1. **ગણ {1, 2, 3, 4} પર સંબંધ R એ R = {(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)} દ્વારા આપેલ છે.**

(A) R એ સ્વવાચક અને સંમિત છે, પરંતુ પરંપરિત નથી.

(B) R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત છે, પરંતુ સંમિત નથી.

(C) R એ સંમિત અને પરંપરિત છે, પરંતુ સ્વવાચક નથી.

(D) R એ સામ્ય સંબંધ છે.

જવાબ (B) R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત છે, પરંતુ સંમિત નથી.

➡ A = {1, 2, 3, 4}

A ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ,

R = {(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)}

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) $\in$ R

$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

(1, 2) $\in$ R પરંતુ (2, 1) $\notin$ R

$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ નથી.

(1, 2) $\in$ R તથા (2, 2) $\in$ R $\Rightarrow$ (1, 2) $\in$ R

(1, 3) $\in$ R તથા (3, 2) $\in$ R $\Rightarrow$ (1, 2) $\in$ R

(1, 1) $\in$ R તથા (1, 3) $\in$ R $\Rightarrow$ (1, 3) $\in$ R

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત સંબંધ છે. પરંતુ સંમિત સંબંધ નથી.

$\therefore$ વિકલ્પ (B) સત્ય થાય.

2. **સંબંધ R એ ગણ N પર R = {$(a, b) : a = b - 2, b > 6$} દ્વારા આપેલ છે.**

(A) (2, 4) $\in$ R (B) (3, 8) $\in$ R (C) (6, 8) $\in$ R (D) (8, 7) $\in$ R

જવાબ (C) (6, 8) $\in$ R

➡ સંબંધ R = {$(a, b) : a = b - 2, b > 6$}, $a, b \in$ N

(2, 4) $\in$ R $\Rightarrow 2 = 4 - 2$ જે સત્ય છે. પરંતુ $4 < 6$ છે.

(3, 8) $\in$ R $\Rightarrow 3 = 8 - 2$ જે સત્ય નથી.

(6, 8) $\in$ R $\Rightarrow 6 = 8 - 2$ જે સત્ય છે તથા $8 > 6$

(8, 7) $\in$ R $\Rightarrow 8 = 7 - 2$ જે સત્ય નથી.

$\therefore$ વિકલ્પ (C) સત્ય થાય.

3. **વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ R ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R નીચે પ્રમાણે છે :**
R = {$(x, y) : x - y + \sqrt{2}$ અસંમેય સંખ્યા છે.} R પરંપરિત સંબંધ છે ?

➡ ના

4. **પ્રાકૃતિક સંખ્યા ગણ N ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {$(x, y) : 2x + y = 41$} છે. R નો પ્રદેશ તથા વિસ્તાર શોધો. R સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ છે ? ચકાસો.**

➡ **R નો પ્રદેશ = {1, 2, 3, ..., 20}. R નો વિસ્તાર = {1, 3, 5, 7, 9, ..., 39}. R એ સ્વવાચક સંમિત કે પરંપરિત નથી.**

5. સંબંધોનાં ઉદાહરણ આપો : સંમિત હોય પરંતુ સ્વવાચક કે પરંપરિત ના હોય.

➡ L એ xy- સમતલમાં આવેલી રેખાઓનો ગણ છે.
ગણ L ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ,
$R = \{(x, y) : x \perp y\}$ છે.
$(x, x) \notin R$ કારણ કે $x \perp x$ નથી. જ્યાં $x \in L$
$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.
ધારો કે $x, y, z \in L$
$(x, y) \in R \Rightarrow x \perp y$
$\Rightarrow y \perp x$
$\Rightarrow (y, x) \in R$
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.
$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$
$\Rightarrow x \perp y$ તથા $y \perp z$
$\Rightarrow x \parallel z$
$\Rightarrow (x, z) \notin R$
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ નથી.
આમ, R એ સંમિત સંબંધ છે. પરંતુ સ્વવાચક કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

6. સંબંધોનાં ઉદાહરણ આપો : પરંપરિત હોય પરંતુ સ્વવાચક કે સંમિત ના હોય.

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) : x > y\}$, $x, y \in R$ વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ
ધારો કે, $x, y, z \in R$ (વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ)
$(x, x) \notin R$, કારણ કે $x > x$ સત્ય નથી.
$(x, y) \in R \Rightarrow x > y$
$\Rightarrow y > x$ સત્ય નથી.
$\Rightarrow (y, x) \notin R$
$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$
$\Rightarrow x > y$ તથા $y > z$
$\Rightarrow x > z$
$\Rightarrow (x, z) \in R$
આમ, સંબંધ R એ પરંપરિત સંબંધ છે. પરંતુ સ્વવાચક કે સંમિત સંબંધ નથી.

7. સંબંધોનાં ઉદાહરણ આપો : સ્વવાચક અને સંમિત હોય પરંતુ પરંપરિત ના હોય.

