కర్నాటక ప్రభుత్వం

గణితం

తెలుగు మాధ్యమం

7

ఏడవ తరగతి

SEVENTH STANDARD

భాగం – 1

జాతీయ విద్యా పరిశోధన మరియు శిక్షణా సంస్థ

శ్రీ అరబిందో మార్గం, న్యూఢిల్లీ - 110016

కర్నాటక పాఠ్యపుస్తక సంఘం (రి)

100 అడుగుల రింగ్‌రోడ్డు, బనశంకరి 3వ స్టేజి

బెంగళూరు - 560085

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a [1][**SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the [2][unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the textbook development committee responsible for this book. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in science and mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this book, Dr H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time anc contribution. As an organisation committed to systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
20 November 2006

Textbook Development Committee

Chairperson, Advisory Group in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor,* Inter University Centre for Astronomy and Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune, Maharashtra

Chief Advisor

H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

Chief Coordinator

Hukum Singh, Professor and Head (Retd.), DESM, NCERT, New Delhi

Members

Anjali Gupte, Teacher, Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan

Avantika Dam, TGT, CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi

H.C. Pradhan, Professor, Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra

Mahendra Shankar, Lecturer (S.G.) (Retd.), NCERT, New Delhi

Meena Shrimali, Teacher, Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan

R. Athmaraman, Mathematics Education Consultant, TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu

S.K.S. Gautam, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

Shradha Agarwal, PGT, Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur (U.P.)

Srijata Das, Senior Lecturer in Mathematics, SCERT, New Delhi

V.P. Singh, Reader (Retd.), DESM, NCERT, New Delhi

Member-coordinator

Ashutosh K. Wazalwar, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

ACKNOWLEDGEMENTS

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop – Ms. Nirupma Sahni, *TGT,* Mahavir Digambar Jain Sr. Sec. School, Jaipur; Dr Roohi Fatima, *TGT,* Jamia Middle School, New Delhi; Ms. Deepti Mathur, *TGT,* Mother's International School, New Delhi; Shri K. Balaji, *TGT,* Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shri Amit Bajaj, *TGT,* CRPF Public School, Delhi; Ms. Omlata Singh, *TGT,* Presentation Convent Sr. Sec. School, Delhi; Shri Nagesh S. Mone, *TGT,* Dravid High School, Wai, Maharashtra; Shri Gorakh Nath Sharma, *PGT,* Jawahar Navodaya Vidyalaya, Mesra, Ranchi, Jharkhand; Shri Ajay Kumar Singh, *TGT,* Ramjas Sr. Sec. School, No.3, Delhi; Ms. Ragini Subramanian, *TGT,* SRDF Vivekananda Vidyalaya, Chennai, Tamil Nadu; Shri Rajkumar Dhawan, *PGT,* Geeta Sr. Sec. School No.2, Delhi; Dr Sanjay Mudgil, *Lecturer,* CIET, NCERT, New Delhi; Dr. Sushma Jaireth, *Reader,* DWS, NCERT, New Delhi; Dr Mona Yadav, *Lecturer,* DWS, NCERT, New Delhi.

The Council acknowledges the comments/suggestions given by Dr Ram Avtar (*Retd. Professor,* NCERT) *Consultant,* DESM, NCERT, New Delhi, Dr R.P. Maurya, *Reader,* DESM, NCERT, New Delhi and Shri Sanjay Bolia, *Senior Teacher,* Vidya Bhawan Basic Secondary School, Udaipur, Rajasthan for the improvement of the content.

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur, for conducting workshops of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor Hukum Singh, *Head,* DESM, NCERT, New Delhi.

The Council also acknowledges the efforts of S.M. Ikram, *DTP Operator,* Vidya Bhawan Society Udaipur; Sajjad Haider Ansari, Rakesh Kumar and Neelam Walecha, *DTP Operators,*Kanwar Singh*, Copy Editor,* NCERT; Abhimanu Mohanty, *Proof Reader,* NCERT; Deepak Kapoor, *Computer Station Incharge,* DESM, NCERT for technical assistance, APC-office and the Administrative Staff, DESM, NCERT; and the Publication Department of the NCERT.

ಮುನ್ನುಡಿ

2005ನೇ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಆಧರಿಸಿ ರಚಿತವಾದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯವಸ್ತುವಿನಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿರುವ 7ನೇ ತರಗತಿ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ 2018–19 ನೇ ಸಾಲಿನಿಂದ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಆಂಗ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮದ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಂಗ್ಲೀಷ್, ಹಿಂದಿ ಮತ್ತು ಉರ್ದು ಮಾಧ್ಯಮದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯಿಂದ ನೇರವಾಗಿ ಪಡೆದು ಭಾಗ–1 ಮತ್ತು ಭಾಗ–2 ಎಂಬುದಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವು 2005 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಎಲ್ಲಾ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. 7ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತ ವಿಧಾನ (Integrated Approach), ರಚನಾತ್ಮಕ ವಿಧಾನ (Constructive Approach) ಹಾಗೂ ಸುರುಳಿಯಾಕಾರದ ವಿಧಾನ (Spiral Approach) ಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿಷಯ ಹಾಗೂ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಚಿಂತನಾಶೀಲರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪಠ್ಯ ವಸ್ತುಗಳೊಂದಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಅವಶ್ಯಕ ಜೀವನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪರೀಕ್ಷಾ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿಲ್ಲ ಬದಲಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಸನಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವು ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾಗಿದೆ. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ–2005 ರಂತೆ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ, ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ, ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಜೀವನದ ಸಕಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲೂ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡು ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸುಗಳಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಹಕಾರಿ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಶೈಕ್ಷಣಿಕವಾಗಿ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ. ಇತರೆ ವಿಷಯಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಂತೆ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹಾಗೂ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸುಧಾರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಸಹ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಲಿ ಎಂಬುದೇ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಆಶಯವಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ದಿಟ್ಟ ನಿರ್ಧಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಹಕರಿಸಿದ ಸರ್ಕಾರ ಮತ್ತು ಇಲಾಖೆಯ ಉನ್ನತ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಆಭಾರಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ಸಕಾಲದಲ್ಲಿ ಅನುಮತಿ ನೀಡಿ ಸಹಕರಿಸಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗ ಹಾಗೂ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಸಂಸ್ಥೆ ಎಲ್ಲ ಅಧಿಕಾರಿ,ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳಿಗೆ ಇಲಾಖೆ ತನ್ನ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ, ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಿದ ಎಲ್ಲ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗೆ, ಸುಂದರವಾಗಿ ಡಿಟಿಪಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಿರುವ ಡಿಟಿಪಿ ಆಪರೇಟರ್ ಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಸ್ಥೆಗೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾಗಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ವಿತರಿಸಿರುವ ಮುದ್ರಕರುಗಳಿಗೆ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘವು ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ಹೆಚ್.ಎನ್.
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ)
ಬೆಂಗಳೂರು – 85

ತೆಲುಗು ಭಾಷಾಂತರ ಸಮಿತಿ

ಜಿ. ರವಿಂದ್ರಾ ರೆಡ್ಡಿ, ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆ ಓ.ಪಿ.ಹೆಚ್ ರಸ್ತೆ, ಶಿವಾಜಿ ನಗರ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560001

ಆರ್.ಎಸ್. ಉಷಾರಾಣಿ, ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆ ಓ.ಪಿ.ಹೆಚ್ ರಸ್ತೆ, ಶಿವಾಜಿ ನಗರ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560001

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ಹೆಚ್.ಎನ್. ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಎಸ್.ಜಿ. ನಾಗೇಶ್ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀಮತಿ ವಿಜಯಾ ಕುಲಕರ್ಣಿ, ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕ.ಪ.ಪು.ಸಂ. ಬೆಂಗಳೂರು.

ಶಿಕ್ಷಕರ ಗಮನಕ್ಕೆ

ನಮ್ಮ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಪಾತ್ರ ಇದೆ. ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಾಯವಾಗುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ಅಮೂರ್ತತೆ ಹಾಗೂ ಕಲ್ಪನಾಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ಇದು ನಮ್ಮ ಜೀವನವನ್ನು ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಯೋಚನೆಗೆ ಹೊಸ ಆಯಾಮವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಅಮೂರ್ತ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಾಗ ಪಡುವ ಪಾಡು, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ವಾದಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೃದ್ಧ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯು ಇತರ ವಿಷಯಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎದುರಾಗುವ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಹಾಯಮಾಡುತ್ತದೆ. ನಾವು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಘನಫಲಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಗುಣ ಗ್ರಹಿಸಲು, ಹಾಗು ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಗಾತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹ ಇದು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯ ನಮ್ಮ ಜೀವನದ ಹಾಗೂ ಪರಿಸರದ ಅನೇಕ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಲ್ಲೂ ಬೆಳಕಿಗೆ ತರಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು ಸಮಸ್ಯೆಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಥವಾ ಪರಿಹಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನೀವು ಬಹಳ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವರಾಗಿಯೇ ತಮ್ಮಿಂದಾದಷ್ಟು ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳುವುದು ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಯೋಚನೆಯೆಂದು ನಾವು ನಂಬಿದ್ದೇವೆ. ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮತ್ತು ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಸಹಾಯಕ. ತಾವು ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಲ್ಲಿ ಭರವಸೆಗಳು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಅವರು ನಿರೂಪಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಭಿನ್ನ ಹಾಗೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ.

ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದು ಮುಂತಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಲವಲವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಸಂವಾದಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಭಾಷೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಆಪ್ತ ಸಂಬಂಧವಿದೆ. ಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಯಾಗುತ್ತಿರುವ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯ ಹೊರಗಿನಿಂದ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ಪದಗಳು ಹಾಗೂ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಲು ನಿರ್ಬಂಧಗಳಿರಬಾರದು ಭಾಷಾ ಬಳಕೆಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಸ್ವಲ್ಪವಾಗಿಯೇ ಔಪಚಾರಿಕದೆಡೆಗೆ ಹೊರಳಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅವರ ಮಧ್ಯೆ ಚರ್ಚಿಸಲು ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ಜೊತೆಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಿಂದ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಹಾಗು ತಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಮ್ಮ ಕಲಿಕಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲೂ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು ಅವರು ತಮ್ಮ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪಾಗಿ ಓದಲು ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತತೆಯ ಅಗತ್ಯತೆಯಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ರಚನೆ ಹಾಗೂ ತರ್ಕದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ಮಕ್ಕಳು ಇಲ್ಲಿನ ಅಧ್ಯಯದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಂತಾಗಲು ಮೂರ್ತರೂಪದ ವಸ್ತುಗಳು, ಅನುಭವಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಚಿತ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಆಧಾರ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಸಹಾಯಕವಾಗಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಪರಿಶೀಲನೆ ಹಾಗೂ ಸಾಧನೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಕೊಡುತ್ತವೆಯೆಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಮನಗಂಡಿದ್ದೇವೆ ಇವೆರಡರ ಮಧ್ಯೆ ಅನೇಕರಿಗೆ ಗೊಂದಲವಿರುವುದು ನಿಜ. ನೀವು ಈ ರೀತಿಯ ಗೊಂದಲಗಳು ಉಂಟಾಗದಂತೆ ಎಚ್ಚರವಹಿಸುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನೇಕ ಕಡೆ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವಂತೆ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ತತ್ವಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ಅವರು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಸ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು ಹಾಗು ಅವುಗಳ ಸಮಂಜಸತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳು ಅತ್ಯಂತ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಂಶಗಳು ಹಾಗಾಗಿ ಇಂತಹ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅನ್ಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಪಡೆದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತಿಸಲು ಅನೇಕ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲು, ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಾದಗಳಲ್ಲಿನ ಹುಳುಕನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಏನನ್ನಾದರೂ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಏನೆಂದು ಅವರು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಅತ್ಯಗತ್ಯ. ಇದರಿಂದ, ಹಿನ್ನಲೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಧೈರ್ಯ ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳು ಹಳೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಳೆಯ ಹಾಗೂ ಕ್ಲಿಷ್ಟಕರ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿಸದೆ ಅದೊಂದು ಪರಿಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ವಿಷಯವಾಗಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವುದೆಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸಲು ಅರ್ಥವಾಗದ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳನ್ನು ಕುರುಡಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸದೆ, ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪರ್ಯಾಯ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳು ಹಾಗೂ ಅನೇಕ ಕಾರ್ಯನೀತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆಸ್ವಾದಿಸಬೇಕು. ಅನೇಕ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಅವಕಾಶವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಂತರದ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವಲೋಕಿಸಲು, ಆ ಮೂಲಕ ಸುರುಳಿಯಂತೆ ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನಾ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಅವಕಾಶವಾಗಿ ಬಳಸುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಇತರ ಹೊಸ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕವು ಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಕಲಿಕೆಗೆ ತಳಪಾಯವಾಗಿವೆ.

ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಆನಂದಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಜೊತೆಗೆ ಮಕ್ಕಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಸಹ ಆನಂದಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವರಿಗೆ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಭಯದ ಬದಲು ಭರವಸೆ ಮೂಡಬೇಕು. ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಪರಸ್ಪರ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಂತಾಗಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒತ್ತು ಕೊಡುವಿರಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಳುವುದನ್ನು ಗಮನವಿಟ್ಟು ಕೇಳುವಿರಿ, ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಲು, ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಮಾತಿನ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಮಾಡುವರೆಂದು ನಾವು ನಂಬುತ್ತೇವೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಮ್ಮ ಸಲಹೆ ಸೂಚನೆಗಳಿಗೆ ನಾವು ಎದುರು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಹಾಗೂ ಬೋಧನೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬೆಳೆಸಿದ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನಮ್ಮೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಿರಿ, ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಮುಂದಿನ ಆವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

విషయ సూచిక

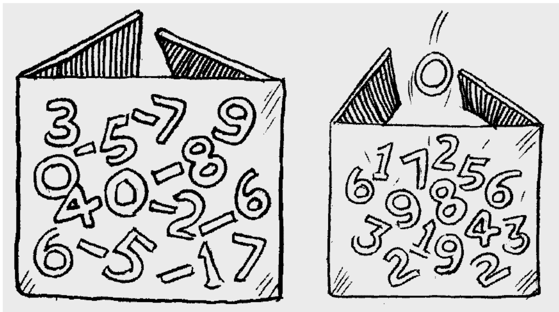
భాగం - 1

క్ర. సం.	అధ్యాయం పేరు	పుటసంఖ్య
1	పూర్ణాంకాలు	1 - 34
2	భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు	35 - 68
3	దత్తాంశాల నిర్వహణ	69 - 95
4	సరళ సమీకరణాలు	96 - 115
5	రేఖలు మరియు కోణములు	116 - 138
6	త్రిభుజాలు మరియు వాటి లక్షణాలు	139 -161
7	త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం	162 - 185
	జవాబులు	186 -196

అధ్యాయం - 1

పూర్ణాంకాలు

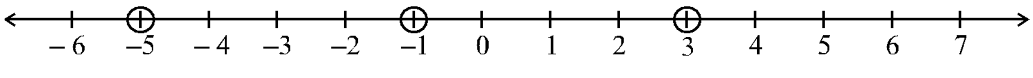
1.1 పీఠిక



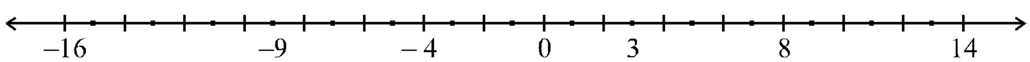
మనం 6వ తరగతిలో పూర్ణసంఖ్యలు మరియు పూర్ణాంకాల గురించి నేర్చుకున్నాం. మనకు తెలిసినట్లుగా పూర్ణాంకాలు, పూర్ణసంఖ్యలు మరియు ఋణ సంఖ్యలతో కూడిన చాలా పెద్ద సంఖ్యల సంగ్రహణం. మీరు పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు పూర్ణాంకాల ఇతర ఏవైనా వ్యత్యాసాలను కనుగొనగలరు/గుర్తించగలరు? మనం ఈ అధ్యాయంలో పూర్ణాంకాలు, వాటి లక్షణాలు మరియు మూలక్రియలు గురించి ఎక్కువగా అభ్యాసం చేద్దాం. ముందుగా మనం వెనుకటి తరగతిలో పూర్ణాంకాల గురించి నేర్చుకున్న దానిని పునరావలోకిద్దాం.

1.2 జ్ఞాపకముంచుకోండి :

మనం సంఖ్యారేఖ మీద పూర్ణాంకాలను ఎలా గుర్తించాలో తెలుసుకున్నాం. కింద ఇచ్చిన సంఖ్యారేఖ మీద కొన్ని పూర్ణాంకాలు గుర్తించబడినవి.



ఇక్కడ గుర్తించిన పూర్ణాంకాలను మీరు ఆరోహణా క్రమంలో రాయగలరా? ఈ సంఖ్యల ఆరోహణా క్రమం **–5, –1,** ఇక్కడ **–5**ను లను ఎందుకు చాలా చిన్న సంఖ్యగా ఎన్నుకొంటాం? కింద ఇచ్చిన సంఖ్యారేఖమీద పూర్ణాంకాలను కొన్ని బిందువులతో గుర్తించబడింది. ఈ పూర్ణాంకాలను అవరోహణా క్రమంలో రాయండి.

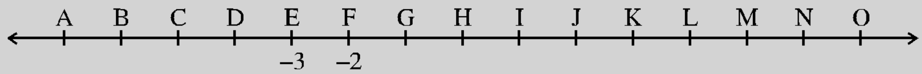


ఈ పూర్ణాంకాల అవరోహణా క్రమం **14, 8, 3 ....** అయివుంటుంది.

పైసంఖ్యారేఖలో కొన్ని పూర్ణాంకాలు గుర్తించబడినది. ప్రతి చుక్కకూ సరైన సంఖ్యలను రాయండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. పూర్ణాంకాలను గుర్తించిన సంఖ్యారేఖను కింద ఇవ్వబడినది.



–3 మరియు **–2** వరసగా E మరియు Fలతో గుర్తించబడింది. ఏ పూర్ణాంకాలు B, D, H,J,M మరియు Oలను సూచిస్తాయి?

2. **7, –5, 4, 0** మరియు **–4,** వీటిని ఆరోహణా క్రమంలో అమర్చి, మీ జవాబును సరిచూడటానికి వీటిని సంఖ్యా రేఖ మీద గుర్తించండి.

మనం వెనుకటి తరగతిలో పూర్ణాంకాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలు చేశాం. ఈ కింది వ్యాఖ్యానాలను మననం చేసుకోండి/గమనించండి.

సంఖ్యారేఖ మీద,

i. ధన పూర్ణాంకాలను కూడేటప్పుడు, మనం కుడివైపుకు ప్రయాణిస్తాం.

ii. ఋణ పూర్ణాంకాలను కూడేటప్పుడు, మనం ఎడవైపుకు ప్రయాణిస్తాం.

iii. ధన పూర్ణాంకాలను తీసేసేటప్పుడు, మనం ఎడమవైపుకు ప్రయాణిస్తాం.

iv. ఋణ పూర్ణాంకాలను తీసేసేటప్పుడు, మనం కుడివైపుకు ప్రయాణిస్తాం.

కింది ఇచ్చిన వ్యాఖ్యానాలు సరియో లేదా తప్పో తెల్పండి. తప్పుగానున్న వ్యాఖ్యానాలను సరిచేయండి.

i. రెండు ధన పూర్ణాంకాలను కూడినప్పుడు ఒక ధన పూర్ణాంకం లభిస్తుంది..

ii. రెండు ఋణ పూర్ణాంకాలను కూడినప్పుడు ఒక ధన పూర్ణాంకం లభిస్తుంది.

iii. ఒకధనపూర్ణాంకం మరియు ఒకఋణపూర్ణాంకాన్ని కూడినప్పుడు, ఎల్లప్పుడూ ఒకఋణపూర్ణాంకం లభిస్తుంది.

iv. **8** యొక్క పూర్ణాంకం **8**యొక్క సంకలపు విలోమం **(–8)** మరియు **(–8)** యొక్క సంకలపు విలోమం **8.**

v. వ్యవకలనం చేసేటప్పుడు మనం తీసేయాల్సిన పూర్ణాంకం యొక్క సంకలన విలోమాన్ని, మరొక పూర్ణాంకానికి కూడుతాం.

vi. $(–10) + 3 = 10 – 3$

vii. $8 + (–7) – (–4) = 8 + 7 – 4$

మీ జవాబులను కింద ఇచ్చిన జవాబులతో పోల్చి చూడండి.

(i) సరి ఉదాహరణకు (a) **56 + 75 = 129**

(b) **113 + 82 = 195** మొదలగునవి.

ఈ వ్యాఖ్యానాన్ని సమర్థించు ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాయండి..

(ii) తప్పు ఎందుకనగా, (– 6) + (– 7) = – 13, అది ఒక ధన పూర్ణాంకం కాదు. అందువలన, సరైన వ్యాఖ్యానం రెండు పూర్ణాంకాలను కూడినప్పుడు ఋణ పూర్ణాంకం లభిస్తుంది.

ఉదాహరణకు,

(a) **(56) + (73) = 129** (b) **(113) + (82) = 195** మొదలగునవి.

ఈ వ్యాఖ్యానాలను నిరూపించు ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాయండి.

(iii) తప్పు ఎందుకనగా, **–9 + 16 = 7.** ఇదీక ఋణ పూర్ణాంకం కాదు. దీనికి సరైన వ్యాఖ్యానం: ఒక ధన మరియు ఒక ఋణ పూర్ణాంకాలను కూడినప్పుడు మనం వీటి వ్యత్యాసాలను కనుగొంటాం మరియు పెద్ద పూర్ణాంకాల చిహ్నాలు రాస్తాం. రెండు పూర్ణాంకాల చిహ్నాలను నిర్లక్షించి చాలా పెద్ద పూర్ణాంకాన్ని నిర్ధారిస్తాం.

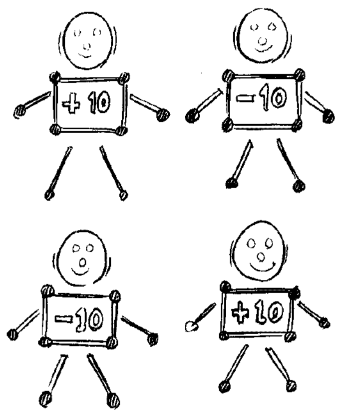
ఉదాహరణకు

(a) **(56) + (73) = 17** (b) **(113) + 82 = 31**

(c) **16 + (23) = 17** (d) **125 + (101) = 24**

ఈ వ్యాఖ్యానాలను పరిశీలించు ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాయండి.

(iv) సరి సంకలనపు విలోమానికి సంబంధించిన కొన్ని ఉదాహరణలు కింద ఇవ్వబడినవి.



పూర్ణాంకాలు	సంకలన విలోమం
10	–10
–10	10
76	–76
–76	76

ఇదేవిధంగా ఏదైనా పూర్ణాంకం a యొక్క సంకలన విలోమం $-a$ అయివుంటుంది మరియు $(-a)$ యొక్క సంకలన విలోమం అయివుంటుంది.

(v) సరి వ్యవకలనం, సంకలనపు వ్యతిరేక క్రియ అయివుంటుంది అందువలన మనం తీసేయవలసిన పూర్ణాంకం యొక్క సంకలన విలోమాన్ని మరొక పూర్ణాంకానికి కూడుతాం ఉదాహరణకు,

ఉదాహరణకు,

(a) **56 73 = 56 + (73)** యొక్క సంకలన విలోమం **73 = 56 + (73) = 17.**

(b) **56 (73) = 56 + (73)** యొక్క సంకలన విలోమం (–73) **= 56 + 73 = 129.**

(c) **79 45 = (79) + (45) = 124.**

(d) **(100) (172) = –100 + 172 = 72** మొదలగునవి.

ఈ వ్యాఖ్యానాన్ని పరిశీలించడానికి ఇదేవిధమైన ఐదు ఉదాహరణకు రాయండి.

అందువలన, ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b, లకు

a - b = a + (b) సంకలన విలోమం = a + (b)

మరియు a (b) = a + (b) యొక్క సంకలన విలోమం = a + b. అనుదానిని కనుగొంటాం

(vi) తప్పు ఎందుకనగా **(10) + 3 = 7** మరియు **10 3 = 7**

అందువలన, **(10) + 3 ≠ 10 3.**

(vii) తప్పు ఎందుకనగా, **8 + (7) (4) = 8 + (7) + 4 = 1 + 4 = 5**

మరియు **8 + 7 4 = 15 4 = 11.**

అదేవిధంగా **8 + (7) (4) = 8 7 +4.**

వీటిని ప్రయత్నించండి.

మనంవెనుకటి తరగతులలో సంఖ్యలతో వివిధ విన్యాసాలు చేశాం.

కింద ఇచ్చిన ప్రతిదానిలోని విన్యాసాన్ని కనుగొనగలరా? అవును అనేటట్లయితే, వీటిని పూరించండి.

(a) **7, 3, 1, 5,** ______, ______, ______

(b) **2, 4, 6, 8,** ______, ______, ______

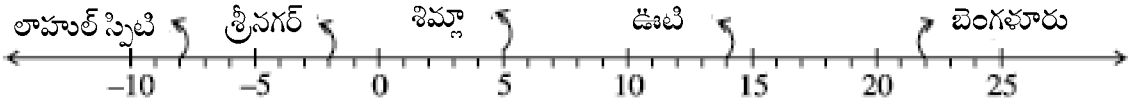
(c) **15, 10, 5, 0,** ______, ______, ______

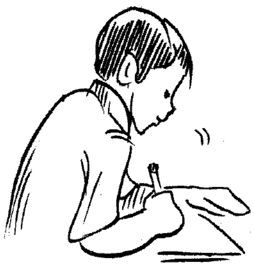
(d) **11, 8, 5, 8,** ______, ______, ______

ఇలాంటి కొన్ని విన్యాసాలు రాసి, వాటిని మీ సహపాఠకులకు పూరించమని తెల్పండి.

అభ్యాసం 1.1

1. కింద ఇచ్చిన సంఖ్యారేఖ ఒక నిర్దిష్ట రోజు వేర్వేరు ప్రదేశాల ఉష్ణోగ్రతను డిగ్రి సెల్సియస్ (C°) లో సూచిస్తుంది.





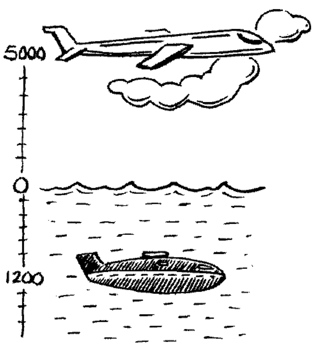
(a) ఈ సంఖ్యారేఖ గమనించండి. దీని మీద గుర్తించిన స్థళాల ఉష్ణోగ్రతను రాయండి.

(b) వీటిలో చాలా ఎక్కువ వేడి మరియు చాలా తక్కువ చల్లటి ప్రదేశాల ఉష్ణోగ్రతలోని వ్యత్యాసం ఎంత?

(c) లాహుల్ స్పిటి మరియు శ్రీనగర్ ఈ రెండు ప్రదేశాల ఉష్ణోగ్రతలోని వ్యత్యాసం ఎంత?

(d) శ్రీనగర్ మరియు శిమ్లా ఈ రెండు ప్రదేశాల మొత్తం ఉష్ణోగ్రత శిమ్లా ఉష్ణోగ్రత కంటే తక్కువ అని మనం చెప్పవచ్చా?అదేవిధంగానే, ఈ ఉష్ణోగ్రత శ్రీనగర్ ఉష్ణోగ్రత కంటే తక్కువా?

2. ఒక క్విజ్ కార్యక్రమంలో సరైన జవాబులకు ధనాత్మక మార్కులు మరియు తప్పు జవాబులకు ఋణాత్మక మార్కులు ఇవ్వబడుతాయి. జాక్ వరుసగా ఐదు రౌండ్లలో పొందిన మార్కులు: 25, –5, –10, 15 మరియు 10. అయితే/అతని చివరి మార్కులు ఎన్ని?

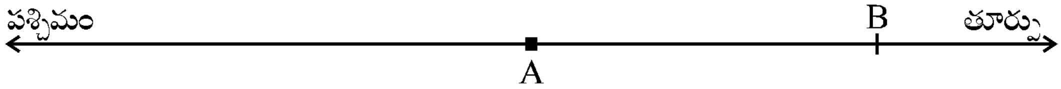


3. శ్రీనగర్‌లో సోమవారం ఉష్ణోగ్రత –5°సె ఉంది, మంగళవారం ఆ ఉష్ణోగ్రత 2°సె అంత తగ్గింది. అలాగయితే, మంగళవారం శ్రీనగర్‌లో ఉన్న ఉష్ణోగ్రత ఎంత? బుధవారం రోజు ఆ ఉష్ణోగ్రత 4°సె అంత పెరిగింది. అలాగయితే బుధవారపు ఉష్ణోగ్రత ఎంత?

4. ఒక విమానం సముద్ర మట్టం నుండి 5000మీ ఎత్తులో ఎగురుతోంది. ఒక నిర్ధిష్ట దశలో సముద్ర మట్టం నుండి 1200మీ. లోతులో తేలుతున్న సబ్‌మెరీన్‌కు విమానం పైకి సరిగ్గా ఎగురుతోంది వీటి మధ్యగల లంబ దూరం ఎంత?

5. మోహన్ తన బ్యాంకు ఖాతాలో రూ. 2,000 జమ చేసి మరుసటి రోజు రూ. 1,642 వాపసు తీసుకుంటాడు. ఖాతాలోనుంచి వాపసు తీసుకొన్న డబ్బును ఋణ పూర్ణాంకంతో గుర్తించినచో ఖాతాలో జమ చేసిన డబ్బును ఎలా గుర్తిస్తారు? డబ్బు వాపసు తీసుకొన్న తరువాత మోహన్ ఖాతాలోగల మిగిలిన డబ్బును కనుగొనండి

6. రీటా 20km దూరాన్ని A బిందువునుండి B బిందువుకు తూర్పు దిక్కులో ప్రయాణిస్తుంది. ఆమె B బిందువు నుండి పశ్చిమానికి 30km దూరాన్ని అదే రోడ్డులో ప్రయాణిస్తుంది. తూర్పుకుగల దూరాన్ని ధన పూర్ణాంకంతో సూచించినచో పశ్చిమానికి ప్రయాణించిన దూరాన్ని ఎలా సూచిస్తారు? A బిందువునుండి ఆమె అంతిమ స్థానాన్ని ఏ పూర్ణాంకం సూచిస్తుంది?



7. మాయా చదరంలో ప్రతి అడ్డ వరుస, నిలువు వరుస మరియు కర్ణములు ఒకే మొత్తాన్ని కలిగియుంటాయి, ఇక్కడ ఇచ్చిన (i) మరియు (ii) లలో మాయా చదరం ఏదో పరీక్షించండి.

5	–7	–4
–5	–2	7
0	3	–3

(i)

1	–10	0
–4	–3	–2
–6	4	–7

(ii)

8. కింద ఇచ్చిన a మరియు b విలువలకు $a - (-b) = a + b$ అవుతుందా అనే దానిని పరీక్షించండి

(i) $a = 21$ $b = 18$ (ii) $a = 118$ $b = 125$.

(iii) $a = 75$ $b = 84$ (iv) $a = 28$ $b = 11$.

9. >, < లేదా = చిహ్నాలను ఖాళీ వదిలిన స్థలంలో కింది వాక్యాలు సరిపోవునట్లు చేయండి.

(a) 8 + (4) □ 8 (4)

(b) (3) + 7 (19) □ 15 8 + (9)

(c) 23 41 + 11 □ 23 41 11

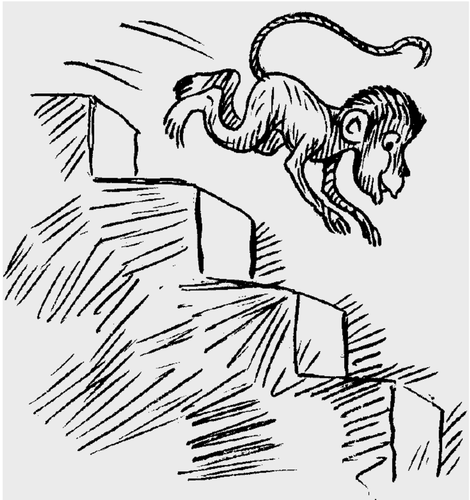
(d) 39 + 24 (15) □ 36 + (52) (36)

(e) 231 + 79 + 51 □ 139 + 159 + 81.

