

झारखण्ड (JAC) 2014 (A) बोर्ड परीक्षा में पूछे गये प्रश्न एवं उनके आदर्श उत्तर

[Full Marks : 80]

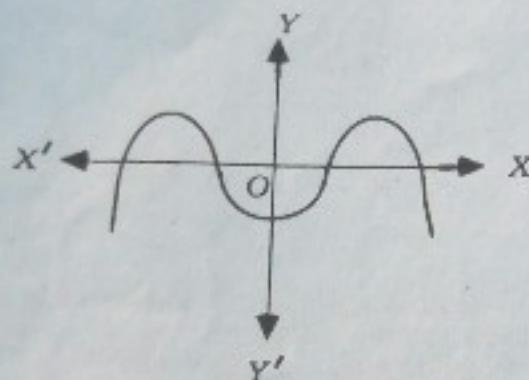
Time : 3 Hours]

निर्देश के लिए देखें 2016(A) प्रश्नोत्तर

SECTION-A (खण्ड-'अ')

(प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक 1 अंक का है)

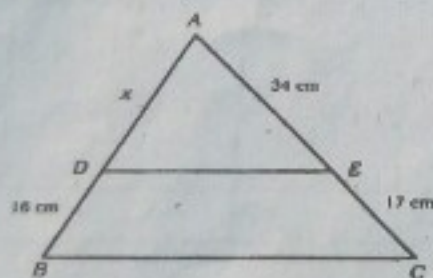
- 140 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखिए।
- किसी बहुपद $P(x)$ के लिए $y = P(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया गया है। $P(x)$ के शून्यों की संख्या लिखें।



- जोड़ कीजिए कि निम्न द्विघात समीकरण है या नहीं :

$$x(2x+3) = x^2 + 1$$

- मान निकालिए : $\tan 65^\circ - \cot 25^\circ$
- A.P. 4, 10, 16, 22, ... के लिए प्रथम पद तथा साव अंतर लिखिए।
- r त्रिज्या वाले वृत्त का परिमाण लिखिए :
- आकृति में $DE \parallel BC$ यदि है, x निकालिए-



- वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को कैसी रेखा कहते हैं?
- एक पासा को एक बार फेंका जाता है। 3 से कम की संख्या पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- वर्ग अंतराल की निम्न सीमाओं एवं संचयी बारंबारता के बीच गये आलेख को किस प्रकार का तोरण कहते हैं?

SECTION-B (खण्ड-'ब')

(प्रश्न संख्या 11 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है)

- बहुपद $P(x) = x^4 - 5x + 6$ को बहुपद $g(x) = 2 - x^2$ से भाग दीजिए तथा भागफल एवं शेषफल लिखिए।
- मान निकालिए : $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$
- y -अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो (6, 5) और (-4, 3) से समदूरस्थ है।
- ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AC = BC$ है। यदि $AB^2 = 2AC^2$ तो सिद्ध कीजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है।

- एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। खुशबू बिना थैले के अंदर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद (a) लाल हो? (b) लाल नहीं हो?

अथवा,

- 20 बत्तियों के एक समूह में 4 बत्तियाँ खराब हैं। इस समूह में से एक बत्ती यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि (a) यह बत्ती खराब होगी? (b) यह बत्ती खराब नहीं होगी?

SECTION-C (खण्ड-'स')

(प्रश्न संख्या 16 से 25 तक प्रत्येक 3 अंक का है)

- दर्शाइए कि एक धनात्मक विषम पूर्णांक $4q+1$ या $4q+3$ के रूप का होता है, जहाँ q एक पूर्णांक है।

अथवा,

सिद्ध कीजिए कि $6 + \sqrt{2}$ एक अपरिमित संख्या है।

- हल करें : $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

- ग्राफीय विधि से हल कीजिए : $x + y = 10$

$$y - x = 4$$

(पृष्ठ संख्या 24 पर प्रदत्त ग्राफ पेपर का प्रयोग कीजिए।)

- यदि किसी समांतर श्रेणी का n वाँ पद $3 + 4n$ है, तो प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

- सिद्ध कीजिए $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = (\sec \theta - \cot \theta)^2$

- बिंदुओं (5, -6) और (-1, -4) को जोड़ने वाले रेखाखंड y -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है?

- उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष हैं : (1, -1), (-4, 6), और (-3, -5)।

- 4 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी भुजाओं वाले एक त्रिभुज की लंबाई कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की लंबाई

कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की गुनी हों।

अथवा,

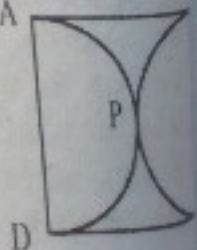
5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचीं परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों।

- सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरे पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।

- त्रिज्या 21 सेमी वाले वृत्त का एक चाप केन्द्र पर 60° का अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए (a) चाप की लम्बाई (b) द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल।

अथवा,

आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि ABCD भुजा 14 सेमी का एक वर्ग है तथा APD और BPC दो अर्धवृत्त हैं।



SECTION-D (खण्ड-'द')

(प्रश्न संख्या 26 से 30 तक प्रत्येक 6 अंक का है)

26. द्विघात समीकरण $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ का (a) चिपकतकर (b) भूतों की प्रकृति तथा (c) द्विघाती सूत्र का उपयोग का मूल ज्ञात कीजिए।

अथवा,

3 वर्ष पूर्व खुराबू की आयु का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष परचात आयु के व्युत्क्रम का योग $\frac{1}{3}$ है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

27. 7 मी ऊँचे भवन के शिखर से एक केवल टॉपर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनयन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा,

एक नदी के पुल के एक बिंदु से नदी के सम्मुख किनारों के अवनयन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। यदि पुल किनारों से 3 मी. की ऊँचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

28. सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

29. एक तुर्की टोपी शंकु के एक छिन्नक के आकार की है। यदि इसके खुले सिरे की त्रिज्या 10 सेमी. है, ऊपरी सिरे की त्रिज्या 4 सेमी. है और टोपी की तिर्यक ऊँचाई 15 सेमी. है, तो इसके बनाने में प्रयुक्त पदार्थ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

30. निम्न आँकड़ों से माध्यक ज्ञात कीजिए :

वर्ग-अंतराल	बारंबारता
0-10	5
10-20	10
20-30	18
30-40	30
40-50	20
50-60	12
60-70	5

ANSWER

SECTION-A (खण्ड-'अ')

1.
$$\begin{array}{r|l} 2 & 140 \\ 2 & 70 \\ 5 & 35 \\ \hline & 7 \end{array}$$

अतः 140 का अभाज्य गुणनखंड

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ Ans.

2. चूँकि आलेख x अक्षों को चार बिन्दुओं पर काटता है, इसलिए शून्यकों की संख्या 4 होगी।

3. समीकरण: $x(2x+3) = x^2 + 1$

$= 2x^2 + 3x = x^2 + 1$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x - x^2 = 1$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0$

यहाँ चर x का घात 2 है। अतः यह द्विघात बहुपद है।

4. $\tan 65^\circ - \cot 25^\circ$
 $= \tan(90^\circ - 25^\circ) - \cot 25^\circ$
 $= \cot 25^\circ - \cot 25^\circ = 0$
 $(\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta)$

5. A.P. 4, 10, 16, 22, ...
 $a_1 = 4, a_2 = 10, a_3 = 16, a_4 = 22$
 प्रथम पद = 4

सार्व अंतर = $a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$

6. r त्रिज्या वाले वृत्त का परिमाण = $2\pi r$

7. दिया है। $DE \parallel BC$

ΔABC में धेरुत प्रमेय से,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow \frac{x}{16} = \frac{34}{17}$

$\Rightarrow x \times 17 = 16 \times 34$

$\Rightarrow x = \frac{16 \times 34}{17} = 32 \text{ cm Ans.}$

8. छेदक रेखा

9. माना कि 3 से छोटी संख्या प्राप्त करने की घटना E है।

सभी संभव परिणाम = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

अनुकूल परिणाम = $\{1, 2\}$

$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Ans.

