્તર અને તેમણે આપેલા પૈસાનો ગુણોત્તર સરખો નથી, પરંતુ પંખુરીની વહેંચણી પ્રમાણે બંને ગુણોત્તરો સમાન છે.

તેથી આપણે કહી શકીશું કે પંખુરીની વહેંચણી સાચી છે.

નીચેનું ઉદાહરણ વિચારો :

- રાજુએ 3 પેન 15 રૂપિયામાં અને અનુએ 10 પેન 50 રૂપિયામાં ખરીદી, તો કોની પેન વધુ મોંઘી ગણાય ?

  રાજુએ ખરીદેલ પેનની સંખ્યા અને અનુએ ખરીદેલ પેનની સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 3:10

  તેમની કિંમતોનો ગુણોત્તર = 15:50 = 3:10

  બંને ગુણોત્તર 3:10 અને 15:50 સરખા છે, તેથી બંનેએ સરખી કિંમતમાં પેન ખરીદી છે.

- રહીમ 2 કિલોગ્રામ સફરજન ₹ 60 માં જ્યારે રોશન 4 કિલોગ્રામ સફરજન ₹ 120 માં વેચે છે. કોનાં સફરજન વધુ મોંઘાં ગણાય ?

સફરજનના વજનનો ગુણોત્તર = 2 કિલોગ્રામ : 4 કિલોગ્રામ = 1:2

તેમની કિંમતનો ગુણોત્તર = ₹ 60 : ₹ 120 = 1:2

તેથી, સફરજનના વજનનો ગુણોત્તર = તેમની કિંમતનો ગુણોત્તર

અહીં બંને ગુણોત્તર સમાન છે. તેથી કહી શકીએ કે તેઓ પ્રમાણમાં છે. તેઓ સફરજન સરખા ભાવમાં વેચી રહ્યા છે.

જો બે ગુણોત્તરો સરખા હોય તો આપણે કહીશું કે તેઓ પ્રમાણમાં છે અને તેના માટેનો સંકેત ': :' અથવા '=' બે ગુણોત્તરનું સમીકરણ વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

પ્રથમ ઉદાહરણ માટે 3, 10, 15 અને 50 પ્રમાણમાં છે તેમ આપણે કહીશું. કે જેને 3:10 : : 15 : 50 એમ લખીશું. જેને 3 એ 10ના અને 15 એ 50ના પ્રમાણમાં એમ વાંચીશું અથવા તેને 3 :10 = 15 : 50 એમ બીજી રીતે પણ લખીશું.

બીજા ઉદાહરણ માટે આપણે કહીશું કે 2, 4, 60 અને 120 પ્રમાણમાં છે. જેને 2 : 4 : : 60 : 120 લખાય. **જેને 2 એ છે 4નો અને 60 એ છે, 120નો - એમ વાંચીશું.**

ચાલો, બીજું એક ઉદાહરણ જોઈએ.

અમાન 35 કિમી અંતર 2 કલાકમાં કાપે છે, તો તે આ જ ઝડપે 70 કિમી અંતર 4 કલાકમાં કાપી શકશે ?

હવે, અમાને કાપેલ બે અંતરો 35 અને 70નો ગુણોત્તર = 1:2 અને આ અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમયનો ગુણોત્તર 2 અને 4નો = 1:2.

તેથી બે ગુણોત્તર સરખા છે એટલે કે 35:70 = 2:4

આમ, આપણે કહી શકીએ કે ચાર સંખ્યાઓ 35, 70, 2 અને 4 પ્રમાણમાં છે.

તેથી આપણે તેમને લખી શકીએ કે 35:70 : : 2:4 અને જેને 35એ છે 70નો અને 2એ છે 4નો. તેથી કહી શકાય કે આ ઝડપે તે 70 કિમી અંતર 4 કલાકમાં કાપી શકશે.

હવે નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :

2 કિગ્રા સફરજનની કિંમત 60 રૂપિયા છે અને 5 કિગ્રા તરબૂચની કિંમત 15 રૂપિયા છે.

હવે, સફરજન અને તરબૂચના વજનનો ગુણોત્તર 2:5 છે અને સફરજનની કિંમત અને તરબૂચની કિંમતનો ગુણોત્તર 60:15 = 4:1 છે.

અહીં બે ગુણોત્તર 2:5 અને 60:15 એ સરખા નથી એટલે કે,

$2:5 \neq 60:15$

આમ ચાર સંખ્યાઓ 2, 5, 60 અને 15 પ્રમાણમાં નથી.

પ્રયત્ન કરો.

ચકાસો કે નીચે આપેલા ગુણોત્તરો સરખા છે. એટલે કે તે પ્રમાણમાં છે.

જો હા તો તેમને યોગ્ય રીતે લખો :

1. 1:5 અને 3:15
2. 2:9 અને 18:81
3. 15:45 અને 5:25
4. 4:12 અને 9:27
5. ₹ 10 છે ₹ 15નો અને 4 છે 6નો.

જો બે ગુણોત્તરો સરખા ન હોય તો આપણે કહીશું કે તે પ્રમાણમાં નથી. પ્રમાણના વિધાનમાં ક્રમમાં ગોઠવવામાં આવેલી ચારેય રાશિઓને પદ કહે છે. પ્રથમ અને ચોથા પદને અંત્યપદ તથા બીજા અને ત્રીજા પદને મધ્યપદ કહે છે.

આપેલા ઉદાહરણ માટે 35:70 : : 2:4; માં 35, 70, 2 અને 4 એમ ચાર પદો છે. 35 અને 4 અંતિમ પદ છે. 70 અને 2 એ મધ્ય પદ છે.

ઉદાહરણ 8 : ગુણોત્તરો 25 ગ્રામ : 30 ગ્રામ અને 40 કિગ્રા : 48 કિગ્રા પ્રમાણમાં છે ?

ઉકેલ : 25 ગ્રામ : 30 ગ્રામ $= \frac{25}{30} = 5:6$

40 કિગ્રા : 48 કિગ્રા $= \frac{40}{48} = 5:6$

તેથી $25:30 = 40:48$

આમ, ગુણોત્તરો 25 ગ્રામ : 30 ગ્રામ અને 40 કિગ્રા : 48 કિગ્રા પ્રમાણમાં છે.

એટલે કે, 25:30 : : 40:48

અહીં, મધ્ય પદ 30 અને 40 છે. જ્યારે અંત્ય પદ 25 અને 48 છે.

ઉદાહરણ 9 : શું 30, 40, 45 અને 60 પ્રમાણમાં છે ?

ઉકેલ : 30 અને 40નો ગુણોત્તર $= \frac{30}{40} = 3:4$

45 અને 60નો ગુણોત્તર$= \frac{45}{60} = 3:4$

તેથી $30 : 40 = 45:60$

આમ, 30, 40, 45 અને 60 પ્રમાણમાં છે.

ઉદાહરણ 10 : 15 સેમી અને 2 મીનો અને 10 સેકન્ડ અને 3 મિનિટનો ગુણોત્તર પ્રમાણમાં છે ?

ઉકેલ : 15 સેમી અને 2મીનો ગુણોત્તર $= 15:2 \times 100$ (1મી = 100 સેમી)

$= 15:200$

$= 3:40$

10 સેકન્ડ અને 3 મિનિટનો ગુણોત્તર $= 10:3 \times 60$ (1મિનિટ = 60 સેકન્ડ)

$= 10:180$

$= 1:18$

અહીં, $3:40 \neq 1:18$ તેથી આપેલો ગુણોત્તર એ પ્રમાણમાં નથી.

સ્વાધ્યાય 12.2

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓ પ્રમાણમાં છે કે નહિ તે નક્કી કરો :

   (a) 15, 45, 40, 120 (b) 33, 121, 9, 96 (c) 24, 28, 36, 48

   (d) 32, 48, 70, 210 (e) 4, 6, 8, 12 (f) 33, 44, 75, 100

2. નીચેનું દરેક વાક્ય ખરું છે કે ખોટું તે કહો :

   (a) 16 : 24 : : 20 : 30 (b) 21 : 6 : : 35 : 10 (c) 12 : 18 : : 28 : 12

   (d) 8 : 9 : : 24 : 27 (e) 5.2 : 3.9 : : 3 : 4 (f) 0.9 : 0.36 : : 10 : 4

3. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે ?

(a) 40 વ્યક્તિ : 200 વ્યક્તિ = ₹ 15 : ₹ 75

(b) 7.5 લિટર : 15 લિટર = 5 કિગ્રા : 10 કિગ્રા

(c) 99 કિગ્રા : 45 કિગ્રા = ₹ 44 : ₹ 20

(d) 32 મી : 64 મી = 6 સે : 12 સે

(e) 45 કિમી : 60 કિમી = 12 કલાક : 15 કલાક

4. આપેલા ગુણોત્તરો પ્રમાણમાં છે કે નહિ તે નક્કી કરો. જો ગુણોત્તર પ્રમાણમાં હોય તો તેના મધ્યમ પદ અને અંતિમ પદ લખો.

(a) 25 સેમી : 1 મી અને ₹ 40 : ₹ 160

(b) 39 લિટર : 65 લિટર અને 6 બોટલ : 10 બોટલ

(c) 2 કિગ્રા : 80 કિગ્રા અને 25 ગ્રામ : 625 ગ્રામ

(d) 200 મિલિ : 2.5 લિટર અને ₹ 4 : ₹ 50

12.4 એકાત્મક પદ્ધતિ (Unitary Method)

નીચેની પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરો :

- બે મિત્રો રેશ્મા અને સીમા બજારમાં નોટબુક ખરીદવા ગયા. રેશ્માએ 2 નોટબુક ₹ 24માં ખરીદી તો એક નોટબુકની કિંમત શું હશે ?
- એક સ્કૂટરને 80 કિમી અંતર કાપવા 2 લિટર પેટ્રોલની જરૂર પડે છે, તો 1 કિમી અંતર કાપવા કેટલા લિટર પેટ્રોલની જરૂર પડે ?

આ પ્રકારનાં ઉદાહરણો આપણે આપણા રોજિંદા જીવનમાં અનુભવીએ છીએ. આ તમે કેવી રીતે ઉકેલી શકશો ?

ફરીથી પ્રથમ ઉદાહરણને યાદ કરીએ :

2 નોટબુકની કિંમત ₹ 24 છે.

તેથી 1 નોટબુકની કિંમત ₹ 24 ÷ 2 = ₹ 12

હવે, તમે જો તેમને 5 નોટબુકની કિંમત શોધવાનું કહ્યું હોય તો તેની કિંમત ₹ 12 × 5 = ₹ 60 થશે.

બીજું ઉદાહરણ ફરીથી જોઈએ. આપણે જાણવું જરૂરી છે કે 1 કિમી અંતર કાપવા કેટલા લિટર પેટ્રોલની જરૂર પડે ?

80 કિમી અંતર કાપવા જોઈતું પેટ્રોલ = 2 લિટર

તેથી 1 કિમી અંતર કાપવા જોઈતું પેટ્રોલ લિટર = $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$ લિટર

હવે, તમને જો એમ પૂછવામાં આવે કે 120 કિમી અંતર કાપવા કેટલા લિટર પેટ્રોલની જરૂર પડે ?

જરૂરી પેટ્રોલ $\frac{1}{40} \times 120$ લિટર = 3 લિટર

એવી પદ્ધતિ કે જેમાં આપણે એક એકમની કિંમત શોધીએ અને પછી જરૂરી સંખ્યાના એકમોની કિંમત શોધીએ તો તે પદ્ધતિને એકાત્મક પદ્ધતિ (યુનિટરી મૅથડ) કહે છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. આ પ્રકારની ચાર સમસ્યાઓ શોધી તમારા મિત્રને તે ઉકેલવા કહો.
2. આપેલું કોષ્ટક વાંચી આપેલાં બૉક્સને પૂરો :

સમય	કરણે કાપેલું અંતર	ક્રિતિએ કાપેલું અંતર
2 કલાક	8 કિમી	6 કિમી
1 કલાક	4 કિમી	$\boxed{}$
4 કલાક	$\boxed{}$	$\boxed{}$

આપણે જોયું કે,

કરણે 2 કલાકમાં કાપેલું અંતર = 8 કિમી

કરણે 1 કલાકમાં કાપેલું અંતર = $\frac{8}{2}$ કિમી = 4 કિમી

આમ, કરને 4 કલાકમાં કાપેલું અંતર = 4 × 4 કિમી = 16 કિમી

તે જ રીતે ક્રિતિએ 4 કલાકમાં કાપેલું અંતર શોધી શકાય.

પહેલાં તેણે 1 કલાકમાં કાપેલું અંતર શોધવું પડશે.

ઉદાહરણ 11 : રસના 6 ડબાની કિંમત ₹ 210 છે, તો રસના 4 ડબાની કિંમત કેટલી હશે ?

ઉકેલ : રસના 6 ડબાની કિંમત = ₹ 210

તેથી રસના 1 ડબાની કિંમત = $\frac{210}{6}$ = ₹ 35

તેથી રસના 4 ડબાની કિંમત = ₹ 35 × 4 = 140 રૂપિયા

આમ રસના 4 ડબાની કિંમત ₹ 140 થશે.

ઉદાહરણ 12 : એક મોટરબાઈક 5 લિટર પેટ્રોલમાં 220 કિમી અંતર કાપે છે, તો 1.5 લિટર પેટ્રોલમાં તે કેટલું અંતર કાપશે ?

ઉકેલ : 5 લિટર પેટ્રોલમાં મોટરબાઈક 220 કિમી અંતર કાપે છે.

તેથી 1 લિટર પેટ્રોલમાં મોટરબાઈકે કાપેલું અંતર = $\frac{220}{5}$ કિમી

તેથી 1.5 લિટર પેટ્રોલમાં કાપેલું અંતર = $\frac{220}{5}$ × 1.5 કિમી

= $\frac{220}{5} \times \frac{15}{10}$ કિમી = 66 કિમી

આમ, મોટરબાઈક 1.5 લિટર પેટ્રોલમાં 66 કિમી અંતર કાપશે.

ઉદાહરણ 13 : એક ડઝન સાબુની કિંમત 153.60 રૂપિયા છે. આવા 15 સાબુની કિંમત કેટલી થશે ?

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે 1 ડઝન = 12 નંગ

અહીં 12 સાબુની કિંમત = ₹ 153.60

તેથી 1 સાબુની કિંમત = $\frac{153.60}{12}$ = ₹ 12.80

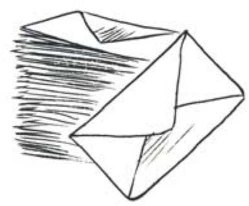
તેથી 15 સાબુની કિંમત = ₹ 12.80 × 15 = ₹ 192

આમ 15 સાબુની કિંમત ₹ 192 થશે.

ઉદાહરણ 14 : 105 પરબીડિયાંની કિંમત ₹ 35 છે. ₹ 10 માં કેટલાં પરબીડિયાં ખરીદી શકાશે ?

ઉકેલ : ₹ 35 માં ખરીદી શકાતાં પરબીડિયાંની સંખ્યા = 105

તેથી ₹ 1માં ખરીદી શકાતાં પરબીડિયાંની સંખ્યા = $\frac{105}{35}$



તેથી ₹ 10માં ખરીદી શકાતાં પરબીડિયાંની

સંખ્યા = $\frac{105}{35} \times 10 = 30$

આમ ₹ 10 માં 30 પરબીડિયાં ખરીદી શકાશે.

ઉદાહરણ 15 : એક ગાડી 90 કિમી અંતર $2\frac{1}{2}$ કલાકમાં કાપે છે.

(a) આ જ ઝડપે 30 કિમી અંતર કાપવા કેટલા સમયની જરૂર પડે ?

(b) આ ઝડપે 2 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ?

ઉકેલ : (a) અહીં ટાઈમ જાણતા નથી પણ અંતર જાણીએ છીએ, તેથી આપણે નીચે પ્રમાણેની રીતે કરીશું :

$2\frac{1}{2}$ કલાક = $\frac{5}{2}$ કલાક = $\frac{5}{2}$ × 60 મિનિટ = 150 મિનિટ

90 કિમી અંતર 150 મિનિટમાં કપાય છે.

તેથી, 1 કિમી અંતર $\frac{150}{90}$ મિનિટમાં કપાય.

તેથી, 30 કિમી અંતર $\frac{150}{90}$ × 30 મિનિટમાં કપાય. એટલે કે 50 મિનિટમાં,

આમ, 30 કિમી અંતર 50 મિનિટમાં કપાશે.

(b) અંતર જાણતાં ન હોય અને સમય જાણતાં હોય, તેવી પરિસ્થિતિમાં નીચે પ્રમાણેની રીતે કરીશું :

$2\frac{1}{2}$ કલાક (એટલે કે $\frac{5}{2}$ કલાક)માં કાપેલું અંતર 90 કિમી

તેથી એક કલાકમાં કાપેલું અંતર = $90 \div \frac{5}{2}$ કિમી

= $90 \times \frac{2}{5}$ = 36 કિમી

તેથી, 2 કલાકમાં કાપેલું અંતર = 36 × 2 = 72 કિમી

આમ, 2 કલાકમાં 72 કિમી અંતર કપાશે.

સ્વાધ્યાય 12.3

1. 7 મી કાપડની કિંમત ₹ 294 છે, તો 5 મી કાપડની કિંમત કેટલી હશે ?
2. એકતા 10 દિવસમાં ₹ 1500 કમાય છે, તે 30 દિવસમાં કેટલા રૂપિયા કમાશે ?
3. છેલ્લા 3 દિવસમાં 276 મિમિ વરસાદ પડ્યો. તો આખા અઠવાડિયા દરમિયાન (7 દિવસમાં કેટલો વરસાદ પડ્યો હશે ? (વરસાદ એકસરખા દરે પડે છે, તેમ ધારો.)
4. 5 કિગ્રા ઘઉંની કિંમત ₹ 30.50 છે.
   (a) 8 કિગ્રા ઘઉંની કિંમત કેટલી થશે ?
   (b) ₹ 61માં કેટલા કિલોગ્રામ ઘઉં મળશે ?
5. છેલ્લા 30 દિવસમાં તાપમાનમાં 15 અંશ સેલ્સિયસનો ઘટાડો થયો. જો તાપમાનના ઘટાડાનો દર એકસરખો રહ્યો હોય, તો 10 દિવસ પછી કેટલા અંશ તાપમાનમાં ઘટાડો થયો હશે ?
6. રીના 3 મહિનાનું ભાડું ₹ 7500 ચૂકવે છે. જો દર મહિને ભાડું સરખું રહેતું હોય, તો આખા વર્ષ દરમિયાન તે કેટલું ભાડું ચૂકવશે ?
7. જો 4 ડઝન કેળાંની કિંમત ₹ 60 હોય તો ₹ 12.50માં કેટલાં કેળાં ખરીદી શકાશે ?
8. 72 ચોપડીનું વજન 9 કિગ્રા હોય તો તેવી 40 ચોપડીનું વજન કેટલું થાય?
9. એક ટ્રકને 594 કિમી અંતર કાપવા માટે 108 લિટર ડીઝલની જરૂર પડે છે, તો 1650 કિમી અંતર કાપવા માટે તેને કેટલા લિટર ડીઝલની જરૂર પડશે ?
10. રાજુ ₹ 150 માં 10 પેન ખરીદે છે અને મનીષ 7 પેન ₹ 84માં ખરીદે છે. તમે કહી શકશો કે કોણે પેન સસ્તામાં ખરીદી ?
11. અનિષે 42 રન 6 ઓવરમાં અને અનુપે 63 રન 7 ઓવરમાં બનાવ્યા, તો દર ઓવરે કોણે વધુ રન બનાવ્યા ?

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. સરખા પ્રકારના પરિમાણની સરખામણી માટે સામાન્ય રીતે આપણે પરિમાણના તફાવતની રીત વાપરીએ છીએ.
2. ઘણી સ્થિતિમાં બે પરિમાણની વધુ અર્થપૂર્ણ સરખામણી માટે ભાગાકારની રીત વાપરીએ છીએ. એટલે કે એક જ પરિમાણ બીજા પરિમાણ કરતાં કેટલાં ગણું છે તે જોવા માટે આ સરખામણીની રીતને ગુણોત્તર વડે ઓળખીએ છીએ. દાખલા તરીકે ઈશાનું વજન 25 કિગ્રા અને તેના પિતાનું વજન 75 કિગ્રા છે. આપણે કહીશું કે ઈશાના પિતા અને ઈશાના વજનનો ગુણોત્તર 3:1 છે.
3. ગુણોત્તરની સરખામણી માટે બંને પરિમાણ એક જ એકમમાં હોવાં જોઈએ. જો તે ન હોય તો ગુણોત્તર લેતાં પહેલાં તેને એક જ એકમમાં ફેરવવાં જોઈએ.
4. જુદી-જુદી સ્થિતિમાં ગુણોત્તર સરખો આવી શકે છે.
5. નોંધો કે ગુણોત્તર 3:2 અને 2:3 જુદા જ છે. તમે કયા ક્રમમાં પરિમાણ લો છો તેના પર ગુણોત્તરનો આધાર છે.

6. ગુણોત્તરને અપૂર્ણાંક તરીકે દર્શાવાય છે, તેથી ગુણોત્તર 10:3 ને $\frac{10}{3}$ લખાય છે.

7. બે ગુણોત્તર ત્યારે જ સરખા હોય જ્યારે તેમને અનુરૂપ ગુણોત્તરો સરખા હોય, જેમ કે 3:2 અને 6:4 અથવા 12:8 સરખા છે.

8. ગુણોત્તરને અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપે દર્શાવેલ હોય છે. દાખલા તરીકે 50:15ને $\frac{50}{15}$ લખીએ છીએ. તેનું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ $\frac{50}{15} = \frac{10}{3}$ તેથી, 50:15 ગુણોત્તરનું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ એ ગુણોત્તર 10:3 છે.

9. ચાર પરિમાણોમાંથી જો પ્રથમ અને બીજા પરિમાણનો ગુણોત્તર એ ત્રીજા અને ચોથા પરિમાણના ગુણોત્તર જેટલો થાય તો આ ચારેય પરિમાણ પ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય. જેમ કે 3, 10, 15 અને 50 પ્રમાણમાં છે તેથી $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$ આપણે પ્રમાણને 3:10 : : 15:50 વડે દર્શાવીએ છીએ, જેને 3 અને 10 તથા 15 અને 50 પ્રમાણમાં છે એમ વંચાય. જેમાં 3 અને 10 નો ગુણોત્તર તથા 15 અને 50 નો ગુણોત્તર સરખો થાય એમ કહેવાય. ઉપરના પ્રમાણમાં 3 અને 50 અંત્ય પદ જ્યારે 10 અને 15 મધ્ય પદ છે.

10. પ્રમાણમાં પદોનો ક્રમ અગત્યનો છે. 3, 10, 15 અને 50 પ્રમાણમાં છે. પરંતુ 3, 10, 50 અને 15 નથી. એટલે કે $\frac{3}{10}$ અને $\frac{50}{15}$ સરખા નથી.

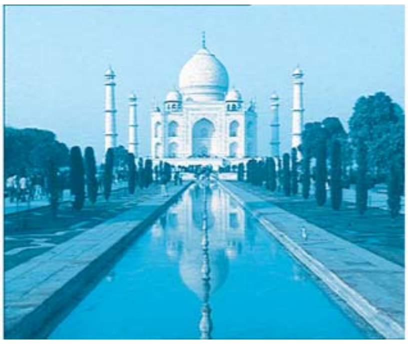
11. એવી પદ્ધતિ કે જેમાં આપણે પ્રથમ એક એકમની કિંમત શોધી પછી જરૂરી સંખ્યાના એકમોની કિંમત શોધવામાં આવે તો તે પદ્ધતિને એકાત્મક પદ્ધતિ (યુનિટરી મૅથડ) કહે છે. ધારો કે 6 ડબાની કિંમત ₹ 210 છે. એકાત્મક પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરી 4 ડબાની કિંમત શોધો. પ્રથમ આપણે 1 ડબાની કિંમત ₹ $\frac{210}{6}$ અથવા ₹ 35 શોધીશું. 4 ડબાની કિંમત $35 \times 4 =$ ₹ 140 શોધીશું.

સંમિતિ

પ્રકરણ 13

13.1 પ્રાસ્તાવિક

'સંમિતિ' (Symmetry) શબ્દ આપણા દૈનિક જીવનમાં વપરાતો શબ્દ છે. જ્યારે આપણે ચારે તરફથી સમાન માપ ધરાવતી સમતુલિત આકૃતિ જોઈએ છીએ ત્યારે **તે સંમિત છે એમ કહીએ છીએ.**

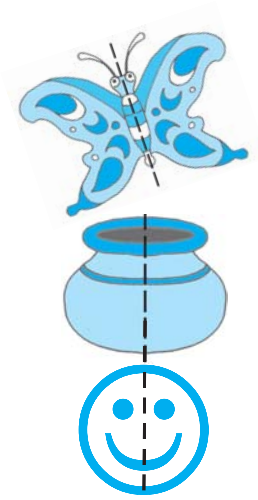


તાજમહાલ (ઉત્તરપ્રદેશ)

થીરુવનન્તમલાઈ (તમિલનાડુ)

સ્થાપત્ય ધરાવતા ઉપરનાં બાંધકામો તેની સંમિતિ (સમપ્રમાણતા)ને કારણે સુંદર જણાય છે.