10. ఒక నీటి తొట్టి లోపలి భాగంలో మెట్లు ఉన్నాయి. ఒక కోతి పై మెట్ల మీద (అనగా మొదటి మెట్టు) కూర్చొంది. నీటి మట్టం 9వ మెట్టు మీద ఉంది.

(i) కోతి 3 మెట్లు కిందికి దూకి, 2 మెట్లు వెనుకకు దూకింది. ఇంకా ఎన్ని దూకుళ్ళలో అది నీటి మట్టాన్ని చేరుతుంది?

(ii) నీరు త్రాగిన తరువాత అది వెనుకకు రావాల్సిఉంది. దీనికొరకు, అది ప్రతిసారి కూడా 4 మెట్లు పైకి మరియు 2 మెట్లు కిందికి దూకుతుంది. ఎన్ని దూకుళ్ళలో అది పై తుది మెట్టును చేరుతుంది?



(iii) కిందికి ప్రయాణించిన మెట్ల సంఖ్యను ఋణ పూర్ణాంకంతో మరియు పైకి ప్రయాణించిన మెట్ల సంఖ్యను ధన పూర్ణాంకంతో సూచించినచో, భాగం (i) మరియు భాగం (ii) లోని దాని ప్రయాణాన్ని ఈ కింది వీటిలో పూర్తి చేసి చూపండి.

(a) – 3 + 2 ..... = – 8

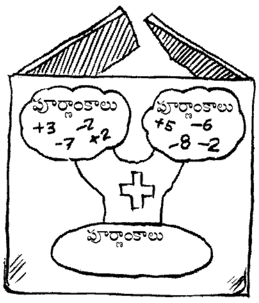
(b) 4 – 2 + ... = 8. (*a*) లోని మొత్తం (– 8) అది ఎనిమిది మెట్లు కిందికి దిగియుండుటను సూచిస్తుంది. అయితే, (*b*) లోని మొత్తం (8). అయినచో, అది దేనిని సూచిస్తుంది?

1.3 పూర్ణాంకాల సంకలనం మరియు వ్యవకలన ధర్మాలు (లక్షణాలు)

1.3.1 సంకలన ఆవృత ధర్మం

రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఒక పూర్ణసంఖ్య అనుటను మనం నేర్చుకున్నాం. ఉదాహరణకు: **17+24=41.**

ఒక పూర్ణ సంఖ్య మనకు తెలిసినట్లుగా, అది పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనపు ఆవృత ధర్మం/ లక్షణం



పూర్ణాంకాలకు ఈ ధర్మం/లక్షణం సరిపోతుందో లేదో అని పరిశీలిద్దాం.

కొన్ని పూర్ణాంకాల జంటలు ఇవ్వబడినవి. కింది పట్టికను గమనించి, పూర్తి చేయండి.

వ్యాఖ్యానం	వీక్షణ/పరిశీలన
(i) 17 + 23 = 40	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం
(ii) (-10) + 3 = ____	____________
(iii) (-75) + 18= ____	____________
(iv) 19 + (-25) = -6	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం
(v) 27 + (-27) = ___	____________
(vi) (-20) + 0 = ___	____________
(vii) (-35) + (-10) = ___	____________

మీరు ఏమేమి గమనించారు?

రెండు పూర్ణాంకాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ ఒక పూర్ణాంకమా? మొత్తం పూర్ణాంకంకాని పూర్ణాంకాల జతను మీరు కనుగొనగలరా?

పూర్ణాంకాల మొత్తం పూర్ణంకమే కావడం వలన పూర్ణాంకాలు, సంకలనపు ఆవృత ధర్మం పొందాయని మనం చెప్పుతాం. సాధారణంగా ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు a+b ఒక పూర్ణాంకం అవుతుంది.

1.3.2 వ్యవకలన ఆవృత ధర్మం:

ఒక పూర్ణాంకం నుండి మరొక పూర్ణాంకాన్ని తీసివేసినప్పుడు ఏమవుతుంది. వీటి వ్యత్యాసం ఒక పూర్ణాంకం అని మనం చెప్పవచ్చా?

కింది పట్టికను గమనించి, పూరించండి.

వాక్యాలు	వీక్షణ/పరిశీలన
(i) $7 - 9 = -2$	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం
(ii) $17 - (-21) =$ ____	____________
(iii) $-8 - (-14) = 6$	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం
(vi) $(-21) - (-10) =$ ____	____________
(v) $32 - (-17) =$ ____	____________
(vi) $(-18) - (-18) =$ ____	____________
(vii) $(-29) - 0 =$ ____	____________

మీరు ఏమేమి గమనించారు? వ్యత్యాసం ఒక పూర్ణాంకం కాని ఏదైనా పూర్ణాంకాల జత ఉందా?

మనం చెప్పవచ్చా? అవును పూర్ణాంకాలు వ్యవకలన ఆవృత ధర్మం కలిగియున్నాయనేదానిని చెప్పవచ్చా? అవును పూర్ణాంకాలు వ్యవకలనంలో ఆవృతమైనాయి. ఇదే విధంగా, a మరియు b రెండు పూర్ణాం కాలైన $a - b$ కూడా ఒక పూర్ణాంకం పూర్ణ సంఖ్యలు ఈ ధర్మాన్ని పాటిస్తున్నాయా?

1.3.3. పరివర్తనీయ ధర్మం:

మనకు తెలిసినట్లుగా $3 + 5 = 5 + 3 = 8$ అనగా, పూర్ణ సంఖ్యలను ఏదైనా క్రమంలో కూడవచ్చు. అనగా,పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనపు పరివర్తనీయ ధర్మం కలిగియున్నాయి.

దీనిని మనం పూర్ణాంకాలకు కూడా దీనిని అన్వయించవచ్చా?

ఇక్కడ, $5 + (-6) = 1$ మరియు $(-6) + 5 = 1$.

అందువలన , $5 + (-6) = 1 = (-6) + 5$.

కింది పూర్ణాంకాలు పరస్పరం సమానమా?

(i) (8) + (9) మరియు (9) + (8)

(ii) (23) + 32 మరియు (32) + (23)

(iii) (45) + 0 మరియు 0 + (45)

ఇతర ఐదు పూర్ణాంకాల జంటకు వీటిని ప్రయత్నించండి. క్రమాన్ని మార్చి ఏదైనా జత పూర్ణాంకాలు కూడినప్పుడు వాటి మొత్తంలో వ్యత్యాసం అవుతుందా? ఖచ్చితంగా సాధ్యంకాదు.

సామాన్యంగా ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు

$$a + b = b + a$$

- మనకు తెలిసినట్లుగా పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలన పరివర్తనీయ ధర్మాన్ని కలిగియుండవు. పూర్ణాంకాలు వ్యవకలనంలో పరివర్తనీయ ధర్మాన్ని కలిగియున్నాయా? పూర్ణాంకం 5 మరియు –3ను పరిగణించండి.

  5–(–3) మరియు (3) –5 ఒకటే అయిందా?

  కాదు. ఎందుకనగా, 5–(–3) = 5 + 3 = 8 మరియు (–3) –5 = –3 –5

  అదేవిధంగా కనీసం ఐదు వివిధ పూర్ణంకాల జతలను తీసుకొని దీనిని పరీక్షించండి.

  అందువలన, పూర్ణాంకాలు వ్యవకలనంలో పరివర్తనీయ ధర్మం కలిగియుండవని మనం నిర్ధారించాం.

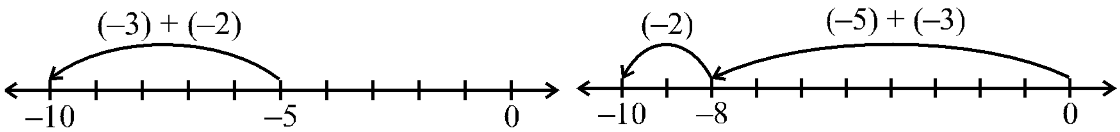
1.3.4. సహవర్తనీయ ధర్మం:

కింది ఉదాహరణలు గమనించండి.

–3, –2 మరియు – 5 ఈ పూర్ణాంకాలను పరిగణించండి.

(5) +[(3) + (2)] మరియు [(5) + (3)]+ (2) లను గమనించండి.

ముందుగా లెక్కలో (3) మరియు (2) (–2)లను ఒకచోట గుంపు చేయబడింది. రెండవ దానిలో (–5) మరియు (–3) లను ఒకచోట గుంపు చేయబడింది. వేర్వేరు ఫలితాలను పొందుతాయా అనేదానిని పరీక్షిద్దాం.



(5)+[(3)+(2)]   [(5)+(3)]+(2)

రెండు సందర్భాలలో మొత్తం –10ను పొందుతాం.

అనగా, (–5) +[(–3) + (–2)] =[(–5) + (–3)] + (–2)

అదే విధంగా –3, 1 మరియు –7 పరిగణించండి.

(3) + [1 + (7)] = 3 + ________ = ________

$[(3) + 1] + (7) = 2 + ______ = ______$

$(3) + [1 + (7)]$ అది $[(3) + 1] + (7)$ కు సమానాంగా ఉందా?

వీటిలాగనే ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు తీసుకోండి. ఏదైనా ఉదాహరణంలో మీరు మొత్తం భిన్నంగాయుండుటను కనుగొనడానికి సాధ్యంకాదు. పూర్ణాంకాలు సంకలనంలో సహవర్తనీయ ధర్మం కలిగియున్నాయి సామాన్యంగా ఏవైనా పూర్ణాంకాలు a, b మరియు c లకు.

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

1.3.5. సంకలన అనన్యతాంశం

ఏదైనా పూర్ణాంకానికి సున్నా కలిపినప్పుడు అదే పూర్ణాంకాన్ని పొందుతాం. పూర్ణ సంఖ్యలకు సున్నా సంకలనపు అనన్యతాంశం. పూర్ణాంకాలకు కూడా ఇది సంకలనపు అనన్యతాంశం అవుతుందా?

కింది వాటిని గమనించి, ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి

(i) $(-8) + 0 = -8$ (ii) $0 + (-8) = -8$

(iii) $(-23) + 0 = ____$ (iv) $0 + (-37) = -37$

(v) $0 + (-59) = ____$ (vi) $0 + ____ = -43$

(vii) $-61 + ___ = -61$ (viii) $___ + 0 = ____$.

పై ఉదాహరణలు సున్నా కూడా పూర్ణాంకాం సంకలనపు అనన్యతాంశం అనునది సూపిస్తున్నది.

ఇతర ఐదు పూర్ణాంకాలకు సున్నా కలపడం వలన మీరు దీనిని పరిశీలించవచ్చు.

సామాన్యంగా ఏవైనా పూర్ణాంకం a.

$$a + 0 = a = 0 + a$$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. కింద ఇచ్చిన మొత్తం వచ్చునట్లు ఐదు జతల పూర్ణాంకాలు రాయండి.
   (a) ఒక ఋణ పూర్ణాంకం (b) సున్నా
   (c) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలకు చిన్నదైన ఒక పూర్ణాంకం
   (d) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలలో ఒక పూర్ణాంకం కంటే చిన్నదైన పూర్ణాంకం
   (e) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలకు పెద్దదైన ఒక పూర్ణాంకం.

2. వ్యత్యాసం కింది ఇచ్చిన జవాబు ఇచ్చునట్లు ఒక జత పూర్ణాంకాలను రాయండి.
   (a) ఒక ఋణ పూర్ణాంకం (b) సున్నా
   (c) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలకూ చిన్నదైన ఒక పూర్ణాంకం
   (d) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలలో ఒక పూర్ణాంకం కంటే చిన్నదైన పూర్ణాంకం
   (e) ఆ రెండు పూర్ణాంకాలకూ పెదదైన ఒక పూర్ణాంకం.

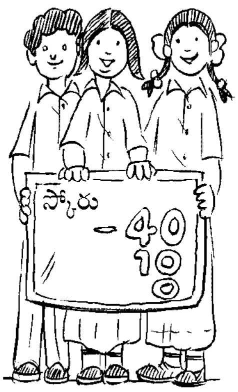
ఉదాహరణ 1: (a) మొత్తం −3. (b) వ్యత్యాసం −5.
(c) వ్యత్యాసం −2. (d) మొత్తం 0.

ఆ విధంగా, ఉండు ఒక జత పూర్ణాంకాలు రాయండి.

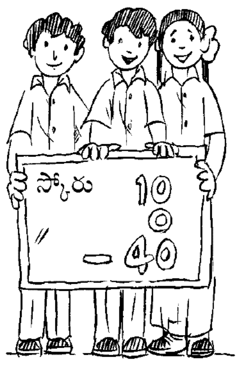
సాధన: (a) $(-1) + (-2) = -3$ లేదా $(-5) + 2 = -3$.
(b) $(-9) - (-4) = -5$ లేదా $(-2) - 3 = -5$.
(c) $(-7) - (-9) = 2$. లేదా $1 - (-1) = 2$.
(d) $(-10) + (10) = 0$. లేదా $5 + (-5) = 0$.

ఈ ఉదాహరణలలో ఇంకా ఎక్కువ పూర్ణాంకాల జతలను రాయగలరా?

అభ్యాసం 1.2



1. (a) మొత్తం 7. (b) వ్యత్యాసం10.
   (c) వ్యత్యాసం 0.
   ఆ విధంగా ఉండేనట్లు ఒక జత పూర్ణాంకాలు రాయండి:
2. (a) వ్యత్యాసం 8 అగునట్లు ఒక జత ఋణ పూర్ణాంకాలు రాయండి.
   (b) మొత్తం −5 అగునట్లు ఒక ఋణ పూర్ణాంకం మరియు ఒక ధన పూర్ణాంకం రాయండి.
   (c) వ్యత్యాసం −3 అగునట్లు ఒక ఋణ పూర్ణాంకం మరియు ఒక ధన పూర్ణాంకం రాయండి.



3. ఒక క్విజ్ కార్యక్రమంలో వరుసక్రమంగా మూడు రౌండ్లలో A జట్టు − 40, 10, 0 స్కోరు /అంకములు మరియు B జట్టు 10, 0, −40 అంకములు పొందాయి. ఏ జట్టు ఎక్కువ అంకములు పొందింది? ఏదైనా విధానంలో మనం పూర్ణాంకం సంకలనం చేయవచ్చా?
4. కింది వ్యాఖ్యానాలు సరిపోవునట్లు ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి.
   (i) $(5) + (8) = (8) + (\ldots.)$

(ii) 53 . . . . = 53

(iii) 17 . . . . = 0

(iv) [13 + (12)] + (. . . .) = 13 + [(12) + (7)]

(v) (4) + [15 + (3)] = [4 + 15] + ...

1.4 పూర్ణాంకాల గుణకారం

పూర్ణాంకాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలు చేయువచ్చు. ఇప్పుడు మనం పూర్ణాంకాలను ఎలా గుణించవచ్చో నేర్చుకుందాం.

1.4.1. ఒక ధన పూర్ణాంకం మరియు ఒక ఋణ పూర్ణాంకాల గుణకారం.

పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారం పునరావర్తన సంకలనం అనునది మనకు తెలిసింది.,

ఉదాహరణకు, $5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$

అదే విధంగా పూర్ణాంకాల సంకలనాన్ని మీరు సూచించగలరా?

వీటిని ప్రయత్నించండి

సంఖ్యారేఖ మీద కనుగొనండి.

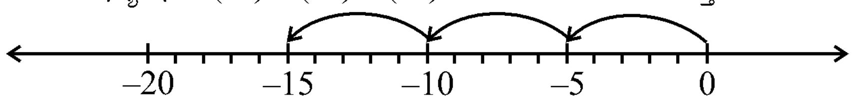
$4 \times (-8)$

$8 \times (-2)$

$3 \times (-7)$

$10 \times (-1)$

కింది సంఖ్యారేఖలో $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ అనునది గమనిస్తాం.

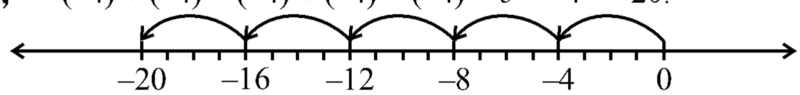


మనం దీనిని కింది విధంగా కూడా రాయవచ్చు.

$(-5) + (-5) + (-5) = 3 \times (-5)$

అందువలన, $3 \times (-5) = -15.$

అదే విధంగా, $(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = 5 \times -4 = -20.$



మరియు $(3) + (3) + (3) + (3) =$ _______ = ________

అలాగే, $(7) + (7) + (7) =$ _______ = ________

సంఖ్యారేఖ సహాయం లేకుండా, ఒక ధన పూర్ణాంకం మరియు ఒక ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధాన్ని ఎలా కనగొనవచ్చో ఇప్పుడు చూద్దాం. $3 \times (-5)$ దీనిని వేరేవిధానంలో కనుగొందాం.

ముందుగా 3×5 కనుగొనండి. తరువాత గుణలబ్ధం ముందు ఋణ చిహ్నం రాయండి. -15 అవుతుంది. అనగా $-(3 \times 5)$ కు -15

అనగా, $5 \times (-4) = -(5 \times 4) = -20.$

అదేవిధంగా కిందివి కనుగొనండి.

$4 \times (-8) =$ ______ $=$ ________. $3 \times (-7) =$ ______ $=$ ________.

$6 \times (-5) =$ ______ $=$ ________. $2 \times (-9) =$ ______ $=$ ________.

వీటిని ప్రయత్నించండి

కనుగొనండి

(i) $6 \times (-19)$

(ii) $12 \times (-32)$

(iii) $7 \times (-22)$

ఈ విధానాన్ని ఉపయోగించండి.

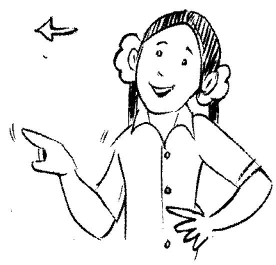
$10 \times (-43) =$ ______ $-(10 \times 43) = -430$ తీసుకొండి.

పొందుతాం మనం ఇప్పటి వరకు పూర్ణాంకాలనం ఈ విధానంలో గుణించాం;
(ధనపూర్ణాంకం) × (ఋణ పూర్ణాంకం)

మనమిప్పుడు వాటిని ఈ విధానంలో గుణిద్దాం

(ఋణ పూర్ణాంకం) × (ధన పూర్ణాంకం)

మనం ముందుగా -3×5 కనుగొందాం.



దీనిని కనుగొనడానికి, ఈ కింది విన్యాసాన్ని గమనించండి.

ఇక్కడ, $3 \times 5 = 15.$

$2 \times 5 = 10 = 15 - 5.$

$1 \times 5 = 5 = 10 - 5.$

$0 \times 5 = 0 = 5 - 5.$

అందువలన, $-1 \times 5 = 0 - 5 = -5.$

$-2 \times 5 = -5 - 5 = -10.$

$-3 \times 5 = -10 - 5 = -15.$

ఇదివరకే, $3 \times (-5) = -15.$ అని తెలిసింది.

అందువలన, $(-3) \times 5 = -15 = 3 \times (-5)$

ఇలాంటి విన్యాసాలను ఉపయోగించి $(-5) \times 4 = -20 = 5 \times (-4)$ను పొందుతాం.

విన్యాసాలు ఉపయోగించి, $(-4) \times 8$, $(-3) \times 7$, $(-6) \times 5$ మరియు $(-2) \times 9$ ను కనుగొనండి.

కింది వాటిని పరీక్షించండి,

$(-4) \times 8 = 4 \times (-8).$

$(-3) \times 7 = 3 \times (-7).$

$(-6) \times 5 = 6 \times (-5).$

మరియు $(-2) \times 9 = 2 \times (-9).$

వీటిని ఉపయోగించండి, $(-33) \times 5 = 33 \times (-5) = -165$ పొందుతాం.

అందువలన, ఒక ధనపూర్ణాంకం మరియు ఒక ఋణ పూర్ణాంకాన్ని గుణించినప్పుడు మనం వాటిని పూర్ణసంఖ్యలుగా పరిగణించి గుణిస్తాం మరియు గుణలబ్ధం ముందు ఋణ చిహ్నం (–) రాస్తాం. ఈ విధంగా మనం ఋణ పూర్ణాంకాలను పొందుతాం.

వీటిని ప్రయత్నించండి

1. కింది వాటి విలువ కనుగొనండి.

(a) $15 \times (-16)$ (b) $21 \times (-32)$

(c) $(-42) \times 12$ (d) -55×15.

2. పరీక్షించండి

(a) $25 \times (-21) = (-25) \times 21$.

(b) $(-23) \times 20 = 23 \times (-20)$ అనునది పరీక్షించండి.

ఇదే విధంగా ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాయండి.

సామాన్యంగా, ఏవైనా రెండు ధన పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

1.4.2. రెండు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం

$(-3) \times (-2)$ వీటి గుణలబ్ధం కనుగొనగలరా?

కింది వాటిని గమనించండి.

$-3 \times 4 = -12.$

$-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$

$-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$

$-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$

$-3 \times 0 = 0 = -3 - (-3)$

$-3 \times -1 = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$

$-3 \times -2 = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6.$

మీరు ఏదైనా విన్యాసాన్ని గమనించావా?

గుణలబ్ధం ఎలా మారుతుందో వీక్షించండి. వీటి ఆధారంగా వీటిని పూరించండి.

$-3 \times -3 =$ ______ $-3 \times -4 =$ _______

ఇప్పుడు, ఈ గుణలబ్ధాలను గమనించి, ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి.

$-4 \times 4 = -16.$

$-4 \times 3 = -12 = -16 + 4$

$-4 \times 2 =$ ____ $= -12 + 4$

$-4 \times 1 =$ ____

$-4 \times 0 =$ ____

$-4 \times (-1) =$ ____

$-4 \times (-2) =$ ____

$-4 \times (-3) =$ ____

వీటిని ప్రయత్నించండి

(i) $(-5) \times 4$ తో ప్రారంభించి, $(-5) \times (-6)$ కనుగొనండి.

(ii) $(-6) \times 3$ తో ప్రారంభించి, $(-6) \times (-7)$ కనుగొనండి .

ఈ విన్యాసాల నుండి మనం ఏమి గమనించామంటే,

$(-3) \times (-1) = 3 = 3 \times 1$

$(-3) \times (-2) = 6 = 3 \times 2$

$(-3) \times (-3) = 9 = 3 \times 3$

మరియు $(-4) \times (-1) = 4 = 4 \times 1$

అందువలన, $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 =$ ____

$(-4) \times (-3) =$ ____ $=$ ____

అందువలన, ఈ గుణలబ్ధలను గమనించినప్పుడు, రెండు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకం అని చెప్పవచ్చు. రెండు ఋణ పూర్ణాంకాలను గుణించినప్పుడు మనం పూర్ణ సంఖ్యగానే గుణిస్తాం మరియు గుణలబ్ధానికి ధన చిహ్న రాస్తాం.

అందువలన, $(-10) \times (-12) = 120.$

అదేవిధంగా, $(-15) \times (-6) = 90.$

సామాన్యంగా, ఏవైనా రెండు ధన పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు.

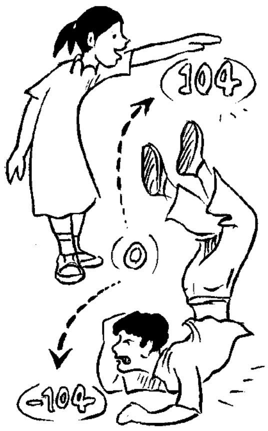
$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

వీటిని ప్రయత్నించండి వీటి విలువ కనుగొనండి: $(-31) \times (-100)$, $(-25) \times (-72)$, $(-83) \times (-28)$

ఆట 1:

(i) చిత్రంలో చూపినట్లుగా, **–104** నుండి **104** వరకు గుర్తించిన ఒక బోర్డు తీసుకోండి.

104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–27	–26	–25	–24	–23	–22	–21	–20	–19	–18	–17
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
–49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
–50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	–60
–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–72	–73	–74	–75	–76	–77	–78	–79	–80	–81	–82
–93	–92	–91	–90	–89	–88	–87	–86	–85	–84	–83
–94	–95	–96	–97	–98	–99	–100	–101	–102	–103	–104



(ii) రెండు నీలం మరియు రెండు ఎరుపు పాచికలుగల ఒక సంచి తీసుకోండి. నీలం పాచిక మీదగల చుక్కలు ధన పూర్ణాంకాలను సూచిస్తాయి. ఎరుపు పాచిక మీదగల చుక్కలు ఋణ పూర్ణాంకాలను సూచిస్తాయి.

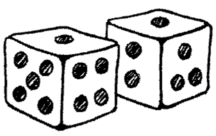
(iii) ప్రతి ఆటగాడు తన లెక్కింపును సున్నాతో ప్రారంభిస్తాడు.

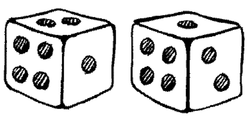
(iv) ప్రతి ఆటగాడు రెండు పాచికలను ఒకసారి సంచినుండి బయటకు తీస్తాడు మరియు దొర్లిస్తాడు..

(v) ప్రతిసారి దొర్లించిన తరువాత, ఆటగాడు పాచిక మీదగల సంఖ్యలను గుణించాలి.

(vi) గుణలబ్ధం ధన పూర్ణాంకమైనచో అప్పుడు ఆటగాడు **104** వైపు అతని లెక్కింపును కొనసాగించాలి. గుణలబ్ధం ఋణ పూర్ణాంకమైనచో, అప్పుడు ఆటగాడు **–104** వైపుకు అతని లెక్కింపును కొనసాగించాలి.

(vii) ఏ ఆటగాడు **–104** లేదా **104** ను ముందుగా చేరుతాడో అతడు గెలుస్తాడు..





1.4.3. మూడు లేదా ఎక్కువ ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం

ఏయ్లర్ (Euler) తన పుస్తకం అంకితుంగ్ జుర్ ఆల్జీబ్రా 1770 (Ankitung zur Algebra 1770) లో మొట్టమొదట అనుదానిని స్పష్టపరచారు.

$(-1) \times (-1) = 1$

రెండు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకం అని మనం గమనించాం. మూడు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఏమవుతుంది నాలుగు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం? కింది ఉదాహరణలు గమనిద్దాం :

(a) $(-4) \times (-3) = 12.$

(b) $(-4) \times (-3) \times (-2) = [\,(-4) \times (-3) \times (-2)\,] = (-12) \times (-2) = -24.$

(c) $(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1) = [\,(-4) \times (-3) \times (-2)\,] \times (-1) = (-24) \times (-1)$

(d) $(-5) \times [(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1)] = (-5) \times (24) = -120.$

పై గుణలబ్ధాలనుండి వీటిని గమనిస్తాం.

(a) రెండు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకం.

(b) మూడు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ఋణ పూర్ణాంకం.

(c) నాలుగు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకం.

(d) పై వాటిలో ఐదు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఏమవుతుంది?

అందువలన ఆరు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఎంత?

కొనసాగి (a) మరియు (c)లలో గుణకారం చేసిన ఋణ పూర్ణాంకాల సంఖ్య సరిసంఖ్య (రెండు మరియు నాలుగు) అలాగే (a) మరియు (c)లలో పొందిన గుణలబ్ధం ధన పూర్ణాంకం (b) మరియు (d)లలో గుణకారం చేసిన ఋణ పూర్ణాంకాల సంఖ్య బేసిసంఖ్య. అలాగే (b) మరియు (d) లలో పొందిన గుణలబ్ధం ఋణ పూర్ణాంకం అనునది గమనిస్తున్నాం.

ఒక విశేష సందర్భం

కింది లెక్కలు మరియు ఫలితాల గుణలబ్ధాలను గమనించండి.

$(-1) \times (-1) = +1.$

$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1.$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1.$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1.$

దీని అర్థం, పూర్ణాంకం (**–1**)ను సరిసంఖ్య అన్నిసార్లు గుణించినప్పుడు గుణలబ్ధం (**+1**) మరియు పూర్ణాంకం (**–1**)ను బేసి సంఖ్య ఎన్నిసార్లు గుణించినప్పుడు గుణలబ్ధం (**–1**) ఈ వాక్యాలలో లెక్కలలో (**–1**) యొక్క జతలను చేయడం ద్వారా మీరు పరీక్షించవచ్చు. అది పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధాన్ని చేయునప్పుడు ఉపయోగపడుతుంది.

గుణకారంలో ఋణ పూర్ణాంకాల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయినచో, గుణలబ్ధం ధన పూర్ణాంకం. గుణకారంలో ఋణ పూర్ణాంకాల సంఖ్య బేసిసంఖ్య అయినచో, గుణలబ్ధం ఋణ పూర్ణాంకం అనునది కనుగొంటాం

ఇదే విధమైన ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలను తీసుకొని పై వ్యాఖ్యానాన్ని నిరూపించండి.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

(i) **(−9) (50) (−6) (−3)** ల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకమైనచో, **(−9) (−5) (6) (−3)** గుణలబ్ధం ఋణ పూర్ణాంకం. ఎందుకు?

(ii) తరువాతి గుణకారంలో గుణలబ్ధపు చిహ్నం ఏమైఉంటుంది.

(a) **8** ఋణ పూర్ణాంకాలు మరియు **3** ధన పూర్ణాంకాలు.

(b) **5** ఋణ పూర్ణాంకాలు మరియు **4** ధన పూర్ణాంకాలు.

(c) **(−1)**, పన్నెండు సార్లు.

(d) **(−1)**, $2m$ సార్లు, m ఒక సహజ సంఖ్య?

1.5 పూర్ణాంకాల గుణకారపు ధర్మాలు/లక్షణాలు

1.5.1 గుణకారంలో ఆవృత ధర్మం.

1. కింది పట్టికను గమనించి పూరించండి.

వ్యాఖ్యానం/లెక్క	నిర్ధారణ
$(-20) \times (-5) = 100$	గుణలబ్ధం ఒక పూర్ణాంకం
$(-15) \times 17 = -255$	గుణలబ్ధం ఒక పూర్ణాంకం
$(-30) \times 12 =$ ______	
$(-15) \times (-23) =$ ______	
$(-14) \times (-13) =$ ______	
$(12) \times (-30) =$ ______	

మీరు ఏమేమి గమనించారు? గుణలబ్ధం ఒక పూర్ణాంకంకాని ఒక జత పూర్ణాంకాలను మీరు కనుగొనగలరా? లేదు. రెండు పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక పూర్ణాంకం అను కల్పనను అది మీకు ఇస్తుంది. అందువలన పూర్ణాంకాలు గుణకారంలో ఆవృత ధర్మం పొందిందని చెప్పవచ్చు.

సాధారణంగా

పూర్ణాంకాలన్నీ a & b లకు $a \times b$ ఒక పూర్ణాంకం

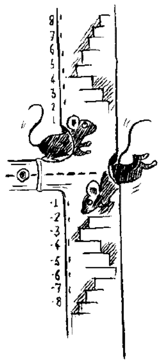
ఇంకా ఐదు జతల పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం కనుగొని, పై లెక్కలను నిరూపించండి.

1.5.2. గుణకారంలో పరివర్తనా ధర్మం/లక్షణం

మనకు తెలిసినట్లుగా పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం పరివర్తనీయం పూర్ణాంకాలకు కూడా గుణకారం పరివర్తనీయం అనిచెప్పవచ్చు.

కింది పట్టికను గమనించి పూరించండి.

వ్యాఖ్యానం 1	వ్యాఖ్యానం 2	నిర్ధారణ
$3 \times (-4) = -12$	$(-4) \times 3 = -12$	$3 \times (-4) = (-4) \times 3$
$(-30) \times 12 =$ ___	$12 \times (-30) =$ _____.	
$(-15) \times (-10) = 150$	$(-10) \times (-15) = 150$	
$(-35) \times (-12) =$ ____	$(-12) \times (-35) =$ ____	
$(-17) \times 0 =$ ____		
______ = ______	$(-1) \times (-15) =$ ____	



మీ పరిశీలనలేమిటి? పూర్ణాంకాలు గుణకారంలో సూచిస్తాయి/ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాసి పరిశీలించండి. సాధారణంగా ఏదైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు.

$$a \times b = b \times a$$

1.5.3. సున్నాతో గుణకారం

మనకు తెలిసినట్లుగా ఏదైనా పూర్ణ సంఖ్యను సున్నాతో గుణించినప్పుడు పూర్ణ సంఖ్య సున్నా వస్తుంది. ఋణ పూర్ణాంకాలు మరియు సున్నాయొక్క ఈ కింది గుణలబ్ధాలను గమనించండి. ముందుగా (వెనుక) చేసిన విన్యాసాలతో ఈ గుణలబ్ధాలను పొందబడింది.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-4) = 0$

$-5 \times 0 =$ ______

$0 \times (-6) =$ ______

ఇది ఋణ పూర్ణాంకం మరియు సున్నాయొక్క గుణలబ్ధం సున్నా అనునది సూచిస్తుంది.

సాధారణంగా ఏదైనా పూర్ణాంక aకి

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

1.5.4 గుణకారపు అనన్యతాంశం

మనకు తెలిసినట్లుగా పూర్ణ సంఖ్యలకు గుణకారపు అనన్యతాంశం 1 అవుతుంది.

