C. S. (Main) Exam : 2011

Serial No. C–DTN–L–NUA

MATHEMATICS

Paper—I

Time Allowed : Three Hours | *Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English. Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any ***three*** *of the remaining questions selecting at least* ***one*** *question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/notations carry their usual meanings, unless otherwise indicated.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

SECTION—A

1. (a) Let A be a non-singular, $n \times n$ square matrix. Show that $A \cdot (\text{adj } A) = |A| \cdot I_n$. Hence show that $|\text{adj}(\text{adj } A)| = |A|^{(n-1)^2}$. 10

(b) Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$.

Solve the system of equations given by

$$AX = B$$

Using the above, also solve the system of equations $A^T X = B$ where A^T denotes the transpose of matrix A. 10

(c) Find $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 y}{x^3 + y^3}$ if it exists. 10

(d) Let f be a function defined on $\mathbb{R}$ such that $f(0) = -3$ and $f'(x) \leq 5$ for all values of x in $\mathbb{R}$. How large can f(2) possibly be ? 10

(e) Find the equations of the straight line through the point (3, 1, 2) to intersect the straight line

$$x + 4 = y + 1 = 2(z - 2)$$

and parallel to the plane $4x + y + 5z = 0$. 10

खण्ड—क

1. (क) लीजिए कि A एक व्युत्क्रमणीय $n \times n$ वर्ग आव्यूह है। दर्शाइए कि $A \cdot (\text{adj } A) = |A| \cdot I_n$. अतएव दर्शाइए कि $|\text{adj}(\text{adj } A)| = |A|^{(n-1)^2}$. 10

(ख) लीजिए $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$.

उपरोक्त का इस्तेमाल करते हुए,

$$AX = B$$

के द्वारा दत्त समीकरण तंत्रों को हल कीजिए। इसके साथ ही $A^T X = B$ समीकरण तंत्रों को हल कीजिए जहाँ A^T आव्यूह A के परिवर्त का द्योतन करता है। 10

(ग) मालूम कीजिए :

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^3 + y^3},$$ यदि यह अस्तित्व में हो तो।

10

(घ) लीजिए f एक फलन, $\mathbb{R}$ पर परिभाषित, ऐसे कि $\mathbb{R}$ में x के सभी मानों के लिए $f(0) = -3$ और $f'(x) \le 5$। $f(2)$ का कितना बड़ा हो सकना संभव है ? 10

(च) ऐसी ऋजु रेखा के समीकरण मालूम कीजिए, जो ऋजु रेखा

$$x + 4 = y + 1 = 2(z - 2)$$

का प्रतिच्छेदन करने के लिए बिंदु (3, 1, 2) के बीच से हो और समतल $4x + y + 5z = 0$ के समांतर हो। 10

(Contd.)

(f) Show that the equation of the sphere which touches the sphere

$$4(x^2 + y^2 + z^2) + 10x - 25y - 2z = 0$$

at the point (1, 2, –2) and passes through the point (–1, 0, 0) is

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0.$$ 10

2. (a) (i) Let $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ be the eigen values of a $n \times n$ square matrix A with corresponding eigen vectors $X_1, X_2, ..., X_n$. If B is a matrix similar to A show that the eigen values of B are same as that of A. Also find the relation between the eigen vectors of B and eigen vectors of A. 10

(ii) Verify the Cayley-Hamilton theorem for the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Using this, show that A is non-singular and find A^{-1}. 10

(b) (i) Show that the subspaces of $\mathbb{R}^3$ spanned by two sets of vectors {(1, 1, –1), (1, 0, 1)} and {(1, 2, –3), (5, 2, 1)} are identical. Also find the dimension of this subspace. 10

(Contd.)