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) :$ x એ y નો મિત્ર છે.$\}$
$(x, x) \in R$ કારણ કે x એ x નો મિત્ર છે.
$(x, y) \in R \Rightarrow x$ એ y નો મિત્ર છે.
$\Rightarrow y$ એ x નો મિત્ર છે.
$\Rightarrow (y, x) \in R$
$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$
$\Rightarrow x$ એ y નો મિત્ર છે. તથા y એ z નો મિત્ર છે.
$\Rightarrow x$ એ z નો મિત્ર હોય જ તેવું શક્ય ન પણ બને.
$\Rightarrow (x, z) \notin R$
આમ, R એ સ્વવાચક અને સંમિત સંબંધ છે. પરંતુ પરંપરિત સંબધ નથી.

8. સંબંધોનાં ઉદાહરણ આપો : સ્વવાચક અને પરંપરિત હોય પરંતુ સંમિત ના હોય.

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) : x \geq y)\}$
જ્યાં x અને y વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે.
સ્પષ્ટ છે કે $x \geq x \Rightarrow (x, x) \in R$
$(x, y) \in R \Rightarrow x \geq y$
$\Rightarrow y \geq x$ શક્ય નથી.

$\Rightarrow (y, x) \notin R$

હવે $(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x \geq y$ તથા $y \geq z$

$\Rightarrow x \geq z$

$\Rightarrow (x, z) \in R$

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત સંબંધ છે. પરંતુ સંમિત સંબંધ નથી.

9. સંબંધોનાં ઉદાહરણ આપો : સંમિત અને પરંપરિત હોય પરંતુ સ્વવાચક ના હોય, તેવા સંબંધોનાં ઉદાહરણો આપો.

➥ સંબંધ $R = \{(x, y) : x$ એ y નો ભાઈ છે.$\}$

જ્યાં x અને y છોકરાઓનાં ગણ A નાં સભ્ય છે.

સ્પષ્ટ છે કે x એ x નો ભાઈ નથી. $\Rightarrow (x, x) \notin R$

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ એ y નો ભાઈ છે.

$\Rightarrow y$ એ x નો ભાઈ છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x$ એ y નો ભાઈ છે. તથા y એ z નો ભાઈ છે.

$\Rightarrow x$ એ z નો ભાઈ છે.

$\Rightarrow (x, z) \in R$

આમ, R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી. પરંતુ સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

10. $A = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ A ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : y = 2x\}$ છે. દર્શાવો કે R સામ્ય સંબંધ નથી.

➥ **સ્વપ્રયત્ને**

11. પૂર્ણાંક સંખ્યા ગણ Z ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : x - y \in Z\}$ છે. દર્શાવો કે R એ સામ્ય સંબંધ છે.

➥ **સ્વપ્રયત્ને**

12. $N \times N$ ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R નીચે પ્રમાણે છે. $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$. સાબિત કરો કે R એ સામ્ય સંબંધ છે.

➥ **સ્વપ્રયત્ને**

13. $N \times N$ ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R નીચે પ્રમાણે છે. $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$. સાબિત કરો કે R એ સામ્ય સંબંધ છે.

➥ **સ્વપ્રયત્ને**

14. પ્રાકૃતિક સંખ્યા ગણ N ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R નીચે પ્રમાણે છે : $\forall n, m \in R$, nRm, જ્યાં n અને m ને 5 વડે ભાગતાં મળતી શેષ 5 કરતાં નાની હોય. બતાવો કે R એ સામ્ય સંબંધ છે. સંબંધ R ને દર્શાવતાં અલગ ઉપગણો મેળવો.

➥ **$A_0 = \{5, 10, 15, ...\}$, $A_1 = \{1, 6, 11, ...\}$, $A_2 = \{2, 7, 12, 17, ...\}$, $A_3 = \{3, 8, 13, 18, ...\}$**
$A_4 = \{4, 9, 14, 19, ...\}$.

15. આપેલ સંબંધો પૈકી પ્રત્યેક માટે તે સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે નક્કી કરો : ગણ $A = \{1, 2, 3, ..., 13, 14\}$ પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$

➥ $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$

$x, y \in A$ તથા $3x - y = 0 \Rightarrow y = 3x$

$x = 1$ હોય તો $y = 3$, $x = 2$ હોય તો $y = 6$, $x = 3$ હોય તો $y = 9$, $x = 4$ હોય તો $y = 12$.

$x = 5$ હોય તો $y = 15$ પરંતુ $15 \notin A$

$\therefore x = 5$ શક્ય નથી.

$\therefore R = \{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12)\}$ થાય.

$(x, x) \in R$ માટે $x = 3x$ જે શક્ય નથી.

$\therefore (x, x) \notin R \Rightarrow R$ સ્વવાચક નથી.

$(x, y) \in R \Rightarrow y = 3x$ અને

$(y, x) \in R \Rightarrow x = 3y$ જે શક્ય નથી.