આપણે કોઈ ચિત્રને એક ઊભી રેખા પર અડધું વાળીએ અને જો તે રેખાના ડાબી અને જમણી તરફના આકારો એકબીજા પર બરાબર બંધબેસતા આવે તો તે ચિત્ર તે રેખાની આસપાસ સંમિત છે, એમ કહેવાય. (આકૃતિ 13.1) આપણે જોઈ શકીએ કે બે અડધિયાં પરસ્પર અરીસામાં દેખાતા પ્રતિબિંબ જેવાં છે. જો આપણે ઊભી રેખા પર અરીસો ઊભો રાખીએ તો જણાશે કે એક તરફના ચિત્રનું અરીસામાં દેખાતું પ્રતિબિંબ બીજી તરફ ચિત્ર પર બંધબેસતું આવે છે. આવું જ્યારે થાય, ત્યારે જે રેખા પરથી કાગળ વાળ્યો હોય (કે જ્યાં અરીસો ગોઠવેલો છે) તે રેખાને તે ચિત્રની 'સંમિતિની રેખા' (અથવા સંમિતિની અક્ષ) કહેવાય છે.



આકૃતિ 13.1

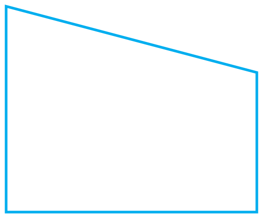
તમે અહીં જે ચિત્રો જુઓ છો તે સંમિત છે, શા માટે ?

જ્યારે તમે એ ચિત્રને તૂટક રેખાની આસપાસ વાળશો ત્યારે તેની એક બાજુનું અડધું ચિત્ર, બીજી તરફના અડધા ચિત્ર પર બરાબર બંધબેસતું આવે છે.

આકૃતિમાંની તૂટક રેખાને તમે શું નામ આપશો ?

એક અડધિયાનું ચિત્ર બીજા પર બરાબર આવે તે માટે અરીસાને ક્યાં ગોઠવશો ?

આકૃતિ 13.2માં દર્શાવેલું ચિત્ર સંમિત નથી. તમે કહી શકો કે શા માટે સંમિત નથી ?



આકૃતિ 13.2

13.2 સંમિત (Symmetric) આકૃતિઓ બનાવવી (શાહીની આભાસ આકૃતિ)

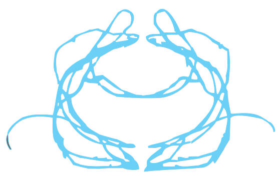
આ કરો :

કાગળનો એક ટુકડો લો. તેને વચ્ચેથી ગડી વાળો. હવે ખોલીને (એક) અડધા ભાગ પર શાહીનાં થોડાં ટીપાં નાખો અને ફરીથી બંને અડધિયાં ભેગાં કરી દબાવો. હવે ખોલો તો શું દેખાય છે ?

બનેલી આકૃતિ સંમિત છે ? જો હા, તો સંમિતિની રેખા કઈ છે ? શું એવી બીજી કોઈ રેખા મળે છે, જેના પર વાળવાથી બે એકસરખા આકારો મળે ?

આવી બીજી ભાત પણ બનાવો.

શાહીની દોરીથી મળતી ભાત



એક કાગળને અડધે (વચ્ચે)થી વાળો. એક અડધિયા પર, રંગીન શાહી અથવા જુદા-જુદા રંગમાં બોળેલી ટૂંકી (પાતળી) દોરીઓ ગોઠવો. હવે બંને ભાગને દબાવો. જે આકાર મળે તે જુઓ. શું તે સંમિત છે ? તેને કેટલી રીતે બે સરખા ભાગમાં વહેંચી શકાય ?

પ્રયત્ન કરો.

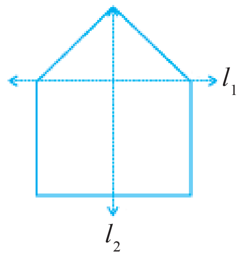
તમારા કંપાસબૉક્સમાં બે ત્રિકોણાકાર સાધનો છે. શું તે સંમિત છે ?

તમારા વર્ગખંડમાં દેખાતી કેટલીક વસ્તુઓ જેવી કે, કાળું પાટિયું, ટેબલ, દીવાલ, પાઠ્યપુસ્તક વગેરેની યાદી બનાવો. તેમાંની કઈ વસ્તુઓ સંમિત છે અને કઈ નથી? જે સંમિત છે, તેની સંમિતિની રેખા તમે નક્કી કરી શકો ?

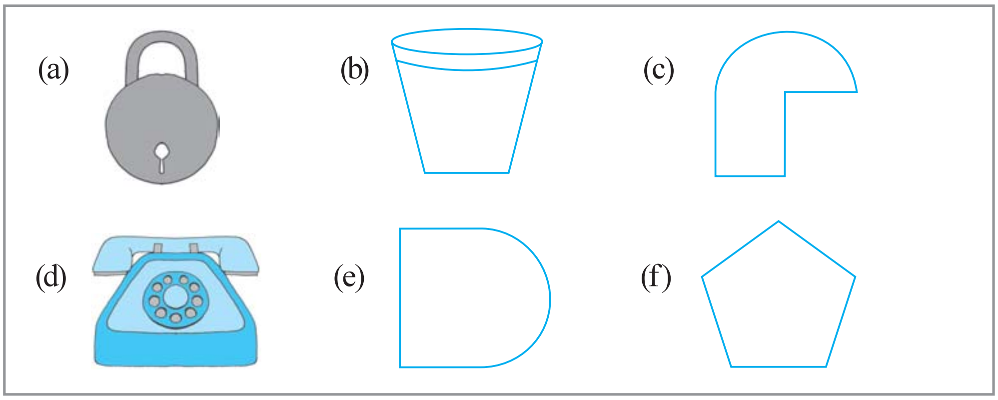
સ્વાધ્યાય 13.1

1. તમારા ઘર અથવા શાળામાંથી કોઈ પણ ચાર સંમિત વસ્તુઓની યાદી બનાવો.

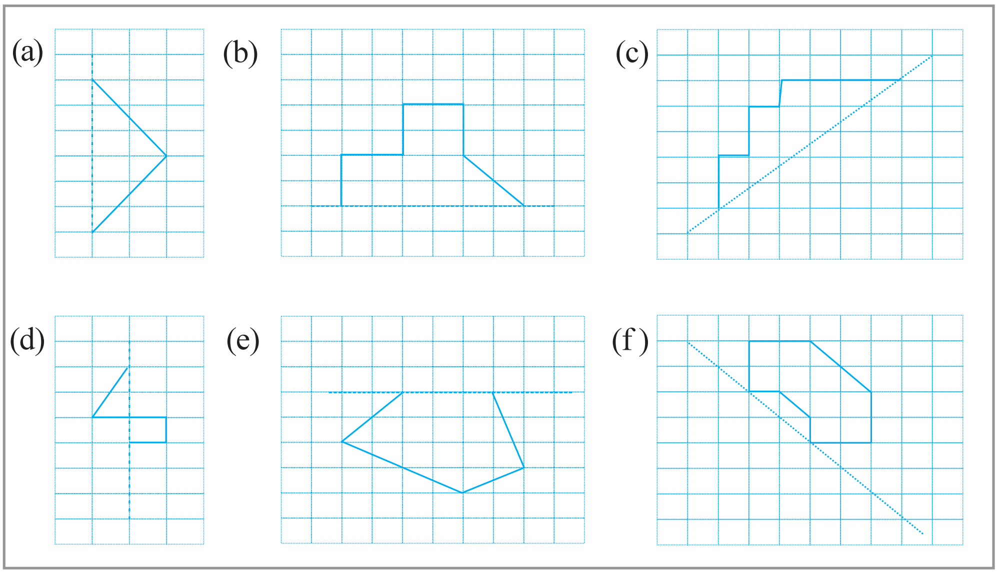
2. બાજુની આકૃતિમાં રેખા l_1 અને l_2માંથી કઈ રેખા અરીસાની રેખા છે ?



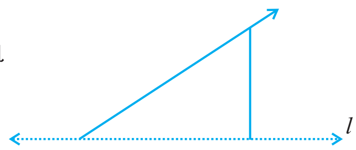
3. નીચે આપેલા આકારો ઓળખો. આ આકારો સંમિત છે કે નહિ તે ચકાસો. જો હોય તો સંમિતિની રેખા દોરો.



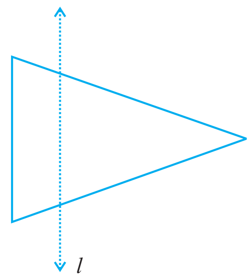
4. નીચેની આકૃતિઓની ચોરસ ખાનાવાળા કાગળ પર નકલ કરો. આવું ચોરસ ખાનાવાળું કાગળ તમે શરૂઆતનાં વર્ષોમાં તમારી અંકગણિતની નોટબુકમાં વાપર્યું હશે. પછી આ આકૃતિઓને એવી રીતે પૂરી કરો કે જેથી તેમાં દોરેલ તૂટક રેખા, તે આકૃતિની સંમિતિની રેખા બને.



5. બાજુની આકૃતિમાં રેખા l સંમિતિની રેખા છે. આકૃતિ સંમિત બને તે રીતે પૂરી કરો.



6. બાજુની આકૃતિમાં l સંમિતિની રેખા છે. ત્રિકોણ દોરો અને આકૃતિ એવી રીતે પૂરી કે જેથી તે સંમિત બને.



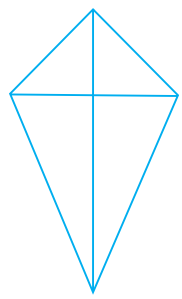
13.3 સંમિતિની બે રેખાઓવાળી આકૃતિઓ

આ કરો :

પતંગ

તમારા કંપાસબૉક્સમાં એક ત્રિકોણાકાર સાધન છે, જેના ખૂણાનાં માપ 30°, 60° અને 90° છે.

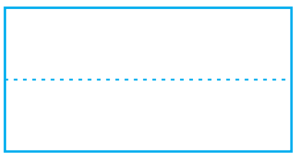
આવાં બે સમાન (એકરૂપ) (સરખામાપવાળાં) સાધનો લો. તેમને પાસપાસે ગોઠવીને બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવીને ‘પતંગ આકાર’ બનાવો.



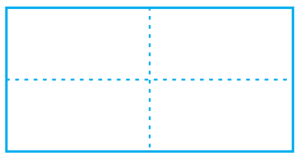
આ આકારને સંમિતિની કેટલી રેખાઓ છે ? શું તમને એમ લાગે છે કે કેટલાક આકારોમાં એક કરતાં વધુ સંમિતિની રેખાઓ હોઈ શકે ?

લંબચોરસ

કાગળનો લંબચોરસ ટુકડો (દા.ત. પોસ્ટકાર્ડ) લો. તેને તેની લંબાઈને સમાંતર બરાબર વચ્ચેથી એવી રીતે વાળો કે જેથી ઉપરનો અડધો ભાગ બીજા અડધા ભાગ પર બરાબર બંધબેસતો આવે. આ રીતે વાળવાથી મળતો સળ (રેખા) સંમિતિની રેખા છે ? શા માટે ?



પ્રથમ



બીજો

હવે તેને ખોલો અને ફરીથી એ જ રીતે પહોળાઈને સમાંતર વાળો. આ બીજો સળ (રેખા) પણ સંમિતિની રેખા છે ? શા માટે ?

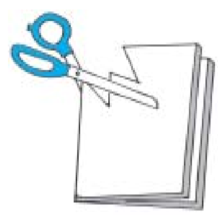
પ્રયત્ન કરો.

બે અથવા વધારે કાટખૂણિયા લઈને ભેગા કરીને બને એટલા વધુ આકારો બનાવો. તેમને ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર દોરો અને તેમની સંમિતિની રેખા નક્કી કરો.

તમને લાગે છે કે આ બંને રેખા સંમિતિની રેખા છે ?

બેવાર વાળેલા કાગળને કાપવો

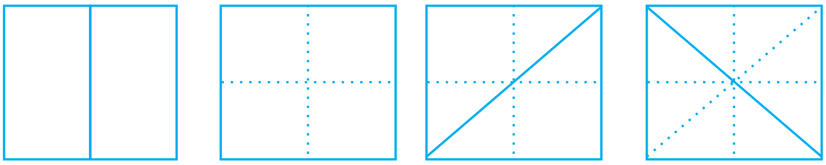
લંબચોરસ કાગળ લો. તેને એકવાર વાળો અને પછી બીજીવાર પણ વાળો. તેના પર કોઈ ભાત (આકૃતિ) દોરો. દોરેલી ભાત (આકૃતિ)ને કાપો અને કાગળ ખુલ્લો કરો. (કાગળ ખોલતાં પહેલાં કયો આકાર મળશે તેની ધારણા કરો.)



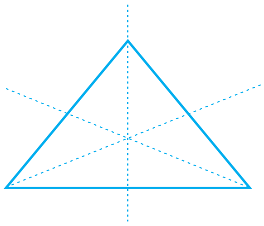
જે ભાગ કાપ્યો છે, તેની સંમિતિની રેખાઓ કેટલી છે ?

આવી વધુ ભાત (આકૃતિ) બનાવો.

13.4 બે થી વધુ સંમિતિની રેખાઓ ધરાવતી આકૃતિઓ



કાગળનો ચોરસ ટુકડો લો. તેને ઊભો (શિરોલંબ) અડધો વાળો. હવે તેને ફરીથી આડો (ક્ષૈતિજ) અડધો વાળો. (એટલે કે તમે બેવાર વાળ્યો છે.) હવે તેને ખોલી કાઢો અને ત્રીજીવાર તેના એક વિકર્ણ પર અડધો વાળો. ફરીથી તેને ખોલીને ચોથીવાર બીજા વિકર્ણ પર અડધો વાળો. આકૃતિ પ્રમાણે તેને ખોલી દો.

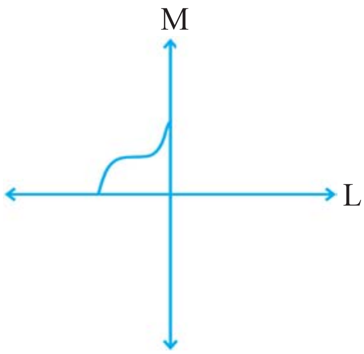


સમબાજુ ત્રિકોણ માટે ત્રણ સંમિતિ રેખાઓ

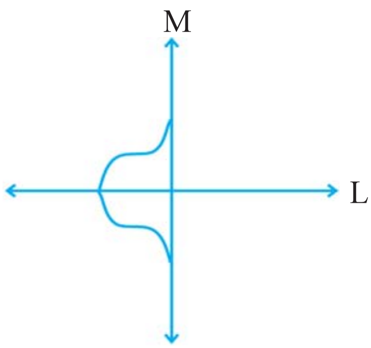
ઉપરના આકારને કેટલી સંમિતિની રેખાઓ છે ?

તમે સ્વાધ્યાય 13.1ના પ્રશ્ન 4માં કર્યું છે તે પ્રમાણે હવે બે સંમિતિની રેખાઓ માટે પણ આકૃતિની રચના શીખી શકીએ.

1. બાજુમાં દર્શાવેલી આકૃતિ જુઓ.



2. આપણે એને બે સંમિતિની રેખા મળે તે રીતે પૂર્ણ કરવી છે. ધારો કે આ બે રેખાઓ L અને M છે.

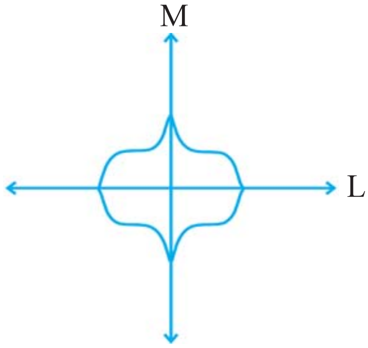


3. બાજુમાં બતાવ્યા પ્રમાણે રેખા L સંમિતિની રેખા બને એ રીતે ઉપરની રેખાનો નીચેનો ભાગ દોરીએ.

4. આકૃતિ પૂરી કરવા માટે આપણે રેખા M ને પણ સંમિતિની રેખા બનાવવી પડશે. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પૂર્ણ કરો.

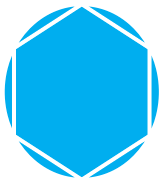
આ આકૃતિમાં સંમિતિની બે રેખાઓ L અને M છે. આ જ રીતે બીજી રેખાઓના ભાગને દોરીને બંનેની આસપાસ સંમિતિ રચો.

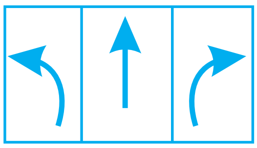
કેટલાક આકારોને એક સંમિતિ રેખા હોય છે, તો કેટલાકને બે સંમિતિની રેખાઓ હોય છે, તો વળી કેટલાકને ત્રણ કે વધુ સંમિતિની રેખાઓ પણ હોય છે. તમે એવી આકૃતિનો વિચાર કરી શકો કે જેને સંમિતિની 6 રેખાઓ હોય ?



બધે જ સંમિતિ, સંમિતિ !

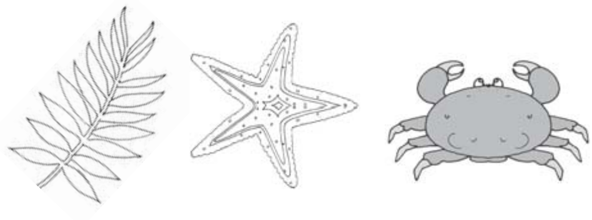
- તમે દરરોજ જુઓ છો તેવી રસ્તા પરની ઘણી નિશાનીઓ સંમિત હોય છે. જુઓ :



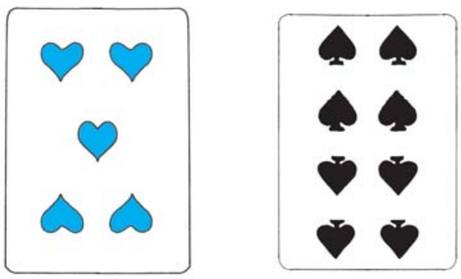


કેટલીક વધુ સંમિત નિશાનીઓ ઓળખો અને દોરો. તેની સંમિતિની રેખાઓ દર્શાવવાનું ભૂલશો નહિ.

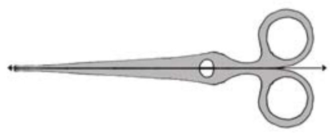
- કુદરતમાં પણ ઘણી વસ્તુઓના આકાર સંમિત હોય છે. જુઓ :



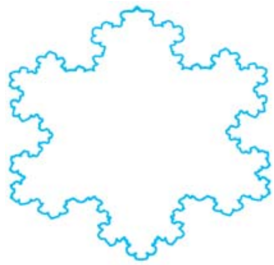
- રમવાનાં પત્તાંમાંના કેટલાકને સંમિતિની રેખા હોય છે. નીચેનાં પત્તાંની સંમિતિ શોધો :



- બાજુની કાતર જુઓ. તેને કેટલી સંમિતિની રેખાઓ છે ?

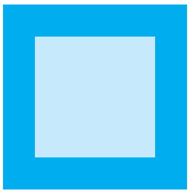


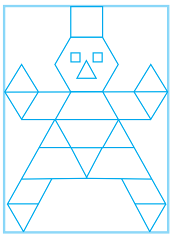
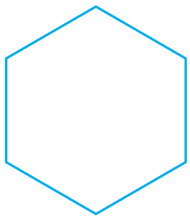
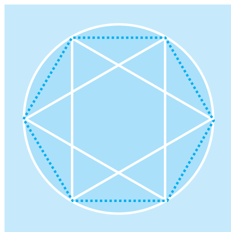
- આ સુંદર આકૃતિ જુઓ. એ Koch's Snowflake' તરીકે ઓળખાય છે. (જો તમારી પાસે કમ્પ્યૂટર હોય તો તેમાં “Fractals” લખીને શોધ કરો તો આવી ઘણી સુંદર આકૃતિઓ મળશે!) આ આકૃતિમાં સંમિતિની રેખાઓ શોધો.

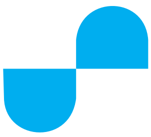
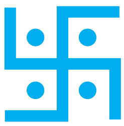
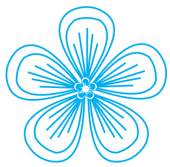


સ્વાધ્યાય 13.2

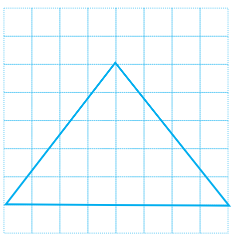
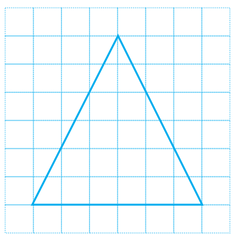
1. નીચેના દરેક આકાર માટે સંમિતિની રેખાઓની સંખ્યા શોધો :

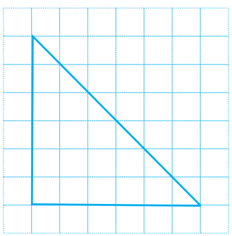
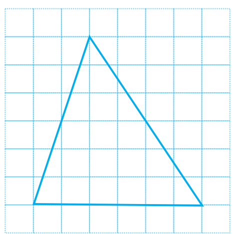
(a) 
(b)
(c)

(d) 
(e) 
(f) 

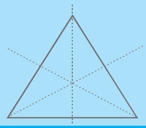
(g) 
(h) 
(i) 

2. નીચેની દરેક આકૃતિમાંના ત્રિકોણની ચોરસખાનાવાળા કાગળ પર નકલ કરો. દરેકની સંમિતિની રેખા(ઓ), જો હોય તો, શોધો અને ત્રિકોણનો પ્રકાર નક્કી કરો. (તમે કાગળ વાળીને પણ કરી શકો.)

(a) 
(b) 

(c) 
(d) 

3. નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો :

આકાર	કાચી આકૃતિ	સંમિતિની રેખાઓની સંખ્યા
સમબાજુ ત્રિકોણ		3
ચોરસ		
લંબચોરસ		
સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ		
સમબાજુ ચતુષ્કોણ		
વર્તુળ		

4. તમે એવો ત્રિકોણ દોરી શકો કે જેને -

(a) એક સંમિતિની રેખા હોય ?

(b) બે સંમિતિની રેખા હોય ?

(c) ત્રણ સંમિતિની રેખા હોય ?

(d) એક પણ સંમિતિની રેખા ન હોય ?

દરેક માટે કાચી આકૃતિ દોરો.

5. ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર નીચેના (આકાર) દોરો :

(a) એક ત્રિકોણ કે જે આડી રેખા પર સંમિત હોય પણ ઊભી રેખા પર ન હોય.

(b) એક ચતુષ્કોણ કે જે આડી અને ઊભી બંને રેખાને સંમિત હોય.

(c) એક ચતુષ્કોણ કે જે આડી રેખા પર સંમિત હોય પણ ઊભી રેખા પર ન હોય.

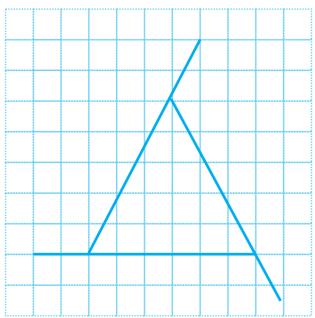
(d) એક ષટ્કોણ જેને બરાબર બે સંમિતિ રેખાઓ છે.

(e) એક ષટ્કોણ જેને છ સંમિતિ રેખાઓ છે.

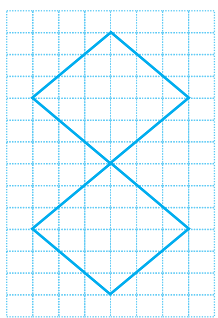
(**સૂચન :** તમે પહેલાં સંમિતિની રેખા દોરો અને પછી આકૃતિ પૂરી કરો તો સરળતા થશે.)