పూర్ణాంకాలకు కూడా 1 గుణకారపు అనన్యతాంశమే అని పరీక్షించండి. కింది వాటిలో 1తో పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధాన్ని గమనించండి.

$(-3) \times 1 = -3$	$1 \times 5 = 5$
$(-4) \times 1 =$ ______	$1 \times 8 =$ ______
$1 \times (-5) =$ ______	$3 \times 1 =$ ______
$1 \times (-6) =$ ______	$7 \times 1 =$ ______

పూర్ణాంకాలకు కూడా గుణకారపు అనన్యతాంశం 1 అనుదానిని ఇది చూపుతున్నది.

సాధారణంగా ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

ఏదైనా పూర్ణాంకాన్ని – 1తో గుణించినచో ఏమవుతుంది? కిందివాటిని పూరించండి.

$(-3) \times (-1) = 3$

$3 \times (-1) = (-3)$

$(-6) \times (-1) =$ ______

$(-1) \times 13 =$ ______

$(-1) \times (-25) =$ ______

$18 \times (-1) =$ ______

> పూర్ణాంకాలకు 0 సంకలనపు అనన్యతాంశం అయినచో 1 గుణకారపు అనన్యతాంశం (–1)ను a నుండి గుణించినప్పుడు మనం పూర్ణాంకం a యొక్క సంకలనపు విలోమాన్ని పొందుతాం. అనగా, $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$

మీరు ఏమేమి గమనిస్తారు?

పూర్ణాంకాలకు కూడా – 1 గుణకారపు అనన్యతాంశం అని చెప్పవచ్చా? కాదు

1.5.5 గుణకారంలో పరివర్తనీయత

3, 2 మరియు 5 ను పరిగణించండి.

$[(-3) \times (-2)] \times 5$ మరియు $(-3) \times [(-2) \times 5$ ను గమనించండి.

మొదటి సందర్భంలో (3) మరియు (2) లను గుంపు చేసినచో మరియు రెండవ సందర్భంలో (2) మరియు (5) లను గుంపు చేయబడింది.

$$[(-3) \times (-2)] \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

మరియు$(-3) \times [(-2) \times 5] = (-3) \times (-10) = 30$ అనునది గమనిస్తాం.

ఇదేవిధంగా రెండు సందర్భాలలో మనం ఒకే జవాబును పొందుతారు?

అందువలన, $(3) \times (2) \times 5 = (3) \times (2) \times 5$

దీనిని గమనించండి మరియు గుణలబ్ధాన్ని పూరించండి.

$[(7 \times (-6)] \times 4 =$ ____ $\times 4 =$ ______

$7 \times [(-6)] \times 4] = 7 \times$ ____ $=$ ______

$[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times 4]$. సరినా ?

పూర్ణాంకాలను గుంపు చేయడం వలన వాటి గుణ లేదు. సాధారణంగా, ఏవైనా మూడు పూర్ణాంకాలు a, b మరియు c లకు

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

a, b మరియు c లకు ఏదైనా విలువను తీసుకొని, ఈ లక్షణాన్ని పరిశీలించండి.

అదేవిధంగా, పూర్ణ సంఖ్యలులాగా మూడు పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం వాటి గుంపు చేయడాన్ని ఆధారపడలేదు మరియు దానిని పూర్ణాంకాల గుణకారపు సహచరధర్మం (సహవర్తనీయ నియమం) అంటారు.

1.5.6 విభాజక నియమం

మనకు తెలిసినట్లుగా

$16 (10 + 2) = (16 \times 10) + (16 \times 2)$ (సంకలనం మీద గుణకారపు విభాజకత)

పూర్ణాంకాలకు కూడా ఇది సరినా అనునది ఇప్పుడు పరిశీలిద్దాం.

కింది వాటిని గమనించండి.

(a) $(-2)\times (3+5) = -2 \times 8 = -16$.

మరియు $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16$.

అందువలన, $(-2) \times (3+5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

(b) $(-4) \times [(-2)+7] = (-4) \times 5 = -20$.

మరియు $[(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7] = 8 + (-28) = -20$.

అందువలన, $(-4) \times [(-2) + 7] = [(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7]$

(c) $(-8) \times [(-2) + (-1)] = (-8) \times (-3) = 24$.

మరియు $[(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)] = 16 + 8 = 24$.

అందువలన, $(-8) \times [(-2) + (-1)] = [(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)]$

పూర్ణాంకాలకు కూడా సంకలనపు పై విభాజకత సరిపోతుందా అని మనం చెప్పవచ్చా? అవును.

సాధారణంగా ఏదైనా పూర్ణాంకం a b మరియు c లకు

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

a, b మరియు c లకు ఐదు వివిధ విలువలను తీసుకొని, పై విభాజక నియమాన్ని పరిశీలించండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

(i) $10 \times [(6) + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$.

(ii) $(-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-7) + (-5) \times (-1)$. సరినా?

మొదలగు వాటిని పరిగణించండి.

$4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$ అని చెప్పవచ్చా?

$4 \times (3 - 8) = 4 \times (-5)$ దానిని పరిశీలిద్దాం.

$4 \times 3 = 4 \times 8 = 12 - 32 = -20$

అందువలన, $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$.

కిందివాటిని గమనించండి.

$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times 2 = -10$.

$[(-5) \times [(-4) - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$.

అందువలన, $[(-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$.

$(-9) \times [(10 - \times (-3)$ మరియు $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$.

వీటిని పై వాటిలాగా పరిశీలించండి.

ఇవి కూడా సమానమవుతాయని మీరు కనుగొంటారు.

సాధారణంగా ఏదైనా మూడు పూర్ణాంకాలు a, b మరియు c లకు

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

కనీసం ఐదు వివిధ విలువలను a b c లకు తీసుకోండి మరియు ఈ నియమాలను పరిశీలించండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

(i) $10 \times [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$.

(ii) $(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$. సరిగా?

1.5.7 గుణలబ్ధాన్ని సూక్ష్మీకరించడం (సరళీకరించడం).

కిందివాటిని పరిగణించండి.

(i) $(-25) \times 37 \times 4$ దీనిని ఇలా కనుగొనవచ్చు.

$[(-25) \times 37] \times 4 = (-925) \times 4 = -3700$

లేదా దానిని ఈ విధానంలో చేయవచ్చు.

$(-25) \times 37 \times 4 = (-25) \times 4 \times 37 = [(-25) \times 4] \times 37 = 100 \times 37 = -3700$

పై వాటిలో ఏది సరళ విధానం

స్పష్టంగా రెండవ విధానమే సులభం ఎందుకనగా(–25) మరియు 4ల గుణలబ్దం – 10.

37 తో దీనిని గుణించడానికి సులభం. రెండవ విధాన పూర్ణాంకాల పరివర్తనీయత మరియు సహచర ధర్మాలతో కూడియుంటుందని గమనించండి.

అందువలన పూర్ణాంకాల పరివర్తనీయత, సహచరధర్మం (సహవర్తనీయత) మరియు విభాజకత్వం లెక్కలను సూక్ష్మీకరించడానికి సహాయకం అని మనం కనుగొంటాం. ఈ లక్షణాలను ఉపయోగించి లెక్కలను ఇంకా సులభంగా చేయడాన్ని కింద చూద్దాం.

(ii) 16×12 ను కనుగొనండి.

16×12 ను $16 \times (10 + 2)$ అని రాయవచ్చు.

$16 \times 12 = 16 \times (10 + 2) = 16 \times 10 + 16 \times 2 = 160 + 32 = 192$.

(iii) $(–23) \times 48 = (–23) \times [50–2]$

$= (–23) \times 50 – (–23) \times 2 = (–1150) – (–46)$

$= –1104$.

(iv) $(–35) \times (–98) = (–35 \times [(–100) + 2] (1 – 100) + (–35) \times 2$

$= 3500 + (–70) = 3430$.

(v) $52 \times (–8) + (–52) \times 2$

$(–52) \times 2$ దీనిని $(52) \times (–2)$ అని కూడా రాయవచ్చు.

అందువలన, $52 \times (–8) + (–52) \times 2 = 52 \times (–8) + 52 \times (–2)$

$= 52 \times [(–8) + (–2)] = (52) \times [(–10)] = –520$.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

విభాజక నియమాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి. $(–49) \times 18$: $(–25) \times (–31)$; $70 \times (-19) + (–1) \times 70$

ఉదాహరణ 2: కింది వాటి గుణలబ్ధాలు కనుగొనండి.

(i) $(–18) \times (–10) \times 9$ (ii) $(–20) \times (–2) \times (–5) \times 7$

(iii) $(–1) \times (–5) \times (–4) \times (–6)$

సాధన : (i) $(–18) \times (–10) \times 9 = [(–18) \times (–10)] \times 9 = 180 \times 9 = 1620$

(ii) $(–20) \times (–2) \times (–5) \times 7 = –20 \times (–2 \times –5) \times 7 = [–20 \times 10] \times 7 = –1400$.

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6) = [(-1) \times (-5)] \times [(-4) \times (-6)]$
$= 5 \times 24 = 120.$

ఉదాహరణ 3: పరిశీలించండి : $(-20) \times [(13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) 180 \times (-3)]$

సాధన : $(-30) \times [13 + (-3)] = (-30) \times 10] = -300$

$[(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)] = -390+90 = -300$

అందువలన, $(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

ఉదాహరణ 4: ఒక తరగతి పరీక్షలోగల 5 ప్రశ్నలలో ప్రతి సరైన జవాబుకు 4 మార్కులు ఇవ్వబడినవి మరియు ప్రతి తప్పైన జవాబుకు (−2) మార్కులు ఇవ్వబడింది.

(i) గురుప్రీత్ ప్రశ్నలన్నింటికి జవాబివ్వగా వాటిలో కేవలం 9 జవాబులు సరిగ్గా ఉన్నాయి. ఆమె మొత్తం ఎన్ని మార్కులు పొందింది?

(ii) ఆమె ఒక సహపాఠకురాలి 5 జవాబులు సరిగ్గా ఉన్నాయి. సహపాఠకురాలు పొందిన మార్కులెన్ని?

సాధన : (i) ఒక సరైన జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు 4.

అందువలన, 9 సరి జవాబులకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= 4 \times 9 = 36$.

ఒక తప్పు, జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= -2$.

అందువలన, 6 (= 15−9) తప్పు జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు

$= (-2) \times 6 = -18$

అందువలన, గురుప్రీత్ పొందిన మొత్తం మార్కులు $= 36 + (12) = 24$.

(ii) ఒక సరి జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= 4$.

అందువలన, 5 సరి జవాబులకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= 4 \times 5 = 20$

ఒక తప్పు జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= (-2)$

అందువలన, 10 (= 15 − 5) 10కి తప్పు జవాబుకు ఇవ్వబడిన మార్కులు.

$= (2) \times 10 = 20.$

అందువలన, ఆమె సహపాఠకురాలి మొత్తం అంకములకు $= 20 + (-20) = 0$

ఉదాహరణ 5: నేలనుండి పై దూరాన్ని ధన పూర్ణాంకంతో మరియు నేలనుండి కింది దూరాన్ని ఋణ పూర్ణాంకంతో గుర్తించినచో, ఈ కింది వాటికి జవాబులివ్వండి.

(i) ఒక ఎలివేటర్ గనిలోపలికి నిమిషానికి 5 మీటర్ల వేగంతో దిగుతుంది. ఒక గంట తరువాత దాని స్థానం ఎక్కడ ఉంటుంది.

(ii) అది నేల మీద నుండి 15m. దిగడానికి ప్రారంభించినచో, 45 నిమిషాల తరువాత దాని స్థానం ఎక్కడ ఉంటుంది.

సాధన : (i) ఎలివేటర్ కిందికి వెళ్ళుతుండటం వలన అది ప్రయాణించిన దూరాన్ని ఋణ పూర్ణాంకంతో గుర్తిస్తాం.

ఒక నిమిషంలో ఎలివేటర్ స్థాన మార్పిడి = -5m.

60 నిమిషాలలో ఎలివేటర్ ప్రారంభ స్థానం నుండి 300m. అనగా ఎలివేటర్ ప్రారంభ స్థానం నుండి 300m కిందికి దిగుతుంది.

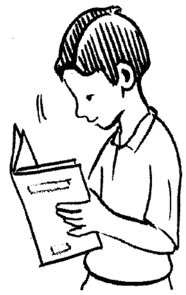
(ii) 45 నిమిషాలలో ఎలివేటర్ స్థాన మార్పిడి = $(-5) \times 45 = -225$m.

అనగా, నేలమట్టం నుండి 225m కిందికి

అందువలన, ఎలివేటర్ యొక్క అంతిమ స్థానం = $225 + 15 = -210$m.

అనగా, నేలమట్టం నుండి 210m కిందికి ఉంటుంది.

అభ్యాసం 1.3



1. ప్రతిదాని గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనండి.

(a) $3 \times (-1)$ (b) $(-1) \times 225$
(c) $(-21) \times (-30)$ (d) $(-316) \times (-1)$
(e) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (f) $(-12) \times (-11) \times (10)$
(g) $9 \times (-3) \times (-6)$ (h) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
(i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (j) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

2. కింది వాటిని పరీక్షించండి.

(a) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(b) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

3. (i) ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి $(1) \times a$ దేనికి సమానం.

(ii) (1) తో కింది గుణలబ్ధాలనిచ్చు పూర్ణాంకాలను నిర్ధారించండి.

(a) -22 (b) 37 (c) 0.

4. $(1) \times 5$ తో ప్రారంభించండి. $(1) \times (1) = 1$ ఈ విన్యాసపు వివిధ గుణలబ్ధాలు రాయండి.

5. సరైన గుణధర్మాలు ఉపయోగించి, గుణలబ్ధాలు కనుగొనండి.

(a) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$

(b) $8 \times 53 \times (-125)$

(c) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

(d) $(-41) \times 102$

(e) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

(f) $7 \times (50-2)$

(g) $(-17) \times (-29)$

(h) $(-57) \times (-19) + 57$

6. ఒక నిర్ధిష్ట మంచు గడ్డకట్టు ప్రక్రియలో ప్రతి గంటకు 5°C రేటులో ఒక గది ఉష్ణోగ్రతను 40°C తో తక్కువ చేయబడుతుంది. ఈ ప్రక్రియ ప్రారంభించిన 10 గంటల తరువాత గది ఉష్ణోగ్రత ఎంత?

7. ఒక తరగతి పరీక్షలోగల 10 ప్రశ్నలలో ప్రతి సరి జవాబుకు 5 మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు అలాగే ప్రయత్నించిన ప్రశ్నలకు 0 మార్కులు నిర్ధిష్టపరచబడినవి.

(i) మోహన్ నాలుగు సరి మరియు ఆరు తప్పు జవాబులు రాసినచో, అతని మార్కులు ఎన్ని?

(ii) రేష్మా ఐదు సరి మరియు ఐదు తప్పు జవాబులు రాసినచో ఆమె పొందిన మార్కులెన్ని?

(iii) హీనా ప్రయత్నించిన ఏడు ప్రశ్నలలో రెండు సరి జవాబులు, ఐదు తప్పులు ఉన్నాయి. ఆమె పొందిన మార్కులెన్ని?

8. ఒక సిమెంట్ కర్మాగారం తెలుపు సిమెంట్ యొక్క ప్రతి సంచి మీద ₹8 లాభం మరియు బూడిద రంగు సిమెంట్ యొక్క ప్రతి సంచిమీద ₹5 నష్టం పొందుతుంది.

(a) ఒక నెలలో కర్మాగారం 3000 తెలుపు సిమెంట్ సంచులు మరియు 5000 బూడిదరంగు సిమెంట్ సంచులు అమ్ముతుంది. దాని లాభం లేదా నష్టం ఎంత?

(b) 6,400 బూడిదరంగు సిమెంట్ సంచులు అమ్మినచో, లాభం లేదా నష్టం కాకుండా అమ్మవలసిన తెలుపు సిమెంట్ సంచుల సంఖ్య ఎంత?

9. కింది వ్యాఖ్యానాలు సరిపోవునట్లు ఖాళీ స్థలాలను పూర్ణాంకాలతో మార్చండి.

(a) $(-3) \times$ _____ $= 27$ (b) $5 \times$ _____ $= -35$

(c) ___ $\times (-8) = -56$ (d) ____ $\times (-12) = 132$.

1.6 పూర్ణాంకాల భాగహారం

భాగహారం గుణకారపు విలోమ క్రియ అనునది మనకు తెలిసింది. పూర్ణసంఖ్యయొక్క ఒక ఉదాహరణతో దానిని చూద్దాం.

$3 \times 5 = 15$ అయివుండుట వలన

$15 \div 5 = 3$. మరియు $15 \div 3 = 3$.

దానిలాగనే, $4 \times 3 = 12$. మరియు $12 \div 4 = 3$. $12 \div 3 = 4$.

పూర్ణసంఖ్యల ప్రతి గుణకారపు వ్యాఖ్యానానికి రెండు భాగహారపు వ్యాఖ్యానాలుంటాయని మనం చెప్పవచ్చు.

పూర్ణాంకాలకు గుణకార వ్యాఖ్యానం మరియు దానికి అనురూపమైన భాగహారం వ్యాఖ్యానాలను మీరు రాయగలరా?

- కిందివాటిని గమనించి, పూరించండి.

గుణకార వ్యాఖ్యానం	అనురూప భాగహార వ్యాఖ్యానాలు	
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div 5 = (-4)$,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div$ ____ = ____ ,	$72 \div$ ____ = ____
$(-3) \times (-7) =$ ___	____ $\div (-3) =$ ____ ,	________
$(-8) \times 4 =$ ___	________ ,	________
$5 \times (-9) =$ ___	________ ,	________
$(-10) \times (-5) =$ ___	________ ,	________

పై వాటినుండి మనం గమనించేదేమనగా,

$$(-12) \div 2 = (-6)$$
$$(-20) \div 5 = (-4)$$
$$(-32) \div 4 = (-8)$$
$$(-45) \div 5 = (-9)$$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి :

(a) $(-100) \div 5$ (b) $(-81) \div 9$
(c) $(-75) \div 5$ (d) $(-32) \div 2$.

అనగా, ఒక ఋణ పూర్ణాంకాన్ని ధన పూర్ణాంకంతో భాగించినప్పుడు మనం పూర్ణ సంఖ్యలులాగనే వాటిని భాగిస్తాం మరియు భాగలబ్ధం ముందు (–) రాస్తాం

- మనం దీనిని కూడా గమనిస్తాం.

$72 \div (-8) = -9$ మరియు $50 \div (-10) = -5$

$72 \div (-9) = -8$ $50 \div (-5) = -10$

ఒక ధన పూర్ణాంకాన్ని ఒక ఋణ పూర్ణాంకంతో భాగించేటప్పుడు, మనం వాటిని పూర్ణ సంఖ్యలులాగనే భాగిస్తాం. తరువాత భాగలబ్ధం ముందు (–) చిహ్నం రాస్తాం. సామాన్యంగా ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు

$a \div (-b) = (-a) \div b$ ఇక్కడ $b \neq 0$

$(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ అని చెప్పవచ్చా?

దానిని పరీక్షిద్దాం.

మనకు తెలిసినట్లుగా

$(-48) \div 8 = -6$.

మరియు $48 \div (-8) = -6$.

అందువలన, $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$.

పై వాటిలాగా కింది వాటిని పరీక్షించండి.

(i) $(90) \div (-45)$ మరియు $(-90) \div (45)$

(ii) $(-136) \div 4$ మరియు $136 \div (-4)$.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి : (a) 125 ÷ (–25), (b) 80 ÷ (–5), (c) 64 ÷ (–16)

- చివరిగా

  (–12) ÷ (–6) = 2 ; (–20) ÷ (–4) = 5 ; (–32) ÷ (–8) = 4 ; (–45) ÷ (–9) = 5 అనేదానిని గమనిస్తాం

ఒక ఋణ పూర్ణాంకంతో మరొక ఋణ పూర్ణాంకాన్ని భాగించినప్పుడు, మనం వాటిని పూర్ణసంఖ్యలులాగా భాగిస్తాం మరియు (+) చిహ్నం రాస్తాం.

సాధారణంగా ఏవైనా రెండు ధన పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు

$$(-a) \div (-b) = a \div b \quad \text{ఇక్కడ } b \neq 0$$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి: (a) 36 ÷ (4), (b) 201 ÷ (3), (c) (325) ÷ (13)

1.7 పూర్ణాంకాల భాగహార లక్షణాలు

కింది పట్టికను గమనించి, పూరించండి.

మీరు ఏమేమి గమనించారు? పూర్ణాంకాలు భాగహారంలో ఆవృత ధర్మం పొందలేదని గమనిస్తాం.

వ్యాఖ్యానం	నిర్ధారణ	వ్యాఖ్యానం	నిర్ధారణ
$(-8) \div (-4) = 2$	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం	$-8 \div 3 = -8/3$	__________
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8}$	ఫలితం ఒక పూర్ణాంకం కాదు	$3 \div (-8) = 3/-8$	________

మీరే స్వతః ఐదు ఉదాహరణలు తీసుకొని దీనిని నిరూపించండి.

- మీకు తెలిసినట్లుగా పూర్ణసంఖ్యలు భాగహారంలో పరివర్తనీయంకాలేదు. ఇప్పుడు మనం వాటిని పూర్ణాంకాలకు కూడా పరీక్షిద్దాం.

  పట్టికనుండి.

  (–8) ÷ (–4) ≠ (–4) ÷ (–8) అనేదానిని గమనించారా?

  (–9) ÷ 3 అది 3 ÷ (–9) కే సమానమా?

  (–30) ÷ (–6) అది (6) ÷ (30) కు సమానమా?

పూర్ణాంకాలు భాగహారంలో పరివర్తనీయ ధర్మాన్ని పొందినదని మనం చెప్పవచ్చా? లేదు.

ఐదు జతల పూర్ణాంకాలు తీసుకొని దానిని నిరూపించండి.

- పూర్ణ సంఖ్యలులాగా, ఏదైనా పూర్ణాంకాన్ని సున్నాతో భాగించినచో అది అర్థరహితమవుతుంది మరియు సున్నా మినహాయించి ఏదైనా పూర్ణాంకంతో సున్నాను భాగించినప్పుడు అది సున్నాకు సమానమవుతుంది. అనగా, ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి $a \div 0$ ను వ్యాఖ్యానించబడలేదు.

అయితే, $0 \div a = 10$, ఏదైనా $a \neq 0$ కు

- ఒక పూర్ణసంఖ్యను 1తో భాగించినప్పుడు అదే పూర్ణసంఖ్యవస్తుంది. అది ఋణ పూర్ణాంకాలకు కూడా సరిపోతుందా అనేదానిని పరీక్షిద్దాం.

కింది వాటిని గమనించండి.

$(-8) \div 1 = (-8)$ $(-11) \div 1 = -11,$ $(-13) \div 1 = -13.$

$(-25) \div 1 =$ _____ $(-37) \div 1 =$ _____ $(-48) \div 1 =$ _____

ఋణ పూర్ణాంకాన్ని 1తో భాగించినప్పుడు అదే ఋణ పూర్ణాంకం వస్తుంది అనే దానిని సూచిస్తుంది. అందువలన, ఏదైనా పూర్ణాంకాన్ని 1తో భాగించినచో అదే పూర్ణాంకం వస్తుంది.

సాధారణంగా, ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి

$$a \div 1 = a$$

- ఏదైనా పూర్ణాంకాన్ని (-1)తో భాగించినచో ఏమవుతుంది? కింది పట్టికను పూరించండి.

$(-8) \div (-1) = 8,$ $11 \div (-1) = -11,$ $13 \div (-1) =$ ____

$(-25) \div (-1) =$ ____, $(-37) \div (-1) =$ ____, $(-48) \div (-1) =$ _____

మీరు ఏమేమి గమనించారు?

ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి వివిధ విలువలను ఆదేశించి, పరీక్షించండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

(i) $1 \div a = 1$ సరినా?

(ii) $a \div (1) = a,$

ఏదైనా పూర్ణాంకాన్ని (-1)తో భాగించినప్పుడు అదే పూర్ణాంకం పొందడానికి సాధ్యం కాదని మనం చెప్పవచ్చు.

- $[(-16) \div 4] \div (-2) = -11,$ అది $(-16) \div [4 \div (-2)$ కి సమానమని మనం చెప్పవచ్చా?

మనకు తెలిసినట్లుగా,

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

మరియు $(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8.$

అందువలన, $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

పూర్ణాంకాలు భాగహారంలో సహచరధర్మం పొందినదని మీరు చెప్పగలరా? లేదు.

మీరే స్వతః ఐదు ఉదాహరణలు తీసుకొని, దీనిని నిరూపించండి.

ఉదాహరణం 6: ఒక పరీక్షలో ప్రతి సరి జవాబుకు (+5) మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు ఇవ్వబడినవి.

(i) రాధికా అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబిచ్చింది. ఆమె 10 సరి జవాబులు ఇచ్చినప్పటికీ 30 మార్కులు పొందినవి.

(ii) జయ్ కూడా ప్రశ్నలన్నింటికీ జవాబులిచ్చి 4 సరి జవాబులిచ్చినప్పటికీ (–12) మార్కులు పొందాడు. వారు ప్రయత్నించిన తప్పు జవాబులు ఎన్ని?

సాధన :

(i) ఒక సరి జవాబుకు ఇచ్చిన మార్కులు = 5

అందువలన, 10 సరి జవాబులకిచ్చిన మార్కులు $= 5 \times 10 = 50.$

రాధికా పొందిన మార్కులు = 30.

తప్పు జవాబులకు పొందిన మార్కులు $= 30 - 50 = -20$

ఒక తప్పు జవాబుకిచ్చిన మార్కులు = (2)

అందువలన, తప్పు జవాబులు సంఖ్య $= (-20) \div (-2) = 10.$

(ii) 4 సరి జవాబులకిచ్చిన మార్కులు $= 5 \times 4 = 20.$

జయ్ స్కోరు= 12.

తప్పు జవాబులకు పొందిన మార్కులు $+ -12 - 20 = -32.$

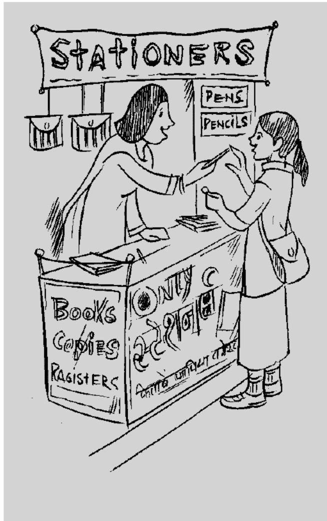
ఒక తప్పు జవాబుకిచ్చిన మార్కులు = –2

అందువలన, తప్పు జవాబుల సంఖ్య $= (-32) \div (-2) = 16.$

ఉదాహరణం 7: ఒక అంగడి వాడు పెన్ను అమ్మడం వలన ₹1 లాభం పొందుతుంది మరియు ఆమె పాత స్టాకు పెన్సిళ్ళు అమ్మడం వలన ప్రతి పెన్సిల్‌కు 40 పైసలు నష్టం అనుభవిస్తుంది.

(i) ఒక నిర్దిష్ట నెలలో ఆమె ₹5 నష్టం అనుభవిస్తుంది. ఈ అవధిలో ఆమె 40 పెన్నులు అమ్మింది. ఈ అవధిలో ఆమె ఎన్ని పెన్నులు అమ్మింది?

(ii) తరువాతి నెలలో ఆమెకు లాభం లేదా నష్టం కాలేదు ఆమె 70 పెన్నులు అమ్మినచో ఆమె ఎన్ని పెన్నులు అమ్మింది?



సాధన :

(i) ఒక పెన్ను అమ్మడం వలన పొందిన లాభం ₹ 1.

45 పెన్నులు అమ్మడం వలన పొందిన లాభం ₹ 45.

దీనిని + ₹ 45 అని సూచిస్తాం.

మొత్తం నష్టం = ₹ 5 దీనిని – ₹ 5 అని సూచిస్తాం.

పొందిన లాభం + కలిగిన నష్టం + మొత్తం నష్టం

అందువలన, కలిగిన నష్టం = మొత్తం నష్టం – పొందిన లాభం

+ ₹ (–5 – 45) = ₹ (–50) = –5000 పైసలు

ఒక పెన్సిలు అమ్మడం వలన కలిగిన నష్టం = 40 పైసలు

దీనిని – 40 పైసలు అని రాస్తాం.

అందువలన, అమ్మిన పెన్సిళ్ళు = (–5000) ÷ (–40) = – 125 పెన్సిళ్ళు

(ii) తరువాతి నెలలో లాభం లేదా నష్టం లేదు.

అందువలన పొందిన లాభం + కలిగిన నష్టం = 0.

పెన్సిళ్ళు అనగా, పొందిన లాభం = – కలిగిన నష్టం.

ఇప్పుడు, 70 పెన్సిళ్ళు అమ్మడం వలన పొందిన లాభం = రూ. 70.

అందువలన, పెన్సిళ్ళు అమ్మడం వలన కలిగిన నష్టం = రూ. 70

దీనిని – ₹ 70 లేదా –7000 పైసలు అని సూచిస్తాం.

మొత్తం అమ్మిన పెన్సిళ్ళు= (–7000) ÷ (–40) = 175 పెన్సిళ్ళు

అభ్యాసం 1.4

1. కిందివాటి విలువలు కనుగొనండి.

(a) $(-30) \div 10$ (b) $50 \div (-5)$

(c) $(-36) \div (-9)$ (d) $(-49) \div 49$

(e) $13 \div [(-2) + 1]$ (f) $0 \div (-12)$

(g) $(-31) \div [(-30) + (-1)]$ (h) $[(-36) \div 12] \div 3$

(i) $[(-6) + 5] \div [(-2) + 1$

2. కింద ఇచ్చిన ప్రతి a, b, మరియు c విలువకు $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ అనుదానిని పరిశీలించండి.

(a) $a = 12, b = -4, c = 2$ (b) $a = (-10), b = 1, c = 1.$

3. ఖాళీలను పూరించండి :

(a) 369 ÷ ___ = 369 (b) (–75) ÷ ___ = -1.

(c) (–206) ÷ ___ = 1 (d) –87 ÷ ___ = 87.

(e) ___ ÷ 1 = –87 (f) ___ ÷ 48 = –1.

(g) 20 ÷ ___ = –2 (h) ___ ÷ 4 = 3.

4. ఖాళీలను పూరించండి : $a \div b$ అయ్యేటట్లు ఐదు జతల పూర్ణాంకాలు (a, b) లను రాయండి. అలాంటి ఒక జత (6, –2) ఎందుకనగా, 6 ÷ (–2) = (–3).

5. మధ్యాహ్నం 12 గంటలకు ఉష్ణోగ్రత సున్నానుండి. పైన 10°C ఉండేది. మధ్యరాత్రి వరకు ప్రతి గంటకు 2°C అంత తగ్గినచో, ఏ సమయంలో ఉష్ణోగ్రత సున్నాకంటే కింద 8°C కావచ్చు? మధ్యరాత్రిలో ఉష్ణోగ్రత ఎంత ఉంటుంది?

6. ఒక తరగతి పరీక్షలో ప్రతి సరి జవాబుకు (+3) మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు మరియు ప్రయత్నించిన ప్రశ్నలకు ఎటువంటి మార్కు ఇవ్వబడదు.

(i) రాధికా 20 మార్కులు పొందింది ఆమె 12 సరి జవాబులిచ్చినచో, ఎన్ని ప్రశ్నలకు తప్పుగా జవాబిచ్చింది?

(ii) మోహిని ఈ పరీక్షలో –5 మార్కులు పొందుతుంది. అదేవిధంగా ఆమె 7 సరి జవాబులు ఇస్తుంది. ఆమె ఎన్ని ప్రశ్నలకు తప్పు జవాబులిచ్చింది.

7. ఒక ఎలివేటర్ ప్రతి నిమిషానికి 6 మీటర్ల వేగంతో దిగుతుంది. అది నేలమట్టపు 10m పై దిగండి ప్రారంభించినచో –350m. చేరడానికి ఎంత సమయం తీసుకొంటుంది?

మనం ఇప్పటి వరకు చర్చించిన అంశాలు

1. పూర్ణాంకాలు, పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు వాటి ఋణ సంఖ్యలతో ఏర్పడిన చాలా పెద్ద సంఖ్యా సంగ్రహణం వాటిని 6వ తరగతిలో పరిచయం చేయడమైనది.

2. వెనుకటి తరగతిలో మీరు పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖ మీద గుర్తించడం అలాగే వాటి సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలను అభ్యసనంచేశారు.

3. ఇప్పుడు మనం సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలకు పాటించు లక్షణాల (ధర్మాలు)ను అభ్యసించాం.

