ઉદાહરણ 3.3 એક ઇલેક્ટ્રીક ટોસ્ટરમાં ગરમ કરવા માટે નિક્રોમ તારનો ઉપયોગ થાય છે. જ્યારે તેમાંથી અવગણ્ય પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે ઓરડાના તાપમાને (27.0 ^{o}C) તેનો અવરોધ 75.3 Ω જેટલો મળે છે. જ્યારે ટોસ્ટરને 230 Vના ઉદ્ગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે અમુક સેકન્ડ બાદ પ્રવાહનું મૂલ્ય 2.68 A જેટલું સ્થાયી બને છે તો નિક્રોમ તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે ? નિક્રોમ માટે સંકળાયેલ તાપમાનના ગાળા પરનું સરેરાશ અવરોધનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistance)નું મૂલ્ય 1.70×10^{-4} $^{o}C^{-1}$ છે.

ઉકેલ જ્યારે (નિક્રોમ) તારમાંથી પસાર થતા પ્રવાહનું મૂલ્ય અવગણ્ય હોય ત્યારે ઉષ્મીય અસરને અવગણી શકાય અને તારના તાપમાન T_1ને ઓરડાના તાપમાન જેટલું લઈ શકાય. જ્યારે ટોસ્ટરને વોલ્ટેજ ઉદ્ગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે પ્રારંભિક પ્રવાહનું મૂલ્ય તેના સ્થિત પ્રવાહના મૂલ્ય 2.68 A કરતા થોડું વધારે હશે. પરંતુ પ્રવાહની ઉષ્મીય અસરને કારણે તાપમાન વધશે. આનાથી અવરોધમાં વધારો અને પ્રવાહમાં સહેજ ઘટાડો થશે. થોડી સેકંડમાં તાપમાન વધશે નહિ ત્યારે સ્થાયી અવસ્થા પ્રાપ્ત થશે અને તારનો અવરોધ અને વહેતો પ્રવાહ એ બંનેનાં સ્થાયી મૂલ્ય મળશે. સ્થાયી તાપમાન T_2એ અવરોધ R_2 નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_2 = \frac{230\,V}{2.68\,A} = 85.8\,\Omega$$

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

સૂત્ર પરથી $\alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ (^{o}C)^{-1}$ લઈને

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{(75.3)\times 1.70 \times 10^{-4}} = 820\ ^{o}C \text{ મળશે.}$$

એટલે કે, $T_2 = (820 + 27.0)\ ^{o}C = 847\ ^{o}C$

આમ, ગરમ કરતા તારનું સ્થાયી તાપમાન (પ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતી ઉષ્મીય અસર અને આસપાસના વાતાવરણમાં થતા ઊર્જાના વ્યય સમાન થાય ત્યારે) 847 ^{o}C છે.

ઉદાહરણ 3.3

ઉદાહરણ 3.4 પ્લેટીનમ અવરોધ ધરાવતા થર્મોમીટરમાં રહેલા પ્લેટીનમ તારનો અવરોધ બરફના તાપમાને 5 Ω અને વરાળના તાપમાને તે 5.23 Ω છે. જ્યારે થર્મોમીટરને (Hot Bath)માં ડૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે પ્લેટીનમ તારનો અવરોધ 5.795 Ω મળે છે તો - (Bath)નું તાપમાન ગણો.

ઉકેલ $R_0 = 5\ \Omega$, $R_{100} = 5.23\ \Omega$ અને $R_t = 5.795\ \Omega$

$$\text{હવે, } t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100,\ R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ ^{o}C$$

ઉદાહરણ 3.4

3.9 વિદ્યુત ઊર્જા અને પાવર (કાર્યત્વરા) (ELECTRICAL ENERGY, POWER)

A અને B અંત્યબિંદુઓ ધરાવતા સુવાહકને ધ્યાનમાં લો કે જેમાં Aથી B તરફ I જેટલો પ્રવાહ વહે છે. A અને B આગળ વિદ્યુત સ્થિતિમાનને અનુક્રમે V(A) અને V(B) વડે દર્શાવેલ છે. હવે, પ્રવાહ Aથી B તરફ વહેતો હોવાથી $V(A) > V(B)$ થશે અને AB છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત $V = V(A) - V(B) > 0$ છે.

Δt જેટલા સમયગાળામાં A થી B તરફ $\Delta Q = I\Delta t$ જેટલો વિદ્યુતભાર ગતિ કરે છે. વ્યાખ્યા મુજબ, A આગળ વિદ્યુતભારની સ્થિતિઊર્જા Q V(A) હતી અને તે જ રીતે B આગળ તે Q V(B) છે. આમ, સ્થિતિઊર્જામાં ફેરફાર ΔU_{pot},

$$\Delta U_{pot} = \text{અંતિમ સ્થિતિઊર્જા} - \text{પ્રારંભિક સ્થિતિઊર્જા}$$
$$= \Delta Q[V(B) - V(A)] = -\Delta Q\,V$$
$$= -IV\Delta t < 0 \quad (3.28)$$

જો વિદ્યુતભારોએ સુવાહકમાં અથડામણ વગર ગતિ કરી હોય તો તેની ગતિઊર્જા પણ બદલાઈ હોત અને તેથી તેમની કુલ ઊર્જા અચળ રહી હોત. કુલ ઊર્જાનાં સંરક્ષણનાં નિયમ મુજબ,

$$\Delta K = -\Delta U_{pot} \quad (3.29)$$

મળત. એટલે કે,

$$\Delta K = IV\Delta t > 0 \quad (3.30)$$

આમ, જો વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ સુવાહકમાં વિદ્યુતભારો મુક્ત રીતે ગતિ કરતા હોત તો તે કિસ્સામાં તેમની ગતિ દરમિયાન ગતિઊર્જામાં વધારો થયો હોત. પરંતુ આપણે અગાઉ જોયું કે સરેરાશ રીતે વિદ્યુતવાહકો પ્રવેગિત ગતિ કરતા નથી પરંતુ અચળ ડ્રિફ્ટ વેગથી ગતિ કરે છે. આમ થવા પાછળનું કારણ એ છે કે તેમની મુસાફરી દરમિયાન તેઓ આયનો અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. અથડામણો દરમિયાન, વિદ્યુતભારે મેળવેલ ઊર્જા પરમાણુઓ સાથે વહેંચે છે. પરમાણુઓ એકદમ જોશથી દોલન કરે છે, એટલે કે સુવાહક ગરમ થાય છે. આમ, વાસ્તવિક સુવાહકમાં Δt સમયગાળામાં ઉષ્મા ઊર્જા તરીકે વ્યય થતી ઊર્જા,

$$\Delta W = IV\Delta t \quad (3.31)$$

એકમ સમયમાં વ્યય પામતી ઊર્જા એટલે જ ખર્ચાતો પાવર (કાર્યત્વરા)

$P = \Delta W/\Delta t$ અને તેથી,

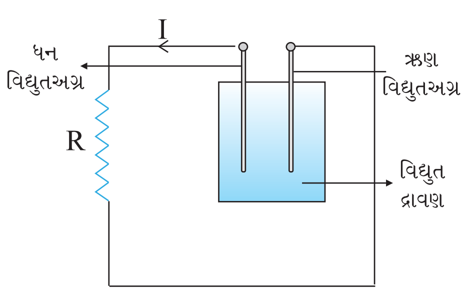
$$P = IV \quad (3.32)$$

મળે. ઓહ્‌મના નિયમ $V = IR$ ની મદદથી,

$$P = I^2 R = V^2/R \quad (3.33)$$

ને R અવરોધ ધરાવતા અને I જેટલો પ્રવાહ ધરાવતા સુવાહકમાં ઊર્જાવ્યય (Power Loss) (ઓહ્‌મિક-વ્યય) કહે છે. એ નોંધો કે આ એ પાવર (કાર્યત્વરા) છે કે જે દા.ત., વિદ્યુત બલ્બના ગૂંચળાને પ્રકાશિત થાય તેટલું ઉષ્માથી ગરમ કરે છે જે ઉષ્મા અને પ્રકાશનું ઉત્સર્જન કરે છે.

આ પાવર આવે છે ક્યાંથી ? આપણે અગાઉ જેમ કારણ આપ્યું તેમ સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ માટે બાહ્ય ઉદ્‌ગમની જરૂર પડે છે. સ્પષ્ટપણે આ ઉદ્‌ગમ જ આ પાવર પુરો પાડે છે. વિદ્યુતકોષ સાથે દર્શાવેલ એક સરળ પરિપથ (આકૃતિ 3.12)માં વિદ્યુતકોષની રાસાયણિક ઊર્જા જ્યાં સુધી આપી શકે ત્યાં સુધી પાવર પૂરો પાડે છે.



આકૃતિ 3.12 વિદ્યુતકોષના છેડાને સમાંતર જોડેલા અવરોધ Rમાં ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. અવરોધ Rમાં વ્યય થતી ઊર્જા એ ઈલેક્ટ્રૉલાઈટની રાસાયણિક ઊર્જામાંથી આવે છે.

પાવર માટેના સમીકરણો (3.32) અને (3.33) અવરોધ Rમાં વ્યય પામતો પાવર તેમાંથી વહેતા પ્રવાહ અને તેના છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે, તે દર્શાવે છે.

સમીકરણ (3.33)નો એક અગત્યનો ઉપયોગ પાવર પ્રસારણ (Transmission)માં થાય છે. વિદ્યુત પાવર એ પાવર સ્ટેશનમાંથી ઘર અને ફેક્ટરીઓમાં પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ) દ્વારા પ્રસારિત થાય છે. જે કેટલાક સો માઈલ દૂર હોય છે. સ્વાભાવિક છે કે, આપણને પાવર સ્ટેશનથી ઘરોમાં અને ફેક્ટરીઓમાં લઈ જતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)માં થતા પાવર-વ્યય લઘુત્તમ

કરવામાં રસ હોય. હવે આપણે જોઈશું કે, આ કેવી રીતે થઈ શકે. એક ઉપકરણ R ધ્યાનમાં લો કે જેને R_c અવરોધ ધરાવતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)થી P જેટલો પાવર પહોંચાડવાનો છે કે જે અંતે વિખેરીત (ખર્ચાવાનો) છે. જો Rને સમાંતર વોલ્ટેજ V હોય અને તેમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થતો હોય તો

$$P = VI \tag{3.34}$$

પાવર સ્ટેશનથી ઉપકરણને જોડતા તારનો નિયત અવરોધ R_c છે, ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વ્યય પામતી ઊર્જા, કે જે નકામી/વેડફાઈ જાય છે તે P_c નીચે મુજબ લખાય.