(छ) दर्शाइए कि ऐसे गोलक का समीकरण, जो बिंदु (1, 2, –2) पर गोलक

$$4(x^2 + y^2 + z^2) + 10x - 25y - 2z = 0$$

का स्पर्श करता हो और बिंदु (–1, 0, 0) के बीच से गुजरता हो,

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$$ होगा। 10

2. (क) (i) लीजिए $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ एक $n \times n$ वर्ग आव्यूह A के आइगन मान, जिनके संगत आइगन सदिश $X_1, X_2, ..., X_n$ हों। यदि B एक आव्यूह हो A के समान, तो दर्शाइए कि B के आइगन मान A के आइगन मानों के बराबर हैं। इसके साथ ही B के आइगन सदिशों और A के आइगन सदिशों के बीच संबंध ा मालूम कीजिए। 10

(ii) आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 1 \end{bmatrix}$$

के लिए कैले-हैमिल्टन प्रमेय सत्यापित कीजिए। इसका इस्तेमाल करते हुए दर्शाइए कि A व्युत्क्रमणीय है और A^{-1} मालूम कीजिए। 10

(ख) (i) दर्शाइए कि सदिशों के दो सैटों {(1, 1, –1), (1, 0, 1)} और {(1, 2, –3), (5, 2, 1)} के आर-पार विस्तृत $\mathbb{R}^3$ की उपसमष्टियां सर्वसम हैं। इसके साथ ही इस उपसमष्टि का विस्तार मालूम कीजिए।

10

(ii) Find the nullity and a basis of the null space of the linear transformation $A : R^{(4)} \to R^{(4)}$ given by the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$ 10

(c) (i) Show that the vectors (1, 1, 1), (2, 1, 2) and (1, 2, 3) are linearly independent in $R^{(3)}$. Let $T : \mathbb{R}^{(3)} \to \mathbb{R}^{(3)}$ be a linear transformation defined by

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x + 2y + 5z, 2x + 4y + 6z).$$

Show that the images of above vectors under T are linearly dependent. Give the reason for the same. 10

(ii) Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ and C be a non-singular matrix of order 3×3. Find the eigen values of the matrix B^3 where $B = C^{-1} AC$. 10

(Contd.)

(ii) आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

के द्वारा दत्त रैखिक रूपांतरण $A : R^{(4)} \to R^{(4)}$ की 'शून्यता' और 'शून्य समष्टि' का एक आधार मालूम कीजिए। 10

(ग) (i) दर्शाइए कि $R^{(3)}$ में सदिश (1, 1, 1), (2, 1, 2) और (1, 2, 3) रैखिकत: स्वतंत्र हैं। लीजिए कि $T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x + 2y + 5z, 2x + 4y + 6z)$ के द्वारा परिभाषित $T : \mathbb{R}^{(3)} \to \mathbb{R}^{(3)}$ एक रैखिक रूपांतरण है।

दर्शाइए कि T के अधीन उपरोक्त सदिशों के प्रतिबिंब रैखिकत: आश्रित हैं। ऐसा होने के कारण प्रस्तुत कीजिए। 10

(ii) लीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ और C कोटि

3×3 का एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है। आव्यूह B^3 के आइगन मान मालूम कीजिए, जहाँ $B = C^{-1} AC$। 10

3. (a) Evaluate :

(i) $\lim_{x\to 2} f(x)$, where $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2 \\ \pi, & x=2 \end{cases}$

(ii) $\int_0^1 \ell n\, x\, dx$. (8, 12)

(b) Find the points on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ that are closest to and farthest from the point (3, 1, –1). 20

(c) Find the volume of the solid that lies under the paraboloid $z = x^2 + y^2$ above the xy-plane and inside the cylinder $x^2 + y^2 = 2x$. 20

4. (a) Three points P, Q, R are taken on the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ so that the lines joining P, Q, R to the origin are mutually perpendicular. Prove that the plane PQR touches a fixed sphere. 20

(b) Show that the cone $yz + zx + xy = 0$ cuts the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ in two equal circles, and find their area. 20

(Contd.)

