સ્વાધ્યાય 14.3

1. નીચેનું આવૃત્તિ વિતરણ એક વિસ્તારમાં 68 ગ્રાહકોનો માસિક વીજવપરાશ આપે છે. આ માહિતીનો મધ્યસ્થ, મધ્યક અને બહુલક શોધો અને તેમને સરખાવો.

માસિક વપરાશ (એકમમાં)	ગ્રાહકોની સંખ્યા
65 - 85	4
85 - 105	5
105 - 125	13
125 - 145	20
145 - 165	14
165 - 185	8
185 - 205	4

જ. **મધ્યક :**

માસિક વપરાશ (એકમમાં)	ગ્રાહકોની સંખ્યા (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
65 – 85	4	75	−60	−3	−12
85 – 105	5	95	−40	−2	−10
105 – 125	13	115	−20	−1	−13
125 – 145	20	135 = a	0	0	0
145 – 165	14	155	20	1	14
165 – 185	8	175	40	2	16
185 – 205	4	195	60	3	12
કુલ	**68**				**7**

કોષ્ટક પરથી $\sum f_i = 68$, $\sum f_i u_i = 7$, $a = 135$ અને $h = 20$ કિંમતો મળે છે.

$\therefore\ \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h$

$\therefore\ \bar{x} = 135 + \left(\frac{7}{68}\right) \times 20$

$\therefore\ \bar{x} = 135 + 2.058$

$\therefore\ \bar{x} = 137.058 = 137.06$

મધ્યક સૂચવે છે કે ગ્રાહકોનો સરેરાશ માસિક વીજવપરાશ 137.06 એકમ છે.

બહુલક :

બહુલક વર્ગ $= 125 - 145$

વર્ગ લંબાઈ $= 20$

બહુલક વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 125$

બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ $(f_1) = 20$

બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ $(f_0) = 13$

બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ $(f_2) = 14$

$\therefore$ બહુલક $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore$ બહુલક $= 125 + \left(\frac{20 - 13}{2(20) - 13 - 14}\right) \times 20$

$\therefore$ બહુલક $= 125 + \left(\frac{7}{40 - 27}\right) \times 20$

$\therefore$ બહુલક $= 125 + \left(\frac{7}{13}\right) \times 20$

$\therefore$ બહુલક $= 125 + \frac{140}{13}$

$\therefore$ બહુલક $= 125 + 10.76$

$\therefore$ બહુલક $= 135.76$

બહુલક સૂચવે છે કે ગ્રાહકોનો મહત્તમ માસિક વીજવપરાશ 135.76 એકમ છે.

મધ્યસ્થ :

માસિક વપરાશ (એકમમાં)	ગ્રાહકોની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
65 – 85	4	4
85 – 105	5	$4 + 5 = 9$
105 – 125	13	$9 + 13 = 22$
125 – 145	20	$22 + 20 = 42$
145 – 165	14	$42 + 14 = 56$
165 – 185	8	$56 + 8 = 64$
185 – 205	4	$64 + 4 = 68$
કુલ	**68**	

હવે, $n = 68$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$. આ અવલોકન વર્ગ $125 - 145$ માં છે. તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 125 - 145$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 20$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 125$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 20$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 22$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right) \times 20$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 125 + \frac{12}{20} \times 20$

∴ મધ્યસ્થ $= 125 + 12$

∴ મધ્યસ્થ $= 137$

મધ્યસ્થ સૂચવે છે કે 50% ગ્રાહકોનો માસિક વીજવપરાશ 137 એકમ કરતાં ઓછો છે અને 50% ગ્રાહકોનો માસિક વીજવપરાશ 137 એકમ કરતાં વધુ છે.

અહીં, ત્રણેય મધ્યવર્તી સ્થિતિમાન ના માપ મધ્યક, બહુલક અને મધ્યસ્થ અનુક્રમે 137.06, 135.76 અને 137 એ એક જ વર્ગમાં રહેલા છે.