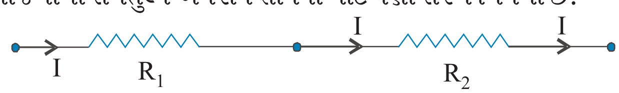
$P_c = I^2 R_c$, જે સમીકરણ (3.32) પરથી,

$$= \frac{P^2 R_c}{V^2} \tag{3.35}$$

થાય. આમ, P જેટલો પાવર ધરાવતા ઉપકરણને ચલાવવા માટે ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વેડફાતો પાવર એ V^2ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. પાવર સ્ટેશનથી પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)ની લંબાઈ કેટલાક સો માઈલ હોવાથી તેમનો અવરોધ R_c અવગણ્ય નહીં તેવો હોય. તેથી P_c ને ઘટાડવા માટે આ તાર (કેબલ)માં ખૂબ જ ઊંચા વોલ્ટેજે (V) પ્રવાહ વહે છે અને આ કારણથી પ્રસારણ તાર (Transmission Lines) ઉપર ઊંચા વોલ્ટેજના ખતરાનું ચિહ્ન રાખવામાં આવે છે - આવું સામાન્ય રીતે ગીચ વસતી ધરાવતા વિસ્તારથી દૂર જતાં જોવા મળે છે. આટલા ઊંચા વોલ્ટેજે મળતી વિદ્યુતનો ઉપયોગ કરવામાં સલામતી નથી અને તેથી તેના બીજા છેડા આગળ ટ્રાન્સફોર્મર નામનું એક ઉપકરણ કે જે વોલ્ટેજને ઘટાડી જરૂરીયાત જેટલા પ્રમાણમાં લાવે છે, તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

3.10 અવરોધકોનું સંયોજન – શ્રેણી અને સમાંતર (Combination of Resistors - Series and Parallel)

એક જ અવરોધ R કે જેના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો તેમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ, ઓહ્મના નિયમ I = V/Rની મદદથી આપી શકાય છે. ઘણીવખત અવરોધો એકબીજા સાથે જોડેલા હોય છે અને આવા સંયોજનોનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધવા માટે ઘણા સરળ નિયમો છે.

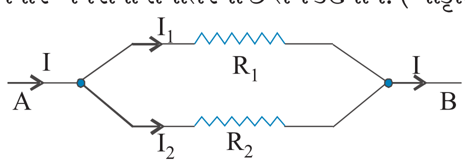


આકૃતિ 3.13 બે અવરોધો R_1 અને R_2નું શ્રેણી સંયોજન.

બે અવરોધોના અંત્ય બિંદુઓમાંથી એક એક જ જોડેલું હોય તો બે અવરોધો એકબીજાને શ્રેણીમાં છે તેમ કહેવાય (આકૃતિ 3.13). હવે જો ત્રીજો અવરોધ આ બેના શ્રેણી જોડાણ સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે (આકૃતિ 3.14), તો આ ત્રણેય શ્રેણીમાં જોડાયેલા છે તેમ કહેવાય. સ્પષ્ટ છે કે આપણે આ વ્યાખ્યા કોઈપણ સંખ્યાના અવરોધોથી બનેલા શ્રેણી સંયોજન માટે લાગુ પાડી શકીએ.

આકૃતિ 3.14 ત્રણ અવરોધો R_1, R_2, R_3નું શ્રેણી સંયોજન

હવે જો બધાં જ અવરોધોના એક છેડો એકબીજા સાથે અને તે જ રીતે બીજા છેડાઓ પણ એકબીજા સાથે જોડેલાં હોય તો બે કે તેથી વધારે અવરોધો સમાંતરમાં છે તેમ કહેવાય. (આકૃતિ 3.15)



આકૃતિ 3.15 સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો R_1 અને R_2.

શ્રેણીમાં જોડેલાં બે અવરોધો R_1 અને R_2ને ધ્યાનમાં લો. જેટલો વિદ્યુતભાર R_1માંથી બહાર નીકળે તેટલો જ વિદ્યુતભાર R_2માં દાખલ થશે. પ્રવાહ, વિદ્યુતભારના વહનનો દર માપતો હોવાથી બંને અવરોધો R_1 અને R_2માંથી સમાન પ્રવાહ I પસાર થશે. ઓહ્મના નિયમ પરથી,

R_1ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત $= V_1 = IR_1$ અને

R_2ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત $= V_2 = IR_2$ થશે.

આ સંયોજનના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V એ $V_1 + V_2$ જેટલો થશે. તેથી,

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2) \tag{3.36}$$

આ એવું છે કે જાણે સંયોજનને સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq} હોય કે જ્યાં ઓહ્મના નિયમ પરથી,

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \tag{3.37}$$

જો આપણે ત્રણ અવરોધો શ્રેણીમાં લીધા હોત, તો આ જ રીતે

$$V = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) \tag{3.38}$$

થાત. સ્વાભાવિક રીતે જ આને કોઈપણ સંખ્યા (n)ના અવરોધો $R_1, R_2, \ldots.., R_n$ માટે વિસ્તારી શકાય. સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq} નીચે મુજબ લખાશે.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots.. + R_n \tag{3.39}$$

હવે સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો (આકૃતિ 3.15)ને ધ્યાનમાં લો. Aની ડાબી બાજુથી દાખલ થતો વિદ્યુતભાર અંશતઃ R_1માંથી અને અંશતઃ R_2માંથી પસાર થાય છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વહેતા પ્રવાહો I, I_1 અને I_2 એ દર્શાવેલ બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતભાર વહનનો દર સૂચવે છે. તેથી,

$$I = I_1 + I_2 \tag{3.40}$$

R_1ને ઓહ્મનો નિયમ લાગુ પાડી A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$V = I_1R_1 \tag{3.41}$$

R_2ને ઓહ્મનો નિયમ લગાડતાં,

$$V = I_2R_2 \tag{3.42}$$

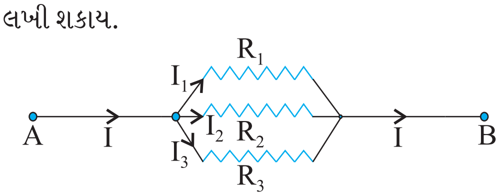
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{3.43}$$

જો સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq} મૂકવામાં આવે તો ઓહ્મનો નિયમ મુજબ,

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \tag{3.44}$$

$$\text{તેથી, } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{3.45}$$

આપણે સહેલાઈથી જોઈ શકીએ છીએ કે આ કેવી રીતે સમાંતરમાં લગાવેલા ત્રણ અવરોધો (આકૃતિ 3.16) માટે લખી શકાય.



આકૃતિ 3.16 ત્રણ R_1, R_2 અને R_3 અવરોધોનું સમાંતર જોડાણ

ઉપર મુજબ જ,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \tag{3.46}$$

અને R_1, R_2 અને R_3ને ઓહ્મનો નિયમ લગાવતાં,

$$V = I_1R_1,\ V = I_2R_2,\ V = I_3R_3 \tag{3.47}$$

તેથી,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \tag{3.48}$$

જો આ સંયોજનને બદલે તેને સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq} લઈએ કે જેથી કરીને

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \text{ થાય.} \tag{3.49}$$

તો

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.50}$$

ગમે તેટલી સંખ્યાના સમાંતર અવરોધો માટે આ સમીકરણ લાગુ પાડી શકાય. n અવરોધો R_1, R_2, ..., R_nને સમતુલ્ય અવરોધ,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ..., + \frac{1}{R_n} \tag{3.51}$$

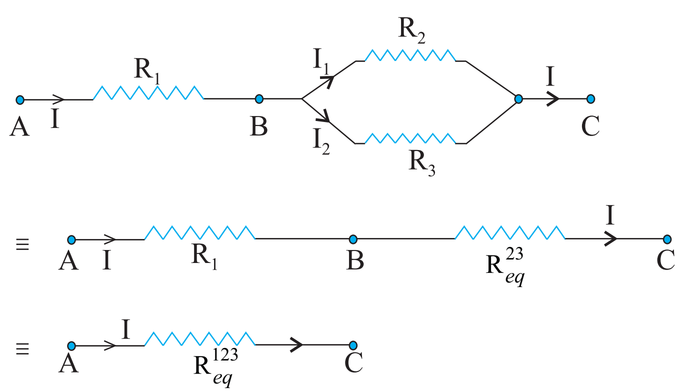
આવા સમતુલ્ય અવરોધો માટેના સૂત્રોની મદદથી જટીલ પરિપથમાં વહેતા પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ શોધી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ (3.17)માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો કે જેમાં ત્રણ અવરોધો R_1, R_2 અને R_3 આવેલાં છે. અત્રે R_2 અને R_3 એ સમાંતરમાં હોવાથી B અને C વચ્ચે તેમને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધથી R_{eq}^{23} મૂકતાં,

$$\frac{1}{R_{eq}^{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\text{અથવા } R_{eq}^{23} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} \tag{3.52}$$

હવે, પરિપથમાં R_1 અને R_{eq}^{23} શ્રેણીમાં છે, અને તેથી તેમના સંયોજનને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq}^{123} મૂકી શકાય.

$$R_{eq}^{123} = R_{eq}^{23} + R_1 \tag{3.53}$$



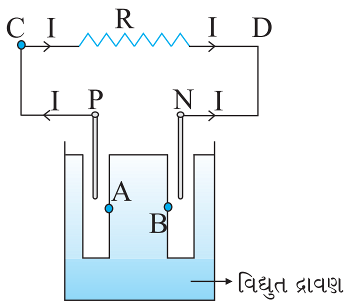
આકૃતિ 3.17 ત્રણ R_1, R_2 અને R_3 અવરોધોનું સંયોજન. R_{eq}^{23} જેટલો સમતુલ્ય અવરોધ ધરાવતા અવરોધો R_1 અને R_2 સમાંતરમાં જોડેલાં છે. R_1 અને R_{eq}^{23} એકબીજાને શ્રેણીમાં અને તેમનો સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq}^{123} છે.

જો A અને C વચ્ચે વોલ્ટેજ V હોય તો (વહેતો) પ્રવાહ I નીચે મુજબ આપી શકાય.

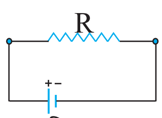
$$I = \frac{V}{R_{eq}^{123}} = \frac{V}{R_1 + [R_2R_3/(R_2 + R_3)]}$$

$$= \frac{V(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \cdot \qquad (3.54)$$

3.11 વિદ્યુતકોષ, *emf*, આંતરિક અવરોધ (CELL, EMF, INTERNAL RESISTANCE)



(a)



પ્રતિક દ્રાવણ-કોષ
(b)

આકૃતિ 3.18 (a) ધનધ્રુવ P અને ઋણધ્રુવ N ધરાવતા વિદ્યુત દ્રાવણ-કોષની રેખાકૃતિ. બે ધ્રુવો વચ્ચેનું અંતર સ્પષ્ટતા ખાતર વધારે દર્શાવ્યું છે. P અને N ની નજીક વિદ્યુત દ્રાવણમાં બિંદુઓ A અને B આવેલાં છે. (b) કોષની સંજ્ઞા, + એ P અને − એ N સૂચવે છે. કોષના વિદ્યુત જોડાણો P અને N આગળ કરવામાં આવે છે.