(a) పూర్ణాంకాలు సంకలన మరియు వ్యవకలనాలు రెండింటికీ ఆవృత ధర్మం పొందాయి. పూర్ణాంకాల సంకలనం పరివర్తనీయమైనది అనగా, పూర్ణాంకాలన్నీ a మరియు b లకు $a + b$ మరియు $a - b$ పునః పూర్ణాంకాలు.

(b) పూర్ణాంకాల సంకలనం పరివర్తనీయమైనది. అనగా, పూర్ణాంకాలన్నియు a మరియు b లకు $a + b = b + a$.

(c) పూర్ణాంకాల సంకలనం సహవర్తనీయమైనది. అనగా, ఏదైనా పూర్ణాంకం a, b మరియు c లకు $(a + b) + c = a + (b + c)$.

(d) పూర్ణాంకం సున్నా (0) సంకలనపు అనన్యతాంశం. అనగా, పుర్ణాంకం a కి $a + 0 = 0 + a = a$.

4. పూర్ణాంకాలను ఎలా గుణించవచ్చో అభ్యసనంచేశాం మరియు ఒక ధన పూర్ణాంకం మరియు ఒక ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ఋణ పూర్ణాంకం అనునది కనుగొన్నాం రెండు ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఒక ధన పూర్ణాంకం. ఉదాహరణకు, $2 \times 7 = 14$ మరియు $3 \times 8 = 24$.

5. సరి సంఖ్యయొక్క ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ధన పూర్ణాంకం అయితే, బేసి సఖ్యయొక్క ఋణ పూర్ణాంకాల గుణలబ్ధం ఋణ పూర్ణాంకం.

6. పూర్ణాంకాలు గుణకారంలో కొన్ని ధర్మాలు/లక్షణాలు చూపుతాయి.

(a) పూర్ణాంకాలు గుణకారంలో ఆవృత ధర్మం పొందియుంటాయి. అనగా, ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలు a మరియు b లకు, $a \times b$ ఒక పూర్ణాంకం.

(b) పూర్ణాంకాల గుణకారం పరివర్తనీయమైనది అనగా, ఏదైనా పూర్ణాంకం a మరియు b లకు $a \times b = b \times a$.

(c) పూర్ణాంకం 1 గుణకారపు అనన్యతాంశం అనగా, ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి $1 \times a = a \times 1 = a$.

(d) పూర్ణాంకాల గుణకారం సహవర్తనీయమైనది. అనగా, మూడు పూర్ణాంకాలు a, b మరియు c లకు, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

7. పూర్ణాంకాలు సంకలనం మరియు గుణకారంలో విభాజక ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. అనగా, ఏవైనా మూడు పూర్ణాంకాలు a, b మరియు c లకు, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

8. సంకలనం మరియు గుణకారపు పరివర్తనీయం, సహచరధర్మం మరియు విభాజక ధర్మాలు మనకు లెక్కలు సులభంగా చేయడానికి సహాయకంగా ఉంటాయి.

9. పూర్ణాంకాల భాగాహారం నేర్చుకున్నాం.

(a) ఒక ధన పూర్ణాంకాన్ని ఋణ పూర్ణాంకంతో భాగించినప్పుడు పొందెడి భాగలబ్ధం ఒక ఋణ పూర్ణాంకం మరియు ప్రతిక్రమంగా ఉంటుంది.

(b) ఒక ఋణ పుర్ణాంకాన్ని మరొక ఋణ పూర్ణాంకంతో భాగించినప్పుడు పొందెడి భాగలబ్ధం ధన పూర్ణాంకంగా ఉంటుంది.

10. ఏదైనా పూర్ణాంకం a కి

(a) $a \div 0$ వ్యాఖ్యానించబడలేదు

(b) $a \div 1 = a$

అధ్యాయం - 2

భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు

2.1 పీఠిక:

వెనుకటి తరగతులలో మీరు భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు నేర్చుకున్నారు. భిన్నాల అధ్యయనం క్రమ, అపక్రమ మరియు మిశ్రమ భిన్నాలు. అంతేగాక వాటి సంకలనం మరియు వ్యవకలనంతో కూడియుండేది. మనం భిన్నాల పోలిక, సమాన భిన్నాలు, సంఖ్యా రేఖ మీద భిన్నాలను గుర్తించడం మరియు భిన్నాలను ఆదేశించడం కూడా మనం అధ్యయనం చేశాం.

మన దశాంశాల అధ్యయనం వాటి పోలిక, సంఖ్యారేఖ మీద వాటిని గుర్తించడం మరియు వాటి సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలతో కూడియుండేది.

ఇప్పుడు మనం భిన్నాలు మరియు దశాంశాల గుణకారం మరియు భాగహారం నేర్చుకుందాం.

2.2 భిన్నాల గురించి మీరు ఎంత ఉత్తమంగా నేర్చుకున్నారు?

ఒక క్రమ భిన్నం అనునది ఒక భిన్నం. అదొక పూర్ణంలోని ఒక భాగాన్ని చూపుతుంది. $\frac{7}{4}$ ఒక క్రమ భిన్నమా? ఏది పెద్దది. లవమా లేదా హారమా?

ఒక అపక్రమ భిన్నం పూర్ణం మరియు ఒక క్రమభిన్నం యొక్క సంయోగం $\frac{7}{4}$ ఒక అపక్రమ భిన్నమా? ఇందులో ఏది పెద్దది లవమా లేదా హారమా?

అపక్రమ భిన్నం $\frac{7}{4}$ ను $1\frac{3}{4}$ అని రాయవచ్చు. అదొక మిశ్రమ భిన్నం.

మీరు ప్రతిదానికి క్రమ, అపక్రమ మరియు మిశ్రమ భిన్నాలకు 5 ఉదాహరణలు రాయగలరా?

ఉదాహరణ 1: $\frac{3}{5}$ యొక్క ఐదు సమాన భిన్నాలు రాయండి.

సాధన: $\frac{3}{5}$ యొక్క ఒకసమాన భిన్నం $\frac{3}{5} = \frac{3\times 2}{5\times 2} = \frac{6}{10}$ ఇంకా నాలుగు సమాన భిన్నాలను కనుగొనండి.

ఉదాహరణ 2: రమేష్ ఒక అభ్యాసపు $\frac{2}{7}$ భాగం సాధించాడు అంతేగాక సీమా దాని $\frac{4}{5}$ ను సాధించింది. ఎవరు తక్కువ భాగం సాధించారు ?

సాధన : ఎవరు అభ్యాసపు తక్కువ భాగం సాధించారు అని కనుగొనడానికి.

ఇప్పుడు మనం $\frac{2}{7}$ మరియు $\frac{4}{5}$ పోల్చుదాం.

వాటిని సమాన భిన్నాలుగా మార్చినప్పుడు మనం పొందునది

$\frac{2}{7} = \frac{10}{35}, \quad \frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ $\quad 10 < 28$ నిమిత్తం.

అందువలన $\frac{10}{35} < \frac{28}{35}$

అదేవిధంగా $\frac{2}{7} < \frac{4}{5}$

రమేష్ సీమాకంటే తక్కువ భాగం సాధించాడు.

ఉదాహరణ 3: సమీరా $3\frac{1}{2}$ kg జామ పండ్లు మరియు $4\frac{3}{4}$ kg కమలా పండ్లు కొనింది. ఆమె కొన్న పండ్ల మొత్తం బరువు ఎంత ?

సాధన : మొత్తం పండ్ల బరువు $= \left(3\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}\right)$ kg

$= \left(\frac{7}{2} + \frac{19}{4}\right)$ kg

$= \left(\frac{14}{4} + \frac{19}{4}\right)$ kg

$= \frac{33}{4}$ kg $= 8\frac{1}{4}$ kg

ఉదాహరణ 4: సుమనా ప్రతినిత్యం $5\frac{2}{3}$ గంటలసేపు చదువుతుంది. ఆమె $2\frac{4}{5}$ గంటలు విజ్ఞానం మరియు గణితం కొరకువినియోగిస్తుంది. మిగిలిన విషయాలకొరకు ఆమె వినియోగించిన సమయం ఎంత ?

సాధన : సుమనా మొత్తం అధ్యయన సమయం $= 5\frac{2}{3}$ h

$= \frac{17}{3}$ h

విజ్ఞానం మరియు గణితం కొరకు ఆమె నుండి వినియోగించబడిన సమయం

$$= 2\frac{4}{5} = \frac{14}{5} \text{ h}$$

అందువలన మిగిలిన విషయాల కొరకు ఆమె నుండి వినియోగించబడిన సమయం

$$= \left(\frac{17}{3} - \frac{14}{5}\right) \text{ h}$$

$$= \left(\frac{17 \times 5}{15} - \frac{14 \times 3}{15}\right) \text{h}$$

$$= \left(\frac{85 - 42}{15}\right) \text{h}$$

$$= \frac{43}{15} \text{ h} = 2\frac{13}{15} \text{ h.}$$

అభ్యాసం 2.1

1. సాధించండి.

(i) $2 - \frac{3}{5}$ (ii) $4 + \frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$

(iv) $\frac{9}{11} - \frac{4}{15}$ (v) $\frac{7}{10} + \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

(vii) $8\frac{1}{2} - 3\frac{5}{8}$

2. కింది వాటిని అవరోహణా క్రమంలో అమర్చండి.

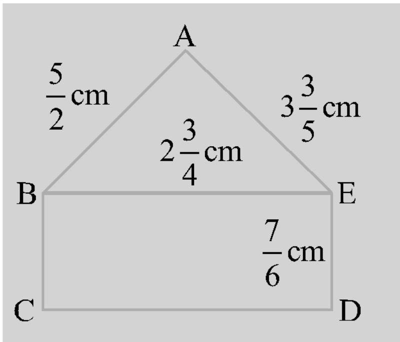
(i) $\frac{2}{9}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

3. ఒక మాయాచదరంలో ప్రతి అడ్డ వరుసలోగల సంఖ్యల మొత్తం ప్రతి నిలువు వరుసలోగల మరియు కర్ణముల పొడవునా ఒకే సమానం. అదొక మాయా చదరమా?

$\frac{4}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{2}{11}$
$\frac{3}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{7}{11}$
$\frac{8}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{6}{11}$

(మొదట అడ్డవరుస పొడవునా $\frac{4}{11}+\frac{9}{11}+\frac{2}{11}=\frac{15}{11}$).

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం $12\frac{1}{2}$ సెం.మీ. పొడవు మరియు $10\frac{2}{3}$ వెడల్పు కలిగియుంది. దాని చుట్టుకొలత కనుగొనండి.



5. ఈ ఆకృతిలో చుట్టు కొలత కనుగొనండి.
   (i) Δ ABE
   (ii) దీర్ఘచతురస్రం BCDE దేని చుట్టుకొలత ఎంత?

6. సలీల ఒక చిత్రాన్ని చదరంలో వేయాలనుకొంది. చిత్రం $7\frac{3}{5}$ సెం.మీ. వెడల్పు ఉంది. చదరంలో పొందుకోవడానికి చిత్రం $7\frac{3}{10}$ సెం.మీ కంటే ఎక్కువ ఉండకూడదు. చిత్రం ఎన్ని? (ఒరణ) చేయాలి.

7. రీతు ఒక జామ పండులోని $\frac{3}{5}$ భాగం తినింది. మిగిలన జామపండును ఆమె తమ్ముడు సోము తిన్నాడు. జామపండులోని ఎంత భాగం సోము తిన్నాడు. ఎవరు పెద్దభాగం పొందారు? ఎంత?

8. మైఖేల్ ఒక చిత్రానికి రంగు వేయడం $\frac{7}{12}$ గంటలో ముగించాడు. అదే చిత్రానికి వైభవ్ రంగు వేయడం $\frac{3}{4}$ గంటలో ముగించాడు. ఎవరు ఎక్కువసేపు పనిచేశారు? అది భిన్నం నుండి ఎంత ఎక్కువగా ఉంది.

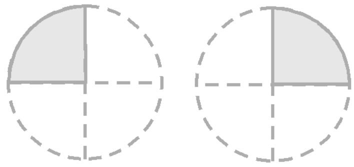
2.3 భిన్నాల గుణకారం

ఒక దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం ఎలా కనుగొనాలో మీకు తెలుసు. అది పొడవు × వెడల్పుకు సమానం. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 7సెం.మీ. మరియు 4సెం.మీ. అప్పుడు దాని వైశాల్యం ఎంతవుతుంది? దాని వైశాల్యం $7 \times 4 = 28$ సెం.మీ^{2} అవుతుంది.

ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $7\frac{1}{2}$ సెం.మీ. మరియు $3\frac{1}{2}$ సెం.మీ. అయినచో దాని వైశాల్యం ఎంతవుతుంది? మీరు చెప్పుతారు. అది $7\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{2}$ సెం.మీ^{2}. $\frac{15}{2}$ మరియు $\frac{7}{2}$ సంఖ్యలు భిన్నాలు ఇచ్చిన/దత్తాంశ ధీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం, లెక్కించడానికి భిన్నాలు ఎలా గుణించాలో మనకు తెలియాల్సిన అవసరం ఉంది. దానిని మనం ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

2.3.1 ఒక పూర్ణసంఖ్యతో భిన్నాల గుణకారం.

ప్రతి భాగం వృత్తంలోని $\frac{1}{4}$ భాగం.

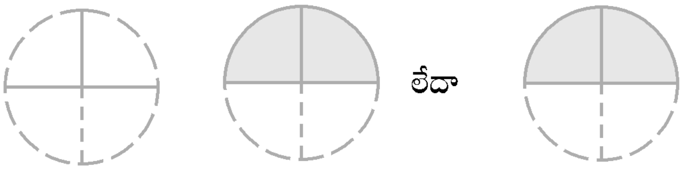


చిత్రం 2.1

రెండు షేడ్ అయిన భాగాలు ఒకటిగా ఎంత చూపుతున్నాయి? అవి చూపుతున్నది.

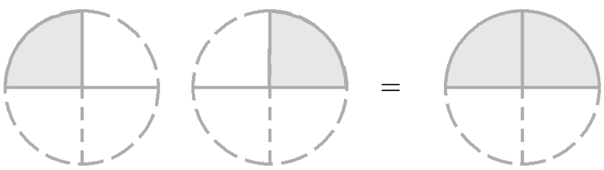
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 2\times\frac{1}{4}.$$

రెండు షేడ్అయిన భాగాలను కలిపినప్పుడు మనం చిత్రం 2.2 లో చూపిన ఆకృతిని పొందుతాం. వృత్తంలోని ఏ భాగం చిత్రం 2.2లో షేడ్ అయిన భాగం చూపుతోంది.? అది వృత్తంలోని $\frac{2}{4}$ భాగం చూపుతుంది.



చిత్రం 2.2

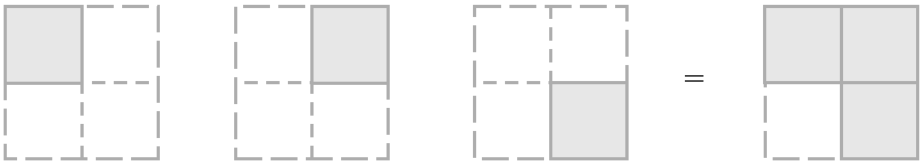
చిత్రం 2.1లో షేడ్చేసిన భాగాలను ఒకటిగా తీసుకొన్నప్పుడు అది చిత్రం 2.2లో షేడ్చేసిన భాగానికి సమానం



చిత్రం 2.3

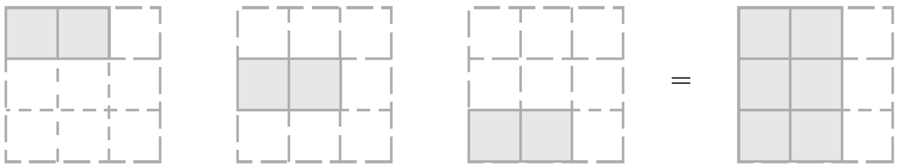
లేదా, $2\times\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$.

ఈ ఆకృతులు ఏమేమి చూపుతున్నాయో మీరు చెప్పగలగా? (చిత్రం 2.4)



చిత్రం 2.4

మరియు అది? (చిత్రం 2.5)



చిత్రం 2.5

మనమిప్పుడు $3\times\frac{1}{2}$ కనుగొందాం.

మనం కలిగియున్నది $$3\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

మనం దీనిని పొందాం $$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$$

అందువలన $$3\times\frac{1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$$

అదేవిధంగా $$\frac{2}{3}\times5 = \frac{2\times5}{3} = ?$$

దీనిని మీరు చెప్పగలరా? $$3\times\frac{2}{7} = ? \qquad 4\times\frac{3}{5} = ?$$

మనం ఇప్పటివరకు పరిగణించిన భిన్నాలు. అనగా, $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{2}{7}$ మరియయ $\frac{3}{5}$ లు క్రమభిన్నాలు.

అపక్రమ భిన్నాలకు కూడా (మనం కలిగియుండునది). ఇదే విధానం అనుసరించవచ్చు.

$$2\times\frac{5}{3} = \frac{2\times5}{3} = \frac{10}{3}$$

ప్రయత్నించండి, $$3\times\frac{8}{7} = ? \qquad 4\times\frac{7}{5} = ?$$

అందువలన ఒక పూర్ణసంఖ్య నుండి ఒక క్రమ భిన్నం లేదా అపక్రమ భిన్నం గుణించేటప్పుడు మనం పూర్ణసంఖ్యతో భిన్నంలోని లవం గుణిస్తాం. హారాన్ని అలాగే రాస్తాం.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. కనుగొనండి : (a) $\frac{2}{7}\times 3$ (b) $\frac{9}{7}\times 6$ (c) $3\times\frac{1}{8}$ (d) $\frac{13}{11}\times 6$

గుణలబ్ధం ఒక అపక్రమ భిన్నం అయినచో దానిని ఒక మిశ్రమ భిన్నంగా వ్యక్తపరచండి.

2. చిత్రంలో రూపంలో చూపండి $= 2\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి :

(i) $5\times 2\frac{3}{7}$

(ii) $1\frac{4}{9}\times 6$

ఒక మిశ్రమ భిన్నాన్ని ఒక పూర్ణసంఖ్యతో గుణించడానికి ముందుగా మిశ్రమ భిన్నాన్ని ఒక అపక్రమ భిన్నానికి మార్చి, తరువాత గుణించాలి.

అందువలన, $3\times 2\frac{5}{7} = 3\times\frac{19}{7}$

$= \frac{57}{7} = 8\frac{1}{7}$.

అదేవిధంగా, $2\times 4\frac{2}{5} = 2\times\frac{22}{5} = ?$

ఈ (చిత్రం 2.6) రెండు చదరాలు నిఖరంగానే సమాన రూపం పొందాయి.

ప్రతి షేడ్ చేసిన భాగం $\frac{1}{2}$ యొక్క 1 అని చూపుతుంది.

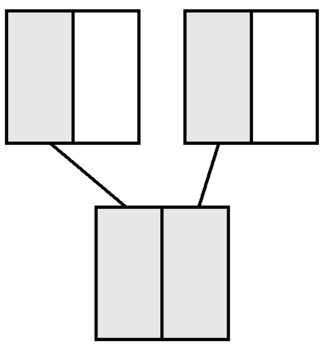
అందువలన, రెండు షేడ్ అయిన భాగాలు ఒకటిగా $\frac{1}{2}$ యొక్క 2, అని చూపుతుంది.

రెండు షేడ్ అయిమ భాగాలను సంయోజించి, అది 1ని చూపుతుంది.

అందువలన $\frac{1}{2}$ యొక్క 2 ఎల్లప్పుడూ 1. అని మనం చెప్పుతాం.

$\frac{1}{2}\times 2 = 1$ అని కూడా మనం పొందుతాం.

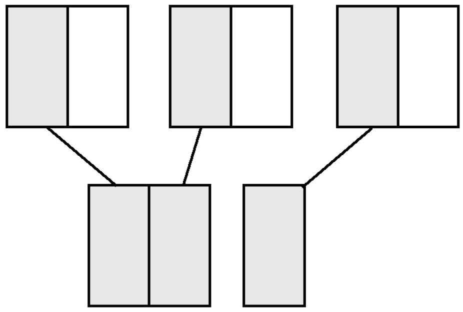
ఇదేవిధంగా $\frac{1}{2}$ యొక్క $2 = \frac{1}{2}\times 2 = 1$



చిత్రం 2.6

అదేవిధంగా, ఈ ఒకే సమానమైన చదరాలు చూడండి. (చిత్రం 2.7)

ప్రతి షేడ్ అయిన భాగం $\frac{1}{2}$ యొక్క 1 చూపుతుంది.


ఆకృతి 2.7

అందువలన, మూడు షేడ్ అయిన భాగాలు $\frac{1}{2}$ యొక్క 3 అని చూపుతుంది.

మూడు షేడ్ అయిన భాగాలను సంయోజించండి. అది $1\frac{1}{2}$ చూపుతుంది. అనగా, $\frac{3}{2}$.

అందువలన $\frac{1}{2}$ యొక్క $3 = \frac{3}{2}$. అదేవిధంగా $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$.

ఈ విధంగా $\frac{1}{2}$ యొక్క $3 = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$.

అందువలన మనం చూసేది ద/ర గుణకారం చూపుతుంది.

ఫరీదా 20 గోలీలు కలిగియుంది. రేష్మా ఫరీదా పొందిన గోలీల $\frac{4}{5}$ గోలీలను కలిగియుంది. రేష్మా కలిగియున్న గోలీలు ఎన్ని? ఇదేవిధంగా 'ద' గుణకారాన్ని సూచిస్తుంది. అదేవిధంగా రేష్మా కలిగియున్నది $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ గోలీలు.

అదేవిధంగా మనం కలిగియున్నది $\frac{1}{2}$ యొక్క $16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

ఇవి ఎంత చెప్పగలరా?

(i) $\frac{1}{2}$ యొక్క 10?   (ii) $\frac{1}{4}$ యొక్క 16?

(iii) $\frac{2}{5}$ యొక్క 25?

ఉదాహరణ 5: 40 మంది విద్యార్థులుగల ఒక తరగతిలో మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యలోని $\frac{1}{5}$ అంత ఇంగ్లీషు నేర్చుకోవాలనుకున్నారు. మొత్తం సంఖ్యలోని $\frac{2}{5}$ అంత గణితం అభ్యాసం చేయడానికి ఇష్టపడ్డారు. మిగిలిన విద్యార్థులు విజ్ఞానం నేర్చుకోవాలనుకున్నారు.

(i) ఎంతమంది విద్యార్థులు ఇంగ్లీషు నేర్చుకోవాలనుకున్నారు?

(ii) ఎంతమంది విద్యార్థులు గణితం అభ్యాసం చేయాలనుకున్నారు?

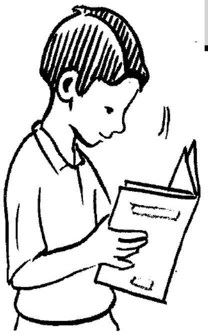
(iii) మొత్తం విద్యార్థుల ఏ భిన్నం విజ్ఞానం అభ్యాసం చేయాలనుకున్నారు?

సాధన : తరగతిలోగల మొత్తం విద్యార్థులు = **40**.

(i) వీటిలో మొత్తం విద్యార్థులలో $\frac{1}{5}$ మంది ఇంగ్లీషు నేర్చుకోవాలనుకున్నారు.
ఇదే విధంగా, ఇంగ్లీషు అభ్యాసం చేయడానికి ఇష్టపడే విద్యార్థులు = $\frac{1}{5}$ ద $40 = \frac{1}{5}\times 40 = 8$.

(ii) మీరే ప్రయత్నించండి.

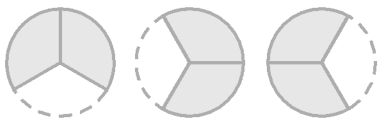
(iii) ఇంగ్లీషు మరియు గణితం ఇష్టపడు విద్యార్థులు = 8 + 16 = 24 ఇదేవిధంగా, విజ్ఞానం ఇష్టపడు విద్యార్థులు = 40 – 24 = 16.
అందువలన, కావలసిన భిన్నం $\frac{16}{40}$.

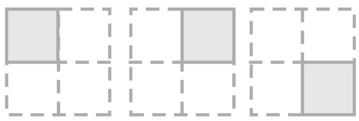
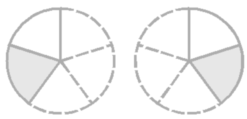


అభ్యాసం 2.2

1. (a) నుండి (d) వరకు ఇచ్చిన చిత్రాలలో ఏది సూచిస్తున్నది?

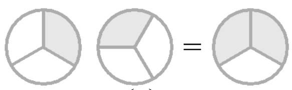
(i) $2\times\frac{1}{5}$ (ii) $2\times\frac{1}{2}$ (iii) $3\times\frac{2}{3}$ (iv) $3\times\frac{1}{4}$

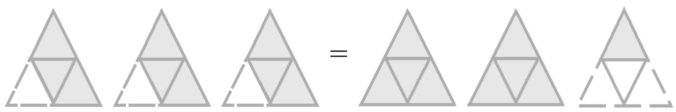
(a)  (b)

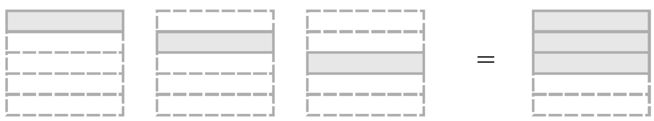
(c)  (d) 

2. కొన్ని చిత్రాలు (a) నుండి (c) కింద ఇవ్వబడినవి. వాటిలో ఏవి దీనిని చూపుతోంది తెల్పండి.

(i) $3\times\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ (ii) $2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ (iii) $3\times\frac{3}{4}=2\frac{1}{4}$


(a)


(b)


(c)

3. గుణించండి మరియు కనిష్ఠ రూపానికి మార్చండి. అలాగే మిశ్రమ భిన్నాలకు మార్చండి.

(i) $7\times\frac{3}{5}$ (ii) $4\times\frac{1}{3}$ (iii) $2\times\frac{6}{7}$ (iv) $5\times\frac{2}{9}$

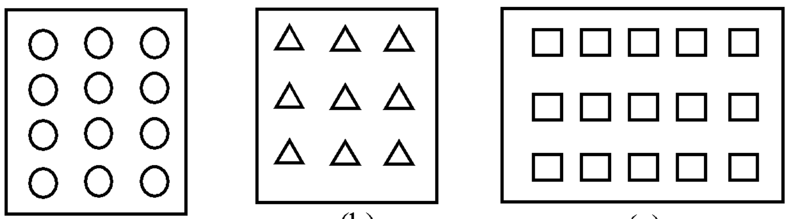
(v) $\frac{2}{3}\times4$ (vi) $\frac{5}{2}\times6$ (vii) $11\times\frac{4}{7}$ (viii) $20\times\frac{4}{5}$

(ix) $13\times\frac{1}{3}$ (x) $15\times\frac{3}{5}$

4. రంగులు వేయండి (i) (a) పెట్టెలోగల $\frac{1}{2}$ అంత వృత్తాలు.

(ii) (b) పెట్టెలోగల $\frac{2}{3}$ అంత త్రిభుజాలు.

(iii) (c) పెట్టెలోగల $\frac{3}{5}$ అంత చదరాలు.



(a) (b) (c)

5. కింది వాటి విలువ కనుగొనండి.

(a) $\frac{1}{2}$ యొక్క (i) 24 (ii) 46

(b) $\frac{2}{3}$ యొక్క (i) 18 (ii) 27

(c) $\frac{3}{4}$ యొక్క (i) 16 (ii) 36

(d) $\frac{4}{5}$ యొక్క (i) 20 (ii) 35

6. గుణించండి మరియు మిశ్రమ భిన్నాలలో వ్యక్తపరచండి.

(a) $3\times5\frac{1}{5}$ (b) $5\times6\frac{3}{4}$ (c) $7\times2\frac{1}{4}$

(d) $4\times6\frac{1}{3}$ (e) $3\frac{1}{4}\times6$ (f) $3\frac{2}{5}\times8$

7. వీటి విలువ కనుగొనండి: (a) $\frac{1}{2}$ యొక్క (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $4\frac{2}{9}$

(b) $\frac{5}{8}$ యొక్క (i) $3\frac{5}{6}$ (ii) $9\frac{2}{3}$.

8. విద్యా మరియు ప్రతాప్ విహారయాత్రకు వెళ్ళారు. వాళ్ళ అమ్మ వారికి ఒక నీటి బాటిల్ ఇచ్చింది. అది 5 లీ. నీరు కలిగిఉంది. విద్యా $\frac{2}{5}$ అంత నీటిని త్రాగింది. మిగిలిన నీటిని ప్రతాప్ త్రాగాడు

(i) విద్యా ఎంత నీరు త్రాగింది?

(ii) మొత్తం నీటి ప్రమాణంలో ప్రతాప్ త్రాగిన నీటి భిన్నం ఎంత?

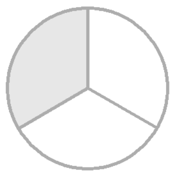
2.3.2 ఒక భిన్నంతో మరొ భిన్నం యొక్క గుణకారం.

ఫరీదా దగ్గర 9సెం.మీ. పొడవుగల రిబ్బన్ ఉంది ఆమె ఈ పట్టీని నాలుగు సమాన భాగాలుగా కత్తరించింది, ఆమె వాటిని ఎలా చేసింది? ఆమె పట్టీని రెండు సార్లు మడిచింది ప్రతి భాగం ఒక పొడవుగల ఏ భిన్నాన్ని చూపుతుంది.

ప్రతిభాగం పట్టీలోని $\frac{9}{4}$ అవుతుంది. ఆమె ఒక భాగం తీసుకొని భాగాన్ని ఒకసారి మడిచి, దానిని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించింది. ముక్కలలో ఒకటి ఏమేమి చూపుతుంది?

అది $\frac{1}{2}$ ద $\frac{9}{4}$ లేదా $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ ను చూపుతుంది.

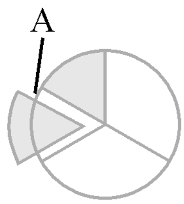
ఇప్పుడు మనం $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ విధమైన 2 భిన్నాల గుణలబ్ధం ఎలా కనుగొనాలో చూద్దాం. మనం దీనిని చేయడానికి ముందుగా $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ విధమైన గుణలబ్ధాలను కనుగొనడానికి నేర్చుకుందాం.



చిత్రం 2.8

(a) ఒక పూర్ణంలోని $\frac{1}{3}$ మనమెలా కనుగొనడం?

ఒక పూర్ణాన్ని మనం మూడు సమాన భాగాలుగా భాగించాలి. మూడు భాగాలలో ప్రతియొక్కటి పూర్ణంలోని $\frac{1}{3}$ చూపుతుంది. ఈ మూడు భాగాలలో ఒక భాగం తీసుకోండి మరియు చిత్రం 2.8లో చూపినట్లుగా దానికి రంగు వేయండి.



చిత్రం 2.9

(b) ఈ రంగు వేసిన భాగపు $\frac{1}{2}$ ను మీరు కనుగొనగలరా? ఈ మూడింట ఒకటి $\frac{1}{3}$ రంగు వేసిన భాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా భాగించండి.

ఈ రెండు భాగాలలో ప్రతియొక్కటి $\frac{1}{2}$ యొక్క $\frac{1}{3}$ చూపుతుంది. అనగా, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ను (చిత్రం 2.9) ఈ రెండింటిలో భాగం వెలుపలికి తీయండి మరియు దానిని A అని పేర్కొనండి D అనునది $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ చూపుతుంది.

(c) పూర్ణంలోని A ఏ భిన్నం? దీనికొరకు ప్రతియొక్కటి మిగిలిన $\frac{1}{3}$ భాగాలను కూడా రెండు సమాన భాగాలలో భాగించండి.

ఇప్పుడు మనం ఇలాంటి ఎన్ని సమాన భాగాలను కలిగియుంటారు? అక్కడ ఇలాంటి ఆరు సమానభాగాలు ఉంటాయి. A అనునది వీటిలో ఒక భాగం. A కూడా ఇలాంటి భాగాలలో ఒకటి. అందువలన A అనునది పూర్ణంలోని $\frac{1}{6}$.

అదేవిధంగా, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

A అనునది పూర్ణంలోని $\frac{1}{6}$ అని మీరెలా నిర్ధారించారు? పూర్ణం **6 = 2 × 3** భాగాలలో విభజించడమైనది. **1 = 1 × 1** భాగాన్ని దీనినుండి. వెలుపలికి తీయడమైనది.

ఇదేవిధంగా, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{2\times3}$

లేదా $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1\times1}{2\times3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ యొక్క విలువను సమాన విధానంలో కనుగొనవచ్చు. పూర్ణాన్ని రెండు సమాన భాగాలలో విభజించి, తరువాత వాటిలో ఒకదానిని మూడు సమాన భాగాలలో విభజించండి. వాటిలో ఒకభాగం తీసుకోండి.

అది $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ చూపుతుంది.