10. वर्ग अंतराल की निम्न सीमाओं एवं संचयी बारंबारता के बीच खींचे गये आलेख को 'से अधिक तोरण' (More than Ogive) कहते हैं।

SECTION-B (खण्ड-'ब')

11. $P(x) = x^4 - 5x + 6$

$g(x) = 2 - x^2 = -x^2 + 2$

$P(x) \div g(x) =$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 2 \quad x^4 - 5x + 6 \quad (-x^2 - 2) \\ \hline x^4 - 2x^2 \end{array}$$

$- +$

$2x^2 - 5x + 6$

$2x^2 \quad - 4$

$-$

$+$

$-5x + 10$

भागफल = $-x^2 - 2$

शेषफल = $-5x + 10$

12. $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{\sqrt{3 \times 3}}{2 \times 2} + \frac{1 \times 1}{2 \times 2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{Ans.}$$

13. माना कि y -अक्ष पर वह बिंदु $(0, y)$ है।
यहाँ $P(6, 5)$, $Q(-4, 3)$, $O(0, y)$

$$\text{दूरी सूत्र से, } \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore OP = OQ$$

$$\sqrt{(6-0)^2 + (5-y)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-y)^2}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$6^2 + (5-y)^2 = (-4)^2 + (3-y)^2$$

$$\Rightarrow 36 + 25 - 10y + y^2 = 16 + 9 - 6y + y^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 10y + 6 - y^2 + 6y - 25 = 0$$

$$\Rightarrow -4y = -36 \Rightarrow y = \frac{-36}{-4} = 9$$

(बिंदु $= (0, y) = (0, 9)$) Ans.

14. दिया है : $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जहाँ

$$AC = BC \text{ तथा } AB^2 = 2AC^2$$

सिद्ध करना है : $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

प्रमाण:- $\triangle ABC$ में,

$$AB^2 = 2AC^2 \text{ दिया है।}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad (\because AC = BC)$$

यहाँ कर्ण² = लम्ब² + आधार²

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

इससे सिद्ध होता है कि $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

15. धैले में कुल गेंद = $3 + 5 = 8$

लाल गेंद = 3, काली गेंद = 5

$$(a) \text{ लाल गेंद होने की प्रायिकता } = \frac{3}{8}$$

$$(b) \text{ लाल गेंद नहीं होने की प्रायिकता } = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

अथवा,

कुल बल्बों की संख्या = 20, खराब बल्ब = 4

$$(a) \text{ बल्ब खराब होने की प्रायिकता } = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$(b) \text{ बल्ब खराब नहीं होने की प्रायिकता } = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

SECTION-C (खण्ड-'स')

16. माना कि a कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है, तथा $b = 4$

अतः यूक्लिड विभाजन प्रमेय के अनुसार a को 4 से विभाजित करने पर भागफल तथा शेषफल r है।

यहाँ $a = 4d + r$ जहाँ $0 \leq r < 4$

$$\Rightarrow a = 4d \quad r = 0, 1, 2, 3$$

$$\Rightarrow a = 4d + 1$$

$$\Rightarrow a = 4d + 2$$

$$\Rightarrow a = 4d + 3$$

$4d$ तथा $4d + 2$ का सम मान प्राप्त होता है जबकि

$4d + 1$ तथा $4d + 3$ का विषम मान प्राप्त होता है।

अतः एक धनात्मक विषम पूर्णांक $4d + 1$ या $4d + 3$ के रूप में होता है।

अथवा,

यदि संभव हो तो मान लें कि $6 + \sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

तो, $6 + \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (जहाँ p और q धनपूर्णांक हैं तथा p एवं q में कोई अभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है।)

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p - 6q}{q}$$

किंतु $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः हमारी मान्यता कि $6 + \sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है,

गलत है। इसलिए $6 + \sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$$17. \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \quad \dots \dots (i) \times 4$$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2 \quad \dots \dots (ii) \times 3$$