3. (क) मूल्यांकन कीजिए :

(i) $\lim_{x\to 2} f(x)$, जहाँ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2 \\ \pi \quad , & x=2 \end{cases}$

(ii) $\int_0^1 \ell n\, x\, dx$. (8, 12)

(ख) गोलक $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ पर ऐसे बिंदु मालूम कीजिए, जो बिंदु (3, 1, −1) के सबसे पास और सबसे दूर हों। 20

(ग) ऐसे ठोस का आयतन मालूम कीजिए, जो परवलयज $z = x^2 + y^2$ के नीचे, xy-समतल के ऊपर और सिलिंडर $x^2 + y^2 = 2x$ के अंदर स्थित हो। 20

4. (क) तीन बिंदु P, Q, R दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ पर इस प्रकार लिए जाते हैं कि P, Q, R को उद्गम से जोड़ने वाली रेखाएं परस्पर लंब हों। सिद्ध कीजिए कि समतल PQR एक नियत गोलक को स्पर्श करता है। 20

(ख) दर्शाइए कि शंकु $yz + zx + xy = 0$ गोलक $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ को दो बराबर के वृत्तों में काटता है, और उनका क्षेत्रफल भी मालूम कीजिए। 20

(c) Show that the generators through any one of the ends of an equiconjugate diameter of the principal elliptic section of the hyperboloid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ are inclined to each other at an angle of 60° if $a^2 + b^2 = 6c^2$. Find also the condition for the generators to be perpendicular to each other. 20

SECTION—B

5. (a) Obtain the solution of the ordinary differential equation $\frac{dy}{dx}=(4x+y+1)^2$,

if $y(0) = 1$. 10

(b) Determine the orthogonal trajectory of a family of curves represented by the polar equation

$$r = a(1 - \cos \theta),$$

(r, θ) being the plane polar coordinates of any point. 10

(c) The velocity of a train increases from 0 to v at a constant acceleration f_1, then remains constant for an interval and again decreases to 0 at a constant retardation f_2. If the total distance described is x, find the total time taken. 10

(ग) दर्शाइए कि अतिपरवलयज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ के मुख्य दीर्घवृत्तीय परिच्छेद के एक समसंयुग्मी व्यास के सिरों में से किसी एक के बीच से, जनक एक दूसरे पर 60° के कोण पर आनत होते हैं यदि $a^2 + b^2 = 6c^2$। इसके साथ ही जनकों के एक दूसरे पर लंब होने की दशा मालूम कीजिए। 20

खण्ड—'ख'

5. (क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का हल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{dy}{dx}=(4x+y+1)^2,$$

यदि $y(0) = 1$ 10

(ख) ध्रुवीय समीकरण

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

के द्वारा व्यंजित वक्र-कुल के लांबिक प्रक्षेप-पथ का निर्धारण कीजिए,

(r, θ) किसी भी बिंदु के समतल ध्रुवीय निर्देशांक हैं। 10

(ग) एक रेलगाड़ी का वेग अपरिवर्ती त्वरण f_1 के साथ 0 से ν तक बढ़ता है, उसके बाद एक अंतराल के लिए अपरिवर्ती बना रहता है और फिर अपरिवर्ती मंदन f_2 के साथ कम होते-होते 0 पहुँच जाता है। यदि तय की कुल दूरी x हो, तो कुल लिया समय मालूम कीजिए। 10

(d) A projectile aimed at a mark which is in the horizontal plane through the point of projection, falls x meter short of it when the angle of projection is α and goes y meter beyond when the angle of projection is β. If the velocity of projection is assumed same in all cases, find the correct angle of projection.

10

(e) For two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ given respectively by

$$\vec{a} = 5t^2\hat{i} + t\,\hat{j} - t^3\hat{k}$$

and $\vec{b} = \sin t\,\hat{i} - \cos t\,\hat{j}$

determine :

(i) $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

and (ii) $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)$. 10

(f) If u and v are two scalar fields and $\vec{f}$ is a vector field, such that

$$u\,\vec{f} = \text{grad } v,$$

find the value of

$\vec{f}\cdot\text{curl }\vec{f}$ 10

(Contd.)