అనగా $\frac{1}{6}$

అందువలన, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{3\times2}$ వెనుక చర్చించినట్లుగా,

అందువలన, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ మరియు $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ విలువలను కనుగొనండి మరియు

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ అని మీరు పొందగలరా పరీక్షించండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కింది చదరాలను నింపండి:

(i) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1\times1}{2\times7} = \square$ (ii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \square = \square$

(iii) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} = \square = \square$ (iv) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \square = \square$

ఉదాహరణ 6 : సుశాంత్ ఒక పుస్తకంలోని $\frac{1}{3}$ భాగాన్ని **1** గంటలో చదువుతాడు. పుస్తకంలోని ఎన్నో భాగాన్ని అతడు $2\frac{1}{5}$ గంటలలో చదవగలడు?

సాధన : **1** గంటలో సుశాంత్ చదివిన పుస్తకంలోని భాగం $\frac{1}{3}$

అందువలన, $2\frac{1}{5}$ గంటలలో అతనుంచదివిన పుస్తకంలోని భాగం

$$= 2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{5}\times\frac{1}{3} = \frac{11\times1}{5\times3} = \frac{11}{15}$$

మనమిప్పుడు $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ కనుగొందాం.

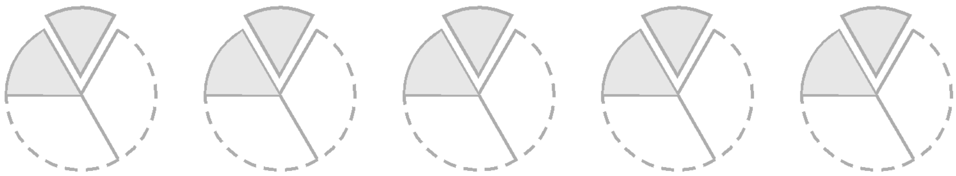
మనకు తెలిసినట్లుగా, $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times 5$

అందువలన, $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$

అదేవిధంగా $\frac{5}{6} = \frac{1\times5}{2\times3}$ అందువలన, $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1\times5}{2\times3} = \frac{5}{6}$.

దీనిని కింద సాధించిన చిత్రాలలో ఉండునట్లు చూపవచ్చు. ఈ ఐదు సమాన ఆకృతులలో ప్రతియొక్కటి (చిత్రం **2.10**) ఐదు సమాన వృత్తాల భాగాలు. ఇలాంటి ఇక ఆకారం తీసుకోండి. ఈ ఆకారం పొందడానికి ముందుగా మనం ఒక వృత్తాన్ని మూడు సమాన భాగాలలో విభజించాలి. తరువాత ఈ మూడు భాగాలలో ప్రతిదానిని రెండు సమాన భాగాలలో విభజించండి. వీటిలో ఒక భాగం మనం పరిగణించిన ఆకారంలో ఉంటుంది.

అది ఏమి చూపుతుంది. అది $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ను చూపుతుంది. ఇలాంటి భాగాల మొత్తం $5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ఉంటాయి.



చిత్రం 2.10

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి:

$\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$

అదేవిధంగా, $\frac{3}{5}\times\frac{1}{7} = \frac{3\times1}{5\times7} = \frac{3}{35}$

ఇదేవిధంగా మనం $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$ ను ఈ విధంగా కనుగొనవచ్చు.

$$\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2\times7}{3\times5} = \frac{14}{15}$$

ఇదేవిధంగా రెండు భిన్నాలను $\frac{\text{లవముల గుణలబ్ధం}}{\text{హారముల గుణలబ్ధం}}$ గా గుణించవచ్చని కనుగొంటాం.

గుణలబ్ధాల విలువ:

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి:

$\frac{8}{3}\times\frac{4}{7}$; $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$

మీరు చూసినట్లుగా రెండు పూర్ణసంఖ్యల గుణలబ్ధం ప్రతి పూర్ణ సంఖ్య కంటే పెద్దదిగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు $3 \times 4 = 12$ మరియు $12 > 4$, $12 > 3$.

మనం రెండు భిన్నాలను గుణించినప్పుడు గుణలబ్ధాల విలువకు ఏమవుతుంది?

ముందుగా మనం రెండు సమాన భిన్నాల గుణలబ్ధం పరిగణిద్దాం.

$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3},\frac{8}{15}<\frac{4}{5}$	గుణలబ్ధం ప్రతి భిన్నం కంటే చిన్నది.
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}$ = -------------	---------------------------	---------------------------
$\frac{3}{5}\times\frac{\square}{8}=\frac{21}{40}$	---------------------------	---------------------------
$\frac{2}{\square}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$	---------------------------	---------------------------

మీరు ఏమి కనుగొనుచున్నారంటే, రెండు సమాన భిన్నాలను గుణించినప్పుడు, గుణలబ్ధం ప్రతి భిన్నం కంటే చిన్నదిగా ఉంటుంది లేదా రెండు సమాన భిన్నాల గుణలబ్ధపు విలువ రెండు భిన్నాలలో ప్రతిదానికంటే చిన్నదిగా ఉంటుందని మనం చెప్పతాం. ఇంకా ఐదు ఉదాహరణలు రాసి, పరిశీలించండి.

మనం రెండు అపక్రమ భిన్నాలను గుణిద్దాం.

$\frac{7}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{35}{6}$	$\frac{35}{6}>\frac{7}{3},\frac{35}{6}>\frac{5}{2}$	గుణలబ్ధం ప్రతి భిన్నంకంటే పెద్దది
$\frac{6}{5}\times\frac{\square}{3}=\frac{24}{15}$	--------------------------	--------------------------
$\frac{9}{2}\times\frac{7}{\square}=\frac{63}{8}$	--------------------------	--------------------------
$\frac{3}{\square}\times\frac{8}{7}=\frac{24}{14}$	--------------------------	--------------------------

రెండు అపక్రమ భిన్నాల గుణలబ్ధం రెండు భిన్నాలలో ప్రతిదానికంటే పెద్దదిగా/ ఎక్కువగా ఉంటుంది. లేదా రెండు అపక్రమ భిన్నాల గుణలబ్ధం విలువ రెండు భిన్నాలలో ప్రతిదానికంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.

ఇంకా ఐదు ఎక్కువ ఉదాహరణలు మీకు మీరే రాసి, పై వ్యాఖ్యానాన్ని నిరూపించండి.

మనమిప్పుడు ఒక క్రమభిన్నం మరియు ఒక అపక్రమ భిన్నం గుణిద్దాం. $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{7}{5}$ భిన్నాలను పరిగణించండి.

ఇప్పుడు, $\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$.

ఇందులో, $\frac{14}{15}<\frac{7}{5}$ మరియు $\frac{14}{15}>\frac{2}{3}$.

ఇక్కడ పొందిన గుణలబ్ధం గుణకారంలో కూడిన అపక్రమ భిన్నం కంటే తక్కువ ఉంటుంది. మరియు క్రమ భిన్నం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.

$\frac{6}{5}\times\frac{2}{8}$ మరియు $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}$ లకు వీటిని పరీక్షించండి.

అభ్యాసం 2.3

1. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి.

(i) $\frac{1}{4}$ యొక్క (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{4}{3}$

(ii) $\frac{1}{7}$ యొక్క (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{6}{5}$ (c) $\frac{3}{10}$

2. కింది వాటిని గుణించి, కనిష్ఠ రూపానికి మార్చండి (సాధ్యమైనచో) :

(i) $\frac{2}{3}\times 2\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{7}\times\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{8}\times\frac{6}{4}$ (iv) $\frac{9}{5}\times\frac{3}{5}$

(v) $\frac{1}{3}\times\frac{15}{8}$ (vi) $\frac{11}{2}\times\frac{3}{10}$ (vii) $\frac{4}{5}\times\frac{12}{7}$

3. కింది భిన్నాలు గుణించండి.

(i) $\frac{2}{5}\times 5\frac{1}{4}$ (ii) $6\frac{2}{5}\times\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{2}\times 5\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{5}{6}\times 2\frac{3}{7}$

(v) $3\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}$ (vi) $2\frac{3}{5}\times 3$ (vii) $3\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}$

4. కింది వాటిలో ఏది పెద్దది:

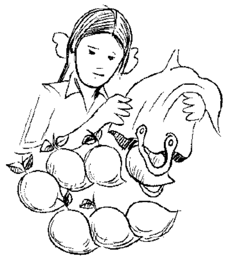
(i) $\frac{2}{7}$ యొక్క $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{3}{5}$ యొక్క $\frac{5}{8}$

(ii) $\frac{1}{2}$ యొక్క $\frac{6}{7}$ మరియు $\frac{2}{3}$ యొక్క $\frac{3}{7}$

5. శైలి ఆమె పూదోటలో **4** మొక్కలను ఒక అడ్డవరుసలో దాటింది. రెండు ప్రక్క మొక్కల మధ్య దూరం $\frac{3}{4}$ m అయితే మొదటి మరియు చివరి మొక్క మధ్యగల దూరం కనుగొనండి.

6. లిపికా ఒక పుస్తకాన్ని ప్రతిరోజు $1\frac{3}{4}$ గంటలు చదువుతుంది. ఆమె పూర్తి పుస్తకాన్ని **6** రోజులలో చదువుతుంది. పుస్తకం చదవడానికి ఆమెకు అవసరంగల మొత్తం గంటలు ఎన్ని?

7. ఒక కారు **1** l పెట్రోలు ఉపయోగించి **16** km ప్రయాణిస్తుంది. $2\frac{3}{4}$ l పెట్రోలు ఉపయోగించి అది ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?



8. (a) (i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{10}{30}$ అగునట్లు $\square$ లో సంఖ్యను నింపండి.

(ii) $\square$ లో లభించిన సంఖ్య యొక్క కనిష్ఠ రూపం ________.

(b) (i) $\frac{3}{5} \times \square = \frac{24}{75}$ అగునట్లు $\square$ లో సంఖ్యను నింపండి.

(ii) $\square$ లో లభించిన సంఖ్య యొక్క కనిష్ఠ రూపం ________.

2.4. భిన్నాల భాగహారం

జాన్ 6 సెం.మీ పొడవుగల ఒక కాగిత పట్టీని కలిగియున్నాడు. అతడు ఈ పట్టీని ప్రతి 200మీ పొడవుగల చిన్న పట్టీగా కత్తరించాడు. మీకు తెలిసినట్లుగా అతడు $6 \div 2 = 3$ పట్టీలను పొందుతాడు.

జాన్ మరొక 6సెం.మీ పొడవుగల పట్టీని ప్రతి $\frac{3}{2}$ సెం.మీ పొడవుగల చిన్న పట్టీగా కత్తరించాడు. ఇప్పుడు అతడు ఎన్ని పట్టీలను పొందుతాడు? అతడు $6 \div \frac{3}{2}$ పట్టీలను పొందుతాడు.

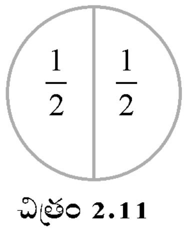
$\frac{15}{2}$ సెం.మీ పొడవుగల ఒక కాగితపు పట్టీని ప్రతి $\frac{3}{2}$ సెం.మీ. పొడవుగల చిన్న పట్టీలో కత్తరించినప్పుడు $\frac{15}{2} \div \frac{3}{2}$ ముక్కలనిస్తుంది.

అందువలన, మనం ఒక పూర్ణసంఖ్యను ఒక భిన్నంతో లేదా ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతో భాగించాల్సిన అవసరండుంది. దానిని ఎలా చేయాలో మనం చూద్దాం.

2.4.1. ఒక భిన్నంనుండి ఒక పూర్ణసంఖ్య యొక్క భాగహారం.

మనం $1 \div \frac{1}{2}$ కనుగొందాం.

మనం ఒక పూర్ణాన్ని ప్రతి భాగం పూర్ణంలోని సగం అగునట్లు చాలా సమాన భాగాలలో విభజించండి. ఇలాంటి అర్థం $\left(\frac{1}{2}\right)$ భాగాల సంఖ్య $1 \div \frac{1}{2}$ అవుతుంది. చిత్రం 2.11ను గమనించండి.



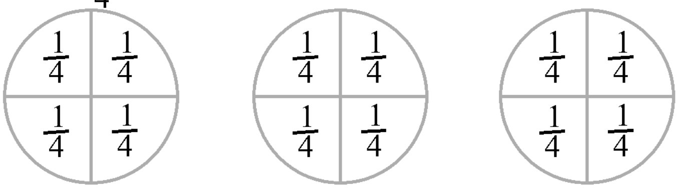
చిత్రం 2.11

ఎన్ని అర్థ భాగాలను మీరు చూస్తారు? అక్కడ రెండు అర్థ భాగాలున్నాయి.

అందువలన, $1 \div \frac{1}{2} = 2$ మరియు, $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times 2 = 2$.

అందువలన, $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$

వాటిలాగనే, $3 \div \frac{1}{4}$ (ప్రతి 3 పూర్ణములనం సమానమైన $\frac{1}{4}$ భాగాలుగా భాగించినప్పుడు లభించిన $\frac{1}{4}$ భాగాల సంఖ్య $\frac{1}{4}$ **= 12 (చిత్రం 2.12 నుండి).**



చిత్రం 2.12

ఇది కూడా పరిశీలించండి, $3 \times \frac{4}{1} = 3 \times 4 = 12$ ఇదేవిధంగా, $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$ **= 12**

ఇదేవిధంగా కనుగొనండి, $3 \div \frac{1}{2}$ మరియు $3 \times \frac{2}{1}$.

ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం (విలోమం) :

$\frac{1}{2}$ యొక్క లవం మరియు మార్చి $\frac{2}{1}$ ను పొందవచ్చు లేదా $\frac{1}{2}$ ను తలక్రిందులు చేసి పొందవచ్చు.

అదేవిధంగా, $\frac{1}{3}$ ను తలక్రిందులు చేసి $\frac{3}{1}$ పొందుతాం. మనం ముందుగా ఇలాంటి సంఖ్యలను తలక్రిందులు చేయడం గురించి చూద్దాం.

ఈ గుణలబ్ధాలను వీక్షించి, ఖాళీలను నింపండి.

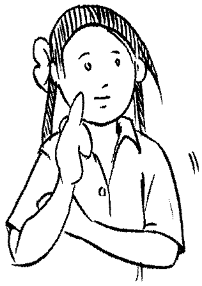
$7 \times \frac{1}{7} = 1$	$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}$ = ---------
$\frac{1}{9} \times 9$ = ---------	$\frac{2}{7} \times$ = ------ = 1
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$	------ $\frac{5}{9}$ = 1

ఇలాంటి ఇంకా ఐదు జతలను గుణించండి.

సున్నాకాని సంఖ్యలు దేని పరస్పర గుణలబ్ధం **1** ఉంటుందో, వాటిని పరస్పరం ఒకటి మరొకదాని వ్యుత్క్రమం (విలోమం) అంటారు. అందువలన $\frac{5}{9}$ వ్యుత్క్రమం $\frac{9}{5}$ మరియు $\frac{9}{5}$ వ్యుత్క్రమం $\frac{5}{9}$.

$\frac{1}{9}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం ఏమిటి? $\frac{2}{7}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం?

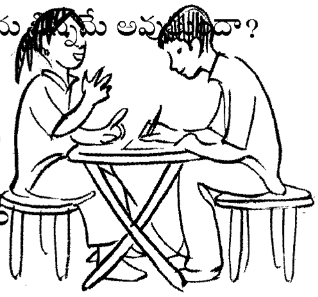
మీరు చూస్తారా, $\frac{2}{3}$ యొక్క వ్యుత్క్రమాన్ని పొందడానికి దానిని తలక్రిందులు చేసియుండుటను మీరు గమనిస్తారు. దీని నుండి $\frac{3}{2}$ పొందగలరు.



ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

(1) క్రమ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం పునః క్రమభిన్నమే అవుతుందా?

(2) అపక్రమ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం పునః అపక్రమ భిన్నమే అవుతుందా?



అందువలన, మనం చెప్పేదేమిటనగా,

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times \frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times \frac{1}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

అని చెప్పవచ్చు

$3 \div \frac{1}{2} =$ __________ $=$ __________

అందువలన, $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{3}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= 2 \times \frac{4}{3}$

$5 \div \frac{2}{9} = 5 \times$ ________ $= 5 \times$ ________ .

ఇదేవిధంగా, ఏదైనా భిన్నంతో ఒక పూర్ణసంఖ్యను భాగించడానికి, ఆ పూర్ణసంఖ్యను ఆ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాలి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి :

(i) $7 \div \frac{2}{5}$ (ii) $6 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

- ఒక పూర్ణసంఖ్యను మిశ్రమ భిన్నంతో భాగించునప్పుడు, ముందుగా, మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నానికి మార్చాలి, ఆ తరువాత దానిని సాధించాలి.

ఇదేవిధంగా $4 \div 2\frac{2}{5} = 4 \div \frac{12}{5} = ?$

మరియు, $5 \div 3\frac{1}{3} = 5 \div \frac{10}{3} = ?$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి :

(i) $6 \div 5\frac{1}{3}$ (ii) $7 \div 2\frac{4}{7}$

2.4.2 పూర్ణ సంఖ్యతో భిన్నం యొక్క భాగహారం.

- $\frac{3}{4} \div 3$ ఏమవుతుంది?

  మన వెనుకటి పరిశీలనల ఆధారంగా పొందుతాం :

  $$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

  అందువలన, $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = ?$

  $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ ఎంత?

- పూర్ణ సంఖ్యతో మిశ్రమ భిన్నాలను భాగించునప్పుడు, మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలకు మార్చండి, అనగా,

  $2\frac{2}{3} \div 5 = \frac{8}{3} \div 5$ ——— ; = $4\frac{2}{5} \div 3 =$ ——— ; $2\frac{3}{5} \div 2 =$ ——— = ———

2.4.3. ఒక భిన్నానికి మరొక భిన్నంతో భాగహారం

మనమిప్పుడు $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$ కనుగొనవచ్చు. $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6}$ యొక్క విలోమం $= \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$

అదేవిధంగా, $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{2}{3}$ యొక్క విలోమం = ?

మరియు $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

అభ్యాసం 2.4

1. కనుగొనండి :

(i) $12 \div \frac{3}{4}$ (ii) $14 \div \frac{5}{6}$ (iii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iv) $4 \div \frac{8}{3}$

(v) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (vi) $5 \div 3\frac{4}{7}$.

2. కింది భిన్నాల ప్రతిదాని విలోమం కనుగొనండి. విలోమాలను క్రమభిన్నాలు, అపక్రమభిన్నాలు మరియు పూర్ణ సంఖ్యలుగా విభజించండి.

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{6}{5}$

(v) $\frac{12}{7}$ (vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{11}$

3. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి :

(i) $\frac{7}{3} \div 2$ (ii) $\frac{4}{9} \div 5$ (iii) $\frac{6}{13} \div 7$

(iv) $4\frac{1}{3} \div 3$ (v) $3\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $4\frac{3}{7} \div 7$

4. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి :

(i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{5}$

(v) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (vii) $3\frac{1}{5} \div 1\frac{2}{3}$ (viii) $2\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{5}$

2.5. ఎంత బాగా మీరు దశాంశ సంఖ్యల గురించి నేర్చుకున్నారు?

మీరు వెనుకటి తరగతులలో దశాంశాల గురించి నేర్చుకున్నారు. మనం సంక్షిప్తంగా వాటిని ఇక్కడ జ్ఞాపకం/ పునరావర్తనం చేద్దాం. కింది పట్టికచూడండి మరియు ఖాళీ స్థలాలను నింపండి.

వందలు (100)	పదులు (10)	శూన్యం (1)	దశాంశం $\left(\frac{1}{10}\right)$	శతాంశం $\left(\frac{1}{100}\right)$	సహస్రాంశం $\left(\frac{1}{1000}\right)$	సంఖ్య
2	5	3	1	4	7	253.147
6	2	9	3	2	1	....
0	4	3	1	9	2	....
....	1	4	2	5	1	514.251
2	....	6	5	1	2	236.512
....	2	....	5	....	3	724.503
6	....	4	....	2	....	614.325
0	1	0	5	3	0	....

పట్టికలో మీరు దశాంశ సంఖ్యలను రాశారు. వాటి స్థానవిలువ విస్తరణ ఇచ్చారు. మీరు వాటిని వెనుకముఖంగా కూడా చేయవచ్చు. అనగా, ఇచ్చిన సంఖ్యకు మీరు వాటి విస్తృతరూపం రాయవచ్చు.

ఉదాహరణకు,

$$253.417 = 2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times \left(\frac{1}{10}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{100}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{1000}\right).$$

జాన్ దగ్గర ₹ 15.50 ఉంది. సల్మా దగ్గర ₹ 15.75 ఉంది. ఎవరి దగ్గర ఎక్కువ డబ్బు ఉంది? దీనిని కనుగొనడానికి మనం **15.50** మరియు **15.75** దశాంశాలను పోల్చవలసిన అవసరం ఉంది. దీనిని చేయడానికి ముందుగా మనం దశాంశ బిందువుకు ఎడమవైపుగల అంకెలను చాలా ఎడమవైపుగల అంకెలతో ప్రారంభించి పోల్చుతాం. ఇక్కడ రెండు అంకెలు **1** మరియు **5** దశాంశ బిందువు ఎడమవైపున ఒకే సమానంగా ఉన్నాయి. మనం కనుగొనునది **5 > 7** అందువలన మనం చెప్పేది **15.50 < 15.75** ఇదేవిధంగా సల్మా దగ్గర జాన్ కంటే ఎక్కువ డబ్బు ఉంది.

దశాంశ స్థానంలోగల అంకెలు కూడా ఒకే సమానంగానున్నచో, అప్పుడు శతాంశ స్థానంలోగల అంకెలను పోల్చి, అదేవిధంగా కొనసాగించండి. ఇప్పుడు త్వరగా పోల్చండి. **35 : 63** మరియు **35 : 67; 20:1** మరియు **20:05; 19:36** మరియు **29:36.** డబ్బు, పొడవు మరియు బరువు యొక్క తక్కువ ప్రమాణాలను వాటి ఎక్కువ ప్రమాణాలకు మార్చేటప్పుడు మనం దశాంశాలను మార్చవలసిన అవసరం ఉంది.

ఉదాహరణకు, **3** పైసలు = ₹ $\frac{3}{100}$ = ₹ 0.03

5 g = ₹ $\frac{5}{1000}$ kg = ₹ 0.005 kg

7 cm = 0.07 m

పూరించండి, 75 పైసలు = ₹ ________

250 గ్రాం = ______ kg

85 సెం.మీ = ______ m

దశాంశాలను ఎలా కూడాలి మరియు తీసివేయడాన్ని కూడా మనం తెలుసుకున్నాం.

అందువలన **21.36 + 37.35** యొక్క మొత్తం

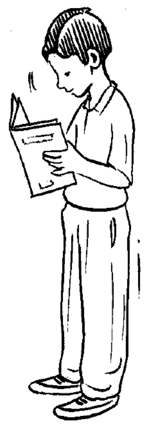
$$\begin{array}{r} 21.36 \\ +\ 37.35 \\ \hline 58.71 \end{array}$$

0.19 + 2.3 దీని విలువ ఎంత?

29.35 4.56 వీటి వ్యత్యాసం

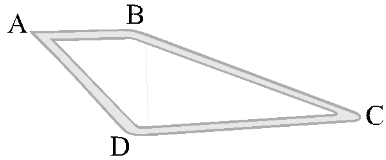
$$\begin{array}{r} 29.35 \\ -\ 04.56 \\ \hline 24.79 \end{array}$$

39.87 21.98 దీని విలువ చెప్పండి.



అభ్యాసం 2.5

1. ఏది పెద్దది?
   (i) 0.5 లేదా 0.05 (ii) 0.7 లేదా 0.5
   (iii) 7 లేదా 0.7 (iv) 1.37 లేదా 1.49
   (v) 2.03 లేదా 2.30 (vi) 0.8 లేదా 0.88
2. దశాంశాలు ఉపయోగించి, రూపాయలలో వ్యక్తపరచండి.
   (i) 7 పైసలు (ii) 7 రూ. 7 పైసలు
   (iii) 77 రూ. 7 పైసలు (iv) 50 పైసలు
   (v) 235 పైసలు
3. (i) 5 Cmను m మరియు kmలలో వ్యక్తపరచండి.
   (ii) 35 mm మరియు లలో వ్యక్తపరచండి.
4. kg లలో వ్యక్తపరచండి.
   (i) 200 g (ii) 3470 g
   (iii) 4 kg 8 g
5. కింది దశాంశాలను విస్తృత రూపంలో రాయండి.
   (i) 20.03 (ii) 2.03
   (iii) 200.03 (iv) 2.034.
6. కింది దశాంశాలలో 2 యొక్క స్థాన విలువ రాయండి.
   (i) 2.56 (ii) 21.37
   (iii) 10.25 (iv) 9.42
   (v) 63.352



7. దినేష్ A స్థలం నుండి B స్థలానికి వెళ్ళాడు. అక్కడి నుండి C స్థలానికి వెళ్ళాడు. A అనునది B నుండి 7.5 km మరియు B అనునది C నుండి 12.7 km దూరం ఉంది. అయూబ్ A స్థళం నుండి D స్థలాలకి వెళ్ళాడు. అక్కడి నుండి C స్థలానికి వెళ్ళాడు D అనునది A నుండి 9.3 km మరియు C అనునది D నుండి 11.8 km దూరం ఉంది ఎవరు ఎక్కువ ప్రయాణం చేశారు మరియు ఎంత ఎక్కువ?
8. శ్యామ్ 5kg 300 gm జామపండ్లు మరియు 3 kg 250 gm మామిడిపండ్లు కొన్నాడు. సరళా 4 kg 800 gm కమలా పండ్లు మరియు 4kg 150 gm అరటి పండ్లు కొనింది. ఎవరు ఎక్కువ పండ్లు కొన్నారు?
9. 42.6 km కంటే 28km ఎంత తక్కువ ఉంది?

2.6. దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం

రేష్మా ప్రతి kg కి ₹ 8.50 చొప్పున 1.5 kg కూరగాయలు కొనింది ఆమె ఎంత డబ్బు చెల్లించాలి? ఖచ్చితంగా అది ₹ (8.50 × 1.50). 8.5 మరియు 1.5 రెండు దశాంశ సంఖ్యలు అందువలన మనం ఒక పరిస్థిరి సాగివచ్చాం, అక్కడ మనం రెండు దశాంశాలను ఎలా గుణించాలో తెలియాల్సిన అవసరం ఉంది. మనమిప్పుడు రెండు దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం నేర్చుకుందాం.

మనం ముందుగా 0.1 × 0.1 కనుగొందాం.

ఇప్పుడు $0.1 = \frac{1}{10}$. అందువలన $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1\times1}{10\times10}$

$= \frac{1}{100} = 0.01$

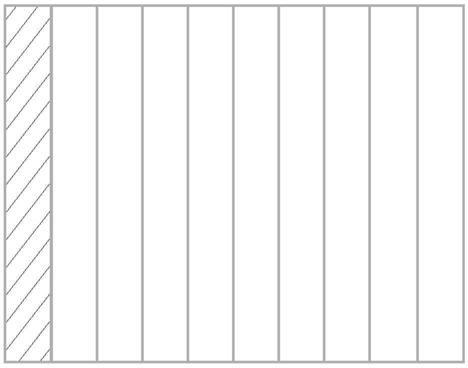
మనం దీనిని ఒక చిత్రం ద్వారా చూపడాన్ని చూద్దాం (చిత్రం 2.13)

భిన్నం $\frac{1}{10}$. అది 10 సమాన భాగాల నుండి 1 భాగం చూపుతుంది.

చిత్రంలో రంగువేసిన భాగం $\frac{1}{10}$ ను చూపుతుంది.

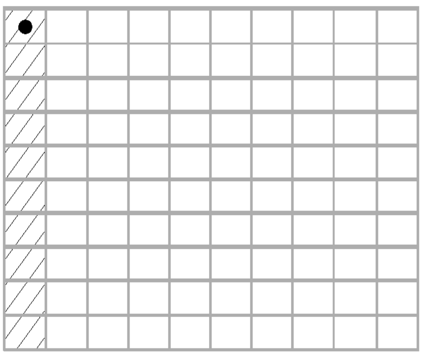
మనకు తెలిసినట్లుగా

$\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}$ అనగా, $\frac{1}{10}$ యొక్క $\frac{1}{10}$ అందువలన ఈ $\frac{1}{10}$ యొక్క భాగాన్ని 10 సమాన భాగాలలో విభజించండి వాటినుండి 1 భాగం తీసేయండి.



చిత్రం 2.13

అందువలన మనం పొందుతాం. (చిత్రం 2.14).



చిత్రం 2.13

చుక్కగల చదరం $\frac{1}{10}$ భాగపు **10**లో ఒక భాగం అనగా, అది చూపునది $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ లేదా 0.1×0.1.

ఏదైనా వేరే విధానంలో చుక్క కలిగిన చదరాన్ని చూపవచ్చా?

చిత్రం **2.14**లో మీరు ఎన్ని చుక్కల చదరాలు చూస్తున్నారా?

అందులో **100** చుక్కల చదరాలున్నాయి. అందువలన చుక్క కలిగిన చదరం **100**లో ఒకదానిని చూపుతుంది. లేదా **0.01**

అందువలన $0.1 \times 0.1 = 0.01$.

గుణలబ్ధంలో **0.1** రెండుసార్లు వచ్చి ఉంటుందని గమనించండి. **0.1** దీనిలో ఒక అంకె దశాంశ బిందువు కుడివైపు ఉంటుంది. **0.01** దీనిలో రెండు అంకెలు దశాంశ బిందుకు కుడివైపుకు ఉంటుంది. (అనగా, **1 + 1**)

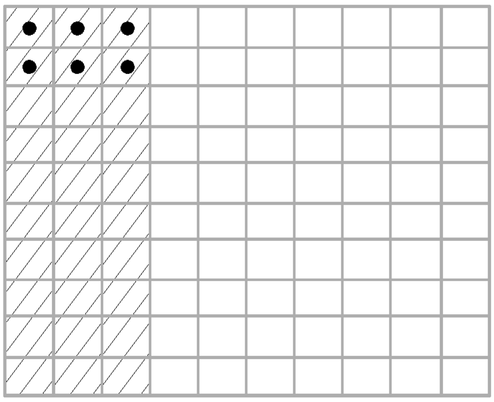
మనమిప్పుడు 0.2×0.3 కనుగొందాం

మనం కలిగియున్నది, $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ కు మనం చేసినట్లుగా, మనం చదరాన్ని **10** సమాన భాగాలుగా విభజిద్దాం $\frac{3}{10}$ పొందడానికి దీనినుండి **3** భాగాలను తీసుకొందాం. తిరిగి ఈ ప్రతి మూడు సమాన భాగాలను పది సమాన భాగాలలో విభజించండి. ప్రతిదానినుండి **2** తీసేయండి.

$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ మనం పొందుతాం.

చుక్కలుగల చదరం $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ లేదా 0.2×0.3 (చిత్రం **2.15**) ను చూపుతుంది.



చిత్రం **2.15**

అక్కడ **100**లో **6** చుక్కలు కలిగిన చదరాలు ఉండటం వలన, అవి కూడా **0.06** చూపుతాయి.

అదేవిధంగా 0.2×0.3 **= 0.06**

$2 \times 3 = 6$ కుడివైపునగల అంకెల సంఖ్య **2 = (1+1)**. అది 0.1×0.1 కూడా అది అన్వయంకాగలదా పరీక్షించండి.

ఈ వీక్షణలను అన్వయించి 0.2×0.4 కనుగొనండి.

0.1 × 0.1 మరియు 0.2 × 0.3 కనుగొనునప్పుడు, మనం ముందుగా దశాంశ బిందువును నిర్లక్షించి వాటిని పూర్ణ సంఖ్యలుగా గుణించియుండుటను గమనించవచ్చు. 0.1 × 0.1 లో 01 × 01 లేదా 1 × 1 అయివుంటుందని గమనించాం.

అదేవిధంగా, 0.2 × 0.3 లో మనం చూసినది 02 × 03 లేదా 2 × 3 అనునది చూశాం.

అనంతరం, మనం కుడితుదిలో గల అంకెనుండి. ప్రారంభించి అంకెల సంఖ్యను లెక్కించాం మరియు ఎడమ తుది వైపుకు ప్రయాణించాం. అప్పుడు మనం అక్కడ దశాంశం బిందువు కుడివైపుగల అంకెల సంఖ్యను కూడటంవలన మొత్తం చేయడం వలన లెక్కించాల్సిన అంకెల సంఖ్యను పొందుతాం.

ఇప్పుడు మనం 1.2 × 2.5 యొక్క విలువ కనుగొందాం.

12 మరియు 25 గుణించండి మనం 300 పొందుతాం 1.2 మరియు 2.5 రెండింటిలోనూ, దశాంశ బిందువు యొక్క కుడివైపున 1 అంకె ఉంది. అందువలన 300లలో అత్యంత కుడి తుది అంకె (అనగా 0) నుండి. 1 + 1 = 2

అంకెలను లెక్కించండి. ఎడమ తుదివైపు ప్రయాణించండి. మనం 3.00 లేదా 3 పొందుతాం.