6. નીચેની આકૃતિઓની નકલ કરો અને જો હોય તો સંમિતિની રેખાઓ દોરો :

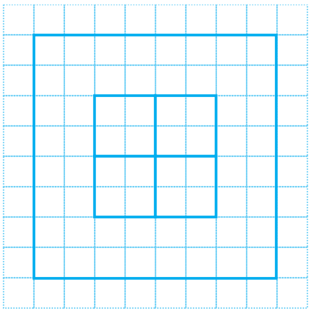
(a)



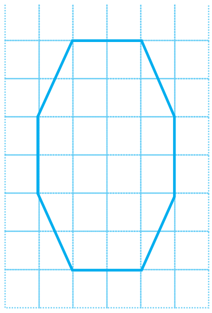
(b)



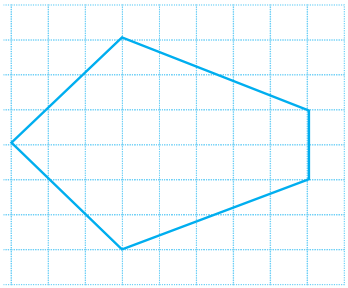
(c)



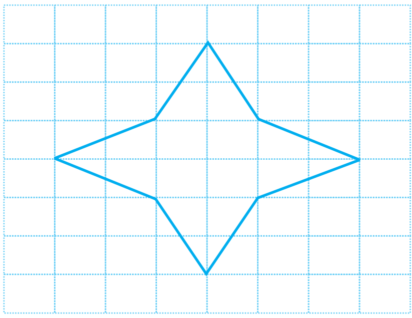
(d)



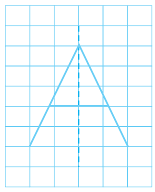
(e)



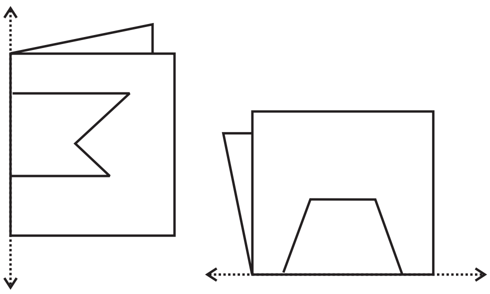
(f)



7. અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો A થી Z લો. તેમાંના એવા અક્ષરોની યાદી બનાવો, જેમાં -
   (a) સંમિતિની રેખા ઊભી હોય. (દા.ત., A)
   (b) સંમિતિની રેખા આડી હોય. (દા.ત., B)
   (c) સંમિતિની રેખા ન હોય. (દા.ત., Q) અથવા (કોઈ પણ રેખાને સંમિત ન હોય.)



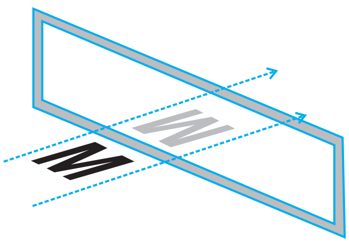
8. બાજુમાં ગડી વાળેલા કાગળ અને તેની ગડી પર દોરેલી ભાત દર્શાવી છે. દરેકમાં ભાતને કાપ્યા પછી મળતા આખા આકારની સાદી આકૃતિ દોરો.

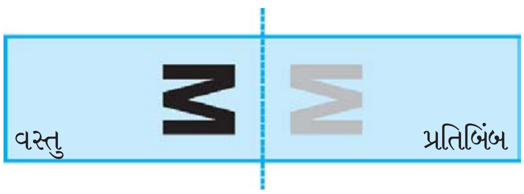


13.5 પરાવર્તન અને સંમિતિ (Reflection and Symmetry)

રેખાથી મળતી સંમિતિ અને અરીસામાં મળતા પ્રતિબિંબ સ્વાભાવિક રીતે જ પરસ્પર જોડાયેલાં છે.

નીચેના ચિત્રમાં અંગ્રેજી અક્ષર Mનું પ્રતિબિંબ દર્શાવેલ છે. અરીસો અદૃશ્ય છે એવી કલ્પના કરીને તમે M અને તેનું પ્રતિબિંબ જોઈ શકો.

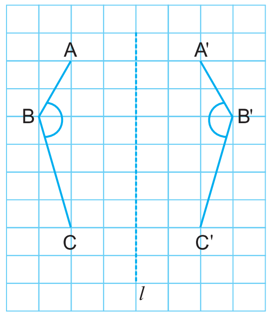




વસ્તુ અને તેનું પ્રતિબિંબ અરીસાના સંદર્ભમાં સંમિત છે. જો કાગળને વાળવામાં આવે તો પડતો સળ, સંમિતિની રેખા બને છે. આપણે એમ કહીએ કે પ્રતિબિંબ એ વસ્તુનું અરીસામાં થતું પરાવર્તન છે. તમે એ પણ જોઈ શકો કે જ્યારે કોઈ વસ્તુનું અરીસામાં (પરાવર્તન થઈ) પ્રતિબિંબ મળે છે ત્યારે વસ્તુની લંબાઈ અને ખૂણાઓ તથા પ્રતિબિંબની અનુરૂપ લંબાઈ અને ખૂણાઓ સમાન હોય છે. પરંતુ, મૂળ વસ્તુ અને પ્રતિબિંબ વચ્ચે એક બાબતમાં તફાવત આવે છે. તમે આ તફાવત શું છે, તેની ધારણા કરી શકો ?

(**સૂચના :** તમે જાતે અરીસા સામે ઊભા રહો.)

આ કરો :



ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર આકૃતિ ABC દોરો અને રેખા *l* ને અરીસાની રેખા લઈને તેનું પ્રતિબિંબ A'B'C' મેળવો.

$\overline{AB}$ અને $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$ અને $\overline{B'C'}$ તથા $\overline{AC}$ અને $\overline{A'C'}$ની લંબાઈ સરખાવો. શું તે ભિન્ન છે ? પ્રતિબિંબ બદલાય ત્યારે રેખાખંડની લંબાઈ બદલાય છે ?

કોણમાપકનો ઉપયોગ કરીને $\angle ABC$ અને $\angle A'B'C'$ ના માપ સરખાવો. શું પ્રતિબિંબના ખૂણાનું માપ બદલાયું છે ?

AA', BB' અને CC' જોડો. કોણમાપકનો ઉપયોગ કરીને રેખા *l* અને AA'; રેખા *l* અને $\overline{BB'}$ તથા રેખા *l* અને $\overline{CC'}$ વચ્ચેના ખૂણાનાં માપ મેળવો.

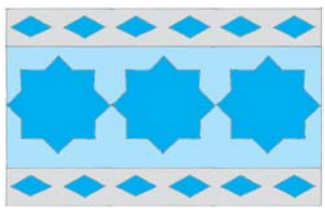
અરીસાની રેખા *l* અને મૂળ આકૃતિનાં બિંદુઓ અને તેના પ્રતિબિંબને જોડતા રેખાખંડો વચ્ચેના ખૂણા વિશે શું તારણ કાઢી શકાય છે ?

પ્રયત્ન કરો.

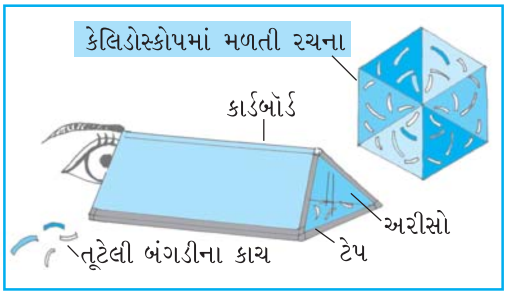
જો તમે અરીસાની સામે 100 સેમી દૂર હો તો તમારું પ્રતિબિંબ ક્યાં દેખાય છે ? જો તમે અરીસા તરફ ચાલો તો પ્રતિબિંબ કેવી રીતે ખસે છે ?

કાગળનાં ભાતચિત્ર

લંબચોરસ આકારનો રંગીન પાતળો કાગળ લો. તેને ઘણી વખત વાળો અને તેના પર કોઈક ભાત દોરી તેને કાપો તથા બાજુમાં દર્શાવ્યા જેવું ભાતચિત્ર તૈયાર કરો. તેમાં સંમિતિ રેખાઓ નક્કી કરો. તહેવારોની ઊજવણી વખતે આવી પટ્ટીઓનો ઉપયોગ કરો.



કેલિડોસ્કોપ

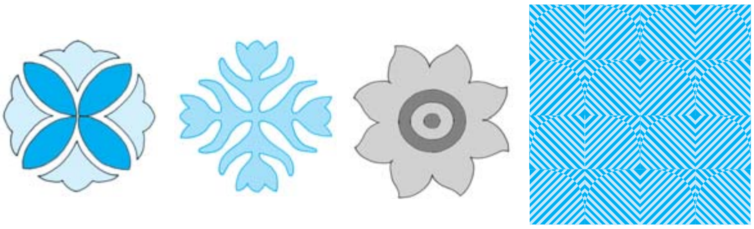


કેલિડોસ્કોપમાં અરીસાનો ઉપયોગ કરીને એવું ભાતચિત્ર મેળવાય છે કે જેમાં સંમિતિ રેખાઓ ઘણી હોય. (બાજુમાં દર્શાવેલ ચિત્ર મુજબ). સામાન્ય રીતે V આકારમાં ગોઠવેલી અરીસાની બે પટ્ટીઓનો ઉપયોગ થાય છે. તેમના વચ્ચેના ખૂણા પરથી સંમિતિની રેખાઓ નક્કી થાય છે.

જાતે કેલિડોસ્કોપ બનાવો અને તેમાં મળતાં સંમિત પ્રતિબિંબ વિશે વધુ માહિતી મેળવવા પ્રયત્ન કરો.

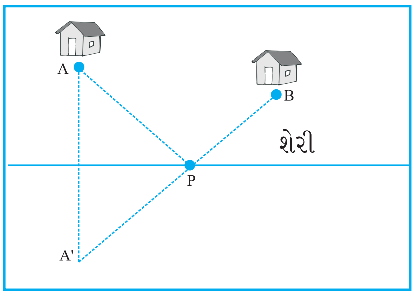
આલબમ

તમને જોવા મળતી સંમિત આકૃતિઓ (ભાતચિત્રો) ભેગી કરી તેનો આલબમ બનાવો. નીચે કેટલાંક ઉદાહરણો આપેલ છે :



પ્રતિબિંબિત સંમિતિનો એક ઉપયોગ

ન્યૂઝ પેપર વહેંચનાર એક છોકરાએ કોઈક બિંદુ P આગળ સાઈકલ મૂકીને બે ઘર A અને Bમાં પેપર આપવા જવું છે. તેણે કેવી જગ્યાએ સાઈકલ મૂકી, જેથી તેણે ચાલવાનું અંતર AP + BP ઓછામાં ઓછું થાય ?

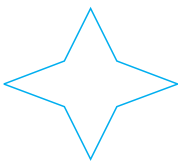


તમે અહીં પ્રતિબિંબથી મળતી સંમિતિનો ઉપયોગ કરી શકો. શેરીના રસ્તાને અરીસાની રેખા તરીકે લઈ Aનું પ્રતિબિંબ A' મેળવો. તો રેખા A'B રસ્તાની રેખાને જ્યાં છેદે તે બિંદુ સાઈકલ મૂકવા માટે યોગ્ય છે. તમે કહી શકો, શા માટે ?

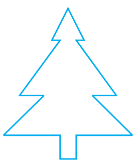
સ્વાધ્યાય 13.3

1. નીચેના દરેક આકાર માટે સંમિતિની રેખાઓ શોધો. તમારા જવાબની ચકાસણી કેવી રીતે કરશો?

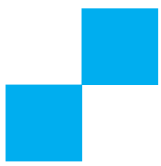
(a)

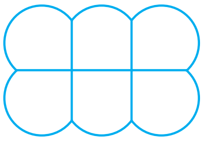
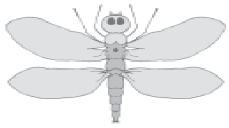


(b)

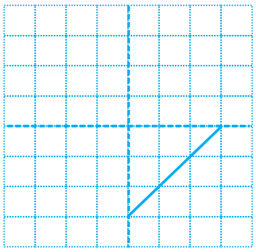
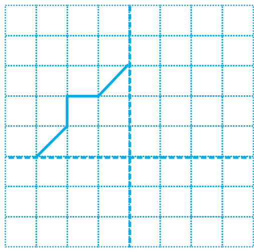
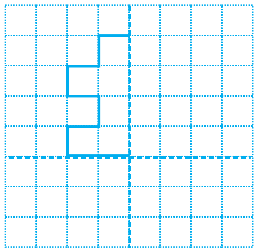


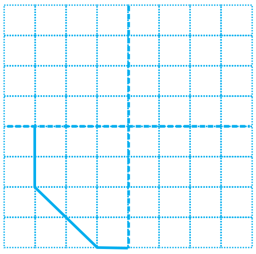
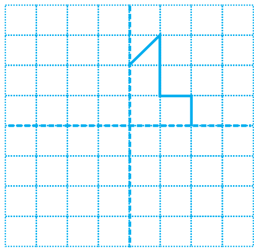
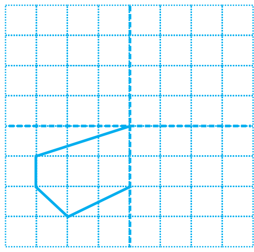
(c)



(d)  (e)  (f) 

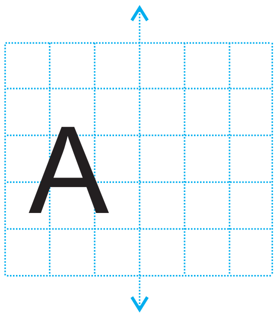
2. નીચેનાં ચિત્રોની ચોરસ ખાનાવાળા કાગળ પર નકલ કરો. દર્શાવેલી બંને તૂટક રેખાઓ, સંમિતિની રેખા બને તે રીતે તેને પૂર્ણ કરો :

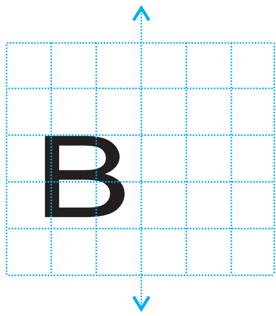
(a)  (b)  (c) 

(d)  (e)  (f) 

તમે ચિત્ર કેવી રીતે પૂર્ણ કરશો ?

3. બાજુની દરેક આકૃતિમાં એક અંગ્રેજી મૂળાક્ષર, એક ઊભી રેખા સાથે દોરેલો છે. આ રેખાને સંમિત Aનું પ્રતિબિંબ મેળવો. કયા અક્ષરનું પ્રતિબિંબ, મૂળ અક્ષર જેવું જ રહે છે અને ક્યાંનું નથી રહેતું ? શા માટે ?



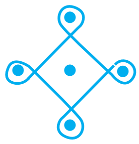


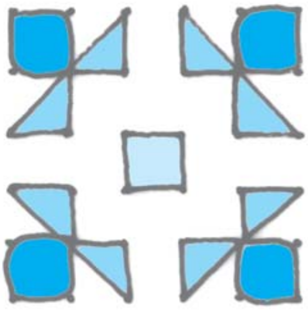
તે જ રીતે O E M N P H L T S V X માટે પ્રયત્ન કરો.

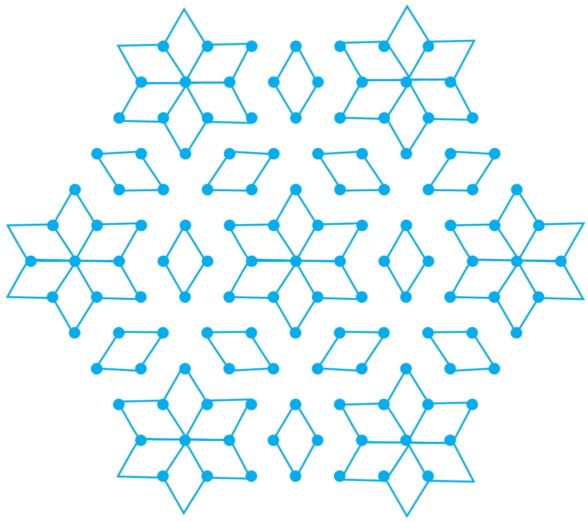
રંગોળીની ભાત

આપણા દેશમાં કૉલમ અને રંગોળી લોકપ્રિય છે. નીચે કેટલાક આકારો આપ્યા છે. તેમાં જણાતી સંમિતિ જુઓ અને નોંધો. આવી બીજી શક્ય એટલી રંગોળી ભેગી કરી આલબમ બનાવો.

આવી આકૃતિઓમાં સંમિતિની રેખા શોધીને દર્શાવો.







આપણે શું શીખ્યા ?

1. જો કોઈ આકૃતિને બધી રીતે સમાન બે ભાગમાં વહેંચતી રેખા દોરી શકાય તો તે આકૃતિ રૈખિક સંમિતિ ધરાવે છે, એમ કહી શકાય અને તે રેખાને સંમિત રેખા કહેવાય.

2. આકૃતિમાં સંમિતિની એક પણ રેખા ન હોય, એક રેખા હોય, બે રેખા હોય અથવા સંમિતિની ઘણી રેખાઓ હોય. કેટલાંક ઉદાહરણો :

સંમિતિની રેખાની સંખ્યા	ઉદાહરણ
એક પણ નહિ	વિષમબાજુ ત્રિકોણ
એક જ સંમિતિ રેખા	સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ
સંમિતિની બે રેખા	લંબચોરસ
સંમિતિની ત્રણ રેખા	સમબાજુ ત્રિકોણ

3. રૈખિક સંમિતિ અને અરીસામાં મળતા પ્રતિબિંબ વચ્ચે સંબંધ છે. જ્યારે અરીસામાં મળતા પ્રતિબિંબનો ઉપયોગ કરીએ, ત્યારે આપણે ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુમાં થતાં ફેરફારોને ધ્યાનમાં લેવા જોઈએ. રોજિંદા જીવનમાં સંમિતિનો ઉપયોગ, કલા, સ્થાપત્ય, કાપડ પર છાપકામ, ભાતચિત્રો, ભૌમિતિક ચિત્રો, કૉલમ, રંગોળી વગેરેમાં થાય છે.

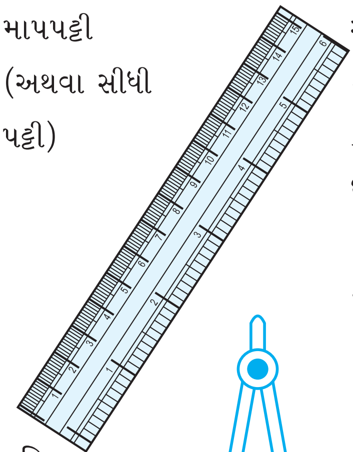
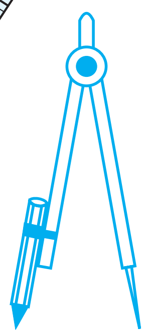
પ્રાયોગિક ભૂમિતિ

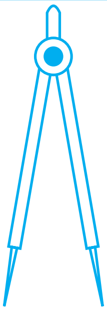
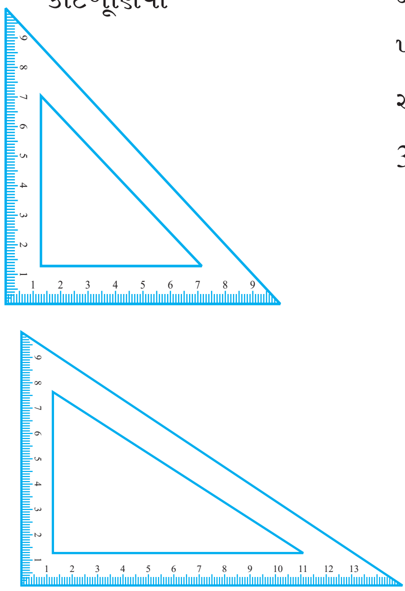
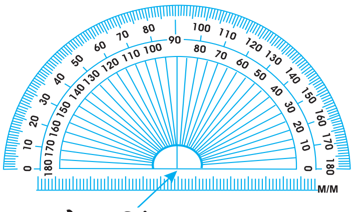
પ્રકરણ 14

14.1 પ્રાસ્તાવિક

આપણે જુદા-જુદા આકારોથી પરિચિત છીએ. આપણે ઘણાં ચિત્રો પણ બનાવીએ છીએ. આ ચિત્રોમાં જુદા-જુદા આકારો હોય છે. આ અગાઉ આપણે કેટલાક આકારોનો અભ્યાસ કર્યો છે. શું તમે આવા આકારો અને તેમના વર્ણનની યાદી ન બનાવી શકો ?

આ પ્રકરણમાં આપણે આવા આકારો બનાવવાનું શીખીશું. આ આકારો બનાવવા માટે આપણે કેટલાંક સાધનોનો ઉપયોગ કરવો પડશે. આવાં સાધનોની યાદી બનાવી, તેમનું વર્ણન અને તેમનો કેવી રીતે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે, ત્યાંથી શરૂઆત કરીશું.

ક્રમ	નામ અને આકૃતિ	વર્ણન	ઉપયોગ
1.	માપપટ્ટી (અથવા સીધી પટ્ટી) 	સામાન્ય રીતે સીધીપટ્ટી પર માપ હોતાં નથી. તેમ છતાં તમારી કંપાસપેટીમાંની માપપટ્ટીની એક ધાર પર સેન્ટિમીટરના આંક છે. (કેટલીક વાર બીજી ધાર પર ઇંચના આંક પણ હોય છે.)	રેખાખંડો દોરવા માટે અને તેમની લંબાઈ માપવા માટે.
2.	પરિકર 	એક જોડી-જેમાં એક છેડો તીક્ષ્ણ અને બીજે છેડે પેન્સિલ મૂકી શકાય.	સમાન લંબાઈ આંકવા માટે, પણ માપવા માટે નહિ. ચાપ અને વર્તુળ દોરવા માટે.

3.	દ્વિભાજક		એક જોડી-જેમાં બંને છેડા તીક્ષ્ણ હોય.	લંબાઈની સરખામણી કરવા માટે.
4.	કાટખૂણિયા		બે કાટખૂણિયા-એકના ખૂણા 45°, 45° અને 90° અને બીજાના ખૂણા 30°, 60° અને 90° હોય.	લંબ અને સમાંતર રેખાઓ દોરવા માટે.
5.	કોણમાપક	 કેન્દ્ર બિંદુ	એક અર્ધવર્તુળાકાર સાધન કે જેને 180 ભાગમાં વિભાજિત કરેલ છે. જેની જમણી બાજુ 0 થી શરૂ કરી ડાબી બાજુ 180 એ પૂર્ણ થાય છે તે જ રીતે ડાબી બાજુ 0 થી શરૂ કરી જમણી બાજુ 180 એ પૂર્ણ થાય છે.	ખૂણા દોરવા અને દોરેલા ખૂણા માપવા.

આપણે **માપપટ્ટી અને પરિકરની મદદથી** થઈ શકતી રચનાઓ લઈશું. માપપટ્ટીનો ઉપયોગ રેખાઓ દોરવા માટે અને પરિકરનો ઉપયોગ વર્તુળની ચાપ દોરવા માટે કરીશું.

આ રચનાઓ કરતી વખતે કાળજી રાખવી.

અહીં કેટલાંક સૂચનો કર્યાં છે, જે તમને મદદરૂપ થશે :

(a) પાતળી રેખા દોરો અને બિંદુઓ ઝાંખાં દર્શાવો.

(b) સાધનોની અણી તીક્ષ્ણ રાખો અને કિનારી સરળ (લીસી-સીધી) રાખો.

(c) બે પેન્સિલ રાખો, એક પરિકરમાં ભરાવવા માટે અને બીજી બિંદુ બતાવવા તથા રેખા કે વક્ર દોરવા માટે.

14.2 વર્તુળ (Circle)

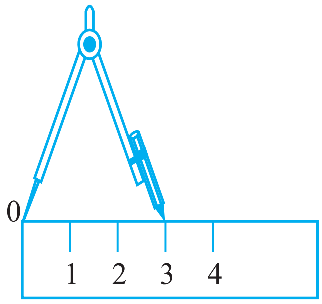
બાજુમાં દર્શાવેલ પૈડું જુઓ. તેની સીમારેખા પરનું દરેક બિંદુ, તેના કેન્દ્રબિંદુથી સમાન અંતરે છે. તમે આવી બીજી વસ્તુઓ જણાવી તેને દોરી શકો? આવા આકારવાળી પાંચ વસ્તુઓ વિશે વિચારો.

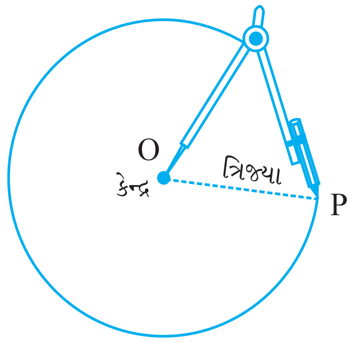
14.2.1 આપેલી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની રચના

ધારો કે આપણે 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની રચના કરવી છે. આપણે પરિકરનો ઉપયોગ કરવો પડશે. નીચે રચના માટેનાં પગલાં આપ્યાં છે :

પગલું 1 : માપપટ્ટી પર મૂકી 3 સેમી ત્રિજ્યા જેટલું પરિકર ખુલ્લું કરો.

પગલું 2 : કાગળ પર તીક્ષ્ણ (અણીવાળી) પેન્સિલ વડે, વતુર્ળનું કેન્દ્ર જ્યાં લેવું છે ત્યાં એક બિંદુ દર્શાવો. (મૂકો). તેને O નામ આપો.





પગલું 3 : પરિકરની અણીને O પર ગોઠવો.

પગલું 4 : વર્તુળ દોરવા માટે પરિકરને ગોળ ફેરવો. આખું વર્તુળ એક જ વખતે પૂરું કરવાની કાળજી રાખો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો.

