

1. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\frac{e^x}{\sin x}$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow y &= \frac{e^x}{\sin x} \\
 x \text{ ને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં,} \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{\sin x} \right) \\
 &= \frac{\sin x \cdot \frac{d}{dx}(e^x) - e^x \cdot \frac{d}{dx}(\sin x)}{\sin^2 x} \\
 &\quad (\text{ભાગાકારનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં}) \\
 &= \frac{\sin x \cdot e^x - e^x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \\
 &= \frac{e^x (\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}, \text{ જ્યાં } x \neq n\pi, n \in \mathbb{I}.
 \end{aligned}$$

2. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $e^{\sin^{-1} x}$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow y &= e^{\sin^{-1} x} \\
 x \text{ ને સાપેક્ષ બંને બાજુ વિકલન કરતાં,} \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(e^{\sin^{-1} x} \right) \\
 &= e^{\sin^{-1} x} \cdot \frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) \quad (\text{chain rule ઉપયોગથી}) \\
 &= e^{\sin^{-1} x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
 &= \frac{e^{\sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}} \quad x \in (-1, 1)
 \end{aligned}$$

3. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : e^{x^3}

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow y &= e^{x^3} \\
 x \text{ ને સાપેક્ષ બંને બાજુ વિકલન કરતાં,} \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(e^{x^3} \right) \\
 &= e^{x^3} \cdot \frac{d}{dx} (x^3) \\
 &= e^{x^3} \cdot 3x^2 \\
 &= 3x^2 \cdot e^{x^3}
 \end{aligned}$$

4. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\sin(\tan^{-1} e^{-x})$

$$\Rightarrow y = \sin(\tan^{-1} e^{-x})$$

x ને સાપેક્ષ બંને બાજુ વિકલન કરતાં,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[\sin(\tan^{-1} e^{-x}) \right] \\ &= \cos(\tan^{-1} e^{-x}) \cdot \frac{d}{dx} (\tan^{-1} e^{-x}) \\ &= \cos(\tan^{-1} e^{-x}) \cdot \frac{1}{1+(e^{-x})^2} \cdot \frac{d}{dx} (e^{-x}) \\ &= \frac{\cos(\tan^{-1} e^{-x})}{1+e^{-2x}} \cdot e^{-x} \cdot \frac{d}{dx} (-x) \\ &= - \frac{e^{-x} \cdot \cos(\tan^{-1} e^{-x})}{1+e^{-2x}}\end{aligned}$$

(Chain rule નો ઉપયોગ કરતાં)

5. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\log(\cos e^x)$

➡ $y = \log(\cos e^x)$
 x પ્રત્યે બંને બાજુ વિકલન કરતાં,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} (\log(\cos e^x)) \\ &= \frac{1}{\cos e^x} \cdot \frac{d}{dx} (\cos e^x) \\ &= \frac{1}{\cos e^x} \cdot (-\sin e^x) \cdot \frac{d}{dx} (e^x) \\ &= \frac{-\sin e^x}{\cos e^x} \cdot e^x \\ &= -e^x \cdot \tan(e^x), e^x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

6. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $e^x + e^{x^2} + \dots + e^{x^5}$

➡ $y = e^x + e^{x^2} + \dots + e^{x^5}$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[e^x + e^{x^2} + e^{x^3} + e^{x^4} + e^{x^5} \right] \\ &= \frac{d}{dx} (e^x) + \frac{d}{dx} (e^{x^2}) + \frac{d}{dx} (e^{x^3}) + \frac{d}{dx} (e^{x^4}) + \frac{d}{dx} (e^{x^5}) \\ &= e^x + e^{x^2} \frac{d}{dx} (x^2) + e^{x^3} \frac{d}{dx} (x^3) + e^{x^4} \frac{d}{dx} (x^4) + e^{x^5} \frac{d}{dx} (x^5) \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= e^x + 2x \cdot e^{x^2} + 3x^2 \cdot e^{x^3} + 4x^3 \cdot e^{x^4} + 5x^4 \cdot e^{x^5}\end{aligned}$$

7. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\sqrt{e^{\sqrt{x}}}, x > 0$

➡ $y = \sqrt{e^{\sqrt{x}}} = \left(e^{\sqrt{x}} \right)^{\frac{1}{2}}$

x પ્રત્યે બંને બાજુ વિકલન કરતાં,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(e^{\sqrt{x}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{x}} \right)^{\frac{1}{2}-1} \cdot \frac{d}{dx} (e^{\sqrt{x}}) \\ &= \frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{x}} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{\sqrt{x}} \frac{d}{dx} (\sqrt{x})\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2(e^{\sqrt{x}})^{\frac{1}{2}}} e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}, x > 0$$

8. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\log(\log x)$, $x > 1$

➡ $y = \log(\log x)$
 x પ્રત્યે બંને બાજુ વિકલન કરતાં,
 $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [\log(\log x)]$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\log x} \cdot \frac{d}{dx} (\log x)$
 $= \frac{1}{\log x} \cdot \frac{1}{x}$
 $= \frac{1}{x \log x}, x > 1$

9. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\frac{\cos x}{\log x}$, $x > 0$, $x \neq 1$

➡ $y = \frac{\cos x}{\log x}$
 x પ્રત્યે વિકલન કરતાં,
 $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\cos x}{\log x} \right)$
 $= \frac{\log x \cdot \frac{d}{dx}(\cos x) - \cos x \cdot \frac{d}{dx}(\log x)}{(\log x)^2}$
 $(\because \text{ભાગાકારનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં})$
 $= \frac{-\log x \cdot \sin x - \cos x \cdot \frac{1}{x}}{(\log x)^2}$
 $= \frac{-(x \sin x \cdot \log x + \cos x)}{x(\log x)^2}, x > 0$

10. વિધેયોના x ને સાપેક્ષ વિકલિત મેળવો : $\cos(\log x + e^x)$, $x > 0$

➡ $y = \cos(\log x + e^x)$
 x પ્રત્યે બંને બાજુ વિકલન કરતાં,
 $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [\cos(\log x + e^x)]$
 $= -\sin(\log x + e^x) \cdot \frac{d}{dx} (\log x + e^x)$
 $= -\sin(\log x + e^x) \left[\frac{d}{dx} (\log x) + \frac{d}{dx} e^x \right]$
 $= -\sin(\log x + e^x) \left[\frac{1}{x} + e^x \right]$

11. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\frac{e^x + \log x}{\sin 3x}$

➡ $\frac{(e^x + \frac{1}{x})\sin 3x - 3\cos 3x(e^x + \log x)}{\sin^2 3x}$

12. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\frac{e^x \log x}{x^2}$

➡ $\frac{e^x}{x^3} [(x-2) \log x + 1]$

13. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

➡ $\frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$

14. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\frac{1 - \log x}{1 + \log x}$

➡ $\frac{-2}{x(1 + \log x)^2}$

15. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\cos^{-1}(e^x)$

➡ $\frac{-e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$

16. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $x \log x$

➡ $1 + \log x$

17. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $x \cos x + e^x$

➡ $\cos x - x \sin x + e^x$

18. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\log [\log(\log x^5)]$

➡ $\frac{5x^4}{\log(x^5) \cdot \log(\log x^5)}$

19. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\frac{\log x}{1 + x \log x}$

➡ $\frac{1 - x(\log x)^2}{x(1 + x \log x)^2}$

20. x ને સાપેક્ષ વિકલન કરો : $\sin [\log (e^x)]$

➡ $\frac{e^x \cos(\log e^x)}{e^x}$