ఇదేవిధంగా 1.5 × 1.6, 2.4 × 4.2. యొక్క విలువలను కనుగొనండి.

2.5 మరియు 1.25 గుణించేటప్పుడు మీరు ముందుగా 25 మరియు 125 గుణిస్తారు. లభించిన గుణలబ్ధంలో దశాంశ బిందువు పెట్టేటప్పుడు మీరు అత్యంత కుడితుది అంకెతో ప్రారంభించండి. 1 + 2 = 3 అంకెలను లెక్కిస్తారా (ఎందుకు?)

అందువలన 2.5 × 1.25 = 3.225

2.7 × 1.35 యొక్క విలువలను కనుగొనండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి :

1. (i) 2.7 × 4 (ii) 1.8 × 1.2
   (iii) 2.3 × 4.35
2. (1) లో పొందిన గుణలబ్ధాలను అవరోహణా క్రమంలో రాయండి.

ఉదాహరణ 7 : ఒక సమబాహు త్రిభుజంలోని భుజం 3.5 cm ఉంది దాని చుట్టుకొలత కనుగొనండి.

సాధన: సమబాహు త్రిభుజంలోని భుజాలన్నియు సమానంగా ఉంటాయి.

అందువలన ప్రతి భుజం యొక్క కొలత/పొడవు = 3.5 cm

అందువలన చుట్టుకొలత 3 × 3.5 cm = 10.5 cm

ఉదాహరణ 8 : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారం పొడవు 7.1 cm మరియు దాని వెడల్పు 2.5 cm దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : ధీర్ఘ చతురస్రం పొడవు = 7.1 cm

ధీర్ఘ చతురస్రం వెడల్పు = 2.5 cm

అందువలన, ధీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం $= 7.1 \times 2.5\ cm^2 = 17.75\ cm^2$.

2.6.1. 10, 100 మరియు 1000తో దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం:

రేష్మా $2.3 = \frac{23}{10}$ అయితే, $2.35 = \frac{235}{100}$ అనే దానిని గమనించండి. అదేవిధంగా దశాంశ బిందువు యొక్క స్థానం ఆధారంగా దశాంశసంఖ్య భిన్నానికి హారం 10 లేదా 100కు మార్చవచ్చని ఆమె కనుగొంది ఒక దశాంశ సంఖ్య 10 లేదా 100 లేదా 1000తో గుణించినచో, ఏమవుతుందో అని ఆమె ఆశ్చర్యపడింది.

సంఖ్యలను 10 లేదా 100 లేదా 1000తో గుణించినప్పుడు మనం ఒక విన్యాసాన్ని కనుగొనవచ్చు అని చూద్దాం.

కింద ఇచ్చిన పట్టికవైపు వచ్చి నోటా రాయండి మరియు ఖాళీ స్థళాలను నింపండి.

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$ _______	$12.356 \times 10 =$ _____
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$ ______	$12.356 \times 100 =$ _____
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$ ______	$12.356 \times 1000 =$ _____
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ _____ ; $0.5 \times 1000 =$ _____		

పట్టికలో గుణలబ్ధాల దశాంశ బిందువుల స్థానం నుండి స్థానానికి మార్పును పరిశీలించండి. ఇందులో సంఖ్యలను 10,100 మరియు 1000తో గుణించబడింది. $1.76 \times 10 = 17.6$ ఇందులో అంకెలు ఒకే సమానం అనగా 1,7 మరియు 6 ఇతర గుణలబ్ధాలలో కూడా మీరు దీనినే గమనించారు కదా? 1.76 మరియు 17.6 గమనించండి. ఏ వైపుకు దశాంశ బిందువు మార్చబడింది ఎడమ లేదా కుడి? దశాంశ బిందువు కుడివైపు ఒక స్థానం నుండి మార్చబడింది గమనించండి. 10 అది 1 యొక్క తరువాత ఒక సున్నా కలిగియుంది.

$1.76 \times 100 = 176.0$, ఇందులో 1.76 మరియు 176.0 వీక్షించండి దశాంశ బిందువు ఏ వైపుకు మరియు ఎన్ని అంకెలతో మార్చబడింది? దశాంశ బిందువు రెండు స్థానాల నుండి కుడివైపుకు మార్చబడింది.

100 లో 1 తరువాత రెండు సున్నాలు ఉండుటను గమనించండి.

ఇదేవిధంగా దశాంశ బిందువులను మార్చియుండుటను మీరు చూశారా! అందువలన మనం చెప్పతాం. ఒక దశాంశ సంఖ్య **10, 100** లేదా **1000**తో గుణించబడినప్పుడు గుణలబ్ధంలోగల అంకెలు దశాంశ సంఖ్యలో ఉన్నట్లుగా సమానంగా ఉంటాయి. అయితే, గుణలబ్ధంలోగల దశాంశ బిందువు కుడివైపుకు ఒకటి తురవాత ఎన్ని సున్నాల స్థానం ఉందో దానికి సమానంగా మార్చబడుతాయి.

ఈ పరిశీలన ఆధారంగా మనమిప్పుడు చెప్పవచ్చు, $0.07 \times 10 = 0.7$, $0.07 \times 100 = 7$ మరియు $0.07 \times 1000 = 70$.

మీరిప్పుడు చెప్పగలరా?

$2.97 \times 10 = ?$ $2.97 \times 100 = ?$ $2.97 \times 1000 = ?$

మీరిప్పుడు రేష్మా చెల్లించాల్సిన మొత్తం.

అనగా, ₹ 8.50×150, కనుగొనడానికి మీరు సహాయపడగలరా?

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి:

(i) 0.3×10

(ii) 1.2×100

(iii) 56.3×1000

అభ్యాసం 2.6

1. కనుగొనండి:

(i) 0.2×6 (ii) 8×4.6 (iii) 2.71×5

(iv) 20.1×4 (v) 0.05×7 (vi) 211.02×4

(vii) 2×0.86

2. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు **5.7**సెం.మీ మరియు వెడల్పు **3**సెం.మీ దాని వైశాల్యం కనుగొనండి.

3. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి:

(i) 1.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 153.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 31.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ఒక ద్విచక్ర వాహనం ఒక లీటర్ పెట్రోల్‌తో **55.3** కి.మీ దూరాన్ని ప్రయాణిస్తుంది. **10**లీ పెట్రోల్‌తో అది ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

5. కనుగొనండి:

(i) 2.5×0.3 (ii) 0.1×51.7 (iii) 0.2×316.8

(iv) 1.3×3.1 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.15

(vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01

(x) 100.01×1.1

2.7 దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం.

సవితా ఆమె తరగతిని అలంకరించడానికి ఒక విన్యాసాన్ని తయారుచేస్తుండేది. ఆమెకు కొన్ని రంగులు ప్రతి **1.9** cm పొడవుగల రంగు పట్టీల అవసరం ఉండేది. ఆమె దగ్గర **9.5** cm పొడవుగల ఒక రంగు పట్టీ ఉంది. ఈ పట్టీనుండి అవసరంగల పొడవుగల ఎన్ని పట్టీలను ఆమె పొందగలదు? అది $\frac{9.5}{1.9}$ cm ఉండవచ్చు. ఆమె ఆలోచించింది. ఆమె సరినా?

9.5 మరియు **1.9** రెండు దశాంశ సంఖ్యలు అందువలన మనం దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం కూడా తెలుసుకోవలసిన అవసరం ఉంది.

2.7.1. 10,100 మరియు 1000తో భాగహారం.

ఒక దశాంశ సంఖ్యకు **10.100** మరియు **1000**తో భాగహారం మనం కనుగొందాం.

31.5 ÷ 10 పరిగణించండి.

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

అదేవిధంగా, $$31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

సంఖ్యలను **10,100** లేదా **1000**తో భాగించినప్పుడు దీనికి ఒక విన్యాసాన్ని మనం కనుగొనాలంటే అది మనకు సంఖ్యలను **10,100** లేదా **1000**తో భాగించడాన్ని ఇంకా చిన్నదైన విధానంలో మనకు సహాయపడగలదు.

31.5 ÷ 10 = 3.15	231.5 ÷ 10 =___	1.5 ÷ 10 =___	29.36 ÷ 10 =___
31.5 ÷ 100 = 0.315	231.5 ÷ 100 =___	1.5 ÷ 100 =___	29.36 ÷ 100 =___
31.5 ÷ 1000 = 0.0315	231.5 ÷ 1000 =___	1.5 ÷ 1000 =___	29.36 ÷ 1000 =___

31.5 ÷ 10 = 3.15 తీసుకోండి. **31.5** మరియు **3.15**లలో అంకెలు పరస్పరం సమాన అవి **3, 1, 5** అయితే, దశాంశ బిందువు భాగలబ్ధంలో స్థళాంతరం చేయబడింది. ఏవైపు మరియు ఎన్ని అంకెలతో దశాంశ బిందువు ఎడమవైపున ఒకస్థానంనుండి స్థళాంతరం చేయబడింది. **10** అది **1** తరువాత ఒక సున్నా కలిగియుండుటను గమనించండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి:

(i) 235.4 ÷ 10

(ii) 235.4 ÷100

(iii) 235.4 ÷ 1000

ఇప్పుడు 31.5 ÷ 100 = 0.315 పరిగణించండి. **31.5** మరియు **0.315**లో అంకెలు ఒకటే సమానంగా ఉంటాయి. అయితే భాగలబ్ధంలో దశాంశ బిందువు గురించి ఏమిటి? అది ఎడమవైపుకు రెండు స్థానాల నుండి స్థళాంతరం చేయబడింది. **100** అది **1** తరువాత **2** సంఖ్యలను కలిగియుండుటను గమనించండి.

అందువలన మనం చెప్పేదేమిటనగా, ఒక సంఖ్యను 10,100 లేదా 1000తో భాగించేటప్పుడు, సంఖ్యలోని అంకెలు మరియు భాగలబ్ధం పరస్పరం సమానం. అయితే భాగలబ్ధంలో దశాంశ బిందువు 1 తరువాత సున్నాలు ఎన్నివుంటాయో అన్ని స్థళాలనుండి ఎడమవైపుకు మార్చబడింది.

ఈ పరిశీలనను ఉపయోగించి మనమిప్పుడు త్వరగా కనుగొందాం:

2.38÷10 = 0.238, 2.38÷100 = 0.0238, 2.38÷1000 = 0.00238.

2.7.2. ఒక పూర్ణసంఖ్యతో ఒక దశాంశ సంఖ్య భాగహారం.

$\frac{6.4}{2}$ మనం కనుగొందాం, గుర్తుంచుకోండి. మనం దీనిని ఈ విధంగా కూడా రాయవచ్చు $6.4 \div 2$.

అందువలన, $6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$ భిన్నాలలో నేర్చుకున్నట్లుగా.

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2}$$

$$= \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

లేదా మనం ముందుగా 64ను 2తో భాగిద్దాం. మనం 32 పొందుతాం. 6.4లో దశాంశ బిందువు యొక్క కుడివైపున ఒక అంకె ఉంటుంది. 32లో దాని కుడివైపు ఒక అంకె వచ్చునట్లు దశాంశ బిందువు పెట్టాలి పునః మనం 3.2 పొందుతాం. $19.5 \div 5$, కనుగొనడానికి, ముందుగా$195 \div 5$, కనుగొనాలి మనం 39 పొందుతాం. అక్కడ 19.5లో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున ఒక అంకె ఉంటుంది. 39లో దాని కుడివైపు ఒక అంకె వచ్చునట్లు దశాంశ బిందువు పెట్టాలి. మీరు 3.9 పొందుతారు.

ఇప్పుడు $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4}$

$$= \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

లేదా, 1296 ను 4తో భాగించండి. మీరు 324 పొందుతారు. అక్కడ 12.96లో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపు రెండు అంకెలు ఉంటాయి. 324లో అదేవిధమైన దశాంశ బిందువుకు స్థళావకాశం చేయడం వలన మీరు 3.24 పొందుతారు. గమనించండి ఇక్కడ మరియు ముందు భాగంలో మనం కేవలం అలాంటి భాగహారాలను పరిగణించాం. దేనిలో దశాంశ బిందువు నిర్లక్షించారు. సంఖ్యకూడా సంపూర్ణంగా మరొక సంఖ్యతో భాగించబడి సున్నాను శేషంగా ఇస్తుంది.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

(i) $35.7 \div 3 = ?$;

(ii) $25.5 \div 3 = ?$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

(i) $43.15 \div 5 = ?$;

(ii) $82.44 \div 6 = ?$

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి :

(i) $15.5 \div 5$

(ii) $126.35 \div 7$

19.5 ÷ 5 ఈ విధంగా, సంఖ్య 195 5తో భాగించినప్పుడు, సున్నాను మిగిలిస్తుంది. అదేవిధంగా కొన్ని పరిస్థితులున్నాయి. అక్కడ సంక్య మరొక సంఖ్యతో సంపూర్ణంగా భాగించబడదు. అనగా, మనం శేషం సున్నగా పొందము.

ఉదాహరణకు, 195 ÷ 7 పై తరగతులలో ఇలాంటి సన్నివేశాలను చూద్దాం

ఇదేవిధంగా, 40.86 ÷ 6 = 6.8.

ఉదాహరణ 9: 4.2, 3.8 మరియు 7.6 వీటి సరాసరి కనుగొనండి.

సాధన: 4.2, 3.8 మరియు 7.6 ల సరాసరి

$$= \frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2.$$

2.7.3. మరొక దశాంశ సంఖ్యతో దశాంశ సంఖ్యలు భాగహారం.

$\frac{25.5}{0.5}$ మనం కనుగొందాం. అనగా, 25.5 ÷ 0.5 మనం పొందాం, 25.655 ÷ 0.5.= $\frac{255}{10} \div \frac{5}{10}$

$= \frac{255}{10} \times \frac{10}{5}$ = 51 ఇదేవిధంగా 25.5 ÷ 0.5 = 51.

మీరు ఏమేమి గమనించగలరు?

$\frac{25.5}{0.5}$ దీనికి, 0.5లో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపు ఒక అంకె ఉంటుందని మనం కనుగొంటాం. 10తో భాగించినప్పుడు అది పూర్ణ సంఖ్యకు మార్చబడుతుంది. దీని ప్రకారం 25.5 కూడా 10తో భాగించబడి ఒక భిన్నానికి మార్చబడింది.

లేదా 0.5లో 10తో భాగించినప్పుడు దశాంశ బిందువు ఒక స్థానానికి మార్చబడుతుందని మనం చెప్పవచ్చు. అది 5 చేయబడుతుంది. అందువలన, 25-2లో దశాంశ బిందువు ఒక స్థానానికి స్థళాంతరించబడి, అది కూడా 255 చేయబడుతుంది.

ఇదేవిధంగా $22.5 \div 1.5 = \frac{22.5}{1.5} = \frac{225}{15} = 15$

అదేవిధంగా $\frac{20.3}{0.7}$ మరియు $\frac{15.2}{0.8}$ కనుగొనండి.

మనమిప్పుడు 20.55 ÷ 1.5 కనుగొందాం.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

కనుగొనండి:

(i) $\frac{7.75}{0.25}$ (ii) $\frac{42.8}{0.02}$ (iii) $\frac{5.6}{1.4}$

మనం దీనిని ఇలా రాయవచ్చు 205.5 ÷ 15. పైన చర్చించినట్లుగా మనం 13.7 పొందుతాం $\frac{3.96}{0.4}$, $\frac{2.31}{0.3}$ కనుగొనండి.

ఇప్పుడు $\frac{33.725}{0.25}$ పరిగణిద్దాం, మనం దీనిని ఈ విధంగా రాయవచ్చు. $\frac{3372.5}{25}$ (ఎలా?) మరియు మన భాగలబ్ధం 134.9 పొందుతాం. మీరు $\frac{27}{0.03}$ ఎలా కనుగొంటారు? మనకు తెలిసినట్లుగా 27ను 27.0 అని రాయవచ్చు.

అందువలన, $\frac{27}{0.03} = \frac{27.00}{0.03} = \frac{2700}{3} = 900$

ఉదాహరణ 10: ఒక నియమిత బహు భుజాకృతి యొక్క ప్రతి భుజం పొడవు 2.5సెం.మీ.

బహుభుజాకృతి చుట్టుకొలత 12.5 సెం.మీ బహుభుజాకృతి ఎన్ని భుజాలు కలిగియుంది?

సాధన: ఒక నియమిత బహుభుజాకృతి చుట్టుకొలతదాని అన్ని సమాన భుజాల మొత్తం = 12.5సెం.మీ.

ప్రతి భుజం పొడవు = 2.5 సెం.మీ.

అందువలన భుజాల సంఖ్య = $\frac{12.5}{2.5} = \frac{125}{25} = 5$

బహుభుజాకృతి 5 భుజాలు కలిగియుంది.

ఉదాహరణ 11: ఒక కారు 2.2 గంటలలో 89.1 కి.మీ దూరాన్ని ప్రయాణిస్తుంది.

1 గంటలో అది ప్రయాణించిన సరాసరి దూరం ఎంత?

సాధన: కారు ప్రయాణించిన దూరం = 89.1 కి.మీ

ఈ దూరం ప్రయాణించడానికి కావలసిన సమయం = 2.2 గంటలు.

అందువలన, 1 గంటలో అది ప్రయాణించిన దూరం.

$= \frac{89.1}{2.2} = \frac{891}{22} = 40.5$ km

అభ్యాసం 2.7

1. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి:
   (i) $0.4 \div 2$ (ii) $0.35 \div 5$ (iii) $2.48 \div 4$
   (iv) $65.4 \div 6$ (v) $651.2 \div 4$ (vi) $14.49 \div 7$
   (vii) $3.96 \div 4$ (viii) $0.80 \div 5$

2. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి.
   (i) $4.8 \div 10$ (ii) $52.5 \div 10$ (iii) $0.7 \div 10$
   (iv) $33.1 \div 10$ (v) $272.23 \div 10$ (vi) $0.56 \div 10$
   (vii) $3.97 \div 10$

3. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి:
   (i) $2.7 \div 100$ (ii) $0.3 \div 100$
   (iii) $0.78 \div 100$ (iv) $432.6 \div 100$
   (v) $23.6 \div 100$ (vi) $98.53 \div 100$

4. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి.
   (i) $7.9 \div 1000$ (ii) $26.3 \div 1000$ (iii) $38.53 \div 1000$
   (iv) $128.9 \div 1000$ (v) $0.5 \div 1000$

5. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి:
   (i) $7 \div 3.5$ (ii) $36 \div 0.2$ (iii) $3.25 \div 0.5$
   (iv) $30.94 \div 0.7$ (v) $0.5 \div 0.25$ (vi) $7.75 \div 0.25$
   (vii) $76.5 \div 0.15$ (viii) $37.8 \div 1.4$ (ix) $2.73 \div 1.3$

6. ఒక వాహనం 2.4 *l* పెట్రోల్‌తో 43.2 km దూరం ప్రయాణిస్తుంది. అది 1 లీటరు పెట్రోల్‌తో ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

మనం ఇప్పటివరకు చర్చించిన అంశాలు

1. మనం భిన్నాలు మరియు దశాంశాల గురించి నేర్చుకున్నాం వాటితోపాటు వాటి మీద సంకలనం మరియు వ్యవకలన మూల క్రియలను వెనుకటి తరగతిలో నేర్చుకున్నాం.
2. మనమిప్పుడు గుణకారం మరియు భాగహార క్రియలను భిన్నాలు మరియు దశాంశాల మీద అధ్యయనం చేశాం.
3. మనం భిన్నాలను గుణకారం ఎలా చేయాలో నేర్చుకున్నాం. రెండు భిన్నాలను వాటి లవములు మరియు హారములను ప్రత్యేకంగా గుణించడం వలన గుణించబడుతుంది.
   మరియు గుణలబ్ధాన్ని $\frac{\text{లవముల గుణలబ్ధం}}{\text{హారముల గుణలబ్ధం}}$ అని రాయబడుతుంది.
   ఉదాహరణకు, $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$
4. భిన్నం 'ద'/'ర' అను ఆయోజకంలాగా పనిచేస్తుంది.
   ఉదాహరణకు 2 యొక్క $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$.
5. (a) రెండు క్రమభిన్నాల గుణలబ్ధం గుణించబడిన ప్రతి భిన్నం కంటే చిన్నది
   (b) ఒక క్రమభిన్నం మరియు ఒక అపక్రమ భిన్నాల గుణలబ్ధం అపక్రమ భిన్నం కంటే చిన్నది మరియు క్రమ భిన్నం కంటే పెద్దది.
   (c) రెండు అపక్రమ భిన్నాల గుణలబ్ధం రెండు భిన్నాల కంటే పెద్దది.
6. ఒక భిన్నం యొక్క విలోమాన్ని (వ్యుత్క్రమం) పొందడానికి దానిని తలక్రిందులు చేయవలసి ఉంటుంది.
7. రెండు భిన్నాలను ఎలా భాగించవచ్చో మనం చూశాం.
   (a) ఒక పూర్ణసంఖ్యను ఒక భిన్నంతో భాగించేటప్పుడు మనం పూర్ణసంఖ్యను ఆ భిన్నం విలోమంతో గుణిస్తాం

ఉదాహరణకు, $2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

(b) భిన్నాలను ఒక పూర్ణసంఖ్యతో భాగించేటప్పుడు మనం భిన్నాలను పూర్ణసంఖ్యయొక్క విలోమం (వ్యుత్క్రమం)తో గుణిస్తాం.

ఉదాహరణకు, $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$

(c) ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతో భాగించేటప్పుడు, మనం ముందుగా భిన్నాన్ని మరొక విలోమంతో గుణిస్తాం.

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

8. మనం రెండు దశాంశాలను ఎలా గుణించవచ్చో కూడా నేర్చుకున్నాం రెండు దశాంశాలను గుణించేటప్పుడు, ముందుగా వాటిని పూర్ణసంఖ్యలులాగా గుణించాలి. రెండు దశాంశాలలో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపునగల అంకెల సంఖ్యను లెక్కించండి. లెక్కించిన అంకెల సంఖ్యను కూడి, కుడితుదినుండి అంకెలను లెక్కించడం ద్వారా దశాంశ బిందువును గుణలబ్ధంలో ఉంచాలి. లెక్కింపు వెనుక లభించిన మొత్తంగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు, $0.5 \times 0.7 = 0.35$

9. ఒక దశాంశ సంఖ్యను **10,100** లేదా **1000**తో గుణించేటప్పుడు, మనం దశాంశ బిందువును సంఖ్యలో కుడివైపు **1** తరువాతగల సున్నాల సంఖ్యకు సమానంగా ఉండునట్లు దానిని జరపాలి.

అదేవిధంగా, $0.53 \times 10 = 5.3$, $0.53 \times 100 = 53$, $0.53 \times 1000 = 530$

10. దశాంశాలను ఎలా భాగించాలో మనం చూశాం.

(a) ఒక దశాంశ సంఖ్యను ఒక పూర్ణసంఖ్యతో భాగించడానికి ముందు మనం వాటిని పూర్ణ సంఖ్యలులాగా భాగించాలి. అప్పుడు దశాంశ బిందువును భాగలబ్ధంలో దశాంశ సంఖ్యలో ఉన్నట్లు పెట్టాలి.

ఉదాహరణకు, $8.4 \div 4 = 2.1$

ఇక్కడ మనం ఎక్కడ శేషం సున్నా అవుతుందో అలాంటి భాగహారం, పరిగణిస్తాం గమనించండి.

(b) ఒక దశాంశాన్ని **10,100** లేదా **1000** తో భాగించినప్పుడు దశాంశ బిందువును **1**కి ముందువచ్చే సున్నా యొక్క సంఖ్యనుండి ఎడమ భాగానికి మార్చి, భాగలబ్ధం పొందుతాం.

అందువలన $23.9 \div 10 = 2.39$, $23.9 \div 100 = 0 .239$, $23.9 \div 1000 = 0.0239$

(c) రెండు దశాంశ సంఖ్యలను భాగించేటప్పుడు. ముందుగా దశాంశ బిందువును కుడితుదిలో లవం మరియు హారం రెండింటిలోనూ సమాన సంఖ్య అంత స్థానాలకు మార్చండి. హారమును/విభాజకాన్ని ఒక పూర్ణ సంఖ్యగా మార్చడానికి, తరువాత భాగించండి.

అదేవిధంగా $2.4 \div 0.2 = 24 \div 2 = 12$.

అధ్యాయం - 3

దత్తాంశాల నిర్వహణ

3.1 పీఠిక

మీరు మీ వెనుకటి తరగతులలో వివిధ రకాల దత్తాంశాల గురించి నేర్చుకున్నారు. దత్తాంశాలను సేకరించడం వర్గీకరించడం మరియు దిమ్మ చిత్రాలలో సూచించడాన్ని మీరు నేర్చుకున్నారు. దత్తాంశాల సేకరణ, నమోదు (దాఖలీకరణం) మరియు దత్తాంశాల నివేదన మన అనుభవాలను సంయోజించడానికి మరియు వాటినుండి తీర్మానాలను తీసుకోవడానికి సహాయపడుతాయి. ఈ అధ్యాయంలో దీనిని ఎలా చేయాలో నేర్చుకోవడానికి ఇంకా ఒక అడుగు ముందుకెళ్దాం. మీరు ఇంకా ఎక్కువ రకాల దత్తాంశాలు మరియు ఆ లేఖల గురించి తెలుసుకోవాల్సివుంది. మీరు వేర్వేరు రకాల దత్తాంశాలను దినపత్రికలు, మాసపత్రికలు, దూరదర్శన్ మరియు ఇతర మూలాలనుండి చూసివుంటారు. ఈ దత్తాంశాలన్నియు మనకు కొన్నిరకాల వివరాలిస్తుందని మీరు తెలుసుకున్నారు. మనమిప్పుడు సాధారణంగా కనబడు వివిధ రకాల దత్తాంశాలను చూద్దాం.

పట్టిక 3.1

20.06. 2006లో నగరాల (ఉష్ణోగ్రత)		
నగరం	గరిష్ఠం	కనిష్టం
అహ్మదాబాద్	38^{0}C	29^{0}C
అమృతసర్	37^{0}C	26^{0}C
బెంగళూరు	28^{0}C	21^{0}C
చెన్నై	36^{0}C	27^{0}C
ఢిల్లీ	38^{0}C	28^{0}C
జైపూర్	39^{0}C	29^{0}C
జమ్ము	41^{0}C	26^{0}C
ముంబాయి	32^{0}C	27^{0}C

పట్టిక 3.2

ఫుట్‌బాల్ ప్రపంచ కప్ 2006	
ఉక్రెయిన్, సౌది అరేబియాను ఓడించినది.	4–0
స్పెయిన్, టునీసియాను ఓడించినది	3–1
స్విట్జర్లాండ్, టోగోను ఓడించినది	2–0

పట్టిక 3.3

ఒక తరగతి యొక్క వారంలోగల గైర్హాజరు చూపు దత్తాంశం.	
సోమవారం	
మంగళవారం	
బుధవారం	-
గురువారం	
శుక్రవారం	
శనివారం	
	ఒక విద్యార్థిని చూపుతున్నది.

ఈ దత్తాంశాల సేకరణ మీకు ఏమేమి తెలుస్తున్నది? ఉదాహరణకు, 20.06.2006న (పట్టిక 3.1) జమ్ములో చాలా ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రత ఉండేదిని మీరు చెప్పవచ్చు. లేదా బుధవారం రోజు ఎవ్వైనా విద్యార్థి గైర్హాజరు కాలేదు అని మనం చెప్పవచ్చు (పట్టిక 3.3).

ఈ దత్తాంశాలను వాటి విశ్లేషణ మరియు వ్యాఖ్యానం ఇంకనూ ఉత్తమం అగునట్లు వేరె విధానంలో మనం సంఘటించి నివేదించవచ్చా? ఈ అధ్యాయంలో మనం ఇలాంటి ప్రశ్నలకు జవాబులు కనుగొందాం?

3.2 దత్తాంశాలను సేకరించడం.

నగరాల ఉష్ణోగ్రతకు (పట్టిక 3.1) సంబంధించిన దత్తాంశాలు మనకు చాలారకాల విషయాలు చెప్పవచ్చు అయితే, అదే సంవత్సరంలో ఏ నగరంలో చాలా ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రత కలిగియుండేదో చెప్పలేము. దీనిని తెలుసుకోవడానికి మనం ఏడాది కాలంలో ఈ ప్రతి నగరంలో గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత చేరడం గురించి దత్తాంశాలను సేకరించాల్సిన అసరం ఉంది. అలాంటి సందర్భంలో పట్టిక 3.1లో ఇచ్చిన ఏడాదిలోని ఒక నిర్దిష్ట తేదీ యొక్క ఉష్ణోగ్రతా చార్పు సరిపోదు.

ఇచ్చిన ఒక దత్తాంశాల సేకరణ ఆ దత్తాంశాలకు సంబంధించి నిర్దిష్ట వివరాలు ఇవ్వలేవు అని అది సూచిస్తున్నది.

మనం అవసరమైన నిర్దిష్ట అవసరాలను మనస్సులో పెట్టుకొని దత్తాంశాలను సేకరించాల్సి ఉంది. పై సందర్భంలో ఏడాదికాలంలో నగరాల చాలా ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రత గురించి మనకు నిర్దిష్టమైన వివరాలు కావాలి. వీటిని మనం పట్టిక 3.1 నుండి పొందలేదు. అందువలన, దత్తాంశాలను సేకరించడం కంటే ముందుగా మనం దేనికి వాటిని ఉపయోగించాలో తెలుసుకోవాల్సి ఉంది.

కింద కొన్ని సన్నివేశాలు ఇవ్వబడినవి.

మీరు వాటి గురించి అధ్యయనం చేయాల్సిఉంది.

- గణిత విషయంలో మీ తరగతి ప్రగతి
- క్రికెట్ లేదా ఫుట్‌బాల్‌లో భారతదేశ సాధన
- దత్తాంశ రంగంలో మహిళల అక్షరాస్యతా రేటు లేదా

– మీ చుట్టుప్రక్కల కుటుంబాలలో 5 సంవత్సరాలలోపుగల పిల్లల సంఖ్య

పై సందర్భాలలో మీకు ఏవిధమైన దత్తాంశాల అవసరం ఉంది? సరైన దత్తాంశాలను సేకరించాలే తప్ప మీరు అపేక్షించిన వివరాలను తెలుసుకోవడానికి సాధ్యంకాదు. ప్రతిదానికి సరైన దత్తాంశం ఏమిటి?

మీ సహపాఠకులతో చర్చించి, ప్రతిదానికి అవసరమైన దత్తాంశాలను గుర్తించండి. కొన్ని దత్తాంశాల సేకరణ సులభం మరియు కొన్ని కష్టకరం.

3.3 దత్తాంశాల సంయోజనం

దత్తాంశాలను సేకరించేటప్పుడు వాటిని నమోదు చేసి, సరియోజనం చేయాల. మనం వాటిని ఎందుకు చేయాలి? కింది ఉదాహరణను పరిగణించండి.

శ్రీమతి నీలం తరగతి ఉపాధ్యాయిని ఇంగ్లీష్‌లో విద్యార్థుల నిర్వహణను తెలుసుకోవాలనుకుంది. ఆమె విద్యార్థులు పొందిన అంకములను ఇలా రాశారు.

23, 35, 48, 30, 25, 46, 13, 27, 32, 38

ఈ రూపంలోని దత్తాంశాలు అర్థం చేసుకోవడం సులభంకాదు. వారు విద్యార్థుల దగ్గర పొందిన అభిప్రాయం, వారి నిర్వహణకు సరిపోయిందా అనేదానిని తెలుసుకోవడానికి కాలేదు.

నీలంగారి సహోద్యోగి దత్తాంశాలను కింది విధానంలో నిర్వహించడానికి వారికి సహాయం చేశారు (పట్టిక 3.4)

పట్టిక 3.4

హాజరు సంఖ్య	పేర్లు	50కి మార్కులు	హాజరు సంఖ్య	పేర్లు	50 కి మార్కులు
1.	అజయ్	23	6	గోవింద్	46
2.	అర్మాన్	35	7	జయ	13
3.	ఆశీష్	48	8	కవిత	27
4.	దీప్తి	30	9	మనిషా	32
5.	ఫైజాన్	25	10	నీరజ్	38

ఈ నమూనాలో ఏ విద్యార్థి ఎన్ని మార్కులు పొందారు అనేదానిని తెలుసుకోవడానికి నీలంకు సాధ్యమైంది అయితే ఆమెకు ఇంకా ఎక్కువ కావాలి. దీపిక ఈ దత్తాంశాలను నిర్వహించు మరొక విధానాన్ని సూచించింది.