આપેલા કેન્દ્ર O અને બિંદુ Pની મદદથી તમે કેટલાં વર્તુળ દોરી શકો ?

સ્વાધ્યાય 14.1

1. 3.2 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો.
2. એક જ કેન્દ્ર O લઈને 4 સેમી અને 2.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળાં બે વર્તુળ દોરો.
3. એક વર્તુળ દોરો અને તેના કોઈ પણ બે વ્યાસ દોરો. આ બંને વ્યાસનાં અંત્યબિંદુઓને જોડો તો તમને કઈ આકૃતિ મળશે ? જો બંને વ્યાસ પરસ્પર લંબ હોય, તો કઈ આકૃતિ મળશે ? તમારા જવાબની ચકાસણી કેવી રીતે કરશો ?
4. કોઈ પણ એક વર્તુળ દોરો અને ત્રણ બિંદુઓ A, B અને C એવી રીતે દર્શાવો કે જેથી,

   (a) A વર્તુળ પર હોય. (b) B વર્તુળના અંદરના ભાગમાં હોય.

   (c) C વર્તુળના બહારના ભાગમાં હોય.
5. A અને B કેન્દ્ર હોય તેવાં સમાન ત્રિજ્યાવાળાં બે વર્તુળ એવી રીતે દોરો કે તેમાંનું દરેક, બીજા વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય. તે બંનેનાં છેદબિંદુઓ C અને D લો. ચકાસો કે $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ એકબીજા સાથે કાટખૂણો બનાવે છે.

14.3 રેખાખંડ

યાદ રાખો કે રેખાખંડને બે અંત્યબિંદુઓ છે. આથી માપપટ્ટીની મદદથી તેની લંબાઈ માપી શકાય છે.

જો આપણે રેખાખંડની લંબાઈ જાણતા હોઈએ તો તેને આકૃતિ વડે દર્શાવી શકીએ. ચાલો, આપણે એ કરીએ.

14.3.1 આપેલી લંબાઈના રેખાખંડની રચના

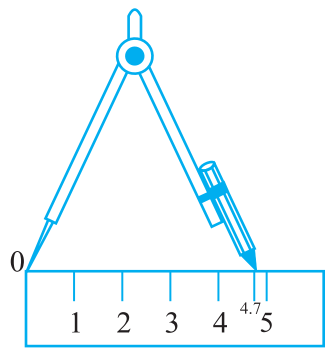
ધારો કે આપણે 4.7 સેમી લંબાઈવાળા રેખાખંડની રચના કરવી છે. આપણે માપપટ્ટીના ઉપયોગથી એકબીજાથી 4.7 સેમી દૂર હોય તેવાં બે બિંદુઓ A અને B રચીએ. A અને B ને જોડીને $\overline{AB}$ મેળવીએ. A અને B બિંદુઓ રચતી વખતે આપણે માપપટ્ટીની બરાબર ઉપરથી જોવું જોઈએ, નહિતર આપણને ખોટું માપ મળે.

માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ

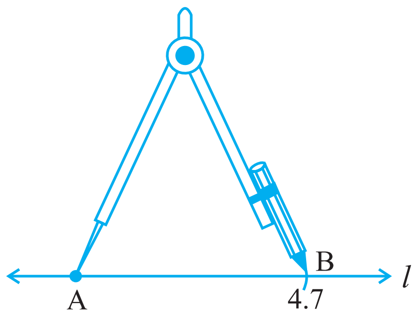
આપેલ લંબાઈના રેખાખંડની રચના કરવા માટે વધારે સારી રીતે, પરિકરનો ઉપયોગ કરવાનો છે.

પગલું 1 : રેખા l દોરો. તેના પર બિંદુ A દર્શાવો.

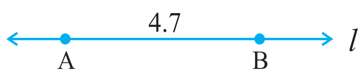
પગલું 2 : પરિકરની અણીને માપપટ્ટીના 'શૂન્ય' કાપા પર મૂકો. પરિકરને એટલું ખોલો (પહોળું કરો) કે જેથી પેન્સિલની અણી 4.7 સેમીના આંકા પર આવે.



પગલું 3 : પરિકર પરનું માપ બદલાય નહિ, તેની કાળજી રાખીને પરિકરની અણીને A પર મૂકો અને પરિકરને ફેરવીને l ને B આગળ છેદતી ચાપ દોરો.

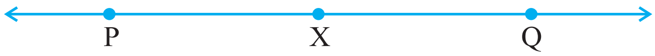


પગલું 4 : $\overline{AB}$ જરૂરી લંબાઈનો રેખાખંડ છે.



સ્વાધ્યાય 14.2

1. માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને 7.3 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ દોરો.
2. માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી 5.6 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ રચો.
3. 7.8 સેમી લંબાઈનો $\overline{AB}$ રચો. આમાંથી 4.7 સેમી લંબાઈનો $\overline{AC}$ કાપો. $\overline{BC}$ માપો.
4. 3.9 સેમી લંબાઈનો $\overline{AB}$ આપેલો છે. $\overline{PQ}$ એવો રચો કે જેની લંબાઈ $\overline{AB}$ની લંબાઈ કરતાં બે ગણી હોય. માપીને ચકાસો.



(**સૂચન :** $\overline{PX}$ રચો. જેની લંબાઈ, $\overline{AB}$ની લંબાઈ જેટલી હોય. ત્યાર પછી $\overline{XQ}$ રચો. જેની લંબાઈ પણ $\overline{AB}$ જેટલી જ હોય.)

5. 7.3 સેમી લંબાઈનો $\overline{AB}$ અને 3.4 સેમી લંબાઈનો $\overline{CD}$ આપેલ છે. $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ ની લંબાઈના તફાવત જેટલો $\overline{XY}$ રચો. માપીને ચકાસો.

14.3.2 આપેલા રેખાખંડની નકલ રચવી

ધારો કે તમારે એક રેખાખંડ રચવો છે, જેની લંબાઈ આપેલા $\overline{AB}$ની લંબાઈ જેટલી હોય.

એક ઝડપી અને સીધો (સરળ) રસ્તો એ છે કે, તમારી માપપટ્ટી (કે જેના પર સેન્ટિમીટર અને મિલિમીટરના આંકા પાડેલા છે)નો ઉપયોગ કરીને $\overline{AB}$ની લંબાઈ માપો અને પછી એટલી જ લંબાઈનો બીજો $\overline{CD}$ દોરો.

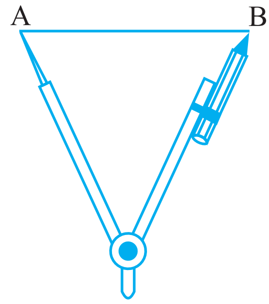
બીજો રસ્તો એ છે કે પારદર્શક કાગળનો ઉપયોગ કરી $\overline{AB}$ની નકલ કાગળના બીજા ભાગ પર કરવી. આ બંને રીતોથી હંમેશાં ચોકસાઈભરેલું પરિણામ મળતું નથી.

વધુ સારી રીતે, માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ કરી આ રચના કરી શકાય.

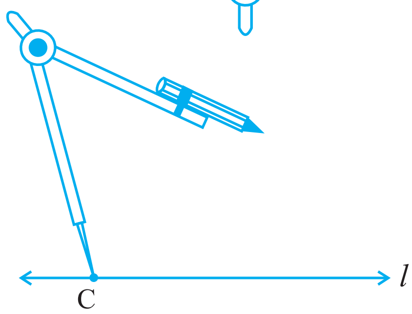
$\overline{AB}$ની નકલ કરવી.

પગલું 1 : જેની લંબાઈ ખબર નથી એવો $\overline{AB}$ આપેલ છે.

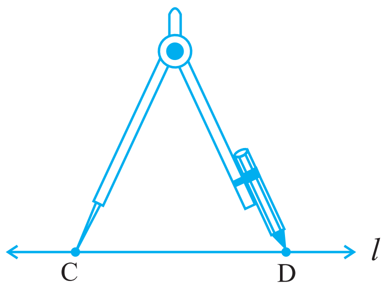
પગલું 2 : પરિકરની અણી A પર અને પેન્સિલની અણી B છેડા પર રહે તે રીતે પરિકર ગોઠવો. આ પરિસ્થિતિમાં એ બે વચ્ચેનું અંતર, $\overline{AB}$ ની લંબાઈ જેટલું છે.



પગલું 3 : કોઈ પણ રેખા l દોરો. l પર કોઈક બિંદુ C પસંદ કરો. પરિકરની સ્થિતિ બદલાઈ ન જાય તે રીતે તેની અણી C પર મૂકો.



પગલું 4 : પરિકરને ફેરવીને l ને કોઈ એક બિંદુએ છેદતી ચાપ દોરો. તે બિંદુને D કહો. હવે, $\overline{CD}$ એ $\overline{AB}$ ની નકલ છે.



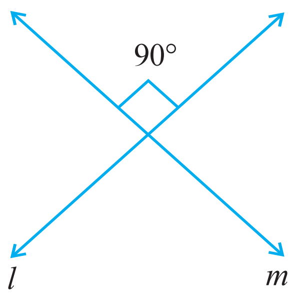
સ્વાધ્યાય 14.3

1. કોઈ પણ $\overline{PQ}$ દોરો. $\overline{PQ}$ ને માપ્યા સિવાય, $\overline{PQ}$ ની નકલની રચના કરો.

2. કોઈ રેખાખંડ $\overline{AB}$ આપેલો છે, જેની લંબાઈ તમે જાણતા નથી. જેની લંબાઈ $\overline{AB}$ ની લંબાઈ કરતાં બમણી હોય તેવો રેખાખંડ $\overline{PQ}$ રચો.

14.4 લંબરેખાઓ (Perpendiculars)

તમે જાણો છો કે બે રેખા (અથવા બે કિરણ અથવા બે રેખાખંડ) એ રીતે છેદતા હોય કે જેથી તેમની વચ્ચે બનતા ખૂણાઓ કાટખૂણાઓ હોય તો તે રેખાઓ (પરસ્પર) લંબરેખાઓ કહેવાય છે.

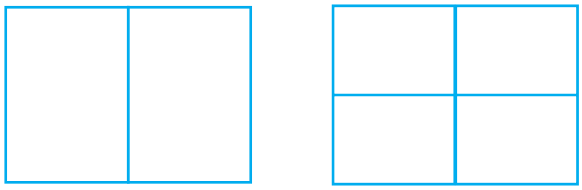


આ આકૃતિમાં રેખા l અને રેખા m લંબ છે.

કાગળના કે તમારી નોટબુકના ખૂણાઓ પરસ્પર કાટખૂણે છેદતી રેખાઓ દર્શાવે છે.

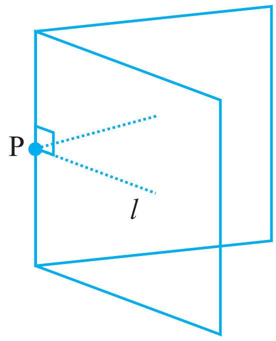
આ કરો :

તમારી આસપાસ બીજે ક્યાં તમે લંબરેખાઓ જોઈ છે ?



એક કાગળ લો. તેને વચ્ચેથી વાળીને સળ પાડો. ફરીથી તેને બીજી દિશામાંથી વાળો અને (બીજો) સળ પાડો. હવે કાગળ ખોલો. તેના પર જણાતા બંને સળ પરસ્પર લંબ છે.

14.4.1 રેખા પરના બિંદુમાંથી તે રેખાને લંબ



એક કાગળ પર રેખા l દોરેલી છે અને તે રેખા પર બિંદુ P આપેલું છે. P માંથી l ને લંબરેખા મેળવવી સહેલી છે.

આપણે કાગળને એવી રીતે વાળી શકીએ કે જેથી સળની બંને બાજુએ આવેલી રેખા એકબીજા પર સંપાત થાય.

ટ્રેસિંગ કાગળ અથવા પારદર્શક કાગળ આને માટે વધુ સારો રહે. આવો એક કાગળ લો અને તેના પર કોઈ રેખા l દોરો. તેના પર ક્યાંક બિંદુ P દર્શાવો.

કાગળને એ રીતે વાળો કે જેથી સળની રેખા બિંદુ Pમાંથી પસાર થાય અને રેખા l (સળની બીજી બાજુએ) પોતાની સાથે સંપાત થાય. હવે કાગળ ખોલો તો જણાશે કે સળની રેખા, l ને લંબ છે.

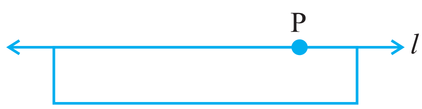
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો.

તમે કેવી રીતે ચકાસશો કે તે લંબ છે ? જુઓ કે એ જરૂરિયાત પ્રમાણે Pમાંથી પસાર થાય છે.

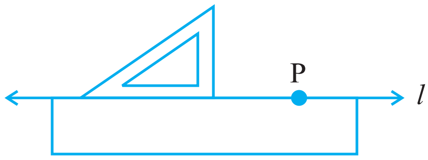
એક પડકાર : માપપટ્ટી અને કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરીને લંબરેખા દોરવી. (મરજિયાત પ્રવૃત્તિ)

પગલું 1 : રેખા l અને તેના પર બિંદુ P આપેલ છે.

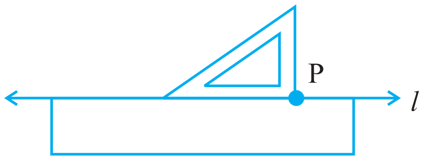
પગલું 2 : માપપટ્ટીને તેની એક ધાર l પર આવે તે રીતે મૂકો અને પકડી રાખો.



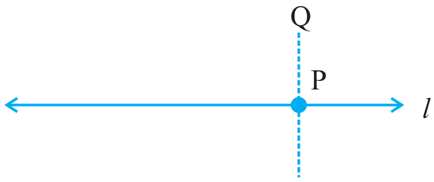
પગલું 3 : કાટખૂણિયાને તેની એક ધાર માપપટ્ટી અને રેખા પર આવે તેમ એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી કાટખૂણાવાળો ખૂણો માપપટ્ટી પર હોય.



પગલું 4 : કાટખૂણિયાને માપપટ્ટી પર એવી રીતે સરકાવો કે જેથી તેના કાટખૂણાવાળો ખૂણો, બિંદુ P પર આવે.



પગલું 5 : કાટખૂણિયાને સ્થિર પકડી રાખીને તેની ધાર પર $\overline{PQ}$ દોરો.



$\overline{PQ}$, l ને લંબ છે. (આવું લખવા માટે ⊥ ચિહ્નનો કેવી રીતે ઉપયોગ કરવો?)

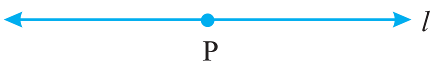
P આગળના ખૂણાને માપીને ચકાસી જુઓ.

શું આપણે માપપટ્ટીની જગ્યાએ બીજા કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરી શકીએ? વિચારો.

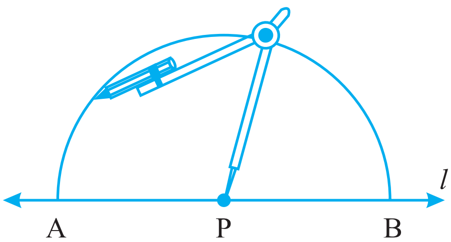
માપપટ્ટી અને પરિકરની રીત

ભૂમિતિમાં પ્રચલિત પદ્ધતિ પ્રમાણે લંબરેખા દોરવા માટેની રચના માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી નીચે પ્રમાણે કરી શકાય :

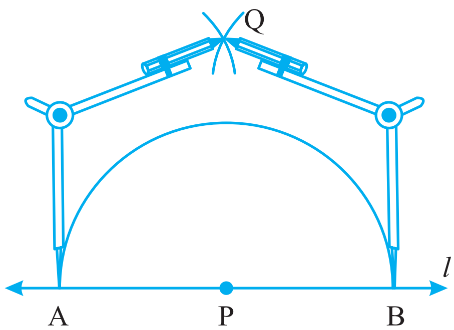
પગલું 1 : રેખા l અને તેના પર બિંદુ P આપેલ છે.



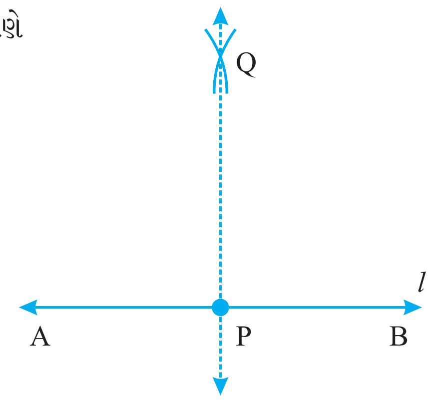
પગલું 2 : P ને કેન્દ્ર અને અનુકૂળ ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરો. જે l ને બે બિંદુઓ A અને B માં છેદે.



પગલું 3 : A અને B વારાફરતી કેન્દ્રો લઈ અને APથી મોટા માપની ત્રિજ્યા લઈ બે ચાપ દોરો. જે પરસ્પર Q માં છેદે.



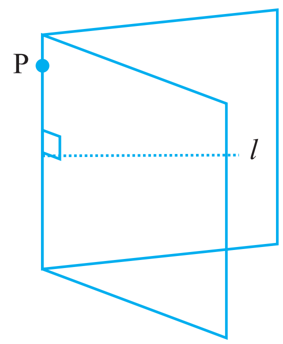
પગલું 4 : PQ જોડો. તો $\overleftrightarrow{PQ}$, l ને લંબ છે. આપણે $\overleftrightarrow{PQ} \perp l$ લખી શકીએ.



14.4.2 રેખા પર ન હોય તેવા બિંદુમાંથી તે રેખાને લંબ

આ કરો :

(કાગળ વાળવા)



જો આપણને રેખા l અને તેના પર ન હોય તેવું બિંદુ P આપેલું હોય અને આપણે P માંથી l ને લંબરેખા દોરવી હોય, તો આપણે કાગળની ગડી વાળીને કરી શકીએ.

એક કાગળ લો (શક્ય હોય તો પારદર્શક). તેના પર કોઈ રેખા l દોરો.

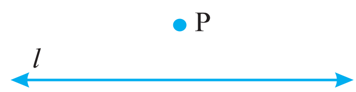
l પર ન હોય તેવું બિંદુ P મૂકો.

કાગળને એવી રીતે વાળો કે જેથી સળ, P માંથી પસાર થાય અને સળની બંને બાજુના રેખા l ના ભાગ, એકબીજા પર આવે.

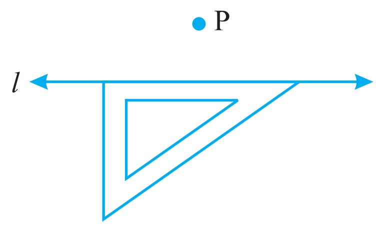
હવે કાગળ ખોલો. સળની રેખા, P માંથી પસાર થતી l ને લંબરેખા છે.

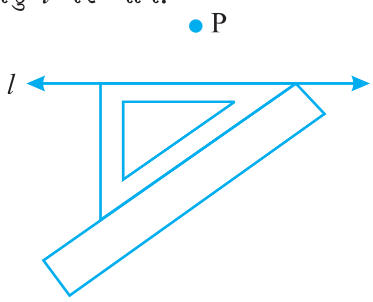
માપપટ્ટી અને કાટખૂણિયાના ઉપયોગની રીત (મરજિયાત પ્રવૃત્તિ)

પગલું 1 : એક રેખા l લો અને તેની બહાર બિંદુ P લો.



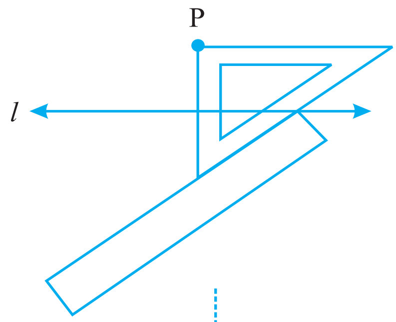
પગલું 2 : એક કાટખૂણિયાને રેખા l પર એવી રીતે ગોઠવો કે તેની કાટખૂણો બનાવતી એક બાજુ l પર આવે.

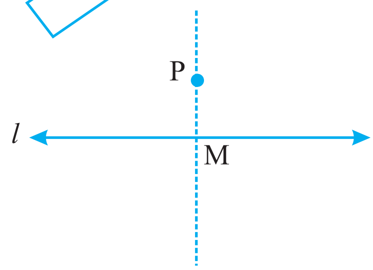




પગલું 3 : કાટખૂણિયાના કાટખૂણાની સામેની ધારને અડીને માપપટ્ટી મૂકો.

પગલું 4 : માપપટ્ટીને સ્થિર રાખીને કાટખૂણિયાને માપપટ્ટીની ધાર પર સરકાવો અને કાટખૂણિયાની બીજી ધાર P ને સ્પર્શે ત્યાં અટકો.

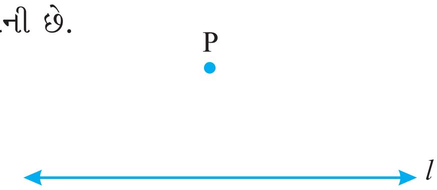




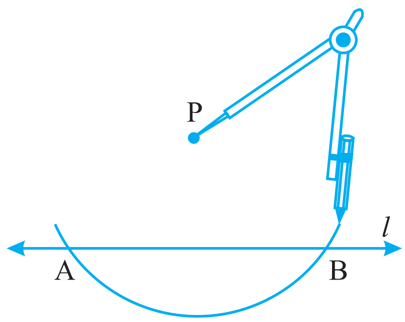
પગલું 5 : Pમાંથી પસાર થતી ધારનો ઉપયોગ કરીને PM જોડો જે l ને Mમાં મળે. તો $\overleftrightarrow{PM} \perp l$

માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ

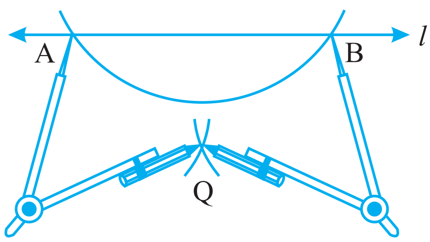
વધુ સરળ અને ચોકસાઈભરી રીત માપપટ્ટી અને પરિકરની છે.



પગલું 1 : રેખા l અને તેના પર ન હોય તેવું બિંદુ P આપેલ છે.

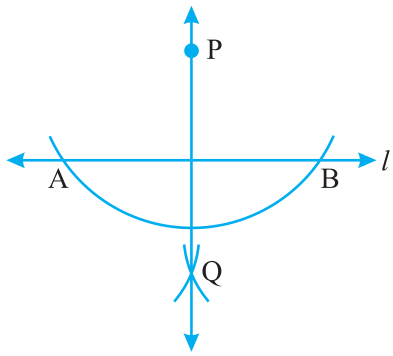


પગલું 2 : P ને કેન્દ્ર લઈ પરિકરની એવી ચાપ દોરો કે જે રેખા l ને બે બિંદુઓ A અને B માં છેદે.



પગલું 3 : એટલી જ ત્રિજ્યા લઈ વારાફરતી A અને B કેન્દ્ર બનાવી l ની બીજી બાજુ પરસ્પર છેદતી બે ચાપ દોરો. તે બિંદુ Q છે.

પગલું 4 : PQ જોડો. $\overline{PQ}$, l ને લંબ છે.



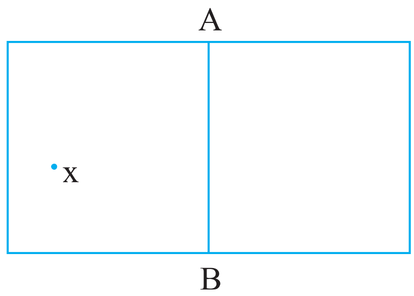
સ્વાધ્યાય 14.4

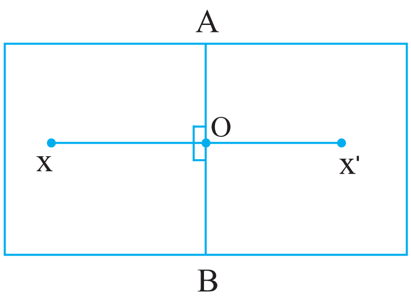
1. કોઈ પણ રેખાખંડ $\overline{AB}$ દોરો. તેના પર કોઈ બિંદુ M મૂકો. M માંથી $\overline{AB}$ ને લંબની રચના કરો. (માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ કરો.)
2. કોઈ પણ રેખાખંડ $\overline{PQ}$ દોરો. તેના પર ન હોય તેવું બિંદુ R લો. R માંથી (પસાર થતી) $\overline{PQ}$ ને લંબરેખા રચો. (માપપટ્ટી અને કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરો.)
3. રેખા l દોરો અને તેના પર બિંદુ X લો. X માંથી l ને લંબ રેખાખંડ $\overline{XY}$ દોરો. હવે $\overline{XY}$ ને Y આગળ લંબરેખા રચો. (માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ કરો.)