આપણે અગાઉ જણાવ્યું છે કે વિદ્યુત પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જાળવવા માટેનું એક સરળ ઉપકરણ વિદ્યુતદ્રાવણ-કોષ છે. આકૃતિ 3.18માં દર્શાવ્યા મુજબ, મૂળભૂત રીતે વિદ્યુતકોષમાં બે વિદ્યુતધ્રુવો, ધન (P) અને ઋણ (N) હોય છે. તેઓને વિદ્યુતદ્રાવણમાં અંશતઃ ડૂબાડવામાં આવે છે. દ્રાવણમાં ડૂબાડેલા વિદ્યુતધ્રુવો, વિદ્યુતદ્રાવણ સાથે વિદ્યુતભારનો વિનિમય કરે છે. ધન વિદ્યુતઅગ્રને પોતાની અને તેની તદ્દન નજીક આવેલા કે જે આકૃતિમાં A વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત $V_+ (V_+ > 0)$ છે. તે જ રીતે, ઋણ અગ્ર અને તેની તદ્દન નજીક આવેલાં કે જે આકૃતિમાં B વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની સાથે ઋણ સ્થિતિમાન $-V_- (V_- \geq 0)$ ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે પ્રવાહ પસાર થતો નહીં હોય ત્યારે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાં સમાન સ્થિતિમાન હશે કે જેથી P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$ થશે. આ તફાવતને કોષનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force-*emf*) કહે છે અને તેને ε વડે દર્શાવાય છે. આમ,

$$\varepsilon = V_+ + V_- > 0 \qquad (3.55)$$

અત્રે નોંધો કે ε એ ખરેખર સ્થિતિમાનનો તફાવત છે અને નહીં કે બળ. *emf* નામ તો ઐતિહાસિક કારણોથી વપરાય છે અને તે એવા સમયે આપવામાં આવ્યું હતું કે જે સમયે આ ઘટના યોગ્ય રીતે સમજી શકાયેલી ન હતી.

εનું મહત્ત્વ સમજવા માટે એક અવરોધ Rને વિદ્યુતકોષના છેડા વચ્ચે જોડેલ છે તેમ ધારો (આકૃતિ 3.18). Rમાં થઈને I જેટલો પ્રવાહ C થી D તરફ વહે છે. અગાઉ સમજાવ્યું તેમ, વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી પ્રવાહ Nથી P તરફ પસાર થતો હોવાથી સ્થાયી પ્રવાહ જળવાઈ રહેશે. એ સ્પષ્ટ જ છે કે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી સમાન પ્રવાહ પસાર થતો હશે, પરંતુ તે Nથી P તરફ જ્યારે અવરોધ Rમાં તે Pથી N તરફ પસાર થાય છે.

વિદ્યુતદ્રાવણ કે જેમાંથી પ્રવાહ વહે છે તેને પરિમિત અવરોધ r છે, જેને આંતરિક અવરોધ કહે છે. પ્રથમ એવી સ્થિતિ વિચારો કે R અનંત છે, તેથી $I = V/R = 0$ થશે, જ્યાં V એ P અને N વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. હવે,

V = P અને A વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત
+ A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત
+ B અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત
= ε (3.56)

આમ, ε એ ખુલ્લા પરિપથ (Open Circuit), એટલે કે જ્યારે કોષમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો ના હોય તે સ્થિતિ માટે ધન અને ઋણ વિદ્યુતઅગ્રો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે.

હવે, જો R પરિમિત હોય તો I શૂન્ય નથી. આ કિસ્સામાં P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$V = V_+ + V_- - Ir$$
$$= \varepsilon - Ir \qquad (3.57)$$

A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનના તફાવત (Ir)ના પદમાં ઋણ ચિહ્ન નોંધો. આવું થવા પાછળનું કારણ એ છે કે વિદ્યુતદ્રાવણમાં પ્રવાહ I, B થી A તરફ વહે છે.

વ્યવહારુ ગણતરીઓમાં જ્યારે પરિપથમાં પ્રવાહ I એવો હોય કે જેથી $\varepsilon >> Ir$ થાય ત્યારે કોષનો આંતરિક અવરોધ અવગણી શકાય. આ આંતરિક અવરોધોનું વાસ્તવિક મૂલ્ય જુદા જુદા કોષ

માટે જુદું જુદું હોય છે. અલબત્ત, સૂકા કોષ (Dry Cell)નો આંતરિક અવરોધ સામાન્ય વિદ્યુતદ્રાવણ કોષોની સરખામણીમાં ઘણો વધારે હોય છે.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, Rના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોવાથી ઓહ્મના નિયમની મદદથી,

$$V = IR \tag{3.58}$$

મળે. સમીકરણો (3.57) અને (3.58) પરથી,

$$IR = \varepsilon - Ir$$

અથવા $$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \tag{3.59}$$

કોષમાંથી ખેંચી શકાતો મહત્તમ પ્રવાહ એ R = 0 સ્થિતિ માટે છે અને તે $I_{max} = \varepsilon/r$ છે. પરંતુ મોટાભાગના કોષોમાં મહત્તમ માન્ય (Allowed) પ્રવાહનું મૂલ્ય કોષને કાયમી નુકશાનથી બચાવવા માટે ઘણું નાનું રાખવામાં આવે છે.

વાદળોમાં વિદ્યુતભાર

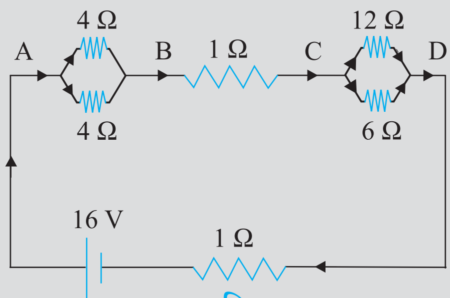
જુના જમાનામાં વીજળીને વાતાવરણમાં ઉદ્‌ભવતી કોઈ દૈવીશક્તિ પ્રેરિત ચમકારો/ઝબકારો માનવામાં આવતી હતી. તેને ભગવાનનું ખૂબ જ મોટું શસ્ત્ર માનવામાં આવતું હતું. પરંતુ આજે વીજળીની ઘટનાને ભૌતિકશાસ્ત્રના પ્રાથમિક સિદ્ધાંતોની મદદથી વૈજ્ઞાનિક રીતે સમજાવી શકાય છે.

વાતાવરણમાંની વિદ્યુત વિદ્યુતભારોના છૂટા પડવાને કારણે ઉદ્‌ભવે છે. આયનોસ્ફીયર અને મેગ્નેટોસ્ફિયરમાં સૂર્ય-પૃથ્વી આંતરક્રિયાને કારણે પ્રબળ વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. નીચેના વાતાવરણમાં પ્રવાહ પ્રમાણમાં નબળો હોય છે અને ગાજવીજ થકી જળવાઈ રહે છે.

વાદળોમાં બરફના કણો રહેલા હોય છે કે જે મોટા થતા જાય છે, અથડાય છે અને તેમાં તિરાડ પડતાં અંતે તૂટી જાય છે. આ ઘટના દરમિયાન નાના કણો ધન વિદ્યુતભાર જ્યારે મોટા કણો ઋણ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાદળમાં અનુભવાતા ઉર્ધ્વ સ્થાનાંતર (Updrift) અને ગુરુત્વીયબળને કારણે એકબીજાથી છૂટા પડી જાય છે. વાદળનો ઉપરનો ભાગ ધન વિદ્યુતભારીત અને વચ્ચેનો ભાગ ઋણ વિદ્યુતભારીત બને છે કે જે એક દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ની જેમ વર્તે છે. ઘણી વખત વાદળના નીચેના છેડા આગળ ખૂબ નબળો (ઓછા પ્રમાણમાં) ધન વિદ્યુતભાર જોવા મળે છે. ગાજવીજની ઘટના વખતે પૃથ્વી ધનવિદ્યુતભારીત હોય છે. વળી, બ્રહ્માંડ (વૈશ્વિક, Cosmic) અને રેડીયોએક્ટિવ વિકિરણો હવાનું ધન અને ઋણ આયનોમાં આયનીકરણ કરે છે, જેથી હવા એક નિર્બળ વિદ્યુત સુવાહકની જેમ વર્તે છે. આ છૂટા પડેલા વિદ્યુતભારો વાદળમાં તેમજ વાદળ અને પૃથ્વી વચ્ચે ખૂબ જ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાન ઉત્પન્ન કરે છે. જે લાખોના ક્રમના વૉલ્ટેજનો હોય છે અને પરિણામે હવાનો વિદ્યુત અવરોધ ખંડિત થતાં (ભાંગી પડતાં) વીજળીના ઝબકારા શરૂ થાય છે અને હજારો ઍમ્પિયરના ક્રમનો પ્રવાહ વહે છે. આ વખતે પ્રવર્તતું વિદ્યુતક્ષેત્ર 10^5 V/mના ક્રમનું હોય છે. આ વીજળીના ઝબકારા સરેરાશ ચાર તબક્કાના બનેલા હોય છે અને દરેક ઝબકારો લગભગ 30 સેકન્ડનો બનેલો હોય છે. દરેક ઝબકારાનો સરેરાશ મહત્તમ પાવર લગભગ 10^{12} Watt જેટલો હોય છે.

સારી આબોહવા વખતે પણ વાતાવરણમાં વિદ્યુતભાર હોય છે. આવી સાનુકૂળ આબોહવામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર એ પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા અને વાતાવરણની વાહકતા ઉપરાંત આયનો સ્ફિયરથી પૃથ્વીની સપાટી તરફ વહેતા પ્રવાહને કારણે હોય છે કે જે Picoampere/Square meterના ક્રમનું હોય છે. પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા ઋણ હોય છે, તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર નીચે તરફ હોય છે. જમીન ઉપર વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ 120 V/m જેટલું હોય છે, જે -1.2×10^{-9} C/m^2 જેટલી પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતાને અનુરૂપ છે. પૃથ્વીની સમગ્ર સપાટી ઉપર કુલ ઋણ વિદ્યુતભાર 600 kC જેટલો છે. તેટલો જ ધન વિદ્યુતભાર વાતાવરણમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્ર રોજબરોજની જિંદગીમાં નોંધપાત્ર હોતું નથી. આ ધ્યાનમાં નહીં આવવાનું કારણ એ છે કે લગભગ બધું જ, આપણું શરીર પણ હવાની સરખામણીમાં વાહક છે.

ઉદાહરણ 3.5 આકૃતિ 3.19માં દર્શાવ્યા મુજબ 1 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી 16 Vની બૅટરી સાથે અવરોધોનું એક નેટવર્ક જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ ગણો. (b) દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ મેળવો. (c) V_{AB}, V_{BC}, V_{CD} વોલ્ટેજ ડ્રોપ (સ્થિતિમાનનો તફાવત) ગણો.



આકૃતિ 3.19

ઉકેલ

(a) આપેલ નેટવર્ક એ અવરોધોના સમાંતર અને શ્રેણી જોડાણોનું સંયોજન છે. પ્રથમ બે 4 Ωના અવરોધો સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ

$= [(4 \times 4) / (4 + 4)]\ \Omega = 2\,\Omega$ થશે.

તે જ રીતે, 12 Ω અને 6 Ω અવરોધો પણ સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ $[(12 \times 6)/(12 + 6)]\ \Omega = 4\ \Omega$ થશે. આખાય પરિપથનો સમતુલ્ય અવરોધ આ બે અવરોધો (2 Ω અને 4 Ω)ને 1 Ωના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં જોડી શોધી શકાય. એટલે કે,

$R = 2\,\Omega + 4\ \Omega + 1\,\Omega = 7\,\Omega$

(b) પરિપથમાં વહેતો કુલ પ્રવાહ,

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16\ V}{(7+1)\Omega} = 2A$$

A અને B વચ્ચે રહેલા અવરોધોને ધ્યાનમાં લો. જો 4 Ωના અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I_1 અને બીજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I_2 હોય તો,

$I_1 \times 4 = I_2 \times 4$

એટલે કે, $I_1 = I_2$ તે બીજી રીતે બંને શાખાની સંમિતિ જોતાં પણ સહજતાથી સમજી શકાય તેમ છે. હવે, $I_1 + I_2 = I = 2\,A$ હોવાથી,

$I_1 = I_2 = 1\,A$ થશે.