2. **જો નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ નો મધ્યસ્થ 28.5 હોય, તો x અને y નાં મૂલ્યો શોધો :**

વર્ગ-અંતરાલ	આવૃત્તિ
0 - 10	5
10 - 20	x
20 - 30	20
30 - 40	15
40 - 50	y
50 - 60	5
કુલ	**60**

જ.

વર્ગ–અંતરાલ	આવૃત્તિ (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
0 – 10	5	5
10 – 20	x	$5 + x$
20 – 30	20	$20 + 5 + x = 25 + x$
30 – 40	15	$15 + 25 + x = 40 + x$
40 – 50	y	$y + 40 + x = 40 + x + y$
50 – 60	5	$5 + 40 + x + y = 45 + x + y$
કુલ	**60**	

હવે, $n = 60$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$. આ અવલોકન વર્ગ $125 - 145$ માં છે. તેથી,

$45 + x + y = 60 \Rightarrow x + y = 60 - 45 \Rightarrow x + y = 15 \dots\dots\dots (1)$

મધ્યસ્થ = 28.5

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 20 - 30$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 10$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 20$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 20$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 5 + x$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore\ 28.5 = 20 + \left(\frac{\frac{60}{2} - (5 + x)}{20}\right) \times 10$

$\therefore\ 28.5 - 20 = \left(\frac{30 - 5 - x}{20}\right) \times 10$

$\therefore\ 8.5 = \frac{25 - x}{2}$

$\therefore\ 8.5 \times 2 = 25 - x$

$\therefore\ 17 = 25 - x$

$\therefore\ x = 25 - 17$

$\therefore\ x = 8$

સમીકરણ (1) માં $x = 8$ મૂકતાં,

$\therefore x + y = 15$

$\therefore 8 + y = 15$

$\therefore y = 15 - 8$

$\therefore y = 7$

તેથી, $x = 8$ અને $y = 7$ મળશે.

3. એક જીવનવીમા એજન્ટે, 100 પોલિસીધારકોની ઉંમર માટે નીચેનું વિતરણ પ્રાપ્ત કર્યું. જેમની ઉંમર 18 વર્ષથી વધુ, પરંતુ 60 વર્ષથી ઓછી હોય તેવી જ વ્યક્તિઓને પોલિસીઓ આપવામાં આવી હોય, તો તેમની મધ્યસ્થ ઉંમર શોધો.

ઉંમર (વર્ષમાં)	પૉલિસીધારકોની સંખ્યા
20 થી ઓછી	2
25 થી ઓછી	6
30 થી ઓછી	24
35 થી ઓછી	45
40 થી ઓછી	78
45 થી ઓછી	89
50 થી ઓછી	92
55 થી ઓછી	98
60 થી ઓછી	100

જ. અહીં આપેલું આવૃત્તિ વિતરણ 'થી ઓછા પ્રકાર' નું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ છે. તેથી આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ આપી શકાય.

ઉંમર (વર્ષમાં)	પોલિસીધારકોની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
18 – 20	2	2
20 – 25	$6-2=4$	6
25 – 30	$24-6=18$	24
30 – 35	$45-24=21$	45
35 – 40	$78-45=33$	78
40 – 45	$89-78=11$	89
45 – 50	$92-89=3$	92
50 – 55	$98-92=6$	98
55 – 60	$100-98=2$	100
કુલ	**100**	

હવે, $n = 100$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$ કરતાં મોટું અવલોકન (78) વર્ગ $35 - 40$ માં છે. તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 35 - 40$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 5$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 35$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 78$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 45$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 45}{33}\right) \times 5$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35 + \left(\frac{50 - 45}{33}\right) \times 5$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35 + \frac{5}{33} \times 5$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35 + \frac{25}{33}$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35 + 0.76$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 35.76$

તેથી, પોલિસીધારકોની મધ્યસ્થ ઉંમર 35.76 વર્ષ છે.

4. **એક છોડનાં 40 પાંદડાઓની લંબાઈ ખૂબજ નજીકના મિલીમીટર સુધી માપવામાં આવી અને મેળવેલ માહિતી નીચેનાં કોષ્ટકમાં દર્શાવી છે :**

લંબાઈ (મિમીમાં)	પાંદડાંઓની સંખ્યા
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

પાંદડાઓની મધ્યસ્થ લંબાઈ શોધો.