14.4.3 રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક (Bisector)

આ કરો :

એક કાગળને વચ્ચેથી વાળો. ધારો કે $\overline{AB}$ સળ પડે છે. કાગળ પર કોઈ પણ જગ્યાએ શાહીનું ટીપું (ટપકું) X મૂકો. $\overline{AB}$ ને સંમિતિની રેખા રાખીને X નું પ્રતિબિંબ X' મેળવો.





$\overline{AB}$ અને $\overline{XX'}$ એ O માં છેદે છે. શું OX = OX' છે ? શા માટે ?

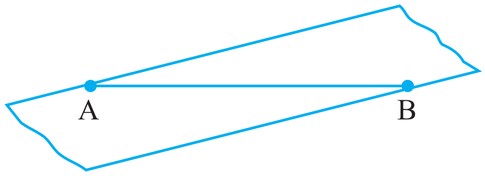
આનો અર્થ એ થયો કે $\overline{AB}$, $\overline{XX'}$ ને બે સરખી લંબાઈના ભાગ કરે છે. અથવા $\overline{AB}$, $\overline{XX'}$ ને દુભાગે છે અથવા $\overline{AB}$, $\overline{XX'}$ નો દ્વિભાજક છે. નોંધ કરો કે (જુઓ કે) ∠AOX અને ∠BOX કાટખૂણા છે. (શા માટે ?)

આથી, $\overline{AB}$, $\overline{XX'}$ નો લંબદ્વિભાજક છે. આપણે આકૃતિમાં $\overline{AB}$ નો માત્ર ભાગ જોઈ શકીએ છીએ. શું એક રેખાનો લંબદ્વિભાજક, તે જ તેની સંમિતિનો અક્ષ છે ?

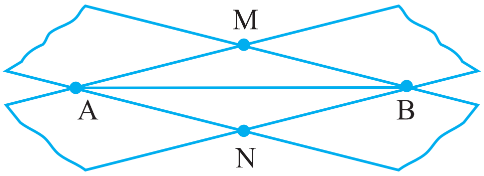
આ કરો :

(પારદર્શક પટ્ટીઓ)

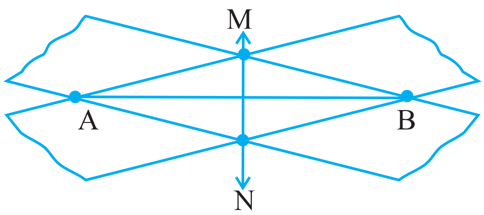
પગલું 1 : રેખાખંડ $\overline{AB}$ દોરો.



પગલું 2 : પારદર્શક લંબચોરસ પટ્ટીને $\overline{AB}$ પર એવી રીતે મૂકો કે જેથી પટ્ટીની એક ધાર A અને બીજી ધાર B પર આવે (જુઓ આકૃતિ).



પગલું 3 : એ જ રીતે બીજી પટ્ટીને પ્રથમ પટ્ટીથી વિરોધી દિશામાં મૂકો. (આકૃતિ) બંને પટ્ટીઓ M અને N માં છેદે છે.

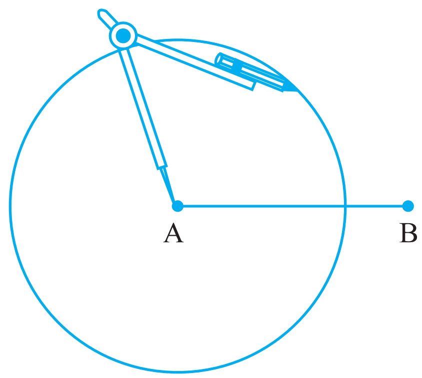


પગલું 4 : M અને N જોડો. શું $\overline{MN}$, $\overline{AB}$ નો દ્વિભાજક છે ? માપો અને ખાતરી કરો. શું તે $\overline{AB}$ નો લંબદ્વિભાજક પણ છે ? $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ કયું છે ?

માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી રચના

પગલું 1 : કોઈ પણ લંબાઈનો રેખાખંડ $\overline{AB}$ દોરો.

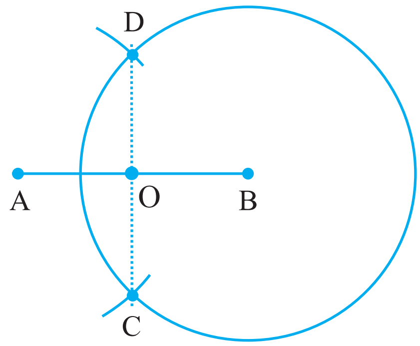
પગલું 2 : Aને કેન્દ્ર લઈ પરિકરથી એક વર્તુળ દોરો. વર્તુળની ત્રિજ્યા $\overline{AB}$ ના અડધા (માપ)થી વધુ હોવી જોઈએ.



પગલું 3 : એટલી જ ત્રિજ્યા અને Bને કેન્દ્ર લઈને પરિકરથી બીજું વર્તુળ દોરો. જે અગાઉના વર્તુળને C અને D માં છેદે.

પગલું 4 : $\overline{CD}$ જોડો. તે $\overline{AB}$ને Oમાં છેદે છે. તમારા દ્વિભાજકનો ઉપયોગ કરી ખાતરી કરો કે O, $\overline{AB}$નું મધ્યબિંદુ છે. એ પણ ચકાસો કે $\angle COA$ અને $\angle COB$ કાટખૂણા છે. આથી, $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ નો લંબદ્વિભાજક છે.

ઉપરની રચનામાં $\overline{CD}$ નક્કી કરવા માટે આપણને બે બિંદુઓ C અને D જરૂરી હતાં. C અને D મેળવવા માટે શું બંને વર્તુળ આખા દોરવાં જરૂરી છે ? શું માત્ર છેદતી ચાપ દોરીને તેમના સ્થાન નક્કી ન થઈ શકે? હકીકતે, આપણે વ્યવહારમાં આમ જ કરીએ છીએ !



પ્રયત્ન કરો.

માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી કરેલ રચનામાં બીજા પગલામાં, ત્રિજ્યાની લંબાઈ, $\overline{AB}$ની લંબાઈના અડધા કરતાં ઓછી લઈએ, તો શું થાય ?

સ્વાધ્યાય 14.5

1. 7.3 સેમી લંબાઈનો $\overline{AB}$ દોરો અને તેની સંમિતિનો અક્ષ નિશ્ચિત કરો.
2. 9.5 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ દોરો અને તેનો લંબદ્વિભાજક રચો.
3. 10.3 સેમી લંબાઈના $\overline{XY}$નો લંબદ્વિભાજક દોરો.
   (a) દોરેલા લંબદ્વિભાજક પર કોઈક બિંદુ P લો. PX = PY થાય છે કે કેમ તે ચકાસો.
   (b) જો $\overline{XY}$ નું મધ્યબિંદુ M હોય, તો MX અને XY ની લંબાઈ વિશે તમે શું કહી શકો ?
4. 12.8 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ દોરો. પરિકરનો ઉપયોગ કરીને તેને ચાર સરખા ભાગમાં વહેંચો. ખરેખર માપની ચકાસણી કરો.
5. 6.1 સેમી લંબાઈનો $\overline{PQ}$ જેનો વ્યાસ છે, તેવું વર્તુળ દોરો.
6. કેન્દ્ર C અને ત્રિજ્યા 3.4 સેમીવાળું વર્તુળ રચો. તેની કોઈ પણ જીવા $\overline{AB}$ દોરો. $\overline{AB}$નો લંબદ્વિભાજક રચો અને તે C માંથી પસાર થાય છે કે કેમ તે ચકાસો.
7. $\overline{AB}$ ને વ્યાસ લઈને ઉપરનો પ્રશ્ન 6 ફરીથી કરો.
8. 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો. તેની કોઈ પણ બે જીવા દોરો. આ બંને જીવાના લંબદ્વિભાજકોની રચના કરો. તે બંને (પરસ્પર) ક્યાં છેદે છે ?
9. O શિરોબિંદુવાળો કોઈ ખૂણો દોરો. તેના એક (કિરણ) ભૂજ પર બિંદુ A લો અને બીજા કિરણ (ભૂજ) પર બિંદુ B એવી રીતે લો કે જેથી OA = OB થાય. $\overline{OA}$ અને $\overline{OB}$ ના લંબદ્વિભાજકો દોરો, જે બંને Pમાં છેદે. PA = PB થાય છે ?

14.5 ખૂણાઓ

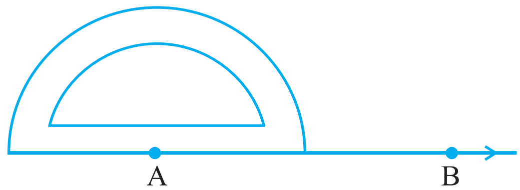
14.5.1 આપેલા માપનો ખૂણો રચવો

ધારો કે આપણે 40° ના માપનો ખૂણો રચવો છે.

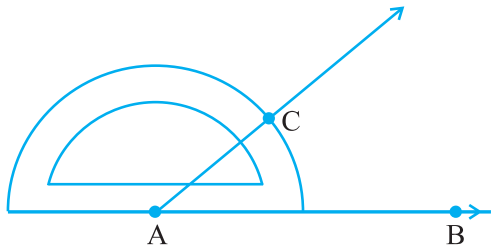
આપણે નીચે પ્રમાણે કામ કરીશું :

પગલું 1 : કોઈ પણ લંબાઈનો $\overline{AB}$ દોરો.

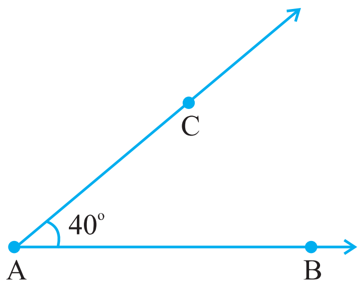
પગલું 2 : કોણમાપકનું કેન્દ્ર A પર અને તેનો શૂન્ય આંક $\overleftrightarrow{AB}$ પર આવે તે રીતે કોણમાપકને ગોઠવો.



પગલું 3 : B તરફના શૂન્યથી શરૂ કરો અને 40° ના આંક આગળ બિંદુ C મૂકો.

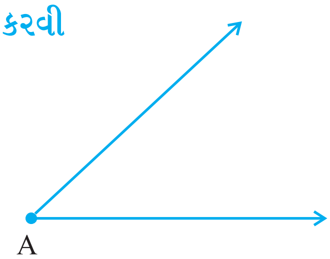


પગલું 4 : AC જોડો. ∠BAC માંગેલ ખૂણો છે.



14.5.2 માપ જાણતાં ન હોય તેવા ખૂણાની નકલની રચના કરવી

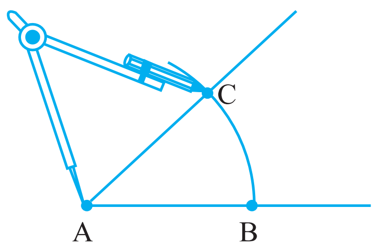
ધારો કે જેનું માપ જાણતા નથી એવો ખૂણો આપેલો છે ને આપણે તેની નકલ રચવી છે. હંમેશની જેમ આપણે માત્ર સીધી પટ્ટી અને પરિકરનો જ ઉપયોગ કરવાનો રહેશે.



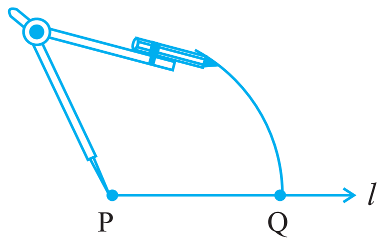
∠A આપેલ છે, જેનું માપ ખબર નથી.

પગલું 1 : એક રેખા l દોરો અને તેના પર કોઈ બિંદુ P લો.

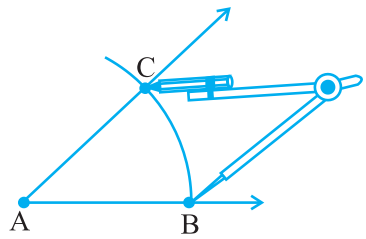
પગલું 2 : પરિકરની અણીને A પર મૂકો અને એક ચાપ દોરો જે ∠Aનાં કિરણોને B અને C માં છેદે.



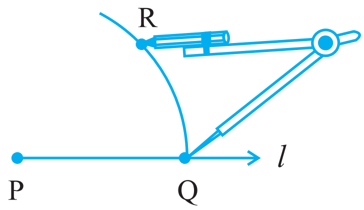
પગલું 3 : પરિકરની પહોળાઈ એટલી જ રાખીને તેને P પર મૂકીને ચાપ દોરો જે l ને Qમાં છેદે.



પગલું 4 : પરિકરની અણીને B પર મૂકીને પેન્સિલને C પર લઈ જઈને પરિકરની પહોળાઈ BC જેટલી કરો.

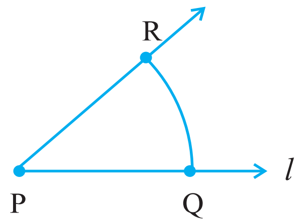


પગલું 5 : પરિકરની અણીને Q પર ગોઠવો અને ચાપ દોરો. જે અગાઉની ચાપને R માં છેદે.



પગલું 6 : PR જોડો. આથી $\angle P$ મળશે. તેનું માપ $\angle A$ના માપ જેટલું હશે.

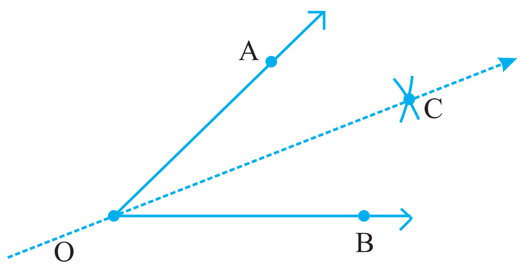
એટલે કે $\angle QPR$ નું માપ $\angle BAC$ના માપ જેટલું છે.



14.5.3 ખૂણાનો દ્વિભાજક

આ કરો :

એક કાગળ લો. તેના પર એક બિંદુ O નિશ્ચિત કરો. O ને ઉદ્‌ગમબિંદુ લઈને બે કિરણો $\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OB}$ દોરો. તમને $\angle AOB$ મળશે. કાગળને O આગળથી એ રીતે વાળો કે જેથી કિરણ $\overrightarrow{OA}$ અને કિરણ $\overrightarrow{OB}$ એકબીજા પર સંપાત થાય. ધારો કે કાગળની ગડી (સળ) $\overrightarrow{OC}$ છે, જે કાગળને ખુલ્લો કરવાથી મળે છે.

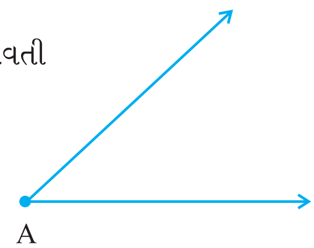


સ્પષ્ટ છે કે $\overrightarrow{OC}$ એ $\angle AOB$ માટે સંમિતિની રેખા છે.

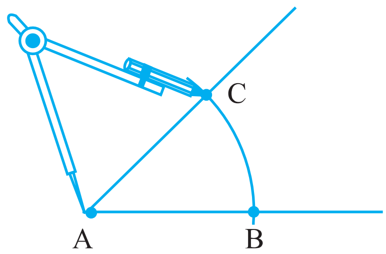
$\angle AOC$ અને $\angle COB$ માપો. શું તે સમાન છે ? $\overrightarrow{OC}$ ને સમાવતી રેખા સંમિતિની રેખા છે અને આથી તે $\angle AOB$ નો દ્વિભાજક છે.

માપપટ્ટી અને પરિકર વડે રચના

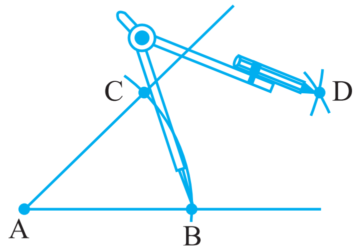
ધારો કે $\angle A$ આપેલ છે.



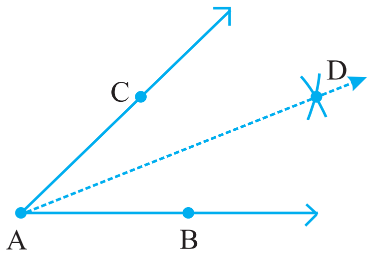
પગલું 1 : પરિકરથી Aને કેન્દ્ર તરીકે લઈ એક ચાપ દોરો. જે ∠A ના બંને કિરણોને છેદે. છેદબિંદુઓને B અને C કહો.



પગલું 2 : B ને કેન્દ્ર લઈ લંબાઈ BC ના અડધા કરતાં વધુ ત્રિજ્યા લઈ ∠Aના અંદરના ભાગમાં ચાપ દોરો.



પગલું 3 : એટલી જ ત્રિજ્યા અને Cને કેન્દ્ર લઈ બીજી ચાપ દોરો. જે પ્રથમ ચાપને Dમાં છેદે. $\overline{AD}$ એ ∠Aનો દ્વિભાજક છે.



પ્રયત્ન કરો.

ઉપરના પગથિયા 2માં જો ત્રિજ્યા, $\overline{BC}$ ના અડધા કરતાં ઓછી લઈએ તો શું થશે ?

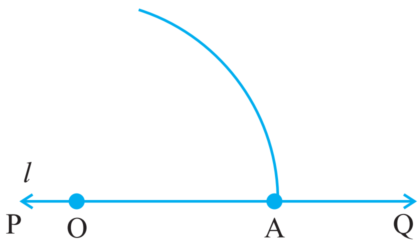
14.5.4 વિશિષ્ટ માપવાળા ખૂણાઓ

કોણમાપકનો ઉપયોગ કર્યા સિવાય કેટલાંક વિશિષ્ટ માપના ખૂણાઓ દોરવા માટેની કેટલીક સુંદર અને ચોકસાઈભરેલી રીત છે. અહીં આપણે એમાંની કેટલીકની ચર્ચા કરીશું :

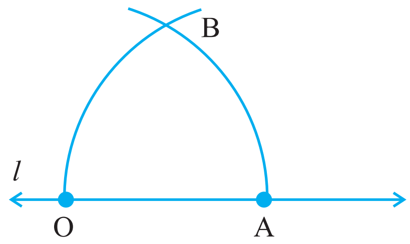
60° ના ખૂણાની રચના કરવી

પગલું 1 : એક રેખા *l* દોરો અને તેના પર બિંદુ O મૂકો (દર્શાવો).

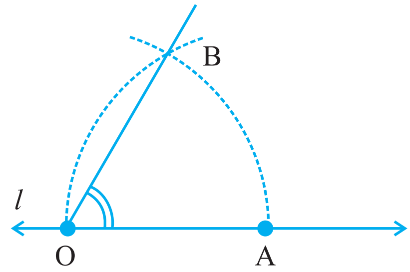
પગલું 2 : પરિકરની અણી O પર ગોઠવો અને અનુકૂળ ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરો, જે $\overleftrightarrow{PQ}$ને બિંદુ Aમાં છેદે.



પગલું 3 : હવે A ને કેન્દ્ર લઈ એટલી જ ત્રિજ્યાથી બીજી ચાપ દોરો જે Oમાંથી પસાર થાય.



પગલું 4 : બંને ચાપ Bમાં છેદે છે. $\overline{OB}$ જોડો. આપણને ∠BOA મળે છે, જેનું માપ 60° છે.



30°ના ખૂણાની રચના કરવી

અગાઉ દર્શાવ્યા પ્રમાણે 60°ના માપના ખૂણાની રચના કરો. હવે આ ખૂણાનો દ્વિભાજક રચો. દરેક ખૂણાનું માપ 30° છે. કોણમાપકથી ચકાસો.

પ્રયત્ન કરો.

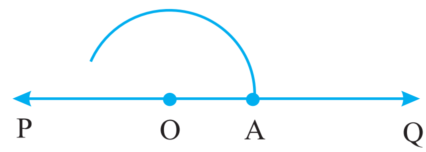
15°નો ખૂણો કેવી રીતે રચશો ?

120°ના ખૂણાની રચના કરવી

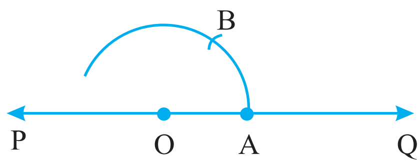
120°નો ખૂણો એ 60°ના ખૂણાથી બમણો છે. તેથી નીચે પ્રમાણે તેની રચના કરી શકાય :

પગલું 1 : કોઈ $\overleftrightarrow{PQ}$ દોરો અને તેના પર બિંદુ O લો.

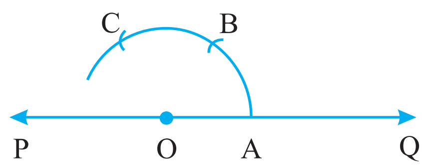
પગલું 2 : પરિકરની અણીને O પર ગોઠવીને યોગ્ય ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરો, જે રેખાને Aમાં છેદે.



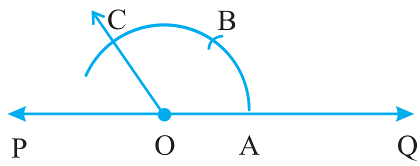
પગલું 3 : પરિકરની પહોળાઈ બદલ્યા સિવાય Aને કેન્દ્ર લઈ ચાપ દોરો, જે પ્રથમ ચાપને B માં છેદે.



પગલું 4 : ફરીથી ત્રિજ્યા એ જ રાખીને B ને કેન્દ્ર લઈ ચાપ દોરો, જે પ્રથમ ચાપને C માં છેદે.



પગલું 5 : $\overrightarrow{OC}$ દોરો. ∠COA જરૂરી ખૂણો છે જેનું માપ 120° છે.



પ્રયત્ન કરો.

તમે 150°નો ખૂણો કેવી રીતે રચશો ?

90°નો ખૂણો રચવો

અગાઉ ચર્ચા કર્યા પ્રમાણે એક રેખાને તેના પરના કોઈ બિંદુ આગળ લંબની રચના કરો. માંગેલ 90°નો ખૂણો મળશે.

પ્રયત્ન કરો.

45° નો ખૂણો કેવી રીતે રચશો ?

સ્વાધ્યાય 14.6

1. 75°ના માપનો ∠POQ દોરો અને તેની સંમિતિની રેખા શોધો.
2. 147° ના માપનો ખૂણો દોરો અને તેના દ્વિભાજકની રચના કરો.
3. એક કાટખૂણો દોરો અને તેના દ્વિભાજકની રચના કરો.
4. 153°ના માપનો ખૂણો દોરો અને તેના ચાર સરખા ભાગ કરો.
5. માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી નીચેનાં માપના ખૂણાઓની રચના કરો :

   (a) 60° (b) 30° (c) 90° (d) 120° (e) 45° (f) 135°
6. 45° ના માપનો ખૂણો દોરો અને તેને દુભાગો.
7. 135° ના માપનો ખૂણો દોરો અને તેને દુભાગો.
8. 70° ના માપનો ખૂણો દોરો. માત્ર સીધી પટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ કરીને તેની નકલ કરો.
9. 40° ના માપનો ખૂણો દોરો. તેના પૂરકકોણની નકલ કરો.

આપણે શું શીખ્યાં ?

આ પ્રકરણમાં ભૌમિતિક આકૃતિઓ દોરવા વિશે વાત કરી (ચર્ચા કરી).