$\therefore$ $(x, y) \in R$ પરંતુ $(y, x) \notin R$

$\therefore$ સંબંધ R સંમિત નથી.

સ્પષ્ટ છે કે $(1, 3) \in R$ અને $(3, 9) \in R$ પરંતુ $(1, 9) \notin R$.

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત નથી.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

16. **આપેલ સંબંધો પૈકી પ્રત્યેક માટે તે સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે નક્કી કરો : પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના ગણ N પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : y = x + 5$ અને $x < 4\}$**

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) : y = x + 5$ અને $x < 4\}$

$x, y \in N$ તથા $x < 4$, $y = x + 5$

$x = 1 \Rightarrow y = 1 + 5 = 6$

$x = 2 \Rightarrow y = 2 + 5 = 7$

$x = 3 \Rightarrow y = 3 + 5 = 8$

$\therefore$ સંબંધ $R = \{(1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$ થાય.

સ્પષ્ટ છે કે, $(x, x) \notin R$

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક નથી.

હવે $(x, y) \in R \Rightarrow y = x + 5$ તથા $(y, x) \in R \Rightarrow x = y + 5$ જે શક્ય નથી.

આમ, $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$

$\therefore$ સંબંધ R સંમિત નથી.

$(x, y) \in R \Rightarrow y = x + 5$ તથા $(y, z) \in R \Rightarrow z = y + 5$

સ્પષ્ટ છે કે, $(x, z) \notin R$ કારણ કે, $z \neq x + 5$

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત નથી.

આમ, સંબંધ R સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

17. **આપેલ સંબંધો પૈકી પ્રત્યેક માટે તે સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે નક્કી કરો : ગણ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : y$ એ x વડે વિભાજ્ય છે.$\}$**

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) : y$ એ x વડે વિભાજ્ય છે.$\}$ $x, y \in A$

ધારો કે, $x, y, z \in A$

સ્પષ્ટ છે કે, $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

હવે $(x, x) \in R$ કારણ કે $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક સંબંધ છે.

હવે $(1, 2) \in R$ પરંતુ $(2, 1) \notin R$. $(3, 6) \in R$ પરંતુ $(6, 3) \notin R$

$\therefore$ સંબંધ R સંમિત સંબંધ નથી.

$(x, y) \in R \Rightarrow y$ એ x વડે વિભાજ્ય છે.

$\Rightarrow y = mx \ (m \in N)$

$(y, z) \in R \Rightarrow z$ એ y વડે વિભાજ્ય છે.

$\Rightarrow z = ny \ (n \in N)$

$\therefore z = n(mx) \quad (\because y = mx)$

$= (mn)x \ (mn \in N)$

$\therefore$ z એ x વડે વિભાજ્ય થશે.

$\therefore (x, z) \in R$

આમ, $(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત સંબંધ છે. પરંતુ સંમિત સંબંધ નથી.

18. **આપેલ સંબંધો પૈકી પ્રત્યેક માટે તે સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે નક્કી કરો : પૂર્ણાંકોના ગણ Z પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(x, y) : x - y$ એ પૂર્ણાંક છે.$\}$**

➡ સંબંધ $R = \{(x, y) : x - y$ પૂર્ણાંક છે.$\}$ જ્યાં $x, y \in Z$

ધારો કે, $x, y, z \in Z$

$(x, x) \in R \Rightarrow x - x = 0$ જે પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. તથા $0 \in Z$

$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x - y \in Z$

$\Rightarrow y - x \in Z$

$\therefore (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x - y \in Z$ તથા $y - z \in Z$

$\Rightarrow (x - y) + (y - z) \in Z$

$\Rightarrow x - z \in Z$

$\Rightarrow (x, z) \in Z$

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત તથા પરંપરિત સંબંધ છે.

19. આપેલ સંબંધો પૈકી પ્રત્યેક માટે તે સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે નક્કી કરો : કોઈ ચોક્કસ સમયે કોઈ એક નગરમાં વસતા મનુષ્યોના ગણ A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R

(a) R = {(x, y) : x અને y એક જ સ્થળે કામ કરે છે.}

(b) R = {(x, y) : x અને y એક જ વિસ્તારમાં રહે છે.}

(c) R = {(x, y) : x ની ઊંચાઈ y કરતાં બરાબર 7 સેમી. વધારે છે.}

(d) R = {(x, y) : x એ y ની પત્ની છે.}

(e) R = {(x, y) : x એ y નો પિતા છે.}

➡ ધારો કે, $x, y, z \in A$

$(x, x) \in R$ કારણ કે x અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow y$ અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત છે.