જ. અહીં આપેલું આવૃત્તિ વિતરણ સતત નથી તેથી તેને સતત આવૃત્તિ વિતરણમાં ફેરવવા માટે અધ:સીમામાંથી 0.5 બાદ કરીશું અને ઊર્ધ્વસીમા માં 0.5 ઉમેરીશું.

લંબાઈ (મિમીમાં)	**પાંદડાઓની સંખ્યા (f_i)**	**સંચયી આવૃત્તિ (cf)**
117.5 – 126.5	3	3
126.5 – 135.5	5	$3 + 5 = 8$
135.5 – 144.5	9	$9 + 8 = 17$
144.5 – 153.5	12	$12 + 17 = 29$
153.5 – 162.5	5	$5 + 29 = 34$
162.5 – 171.5	4	$4 + 34 = 38$
171.5 – 180.5	2	$2 + 38$
કુલ	**40**	

હવે, $n = 40$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ કરતાં મોટું અવલોકન (29) વર્ગ $144.5 - 153.5$ માં છે. તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 144.5 - 153.5$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 9$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 144.5$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 12$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 17$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 144.5 + \left(\frac{\frac{40}{2} - 17}{12}\right) \times 9$$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 144.5 + \left(\frac{20-17}{12}\right) \times 9$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 144.5 + \left(\frac{3}{12}\right) \times 9$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 144.5 + \frac{9}{4}$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 144.5 + 2.25$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 146.25$

તેથી, પાંદડાઓની મધ્યસ્થ લંબાઈ 146.25 મિમી છે.

5. નીચેનું કોષ્ટક 400 નિયોન ગોળાઓના આયુષ્યનું આવૃત્તિ વિતરણ આપે છે :

આયુષ્ય (કલાકોમાં)	ગોળાની સંખ્યા
1500 - 2000	14
2000 - 2500	56
2500 - 3000	60
3000 - 3500	86
3500 - 4000	74
4000 - 4500	62
4500 - 5000	48

ગોળાઓના આયુષ્યનો મધ્યસ્થ શોધો.

જ.

આયુષ્ય (કલાકોમાં)	ગોળાઓની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
1500 – 2000	14	14
2000 – 2500	56	$14 + 56 = 70$
2500 – 3000	60	$70 + 60 = 130$
3000 – 3500	86	$130 + 86 = 216$
3500 – 4000	74	$216 + 74 = 290$
4000 – 4500	60	$290 + 62 = 352$
4500 – 5000	48	$352 + 48 = 400$
કુલ	**400**	

હવે, $n = 400$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{400}{2} = 200$ કરતાં મોટું અવલોકન (216) વર્ગ $3000 - 3500$ માં છે.

તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 3000 - 3500$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 500$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 3000$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 86$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 130$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3000 + \left(\frac{\frac{400}{2} - 130}{86}\right) \times 500$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3000 + \left(\frac{200 - 130}{86}\right) \times 500$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3000 + \frac{70}{86} \times 500$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3000 + \frac{35000}{86}$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3000 + 406.98$$

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ} = 3406.98$$

તેથી, ગોળાઓના આયુષ્યનો મધ્યસ્થ 3406.98 કલાક છે.

6. સ્થાનિક ટેલિફોન યાદીમાંથી 100 અટક યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવી અને અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોમાં અટકોમાં આવતા અક્ષરોની સંખ્યાનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ મેળવ્યું :

અક્ષરોની સંખ્યા	1 - 4	4 - 7	7 - 10	10 - 13	13 - 16	16 - 19
અટકોની સંખ્યા	6	30	40	16	4	4

અટકોમાં આવતા અક્ષરોનો મધ્યસ્થ શોધો. અટકોમાં આવતા અક્ષરોની સંખ્યાનો મધ્યક તેમજ બહુલક શોધો.