పట్టిక 3.5

హాజరు సంఖ్య	పేర్లు	50కి మార్కులు	హాజరు సంఖ్య	పేర్లు	50 కి మార్కులు
3.	ఆశీష్	48	4	దీప్తి	30
6.	గోవింద్	46	8	కవిత	27
10.	నీరజ్	38	5	ఫైజాన్	25
2.	అర్మాన్	35	1	అజయ్	28
9.	మనిషా	32	7	జయ	13

ఇప్పుడు ఎవరి నిర్వహణ అత్యుత్తమమైనది మరియు ఎవరికి సహాయపు అవసరం ఉందో అనేదానిని తెలుసుకోవడానికి నీలంకు సాధ్యమయింది.

వివిధ దత్తాంశలను పట్టిక రూపంలో వ్యక్తపరుస్తాం. మన పాఠశాల హాజరుసంఖ్య ప్రగతి నోటుపుస్తకాలలోని విషయ సూచిక నమోదు చేయబడింది. ఉష్ణోగ్రత మరియు ఇతర చాలారకాల అంశాలను పట్టిక రూపంలో ఉంటాయి. పట్టికరూపంలో వ్యక్తపరచదగిన మీకు తెలిసిన కొన్ని దత్తాంశాలను ఆలోచించగలారా? మనం దత్తాంశాలను సరిగ్గా పట్టిక రూపంలో వ్యక్తపరచినప్పుడు వాటిని సులభంగా అర్థం చేసుకొని వ్యాఖ్యానించవచ్చు.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

మీ తరగతిలో కనీసం 20 మంది విద్యార్థులను (స్త్రీ-పురుషులు) బరువు కిలోగ్రాంలలో చేసి, దత్తాంశాలను నిర్వహించండి మరియు కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) ఎవరు ఎవరికంటే ఎక్కువ బరువు ఉన్నారు?

(ii) చాలా సామాన్య బరువు ఎంత?

(iii) మీ మరియు మీ ఇష్టమైన సహపాఠకుని బరువులోగల వ్యత్యాసం ఎంత?

3.4 ప్రాతి నిధిక విలువలు

మీరు 'సరాసరి' పదాన్ని తెలుసుకొనియుండవచ్చు మీ నిత్యజీవనంలో సరాసరి పదంతోకూడిన వ్యాఖ్యానాలను గమనించియుండవచ్చు.

* ఈశా ప్రతిరోజు సరాసరి 5 గంటలు అధ్యయంకొరకు వ్యయం చేస్తుంది.
* ఏడాదిలోని ఈ సమయంలో సరాసరి ఉష్ణోగ్రత సుమారు 40°C వుంటుంది.
* నా తరగతిలో విద్యార్థుల సరాసరి వయస్సు 12 సంవత్సరాలు.
* ఒక పాఠశాల అంతిమ పరీక్షా సమయంలోగల విద్యార్థుల సరాసరి హాజరాతి 98 శాతం.

ఇలాంటి ఇంకా చాలారకాల వ్యాఖ్యానాలు ఉండవచ్చు. పైన ఇచ్చిన వ్యాఖ్యానాల గురించి ఆలోచించండి. మొదటి వ్యాఖ్యానంలోని విద్యార్థి ప్రతిరోజు సరిగ్గా 5 గంటలు అభ్యసించవచ్చు అని మీరు ఆలోచిస్తున్నారా? లేదా దత్త

స్థళంలోని ఉష్ణోగ్రత ఆ నిర్దిష్ట సమయంలో ఎప్పుడూ $40^{o}C$ వుంటుందా? లేదా ఆ తరగతిలో ప్రతి విద్యార్థి వయస్సు 12 సంవత్సరాలా? నిస్సంకోచంగా కాదు?

అలాగయితే, ఈ వ్యాఖ్యానాలు ఏమేమి తెలుపుతాయి?

రోజు సరాసరినుండి, ఇశా సామాన్యంగా 5 గంటలు చదువుతుంది అని తెలుసుకుంటాం. కొన్ని రోజులు ఆమె 5 గంటల కంటే తక్కువ సమయం అభ్యసించవచ్చు. ఇతర రోజులలో ఆమె దానికంటే ఎక్కువ అభ్యసించవచ్చు.

అదేవిధంగా సరాసరి ఉష్ణోగ్రత $40^{o}C$ అనేదాని అర్థం పదేపదే ఏడాదిలోని ఈ సమయంలో ఉష్ణోగ్రత సుమారు $40^{o}C$ కొన్నిసార్లు అది $40^{o}C$ కంటే తక్కువ ఉండవచ్చు ఇతర సమయంలో అది $40^{o}C$ కంటే ఎక్కువగా ఉండవచ్చు.

అదేవిధంగా సరాసరి ఒక సంఖ్యయైయుండి, అది దత్తాంశాల లేదా వీక్షించిన సమూహపు కేంద్రియ ప్రవృత్తిని చూపుతుంది. అని మనం తెలుసుకుంటాం సరాసరి ఇచ్చిన దత్తాంశాలలో చాలా ఎక్కువ మరియు చాలా తక్కువ విలువల మధ్య ఉండటం వలన సరాసరిని దత్తాంశాల గుంపుయొక్క కేంద్రీయ ప్రవృత్తియొక్క కొలత అని మనం చెప్పతాం విభిన్న నమూనాల దత్తాంశాలను వివరించడానికి విభిన్న నమూనాల నిదర్శనం లేదా కేంద్రీయ విలువల అవసరం ఉంది. ఈ నిదర్శనం విలువలలో '**అంకగణిత సరాసరి**' ఒక అధ్యాయపు కింది భాగంలో మీరు ఇతర నిర్దేశిత విలువల గురించి నేర్చుకుంటారు.

3.5 అంకగణితం యొక్క సరాసరి

దత్తాంశాల గుంపుయొక్క చాలా సామాన్య ప్రాతినిధిక విలువ **అంకగణితం యొక్క సరాసరి** లేదా సరాసరి దానిని ఇంకా ఉత్తమంగా అర్థం చేసుకోవడానికి కింది ఉదాహరణ గమనిద్దాం.

రెండు పాత్రలలో వరుసగా 20 l మరియు 60 l పాలు ఉంది. రెండు పాత్రలకు సమానంగా పంచినచో, ప్రతి పాత్రలో ఉండు పాల కొలత ఎంత? ఈ ప్రశ్నను అడిగినప్పుడు మనం అంకగణితం యొక్క సరాసరిని పరిగణిస్తాం.

పై సందర్భంలో సరాసరి లేదా అంకగణితపు సరాసరి

$$\frac{\text{మొత్తం పాల ప్రమాణం}}{\text{పాత్రల సంఖ్య}} = \frac{20+60}{2} = l = 40$$ లీటర్లు అయివుంటుంది.

అందువలన ప్రతి పాత్ర పొందియుండవలసిన పాలు 40l పాలను పొందియుంటుంది.

సరాసరి లేదా అంకగణితపు సరాసరిని కిందివిధంగా నిరూపించబడింది.

$$\text{సరాసరి} = \frac{\text{వీక్షలన్నింటి మొత్తం}}{\text{వీక్షణాల సంఖ్య}}$$

ఈ ఉదాహరణలను గమనించండి.

ఉదాహరణ 1 : ఆశీశ్ వరుసగా మూడు రోజులలో 4 గంటలు, 5 గంటలు మరియు 5 గంటలు అభ్యసిస్తాడు. అతడు ప్రతి రోజు సరాసరి ఎన్ని గంటలు అభ్యసిస్తాడు?

సాధన : ఆశీశ్ సరాసరి అభ్యసించిన సమయం.

$$\frac{\text{మొత్తం అభ్యాస సమయం}}{\text{అతడు అభ్యసించిన రోజులు}} = \frac{4+5+3}{3} \text{ గంటలు} = 4 \text{ గంటలు ప్రతిరోజు}$$

అందువలన ఆశీశ్ ప్రతిరోజు సరాసరి 4 గంటలు చదువుతాడు అని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ 2 : ఒక బ్యాట్స్‌మెన్ 6 ఇన్నింగులలో కింద ఇచ్చినట్లుగా రన్‌లు చేశాడు.

36, 35, 50, 46, 60, 55

ఒక ఇన్నింగులో అతడు పొందిన సరాసరి రన్‌లను లెక్కించండి.

సాధన : మొత్తం రన్‌లు = 36 + 35 + 50 + 46 + 60 + 55 = 282

సరాసరి కనుగొనడానికి మనం వీక్షణలన్నింటి మొత్తం కనుగొని, వాటిని వీక్షణల సంఖ్యతో భాగిస్తాం

అందువలన ఈ సందర్భంలో సరాసరి $= \frac{282}{6} = 47$

అదేవిధంగా ఒక ఇన్నింగులో పొందిన సరాసరి రన్‌లు 47.

అంకగణితపు సరాసరి ఎక్కడ ఉంటుంది?

వీటిని ప్రయత్నించండి.

మీరు ఒక వారపు అభ్యాసపు గంటల సరాసరిని ఎలా కనుగొంటారు?

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

ఈ పై ఉదాహరణలలోని దత్తాంశాలను పరిగణించండి మరియు కింది వాటిని ఆలోచించండి.

* ప్రతి వీక్షణకంటే సరాసరి పెద్దదైనదా?
* అది ప్రతి వీక్షణకంటే చిన్నదైనదా?

మీ సహపాఠకులతో చర్చించండి. ఈ విధమైన మరొక ఉదాహరణను ఇవ్వండి మరియు అదేవిధమైన ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.

సరాసరి చాలా పెద్ద మరియు చాలా చిన్న వీక్షణం మధ్య ఉంటుంది అనేదానిని మీరు కనుగొంటారు.

నిర్దిష్టంగా రెండు సంఖ్యల సరాసరి ఎల్లప్పుడూ ఆ రెండు సంఖ్యల మధ్య ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు, 5 మరియు 11ల సరాసరి $\frac{5+11}{2} = 8$ అది 5 మరియు 11ల మధ్య ఉంటుంది.

ఏవైనా రెండు భిన్నాల మధ్య అనేక భిన్నాలు ఉండుటను చూపడానికి కనుగొనడానికి మీరు ఈ విధానాన్ని ఉపయోగిస్తారా? ఉదాహరణకు $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{4}$ ల సరాసరి $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ అలాగే $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{3}{8}$ ల సరాసరి $\frac{7}{16}$ అవుతుంది అదేవిధంగా కొనసాగుతుంది.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. ఒక వారంలో మీరు నిద్రపోవు గంటల సరాసరి కనుగొనండి.
2. $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{3}$ మధ్యగల కనీసం 5 సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3.5.1 వ్యాప్తి

చాలా పెద్ద మరియు చాలా చిన్న వీక్షణల మధ్య వ్యత్యాసం మనకు వీక్షణల వ్యాపించు కల్పననిస్తుంది. దీనిని చాలా పెద్ద వీక్షణనుండి చాలా చిన్న వీక్షణను తీసేయడం వలన దానిని మనం కనుగొనాల్సివుంది. దానిని వీక్షణా **వ్యాప్తి** అని అంటారు. కింది ఉదాహరణ గమనించండి.

ఉదాహరణ 3 : ఒక పాఠశాలలోని 10 మంది ఉపాధ్యాయుల వయస్సు (సంవత్సరాలలో) కిందివిధంగా ఉంది.

32, 41, 28, 54, 35, 26, 23, 33, 38, 40

(i) అత్యంత సీనియర్ ఉపాధ్యాయుడు మరియు అత్యంత జూనియర్ ఉపాధ్యాయుల వయస్సు ఎంత?

(ii) ఉపాధ్యాయుల వయస్సు వయస్సుల వ్యాప్తి ఎంత?

(iii) ఉపాధ్యాయుల సరాసరి వయస్సులవ్యాప్తి ఎంత?

సాధన : (i) వయస్సులను ఆరోహణా క్రమంలో రాసినప్పుడు

23, 26, 28, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 54 పొందుతాం.

అత్యంత సీనియర్ ఉపాధ్యాయుల వయస్సు 54 సంవత్సరాలు మరియు అత్యంత జూనియర్ ఉపాధ్యాయుల వయస్సు 23 సంవత్సరాలు అనుదానిని గమనిస్తాం.

(ii) ఉపాధ్యాయుల వయస్సుల వ్యాప్తి = (54 − 23) సంవత్సరాలు = 31 సంవత్సరాలు

(iii) ఉపాధ్యాయుల సరాసరి వయస్సు.

$$= \frac{23+26+28+32+33+35+38+40+41+54}{10} \text{ సంవత్సరాలు} = \frac{350}{10} = 35 \text{ సంవత్సరాలు}$$

అభ్యాసం 3.1

1. మీ తరగతిలోగల ఏదైనా 10 మంది విద్యార్థుల ఎత్తుల వ్యాప్తి కనుగొనండి.
2. కింద ఇచ్చిన తరగతి మూల్యాంకనంలోని మార్కులకు పట్టిక నిర్మించండి.

   4, 6, 7, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 6, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 8, 4, 6, 7

   (i) ఏ సంఖ్య చాలా పెద్దది?

   (ii) ఏ సంఖ్య చాలా చిన్నది?

   (iii) దత్తాంశాల వ్యాప్తి ఎంత?

   (iv) అంకగణిత సరాసరి కనుగొనండి.
3. మొదటి 5 పూర్ణసంఖ్యల సరాసరి కనుగొనండి.
4. ఒక క్రికెట్ ఆటగాడు 8 ఇన్నింగులలో పొందిన రన్‌లు కిందివిధంగా ఉన్నాయి.

   58, 76, 40, 35, 46, 45, 0, 100

   సరాసరి రన్‌లను కనుగొనండి.
5. కింది పట్టిక ప్రతి ఆటగాడు నాలుగు ఆటలలో పొందిన మార్కులను చూపుతుంది.

ఆటగాడు	ఆట 1	ఆట 2	ఆట 3	ఆట 4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	ఆట ఆడలేదు	13

కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) ప్రతి ఆటలో A యొక్క సరాసరి మార్కులను నిర్ధారించడానికి సరాసరి కనుగొనండి.

(ii) C యొక్క ప్రతి ఆటలో సరాసరి మార్కులను కనుగొనడానికి, మీరు మొత్తం మార్కులను 3తో లేదా 4తో భాగిస్తారా? ఎందుకు?

(iii) B మొత్తం 4 ఆటలలో ఆడినాడు. సరాసరిని మీరెలా కనుగొంటారు?

(iv) ఉత్తమ ప్రదర్శనాకారుడు ఎవరు?

6. ఒక విజ్ఞాన పరీక్షలో విద్యార్థుల ఒక జట్టు పొందిన మార్కులు (100కు) 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 మరియు 75.

   (i) విద్యార్థులు పొందిన గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ మార్కులు.

   (ii) పొందిన మార్కుల వ్యాప్తి.

   (iii) జట్టు పొందిన సరాసరి మార్కులను కనుగొనండి.

7. వరుసగా ఆరు సంవత్సరాలలో ఒక పాఠశాల దాఖలాతి కిందివిధంగ ఉన్నది.

1555, 1670, 1750, 2013, 2540, 2820

ఈ అవధిలో పాఠశాల సరాసరి దాఖలాతి కనుగొనండి.

8. ఒక నగరంలో వారంలోని 7 రోజులలో వర్షప్రమాణం (mm లలో) కిందివిధంగా నమోదు చేయండి.

రోజు	సోమ	మంగళ	బుధ	గుర	శుక్ర	శని	ఆది
వర్ష పమాణం (mm లలో)	**0.0**	**12.2**	**2.1**	**0.0**	**20.5**	**5.5**	**1.0**

(i) పై దత్తాంశాలలో వర్ష ప్రమాణ వ్యాప్తి కనుగొనండి.

(ii) వారంలోని సరాసరి వర్ష ప్రమాణం కనుగొనండి.

(iii) ఎన్ని రోజులలో వర్ష ప్రమాణం సరాసరి వర్షపాతం కంటే తక్కువ ఉండేది?

9. 10 మంది బాలికల ఎత్తులు cm లలో కొలచినప్పుడు లభించిన ఫలితాలు కిందివిధంగా ఉన్నాయి.

135, 150, 139, 128, 151, 132, 146, 149, 143, 141

(i) చాలా ఎత్తైన బాలిక ఎత్తు ఎంత?

(ii) చాలా చిన్న బాలిక ఎత్తు ఎంత?

(iii) దత్తాంశాల వ్యాప్తి ఎంత?

(iv) బాలికల సరాసరి ఎత్తు ఎంత?

(v) సరాసరి ఎత్తు కంటే ఎంతమంది బాలికలు ఎక్కువ ఎత్తు కలిగియున్నారు?

3.6 రూఢి విలువ

మనం చెప్పినట్లుగా సరాసరి మాత్రమే కేంద్రీయ ప్రవృత్తియొక్క కొలతలో లేదా అది మాత్రమే చూపెడి విలువ రూపంకాదు దత్తాంశం నుండి వివిధ అవసరాల కొరకు, కేంద్రీయ ప్రవృత్తియొక్క ఇతర కొలతలను ఉపయోగించబడుతుంది.

కింది ఉదాహరణను గమనించండి.

వివిధ రకాల కొలతల షర్టులను కనుగొనడానికి ఒక వ్యాపారి 90cm, 95cm, 100cm, 105cm, 110cm. కొలతల అమ్మకమైన దాఖలాలను ఉంచుతాడు. ఒక వారంలోగల దాఖలా కిందివిధంగా ఉంది.

కొలత (ఇంచిలలో)	90cm	95cm	100cm	105cm	110cm	మొత్తం
అమ్మిన షర్టులు	8	22	32	37	6	105

అమ్మిన షర్టుల సంఖ్య సరాసరిని కనుగొన్నచో, ఏ కొలత షర్టులను దాస్తానులో ఉంచాలని నిర్ధారించడానికి అతనికి సాధ్యమవుతుందో అనుదానిని మీరు ఆలోచించగలరా?

$$\text{అమ్మిన షర్టుల సరాసరి} = \frac{\text{అమ్మిన మొత్తం షర్టుల సంఖ్య}}{\text{వివిధ కొలతల షర్టుల సంఖ్య}} = \; = \frac{105}{5} = 21$$

ప్రతి కొలతలోని 21 షర్టులను అతడు పొందితే, చాలదు. అతడు అలాగే చేసినచో, అతడు వినియోగదారుల అవసరాలను తీర్చడానికి సాధ్యపడుతుందా?

వ్యాపారి నమోదు/దాఖలాలను చూడండి. 95cm, 100cm, 105cm కొలతల షర్టులను సేకరించాలని నిర్ణయించాడు. అతడు ఇతర కొలతల షర్టులను కొనేవారి సంఖ్య తక్కువ ఉండటం వలన వాటిని సేకరించడాన్ని ముందుకు రావాలని నిర్ణయించాడు.

మరొక ఉదాహరణ గమనించండి.

ఒక సిద్ధ దుస్తుల అంగడి యజమాని చెప్పుతాడు, నేను అమ్మేడి జనప్రియ దుస్తుల కొలత అని చెప్పుతాడు. 90cm.

ఇక్కడ కూడా యజమాని అమ్మిన వివిధ రకాల కొలతలుగల షర్టుల సంఖ్య గురించి శ్రద్ధవహించడాన్ని గమనించాడు. అదేవిధంగా ఆమె ఎక్కువగా అమ్మిన షర్టు కొలతలను గమనిస్తాడు. అది దత్తాంశాలను చూపెడి మరొక విలువ.

90cm కొలతగల అమ్మకం చాలా ఎక్కువగా జరిగింది ఈ ప్రతినిధించు విలువను దత్తాంశపు రూఢివిలువ అంటారు.

వీక్షణల సమితియొక్క రూఢి విలువ చాలా ఎక్కువ సార్లు కనబడు వీక్షణ అయివుంటుంది.

ఉదాహరణ 4: ఇచ్చిన సంఖ్యల సమితిని రూఢి విలువ కనుగొనండి: **1, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 2, 4**

సాధన: సమాన విలువ కలిగియున్న సంఖ్యలను జతచేసి రాసినప్పుడు మనం కింది విధంగా పొందుతాం.**1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4** ఈ దత్తాంశాల రూఢివిలువ **2** ఎందుకనగా ఇతర వీక్షణల కంటే అది ఎక్కువ సార్లు పునరావర్తనమైనది.

3.6.1 పెద్ద దత్తాంశాల రూఢివిలువ

వీక్షణల సంఖ్య పెద్దదిగా ఉన్నప్పుడు వాటిని జతచేసి రాసి లెక్కించడం సులభం కాదు. ఇలాంటి సందర్భాలలో మనం దత్తాంశాలను పట్టీచేయడం సరిచూడు గీతలను వేయడం వలన మరియు ఆవృత్తి కనుగొనడం వలన ప్రారంభమవుతుంది. ఆవృత్తి కనుగొనడాన్ని మీరు వెనుకటి తరగతిలో నేర్చుకున్నట్లు కింది ఉదాహరణ గమనించండి.

ఉదాహరణ 5 : ఒక ఫుట్‌బాల్ లీగ్ పోటీలో కింద ఇచ్చిన గోల్‌ల అంతరంతో జట్లు గెలిచివుంటాయి.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 1, 2

ఈ దత్తాంశాల రూఢివిలువ కనుగొనండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

రూఢివిలువ కనుగొనండి.

(i) 2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 5, 2, 4

(ii) 2, 14, 16, 12, 14, 14, 16, 14, 10, 14, 18, 14

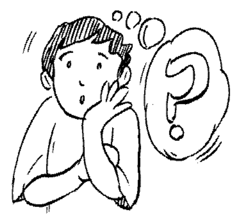
సాధన : మనమిప్పుడు దత్తాంశాలను పట్టిక రూపంలో రాద్దాం.

గోల్‌ల సంఖ్య	సరిచూడు పట్టిక	పోటీల సంఖ్య
1	𝍸 ||||	9
2	𝍸 𝍸 ||||	14
3	𝍸 ||	7
4	𝍸	5
5	|||	3
6	||	2
	మొత్తం	40

ఈ పట్టికను గమనించినప్పుడు మనం వెంటనే రూఢివిలువ **2** అని చెప్పవచ్చు ఎందుకనగా, **2** చాలా ఎక్కువ సార్లు పునరావర్తనం అయింది. అదేవిధంగా చాలామటుకు పోటీలు **2** గోల్‌ల అంతరంతో గెలిచియుంటాయి.

ఆలోచించండి, చర్చించండి మరియు రాయండి.

ఒక సంఖ్యల సమితి ఒకటి కంటే ఎక్కువ రూఢివిలువను కలిగియుండటానికి సాధ్యమే?



ఉదాహరణ 6 : ఈ సంఖ్యల రూఢివిలువ కనుగొనండి.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

సాధన : ఇక్కడ **2** మరియు **5** రెండూ మూడుసార్లు పునరావర్తితమైనది అందువలన, ఈ రెండూ దత్తాంశాల రూఢివిలువలు.

వీటిని చేయండి.

1. మీ సహపాఠకులందరి వయస్సును సంవత్సరాలలో నమోదుచేయండి. దత్తాంశాల పట్టిక నిర్మించి రూఢివిలువ కనుగొనండి.
2. మీ సహపాఠకుల ఎత్తును సెంటీమీటర్‌లలో నమోదుచేయండి మరియు రూఢివిలువ కనుగొనండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. కింది దత్తాంశాలకు రూఢివిలువ కనుగొనండి.

   12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16, 15,

   17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14,

2. 25 మంది విద్యార్థుల ఎత్తును (cmలలో) కింద ఇవ్వబడినవి.

   168, 165, 163, 160, 163, 161, 162, 164, 163, 162, 164, 163, 160, 163, 160,

   165, 163, 162, 163, 164, 163, 160, 165, 163, 162

   వారి ఎత్తుల రూఢివిలువ ఎంత? రూఢివిలువ గురించి ఇక్కడ మనం ఏమి తెలుసుకుంటాం?

సరాసరి దత్తాంశాల వీక్షణలన్నింటి సరాసరిని మనకు ఇస్తుంది అయితే, రూఢివిలువ దత్తాంశాలలో చాలా ఎక్కువ సార్లు పునరావర్తనమైన వీక్షణను ఇస్తుంది.

కింది ఉదాహరణలను పరిగణిద్దాం.

(a) ఒక పండుగకు ఆహ్వానించు 25 మందిని వారికి కావలసిన చపాతీలను మీరు నిర్ణయించవలసివుంది.

(b) షర్టులు అమ్మే ఒక వ్యాపారి ఆమె దాస్తాను పునః భర్తీ చేయాలని నిర్ణయించింది.

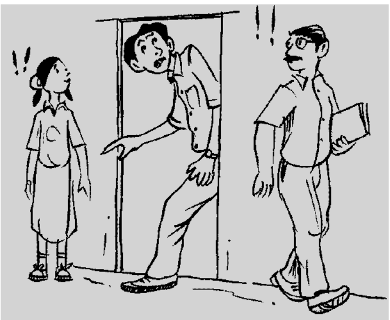
(c) మీ ఇంటికి కావలసిన వాకిలి ఎత్తును మనం కనుగొనవలసిన అవసరం ఉంది.

(d) ఒక విహారయాత్రకు మనం వెళ్ళేడు ప్రతియొక్కరికీ ఒకే డబ్బు తెచ్చినచో మనం తేవలసిన పండు ఏది?

ఈ ఏ సందర్భాలలో మనం రూఢివిలువను ఉత్తమ అందాజుగా ఉపయోగించవచ్చు?

ముందుగా వ్యాఖ్యానాన్ని పరిగణించండి. ప్రతి వ్యక్తికి కావలసిన చపాతీల సంఖ్య 2, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 5 అయితే, దత్తాంశపు రూఢివిలువ 2 చపాతీలు. ఈ దత్తాంశానికి రూఢివిలువను ప్రాతినిధిక విలువగా మనం ఉపయోగించినచో, అప్పుడు ప్రతియొక్కరికి 2 చపాతీలలాగా, 25 మందికి మొత్తం 50 చపాతీల అవసరం ఉంది. అదేవిధంగా మొత్తం స్పష్టంగా అసమర్థకం అని తెలుస్తుంది. సరాసరి ఒక సరైన ప్రాతినిధిక విలువ అవుతుందా?

5 మంది పిల్లలు మరియు 4 పెద్దవారు ఆ వాకిలి ఉపయోగిస్తారు. ప్రతి పిల్లవాని ఎత్తు సుమారుగా 135cm అనుకొందాం. అనుకుందాం. ఎత్తుల రూఢివిలువ 135cm అయివుంటుంది. 144cm ఎత్తుగల వాకిలి మనం పొందవచ్చా? అన్ని వయస్సులవారు ఆ వాకిలి ద్వారా సాగిపోవడానికి సాధ్యమవుతుందా? మూడవ వ్యాఖ్యానానికి వాకిలి ఎత్తు ఆ వాకిలిని ఉపయోగించు వ్యక్తుల ఎత్తుకు సంబంధించినది. ఈ దత్తాంశాలకు రూఢివిలువ ఒక ప్రాతినిధిక విలువకాదు అనునది స్పష్టంగా తెలుస్తున్నది.



ఎందుకుకాదు? ఎత్తుయొక్క ఏ ప్రాతినిధిక విలువను వాకిలి ఎత్తును నిర్ధారించడానికి ఉపయోగించాలి.

అదేవిధానాన్ని మిగిలిన వ్యాఖ్యానాలను విశ్లేషించండి మరియు ఆ ప్రకరణలకు ఉపయోగకరమైన ప్రాతినిధిక విలువను కనుగొనండి.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

మీ సహపాఠకులతోచర్చించండి. వీటిని రాయండి.

(a) సరాసరి సరైన ప్రతినిధిక విలువ అని ఉపయోగించదగు రెండు సన్నివేశాలు.

(b) రూఢి విలువ సరైన ప్రతినిధిక విలువ అని ఉపయోగించదగు రెండు సన్నివేశాలు.

3.7 మధ్యాంకం

కొన్ని సందర్భాలలో అంకగణిత సరాసరి సరైన కేంద్రీయ ప్రవృత్తియొక్క కొలత అయినచో, ఇంకా కొన్ని సందర్భాలలో రూఢివిలువ సరైన కేంద్రీయ ప్రవృత్తి కొలత అవుతుందని గమనించాం.

మనమిప్పుడు మరొక ఉదాహరణను గమనిద్దాం. ఈ కింది ఎత్తులు (cmలలో) కలిగిన **17** మంది విద్యార్థుల గుంపును పరిగణించండి. **106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101**

వ్యాయామ ఉపాధ్యాయుడు తరగతిని రెండు గుంపులుగా విభజించాలనుకున్నాడు. ప్రతి గుంపు సమాన సంఖ్యలో విద్యార్థులు కలిగియుండాలి. ఒక గుంపు ఒక నిర్దిష్ట ఎత్తుకంటే తక్కువ ఎత్తు కలిగియుండాలి. ఒక గుంపు ఒక నిర్దిష్ట ఎత్తుకంటే తక్కువ ఎత్తు కలిగియుండాలి. మరొక గుంపు ఒక నిర్దిష్ట ఎత్తుకంటే ఎక్కువ ఎత్తి కలిగియుండాలి. వాటిని ఉపాధ్యాయుడు నిర్వహిస్తారు?

మనమిప్పుడు ఉపాధ్యాయులకుగల వివిధ ఎంపికలను చూద్దాం.

(i) వారు సరాసరి కనుగొనవచ్చు.

సరాసరి,

$$\frac{106+110+123+125+117+120+112+115+110+115+102+115+115+109+115+101}{17}$$

$$=\frac{1930}{17}=113.5$$

అందువలన ఉపాధ్యాయుడు సరాసరి ఎత్తు ఆధారంగా విద్యార్థులను రెండు గుంపులుగా విభజించినచో, ఒక గుంపు సరాసరి ఎత్తుకంటే తక్కువ ఎత్తు కలిగియున్న విద్యార్థులను కలిగియుంటుంది. మరొక గుంపు సరాసరి ఎత్తుకంటే తక్కువ ఎత్తు కలిగియున్న విద్యార్థులను కలిగియుంటుంది. అప్పుడు గుంపులోగల విద్యార్థుల సంఖ్య సమానంగా ఉండదు. గుంపులు వరుసగా 7 మరియు 10 మంది సభ్యులను కలిగియుంటుంది.

(ii) వారికి రెండవ ఎంపిక రూఢివిలువ కనుగొనాల చాలా ఎక్కువ ఆవృత్తి కలిగియున్న వీక్షణ 115cm దీనిని రూఢివిలువకు తీసుకోవచ్చు.

7 మంది విద్యార్థుల ఎత్తు రూఢివిలువ కంటే తక్కువ ఉంది. 10 మంది విద్యార్థుల ఎత్తు రూఢివిలువకు సమానంగా ఉంది మరియు రూఢివిలువ కంటే ఎక్కువవుంది. అందువలన మనం గుంపును సమానభాగాలుగా చెయడానికి సాధ్యంకాదు.

అందువలన, మనమిప్పుడు పర్యాయ ప్రాతినిధిక విలువ లేదా కేంద్రీయ ప్రవృత్తి కొలత గురించి ఆలోచిద్దాం. దీనిని చేయడానికి మనం పునః దత్తాంశ విద్యార్థుల ఎత్తులను (cmలలో) గమనిద్దాం.

ఎత్తులను ఆరోహణాక్రమంలో కిందివిధంగా రాద్దాం.

101, 102, 106, 109, 110, 112, 115, 115, 115, 115, 115, 117, 120, 120, 123, 125.

ఈ దత్తాంశంలో మధ్యవిలువ 115 ఎందుకనగా విలువ విద్యార్థులను ప్రతిదానిలో 8 మంది విద్యార్థులుండునట్లు రెండు గుంపులుగా విభజిస్తుంది. ఈ విలువను మధ్యాంకం అంటారు. మధ్యాంకం దత్తాంశాల మధ్యలోగల విలువను సూచిస్తుంది. (ఆరోహణ లేదా అవరోవాణ క్రమంలో అమర్చినప్పుడు) అలాగే సగం దత్తాంశాలు ఆ విలువ కంటే ఎక్కువ మరియు ఇంకా సగం దత్తాంశాలు ఆ విలువంకటే తక్కువ ఉంటాయి వ్యాయామ ఉపాధ్యాయులు మధ్యగల విద్యార్థిని ఆటలో రెఫ్రీగా ఉండునట్లు నిర్ధారిస్తారు.

ఇక్కడ మనం కేవలం బేసి సంఖ్య వీక్షణలుగల సందర్భాలను మాత్రమే పరిగణిస్తాం. దీనివలన ఇచ్చిన దత్తాంశాలను ఆరోహణ లేదా అవరోవణ క్రమంలో అమర్చినప్పుడు మధ్యాంకం, మధ్యగల వీక్షణను మనకిస్తుంది.

మనకు సామాన్యంగా మధ్యాంకం మరియు రూఢివిలువ ఒకే విలువ లభించదు. సామాన్యంగా ఈ సూచన, మధ్యాంకం మరియు రూఢీవిలువలకు ఒకే సమానమైన విలువను మనం పొందలేము అనునది గమనించండి. సరాసరి మధ్యాంకం మరియు రూఢివిలువలు సంఖ్యలైయుండి, అవి ఒక యొక్క వీక్షణలు లేదా దత్తాంశాల ప్రాతినిధిక విలువలుగా ఉంటాయి. అవి దత్తాంశాల గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ వీక్షణలు ఉంటాయి. వాటిని కేంద్రీయ ప్రవృత్తి కొలతలు అనికూడా అంటారు.