$(x, y) \in R$ અને $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે અને y અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow x$ અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow (x, z) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(b) R = {(x, y) : x અને y એક જ વિસ્તારમાં રહે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in A$

$(x, x) \in R$ કારણ કે x અને x વ્યક્તિ સમાન વિસ્તારમાં રહે જ.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow y$ અને x વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે તથા y અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow x$ અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow (x, z) \in R$

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(c) R = {(x, y) : x ની ઊંચાઈ y કરતાં બરાબર 7 સેમી. વધારે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in A$

સ્પષ્ટ છે કે, x એ x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\therefore (x, x) \notin R$

$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો છે.

$\Rightarrow y$ અને x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\Rightarrow (y, x) \notin R$

➥ ધારો કે, $x, y, z \in A$

$(x, x) \in R$ કારણ કે x અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow y$ અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત છે.

$(x, y) \in R$ અને $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે અને y અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow x$ અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow (x, z) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(b) R = {(x, y) : x અને y એક જ વિસ્તારમાં રહે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in A$

$(x, x) \in R$ કારણ કે x અને x વ્યક્તિ સમાન વિસ્તારમાં રહે જ.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow y$ અને x વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$

$\Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે તથા y અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow x$ અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow (x, z) \in R$

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(c) R = {(x, y) : x ની ઊંચાઈ y કરતાં બરાબર 7 સેમી. વધારે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in A$

સ્પષ્ટ છે કે, x એ x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\therefore (x, x) \notin R$

$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો છે.

$\Rightarrow y$ અને x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\Rightarrow (y, x) \notin R$

➥ ધારો કે, $x, y, z \in A$

$(x, x) \in R$ કારણ કે x અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in R \Rightarrow x$ અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow y$ અને x વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત છે.

$(x, y) \in R$ અને $(y, z) \in R$

$\Rightarrow$ x અને y વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે અને y અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow$ x અને z વ્યક્તિઓ એક જ જગ્યાએ કામ કરે છે.

$\Rightarrow$ $(x, z) \in$ R

$\therefore$ સંબંધ R પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(b) R = {(x, y) : x અને y એક જ વિસ્તારમાં રહે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in$ A

$(x, x) \in$ R કારણ કે x અને x વ્યક્તિ સમાન વિસ્તારમાં રહે જ.

$\therefore$ સંબંધ R સ્વવાચક છે.

$(x, y) \in$ R $\Rightarrow$ x અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow$ y અને x વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow$ $(y, x) \in$ R

$\therefore$ સંબંધ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(x, y) \in$ R તથા $(y, z) \in$ R

$\Rightarrow$ x અને y વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે તથા y અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow$ x અને z વ્યક્તિઓ સમાન વિસ્તારમાં રહે છે.

$\Rightarrow$ $(x, z) \in$ R

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

(c) R = {(x, y) : x ની ઊંચાઈ y કરતાં બરાબર 7 સેમી. વધારે છે.}

ધારો કે, $x, y, z \in$ A

સ્પષ્ટ છે કે, x એ x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\therefore$ $(x, x) \notin$ R

$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.

$(x, y) \in$ R $\Rightarrow$ x અને y કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો છે.

$\Rightarrow$ y અને x કરતાં બરાબર 7 સેમી. ઊંચો હોઈ શકે નહીં.

$\Rightarrow$ $(y, x) \notin$ R

20. સાબિત કરો કે, વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ R પર S = {(a, b) : $a \le b^2$} વડે વ્યાખ્યાયિત સંબંધ S સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ પૈકી એકપણ નથી.

➡ R = {(a, b) : $a \le b^2$} જ્યાં $a, b \in$ R ($\because$ વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ)

સ્પષ્ટ છે કે, $a \le a^2$ સત્ય નથી. $\forall a \in$ R

$\therefore$ $(a, a) \notin$ R $\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.

ધારો કે $a, b \in$ R ($\because$ વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ)

$(a, b) \in$ R $\Rightarrow$ $a < b^2$. પરંતુ $b \le a^2$ શક્ય નથી.

$\therefore$ $(b, a) \notin$ R

$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ નથી.

હવે $a, b, c \in$ R ($\because$ વાસ્તવિક સંખ્યા ગણ)

$(a, b) \in$ R તથા $(b, c) \in$ R

$\Rightarrow a \le b^2$ તથા $b \le c^2$

$\Rightarrow a \le c^4$

$\Rightarrow (a, c) \notin$ R

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ નથી.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

21. ગણ {1, 2, 3, 4, 5, 6} પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(a, b) : $b = a + 1$} એ સ્વાવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે ચકાસો.