આમ, દરેક 4 Ωના અવરોધમાંથી 1 A પ્રવાહ પસાર થાય છે. B અને C વચ્ચેના 1 Ω અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ 2 A હશે.

હવે C અને D વચ્ચેના અવરોધો ધ્યાનમાં લો. જો 12 Ω અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I_3 અને 6 Ω અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I_4 હોય તો,

$I_3 \times 12 = I_4 \times 6$, એટલે કે, $I_4 = 2I_3$

પરંતુ $I_3 + I_4 = I = 2\,A$ છે.

તેથી, $I_3 = \left(\frac{2}{3}\right)$ A, $I_4 = \left(\frac{4}{3}\right)$ A

એટલે કે 12 Ω અવરોધમાંથી (2/3) Aનો પ્રવાહ અને 6 Ωમાંથી (4/3) Aનો પ્રવાહ પસાર થાય છે.

(c) ABને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રૉપ,

$V_{AB} = I_1 \times 4 = 1\,A \times 4\,V = 4\,V$

આ A અને Bની વચ્ચે પસાર થતા કુલ પ્રવાહને A અને Bની વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

ઉદાહરણ 3.5

$V_{AB} = 2A \times 2\Omega = 4V$

Bcને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$V_{BC} = 2A \times 1\Omega = 2V$

અંતે, CDને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$V_{CD} = 12\ \Omega \times I_3 = 12\Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8V$

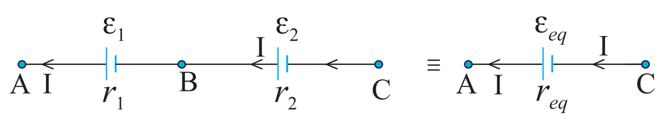
આને વૈકલ્પિક રીતે, C અને D વચ્ચે કુલ પ્રવાહનો C અને D વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

$V_{CD} = 2A \times 4\ \Omega = 8V$

અત્રે એ નોંધો કે A અને Dની વચ્ચે કુલ વોલ્ટેજ ડ્રોપ 4 V + 2 V + 8 V = 14 V છે. આમ, બૅટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ 14 V થશે. જ્યારે તેનું *emf* 16 V છે. આ વોલ્ટેજનો વ્યય (= 2 V) એ બૅટરીના 1 Ω આંતરિક અવરોધને કારણે છે [2 A × 1 Ω = 2 V].

3.12 કોષોનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણ (Cells in Series and in Parallel)

અવરોધોની જેમ કોષોનું પણ પરિપથમાં સંયોજન કરી શકાય છે અને અવરોધોની જેમ પરિપથમાં પ્રવાહો અને વોલ્ટેજોની ગણતરી કરવા કોષોના સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય કોષ મૂકી શકાય છે.



આકૃતિ 3.20 ε_1 અને ε_2 *emf* ધરાવતા બે કોષો શ્રેણીમાં જોડેલા છે. r_1 અને r_2 તેમના આંતરિક અવરોધો છે, A અને Cની વચ્ચેના જોડાણ માટે આ સંયોજનને ε_{eq} જેટલા *emf* અને r_{eq} જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય.

પ્રથમ બે કોષોને શ્રેણીમાં છે તેમ વિચારો (આકૃતિ 3.20). જ્યાં બંને કોષોના કોઈ એક છેડા એકબીજા સાથે જોડેલા છે, જ્યારે બંને કોષોના બીજા છેડાઓ મુક્ત રાખેલ છે, ε_1 અને ε_2 એ કોષોના અનુક્રમે *emf* અને r_1 અને r_2 તેમના આંતરિક અવરોધો છે.

ધારો કે આકૃતિમાં દર્શાવેલ બિંદુઓ A, B અને C આગળના સ્થિતિમાનો V(A), V(B), V(C) છે. તેથી V(A) − V(B) એ પ્રથમ કોષના ધન અને ઋણ ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત થશે. આપણે તે સમીકરણ (3.57)માં ગણ્યું છે તે મુજબ,

$$V_{AB} = V(A) - V(B) = \varepsilon_1 - Ir_1 \qquad (3.60)$$

તે જ રીતે,

$$V_{BC} = V(B) - V(C) = \varepsilon_2 - Ir_2 \qquad (3.61)$$

તેથી સંયોજનના A અને C ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$V_{AC} = V(A) - V(C) = [V(A) - V(B)] + [V(B) - V(C)]$$

$$= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) \qquad (3.62)$$

હવે, જો આપણે આ સંયોજનને સ્થાને A અને C વચ્ચે ε_{eq} જેટલું *emf* અને r_{eq} જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક જ કોષને મૂકીએ તો,

$$V_{AC} = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq} \tag{3.63}$$

છેલ્લાં બે સમીકરણોની સરખામણી કરતાં,

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{3.64}$$

અને $r_{eq} = r_1 + r_2$ (3.65)

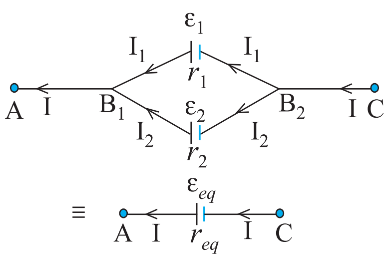
આકૃતિ 3.20માં પહેલા કોષના ઋણ ધ્રુવને અને બીજા કોષના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલો હતો. તેને બદલે જો બે ઋણ ધ્રુવો જોડ્યા હોય તો સમીકરણ (3.61) બદલાઈને $V_{BC} = -\varepsilon_2 - Ir_2$ તરીકે લખાત અને

$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ $(\varepsilon_1 > \varepsilon_2)$ મળત. (3.66)

આ શ્રેણી જોડાણનો નિયમ કોઈપણ સંખ્યાના કોષો માટે વિસ્તારી શકાય.

(i) *n* કોષોના શ્રેણી સંયોજનને સમતુલ્ય *emf* એ તેમના વ્યક્તિગત *emf*ના સરવાળા બરાબર હોય છે.

(ii) *n* કોષોના શ્રેણી જોડાણને સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ એ તેમના વ્યક્તિગત આંતરિક અવરોધના સરવાળા બરાબર હોય છે.



આકૃતિ 3.21 સમાંતરમાં જોડેલાં બે વિદ્યુતકોષો. A અને C વચ્ચેનાં જોડાણ માટે, આ સંયોજનને સ્થાને ε_{eq} જેટલું *emf* ધરાવતા અને r_{eq} જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો એક કોષ મૂકી શકાય કે જેમની કિંમતો સમીકરણો (3.73) અને (3.74)માં દર્શાવેલ છે.

જ્યારે પ્રવાહ દરેક કોષના ધન ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળતો હોય ત્યારે આમ થશે. હવે જો આ સંયોજનમાં જો કોઈ કોષના ઋણ ધ્રુવમાંથી પ્રવાહ બહાર નીકળતો હોય તો ε_{eq}ના સમીકરણમાં તે કોષનું *emf* સમીકરણ (3.66)ની જેમ ઋણ ચિહ્ન સાથે લેવાશે.

હવે, કોષોનું સમાંતર જોડાણ ધ્યાનમાં લો (આકૃતિ 3.21).

I_1 અને I_2 એ કોષોના ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળે છે. બિંદુ B_1 આગળ I_1 અને I_2 પ્રવાહ અંદરની તરફ જ્યારે પ્રવાહ I બહારની તરફ વહે છે. બહાર તરફ પણ અંદરની તરફ જેટલો જ વિદ્યુતભાર વહન પામતો હોવાથી,

$$I = I_1 + I_2 \tag{3.67}$$

ધારોકે $V(B_1)$ અને $V(B_2)$ એ અનુક્રમે B_1 અને B_2 આગળ સ્થિતિમાન છે. તો પ્રથમ કોષને ધ્યાનમાં લેતાં તેના છેડાઓ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત $V(B_1) - V(B_2)$ છે. તેથી સમીકરણ (3.57) પરથી,

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_1 - I_1 r_1 \tag{3.68}$$

બિંદુઓ B_1 અને B_2 આ જ રીતે બીજા કોષને પણ જોડેલાં છે. તેથી બીજા કોષને ધ્યાનમાં લેતાં પણ આપણને

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_2 - I_2 r_2 \tag{3.69}$$

મળે. છેલ્લાં ત્રણ સમીકરણો પરથી,

$$I = I_1 + I_2$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2} = \left(\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{3.70}$$

તેથી, V નીચેના સૂત્ર મુજબ અપાશે,

$$V = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \tag{3.71}$$

હવે, જો આ સંયોજનને સ્થાને આપણે B_1 અને B_2ની વચ્ચે ε_{eq} જેટલું *emf* અને r_{eq} જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો એક જ કોષ મૂકીએ છીએ, તો આપણને

$$V = \varepsilon_{eq} - I r_{eq} \tag{3.72}$$

મળે. છેલ્લાં બે સમીકરણો સમાન હોવા જોઈએ અને તેથી,

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \tag{3.73}$$

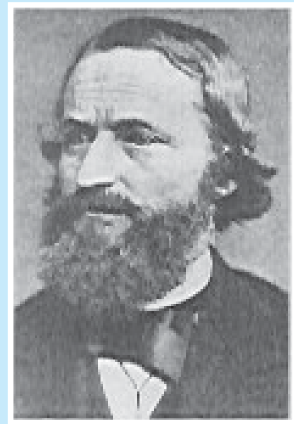
$$\text{અને } r_{eq} = \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right) \tag{3.74}$$

આ સમીકરણોને વધુ સરળ રીતે લખતાં,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \tag{3.75}$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \tag{3.76}$$

આકૃતિ (3.21)માં આપણે ધન ધ્રુવોને એક સાથે અને તે જ રીતે ઋણ ધ્રુવોને એક સાથે એવી રીતે જોડેલાં હતાં કે જેથી પ્રવાહો I_1 અને I_2 ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળતા હતા. જો બીજા (કોષ)નો ઋણ ધ્રુવ પહેલાના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલ હોત, તો $\varepsilon_2 \rightarrow -\varepsilon_2$ લખતાં સમીકરણો (3.75) અને (3.76) હજી પણ લાગુ પડે.



ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887) : એક જર્મન ભૌતિકવિજ્ઞાની, હેડલબર્ગ (Heidelberg) યુનિવર્સિટી અને બર્લિન ખાતે પ્રાધ્યાપક. તેમના મુખ્ય સંશોધનના વિષય સ્પેક્ટ્રોસ્કોપી માટે જાણીતા. તેમણે ગાણિતીય ભૌતિક-વિજ્ઞાનમાં પણ અગત્યના યોગદાન કરેલ છે. તેમાં પરિપથો માટે તેમના પ્રથમ અને દ્વિતીય નિયમો નોંધપાત્ર છે.

ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887)

સમીકરણો (3.75) અને (3.76)ને સહેલાઈથી વિસ્તારી શકાય. જો $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ *emf* ધરાવતા અને અનુક્રમે $r_1, r_1, ..., r_n$ જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા *n* કોષોને સમાંતરમાં જોડવામાં આવેલા હોય તો આ સંયોજન ε_{eq} જેટલું *emf* અને r_{eq} જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય કે જ્યાં,

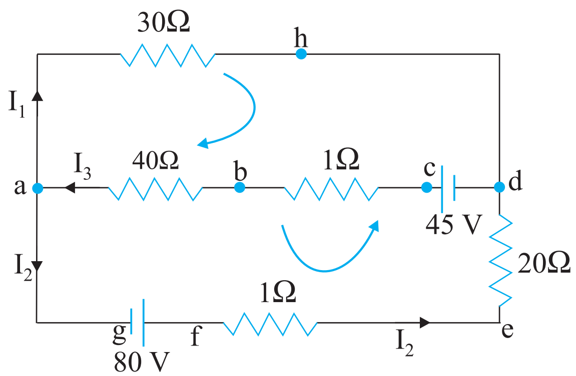
$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + ... + \frac{1}{r_n} \tag{3.77}$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + ... + \frac{\varepsilon_n}{r_n} \tag{3.78}$$

3.13 કિર્ચોફના નિયમો (Kirchhoff's Rules)

વ્યાપક સ્વરૂપે વિદ્યુત પરિપથો ઘણીવખત એકબીજા સાથે જોડાયેલાં અવરોધો અને વિદ્યુતકોષોના જટિલ રીતે બનેલાં હોય છે. અગાઉ, અવરોધોના શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણો માટે મેળવેલા સૂત્રો દરેક વખતે પરિપથમાં વહેતા બધા જ પ્રવાહો અને સ્થિતિમાન તફાવત શોધવા માટે પૂરતા નથી. વિદ્યુતપરિપથોનાં વિશ્લેષણ માટે બે નિયમો કે જેને કિર્ચોફના નિયમો કહે છે તે ઘણાં ઉપયોગી છે.

આપેલ પરિપથ માટે આપણે દરેક અવરોધમાંથી વહેતા પ્રવાહને I સંજ્ઞા વડે દર્શાવીશું અને અવરોધમાંથી દર્શાવેલ દિશામાં પ્રવાહ વહે છે તેમ સૂચવવા માટે તીર (Arrow)ની સંજ્ઞા મૂકીશું. જો અંતમાં Iનું મૂલ્ય ધન મળે તો, પરિપથમાં ખરેખર વહેતો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની દિશામાં છે. જો I ઋણ મળે તો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, દરેક ઉદ્‌ગમ (એટલે કે કોષ અથવા વિદ્યુતપાવર (ઊર્જા) માટેનું બીજું કોઈ ઉદ્‌ગમ)ના ધન અને ઋણ ધ્રુવોને લેબલ (Label) લગાવીશું



આકૃતિ 3.22 જંકશન *a*માંથી બહાર નીકળતો પ્રવાહ $I_1 + I_2$ છે, જ્યારે દાખલ થતો પ્રવાહ I_3 છે. જંકશનનો નિયમ કહે છે કે $I_3 = I_1 + I_2$ બિંદુ *h* આગળ I_1 પ્રવાહ દાખલ થાય છે અને *h* આગળ એક જ પ્રવાહ બહાર નીકળે છે, તેથી જંકશનના નિયમ પરથી તે I_1 જ હશે. બંધગાળાઓ '*ahdcba*' અને '*ahdefga*' માટે લૂપ (ગાળા)નો નિયમ $-30\ I_1 - 41\ I_3 + 45 = 0$ અને $-30\ I_1 + 21\ I_2 - 80 = 0$ આપે છે.

અને કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહને તીર (સંજ્ઞા) વડે દર્શાવીશું. આની મદદથી આપણને સ્થિતિમાનનો તફાવત, $V = V(P) - V(N) = \varepsilon - Ir$ મળે. (સમીકરણ (3.57), જે ધન ધ્રુવ P અને ઋણ ધ્રુવ N વચ્ચે તો છે, જ્યાં પ્રવાહ - કોષમાં થઈને N થી P તરફ વહે છે.) હવે જો લેબલીંગ કરતી વખતે કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહ માટે આપણે P થી N જઈએ તો,

$$V = \varepsilon + Ir \tag{3.79}$$

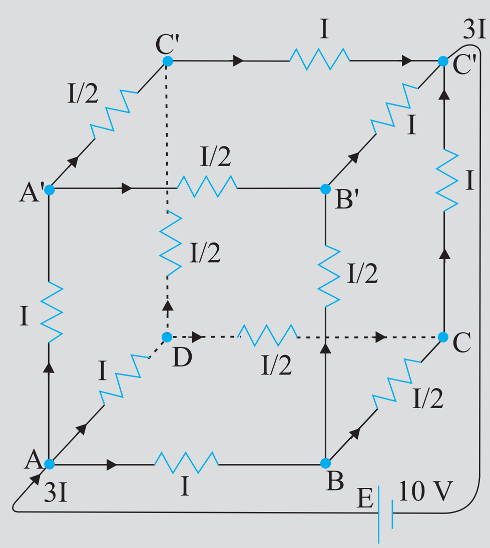
થશે. લેબલીંગની પ્રક્રિયા સ્પષ્ટ કર્યા પછી આપણે આ નિયમો જણાવીએ અને તેની સાબિતી આપીએ.

(a) **જંકશનનો નિયમ :** કોઈ પણ જંકશન આગળ દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંકશનની બહાર નીકળતા (દૂર જતાં) પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોય છે (આકૃતિ 3.22)
ઘણી બધી શાખા (રેખા)ના બનેલા જંકશનને બદલે કોઈ રેખા પરના બિંદુએ પણ આ નિયમ સમાન રીતે લાગુ પડે છે.
આ નિયમની સાબિતી એ હકીકત પરથી આપી શકાય કે સ્થાયી પ્રવાહો માટે જંકશન કે શાખાના (રેખાના) કોઈ બિંદુ આગળ વિદ્યુતભારનો સંગ્રહ થતો નથી. આમ, દાખલ થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ (કે જે જંકશનમાં દાખલ થતાં વિદ્યુતભારનો દર છે) એ જંકશનથી બહાર જતા કુલ પ્રવાહ બરાબર હોય છે.

(b) **લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ :** અવરોધો અને વિદ્યુતકોષો ધરાવતા કોઇ પણ બંધગાળામાં સ્થિતિમાનના ફેરફારોનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે (આકૃતિ 3.22).

આ નિયમ પણ સ્વાભાવિક છે, કારણ કે વિદ્યુતસ્થિતિમાન કયા બિંદુએ માપીએ છીએ તેના પર તે આધાર રાખે છે. આમ, કોઈ બિંદુથી શરૂ કરી એ જ બિંદુએ પાછા આવીએ તો કુલ ફેરફાર શૂન્ય થાય જ. બંધગાળામાં આપણે જે-તે બિંદુએ પાછા આવીએ જ છીએ અને તેથી આ નિયમ લાગુ પડે.

ઉદાહરણ 3.6 દરેક 1 Ωના એવા 12 અવરોધોથી સમઘન નેટવર્કના વિકર્ણના સામ-સામે આવેલા શિરોબિંદુઓ વચ્ચે અવગણી શકાય તેવો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી 10 Vની બૅટરી જોડેલ છે (આકૃતિ 3.23). નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ અને સમઘનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.23

ઉદાહરણ 3.6

ઉકેલ

આ નેટવર્ક સરળ શ્રેણી અને સમાંતરમાં જોડેલા અવરોધોના સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાશે નહીં. પરંતુ કોયડા સાથે સંકળાયેલ સંમિતિનો ઉપયોગ કરીને નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધી શકાય.

પથ AA', AD અને AB એ નેટવર્કમાં સંમિત રીતે આવેલા છે. આમ, આ દરેકમાં વહેતો પ્રવાહ સમાન હોવો જોઈએ, ધારોકે તે I છે. વધારામાં શિરોબિંદુઓ A', B અને D આગળ અંદર દાખલ થતો પ્રવાહ I બહાર જતી બે શાખાઓમાં સરખે ભાગે વહેંચાશે. આ રીતે, સમઘનની બધી 12 ભુજાઓમાં વહેતો પ્રવાહ, કિર્ચોફના પ્રથમ નિયમ અને કોયડા સામે સંકળાયેલ સંમિતિની મદદથી Iના પદમાં લખી શકાય.

પછી, એક બંધ ગાળો ધારો કે ABCC'EA લો અને તેને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડો.

$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$

જ્યાં R એ દરેક ભુજાઓ અવરોધ અને ε એ બૅટરીનું *emf* છે. આમ,

$\varepsilon = \frac{5}{2} I R$ થશે.

આ નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ R_{eq},

$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R$ છે.

$R = 1\ \Omega$ માટે $R_{eq} = 5/6\ \Omega$ અને $\varepsilon = 10$ V માટે નેટવર્કમાં કુલ પ્રવાહ (= 3 I) નીચે મુજબ મળશે.

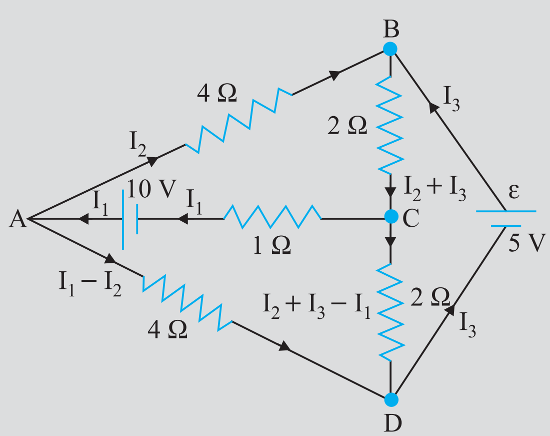
$3I = 10\ V / (5/6)\ \Omega = 12$ A, એટલે કે $I = 4$ A

સમઘનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ આકૃતિ 3.23 પરથી વાંચી શકાય છે.

ઉદાહરણ 3.6

અત્રે એ નોંધવું જરૂરી છે કે ઉદાહરણ 3.6માં આપેલ નેટવર્ક સાથે સંકળાયેલ સંમિતિને કારણે કિર્ચોફના નિયમની ક્ષમતા (Power) બહુ દશ્યમાન થતી નથી. વ્યાપક નેટવર્કમાં આવી સંમિતિને કારણે સરળતા મળે તેવું (દરેક વખતે) જરૂરી નથી અને જંકશનો અને બંધગાળાઓ (નેટવર્કમાં આપેલા અજ્ઞાતો જેટલા જરૂરી તમામ) માટે કિર્ચોફના નિયમો લગાવીને આવા કોયડાને ઉકેલી શકાય. આ હકીકત ઉદાહરણ 3.7માં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ 3.7 આકૃતિ 3.24માં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.24

ઉદાહરણ 3.7

PHYSICS

Simllation for application of Kirchhoff's rules :
http:www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/kirch3

ઉકેલ નેટવર્કની દરેક શાખાને અજ્ઞાત પ્રવાહ વડે દર્શાવીશું, જે કિર્ચોફના નિયમોની મદદથી શોધવાનો છે. અજ્ઞાતોની સંખ્યા ઓછી કરવા પહેલેથી જ કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ દરેક જંક્શન આગળ લગાડી દરેક શાખામાંથી વહેતો અજ્ઞાત પ્રવાહ શોધી શકાય. આમ કરવાથી આપણને ત્રણ અજ્ઞાતો I_1, I_2 અને I_3 મળશે કે જે ત્રણ જુદા-જુદા બંધગાળાઓ માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાવી શોધી શકાય. બંધગાળા ADCA માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાવતાં,

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0$$

એટલે કે $7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10$ [3.80 (a)]

ABCA બંધગાળા માટે,

$$10 - 4I_2 - 2(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

એટલે કે $I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10$ [3.80 (b)]

બંધગાળા BCDEB માટે,

$$5 - 2(I_2 + I_3) - 2(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

એટલે કે $2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5$ [3.80 (c)]

સમીકરણો (3.80 a, b, c) ત્રણ અજ્ઞાતો ધરાવતા સમકાલીન (યુગપત્ - Simultaneous) સમીકરણો છે. તેઓને પ્રચલિત રીતે ઉકેલી શકાય, તે પરથી

$I_1 = 2.5\,A,\ I_2 = \frac{5}{8}\,A,\ I_3 = 1\frac{7}{8}\,A$ મળે.