వీటిని ప్రయత్నించండి.

మీ స్నేహితుడు ఇచ్చిన దాత్తాంశాలకు మధ్యాంకం మరియు రూఢివిలువ కనుగొని. మీ స్నేహితుని ఎత్తులో దోషమున్నచో, సరిచేసి వివరించండి.

35, 32, 35, 42, 38, 32, 34.

మధ్యాంకం = 42, రూఢివిలువ = 32.

ఉదాహరణ 7 : ఈ దత్తాంశాలకు మధ్యాంకం కనుగొనండి : 24, 36, 46, 17, 18, 25, 35.

సాధన : మనం దత్తాంశాలను ఆరోహణా క్రమంలో అమర్చినప్పుడు 17, 18, 24, 25, 35, 36, 46. అవుతుంది. మధ్యాంకం మధ్యగల వీక్షణ అందువలన 25 మధ్యాంకం అవుతుంది.

అభ్యాసం 3.2

1. గణితంలో 15 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు (25కు) కిందివిధంగా ఉన్నాయి.

   19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20.

   ఈ దత్తాంశాలకు సరాసరి మరియు మధ్యాంకం కనుగొనండి. అవిరెండూ ఒకటే అయ్యాయా?

2. 11 మంది ఆటగాళ్ళు ఒక క్రికెట్ పందెంలో పొందిన రన్‌లు కిందివిధంగా ఉన్నాయి.

   6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15.

   ఈ దత్తాంశాల సరాసరి మధ్యాంకం మరియు రూఢివిలువ కనుగొనండి ఈ మూడు ఒకటే అయ్యాయా?

3. ఒక తరగతిలోని 15 విద్యార్థుల బరువు (kgలలో) ఇలా ఉన్నాయి 38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47.

   (i) ఈ దత్తాంశంలోని రూఢివిలువ మరియు మధ్యాంకాన్ని కనుగొనండి.

   (ii) ఒకదాని కంటే ఎక్కువ రూఢివిలువ ఉందా?

4. ఈ దత్తాంశాల మధ్యాంకం మరియు రూఢివిలువ కనుగొనండి.

   13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14.

5. వ్యాఖ్యానాలు సరి లేదా తప్పో తెల్పండి.

   (i) రూఢివిలువ ఎల్లప్పుడూ దత్తాంశాలలోగల ఒక సంఖ్య అవుతుంది.

   (ii) సరాసరి దత్తాంశపు ఒక సంఖ్య అవుతుంది.

   (iii) మధ్యాంకం ఎల్లప్పుడూ దత్తాంశాలలోగల ఒక సంఖ్యగావుంటుంది.

   (iv) 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9 ఈ దత్తాంశాల సరాసరి 9 అవుతుంది.

3.8 వివిధ ఉద్దేశాలకొరకు దిమ్మ చిత్రం (స్తంభలేఖ) ఉపయోగం

వెనుకటి సంవత్సరం మనం సేకరించిన వివరాలను ముందుగా ఆవృత్తి వితరణా పట్టికలో ఎలా అమర్చవచ్చో. తరువాత ఈ వివరాలను దిమ్మచిత్రం లేదా స్తంభలేఖ రూపంలో ప్రాశ్యికంగా చూపడాన్ని నేర్చుకున్నాం. మీరు దిమ్మ చిత్రాలను గమనించి, దత్తాంశాల గురించి వివరాలు పొందవచ్చు. దిమ్మ చిత్రాల ఆధారంగా మీరు వివరాలు కూడా పొందవచ్చు.

ఉదాహరణకు : దిమ్మలు ఆవృత్తిని ప్రతినిధించినచో, రాశివిలువ చాలా పెద్ద స్తంభం (దిమ్మ) అని మీరు చెప్పవచ్చు.

3.8.1 స్కేలు (ప్రమాణం) ఎంచుకోవడం

మనకు తెలిసినట్లుగా, స్తంభలేఖ సమానమైన వెడల్పుగల స్తంభాలను ఉపయోగించిన సంఖ్యల నిరూపణయైయుండి. స్తంభాల పొడవులు ఆవృత్తిని మరియు మీరు ఎంచుకొన్న ప్రమాణం మీద ఆధారపడియుంటుంది. ఉదాహరణకు, స్తంభలేఖలో సంఖ్యలను ఏకమానంలో చూపాల్సినప్పుడు. ఆ లేఖలోని ఒక వీక్షణను ఒక ప్రమాణం పొడవును చూపుతుంది. సంఖ్యలను పదులులేదా వందలలో చూపాల్సినప్పుడు ఒక ప్రమాణం పొడవు 10 లేదా 100 వీక్షణలను చూపుతుంది. కింది ఉదాహరణలు పరిగణించండి.

ఉదాహరణ 8 : 6 మరియు 7వ తరగతిలోని 200 మంది విద్యార్థులకు వారికి ఇష్టమైన రంగు చెప్పమని మరియు వారి పాఠశాల భవనం ఏ రంగులో ఉందో నిర్ధారించమని అడగడమైంది. ఫలితాన్ని కింది పట్టికలో చూపబడినది. ఇచ్చిన దత్తాంశాలను స్తంభలేఖలో చూపండి.

ఇష్టమైన రంగు	ఎరుపు	ఆకుపచ్చ	నీలం	పసుపు	కేసరి
విద్యార్థుల సంఖ్య	**43**	**19**	**55**	**49**	**34**

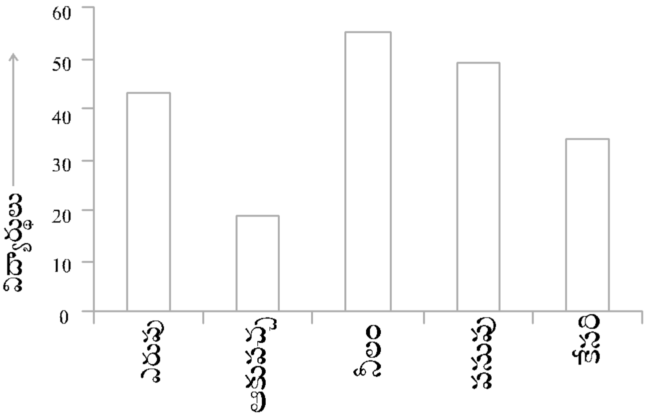
దిమ్మచిత్రం సహాయంతో కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) అధిక ప్రాధాన్యతనిచ్చిన రంగు మరియు తక్కువ ప్రాధాన్యతనిచ్చిన రంగు అయింది?

(ii) మొత్తం ఎన్ని రంగులున్నాయి? అవి ఏవి?

సాధన : కిందివిధంగా సరైన ప్రమాణాలను ఎన్నుకోండి.

ప్రమాణాన్ని '0'తో ప్రారంభించండి. దత్తాంశాలలో చాలాపెద్ద విలువ 55 అందువలన 55కంటె ఎక్కువ విలువకు ప్రమాణ ముగించండి. అనగా 60 కి పటం పొడవునా 10 ఎక్కువగా ఉండునట్లు సమానభాగాలను ఉపయోగించి మీకు తెలిసినట్లుగా అన్ని



దిమ్మలు 0 మరియు 60ల మధ్య ఉండునట్లు ఎక్కువ పొడవు లేకుండా ఎక్కువ చిన్నదిగా లేకుండా మనం ప్రమాణాలను ఎంచుకోవాలి. ఇక్కడ మనం 10 మంది విద్యార్థులకు 1 ప్రమాణంగా తీసుకొందాం.

మనం దిమ్మ చిత్రంనుండి నిర్ధారించునది ఏమిటంటే,

(i) అధిక ప్రాధాన్యతగల రంగు నీలం (ఎందుకనగా నీలం చూపుతున్న దిమ్మ/స్తంభం చాలా పొడవుగా ఉంది)

(ii) తక్కువ ప్రాధాన్యతగల రంగు ఆకుపచ్చ [ఎందుకనగా అకుపచ్చచూపుతున్న దిమ్మ చాలా చిన్నదిగా ఉంది]

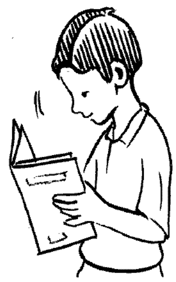
(iii) అక్కడ 5 రంగులున్నాయి, అవి ఎరుపు, ఆకుపచ్చ, నీలం, పసుపు మరియు కేసరి (వీటిని అడ్డ గీతమీద గమనిస్తున్నాం).

ఉదాహరణ 9 : ఒక తరగతిలోని 6 మంది విర్యార్థులు పొందిన మార్కులను (600కు) కిందివిధంగా ఇవ్వబడినవి. ఈ దత్తాంశాలను దిమ్మ చిత్రం ద్వారా చూపండి.

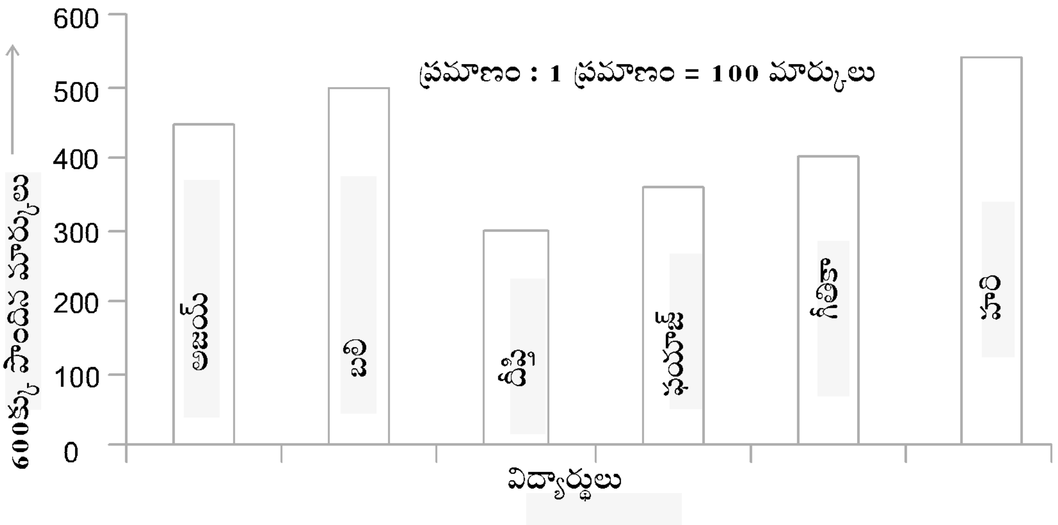
విద్యార్థులు	అజయ్	బలి	దీప్తి	ఫయాజ్	గీతికా	హరి
పొందిన మార్కులు	**450**	**500**	**300**	**360**	**400**	**540**

సాధన :

(i) ఒక సరైన ప్రమాణాన్ని తీసుకోవడానికి మనం 100 అంత ఎక్కువ ఉండునట్లు సమాన భాగాలను చేస్తాం ఇదేవిధంగా 1 ప్రమాణం 100 మార్కులను చూపునట్లు ప్రతినిధిస్తుంది. (1 ప్రమాణం 10 మార్కులను ప్రతినిధించునట్లు ఎంచుకొన్నచో కలిగే సమస్య ఏమిటి?)



(ii) ఇప్పుడు దత్తాంశాలను దిమ్మచిత్రంలో గుర్తించండి.



ద్విదిమ్మిచిత్రం నిర్మించడం

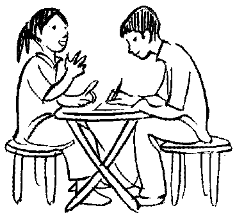
అబర్డీన్ మరియు మార్గెట్ అను రెండు నగరాలలో ఏడాదిలోని అన్ని 12 నెలలలో గోచరించు వెలుగు/కాంతి సరాసరి గంటలు మరియు ఇచ్చిన వాటిని గమనించండి. ఈ నగరాలు దక్షిణ ధృవ సమీపంలో ఉన్నాయి మరియు ప్రతిరోజు కేవలం కొన్ని గంటలు మాత్రమే వెలునును/కాంతి కలిగియుంటాయి,

మార్గెట్												
	జ	ఫి	మా	ఏ	మే	జూ	జు	ఆ	సె	అ	న	డి
సరాసరి సూర్యకాంతి (గంటలలో)	2	$3\frac{1}{4}$	4	4	$7\frac{3}{4}$	8	7	$7\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{4}$	4	2
అబర్డీన్												
సరాసరి సూర్యకాంతి (గంటలలో)	$1\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	3	$1\frac{3}{4}$

ప్రత్యేక దిమ్మ చిత్రాలు నిర్మించండి. మీరు కింద ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వవచ్చు.

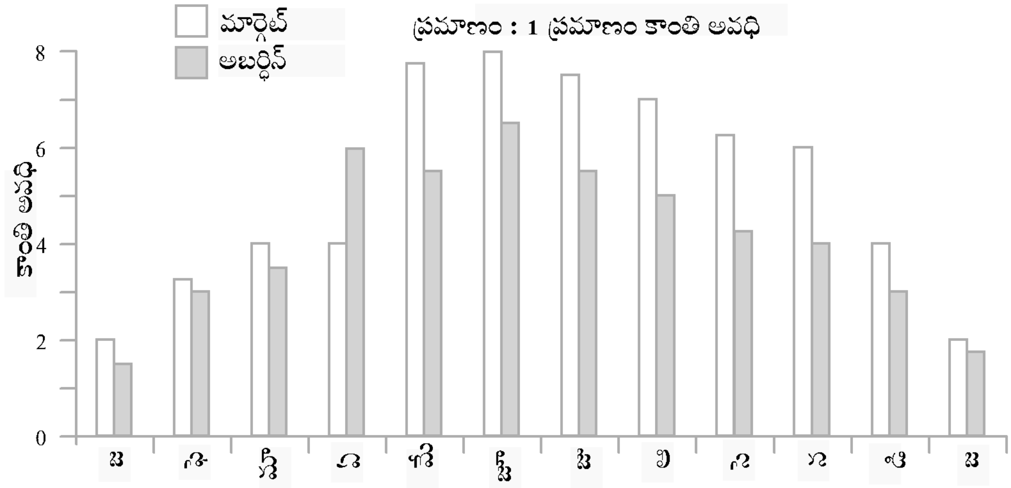
(i) ప్రతి నగరం ఏ నెలలో గరిష్ట సూర్యనికాంతిని కలిగియుంది?

(ii) ప్రతి నగరం ఏ నెలలో కనిష్ట సూర్యనికాంతిని కలిగియుంది.



''ఒక నిర్దిష్ట నెలతో ఏ నగరం ఎక్కువ గంటలు సూర్యకాంతి కలిగివుంది.'' ఇలాంటి ప్రశ్నలకు జవాబివ్వడానికి మనం రెండు నగరాల సరాసరి సూర్యకాంతిని గంటలలో పోల్చవలసిన అవసరం ఉంది. దీనిని తెలుసుకోవడానికి ద్విదిమ్మ చిత్రాన్ని నిర్మించడం నేర్చుకోవాలి. అది రెండు నగరాల జతజతలోనే వివరాలనిస్తుంది. ఈ దిమ్మ చిత్రం (ఆకృతి 3.1) రెండు నగరాల సూర్యకాంతి గంటల సరాసరిని చూపుతుంది.

ప్రతి నెలకు రెండు దిమ్మ చిత్రాలు ఉన్నాయి. వాటి ఎత్తు ప్రతినెల సరాసరి సూర్యకాంతిని గంటలలో చూపుతుంది. దీనివలన మనం ఏమి ఏప్రిల్ నెల వదిలి అబర్డీన్ కంటే మార్గెట్‌లో ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువవగలు ఉం టుంది. ఈ విధమైన దిమ్మ చిత్రాన్ని మీ నగరం లేదా స్థలానికి ఒకటిగా గీయవచ్చు.



మనమిప్పుడు మనకు ఎక్కువగా సంబంధించిన ఒక ఉదాహరణను గమనిద్దాం.

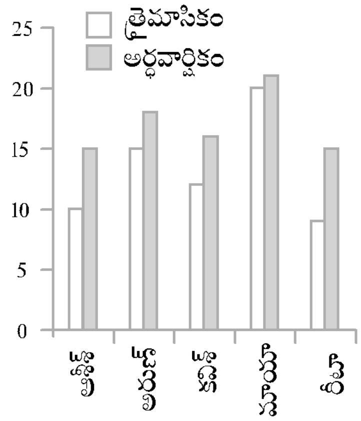
ఉదాహరణ 10: ఒక గణిత ఉపాధ్యాయుడు త్రైమాసిక పరీక్షల తరువాత వారు ఉపయోగించిన నూతన బోధనా తంత్రం పరిణామకారి అయిందా లేదా కాలేదా అని తెలుసుకోవాలనుకున్నారు. వారు త్రైమాసిక పరీక్షలో (25కు) మరియు అర్ధవార్షిక పరీక్షలో (25కు) అభ్యసనంలో అత్యంత వెనుకబడిన 5 మంది విద్యార్థుల మార్కులను తీసుకొన్నారు.

విద్యార్థులు	ఆశీశ్	అరుణ్	కవిశ్	మాయా	రీటా
త్రైమాసికం	10	15	12	20	9
అర్ధవార్షికం	15	18	16	21	15

సాధన: వారు ద్విదిమ్మ చిత్రాన్ని గీచారు. చాలా మంది విద్యార్థులు గమనార్హమైన ప్రగతిని సాధించడం గమనిస్తారు. ఉపాధ్యాయుడు నూతనా బోధనా తంత్రాలను కొనసాగించునట్లు నిర్ధారించాడు.

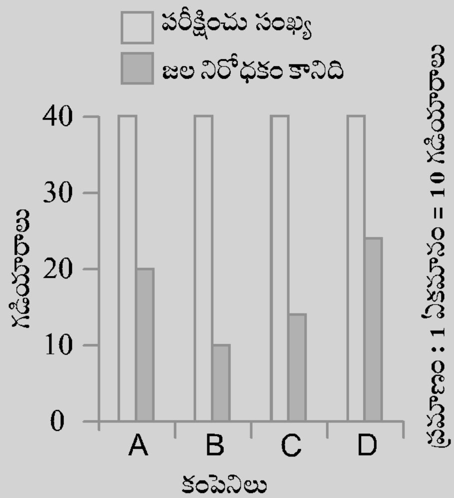
ద్విదిమ్మ చిత్రం ఉపయోగించు ఇంకా కొన్ని సందర్భాలను మీరు ఆలోచించగలరా?

ప్రమాణం 1 యూనిట్ = 5 మార్కులు



వీటిని ప్రయత్నించండి.

1. దిమ్మచిత్రం (ఆకృతి 3.2)లో వివిధ కంపెనీలు తయారుచేసిన జల నిరోధక గడియారాలను పరీక్షించు సమీక్షా ఫలితాలను చూపుతున్నది. ప్రతి కంపెని తమ గడియారాలు జలనిరోధకం అని హక్కు సాధించారు. ఒక పరీక్ష తరువాత కిందివిధంగా ఫలితం బహిర్గతం చేయబడింది.



(a) జల నిరోధకంకాని గడియారాల సంఖ్యకూ ప్రతి కంపెని నుండి పరీక్షించబడిన గడియారాల సంఖ్యకూ గల భిన్నాలను మీరు కనుగొనగలరా?

(b) వీటి ఆధారంగా ఏ కంపెని ఉత్తమ గడియారాలు పొందియుందో మీరు చెప్పగలరా?

2. 1995, 1996, 1997 మరియు 1998లో అమ్మకమైన ఇంగ్లీష్ మరియు హింది పుస్తకాల వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

సంవత్సరాలు	1955	1996	1997	1998
ఇంగ్లీష్	350	400	450	620
హింది	500	525	600	650

ద్విదిమ్మచిత్రం నిర్మించి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(a) ఏ సంవత్సరంలో రెండు భాషల పుస్తకాలు చాలా తక్కువ అమ్ముడుపోయాయి?

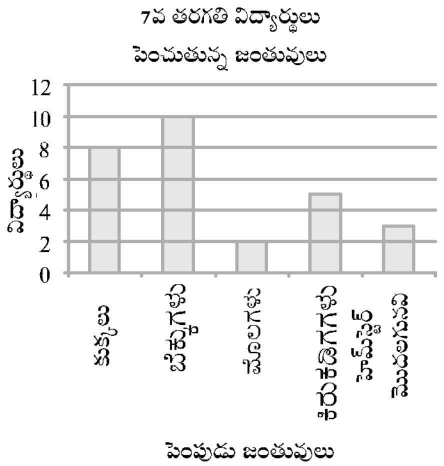
(b) ఇంగ్లీష్ పుస్తకాల అవసరం వేగంగా పెరిగిందని మీరు చెప్పగలరా? సమర్థించండి.

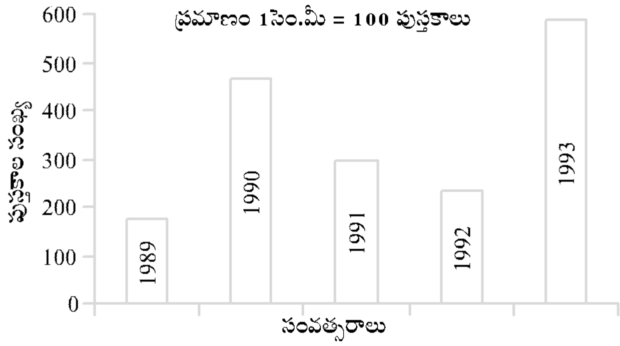
అభ్యాసం 3.3

1. దిమ్మ చిత్రం (చిత్రం 3.3) ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

   (a) చాలా ప్రసిద్దిచెందిన పెంపుడు జంతువు ఏది?

   (b) ఎంతమంది విద్యార్థులు కుక్కను పెంపుడు జంతువుగా కలిగియున్నారు?





చిత్రం 3.4

చిత్రం 3.3

2. దిమ్మ చిత్రాల (చిత్రం 3.4) గమనించండి. అది వరుసగా 5 సంవత్సరాలలో ఒక పుస్తకాల అంగడిళ్ళలో అమ్మకమైన పుస్తకాల సంఖ్యను చూపుతున్నది. కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) **1989, 1990, 1992,** లో సుమారు ఎన్ని పుస్తకాలు అమ్ముడుపోయాయి?

(ii) ఏ సంవత్సరంలో 475 పుస్తకాలు అమ్ముడుపోయాయి? మరియు ఏ సంవత్సరంలో సుమారు 225 పుస్తకాలు అమ్ముడుపోయాయి?

(iii) ఏ సంవత్సరాలలో సుమారు అమ్ముడుపోయిన పుస్తకాలు 250 కంటే తక్కువ?

(iv) **1989**లో అమ్ముడుపోయిన పుస్తకాలను మీరు ఎలా అందాజు చేయగలరో వివరించగలరా?

3. వివిధ రకాల ఆరు తరగతులలోని విద్యార్థుల సంఖ్యను కింద ఇవ్వబడినవి. దత్తాంశాలను దిమ్మిచిత్రం మీదచూపండి.

తరగతి	5వ	6వ	7వ	8వ	9వ	10వ
విద్యార్థుల సంఖ్య	135	120	95	100	90	80

(a) మీరు ప్రమాణాన్ని (స్కేల్) ఎలా ఎంచుకొంటారు?

(b) కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) ఏ తరగతిలో గరిష్ట సంఖ్యలో విద్యార్థులున్నారు? ఏ తరగతిలో కనిష్ట సంఖ్యలో విద్యార్థులున్నారు?

(ii) 6వ తరగతి విద్యార్థుల సంఖ్యకూ 8వ తరగతి విద్యార్థుల సంఖ్యకూ గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

4. 1వ సెమిస్టర్ మరియు 2వ సెమిస్టర్‌లలో విద్యార్థుల సాధనను ఇవ్వబడినది. సరైన ప్రమాణం/స్కేల్‌ను ఎంచుకొని ద్విదిమ్మచిత్రం నిర్మించి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

విషయం	ఇంగ్లీష్	హింది	గణితం	విజ్ఞానం	సమాజ విజ్ఞానం
1వ సెమిస్టర్ (గ.మా.100)	67	72	88	81	73
2వ సెమిస్టర్ (గ.మా.100)	70	65	95	85	75

(i) ఏ విషయంలో విద్యార్థి తన ప్రగతిని అత్యుత్తమంగా సాధించాడు?

(ii) విషయంలో సాధన కనిష్ఠ స్థాయి ప్రగతి అయింది?

(iii) ఏదైనా విషయంలో సాధన చాలామటుకు తక్కువయిందా?

5. ఒక కాలని యొక్క సమీక్షనుండి సేకరించబడిన దత్తాంశాలను గమనించండి.

ఇష్టమైన క్రీడ	క్రికెట్	బాస్కెట్‌బాల్	ఈత	హాకి	అథ్లేటిక్స్
చూడటం	1240	470	510	430	250
పాల్గొనడం	620	320	320	250	105

(i) సరైన ప్రమాణం ఎంచుకొని ద్విదిమ్మచిత్రం నిర్మించండి.
మీరు దిమ్మచిత్రం నుండి ఏమేమి తీర్మానించగలరు?

(ii) చాలా ప్రసిద్ధిచెందినది క్రీడ ఏది?

(iii) దేనికి ఎక్కువ ప్రాధాన్యత ఇవ్వబడినది, వీక్షించడం లేదా పాల్గొనడం?

6. ఈ అధ్యాయం ప్రారంభంలో ఇచ్చిన వివిధ నగరాల గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతలు తయారుచేయు దత్తాంశాలను (పట్టిక 3.1) తీసుకోండి. ఈ దత్తాంశాలను ఉపయోగించి దిమ్మచిత్రం నిర్మించి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

(i) ఇచ్చిన తేదీలో ఏ నగరంలోని కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత మరియు గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతలోగల వ్యత్యాసం చాలా ఎక్కువ ఉంది?

(ii) చాలా ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రతగల నగరం మరియు చాలా తక్కువ ఉష్ణోగ్రతగల నగరం ఏది?

(iii) ఒకదాని గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత మరొకదాని కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత కంటే తక్కువగల రెండు నగరాలను పేర్కొనండి.

(iv) కనిష్ఠ మరియు గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతల వ్యత్యాసం చాలా తక్కువ కలిగియున్న నగరాన్ని పేర్కొనండి.

3.9 అవకాశం మరియు సంభవనీయత

వీటిని ప్రయత్నించండి.

ఖచ్చితంగా సంభవించు సాధ్యమేలేని కావచ్చు లేదా కాకుండా ఉండదగు అనగా అయ్యే అవకాశం కొద్దిగా ఉంది అనే కొన్ని సందర్భాలను ఆలోచించి, ప్రతిదానికి కనిష్టం 3 ఉదాహరణలు పట్టీ చేయండి.

మన నిత్యజీవితంలో ఈ పదాలను సాధారణంగా వింటుంటాం. ఒక్కొక్కసారి వర్షం కురిసే అవకాశం ఉండదు మరియు అదేవిధంగా భారతదేశం ప్రపంచ కప్ – గెలిచే సంభవనీయత అవకాశం ఉంది అని చెప్పుతుంటాం. కొంచెం ఎక్కువగా ఈ పదాలను అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిద్దాం, ఈ వ్యాఖ్యానాలను పరిగణించండి.

(i) సూర్యుడు పశ్చిమనుండి పైకివెళ్ళడం.

(ii) ఒక చీమ 3 మీ. ఎత్తు పెరగడం.

(iii) మీరు ఎక్కువ ఘనపరిమాణం కలిగిన ఒక ఘనమును తీసుకొన్నచో దాని అంచు పొడవునా ఎక్కువగావుంటుంది.

(iv) మీరు ఎక్కువ వైశాల్యంగల వృత్తం తీసుకొన్నచో, దాని వ్యాసార్థం కూడా ఎక్కువగావుంటుంది.

(v) భారతదేశ. తరువాతి టెస్ట్ సరళి గెలవడం.

పైన ఇచ్చిన వ్యాఖ్యానాలను చూసినప్పుడు సూర్యుడు పశ్చిమం నుండి పైకి వెళ్ళడం అనునది ఒక చీమ 3 మీ ఎత్తు పెరగడంకూడా అసాధ్యం అని మీరు చెప్పుతారు. మరొకవైపు ఎక్కువ వైశాల్యం కలిగియున్న వృత్త వ్యాసార్థం ఖచ్చితంగా ఎక్కువగా ఉంటుంది. అదేవిధంగా ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగియున్న ఘనపు అంచుపొడవు ఎక్కువగా ఉంటుందని మీరు చెప్పవచ్చు. మరొవైపు భారతదేశం తరువాతి టెస్ట్ సరళి గెలువవచ్చు లేదా ఓడిపోవచ్చు రెండు కూడా సాధ్యమే.

3.9.1 అవకాశం

మీరు ఒక నాణెమును ఎగురవేసినప్పుడు ఏది పైన కనబడుతుంది అనేదానిని ఎల్లప్పుడూ సరిగ్గా ఊహించగలరా? ఒక నాణెమును ఎగురవేయండి మరియు ప్రతిసారి ఫలితాలను ఊహించి, మీ పరిశీలనలను కింది పట్టికలో రాయండి.

నాణెం ఎగురవేసిన సంఖ్య	ఊహించిన ఫలితాలు	వచ్చిన ఫలితాలు

దీనిని **10** సార్లు చేయండి. పొందిన ఫలితాలను గమనించండి. మీరు వాటిలో ఒక విన్యాసాన్ని చూడగలరా? ప్రతి బొమ్మ తరువాత మీరు ఏమేమి పొందుతారు? మీరు ప్రతిసారి కూడా బొమ్మ పొందవచ్చా? ఇంకా **10** సార్లు నాణెమును ఎగురవేసి ఫలితాలను పట్టికలో నమోదుచేయండి.

పొందిన ఫలితాలను ఏదైనా విన్యాసం స్పష్టమైన దానిని చూపదు అని మీరు తెలుసుకుంటారు. సుశీల మరియు సల్మానుండి **25** సార్లు నాణెం ఎగురవేసినప్పుడు వచ్చేడి ఫలితాలను పట్టిక రూపంలో ఇవ్వబడినవి. ఇక్కడ H బొమ్మను ప్రతినిధించినచో, T బొరుసు ప్రతినిధిస్తుంది.

సంఖ్యలు	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ఫలితాలు	H	T	T	H	T	T	T	H	T	T	H	H	H	H	H
సంఖ్యలు	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
ఫలితాలు	T	T	H	T	T	T	T	T	T	T					

ఈ దత్తాంశాలు మనకు ఏమి తెలుపుతున్నాయి? బొమ్మ మరియు బొరుసుకు మీరొక విన్యాసం ఊహించగలరా? బొమ్మ లేదా బొరుసు పైన కనబడుటకు నిర్దిష్టమైన స్పష్ట విన్యాసం ఉండదు. మీరు ప్రతిసారి నాణెమును ఎగురవేసినప్పుడు ఫలితాలు బొమ్మ లేదా బొరుసు అయివుండవచ్చు. ఒక నిర్దిష్టంగా ఎగుర వేసినప్పుడు వాటిలో ఏదైన ఒకదానిని మీరు దడం ఒక అవకాశంగా ఉంటుంది.

పై దత్తాంశాలలో బొమ్మల సంఖ్య మరియు బొరుసుల సంఖ్యను లెక్కించండి. నాణెమును ఇంకా కొన్నిసార్లు ఎగురవేసి మీరు పొందిన ఫలితాలను నమోదు చేయండి. మీరు బొమ్మ పొందు మొత్తం సంఖ్య మరియు బొరుసులు పొందు మొత్తం సంఖ్య కనుగొనండి.

మీరు ఒక పాచిక ఆట ఆడియుండవచ్చు పాచిక **6** ముఖాలనుకలిగియుంటుంది: మీరు పాచికను దొర్లించినప్పుడు పొందదగు సంఖ్యను మీరు ఊహించగలరా? లూడూ లేదా పాము మరియు నిచ్చెన ఆట ఆట్లాడేనప్పుటు ఒక దొర్లింపులో మీరు నిర్దిష్టమైన ఫలితం పొందడానికి అపేక్షించియుండవచ్చు.

మీ కోరిక ప్రకారమే ఎల్లప్పుడు పాచిక ఫలితం ఇస్తుందా ఒక పాచికను తీసుకొని **150** సార్లు దొర్లించండి. దత్తాంశాలను కింది పట్టికలో నింపండి.

పాచిక మీదగల సంఖ్య	సరిచూడు గుర్తులు	ఇది సంభవించిన సంఖ్య
1		
2		

మీరు ప్రతిసారి పొందిన ఫలితాలను సరైన సంఖ్యకు ఎదురుగా సరిచూడు గుర్తులను వేయం డి. ఉదాహరణకు, మొదటి దొర్లింపులో మీరు 5ను పొందుతారు. 5కు ముందు ఒక సరిచూడు గుర్తును