➡ R = {(a, b) : $b = a + 1$}, $a, b \in$ {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$a = 1 \Rightarrow 1 + 1 = 2$

$a = 2 \Rightarrow 2 + 1 = 3$

$a = 3 \Rightarrow 3 + 1 = 4$

$a = 4 \quad \Rightarrow 4 + 1 = 5$
$a = 5 \quad \Rightarrow 5 + 1 = 6$
$a = 6 \quad \Rightarrow 6 + 1 = 7$ જે શક્ય નથી.
કારણ કે $7 \notin \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$\therefore$ R = {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)}
સ્પષ્ટ છે કે $a \neq a + 1 \Rightarrow (a, a) \notin$ R
$\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.
$(a, b) \in$ R $\Rightarrow a = b + 1$
પરંતુ $(b, a) \notin$ R કારણ કે $b = a + 1$ સત્ય નથી.
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ નથી.
હવે $(a, b) \in$ R તથા $(b, c) \in$ R
$\Rightarrow a = b + 1$ તથા $b = c + 1$
$\Rightarrow a = c + 2$
$\Rightarrow (a, c) \notin$ R
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ નથી.
આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

22. **સાબિત કરો કે R પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ S = {$(a, b) : a \leq b$} એ સ્વવાચક અને પરંપરિત છે, પરંતુ સંમિત સંબંધ નથી.**

➡ R = {$(a, b) : a \leq b$}, $a, b \in$ R ($\because$ વાસ્તવિક સંખ્યાગણ)
$a, b, c \in$ R. જ્યાં R એ વાસ્તવિક સંખ્યાગણ છે.
$a = a$ સત્ય છે. $\Rightarrow (a, a) \in$ R
$\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.
$(a, b) \in$ R $\Rightarrow a \leq$ b
$\Rightarrow b \leq a$ સત્ય નથી.
$\Rightarrow (b, a) \notin$ R
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ નથી.
હવે $(a, b) \in$ R તથા $(b, c) \in$ R
$\Rightarrow a \leq b$ તથા $b \leq c$
$\Rightarrow a \leq c$
$\Rightarrow (a, c) \in$ R
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.
આમ, R એ સ્વવાચક અને પરંપરિત સંબંધ છે. પરંતુ સંમિત સંબંધ નથી.

23. **R પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ S = {$(a, b) : a \leq b^3$} એ સ્વવાચક, સંમિત અથવા પરંપરિત સંબંધ છે કે નહિ તે ચકાસો.**

➡ R = {$(a, b) : a \leq b^3$}, $a, b \in$ R ($\because$ વાસ્તવિક સંખ્યાગણ)
ધારો કે, a, b, c વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે.
સ્પષ્ટ છે કે $\forall a \in$ R માટે $a \leq a^3$ સત્ય નથી.
$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.
($\because$ $(-2) \leq (-8)$ સત્ય નથી.)
$(a, b) \in$ R $\Rightarrow a < b^3$
$\Rightarrow b < a^3$ સત્ય નથી.
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ નથી.
$(a, b) \in$ R તથા $(b, c) \in$ R
$\Rightarrow a \leq b^3$ તથા $b \leq c^3$
$\Rightarrow a < c^9$
$\Rightarrow (a, c) \notin$ R
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ નથી.
આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

24. **સાબિત કરો કે ગણ {1, 2, 3} પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(1, 2), (2, 1)} એ સંમિત છે પરંતુ, સ્વવાચક કે પરંપરિત સંબંધ નથી.**

➡ ધારો કે A = {1, 2, 3}

A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(1, 2), (2, 1)}
$a \in$ A માટે $(a, a) \notin$ R, જેમ કે $(1, 1) \notin$ R
$\therefore$ R એ સ્વવાચક સંબંધ નથી.
સ્પષ્ટ છે કે, $(1, 2) \in R \Rightarrow (2, 1) \in R$
અર્થાત્ $(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.
$(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \notin R$
જેમ કે, $(1, 2) \in R, (2, 1) \in R \Rightarrow (1, 1) \notin R$
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ નથી.
આમ, R એ સંમિત સંબંધ છે. પરંતુ સ્વવાચક કે પરંપરિત સંબંધ નથી.

25. સાબિત કરો કે કૉલેજના ગ્રંથાલયનાં બધાં જ પુસ્તકોના ગણ A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(x, y) : x અને y નાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સમાન છે.} એ સામ્ય સંબંધ છે.

➡ ગણ A = કોલેજનાં પુસ્તકાલયમાં આવેલ પુસ્તકોનો ગણ
R = {(x, y) : x અને y પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સમાન છે.}
સ્પષ્ટ છે કે x અને x પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી હોય જ્યાં, $x \in A \Rightarrow (x, x) \in R$
$\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.
ધારો કે, $x, y, z \in A$
$(x, y) \in R \Rightarrow$ x અને y પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી છે.
$\Rightarrow$ y અને x પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી છે.
$\Rightarrow (y, x) \in R$
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.
$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$
$\Rightarrow$ x અને y પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી છે. તથા y અને z પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી છે.
$\Rightarrow$ x અને z પુસ્તકોનાં પૃષ્ઠોની સંખ્યા સરખી છે.
$\Rightarrow (x, z) \in R$
$\Rightarrow$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.
આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત કે પરંપરિત સંબંધ છે.
$\Rightarrow$ R એ સામ્ય સંબંધ છે.

