1. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} + e^{\frac{dy}{dx}} = 0$ ની કક્ષા .... છે.**

➥ આપેલ વિકલ સમીકરણ બહુપદી સ્વરૂપે નથી.

$\therefore$ તેની કક્ષા અવ્યાખ્યાયિત છે.

2. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = x$ નું પરિમાણ .... છે.**

➥ આપેલ વિકલ સમીકરણ $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = x$

$\therefore 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x^2$

અહીં વિકલ સમીકરણમાં પ્રથમ વિકલિત છે અને તેનો ઉચ્ચતમ ઘાતાંક 2 છે.

$\therefore$ વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ 2 થાય.

3. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : તૃતીય કક્ષાના વિકલ સમીકરણમાં રહેલા સ્વૈર અચળાંકોની સંખ્યા .... હોય.**

➥ તૃતીય કક્ષાના વિકલ સમીકરણમાં સ્વૈર અચળાંકોની સંખ્યા 3 હોય.

4. **$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x \log x} = \frac{1}{x}$ એ .... પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ છે.**

➥ આપેલ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ પ્રકારનું સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે.

5. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\frac{dx}{dy} + P(y)x = Q(y)$ નો ઉકેલ .... વડે મેળવવામાં આવે છે.**

➥ $\frac{dx}{dy} + P(y)x = Q(y)$ પ્રકારના સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ $x \cdot (\text{I.F.}) = \int Q(y)\ (\text{I.F.})dy + C$ વડે મેળવવામાં આવે છે.

6. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y = x^2$ નો ઉકેલ ...... છે.**

➥ $x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y = x^2$

$\therefore \frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right) y = x$

જે $\frac{dy}{dx} + P(x)\, y = Q(x)$ પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ છે.

$\therefore P(x) = \frac{2}{x}$ અને $Q(x) = x$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ I.F. $= e^{\int P(x)dx}$

$= e^{\int \frac{2}{x} dx}$

$= e^{\log(x^2)}$

$\therefore$ I.F. $= x^2$

વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ નીચે મુજબ થાય.

$y \cdot (\text{I.F.}) = \int Q(x) \cdot (\text{I.F.}) dx + C$

$\therefore\ y \cdot x^2 = \int x \cdot x^2\, dx + C$

$\therefore\ x^2 y = \int x^3\, dx + C$

$= \frac{x^4}{4} + C$

$\therefore\ y = \frac{x^2}{4} + C x^{-2}$

7. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો :** વિકલ સમીકરણ $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ નો ઉકેલ .... છે.

➡ $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2$

$\therefore\ \frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x}{1 + x^2}\right) y = \frac{4x^2}{1 + x^2}$

જે સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે.

$\therefore\ P(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$ અને $Q(x) = \frac{4x^2}{1 + x^2}$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ $\text{I.F.} = e^{\int P(x) dx}$

$= e^{\int \frac{2x}{1 + x^2} dx}$

હવે $1 + x^2 = t$ આદેશ લેતાં,

$\therefore\ 2x\, dx = dt$

$\therefore\ \text{I.F.} = e^{\int \frac{dt}{t}}$

$= e^{\log t}$

$= t$

$= 1 + x^2$

$\therefore$ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ નીચે મુજબ થાય.

$\therefore\ y \cdot (\text{I.F.}) = \int Q(x) \cdot (\text{I.F.}) dx + C$

$\therefore\ y(1 + x^2) = \int \frac{4x^2}{1 + x^2} \cdot (1 + x^2) dx + C$

$= 4 \int x^2\, dx + C$

$\therefore\ y(1 + x^2) = \frac{4x^3}{3} + C$

$\therefore\ y = \frac{4x^3}{3(1 + x^2)} + C\,(1 + x^2)^{-1}$

જે વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે.

8. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો :** વિકલ સમીકરણ $y\, dx + (x + xy) dy = 0$ નો ઉકેલ .... છે.

➡ $y\, dx + (x + xy) dy = 0$

$y\, dx = -x(1 + y) dy$

$\therefore\ \frac{dx}{x} = -\left(\frac{1 + y}{y}\right) dy$

$\therefore\ \int \frac{1}{x}\, dx = -\int \frac{1}{y}\, dy = \int 1\, dy + \log C$

$\therefore\ \log x = -\log y - y + \log C$

$\therefore\ \log(x) + \log y + y = \log C$

$\therefore\ \log(xy) + \log(e^y) = \log C$

$\therefore\ \log(x \cdot y \cdot e^y) = \log C$

$\therefore\ x \cdot y\, (e^y) = C$

જે વિકલ સમીકરણનો જરૂરી ઉકેલ છે.

9. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}+y=\sin x$ નો સામાન્ય ઉકેલ .... છે.**

➡ $\frac{dy}{dx}+y=\sin x$

જે $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ પ્રકારનું સુરેખ સમીકરણ છે.

$\therefore$ $P(x)=1$ અને $Q(x)=\sin x$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ I.F. $=e^{\int P(x)dx}$

$=e^{\int 1\,dx}$

$=e^x$

$\therefore$ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ નીચે મુજબ થાય.

$\therefore$ $y\cdot(\text{I.F.})=\int Q(x)\cdot(\text{I.F.})dx+C$

$\therefore$ $y\cdot e^x=\int e^x\sin x\,dx+C$

હવે

$\int e^{ax}\sin(bx)dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin(bx)-b\cos(bx))$ છે.

આ પરિણામમાં $a=1$, $b=1$ લેતાં,

$\therefore y\cdot e^x=\frac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+C$

$\therefore y=\frac{1}{2}(\sin x-\cos x)+C\cdot e^{-x}$

જે આપેલ વિકલ સમીકરણનો જરૂરી ઉકેલ છે.

10. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\cot y\,dx=x\,dy$ નો ઉકેલ .... છે.**

➡ $\cot y\,dx=x\,dy$

$\therefore \frac{1}{x}dx=\frac{1}{\cot y}dy$

$\therefore \frac{1}{x}dx=\frac{1}{\cot y}dy$

$\therefore \int\frac{1}{x}dx=\int\tan y\,dy$

$\therefore \log x=\log\sec y+\log C$

$\therefore \log x-\log\sec y=\log C$

$\therefore \log\left(\frac{x}{\sec y}\right)=\log C$

$\therefore \frac{x}{\sec y}=C$

$\therefore x=C\sec y$

11. **વિધાન સત્ય બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો : વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}+y=\frac{1+y}{x}$ નો સંકલ્યકારક અવયવ .... છે.**

➡ $\frac{dy}{dx}+y=\frac{1+y}{x}$

$\therefore \frac{dy}{dx}+y=\frac{1}{x}+\frac{y}{x}$

$\therefore \frac{dy}{dx}+y-\frac{y}{x}=\frac{1}{x}$

$\therefore \frac{dy}{dx}+\left(1-\frac{1}{x}\right)y=\frac{1}{x}$

જે સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે.

$\therefore$ $P(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$ અને $Q(x) = \dfrac{1}{x}$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ (I.F.) $= e^{\int P(x)dx}$

$$= e^{\int\left(1 - \frac{1}{x}\right) dx}$$

$$= e^{x - \log x}$$

$$= e^{x} \cdot e^{-\log x}$$

$$= e^{x} \cdot e^{\log x^{-1}}$$

$$= e^{x} \cdot x^{-1}$$

$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ $= \dfrac{e^{x}}{x}$