समी. (i) में 4 से तथा समी. (ii) में 3 से गुणा कर जोड़ने पर

$$\frac{8}{x} + \frac{12}{y} = 52$$

$$\frac{15}{x} - \frac{12}{y} = -6$$

$$\frac{8}{x} + \frac{15}{x} = 46$$

$$\Rightarrow \frac{8+15}{x} = 46$$

$$\Rightarrow x \times 46 = 23 \Rightarrow x = \frac{23}{46} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1} \times 2 + \frac{3}{y} = 13 \Rightarrow 4 + \frac{3}{y} = 13$$

$$\Rightarrow \frac{3}{y} = 13 - 4 \Rightarrow \frac{3}{y} = 9 \Rightarrow 9 \times y = 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ तथा } y = \frac{1}{3}$$

$$18. x + y =$$

$$y - x =$$

$$\text{समी.}$$

$$x +$$

$$\Rightarrow x =$$

$$y =$$

$$\Rightarrow x =$$

$$y =$$

$$\Rightarrow x =$$

$$\text{समी.}$$

$$y - x =$$

$$\Rightarrow y =$$

$$x = 1$$

$$x =$$

$$x =$$

$$x =$$

19. यहाँ

$$t_n$$

$$t_1$$

$$t_2$$

$$t_3$$

$$t_4$$

$$a$$

$$\text{प्र}$$

$$S$$

$$S$$

18. $x + y = 10 \dots\dots(i)$

$y - x = 4 \dots\dots(ii)$

समी. (i) से

$x + y = 10$

$x = 10 - y$

$y = +2$

$\Rightarrow x = 10 - 2 = 8$

$y = +4$

$\Rightarrow x = 10 - 4 = 6$

$y = +6$

$\Rightarrow x = 10 - 6 = 4$

समी. (ii) से

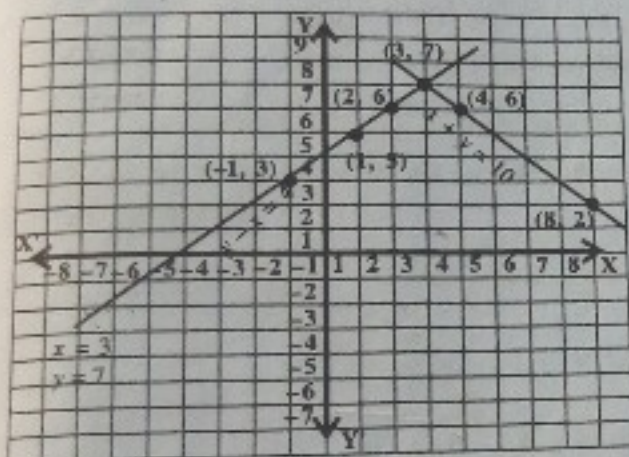
$y - x = 4$

$\Rightarrow y = 4 + x$

$x = 1 \Rightarrow y = 4 + 1 = 5$

$x = -1 \Rightarrow y = 4 + (-1) = 4 - 1 = 3$

$x = 2 \Rightarrow y = 4 + 2 = 6$



19. यहाँ,

$t_n = 3 + 4n$

$t_1 = 3 + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$

$t_2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$

$t_3 = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$

$t_4 = 3 + 4 \times 4 = 3 + 16 = 19$

$a = 7, d = 11 - 7 = 4$

प्रथम 15 पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2 \times 7 + (15-1) \times 4]$$

$$= \frac{15}{2} [14 + 14 \times 4]$$

$$= \frac{15}{2} [14 + 56]$$

$$= \frac{15}{2} \times 70 = 525$$

प्रथम पद = 7, सार्वअंतर = 4

प्रथम 15 पदों का योग = 525

20. $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = (\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)^2$

L.H.S $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$

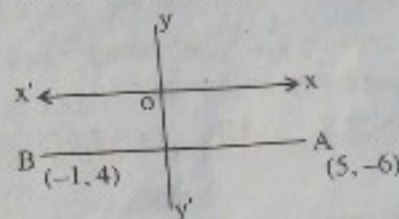
$= \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \times \frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos \theta}$

$= \frac{(1 - \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} = \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 = (\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)^2 \text{ R.H.S.}$

अतः L.H.S. = R.H.S

21. चूँकि y-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक (0, y) होता है।