26. સાબિત કરો કે ગણ A = {1, 2, 3, 4, 5} પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(a, b) : $|a - b|$ યુગ્મ છે} સામ્ય સંબંધ છે. સાબિત કરો કે {1, 3, 5} ના બધા જ ઘટકો એકબીજા સાથે સંબંધ R ધરાવે છે અને {2, 4} ના બધા જ ઘટકો એકબીજા સાથે સંબંધ R ધરાવે છે. પરંતુ {1, 3, 5} નો એક પણ ઘટક {2, 4} ના કોઈપણ ઘટક સાથે સંબંધ R ધરાવતો નથી.

➡ A = {1, 2, 3, 4, 5}
R = {(a, b) : $|a - b|$ યુગ્મ છે.}, $a, b \in R$
R = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (3, 1), (1, 3), (4, 2), (2, 4), (5, 1), (1, 5), (5, 3), (3, 5)}
$x \in A$ હોય તો $|x - x| = 0$ જે યુગ્મ છે.
$\therefore (x, x) \in R \Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.
$x, y, z \in A$
$(x, y) \in R \Rightarrow |x - y|$ યુગ્મ છે.
$\Rightarrow |y - x|$ યુગ્મ છે.
$\Rightarrow (y, x) \in R$ (જેમ કે $(2, 4) \in R \Rightarrow (4, 2) \in R$)
$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.
$(x, y) \in R$ તથા $(y, z) \in R$
$\Rightarrow |x - y|$ યુગ્મ છે. તથા $|y - z|$ યુગ્મ છે.
$\Rightarrow |x - z|$ યુગ્મ થાય.
જેમ કે, $(5, 3) \in R$ તથા $(3, 1) \in R \Rightarrow (5, 1) \in R$.
$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.
આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.
$\therefore$ R એ સામ્ય સંબંધ છે.

ગણ {1, 3, 5} નાં દરેક ઘટકો માટે સ્પષ્ટ છે કે, (1, 1), (3, 3), (5, 5), (1, 3), (3, 1), (3, 5), (5, 3), (1, 5), (5, 1) $\in$ R.

$\therefore$ ગણ {1, 3, 5} નાં પ્રત્યેક ઘટકો સંબંધ ધરાવે છે.

ગણ {2, 4} નાં ઘટકો માટે,

(2, 2), (4, 4), (2, 4), (4, 2) $\in$ R

$\therefore$ ગણ {2, 4} નાં પ્રત્યેક ઘટકો સંબંધ ધરાવે છે.

ગણ {1, 3, 5} નાં ઘટકો {2, 4} નાં ઘટકો સાથે સંબંધ ધરાવતાં નથી. કારણ કે, $|1 - 2|$, $|1 - 4|$, $|3 - 2|$, $|3 - 4|$, $|5 - 2|$, $|5 - 4|$ એ યુગ્મ સંખ્યાઓ નથી.

અર્થાત્ $a \in \{1, 3, 5\}$ તથા $b \in \{2, 4\}$ માટે $|a - b|$ યુગ્મ નથી.

$\therefore$ {1, 3, 5} નાં ઘટકો {2, 4} નાં ઘટકો સાથે સંબંધ ધરાવતાં નથી.

27. સાબિત કરો કે, ગણ A = $\{x \in Z : 0 \le x \le 12\}$ પર વ્યાખ્યાયિત નીચે દર્શાવેલ પ્રત્યેક સંબંધ R,

(i) R = $\{(a, b) : |a - b|$ એ 4 નો ગુણિત છે.}

(ii) R = $\{(a, b) : a = b\}$ એ સામ્ય સંબંધ છે. પ્રત્યેક વિકલ્પમાં 1 સાથે સંબંધ R ધરાવતા ઘટકોનો ગણ શોધો.

➡ ગણ A = $\{x \in Z : 0 \le x \le 12\}$

(i) R = $\{(a, b) : |a - b|$ એ 4 નો ગુણિત છે.}

ધારો કે, $a, b, c \in$ A

સ્પષ્ટ છે કે, $|4 - 4| = |8 - 8| = 0$ જે 4 નો ગુણિત છે.

$\therefore$ $a \in$ A માટે $|a - a|$ એ 4 નો ગુણિત છે.

$\therefore$ $(a, a) \in R \Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

$(a, b) \in R \Rightarrow |a - b|$ એ 4 નો ગુણિત છે.

$\Rightarrow |b - a|$ એ 4 નો ગુણિત છે.

$\Rightarrow (b, a) \in R$

$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(a, b) \in R$ તથા $(b, c) \in R$

$\Rightarrow |a - b|$ એ 4 નો ગુણિત છે તથા $|b - c|$ એ 4 નો ગુણિત છે.

$\Rightarrow |a - c|$ પણ 4 નો ગુણિત થાય.