(घ) एक ऐसे निशाने को लक्ष्यित, जो प्रक्षेपण के बिंदु के बीच से क्षैतिज समतल में हो, एक प्रक्षेपक, जब प्रक्षेपण कोण α होता है तब निशाने से x मीटर पहले गिरता है और जब प्रक्षेपण कोण β होता है, तब निशाने को पार कर y मीटर आगे जा गिरता है। यदि सभी मामलों में प्रक्षेपण के वेग को वही मान लिया जाय, तो प्रक्षेपण का सही कोण मालूम कीजिए। 10

(च) $\vec{a} = 5t^2\hat{i} + t\,\hat{j} - t^3\hat{k}$

और $\vec{b} = \sin t\,\hat{i} - \cos t\,\hat{j}$

के द्वारा दत्त दो सदिशों क्रमश: $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए निर्धारण कीजिए :

(i) $\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

और (ii) $\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)$. 10

(छ) यदि u और v दो अदिश क्षेत्र हों और $\vec{f}$ एक सदिश क्षेत्र हो, इस प्रकार कि

$u\,\vec{f} = \text{grad } v,$

तो $\vec{f}\cdot\text{curl }\vec{f}$ का मान मालूम कीजिए। 10

6. (a) Obtain Clairaut's form of the differential equation

$$\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)\left(y\frac{dy}{dx}+x\right)=a^2\frac{dy}{dx}.$$

Also find its general solution. 15

(b) Obtain the general solution of the second order ordinary differential equation

$$y'' - 2y' + 2y = x + e^x \cos x,$$

where dashes denote derivatives w.r. to x. 15

(c) Using the method of variation of parameters, solve the second order differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=\tan 2x.$$ 15

(d) Use Laplace transform method to solve the following initial value problem :

$$\frac{d^2x}{dt^2}-2\frac{dx}{dt}+x=e^t,\ x(0)=2 \text{ and } \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0}=-1.$$

15

(Contd.)

6. (क) अवकल समीकरण

$$\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)\left(y\frac{dy}{dx}+x\right)=a^2\frac{dy}{dx}$$

के क्लेरो रूप को प्राप्त कीजिए। साथ ही इसके व्यापक हल को भी मालूम कीजिए। 15

(ख) द्वितीय कोटि साधारण अवकल समीकरण

$$y'' - 2y' + 2y = x + e^x \cos x,$$

जहाँ 'डैश' x के सापेक्ष व्युत्पन्नों का द्योतन करते हैं, का व्यापक हल प्राप्त कीजिए। 15

(ग) प्राचल विचरणों की विधि का इस्तेमाल करते हुए, द्वितीय कोटि अवकल समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=\tan 2x$ को हल कीजिए। 15

(घ) निम्नलिखित प्रारंभिक मान समस्या को हल करने के लिए, लाप्लास रूपांतर विधि का इस्तेमाल कीजिए :

$$\frac{d^2x}{dt^2}-2\frac{dx}{dt}+x=e^t,\ x(0)=2 \text{ और } \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0}=-1.$$

15

(Contd.)

7\. (a) A mass of 560 kg. moving with a velocity of 240 m/sec strikes a fixed target and is brought to rest in $\frac{1}{100}$ sec. Find the impulse of the blow on the target and assuming the resistance to be uniform throughout the time taken by the body in coming to rest, find the distance through which it penetrates. 20

(b) A ladder of weight W rests with one end against a smooth vertical wall and the other end rests on a smooth floor. If the inclination of the ladder to the horizon is 60°, find the horizontal force that must be applied to the lower end to prevent the ladder from slipping down. 20

(c) (i) After a ball has been falling under gravity for 5 seconds it passes through a pane of glass and loses half its velocity. If it now reaches the ground in 1 second, find the height of glass above the ground. 10

(ii) A particle of mass m moves on straight line under an attractive force mn^2x towards a point O on the line, where x is the distance from O. If $x = a$ and $\frac{dx}{dt} = u$ when $t = 0$, find $x(t)$ for any time $t > 0$. 10