નેટવર્કની જુદી જુદી શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ,

AB : $\frac{5}{8}$ A, CA : $2\frac{1}{2}$ A, DEB : $1\frac{7}{8}$ A

AD : $1\frac{7}{8}$ A, CD : 0A, BC : $2\frac{1}{2}$ A

એવું સહેલાઈથી ચકાસી શકાય છે કે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ બીજા બંધગાળાઓને લાગુ પાડતા વધારાના કોઈ સ્વતંત્ર સમીકરણ મળશે નહીં, એટલે કે ઉપરોક્ત દર્શાવેલ પ્રવાહોનાં મૂલ્યો કિર્ચોફનો બીજો નિયમ નેટવર્કના કોઈ પણ બંધગાળા માટે સંતોષે છે. દા.ત., બંધગાળા BADEB માટે કુલ વોલ્ટેજ ડ્રોપ

$$5V + \left(\frac{5}{8} \times 4\right) V - \left(\frac{5}{8} \times 4\right) V$$

જે શૂન્ય છે, કે જે કિર્ચોફના બીજા નિયમની જરૂરીયાત છે.

3.14 વ્હીટસ્ટન બ્રિજ (Wheatstone Bridge)

કિર્ચોફના નિયમોનો ઉપયોગ દર્શાવવા માટે આકૃતિ 3.25માં દર્શાવેલ પરિપથ જેને વ્હીટસ્ટન બ્રિજ કહે છે તે ધ્યાનમાં લો. આ બ્રિજને ચાર અવરોધો R_1, R_2, R_3 અને R_4 છે. વિકર્ણના સામ-સામે આવેલાં બે બિંદુઓ (આકૃતિમાં A અને C)ની જોડ વચ્ચે ઉદ્‌ગમ જોડવામાં આવે છે. આ (એટલે કે AC)ને બૅટરી ભુજા (Battery Arm) કહે છે. બીજા બે શિરોબિંદુઓ B અને C વચ્ચે ગૅલ્વેનોમીટર G (કે જે પ્રવાહ નોંધવા માટેનું ઉપકરણ છે તે) જોડવામાં આવે છે. આ રેખા કે જે આકૃતિમાં BD તરીકે દર્શાવેલ છે, તેને ગૅલ્વેનોમીટર ભૂજ (Galvanometer Arm) કહે છે.

સરળતા ખાતર આપણે ધારીએ કે કોષનો આંતરિક અવરોધ શૂન્ય છે. સામાન્ય રીતે બધા જ અવરોધોમાંથી પ્રવાહ વહે છે. ઉપરાંત ગૅલ્વેનોમીટર Gમાંથી I_g પ્રવાહ વહેતો હોય છે. અવરોધો એવા હોય છે કે જેથી $I_g = 0$ થાય તેવો સમતુલિત બ્રીજનો કિસ્સો વિશેષ રસપ્રદ છે. આપણે સહેલાઇથી આવી સમતોલન (Balanced) સ્થિતિ પ્રાપ્ત કરી શકીએ કે જેમાં Gમાંથી વહેતો પ્રવાહ શૂન્ય થાય. આ કિસ્સામાં કિર્ચોફનો જંક્શનનો નિયમ, જંક્શનો D અને Bને લગાડતાં (જુઓ આકૃતિ) આપણને $I_1 = I_3$

અને $I_2 = I_4$ સંબંધ મળશે. પછી, કિર્ચોફનો ગાળાનો નિયમ બંધગાળાઓ ADBA અને CBDCને લાગુ પાડતા પ્રથમ ગાળા માટે,

$$-I_1 R_1 + 0 + I_2 R_2 = 0 \,(I_g = 0) \quad (3.81)$$

અને $I_3 = I_1$ અને $I_4 = I_2$નો ઉપયોગ કરતાં, બીજા ગાળા માટે,

$$I_2 R_4 + 0 - I_1 R_3 = 0 \quad (3.82)$$

મળે છે. સમીકરણ (3.81) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

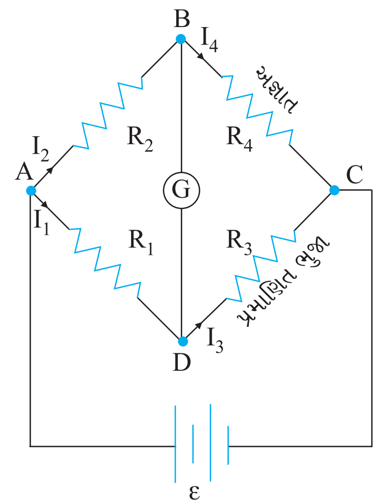
જ્યારે સમીકરણ (3.82) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

તેથી આપણને નીચેની શરત મળશે.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad [3.83(a)]$$

ચાર અવરોધોને સાંકળતા આ છેલ્લા સમીકરણને ગૅલ્વેનોમીટર શૂન્ય કોણાવર્તન દર્શાવે તે માટેની સમતોલન શરત કહે છે.



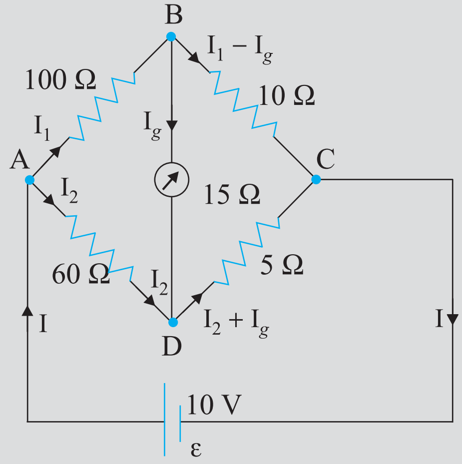
આકૃતિ 3.25 વ્હીટસ્ટન બ્રિજ

વ્હીટસ્ટન બ્રિજ અને તેની સમતોલન શરત એ અજ્ઞાત અવરોધ શોધવાની એક વ્યવહારુ પદ્ધતિ પુરી પાડે છે. એવું ધારો કે આપણી પાસે એક અજ્ઞાત અવરોધ છે કે જે આપણે ચોથી ભુજામાં લગાડેલ છે. આમ R_4 અજ્ઞાત છે. જાણીતા અવરોધો R_1 અને R_2ને બ્રિજની પ્રથમ અને બીજી ભુજામાં રાખી આપણે અવરોધ R_3ને ગૅલ્વેનોમીટર શૂન્ય આવર્તન આપે ત્યાં સુધી બદલતા જઈએ. પછી જ્યારે બ્રિજ સમતોલન સ્થિતિમાં આવે ત્યારે સમતોલન શરત પરથી અજ્ઞાત અવરોધ R_4 નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1} \quad [3.83(b)]$$

આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી બનાવેલ વ્યવહારુ ઉપકરણ મીટરબ્રિજ કહેવાય છે, તે હવે પછીના વિભાગમાં ચર્ચીશું.

ઉદાહરણ 3.8 વ્હીટસ્ટન બ્રિજની ચાર ભુજાઓ (આકૃતિ 3.26)ને નીચે મુજબના અવરોધો છે.
AB = 100 Ω, BC = 10 Ω, CD = 5 Ω અને DA = 60 Ω



આકૃતિ 3.26

ઉદાહરણ 3.8

ઉદાહરણ 3.8

15Ω અવરોધ ધરાવતું ગૅલ્વેનોમીટર BD વચ્ચે જોડેલ છે. જ્યારે ACને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત 10 V જેટલો જાળવી રાખવામાં આવે ત્યારે ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ ગણો.

ઉકેલ બંધગાળો BADB ધ્યાનમાં લો.

$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$

અથવા $20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0$ [3.84(a)]

બંધગાળો BCDB ધ્યાનમાં લો. આપણને

$10(I_1 - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0$ મળે.

$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$

$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0$ [3.84(b)]

બંધગાળો ADCEA ધ્યાનમાં લેતાં,

$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$

$65I_2 + 5I_g = 10$

$13I_2 + I_g = 2$ [3.84(c)]

સમીકરણ [3.84(b)]ને 10 વડે ગુણતાં,

$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0$ [3.84(d)]

સમીકરણો [3.84(d)] અને [3.84(a)] પરથી,

$63I_g - 2I_2 = 0$

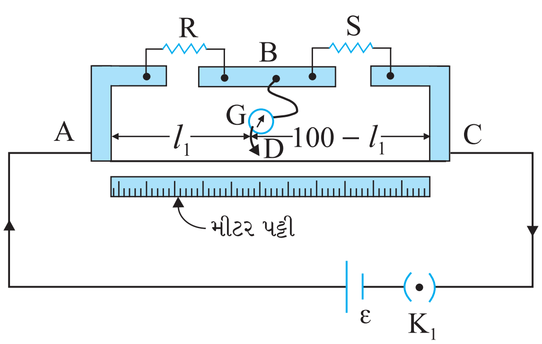
$I_2 = 31.5I_g$ [3.84(e)]

I_2ની કિંમત સમીકરણ [3.84(c)]માં મૂકતાં,

$13(31.5I_g) + I_g = 2$

$410.5I_g = 2$

$I_g = 4.87$ mA



આકૃતિ 3.27 મીટરબ્રિજ. AC તારની લંબાઈ 1 m છે. R એક અવરોધ છે કે જે માપવો છે અને S એક પ્રમાણભૂત અવરોધ છે.

3.15 મીટરબ્રિજ (METER BRIDGE)

આકૃતિ 3.27માં એક મીટરબ્રિજ દર્શાવેલ છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, મીટરબ્રિજને સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને 1 m લંબાઈનો તાર કે જેને ખેંચીને બે કાટખૂણે વળેલી ધાતુની જાડી પટ્ટી સાથે બાંધીને બનાવેલ છે. આ ધાત્વીય પટ્ટીમાં બે ખુલ્લી જગ્યા (Gaps) છે કે જેમાં અવરોધો જોડવામાં આવે છે. (મીટરબ્રિજનો) તાર જ્યાં જકડેલ છે તે અંત્યબિંદુઓ કળ થકી કોષ સાથે જોડેલ છે. ગૅલ્વેનોમીટરનો એક છેડો બે ગેપની વચ્ચે આવેલી ધાતુની પટ્ટી સાથે જોડવામાં આવેલ છે. ગૅલ્વેનોમીટરનો બીજો છેડો જોકી (સંપર્ક કળ) સાથે જોડવામાં આવે છે. જૉકી એક પ્રકારનો ધાતુનો સળિયો છે કે જેનો એક છેડો તીક્ષ્ણ ધાર ધરાવે છે અને તે તાર પર સરકી શકે તે રીતે વિદ્યુત જોડાણ કરે છે.