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ છે.

$\therefore$ R એ સામ્ય સંબંધ છે.

1 ને સંબંધિત ઘટકોનો ગણ = {1, 5, 9}

(ii) R = $\{(a, b) : a = b\}$

A = $\{x \in Z : 0 \le x \le 12\} = \{0, 1, 2, 3, ..., 12\}$

સ્પષ્ટ છે કે, $a \in$ A માટે $a = a$ જેમ કે, 2 = 2, 5 = 5

$\therefore$ $(a, a) \in R \Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

ધારો કે, $a, b, c \in$ A

$(a, b) \in R \Rightarrow a = b$

$\Rightarrow b = a$

$\Rightarrow (b, a) \in R$

$\Rightarrow$ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(a, b) \in R$ તથા $(b, c) \in R$

$\therefore$ $a = b$ તથા $b = c$

$\therefore$ $a = c$

$\therefore$ $(a, c) \in R$

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત તથા પરંપરિત સંબંધ છે.

$\therefore$ R એ સામ્ય સંબંધ છે.

1 ને સંબંધિત ઘટકોનાં ગણ = {1}

28. સાબિત કરો કે, સમતલમાં આવેલાં બિંદુઓના ગણ A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(P, Q) : ઊગમબિંદુથી બિંદુ P નું અંતર એ ઊગમબિંદુથી બિંદુ Q ના અંતર જેટલું જ છે}, તો R એ સામ્ય સંબંધ છે. સાબિત કરો કે, ઊગમબિંદુ સિવાયના બિંદુ P સાથે સંબંધ

R ધરાવતા બધાં જ બિંદુઓનો ગણ એ P માંથી પસાર થતું અને ઊગમબિંદુ કેન્દ્રવાળું વર્તુળ છે.

➡ ગણ A = સમતલનાં બધાં જ બિંદુઓનો ગણ ગણ A ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ

R = {(P, Q) : બિંદુ P અને બિંદુ Q નું ઊગમબિંદુથી અંતર સમાન છે.}

સમતલમાં આવેલ બિંદુ P છે. તથા O ઊગમબિંદુ છે.

સ્પષ્ટ છે કે, OP = OP

$\therefore$ (P, P) $\in$ R $\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

બિંદુઓ P, Q, R $\in$ A તથા O ઊગમબિંદુ છે.

(P, Q) $\in$ R $\Rightarrow$ OP = OQ

$\Rightarrow$ OQ = OP

$\Rightarrow$ (Q, P) $\in$ R

$\therefore$ R એ સંમિત સંબંધ છે.

(P, Q) $\in$ R તથા (Q, R) $\in$ R

$\Rightarrow$ OP = OQ તથા OQ = OR

$\Rightarrow$ OP = OR

$\Rightarrow$ (P, R) $\in$ R

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, સંબંધ R એ સ્વવાચક, સંમિત તથા પરંપરિત સંબંધ હોવાથી તે સામ્ય સંબંધ છે.

ધારો કે, P, Q $\in$ A

P = (x_1, y_1), Q = (x_2, y_2) તથા O = (0, 0)

OP = OQ = r ($\because$ R એ સામ્ય સંબંધ છે.)

$\therefore$ $OP^2 = OQ^2 = r^2$

$\therefore$ $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = r^2$ જે વર્તુળ દર્શાવે છે.

$\therefore$ P ને સાપેક્ષ મળતાં બિંદુઓનો ગણ વર્તુળ દર્શાવે છે. જેનું કેન્દ્ર O(0, 0) છે. તથા તે P(x_1, y_1) માંથી પસાર થાય છે.

29. સાબિત કરો કે બધા જ ત્રિકોણોના ગણ A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(T_1, T_2) : ત્રિકોણ T_1 એ ત્રિકોણ T_2 ને સમરૂપ છે}, એ સામ્ય સંબંધ છે. ત્રણ કાટકોણ ત્રિકોણો, T_1 ની બાજુઓ 3, 4, 5, T_2 ની બાજુઓ 5, 12, 13 અને T_3 ની બાજુઓ 6, 8, 10 છે. તો T_1, T_2 અને T_3 માંથી કયા ત્રિકોણો સંબંધ R દ્વારા સંબંધિત છે ?

➡ ગણ A = સમતલમાં આવેલ બધાં ત્રિકોણોનો ગણ

ગણ A ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ,

R = {(T_1, T_2) : T_1 અને T_2 સમરૂપ ત્રિકોણો છે.}

સ્પષ્ટ છે કે, $T_1 \cong T_1 \Rightarrow (T_1, T_1) \in R$

$\Rightarrow$ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

$T_1, T_2, T_3 \in A$

$(T_1, T_2) \in R \Rightarrow T_1 \cong T_2$

$\Rightarrow T_2 \cong T_1$

$\Rightarrow (T_2, T_1) \in R$

$\Rightarrow$ R એ સંમિત સંબંધ છે.