1. આકૃતિઓ (આકારો) દોરવા માટે આપણે નીચેનાં ગાણિતિક સાધનોનો ઉપયોગ કરીએ છીએ :

   (i) અંકિત માપપટ્ટી (ii) પરિકર

   (iii) દ્વિભાજક (iv) કાટખૂણિયા (v) કોણમાપક
2. માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી નીચેની રચનાઓ કરી શકાય છે :

   (i) આપેલી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ

   (ii) આપેલી લંબાઈનો રેખાખંડ

   (iii) રેખાખંડની નકલ

   (iv) રેખાને લંબરેખા

   (a) રેખા પરના બિંદુમાંથી (b) રેખા પર ન હોય તેવા બિંદુમાંથી

(v) આપેલી લંબાઈના રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક

(vi) આપેલા માપનો ખૂણો

(vii) આપેલા ખૂણાની નકલ

(viii) આપેલા ખૂણાનો દ્વિભાજક

(ix) વિશિષ્ટ માપના કેટલાક ખૂણાઓ જેવા કે,

(a) 90° (b) 45° (c) 60° (d) 30° (e) 120° (f) 135°

જવાબો

સ્વાધ્યાય 1.1

1.	(a) દસ	**2.**	(a)	73,75,307
	(b) દસ		(b)	9,05,00,041
	(c) દસ		(c)	7,52, 21,302
	(d) દસ		(d)	58,423,202
	(e) દસ		(e)	23,30,010

3.	(a)	8,75,95,762	આઠ કરોડ પંચોતેર લાખ પંચાણું હજાર સાત સો બાસઠ
	(b)	85,46,283	પંચાસી લાખ છેતાલીસ હજાર બસો ત્યાંસી
	(c)	9,99,00,046	નવ કરોડ નવાણું લાખ છેતાળીસ
	(d)	9,84,32,701	નવ કરોડ ચોર્યાસી લાખ બત્રીસ હજાર સાત સો એક
4.	(a)	78,921,092	ઈઠ્ઠોતેર મિલિયન નવ સો એકવીસ હજાર બાણું
	(b)	7,452,283	સાત મિલિયન ચાર સો બાવન હજાર બસો ત્યાંશી
	(c)	99,985,102	નવાણું મિલિયન નવ સો પંચાસી હજાર એકસો બે
	(d)	48,049,831	અડતાળીસ મિલિયન ઓગણપચાસ હજાર આઠ સો એકત્રીસ

સ્વાધ્યાય 1.2

1.	7707 ટિકિટ	**2.**	3020 રન
3.	2,28,800 મતો	**4.**	₹ 6,86,659; બીજે અઠવાડિયે, ₹ 1,14,877
5.	52,965	**6.**	87,575 સ્ક્રૂ
7.	₹ 30,592	**8.**	65,124
9.	18 ખમીસ, 1 મી 30 સેમી	**10.**	177 ખોખાં
11.	22 કિમી 500 મીટર	**12.**	180 પ્યાલા

સ્વાધ્યાય 1.3

1. (a) 1700 (b) 500 (c) 16,000 (d) 7000

2. (a) 5000 ; 5090 (b) 61,100 ; 61,130 (c) 7800 ; 7840 (d) 4,40,900 ; 4,40,980

3. (a) 1,20,000 (b) 1,75,00,000 (c) 7,80,000 (d) 3,00,000

સ્વાધ્યાય 2.1

1.	11,000; 11,001; 11,002	**2.**	10,000; 9999; 9998
3.	0	**4.**	20

5.	(a) 24,40,702	(b) 1,00,200	(c) 11,00,000	(d) 23,45,671
6.	(a) 93	(b) 9999	(c) 2,08,089	(d) 76,54,320

7. (a) 503 એ 530ની ડાબી બાજુ છે; 530 > 503
(b) 370 ની ડાબી તરફ 307 છે; 370 > 307
(c) 98,765 ની ડાબી તરફ 56,789 છે; 98,765 > 56,789
(d) 1,00,23,001 ની ડાબી તરફ 98,30,415 છે; 98,30,415 < 1,00,23,001

8. (a) ખોટું (b) ખોટું (c) સાચું (d) સાચું (e) સાચું (f) ખોટું (g) ખોટું (h) ખોટું (i) સાચું (j) ખોટું (k) ખોટું (l) સાચું (m) ખોટું

સ્વાધ્યાય 2.2

1. (a) 1408 (b) 4600
2. (a) 1,76,800 (b) 16,600 (c) 2,91,000 (d) 27,90,000
(e) 85,500 (f) 10,00,000
3. (a) 5940 (b) 54,27,900 (c) 81,26,500 (d) 1,92,25,000
4. (a) 76,014 (b) 87,108 (c) 2,60,064 (d) 1,68,840
5. ₹ 5850 **6.** ₹ 4500
7. (i) → (c) (ii) → (a) (iii) → (b)

સ્વાધ્યાય 2.3

1. (a) **2.** હા
3. તે બંને ‘1’ હશે.
4. (a) 73,528 (b) 54,42,437 (c) 20,600 (d) 5,34,375 (e) 17,640
5. 123456 × 8 + 6 = 987654
1234567 × 8 + 7 = 9876543

સ્વાધ્યાય 3.1

1. (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15
(c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27
(e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20
(g) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (h) 1, 23 (i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
2. (a) 5, 10, 15, 20, 25 (b) 8, 16, 24, 32, 40 (c) 9, 18, 27, 36, 45
3. (i) → (b) (ii) → (d) (iii) → (a)
(iv) → (f) (v) → (e)
4. 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

સ્વાધ્યાય 3.2

1. (a) બેકી સંખ્યા (b) બેકી સંખ્યા
2. (a) ખોટું (b) સાચું (c) સાચું (d) ખોટું
(e) ખોટું (f) ખોટું (g) ખોટું (h) સાચું
(i) ખોટું (j) સાચું
3. 17 અને 71, 37 અને 73, 79 અને 97
4. અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
વિભાજ્ય સંખ્યાઓ : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 **5.** 7
6. (a) 3 + 41 (b) 5 + 31 (c) 5 + 19 (d) 5 + 13
(આ એક રીત છે. બીજી રીતો હોઈ શકે.)

7. 3, 5; 5, 7 ; 11, 13

8. (a) અને (c)   9. 90, 91, 92 , 93, 94, 95, 96

10. (a) 3 + 5 + 13   (b) 3 + 5 + 23

(c) 13 + 17 + 23   (d) 7 + 13 + 41

(આ એક રીત છે. બીજી રીતો હોઈ શકે.)

11. 2, 3 ; 2, 13; 3, 17; 7, 13; 11, 19

12. (a) અવિભાજ્ય સંખ્યા   (b) વિભાજ્ય સંખ્યા

(c) અવિભાજ્ય સંખ્યા, વિભાજ્ય સંખ્યા   (d) 2   (e) 4   (f) 2

સ્વાધ્યાય 3.3

1.

સંખ્યા	વડે વિભાજ્ય								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
990	હા	હા	ના	હા	હા	ના	હા	હા	હા
1586	હા	ના	ના	ના	ના	ના	ના	ના	ના
275	ના	ના	ના	હા	ના	ના	ના	ના	હા
6686	હા	ના	ના	ના	ના	ના	ના	ના	ના
639210	હા	હા	ના	હા	હા	ના	ના	હા	હા
429714	હા	હા	ના	ના	હા	ના	હા	ના	ના
2856	હા	હા	હા	ના	હા	હા	ના	ના	ના
3060	હા	હા	હા	હા	હા	ના	હા	હા	ના
406839	ના	હા	ના	ના	ના	ના	ના	ના	ના

2. 4 વડે વિભાજ્ય : (a) , (b), (c), (d), (f), (g), (h), (i)

8 વડે વિભાજ્ય : (b), (d), (f), (h)

3. (a), (f), (g), (i)   4. (a), (b), (d), (e), (f)

5. (a) 2 અને 8   (b) 0 અને 9   6. (a) 8   (b) 6

સ્વાધ્યાય 3.4

1. (a) 1, 2, 4   (b) 1, 5   (c) 1, 5   (d) 1, 2, 4, 8

2. (a) 1, 2, 4   (b) 1, 5

3. (a) 24, 48, 72   (b) 36, 72, 108

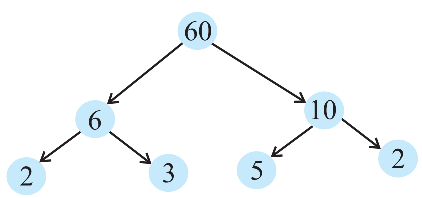
4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

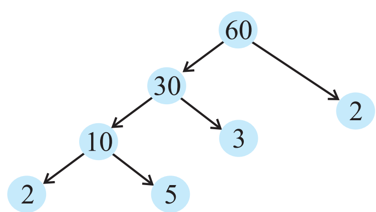
5. (a), (b), (e), (f)   6. 60   7. 1, 2, 3, 4, 6

સ્વાધ્યાય 3.5

1. (a) ખોટું (b) સાચું (c) ખોટું (d) સાચું (e) ખોટું (f) ખોટું (g) સાચું (h) સાચું (i) ખોટું

2.





3. 1 અને સંખ્યા પોતે

4. 9999, $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$

5. 10000, $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

6. $1729 = 7 \times 13 \times 19$

બે ક્રમિક અવિભાજ્ય અવયવોનો તફાવત 6 છે.

7. (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$ જે 6 વડે વિભાજ્ય છે.

(ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$ જે 6 વડે વિભાજ્ય છે.

9. (b), (c)

10. હા.

11. ના. 12, 4 અને 6 બંને વડે વિભાજ્ય છે, પરંતુ 12, 24 વડે વિભાજ્ય નથી.

12. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

સ્વાધ્યાય 3.6

1. (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9 (e) 12 (f) 34 (g) 35 (h) 7
(i) 9 (j) 3

2. (a) 1 (b) 2 (c) 1

3. ના; 1

સ્વાધ્યાય 3.7

1. 3 કિગ્રા **2.** 6930 સેમી **3.** 75 સેમી **4.** 120

5. 960 **6.** સવારે 7 વાગીને 7 મિનિટ 12 સેકન્ડ પછી

7. 31 લિટર **8.** 95 **9.** 1152

10. (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60

અહીં, દરેકમાં લ.સા.અ. એ 3 નો ગુણક છે.

હા, દરેકમાં લ.સા.અ. = બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

11. (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45

દરેકમાં, આપેલી સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. તેમાંની મોટી સંખ્યા જેટલો છે.

સ્વાધ્યાય 4.1

1. (a) O, B, C, D, E

(b) ઘણા જવાબો શક્ય છે, જેમ કે : $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DO}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{EO}$ વગેરે.

(c) ઘણા જવાબો શક્ય છે, જેમ કે : $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{EB}$ વગેરે.

(d) ઘણા જવાબો શક્ય છે, જેમ કે : $\overline{DE}$, $\overline{DO}$, $\overline{EO}$, $\overline{OB}$, $\overline{EB}$ વગેરે.

2. $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CA}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{DC}$

3. (a) ઘણા જવાબો શક્ય છે, એક જવાબ છે : $\overleftrightarrow{AE}$

(b) ઘણા જવાબો શક્ય છે, એક જવાબ છે : $\overleftrightarrow{AE}$

(c) $\overleftrightarrow{CO}$ અથવા $\overleftrightarrow{OC}$

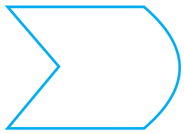
(d) ઘણા જવાબો શક્ય છે, જેમ કે : $\overleftrightarrow{CO}$, $\overleftrightarrow{AE}$ અને $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{EF}$

4. (a) અસંખ્ય (અગણ્ય) (b) માત્ર એક

6. (a) સાચું (b) સાચું (c) સાચું (d) ખોટું (e) ખોટું (f) ખોટું (g) સાચું (h) ખોટું (i) ખોટું
(j) ખોટું (k) સાચું

સ્વાધ્યાય 4.2

1. ખુલ્લો (a), (c); બંધ (b), (d), (e) **4.** (a) હા (b) હા

5. (a)  (b)  (c) શક્ય નથી.

સ્વાધ્યાય 4.3

1. ∠ A અથવા ∠ DAB; ∠ B અથવા ∠ ABC; ∠ C અથવા ∠ BCD;
∠ D અથવા ∠ CDA

2. (a) A (b) A, C, D (c) E, B, O, F

સ્વાધ્યાય 4.4

2. (a) Δ ABC, Δ ABD, Δ ADC

(b) ખૂણાઓ : ∠B, ∠C, ∠BAC, ∠BAD, ∠CAD, ∠ADB, ∠ADC

(c) રેખાખંડો : $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{DC}$

(d) Δ ABC, Δ ABD

સ્વાધ્યાય 4.5

1. વિકર્ણો ચતુષ્કોણના અંદરના ભાગમાં મળશે. (છેદશે.)

2. (a) $\overline{KL}$, $\overline{NM}$ અને $\overline{KN}$, $\overline{ML}$ (b) ∠K, ∠M અને ∠N, ∠L

(c) $\overline{KL}$, $\overline{KN}$ અને $\overline{NM}$, $\overline{ML}$ અથવા $\overline{KL}$, $\overline{LM}$ અને $\overline{NM}$, $\overline{NK}$

(d) ∠K, ∠L અને ∠M, ∠N અથવા ∠K, ∠L અને ∠L, ∠M વગેરે.

સ્વાધ્યાય 4.6

1. (a) O (b) $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ (c) $\overline{AC}$ (d) $\overline{ED}$

(e) O, P (f) Q (g) OAB (છાયાંકિત ભાગ)

(h) ખંડ ED (છાયાંકિત ભાગ)

2. (a) હા (b) ના

4. (a) સાચું (b) સાચું

સ્વાધ્યાય 5.1

1. જોવાની અયોગ્ય રીતને કારણે ભૂલ થવાની શક્યતાઓ છે.

2. ચોકસાઈપૂર્વકનું માપન શક્ય થશે.

3. હા, (કારણ કે C, A અને B ની 'વચ્ચે' છે.)

4. A અને C ની વચ્ચે B છે.

5. $\overline{AG}$ નું મધ્યબિંદુ D છે. (કારણ કે AD = DG = 3 એકમ)

6. AB = BC અને BC = CD, આથી AB = CD.

7. ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુઓની લંબાઈઓનો સરવાળો, ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં ક્યારેય ઓછો ન હોઈ શકે.

સ્વાધ્યાય 5.2

1. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\frac{3}{4}$

2. (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2

3. (a) પશ્ચિમ (b) પશ્ચિમ (c) ઉત્તર (d) દક્ષિણ

((d), નો જવાબ આપવા માટે આપણે સમઘડી કે પ્રતિઘડી, કોઈ પણ દિશામાં ફરી શકીએ કારણ કે એક પૂર્ણ ચક્ર આપણને ફરીથી સ્થિતિ પર લાવશે).

4. (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$

5. (a) 1 (b) 2 (c) 2 (d) 1 (e) 3 (f) 2

6. (a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 2 (સમઘડી અથવા પ્રતિઘડી)

7. (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 1

(અહીં આપણે માત્ર સમઘડી દિશા જ ધ્યાનમાં લેવી.)

સ્વાધ્યાય 5.3

1. (i) → (c); (ii) → (d); (iii) → (a); (iv) → (e); (v) → (b)

2. લઘુકોણ : (a) અને (f); ગુરુકોણ : (b); કાટકોણ : (c); સરળકોણ : (e); પ્રતિબિંબકોણ : (d)

સ્વાધ્યાય 5.4

1. (i) 90°; (ii) 180°.

2. (a) સાચું (b) ખોટું (c) સાચું (d) સાચું (e) સાચું

3. (a) લઘુકોણ: 23°, 89°; (b) ગુરુકોણ : 91°, 179°

7. (a) લઘુકોણ (b) ગુરુકોણ (જો ખૂણો 180° થી નાનો હોય તો)

(c) સરળકોણ (d) લઘુકોણ (e) ગુરુકોણ

9. 90°, 30°, 180°

10. સૂક્ષ્મદર્શક કાચમાંથી જોતાં ખૂણાનું માપ બદલાશે નહિ.

સ્વાધ્યાય 5.5

1. (a) અને (c) 2. 90°

3. એક ત્રિકોણાકાર 30° – 60° – 90° ખૂણાવાળો અને બીજો ત્રિકોણાકાર 45° – 45° – 90° ખૂણાવાળો છે.

90° નો ખૂણો (કાટખૂણો) બંનેમાં સામાન્ય છે.

4. (a) હા (b) હા (c) $\overline{BH}$, $\overline{DF}$ (d) બધા જ સાચા છે.

સ્વાધ્યાય 5.6

1. (a) વિષમબાજુ ત્રિકોણ (b) વિષમબાજુ ત્રિકોણ (c) સમબાજુ ત્રિકોણ

(d) કાટકોણ ત્રિકોણ (e) સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણ (f) લઘુકોણ ત્રિકોણ

2. (i) → (e); (ii) → (g); (iii) → (a); (iv) → (f); (v) → (d);

(vi) → (c); (vii) → (b).

3. (a) લઘુકોણ અને સમદ્વિબાજુ (b) કાટકોણ અને વિષમબાજુ

(c) ગુરુકોણ અને સમદ્વિબાજુ (d) કાટકોણ અને સમદ્વિબાજુ

(e) સમબાજુ અને લઘુકોણ (f) ગુરુકોણ અને વિષમબાજુ

(b) શક્ય નથી. (યાદ રાખો : ત્રિકોણની બે બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો થવો જોઈએ.)

સ્વાધ્યાય 5.7

1. (a) સાચું (b) સાચું (c) સાચું (d) સાચું (e) ખોટું (f) ખોટું

2. (a) જેની બધી બાજુઓ સમાન હોય તેવો લંબચોરસ, ચોરસ (બને) છે.

(b) જેના બધા ખૂણા કાટખૂણા છે તેવો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, લંબચોરસ (બને) છે.

(c) જેના બધા ખૂણા કાટખૂણા છે તેવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ ચોરસ (બને) છે.

(d) આ બધા રેખાખંડોથી બનેલા ચારબાજુવાળા બહુકોણો છે.

(e) ચોરસની સામસામેની બાજુઓ સમાંતર છે. આથી તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

3. ચોરસ એ 'નિયમિત' ચતુષ્કોણ છે.

સ્વાધ્યાય 5.8

1. (a) બંધ આકૃતિ નથી અને આથી એ બહુકોણ નથી.

(b) છ બાજુવાળો બહુકોણ છે.

(c) અને (d) બહુકોણ નથી કારણ કે તે રેખાખંડોથી બનેલા નથી.

2. (a) ચતુષ્કોણ (b) ત્રિકોણ (c) પંચકોણ (પાંચ બાજુ) (d) અષ્ટકોણ

સ્વાધ્યાય 5.9

1. (a) → (ii); (b) → (iv); (c) → (v); (d) → (iii); (e) → (i)

2. (a), (b) અને (c) લંબઘન છે; (d) નળાકાર છે; (e) ગોલક છે.

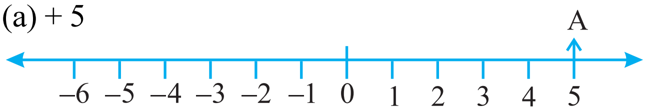
સ્વાધ્યાય 6.1

1. (a) વજનમાં ઘટાડો (b) 30 કિમી દક્ષિણ (c) 326 A.D.

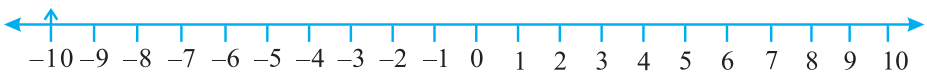
(d) ₹ 700 નો નફો (e) દરિયાની સપાટીથી 100 મીટર નીચે

2. (a) + 2000 (b) – 800 (c) + 200 (d) – 700

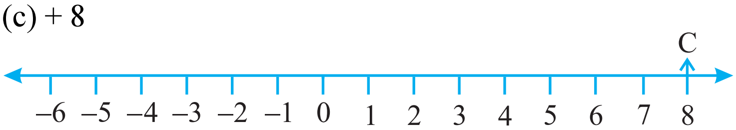
3. (a) + 5



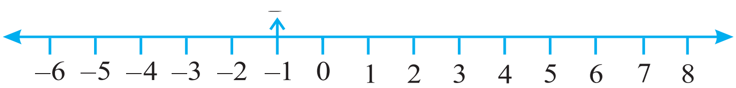
(b) – 10



(c) + 8



(d) – 1



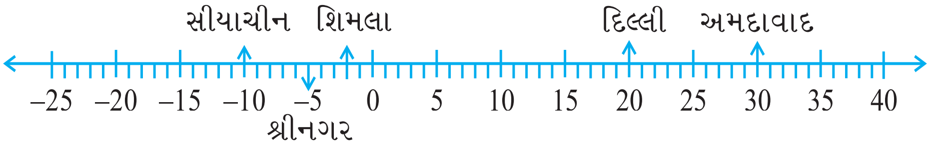
(e) – 6

4. (a) F (b) ઋણ પૂર્ણાંક (c) B → + 4, E → – 10

(d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E

5. (a) – 10°C, – 2°C, + 30°C, + 20°C, – 5°C

(b)



(c) સીયાચીન (d) અમદાવાદ અને દિલ્લી

6. (a) 9 (b) – 3 (c) 0 (d) 10 (e) 6 (f) 1

7. (a) – 6, – 5, – 4, – 3, – 2, – 1 (b) – 3,– 2, – 1, 0, 1, 2, 3

(c) – 14, – 13, – 12, – 11, – 10, – 9

(d) – 29, – 28, – 27, – 26, – 25, – 24

8. (a) – 19, – 18, – 17, – 16 (b) – 11, – 12, – 13, – 14

9. (a) સાચું (b) ખોટું; – સંખ્યારેખા પર 100 એ – 50 ની ડાબી તરફ છે.

(c) ખોટું; મોટામાં મોટો ઋણ પૂર્ણાંક – 1 છે.

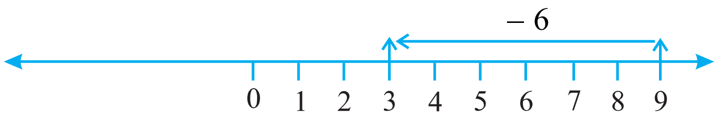
(d) ખોટું; – 26 એ – 25 કરતાં નાનો છે.

10. (a) 2 (b) – 4 (c) ડાબી તરફ (d) જમણી તરફ

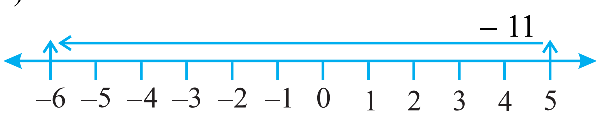
સ્વાધ્યાય 6.2

1. (a) 8 (b) 0 (c) – 4 (d) – 5

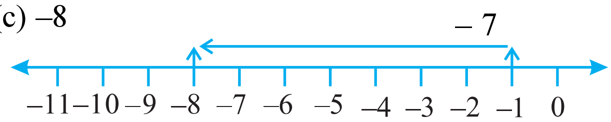
2. (a) 3



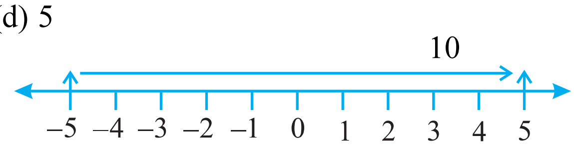
(b) –6



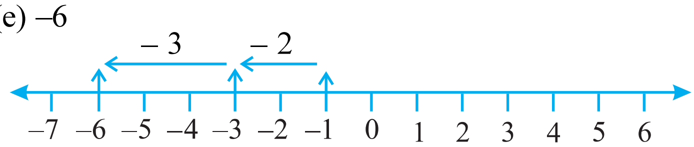
(c) –8

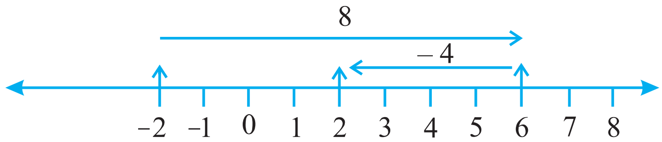


(d) 5



(e) –6





(f) 2

3. (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) –100 (e) – 650 (f) – 317

4. (a) – 217 (b) 0 (c) – 81 (d) 50

5. (a) 4 (b) –38

સ્વાધ્યાય 6.3

1. (a) 15 (b) – 18 (c) 3 (d) – 33 (e) 35 (f) 8

2. (a) $<$ (b) $>$ (c) $>$ (d) $>$

3. (a) 8 (b) – 13 (c) 0 (d) – 8 (e) 5

4. (a) 10 (b) 10 (c) – 105 (d) 92

સ્વાધ્યાય 7.1

1. (i) $\frac{2}{4}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $\frac{3}{7}$ (vi) $\frac{3}{12}$

(vii) $\frac{10}{10}$ (viii) $\frac{4}{9}$ (ix) $\frac{4}{8}$ (x) $\frac{1}{2}$

3. છાયાંકિત ભાગ આપેલા અપૂર્ણાંકો દર્શાવતો નથી.

4. $\frac{8}{24}$ **5.** $\frac{40}{60}$

6. (a) આર્ય દરેક સેન્ડવિચના ત્રણ સરખા ભાગ કરશે અને દરેકને દરેક સેન્ડવિચનો એક ભાગ આપશે.