R એક અજ્ઞાત અવરોધ છે, જેનું મૂલ્ય આપણે શોધવું છે. તેને કોઈ એક ગેપમાં જોડવામાં આવે છે. બીજી ખાલી જગ્યામાં આપણે એક પ્રમાણભૂત જ્ઞાત અવરોધ S જોડીએ છીએ. જૉકી એ

તાર પરના કોઈ બિંદુ D સાથે જોડવામાં આવે છે કે જે છેડા A થી l cm લંબાઈએ છે. જોકી તાર પર સરકી શકે છે. તારના AD ભાગનો અવરોધ $R_{cm}l$ જેટલો છે, જ્યાં R_{cm} એ તારનો એકમ સેન્ટીમીટર દીઠ અવરોધ છે. તારના DC ભાગનો અવરોધ આ જ રીતે $R_{cm}(100 - l)$ જેટલો થશે.

ચાર ભુજાઓ AB, BC, DA અને CD (R, S, $R_{cm}l$ અને $R_{cm}(100 - l)$ અવરોધો ધરાવતી), સ્વાભાવિક છે કે એક વ્હીટસ્ટન બ્રિજ બનાવે છે કે જેમાં AC બૅટરી-ભૂજ અને BD ગૅલ્વેનોમીટર-ભૂજ થશે. હવે જો જૉકીને તાર પર સરકાવવામાં આવે તો એક એવું સ્થાન મળશે કે જ્યાં ગૅલ્વેનોમીટર કોઈ પ્રવાહ દર્શાવે નહિ. ધારોકે છેડા Aથી આવા સમતોલન બિંદુ માટેનું અંતર $l = l_1$ છે, બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિમાં ચાર અવરોધો અનુક્રમે R, S, $R_{cm}l_1$ અને $R_{cm}(100 - l_1)$ હશે. બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિ સમીકરણ [3.83(a)] પરથી, નીચેનો સંબંધ આપે છે.

$$\frac{R}{S} = \frac{R_{cm}l_1}{R_{cm}(100-l_1)} = \frac{l_1}{100-l_1} \tag{3.85}$$

આમ, એક વખત આપણે l_1 શોધી કાઢીએ તો અજ્ઞાત અવરોધ R પ્રમાણિત જ્ઞાત અવરોધ Sના પદમાં શોધી શકાય.

$$R = S\frac{l_1}{100-l_1} \tag{3.86}$$

Sના જુદા જુદા મૂલ્યો પસંદ કરતાં આપણને l_1નાં જુદાં જુદાં મૂલ્યો મળશે અને દરેક વખતે R ગણી શકીએ. l_1ની માપણીમાં રહેલ ત્રુટી સ્વાભાવિક રીતે જ Rની ત્રુટિમાં પણ પરિણમશે. એવું દર્શાવી શકાય કે જો સમતોલન-બિંદુને બ્રિજના મધ્યસ્થાનની આસપાસ, એટલે કે l_1 એ 50 cmની નજીક ગોઠવીએ તો Rની માપણીની પ્રતિશત ત્રુટી લઘુત્તમ કરી શકાય. (આના માટે Sની યોગ્ય પસંદગી કરવી જરૂરી છે.)

ઉદાહરણ 3.9 એક મીટરબ્રિજમાં (આકૃતિ 3.27), Aથી 33.7 cm આગળ તટસ્થ બિંદુ/સમતોલન-બિંદુ (Null-point) મળે છે. હવે જો Sને સમાંતર 12 Ω નો અવરોધ જોડવામાં આવે તો સમતોલન-બિંદુ 51.9 cm આગળ મળે છે. R અને Sનાં મૂલ્યો શોધો.

ઉકેલ પહેલા સમતોલન બિંદુ પરથી,

$$\frac{R}{S} = \frac{33.7}{66.3} \tag{3.87}$$

S અને 12Ωના અવરોધ સાથે સમાંતરમાં જોડ્યા બાદ તે ખાલી જગ્યામાંનો અવરોધ બદલાઈને Sથી S_{eq} થાય છે, જ્યાં

$$S_{eq} = \frac{12\,S}{S+12}$$

અને તેથી નવી સમતોલન સ્થિતિ,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{R}{S_{eq}} = \frac{R(S+12)}{12\,S} \tag{3.88}$$

થશે. R/Sની કિંમત સમીકરણ (3.87)માંથી મૂકતાં,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{S+12}{12} \cdot \frac{33.7}{66.3}$$

જે S = 13.5 Ω આપશે. ઉપર દર્શાવેલ R/Sનાં મૂલ્ય પરથી આપણને R = 6.86 Ω મળશે.

ઉદાહરણ 3.9

3.16 પોટેન્શિયોમીટર (POTENTIOMETER)

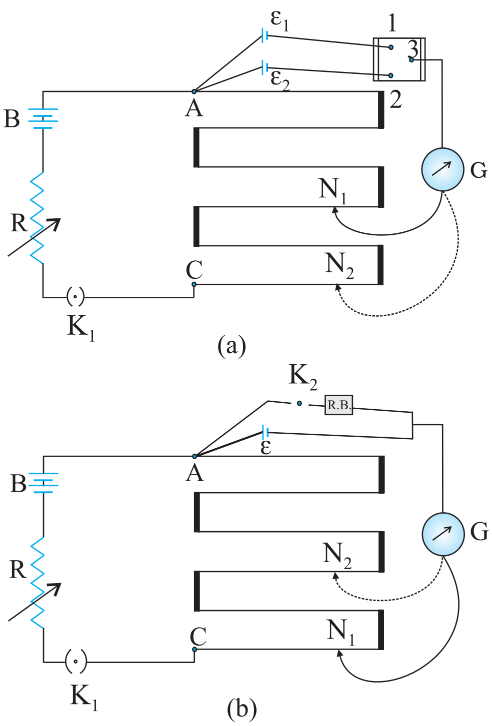
આ એક સર્વતોમુખી (ખૂબ ઉપયોગી) (Versatile) સાધન છે. તે મૂળ તો એક લાંબા સમાન આડછેદના તારનું બનેલું છે. તે લંબાઈમાં ઘણીવખત અમુક મીટર લાંબો હોય છે, અને તેના છેડા વચ્ચે એક પ્રમાણભૂત વિદ્યુતકોષ B જોડવામાં આવે છે. આની વાસ્તવિક રચનામાં ઘણીવખત આ તારને પાસપાસે રાખેલા ઘણાં બધાં ટુકડાઓ તરીકે લેવામાં આવે છે અને તેના છેડાઓને જાડી ધાતુની પટ્ટીથી જોડવામાં આવે છે (આકૃતિ 3.28). આકૃતિમાં તાર Aથી C વચ્ચે જોડેલાં છે. નાના ઊભા ભાગ એ ધાતુની જાડી પટ્ટી દર્શાવે છે કે જે તારના જુદા જુદા ભાગને જોડે છે.

તારમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થાય છે કે જે પરિપથમાં જોડેલ ચલ (બદલી શકાય તેવા) અવરોધ (રીઓસ્ટેટ, R)ની મદદથી બદલી શકાય છે. અત્રે તાર નિયમિત હોવાથી A અને બિંદુ A થી l અંતરે રહેલા કોઇ પણ બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત

$$\varepsilon(l) = \phi l \tag{3.89}$$

થશે, જ્યાં ϕ એ એકમ લંબાઇદીઠ વોલ્ટેજ ડ્રોપ દર્શાવે છે.

આકૃતિ 3.28(a) બે વિદ્યુતકોષોના *emf* ε_1 અને ε_2 સરખાવવા માટે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ દર્શાવે છે. એક દ્વિ-માર્ગીકળ (Two Way Key)નાં ત્રણ બિંદુઓ 1, 2, 3 દર્શાવેલા છે. પહેલાં ધારો કે કળના 1 અને 3 બિંદુ જોડેલા છે, જેથી ગૅલ્વેનોમીટર ε_1 સાથે જોડાયેલ સ્થિતિમાં છે. જૉકીને તાર પર બિંદુ N_1કે જે Aથી l_1 અંતરે છે ત્યાં સુધી સરકાવો જેથી ગૅલ્વેનોમીટરમાં શૂન્ય આવર્તન મળે. આપણે કિર્ચોફનો લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ બંધગાળા AN_1G31Aને લગાડતાં,



આકૃતિ 3.28 એક પોટેન્શિયોમીટર, G ગૅલ્વેનોમીટર અને R એક ચલ રીઓસ્ટેટ છે.1, 2, 3 દ્વિમાર્ગી કળના ધ્રુવો છે. (a) બે કોષોના *emf*ની સરખામણી માટેનો પરિપથ. (b) કોષોનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટેનો પરિપથ.

$$\phi l_1 + 0 - \varepsilon_1 = 0 \tag{3.90}$$

તે જ રીતે જો બીજો ε_2 *emf* ને $l_2(AN_2)$ લંબાઈથી સંતુલિત કરવામાં આવે તો,

$$\phi l_2 + 0 - \varepsilon_2 = 0 \tag{3.91}$$

છેલ્લાં બે સમીકરણો પરથી,

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2} \tag{3.92}$$

આ સરળ કાર્યપદ્ધતિની મદદથી બે ઉદ્‌ગમોના *emf* (ε_1 અને ε_2)ની સરખામણી થઈ શકે છે. વ્યવહારમાં એક વિદ્યુતકોષ તરીકે પ્રમાણભૂત કોષને લેવામાં આવે છે કે જેનું *emf* ખૂબ ચોક્સાઈથી જ્ઞાત હોય, તો બીજા કોષનું *emf* ખૂબ સહેલાઈથી સમીકરણ (3.92)ની મદદથી શોધી શકાય છે.

આપણે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ માપવા પણ કરી શકીએ છીએ [આકૃતિ 3.28(b)]. આ માટે જે કોષ (*emf* ε)નો આંતરિક અવરોધ (r) શોધવાનો છે તેને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ કળ K_2 દ્વારા અવરોધ પેટીને સમાંતર જોડવામાં આવે છે. જ્યારે કળ K_2 ખુલ્લી હશે ત્યારે સંતુલન સ્થિતિની લંબાઈ $l_1(AN_1)$ લંબાઈએ મળે છે. આથી,

$$\varepsilon = \phi\, l_1 \tag{3.93(a)}$$

જ્યારે કળ K_2 બંધ હશે ત્યારે કોષ અવરોધપેટીમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરશે. જો V એ કોષનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ હોય અને સંતુલન $l_2(AN_2)$ લંબાઈએ મળે તો,

$$V = \phi\, l_2 \tag{3.93(b)}$$

તેથી, $\varepsilon/V = l_1/l_2$ (3.94(a))

પરંતુ, $\varepsilon = I(r + R)$ અને $V = IR$ છે તેથી, [3.94(a)]

$\varepsilon / V = (r + R)/R$ [3.94(b)]

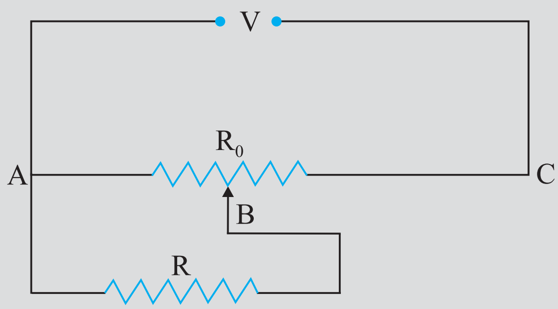
સમીકરણ [3.94(a)] અને [3.94(b)] પરથી,

$(R + r)/R = l_1/l_2$

$$r = R\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) \quad (3.95)$$

સમીકરણ (3.95)નો ઉપયોગ કરીને આપણે આપેલ કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધી શકીએ છીએ. પોટેન્શિયોમીટરનો ફાયદો એ છે કે વોલ્ટેજના જે સ્રોતની માપણી કરવાની છે તેમાંથી તે પ્રવાહ ખેંચતો નથી. તે પ્રવાહ ખેંચતો નથી તેથી તે ઉદ્ગમના આંતરિક અવરોધથી અસર પામતો નથી.