$(T_1, T_2) \in R$ તથા $(T_2, T_3) \in R$

$\Rightarrow T_1 \cong T_2$ તથા $T_2 \cong T_3$

$\Rightarrow T_1 \cong T_3$

$\Rightarrow (T_1, T_3) \in R$

$\therefore$ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત અને પરંપરિત સંબંધ હોવાથી તે સામ્ય સંબંધ છે.

હવે ત્રિકોણ T_1 ની બાજુઓ 3, 4, 5 છે.

ત્રિકોણ T_2 ની બાજુઓ 5, 12, 13 છે.

ત્રિકોણ T_3 ની બાજુઓ 6, 8, 10 છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે જો બે ત્રિકોણોની અનુરૂપ બાજુઓ પ્રમાણમાં હોય તો તે બે ત્રિકોણો સમરૂપ છે. સ્પષ્ટ છે કે,

$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

$\therefore$ T_1 અને T_3 ત્રિકોણો સમરૂપ ત્રિકોણો છે.

∴ T_1 એ T_3 સાથે સંબંધમાં છે.

30. સાબિત કરો કે તમામ બહુકોણના ગણ A પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ R = {(P_1, P_2) : P_1 અને P_2 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.} એ સામ્ય સંબંધ છે. 3, 4 અને 5 લંબાઈની બાજુઓવાળા કાટકોણ ત્રિકોણ સાથે સંબંધ R ધરાવતા ગણ A ના તમામ ઘટકોનો ગણ શું મળશે ?

➥ ગણ A = બધાં જ બહુકોણોનો ગણ

ગણ A ઉપર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ,

R = {(P_1, P_2) : P_1 અને P_2 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.}

(P, P) ∈ R કારણ કે P બહુકોણની બાજુઓ તથા P બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.

∴ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

ધારો કે P_1, P_2, P_3 ∈ A

(P_1, P_2) ∈ R ⇒ બહુકોણ P_1 અને P_2 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.

⇒ બહુકોણ P_2 અને P_1 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.

⇒ (P_2, P_1) ∈ R

∴ R એ સંમિત સંબંધ છે.

(P_1, P_2) ∈ R તથા (P_2, P_3) ∈ R

⇒ બહુકોણ P_1 અને P_2 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે તથા બહુકોણ P_2 અને P_3 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.

⇒ બહુકોણ P_1 અને P_3 ની બાજુઓની સંખ્યા સમાન છે.

⇒ (P_1, P_3) ∈ R

⇒ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત તથા પરંપરિત સંબંધ હોવાથી તે સામ્ય સંબંધ છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે જે ત્રિકોણની બાજુઓ 3, 4 અને 5 હોય તે ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

∴ ગણ A એ બધાં જ કાટકોણ ત્રિકોણોનો ગણ થાય.

31. XY સમતલની બધી જ રેખાઓનો ગણ L લો અને L પર R = {(L_1, L_2) : રેખા L_1 એ રેખા L_2 ને સમાંતર છે } વડે સંબંધ R વ્યાખ્યાયિત છે. સાબિત કરો કે R સામ્ય સંબંધ છે. જે રેખાઓ $y = 2x + 4$ સાથે સંબંધ R દ્વારા સંબંધિત હોય તેવી તમામ રેખાઓનો ગણ શોધો. <u>નોંધ :</u> સ્વીકારી લો કે, પ્રત્યેક રેખા પોતાને સમાંતર છે.

➥ ગણ L = xy- સમતલમાં આવેલ બધી જ રેખાઓનો ગણ

ગણ L ઉપર વ્યાખ્યાયિત સબંધ,

R = {(L_1, L_2) : L_1 અને L_2 સમાંતર છે.}

ધારો કે L_1, L_2, L_3 ∈ L

સ્પષ્ટ છે કે L_1 એ L_1 ને સમાંતર છે.

⇒ (L_1, L_1) ∈ R

⇒ R એ સ્વવાચક સંબંધ છે.

(L_1, L_2) ∈ R ⇒ $L_1 \parallel L_2$

⇒ $L_2 \parallel L_1$

⇒ (L_2, L_1) ∈ R

∴ R એ સંમિત સંબંધ છે.

(L_1, L_2) ∈ R તથા (L_2, L_3) ∈ R

⇒ $L_1 \parallel L_2$ તથા $L_2 \parallel L_3$

⇒ $L_1 \parallel L_3$

⇒ (L_1, L_3) ∈ R

⇒ R એ પરંપરિત સંબંધ છે.

આમ, R એ સ્વવાચક, સંમિત તથા પરંપરિત સંબંધ હોવાથી તે સામ્ય સંબંધ છે.

રેખા $y = 2x + 4$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ

$y = 2x + k$ છે. જ્યાં $k \in R$

∴ રેખા $y = 2x + 4$ ને સંબંધિત રેખાઓનો ગણ

$\{(x, y) : y = 2x + k, k \in R\}$ છે.