माना कि y-अक्ष पर स्थित बिंदु P(0, y) है जो AB को K : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\text{अब P का x निर्देशांक} = \frac{K(-1) + 1 \times 5}{K + 1}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{-K + 5}{K + 1}$$

$$\Rightarrow -K + 5 = 0$$

$$\Rightarrow K = 5$$

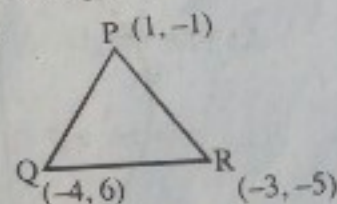
$$\Rightarrow K : 1 = 5 : 1$$

अतः P, रेखाखंड AB को 5 : 1 के अनुपात में बाँटता है।

22. P(1, -1), Q(-4, 6), R(-3, -5)

$x_1 = 1, x_2 = -4, x_3 = -3$

$y_1 = -1, y_2 = 6, y_3 = -5$


 ΔPQR का क्षेत्र

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)]$$

$$= \frac{1}{2} [1 \times 11 + (-4 \times -4) + (-3 \times -7)]$$

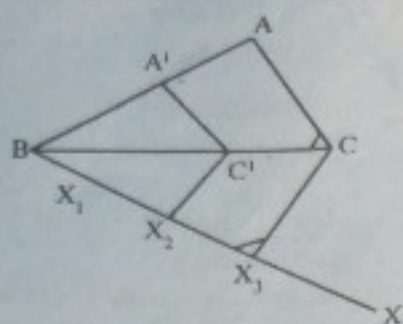
$$= \frac{1}{2} [11 + 16 + 21] = \frac{1}{2} \times 48 = 24$$

 ΔPQR का क्षेत्र = 24 वर्ग इकाई

23. रचना के चरण :

(i) BC = 6 सेमी का एक रेखा खींचा

(ii) B से 5 सेमी त्रिज्या का एवं C से 4 सेमी त्रिज्या का चाप काटा



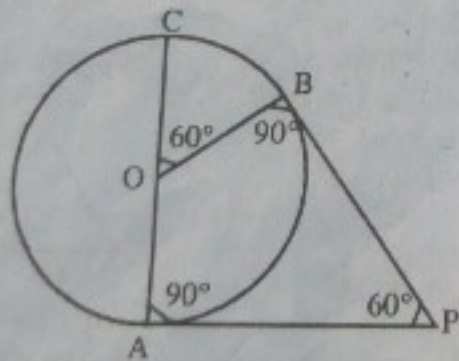
- (iii) दोनों चाप जिस बिन्दु पर एक दूसरे को काटते हैं उसे A माना।
 (iv) A से B तथा C से मिलाकर ΔABC बनाया।
 (v) B बिन्दु पर एक न्यूनकोण $\angle CBX$ बनाया।
 (vi) BX पर 3 बराबर भाग $BX_1 = X_1X_2 = X_2X_3$ लिया।
 (vii) $X_3C \parallel X_2C^1$ रेखा खींची।
 (viii) $AC \parallel C^1A^1$ रेखा खींची।

अब अभीष्ट त्रिभुज $\frac{2}{3} \Delta ABC = A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

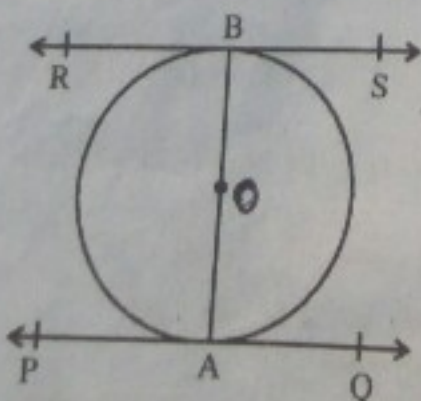
अथवा,

रचना के चरण :

- (i) O बिन्दु को केन्द्र मानते हुए 5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।
(ii) वृत्त का एक व्यास AOC खींचा।
(iii) O को केन्द्र मानते हुए $\angle BOC = 60^\circ$ बनाया जो वृत्त को बिन्दु B पर काटता है।
(iv) अब वृत्त के A तथा B बिन्दुओं पर लम्ब डाला जो एक-दूसरे को P बिन्दु पर परिच्छेद करते हैं। इस प्रकार PA एवं PB वृत्त की दो अभ्युत्त स्पर्श रेखाएँ प्राप्त होती हैं।



24.