જ. મધ્યસ્થ

અક્ષરોની સંખ્યા	અટકોની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
1 – 4	6	6
4 – 7	30	$6 + 30 = 36$
7 – 10	40	$36 + 40 = 76$
10 – 13	16	$76 + 16 = 92$
13 – 16	4	$92 + 4 = 96$
16 – 19	4	$96 + 4 = 100$
કુલ	**100**	

હવે, $n = 100$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$ કરતાં મોટું અવલોકન (76) વર્ગ $7 - 10$ માં છે. તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 7 - 10$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 3$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 7$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 40$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 36$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 7 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 36}{40}\right) \times 3$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 7 + \left(\frac{50 - 36}{40}\right) \times 3$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 7 + \frac{14}{40} \times 3$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 7 + \frac{42}{40}$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 7 + 1.05$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 8.05$

તેથી, અક્ષરોનો મધ્યસ્થ 8.05 છે.

મધ્યક :

અક્ષરોની સંખ્યા	**અટકોની સંખ્યા (f_i)**	**મધ્યકિંમત (x_i)**	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
1 – 4	6	2.5	−9	−3	−18
4 – 7	30	5.5	−6	−2	−60
7 – 10	40	8.5	−3	−1	−40
10 – 13	16	11.5 = a	0	0	0
13 – 16	4	14.5	3	1	4
16 – 19	4	17.5	6	2	8
કુલ	**100**				**−106**

કોષ્ટક પરથી $\sum f_i = 100$, $\sum f_i u_i = -106$, $a = 11.5$ અને $h = 3$ કિંમતો મળે છે.

$\therefore\ \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h$

$\therefore\ \bar{x} = 11.5 + \left(\frac{-106}{100}\right) \times 3$

$\therefore\ \bar{x} = 11.5 - \frac{318}{100}$

$\therefore\ \bar{x} = 11.5 - 3.18$

$\therefore\ \bar{x} = 8.32$

તેથી, અક્ષરોનો મધ્યક 8.32 છે.

બહુલક

બહુલક વર્ગ $= 7 - 10$

વર્ગ લંબાઈ $= 3$

બહુલક વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 7$

બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ $(f_1) = 40$

બહુલક વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ $(f_0) = 30$

બહુલક વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ $(f_2) = 16$

$\therefore$ બહુલક $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore$ બહુલક $= 7 + \left(\frac{40 - 30}{2(40) - 30 - 16}\right) \times 3$

$\therefore$ બહુલક $= 7 + \left(\frac{10}{80 - 46}\right) \times 3$

$\therefore$ બહુલક $= 7 + \left(\frac{10}{34}\right) \times 3$

$\therefore$ બહુલક $= 7 + \frac{30}{34}$

$\therefore$ બહુલક $= 7 + 0.88$

$\therefore$ બહુલક $= 7.88$

તેથી, અક્ષરોનો બહુલક 7.88 છે.

7. નીચેનું વિતરણ એક ધોરણના 30 વિદ્યાર્થીઓનાં વજન આપે છે. વિદ્યાર્થીઓના વજનનો મધ્યસ્થ શોધો :

વજન (કિગ્રામાં)	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	2	3	8	6	6	3	2

જ. **મધ્યસ્થ**

વજન (કિગ્રામાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
40- 45	2	2
45 – 50	3	$2 + 3 = 5$
50 – 55	8	$5 + 8 = 13$
55 – 60	6	$13 + 6 = 19$
60 – 65	6	$19 + 6 = 25$
65 – 70	3	$25 + 3 = 28$
70 – 75	2	$28 + 2 = 30$
કુલ	**30**	

હવે, $n = 30$, તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$ કરતાં મોટું અવલોકન (19) વર્ગ $55 - 60$ માં છે. તેથી,

મધ્યસ્થ વર્ગ $= 55 - 60$

મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ $= 5$

મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા $(l) = 55$

મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ $(f) = 6$

મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ $(cf) = 13$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 55 + \left(\frac{\frac{30}{2} - 13}{6}\right) \times 5$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 55 + \left(\frac{15 - 13}{6}\right) \times 5$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 55 + \frac{2}{6} \times 5$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 55 + \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 55 + 1.67$$

$$\therefore \text{મધ્યસ્થ} = 56.67$$

તેથી, વજનનો મધ્યસ્થ 56.67 કિગ્રા છે.