7. (क) 240 m/sec के वेग के साथ गतिमान, 560 kg की एक संहति, एक स्थिर निशाने से जा टकराती है और $\frac{1}{100}$ sec में विरामावस्था पर पहुंच जाती है। निशाने पर आघात के आवेग को मालूम कीजिए और ऐसा करने में पिंड के द्वारा विरामावस्था तक पहुंचने में लगने वाले सारे समय में प्रतिरोध को एकसमान मानिए। मालूम कीजिए कि कितनी दूरी तक वह संहति वेधन करती है। 20

(ख) W भार की एक सीढ़ी का एक सिरा चिक्कंण ऊर्ध्वाधर दीवार से टिका है, जबकि दूसरा सिरा चिकने फर्श पर टिका है। यदि सीढ़ी की क्षितिज पर आनति 60° हो, तो मालूम कीजिए कि सीढ़ी के निचले सिरे को फिसल कर गिर जाने से रोकने के लिए कितने क्षैतिज बल को लगाना आवश्यक होगा।20

(ग) (i) एक गेंद के गुरुत्व के अधीन 5 सैकिंड तक गिरते रहने के बाद वह एक कांचफलक में से गुजरती है और आधे वेग को गंवा देती है। यदि अब वह भूमि पर 1 सैकिंड में पहुंच जाती है तो, कांचफलक की भूमि से ऊंचाई मालूम कीजिए। 10

(ii) द्रव्यमान m का एक कण, एक बिंदु O की ओर एक ऋजु रेखा पर mn^2x आकर्षी बल के अधीन गति करता है, जहाँ x दूरी है O से। यदि $x = a$ और $\frac{dx}{dt} = u$, जब $t = 0$, तो किसी भी समय $t > 0$ के लिए $x(t)$ मालूम कीजिए। 10

8. (a) Examine whether the vectors ∇u, ∇v and ∇w are coplanar, where u, v and w are the scalar functions defined by :

$$u = x + y + z,$$

$$v = x^2 + y^2 + z^2$$

and $w = yz + zx + xy.$ 15

(b) If $\vec{u} = 4y\hat{i} + x\hat{j} + 2z\hat{k}$, calculate the double integral

$$\iint (\nabla \times \vec{u}) \cdot d\vec{s}$$

over the hemisphere given by

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \qquad z \geq 0.$$ 15

(c) If $\vec{r}$ be the position vector of a point, find the value(s) of n for which the vector

$$r^n \ \vec{r}$$

is (i) irrotational, (ii) solenoidal. 15

(d) Verify Gauss' Divergence Theorem for the vector

$$\vec{v} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$$

taken over the cube

$$0 \leq x, y, z \leq 1.$$ 15

(Contd.)

8. (क) परीक्षण कीजिए कि क्या सदिश ∇u, ∇v और ∇w समतलीय है, जहाँ u, v और w

$$u = x + y + z,$$

$$v = x^2 + y^2 + z^2$$

के द्वारा परिभाषित अदिश फलन हैं

और $w = yz + zx + xy.$ 15

(ख) यदि $\vec{u} = 4y\hat{i} + x\hat{j} + 2z\hat{k}$, तो द्विशः समाकल

$$\iint (\nabla \times \vec{u}) \cdot d\vec{s}$$

का

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad z \geq 0$$

के द्वारा दत्त गोलार्ध पर परिकलन कीजिए। 15

(ग) यदि $\vec{r}$ एक बिंदु का स्थिति सदिश हो, तो n के मान (मानों) को मालूम कीजिए, जिसके लिए सदिश

$$r^n \; \vec{r}$$

(i) अघूर्णी, (ii) परिनालिकीय है। 15

(घ) घनाकृति

$$0 \leq x, y, z \leq 1$$

को अधीनीकृत किए हुए सदिश

$$\vec{v} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$$

के लिए गाउस अपसरण प्रमेय को सत्यापित कीजिए। 15

Serial No. [ ] **C–DTN–L–NUA**

गणित

प्रश्न-पत्र—I

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

प्रश्न संख्या *1* और *5* अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रतीक/संकेत प्रचलित अर्थों में प्रयुक्त हैं, अन्यथा निर्दिष्ट हैं।

Note : *English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.*