चित्र में AB, वृत्त $C(0, r)$ का व्यास है तथा PQ एवं RS, A एवं B बिन्दुओं से होकर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं।

सिद्ध करना है : $PQ \parallel RS$

प्रमाण : $\therefore$ OA वृत्त की त्रिज्या है तथा बिन्दु पर एक स्पर्श रेखा है।

 $\therefore \text{ABLPO}$
$$\therefore \angle PAB = 90^\circ \dots\dots\dots (i)$$

इसलिए $\angle ABS = 90^\circ$ (ii)

इसलिए $\angle ABS = 90^\circ$ (ii) से
समी० (i) तथा समी० (ii) से
 $\angle PAB = \angle ABS$ (एकान्तर कोण भी हैं।)

अतः $PQ \parallel RS$ सिद्ध हुआ।

25. $r = 21 \text{ cm}$

$$\theta = 60^\circ$$

(a) चाप की लम्बाई $= \frac{\pi r \theta}{180^\circ} = \frac{22 \times 21 \times 60}{7 \times 180} = 22$ सेमी

(b) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्याखण्ड का क्षेत्र = $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$

$$= \frac{22 \times 21 \times 60^0}{7 \times 360^0} = \frac{22 \times 21 \times 21 \times 60}{7 \times 360}$$
$$= 11 \times 21 = 231 \text{ वर्ग सेंमी०}$$

वर्ग का भुजा (a) = 14 सेमी०

अर्धवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{2} = \frac{14}{2} = 7$ सेमी०

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग ABCD का क्षेत्रफल - 2 × (अर्धवृत्त का क्षेत्रफल)

$$\Rightarrow a^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \pi r^2 \right)$$

$$\Rightarrow 14^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$\Rightarrow 14 \times 14 - \frac{22 \times 7 \times 7}{7}$$

$$\Rightarrow 196 - 154 = 42 \text{ वर्गसेमी.}$$

SECTION-D (खण्ड- 'द')

26. द्विघात समीकरण $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = \frac{1}{3}$$

(a) विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac$

$$= (-2)^2 - 4 \times 3 \times \frac{1}{3}$$

$$= -2 \times -2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

विचित्रकर = 0

(b) मूलों की प्रकृति :

$D = 0$ तो मूलों वास्तविक एवं समान है।

(c) दिए गये समीकरण के मूल $\alpha = \beta$

$$\alpha\beta = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\alpha = \frac{-(-2) + \sqrt{0}}{2 \times 3}, \quad \beta = \frac{-(-2) - \sqrt{0}}{2 \times 3}$$

$$\alpha, \beta = \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$$

अथवा,
माना कि खुशनु की वर्तमान उम्र = x वर्ष
3 वर्ष पूर्व खुशनु की उम्र = $x-3$ वर्ष
5 वर्ष पश्चात खुशनु की उम्र = $x+3$ वर्ष
प्रश्न से,

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x+5+x-3}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+5x-3x-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2+2x-15 = 6x+6 \Rightarrow x^2+2x-6x-15-6=0$$

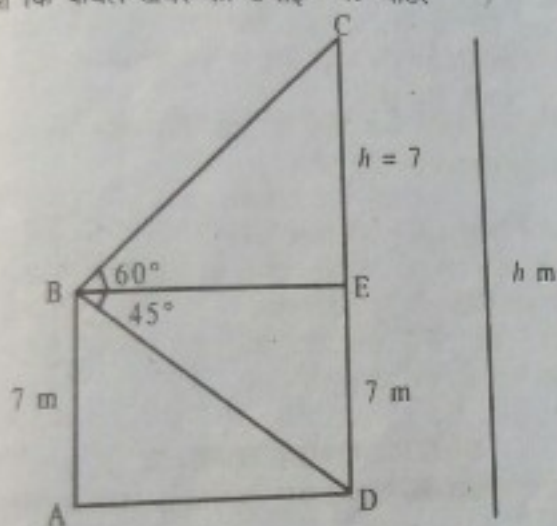
$$\Rightarrow x^2-4x-21=0 \Rightarrow x^2-7x+3x-21=0$$

$$\Rightarrow x(x-7)+3(x-7)=0 \Rightarrow (x+3)(x-7)=0$$

$$\Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow x-7=0 \Rightarrow x=7$$