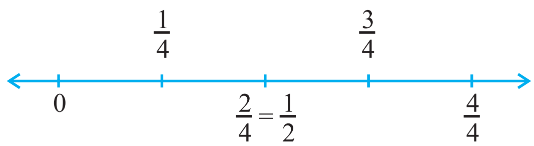
(b) $\frac{1}{3}$ **7.** $\frac{2}{3}$ **8.** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; $\frac{5}{11}$

9. 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113; $\frac{4}{12}$

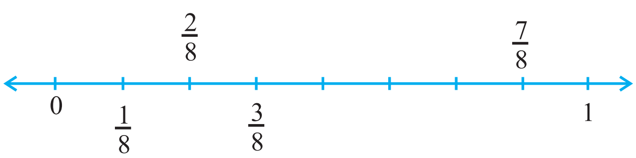
10. $\frac{4}{8}$ **11.** $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$

સ્વાધ્યાય 7.2

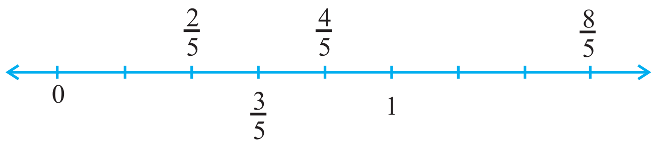
1. (a)



(b)



(c)



2. (a) $6\frac{2}{3}$ (b) $2\frac{1}{5}$ (c) $2\frac{3}{7}$ (d) $5\frac{3}{5}$ (e) $3\frac{1}{6}$ (f) $3\frac{8}{9}$

3. (a) $\frac{31}{4}$ (b) $\frac{41}{7}$ (c) $\frac{17}{6}$ (d) $\frac{53}{5}$ (e) $\frac{66}{7}$ (f) $\frac{76}{9}$

સ્વાધ્યાય 7.3

1. (a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$; હા (b) $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{15}$; ના

2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{6}$ (c) $\frac{3}{9}$ (d) $\frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{4}$

(i) $\frac{6}{18}$ (ii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{8}{12}$ (v) $\frac{4}{16}$

(a), (ii); (b), (iv); (c), (i); (d), (v); (e), (iii)

3. (a) 28 (b) 16 (c) 12 (d) 20 (e) 3

4. (a) $\frac{12}{20}$ (b) $\frac{9}{15}$ (c) $\frac{18}{30}$ (d) $\frac{27}{45}$

5. (a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$

6. (a) સમમૂલ્ય છે. (સમાન) (b) સમમૂલ્ય નથી. (અસમાન)
(c) સમમૂલ્ય નથી. (અસમાન)

7. (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{6}{7}$ (d) $\frac{3}{13}$ (e) $\frac{1}{4}$

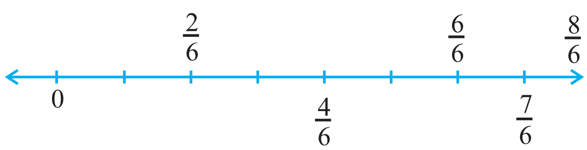
8. રમેશ $\rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$, શીલુ $\rightarrow \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$, જમાલ $\rightarrow \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$, હા

9. (i) $\rightarrow$ (d), (ii) $\rightarrow$ (e), (iii) $\rightarrow$ (a), (iv) $\rightarrow$ (c), (v) $\rightarrow$ (b)

સ્વાધ્યાય 7.4

1. (a) $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ (b) $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$

(c)



$\frac{5}{6} > \frac{2}{6}$, $\frac{3}{6} > \frac{0}{6}$, $\frac{1}{6} < \frac{6}{6}$, $\frac{8}{6} > \frac{5}{6}$

2. (a) $\frac{3}{6} < \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5} < \frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

4. (a) $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3} < \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$

(e) $\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$

5. (a) $\frac{1}{2} < \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$

(e) $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} < \frac{3}{9}$ (g) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} < \frac{4}{5}$

(i) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ (j) $\frac{6}{10} < \frac{4}{5}$ (k) $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$

6. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{4}{25}$ (e) $\frac{1}{6}$ (f) $\frac{1}{5}$

(g) $\frac{1}{5}$ (h) $\frac{1}{6}$ (i) $\frac{4}{25}$ (j) $\frac{1}{6}$ (k) $\frac{1}{6}$ (l) $\frac{4}{25}$

(a), (e), (h), (j), (k); (b), (f), (g); (c), (d), (i), (l)

7. (a) ના ; $\frac{5}{9} = \frac{25}{45}$, $\frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ અને $\frac{25}{45} \neq \frac{36}{45}$

(b) ના ; $\frac{9}{16} = \frac{81}{144}$, $\frac{5}{9} = \frac{80}{144}$ અને $\frac{81}{144} \neq \frac{80}{144}$ (c) હા; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

(d) ના ; $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$ અને $\frac{2}{30} \neq \frac{4}{30}$

8. ઈલાએ ઓછું વાંચ્યું છે. **9.** રોહિત

10. બંને વર્ગમાં સમાન અપૂર્ણાંક $\left(\frac{4}{5}\right)$ જેટલા વિદ્યાર્થીઓએ પ્રથમ વર્ગ મેળવ્યો છે.

સ્વાધ્યાય 7.5

1. (a) + (b) – (c) +

2. (a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{11}{15}$ (c) $\frac{2}{7}$ (d) 1 (e) $\frac{1}{3}$

(f) 1 (g) $\frac{1}{3}$ (h) $\frac{1}{4}$ (i) $\frac{3}{5}$

3. આખી દીવાલ

4. (a) $\frac{4}{10}\left(=\frac{2}{5}\right)$ (b) $\frac{8}{21}$ (c) $\frac{6}{6}$ (=1) (d) $\frac{7}{27}$

5. $\frac{2}{7}$

સ્વાધ્યાય 7.6

1. (a) $\frac{17}{21}$ (b) $\frac{23}{30}$ (c) $\frac{46}{63}$ (d) $\frac{22}{21}$ (e) $\frac{17}{30}$

(f) $\frac{22}{15}$ (g) $\frac{5}{12}$ (h) $\frac{3}{6}\left(=\frac{1}{2}\right)$ (i) $\frac{23}{12}$ (j) $\frac{6}{6}$ (=1)

(k) 5 (l) $\frac{95}{12}$ (m) $\frac{9}{5}$ (n) $\frac{5}{6}$

2. $\frac{23}{20}$ મીટર **3.** $2\frac{17}{6}$

4. (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{1}{3}$

5.

(a)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

(b)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

6. બીજા ટુકડાની લંબાઈ = $\frac{5}{8}$ મીટર

7. નંદિનીએ કાપેલું અંતર = $\frac{4}{10}\left(=\frac{2}{5}\right)$ કિમી

8. આશાની પુસ્તકોની અભરાઈ વધુ ભરેલી છે; $\frac{13}{30}$ જેટલી વધુ.

9. રાહુલ ઓછો સમય લે છે; $\frac{9}{20}$ મિનિટ જેટલો ઓછો.

સ્વાધ્યાય 8.1

1.

	સો (100)	દશ (10)	એકમ (1)	દશાંશ $\left(\frac{1}{10}\right)$
(a)	0	3	1	2
(b)	1	1	0	4

2.

	સો (100)	દસ (10)	એકમ (1)	દશાંશ $\left(\frac{1}{10}\right)$
(a)	0	1	9	4
(b)	0	0	0	3
(c)	0	1	0	6
(d)	2	0	5	9

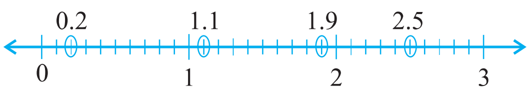
3. (a) 0.7 (b) 20.9 (c) 14.6 (d) 102.0 (e) 600.8

4. (a) 0.5 (b) 3.7 (c) 265.1 (d) 70.8 (e) 8.8
(f) 4.2 (g) 1.5 (h) 0.4 (i) 2.4 (j) 3.6
(k) 4.5

5. (a) $\frac{6}{10}, \frac{3}{5}$ (b) $\frac{25}{10}, \frac{5}{2}$ (c) 1, 1 (d) $\frac{38}{10}, \frac{19}{5}$ (e) $\frac{137}{10}, \frac{137}{10}$
(f) $\frac{212}{10}, \frac{106}{5}$ (g) $\frac{64}{10}, \frac{32}{5}$

6. (a) 0.2 સેમી (b) 3.0 સેમી (c) 11.6 સેમી (d) 4.2 સેમી
(e) 16.2 સેમી (f) 8.3 સેમી

7. (a) 0 અને 1; 1 (b) 5 અને 6; 5 (c) 2 અને 3; 3 (d) 6 અને 7; 6
(e) 9 અને10; 9 (f) 4 અને 5; 5

8. 

9. A, 0.8 સેમી; B, 1.3 સેમી; C, 2.2 સેમી; D, 2.9 સેમી

10. (a) 9.5 સેમી (b) 6.5 સેમી

સ્વાધ્યાય 8.2

1.

	એકમ	દશાંશ	શતાંશ	સંખ્યા
(a)	0	2	6	0.26
(b)	1	3	8	1.38
(c)	1	2	8	1.28

2. (a) 3.25 (b) 102.63 (c) 30.025 (d) 211.902 (e) 12.241

3.

	સો	દશક	એકમ	દશાંશ	શતાંશ	સહસ્રાંશ
(a)	0	0	0	2	9	0
(b)	0	0	2	0	8	0
(c)	0	1	9	6	0	0
(d)	1	4	8	3	2	0
(e)	2	0	0	8	1	2

4. (a) 29.41 (b) 137.05 (c) 0.764 (d) 23.206 (e) 725.09

5. (a) શૂન્ય દશાંશ (પૂર્ણાંક) શૂન્ય ત્રણ (b) એક દશાંશ બે શૂન્ય
(c) એક સો આઠ દશાંશ પાંચ છ (d) દસ દશાંશ શૂન્ય સાત
(e) શૂન્ય દશાંશ શૂન્ય ત્રણ બે (f) પાંચ દશાંશ શૂન્ય શૂન્ય આઠ

6. (a) 0 અને 0.1 (b) 0.4 અને 0.5 (c) 0.1 અને 0.2
(d) 0.6 અને 0.7 (e) 0.9 અને 1.0 (f) 0.5 અને 0.6

7. (a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{1}{20}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{9}{50}$ (e) $\frac{1}{4}$
(f) $\frac{1}{8}$ (g) $\frac{33}{500}$

સ્વાધ્યાય 8.3

1. (a) 0.4 (b) 0.07 (c) 3 (d) 0.5 (e) 1.23 (f) 0.19
(g) બંને સમાન છે. (h) 1.490 (i) બંને સમાન છે. (j) 5.64

સ્વાધ્યાય 8.4

1. (a) ₹ 0.05 (b) ₹ 0.75 (c) ₹ 0.20 (d) ₹ 50.90 (e) ₹ 7.25
2. (a) 0.15 મી (b) 0.06 મી (c) 2.45 મી (d) 9.07 મી (e) 4.19 મી
3. (a) 0.5 સેમી (b) 6.0 સેમી (c) 16.4 સેમી (d) 9.8 સેમી (e) 9.3 સેમી
4. (a) 0.008 કિમી (b) 0.088 કિમી (c) 8.888 કિમી (d) 70.005 કિમી
5. (a) 0.002 કિગ્રા (b) 0.1 કિગ્રા (c) 3.750 કિગ્રા (d) 5.008 કિગ્રા (e) 26.05 કિગ્રા

સ્વાધ્યાય 8.5

1. (a) 38.587 (b) 29.432 (c) 27.63 (d) 38.355 (e) 13.175 (f) 343.89
2. ₹ 68.35 **3.** ₹ 26.30 **4.** 5.25 મી
5. 3.042 કિમી **6.** 22.775 કિમી **7.** 18.270 કિગ્રા

સ્વાધ્યાય 8.6

1. (a) ₹ 2.50 (b) 47.46 મી (c) ₹ 3.04 (d) 3.155 કિમી (e) 1.793 કિગ્રા
2. (a) 3.476 (b) 5.78 (c) 11.71 (d) 1.753
3. ₹ 14.35 **4.** ₹ 6.75 **5.** 15.55 મી
6. 9.850 કિમી **7.** 4.425 કિગ્રા

સ્વાધ્યાય 9.1

1.

ગુણ	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
1	||	2
2	|||	3
3	|||	3
4	$\cancel{||||}$ ||	7
5	$\cancel{||||}$ |	6
6	$\cancel{||||}$ ||	7
7	$\cancel{||||}$	5
8	||||	4
9	|||	3

(a) 12 (b) 8

2.

મીઠાઈ	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
લાડુ	𝍸 𝍸 |	11
બરફી	|||	3
જલેબી	𝍸 ||	7
રસગુલ્લા	𝍸 ||||	9
		30

(b) લાડુ

3.

સંખ્યા	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	કેટલી વાર ?
1	𝍸 ||	7
2	𝍸 |	6
3	𝍸	5
4	||||	4
5	𝍸 𝍸 |	11
6	𝍸 ||	7

(a) 4 (b) 5 (c) 1 અને 6

4. (i) ગામ D (ii) ગામ C (iii) 3 (iv) 28

5. (a) VIII (b) ના (c) 12

6. (a) શુક્રવારે વેચાયેલા ગોળાની સંખ્યા 14 છે. તે જ રીતે અન્ય દિવસોએ વેચાયેલા ગોળાની સંખ્યા શોધી શકાય.
   (b) રવિવારે સૌથી વધુ ગોળા વેચાયા છે.
   (c) બુધવાર અને શનિવારે સરખી સંખ્યામાં ગોળા વેચાયા છે.
   (d) બુધવાર અને શનિવારે ઓછામાં ઓછા ગોળા વેચાયા છે.
   (e) 10 પૅકેટ

7. (a) માર્ટિન (b) 700 (c) અનવર, માર્ટિન, રણજીતસિંગ

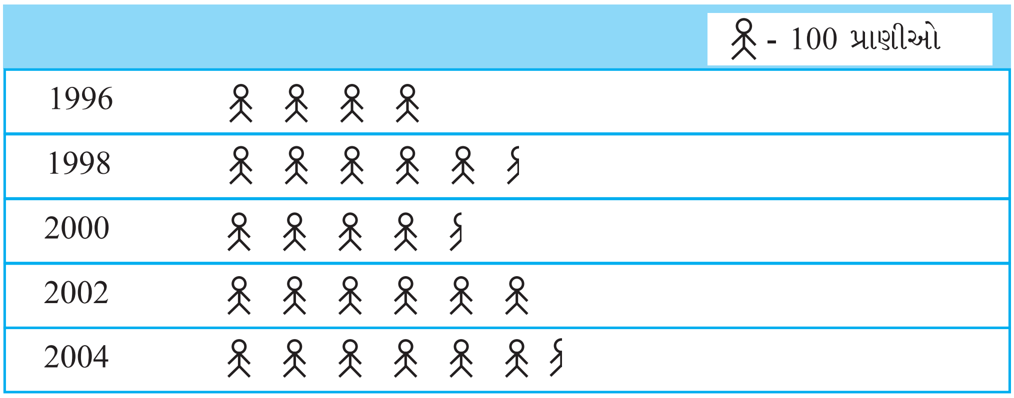
સ્વાધ્યાય 9.2

1.

	⊗ 10- પ્રાણીઓ
ગામ A	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
ગામ B	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
ગામ C	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
ગામ D	⊗ ⊗ ⊗ ⊗
ગામ E	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗

(a) 6 (b) ગામ B (c) ગામ C

2.



A (a) 6 (b) 5 પાંચ પૂરા અને એક અડધું (અધૂરું)

B બીજું

સ્વાધ્યાય 9.3

1. (a) 2002 (b) 1998

2. (a) આ લંબ આલેખ સોમવારથી શનિવાર સુધીમાં વેચાયેલા ખમીસ (શર્ટ)ની સંખ્યા દર્શાવે છે.

(b) 1 એકમ = 5 ખમીસ (c) શનિવાર, 60

(d) મંગળવાર (e) 35

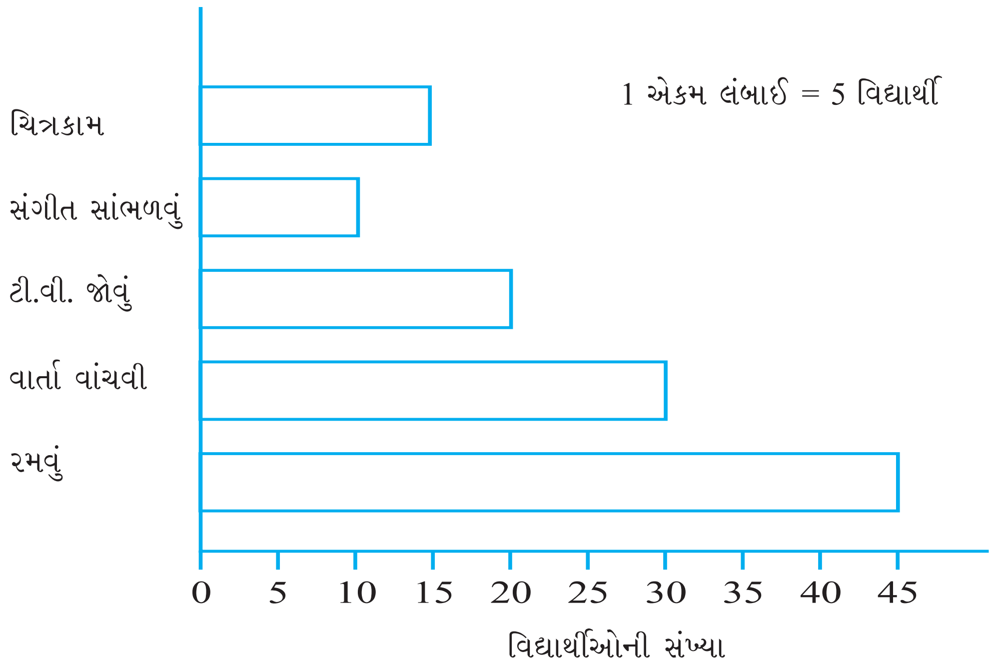
3. (a) આ લંબ આલેખ અઝીઝે જુદા-જુદા વિષયોમાં મેળવેલા ગુણ દર્શાવે છે.

(b) હિન્દી (c) સામાજિક વિજ્ઞાન (સમાજશાસ્ત્ર)

(d) હિન્દી – 80, અંગ્રેજી – 60, ગણિત – 70, વિજ્ઞાન – 50 અને સમાજશાસ્ત્ર – 40

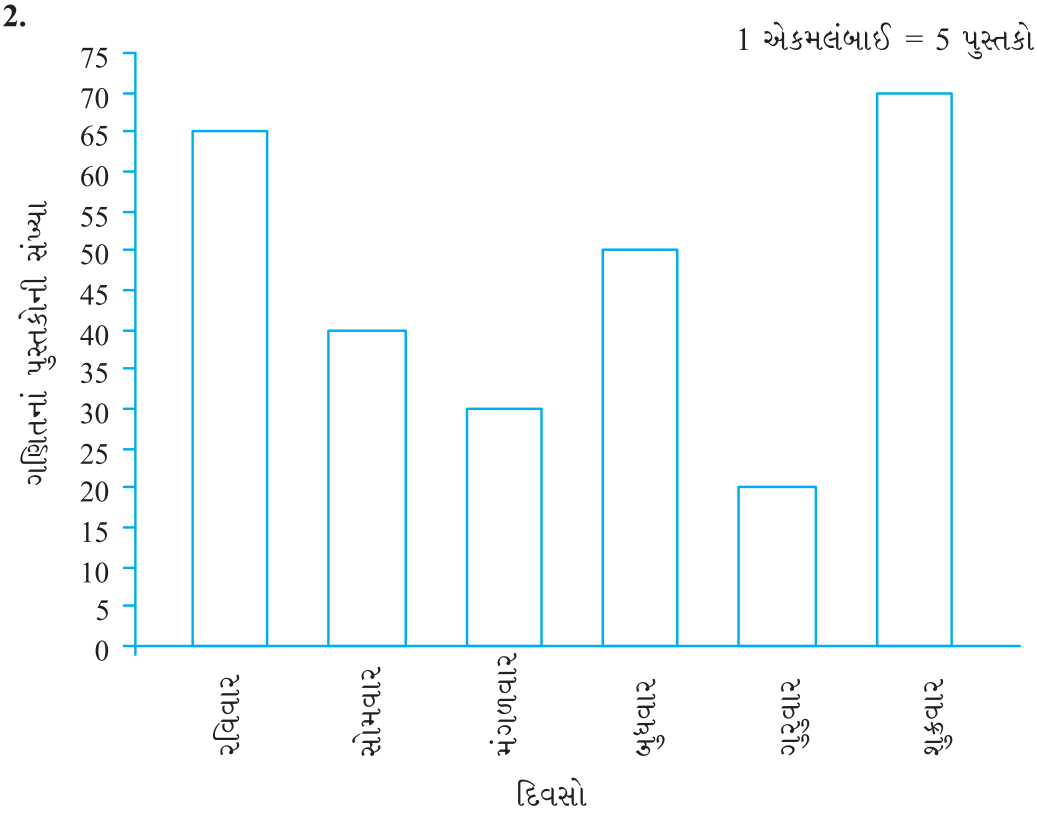
સ્વાધ્યાય 9.4

1.

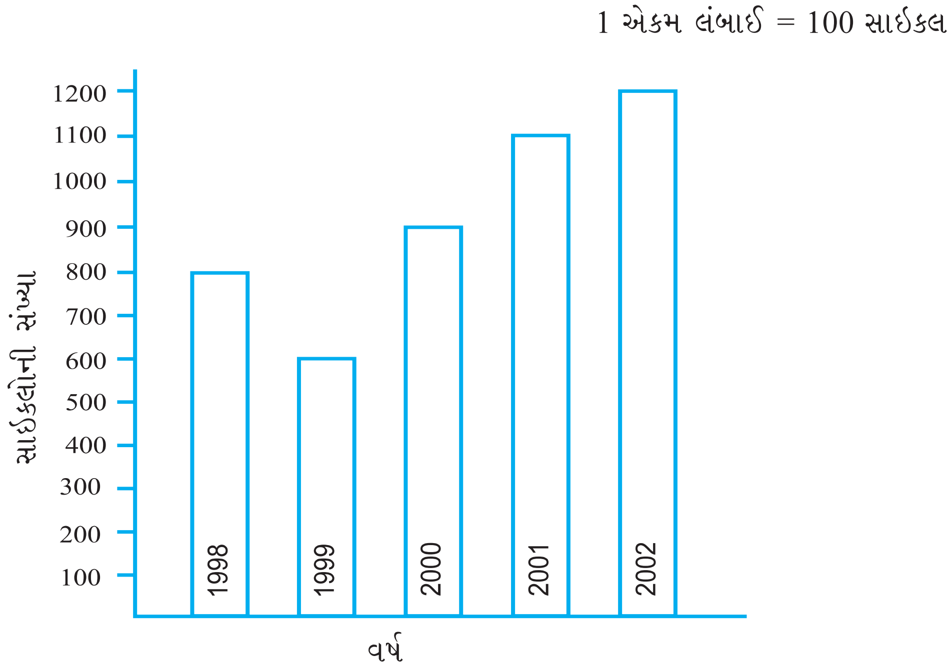


વાર્તાની ચોપડીઓ વાંચવી

2.

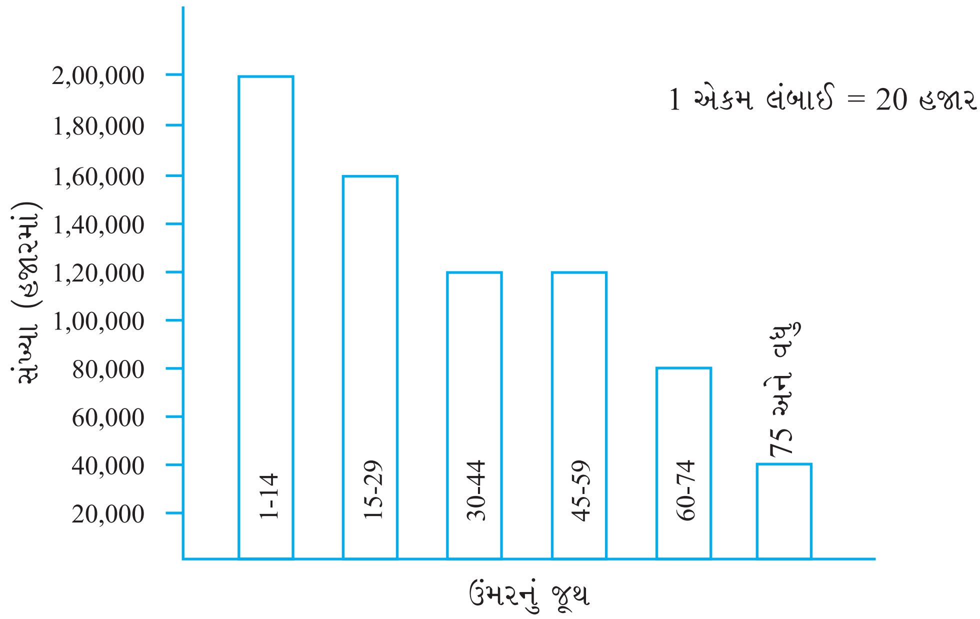


3.



(a) 2002 (b) 1999

4.



(a) 30 – 44, 45 – 59

(b) 1 લાખ 20 હજાર

સ્વાધ્યાય 10.1

1. (a) 12 સેમી (b) 133 સેમી (c) 60 સેમી (d) 20 સેમી (e) 15 સેમી
(f) 52 સેમી **2.** 100 સેમી અથવા 1 મીટર **3.** 7.5 મી **4.** 106 સેમી

5. 9.6 કિમી **6.** (a) 12 સેમી (b) 27 સેમી (c) 22 સેમી

7. 39 સેમી **8.** 48 મી **9.** 5 મી **10.** 20 સેમી

11. (a) 7.5 સેમી (b) 10 સેમી (c) 5 સેમી **12.** 10 સેમી

13. ₹ 20,000 **14.** ₹ 7200 **15.** બુલબુલ

16. (a) 100 સેમી (b) 100 સેમી (c) 100 સેમી (d) 100 સેમી
બધી આકૃતિઓની પરિમિતિ સમાન છે.