अमान्य है।

खुशनु की वर्तमान आयु = 7 वर्ष
यहाँ AB एक भवन 7 मीटर ऊँचा है।
माना कि केवल टॉवर की ऊँचाई = h मीटर



$\angle CBE = 60^\circ$ तथा $\angle DBE = 45^\circ$
 $\therefore AB = DE = 7$ मीटर
 $\therefore CE = CD - DE = (h-7)$ मीटर
अब समकोण $\triangle BEC$ में
 $\tan 60^\circ = \frac{CE}{BE} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h-7}{BE} \Rightarrow BE = \frac{h-7}{\sqrt{3}} \dots (i)$

फिर समकोण $\triangle BDE$ में,
 $\tan 45^\circ = \frac{ED}{BE} \Rightarrow 1 = \frac{7}{BE} \Rightarrow BE = 7m \dots (ii)$
 $BE = 7$ मीटर समी० (i) में रखने पर

$$\Rightarrow \frac{7}{1} = \frac{h-7}{\sqrt{3}} \Rightarrow h-7 = 7\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1) = 7(1.732 + 1)$$

$$\Rightarrow h = 7 \times 2.732 = 19.124$$

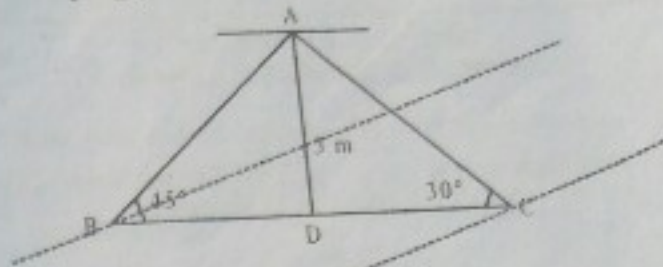
टॉवर की ऊँचाई = 19.124 मीटर

अथवा,

$\angle ABD = 45^\circ$, $\angle ACD = 30^\circ$, $AD = h = 3m$
नदी की चौड़ाई = $BD + DC$
समकोण $\triangle ADB$ में

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{3}{BD} \Rightarrow BD = 3 \text{ मीटर}$$

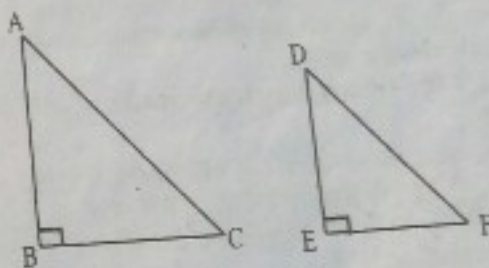


समकोण $\triangle ADC$ में, $\tan 30^\circ = \frac{AD}{DC}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{DC} \Rightarrow DC = 3\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

नदी की चौड़ाई = $BD + DC = 3 + 3\sqrt{3} = 3(1 + \sqrt{3})$
 $= 3(1 + 1.732) = 3(2.732) = 8.196$ मीटर

28.



दिया है : ABC एक त्रिभुज है, जिसमें

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

सिद्ध करना है : $\angle ABC = 90^\circ$

रचना : एक समकोण $\triangle DEF$ इस प्रकार खींचा कि

$$DE = AB, EF = BC \text{ तथा } \angle DEF = 90^\circ$$

प्रमाण : $\triangle DEF$ में

$$\text{जहाँ } \angle DEF = 90^\circ$$

$$DF^2 = DE^2 + EF^2$$

$$DF^2 = AB^2 + BC^2 \dots (i)$$

$$(\therefore DE = AB \text{ तथा } EF = BC)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \dots (ii) \text{ दिया है।}$$

समी० (i) तथा समी० (ii) का तुलना करने पर

$$DE^2 = AC^2 \dots (iii)$$

अब $\triangle ABC$ तथा $\triangle DEF$ में

$$AB = DE \text{ रचना से,}$$

$$BC = EF \text{ रचना से}$$

$$AC = DF \text{ समी० (iii) से}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF$$

$$\text{अतः } \angle ABC = 90^\circ \left[\because \angle DEF = 90^\circ \right] \text{ रचना से}$$

सिद्ध हुआ