17. (a) 6 મી (b) 10 મી (c) + સાચું છે ની પરિમિતિ વધારે છે.

સ્વાધ્યાય 10.2

1. (a) 9 ચો એકમ (b) 5 ચો એકમ (c) 4 ચો એકમ (d) 8 ચો એકમ (e)10 ચો એકમ
(f) 4 ચો એકમ (g) 6 ચો એકમ (h) 5 ચો એકમ (i) 9 ચો એકમ (j) 4 ચો એકમ
(k) 5 ચો એકમ (l) 8 ચો એકમ (m) 14 ચો એકમ (n) 18 ચો એકમ

સ્વાધ્યાય 10.3

1. (a) 12 ચો સેમી (b) 252 ચો સેમી (c) 6 ચો કિમી (d) 1.40 ચોમી

2. (a) 100 ચો સેમી (b) 196 ચો સેમી (c) 25 ચોમી

3. (c) સૌથી વધુ ક્ષેત્રફળ (b) સૌથી ઓછું ક્ષેત્રફળ

4. 6 મી **5.** ₹ 8000 **6.** 3 ચોમી **7.** 14 ચોમી

8. 11 ચોમી **9.** 15 ચોમી

10. (a) 28 ચોમી (b) 9 ચોમી

11. (a) 40 ચો સેમી (b) 245 ચો સેમી (c) 9 ચો સેમી

12. (a) 240 ટાઇલ્સ (b) 42 ટાઇલ્સ

સ્વાધ્યાય 11.1

1. (a) $2n$ (b) $3n$ (c) $3n$ (d) $2n$ (e) $5n$ (f) $5n$ (g) $6n$

2. (a) અને (d); દરેકમાં જરૂરી દીવાસળીની સંખ્યા = 2

3. $5n$ **4.** $50b$ **5.** $5s$

6. t કિમી **7.** $8r$, 64, 80 **8.** $(x - 4)$ વર્ષ **9.** $l + 5$

10. $2x + 10$

11. (a) $3x + 1$, x = ચોરસોની સંખ્યા

    (b) $2x + 1$, x = ત્રિકોણોની સંખ્યા

સ્વાધ્યાય 11.2

1. $3l$ **2.** $6l$ **3.** $12l$ **4.** $d = 2r$

5. $(a + b) + c = a + (b + c)$

સ્વાધ્યાય 11.3

2. (c), (d)

3. (a) સરવાળો, બાદબાકી, સરવાળો, બાદબાકી

   (b) ગુણાકાર, ભાગાકાર, ગુણાકાર

   (c) ગુણાકાર અને સરવાળો, ગુણાકાર અને બાદબાકી

   (d) ગુણાકાર, ગુણાકાર અને સરવાળો, ગુણાકાર અને બાદબાકી

4. (a) $p + 7$ (b) $p - 7$ (c) $7p$ (d) $\frac{p}{7}$

   (e) $-m - 7$ (f) $-5p$ (g) $\frac{-p}{5}$ (h) $-5p$

5. (a) $2m + 11$ (b) $2m - 11$ (c) $5y + 3$ (d) $5y - 3$

   (e) $-8y$ (f) $-8y + 5$ (g) $16 - 5y$ (h) $-5y + 16$

6. (a) $t + 4,\ t - 4,\ 4t,\ \frac{t}{4},\ \frac{4}{t},\ 4 - t,\ 4 + t$

   (b) $2y + 7,\ 2y - 7,\ 7y + 2 \ldots,\ \ldots,$

સ્વાધ્યાય 11.4

1. (a) (i) $y + 5$ (ii) $y - 3$ (iii) $6y$ (iv) $6y - 2$ (v) $3y + 5$

   (b) $(3b - 4)$ મીટર (c) લંબાઈ = $5h$ સેમી, પહોળાઈ = $5h - 10$ સેમી

   (d) $s + 8,\ s - 7,\ 4s - 10$ (e) $(5v + 20)$ કિમી

2. (a) એક ચોપડીની કિંમત, એક નોટબુકની કિંમત કરતાં ત્રણ ગણી છે.

   (b) ટોનીના ડબામાં, ટેબલ પર છે, તેના કરતાં 8 ગણી લખોટીઓ છે.

(c) શાળામાં કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા, અમારા વર્ગ કરતાં 20 ગણી છે.

(d) જગ્ગુના કાકા, જગ્ગુ કરતાં 4 ગણા મોટા છે અને જગ્ગુનાં કાકી તેના કાકા કરતાં 3 વર્ષ નાનાં છે.

(e) હારની સંખ્યા કરતાં ટપકાંઓની સંખ્યા 5 ગણી છે.

સ્વાધ્યાય 11.5

1. (a) સમીકરણ, ચલ x (e) સમીકરણ, ચલ x
(f) સમીકરણ, ચલ x (h) સમીકરણ, ચલ n
(j) સમીકરણ, ચલ p (k) સમીકરણ, ચલ y
(o) સમીકરણ, ચલ x

2. (a) ના (b) હા (c) ના (d) ના
(e) ના (f) હા (g) ના (h) ના
(i) હા (j) હા (k) ના (l) ના
(m) ના (n) ના (o) ના (p) ના (q) હા

3. (a) 12 (b) 8 (c) 10 (d) 14
(e) 4 (f) – 2

4. (a) 6 (b) 7 (c) 12 (d) 10

5. (i) 22 (ii) 16 (iii) 17 (iv) 11

સ્વાધ્યાય 12.1

1. (a) 4:3 (b) 4:7

2. (a) 1:2 (b) 2:5

3. (a) 3:2 (b) 2:7 (c) 2:7

4. 3:4 **5.** 5, 12, 25, હા

6. (a) 3:4 (b) 14:9 (c) 3:11 (d) 2:3

7. (a) 1:3 (b) 4:15 (c) 11:20 (d) 1:4

8. (a) 3:1 (b) 1:2

9. 17:550

10. (a) 115:216 (b) 101:115 (c) 101:216

11. (a) 3:1 (b) 16:15 (c) 5:12

12. 15:7 **13.** 20; 100 **14.** 12 અને 8 **15.** 20 અને 16

16. (a) 3:1 (b) 10:3 (c) 13:6 (d) 15:1

સ્વાધ્યાય 12.2

1. (a) હા (b) ના (c) ના (d) ના
(e) હા (f) હા

2. (a) સાચું (b) સાચું (c) ખોટું (d) સાચું
(e) ખોટું (f) સાચું

3. (a) સાચું (b) સાચું (c) સાચું (d) સાચું (e) ખોટું

4. (a) હા, મધ્યમ પદો – 1 મી, ₹ 40; અંતિમ પદો – 25 સેમી, ₹ 160
(b) હા, મધ્યમ પદો – 65 લિટર, 6 શીશી; અંતિમ પદો – 39 લિટર, 10 શીશી

(c) ના

(d) હા, મધ્યમ પદો – 2.5 લિટર, ₹ 4; અંતિમ પદો – 200 મિલિ, ₹ 50

સ્વાધ્યાય 12.3

1. ₹ 210 **2.** ₹ 4500 **3.** 644 મિમિ

4. (a) ₹ 48.80 (b) 10 કિગ્રા

5. 5 અંશ **6.** ₹ 30,000 **7.** 10 કેળાં **8.** 5 કિગ્રા

9. 300 લિટર **10.** મનીષ **11.** અનુપ

સ્વાધ્યાય 13.1

1. ચાર ઉદાહરણો : કાળું પાટિયું, ટેબલની સપાટી, કાતર, કમ્પ્યૂટર ડીસ્ક વગેરે.

2. રેખા l_2

3. (c) સિવાય બીજા બધા સંમિત છે.

સ્વાધ્યાય 13.2

1. (a) 4 (b) 4 (c) 4 (d) 1
(e) 6 (f) 6 (g) 0 (h) 0 (i) 5

3. સંમિતિની રેખાઓની સંખ્યા :

સમબાજુ ત્રિકોણ – 3; ચોરસ – 4; લંબચોરસ – 2; સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ – 1;

સમબાજુ ચતુષ્કોણ – 2; વર્તુળ – અગણ્ય

4. (a) હા, સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (b) ના

(c) હા, સમબાજુ ત્રિકોણ (d) હા, વિષમબાજુ ત્રિકોણ

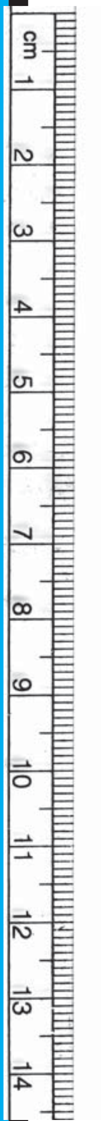
7. (a) A,H,I,M,O,T,U,V,W,X,Y (b) B, C, D, E, H, I, K, O, X
(c) F, G, J, L, N, P, Q, R, S, Z

સ્વાધ્યાય 13.3

1. સંમિતિની રેખાઓ :

(a) 4 (b) 1 (c) 2 (d) 2
(e) 1 (f) 2

નોંધ

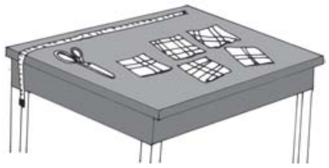


મગજ કસો

1. એક ટોપલામાં કેટલીક કેરીઓ હતી. કેરીઓને જ્યારે બે-બેનાં જૂથમાં ગણવામાં આવી ત્યારે એક વધી, ત્રણ-ત્રણનાં જૂથમાં ગણતાં બે વધી, ચાર-ચારનાં જૂથમાં ગણતાં 3 વધી, પાંચ-પાંચનાં જૂથમાં ગણતાં 4 વધી, છ-છનાં જૂથમાં ગણતાં 5 વધી, પરંતુ સાતનાં જૂથમાં ગણતાં કોઈ કેરી વધી નહિ. ટોપલામાં ઓછામાં ઓછી કેટલી કેરીઓ હતી ?

2. એક છોકરાને 3, 5, 12 અને અન્ય એક સંખ્યાનો લ.સા.અ. શોધવાનું કહેવામાં આવ્યું. ગણતી વખતે તેણે ભૂલમાં 12ને બદલે 21 લખ્યા અને ગણતરી કરી. છતાં પણ જવાબ સાચો મળ્યો. તો આથી સંખ્યા કઈ હશે ?

3. 15 મીટર, 21 મીટર, 36 મીટર, 42 મીટર અને 48 મીટર લંબાઈના કાપડના પાંચ ટુકડા છે. પરંતુ તે બધા પૂર્ણાંક એકમની પટ્ટીથી માપી શકાય છે. આવી પટ્ટીની મહત્તમ લંબાઈ કેટલી હશે ?



4. દૂધ ભરવાના ત્રણ કૅન છે. એકમાં 10 લિટર દૂધ સમાય છે અને તે આખું ભરેલું છે. બાકીના બેમાંથી એકમાં 7 લિટર અને બીજામાં 3 લિટર દૂધ સમાઈ શકે છે. કૅન ઉપર માપના આંકા પાડેલા નથી. એક ગ્રાહક 5 લિટર દૂધની માગણી કરે છે. તેણે માગેલા માપનું દૂધ તમે તેને કેવી રીતે આપી શકશો ? માત્ર નજરથી કરવામાં આવતા અંદાજથી તેને સંતોષ થશે નહિ.

5. કઈ બે અંકોની સંખ્યાને 27માં ઉમેરતાં મૂળ સંખ્યાના અંકોના સ્થાનની અદલાબદલી થશે ?

6. સિમેન્ટ અને રેતીને 1:6ના કદના પ્રમાણમાં મિશ્રણ કરીને કૉલ બનાવવામાં આવે છે. 42 એકમ કદના મિશ્રણમાં કેટલી વધુ સિમેન્ટ ઉમેરવી જોઈએ, જેથી મિશ્રણનું પ્રમાણ 2:9 થાય ?

7. મીઠાના દ્રાવણમાં વજનથી મીઠા અને પાણીનું પ્રમાણ 30:70 છે. 1 કિગ્રા દ્રાવણમાંથી જો 100 ગ્રામ પાણીનું બાષ્પીભવન કરીએ, તો હવે મીઠા અને પાણીનું વજનથી પ્રમાણ કેટલું થશે ?

8. મધમાખીના એક ટોળામાંથી અડધી મધમાખીઓ રાઈના ખેતરમાં મધ માટે ગઈ. બાકીનામાંની ત્રણ ચતુર્થાંશ મધમાખીઓ ગુલાબના ખેતરમાં ગઈ. દસ બાકી રહી તો કુલ કેટલી મધમાખીઓ હશે ?

9. 15 બાળકો વર્તુળાકારે બેઠા છે. દરેકે એક હાથરૂમાલ પોતાની બાજુમાં બેઠેલા બાળકને આપવાનો છે. જ્યારે પ્રથમ બાળક પાસે રૂમાલ પાછો આવે ત્યારે રમત પૂરી થાય છે.

આ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય : $1 \to 3 \to 5 \to 7 \to 9 \to 11 \to 13 \to 15 \to 2 \to 4 \to 6 \to 8 \to 10 \to 12 \to 14 \to 1$ અહીં દરેક બાળકને રૂમાલ મળે છે.

(i) જો દરેક બાળક પોતાની ડાબી તરફ, વચ્ચે બે બાળકોને છોડીને (તમને) રૂમાલ આપે તો શું થાય ? દરેકને રૂમાલ મળશે ?

(ii) જો વચ્ચે ત્રણ બાળકો છોડીએ તો શું ? તમને શું જણાય છે ? રમત 16, 17, 18, 19, 20 બાળકો લઈને રમતનો પ્રયત્ન કરો. શું જણાય છે ?

10. બે સંખ્યાઓ 9 અને 16 લો. 9 ને 16 વડે ભાગીને શેષ મેળવો. 2×9 ને 16 વડે ભાગતાં, 3×9 ને 16 વડે ભાગતાં, 4×9 ને 16 વડે ભાગતાં ... 15×9 ને 16 વડે ભાગતાં કેટલી શેષ મળે ? શેષની યાદી બનાવો. હવે 12 અને 14 લો. 12, 12×2, 12×3, 12×4... 12×13 ને દરેકને 14 વડે ભાગતાં મળતી શેષની યાદી બનાવો. આ બંને યાદી વચ્ચેનો તફાવત દેખાય છે ?

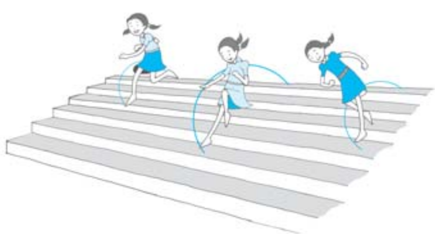
11. તમને 1 લિટર અને 5 લિટરની ક્ષમતાવાળાં બે વાસણો આપેલાં છે. તેના ઉપર આંકા પાડેલા નથી અને નજરથી માપનો અંદાજ શક્ય નથી. તમે નળમાંથી 3 લિટર પાણી કેવી રીતે ભેગું કરી શકશો ? (તમે વાસણમાંથી પાણી બહાર ઢોળી શકો છો.) જો વાસણોની ક્ષમતા 8 લિટર અને 6 લિટર હોય, તો 5 લિટર પાણી ભેગું કરી શકાય ?

12. એક સભાગૃહની પૂર્વ તરફની દીવાલનું ક્ષેત્રફળ 108 ચોમી છે અને ઉત્તર તરફની દીવાલનું ક્ષેત્રફળ 135 ચોમી છે અને ભોંયતળિયાનું ક્ષેત્રફળ 180 ચોમી છે. સભાગૃહની ઊંચાઈ શોધો.

13. બે અંકની એક સંખ્યાના એકમના અંકમાંથી 4 બાદ કરીએ અને દશકના અંકમાં 4 ઉમેરવામાં આવે તો મળતી સંખ્યા, મૂળ સંખ્યા કરતાં બે ગણી થાય છે. મૂળ સંખ્યા શોધો.

14. બે હોડી નદીના સામસામેના કિનારેથી એક જ સમયે નદીમાં તરવાનું શરૂ કરે છે. તેઓ 45 મિનિટે એકબીજાને મળે છે. તેઓ સામેના કિનારે જઈ તરત જ પાછા વળે છે. તેઓ ફરીથી પાછા ક્યારે મળશે ?

15. ત્રણ છોકરીઓ એક દાદર પરથી ઊતરે છે. એક છોકરી એક સાથે બે પગથિયાં ઊતરે છે. બીજી એક સાથે ત્રણ પગથિયાં અને ત્રીજી એક સાથે ચાર પગથિયાં ઊતરે છે. તેઓ શરૂઆત એક સાથે કરે છે અને પગથિયાં પર તેમનાં પગલાંની છાપ પડે છે. તેઓ પૂરાં પગલાંમાં નીચે



પહોંચે છે અને છેલ્લે પગથી છાપ છોડે છે. કેટલાં પગથિયાં પર માત્ર એક જ પગની છાપ હશે ? કોઈ એવું પગથિયું હશે કે જેના પર પગની કોઈ છાપ નહિ હોય ?

16. કેટલાક સૈનિકોને એક હારમાં ત્રણ જણા આવે એ રીતે ઊભા રાખ્યા તો 1 સૈનિક વધ્યો. જો તેમને પાંચની હારમાં ઊભા રાખ્યા તો 2 સૈનિકો વધ્યા. સાતની હારમાં ઊભા રાખતાં 3 સૈનિકો વધ્યા. આ જૂથમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સૈનિકો હશે ?

17. ચાર નવડા (9) અને +, –, × વગેરે ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરીને 100 મેળવો.

18. $2 \times 2 \times 2 \times .... \times 2$ (30 વખત)ના પરિણામમાં કેટલા અંકો આવે ?

19. જો એક વ્યક્તિ 30 કિમી/કલાકની ઝડપે વાહન ચલાવે તો તેણે પહોંચવાના સ્થળે 5 મિનિટ મોડો પહોંચે. પરંતુ જો તે 40 કિમી/કલાકની ઝડપે વાહન ચલાવે તો 10 મિનિટ વહેલો પહોંચશે. બે સ્થળો વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે ?

20. બે વાહનોની ઝડપનો ગુણોત્તર 2:3 છે. જો એક વાહન ત્રણ કલાકમાં 50 કિમી અંતર કાપે તો બીજું વાહન 2 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ?

21. શ્રી નટરાજનની આવક અને ખર્ચનો ગુણોત્તર 7:5 છે. જો તે દર માસે ₹ 2000 બચાવે છે, તે તેમની આવક કેટલી હશે ?

22. એક બગીચાની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 3:5 છે. ₹ 2/મીટર પ્રમાણે તેને ફરતે દીવાલ બનાવવાનો ખર્ચ ₹ 3200 આવે છે. ₹ 10/ચોમી પ્રમાણે બાગમાં લોન ઉગાડવાનો ખર્ચ કેટલો થાય ?

23. એક વ્યક્તિ અંગૂઠા માટે એક, પહેલી આંગળી માટે બે, વચલી આંગળી માટે ત્રણ, ત્યાર પછીની આંગળી માટે ચાર, છેલ્લી આંગળી માટે પાંચ અને પાછા ફરતાં છેલ્લી આંગળીની બાજુની આંગળી માટે છ છે, વચ્ચેની આંગળી માટે સાત, પહેલી આંગળી માટે આઠ, અંગૂઠા માટે નવ અને ફરીથી પહેલી આંગળી માટે દસ, વચ્ચેની આંગળી માટે અગિયાર, ત્યાર પછીની આંગળી માટે બાર, છેલ્લી આંગળી માટે તેર અને પાછા ફરતાં ચૌદ, પંદર... એમ ગણે છે. આ રીતે ગણતાં એક હજાર કઈ આંગળી પર આવે ?

24. ત્રણ મિત્રો આંબાના ઝાડ પરથી કેટલીક કેરીઓ તોડીને તેને એક ટોપલામાં ભરીને આરામ કરવા માટે સૂતા. થોડા સમય પછી એક મિત્ર ઊઠ્યો અને કેરીઓને ત્રણ સરખા ભાગમાં વહેંચી તો એક કેરી વધી. તેણે તે વધેલી કેરી બાજુમાં કૂદતા એક વાંદરાને આપી અને પોતાનો ભાગ લઈને સૂઈ ગયો. થોડી વાર બાદ બીજો મિત્ર ઊઠ્યો. તેને આગળની ઘટનાની

ખબર નહોતી. તેણે ટોપલામાંની કેરીના ત્રણ સરખા ભાગ કર્યા તો ફરીથી એક કેરી વધી જે તેણે વાંદરાને આપી અને તેણે પણ વધેલી કેરીના ત્રણ સરખા ભાગ કર્યા તો પણ એક કેરી વધી, જે વાંદરાને આપી અને પોતાનો ભાગ લઈને સૂઈ ગયો. થોડા સમય પછી ત્રણે જણા સાથે ઊઠ્યા અને જોયું તો ટોપલામાં 30 કેરીઓ હતી. તેમણે શરૂઆતમાં કેટલી કેરીઓ તોડી હશે ?

25. વિશિષ્ટ સંખ્યા

એક સંખ્યા ખૂબ વિશિષ્ટ છે. એ સંખ્યા તેના અંકોના સરવાળા કરતાં ત્રણ ગણી છે. આ સંખ્યા શોધી શકો ?

26. દસ છોડને એવી રીતે સીધી રેખામાં રોપવાનાં છે કે જેથી દરેક હારમાં ચાર છોડ આવે. કેવી રીતે કરશો ?

27. નીચેની શ્રેણીમાં હવે પછીની આવતી સંખ્યા કઈ હશે ?

(a) 1, 5, 9, 13, 17, 21,....

(b) 2, 7, 12, 17, 22,....

(c) 2, 6, 12, 20, 30,....

(d) 1, 2, 3, 5, 8, 13,....

(e) 1, 3, 6, 10, 15,....

28. નીચેના વિધાનમાં દેખાતી ભાત (ગોઠવણી) જુઓ :

$31 \times 39 = 13 \times 93$

બંને બાજુની બે સંખ્યાઓ પરસ્પર અવિભાજ્ય છે અને જે-તે સંખ્યાના અંકોના સ્થાન અદલબદલ કરવાથી મળેલી છે. આવી સંખ્યાઓની કેટલીક વધુ જોડીઓ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

જવાબો

1. 119

2. 28

3. 3 મીટર

4. તે માણસ એક વધારાનું ખાલી વાસણ લે છે. 3 લિટરના માપની મદદથી તે 10 લિટરમાંથી 9 લિટર દૂધ ખાલી વાસણમાં ભરે છે. આથી 10 લિટરના કેન (વાસણ)માં હવે 1 લિટર દૂધ બચે છે. હવે તે 7 લિટરના વાસણથી વધારાના વાસણમાંથી 7 લિટર દૂધ, 10

લિટરવાળા વાસણમાં ભરે છે. આથી 10 લિટરવાળા વાસણમાં હવે 1 + 7 = 8 લિટર દૂધ થયું. હવે 3 લિટરના વાસણથી તે 8 લિટરમાંથી 3 લિટર દૂધ કાઢી લે તો હવે 10 લિટરના વાસણમાં 8 – 3 = 5 લિટર દૂધ વધશે, જે તેણે ગ્રાહકને આપવાનું છે.

5. 14, 25, 36, 47, 58, 69

6. 2 એકમ

7. 1:2

8. 80

9. (i) ના, બધાં બાળકોને મળશે. (ii) બધાંને મળશે.

10. 9, 2, 11, 4, 13, 6, 15, 8, 1, 10, 3, 12, 5, 14, 7, 12, 10, 8, 6, 4, 20, 0, 12, 10, 8, 6, 4

11. 9 લિટરનું વાસણ ભરો. 5 લિટરના વાસણથી તેમાંથી 5 લિટર કાઢો. 5 લિટરના વાસણને ખાલી કરો. 9 લિટરમાંથી વધેલું 4 લિટર, 5 લિટરના વાસણમાં ભરો.

9 લિટરનું વાસણ ફરીથી ભરો. બાકીના 5 લિટરના વાસણને તેમાંના પાણીથી ભરો. આથી 9 લિટરના વાસણમાં 8 લિટર વધશે. 5 લિટરનું વાસણ ખાલી કરો. તેને 9 લિટરના વાસણમાંથી ભરો. તમને 9 લિટરના વાસણમાં 3 લિટર વધેલું મળશે.

12. ઊંચાઈ = 9 મીટર

13. 36

14. 90 મિનિટ

15. એક પગની છાપવાળાં પગથિયાં - 2, 3, 9, 10

એક પણ પગની છાપવાળાં પગથિયાં - 1, 5, 7, 11

16. 52

17. $99 + \frac{9}{9}$

18. 10

19. 30 કિમી

20. 50 કિમી

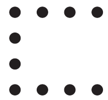
21. ₹ 7000 પ્રતિમાસ

22. ₹ 15,00,000

23. પ્રથમ આંગળી

24. 106 કેરીઓ

25. 27

26. એક ગોઠવણી આવી હોઈ શકે 

27. (a) 25 (b) 27 (c) 42 (d) 21 (e) 21

28. આવી એક જોડી : $13 \times 62 = 31 \times 26$