ઉદાહરણ 3.10 પોટેન્શિયોમીટરમાંથી R Ωનો અવરોધ પ્રવાહ ખેંચે છે. પોટેન્શિયોમીટરનો કુલ અવરોધ R_0 Ω છે (આકૃતિ 3.29). પોટેન્શિયોમીટરને V જેટલો વોલ્ટેજ લગાડવામાં આવે છે. જ્યારે સરકતી (જૉકી) કળ એ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યમાં જોડાયેલ હોય તે સ્થિતિ માટે Rને સમાંતર વોલ્ટેજ માટેનું સૂત્ર તારવો.



આકૃતિ 3.29

ઉકેલ

જ્યારે સરકતી કળ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યભાગમાં હશે ત્યારે તેનો ફક્ત અડધો અવરોધ $(R_0/2)$ બિંદુઓ A અને Bની વચ્ચે હશે. તેથી A અને B વચ્ચેનો કુલ અવરોધ, ધારો કે R_1, નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

A અને C વચ્ચેનો કુલ અવરોધ A અને B તથા B અને C વચ્ચેના અવરોધોના સરવાળા બરાબર એટલે કે $R_1 + R_0/2$ થશે.

∴ પોટેન્શિયોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

પોટેન્શિયોમીટરમાંથી મળતો વોલ્ટેજ V_1, પ્રવાહ I અને અવરોધ R_1ના ગુણાકાર જેટલો થશે,

$$V_1 = I R_1 = \left(\frac{2V}{2R_1 + R_0}\right) \times R_1$$

ઉદાહરણ 3.10

ઉદાહરણ 3.10

R_1ની કિંમત મૂકતાં,

$$V_1 = \frac{2V}{2\left(\frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}\right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R} \text{ અથવા } V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R}.$$

સારાંશ

1. સુવાહકના આપેલ આડછેદમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ આડછેદમાંથી એકમ સમયમાં પસાર થતો કુલ (ચોખ્ખો) વિદ્યુતભાર છે.
2. પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જાળવી રાખવા, આપણી પાસે બંધ પરિપથ હોવો જોઈએ જેમાં એક બાહ્ય પરિબળ (Agency) વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ગતિ કરાવે. વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન (એટલે કે, ઉદ્‌ગમના એક છેડાથી બીજા છેડા) સુધી લઈ જવા ઉદ્‌ગમ વડે એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ કરવા પડતા કાર્યને ઉદ્‌ગમનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force) અથવા *emf* કહે છે. અત્રે, એ નોંધો કે *emf* એ બળ નથી, તે ખુલ્લા પરિપથની સ્થિતિ (OCC)માં ઉદ્‌ગમના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજનો તફાવત છે.
3. ઓહ્‌મનો નિયમ : પદાર્થમાંથી વહેતો પ્રવાહ I એ તેના છેડે લગાવેલા વોલ્ટેજ Vના સમપ્રમાણમાં હોય છે, એટલે કે, $V \propto I$ અથવા $V = RI$. જ્યાં, Rને પદાર્થનો અવરોધ કહે છે. અવરોધનો એકમ ઓહ્‌મ છે : $1\,\Omega = V\,A^{-1}$.
4. સુવાહકનો અવરોધ તેની લંબાઈ *l* અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ A સાથે નીચેનો સંબંધ ધરાવે છે.
   $R = \rho l / A$

   જ્યાં, ρને અવરોધકતા કહે છે. તે દ્રવ્યની લાક્ષણિકતા છે અને તે તાપમાન અને દબાણ ઉપર આધાર રાખે છે.
5. પદાર્થોની વિદ્યુતકીય અવરોધકતા ખૂબ મોટા અંતરાલમાં બદલાય છે. ધાતુઓ $10^{-8}\,\Omega m$ થી $10^{-6}\,\Omega m$ના ક્રમની ખૂબ ઓછી અવરોધકતા ધરાવે છે. કાચ (ગ્લાસ) અને રબર જેવા અવાહકોની અવરોધકતા 10^{22}થી 10^{24} ગણી વધારે હોય છે. Si અને Ge જેવા અર્ધવાહકોની અવરોધકતા Logarithmic-સ્કેલ પરના લગભગ વચલાગાળામાં આવેલ છે.
6. મોટાભાગના પદાર્થોમાં પ્રવાહના વાહકો (Carriers) તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન છે : કેટલાક કિસ્સાઓમાં દા.ત., આયોનિક સ્ફટિકોમાં અને વિદ્યુતદ્રાવણોમાં ધન અને ઋણ આયનો વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે.
7. પ્રવાહઘનતા **j** એ એકમ સમયમાં પ્રવાહને લંબ એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનો જથ્થો દર્શાવે છે,

   $\mathbf{j} = nq\,\boldsymbol{\upsilon}_d$

   જ્યાં, n એ દરેક q જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતા વિદ્યુતભાર વાહકોની સંખ્યા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ સંખ્યા) અને $\boldsymbol{\upsilon}_d$ વિદ્યુતવાહકોનો ડ્રિફ્ટ વેગ છે. ઇલેક્ટ્રૉન માટે $q = -e$. જો **j**, આડછેદના ક્ષેત્રફળ **A**ને લંબ હોય અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ ઉપર અચળ હોય તો આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય $ne\,\upsilon_d\mathbf{A}$ થશે.

8. $E = V/l$, $I = ne\upsilon_d A$, અને ઓહ્‌મના નિયમનો ઉપયોગ કરી આપણે $\frac{eE}{m} = \rho \frac{ne^2}{m} \upsilon_d$ મેળવી શકીએ.

જો આપણે એવું ધારીએ કે ધાતુમાં ઇલેક્ટ્રૉન આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે તે તેમનું અસ્તવ્યસ્ત આવર્તન કરાવે છે તો બાહ્યક્ષેત્ર Eને કારણે ધાતુમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉન પર લાગતા બળ eE અને ડ્રિફ્ટ વેગ υ_d (પ્રવેગ નહીં) વચ્ચેની સમપ્રમાણતા સમજી શકાય તેમ છે. જો આવી અથડામણ સરેરાશ રીતે τ જેટલા સમય અંતરાલે થતી હોય તો,

$$\upsilon_d = a\tau = eE\tau/m$$

જ્યાં, a એ ઇલેક્ટ્રૉનનો પ્રવેગ છે. તેથી,

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \text{ મળે.}$$

9. અવરોધકતા તાપમાન સાથે રેખીય રીતે વધતી હોય તેવા તાપમાન અંતરાલમાં અવરોધકતાના તાપમાન ગુણાંક αને તાપમાનના એકમ વધારા દીઠ અવરોધકતાના આંશિક (Fractional) વધારા તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

10. ઘણા પદાર્થો દ્વારા ઓહ્‌મનો નિયમ પળાય છે, પરંતુ તે કુદરતનો મૂળભૂત નિયમ નથી. તે નીચેના સંજોગોમાં ખોટો પડે છે.
 (a) V એ I પર અરેખીય રીતે આધાર રાખતો હોય.
 (b) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ Vના એકસમાન હોય તેવા નિરપેક્ષ મૂલ્યના ચિહ્‌ન ઉપર આધાર રાખતો હોય.
 (c) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય ન હોય (Non-unique હોય).

 કિસ્સા (a) માટે, ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે ρ એ I સાથે (તાપમાન અચળ રાખવામાં આવે તો પણ) વધતી હોય. રેક્ટિફાયર એ (a) અને (b) બંને લક્ષણોનું સંયોજન છે. GaAs (c) ગુણધર્મ દર્શાવે છે.

11. જ્યારે ε જેટલું *emf* ધરાવતું ઉદ્‌ગમ બાહ્ય અવરોધ R સાથે જોડવામાં આવે ત્યારે Rને સમાંતર વૉલ્ટેજ નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$V_{ext} = IR = \frac{\varepsilon}{R + r} R$$

જ્યાં, r એ ઉદ્‌ગમનો આંતરિક અવરોધ છે.

12. (a) શ્રેણીમાં જોડેલાં n અવરોધોનો પરિણામી (કુલ) અવરોધ R નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$R = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

 (b) સમાંતરમાં જોડેલા n અવરોધોનો પરિણામી અવરોધ R નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

13. કિર્ચોફના નિયમો :
 (a) જંકશનનો નિયમ : પરિપથના ઘટકો માટેના કોઈપણ જંકશન આગળ, જંકશનમાં દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંકશનથી દૂર જતાં પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોવો જોઈએ.
 (b) લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ : કોઈ બંધગાળા માટે સ્થિતિમાનના ફેરફારનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય જ હોવો જોઈએ.

14. પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ વ્હીટસ્ટન બ્રિજ એક ચાર અવરોધો – R_1, R_2, R_3, R_4ની બનેલી રચના છે. તેના તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુ માટેની શરત નીચે મુજબ આપી શકાય

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

કે જેની મદદથી બાકીના ત્રણ અવરોધો જ્ઞાત હોય તો કોઈ એક અવરોધ શોધી શકાય.

15. પોટેન્શિયોમીટર સ્થિતિમાનના તફાવતની સરખામણી કરવાનું સાધન છે. આ રીતમાં પ્રવાહ વહેતો ના હોવાથી આ ઉપકરણનો ઉપયોગ સ્થિતિમાનનો તફાવત માપવા; બૅટરીનો આંતરિક અવરોધ માપવા અને બે ઉદ્‌ગમોના *emf*ની સરખામણી કરવામાં કરી શકાય છે.

ભૌતિકરાશિ	સંજ્ઞા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
વિદ્યુતપ્રવાહ	I	[A]	A	SI મૂળભૂત એકમ
વિદ્યુતભાર	Q, q	[T A]	C	
વોલ્ટેજ, વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત	V	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force)	ε	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
અવરોધ	R	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	R = V/I
અવરોધકતા	ρ	$[M L^3 T^{-3} A^{-2}]$	Ω m	$R = \rho l/A$
વિદ્યુત વાહકતા	σ	$[M^{-1} L^{-3} T^3 A^2]$	S	σ = 1/ρ
વિદ્યુતક્ષેત્ર	**E**	$[M L T^{-3} A^{-1}]$	$V m^{-1}$	વિદ્યુતબળ/વિદ્યુતભાર
ડ્રિફ્ટ ઝડપ	υ_d	$[L T^{-1}]$	$m s^{-1}$	$\upsilon_d = \frac{eE\tau}{m}$
રીલેક્સેશન સમય	τ	[T]	s	
પ્રવાહ ઘનતા	**j**	$[L^{-2} A]$	$A m^{-2}$	પ્રવાહ/ક્ષેત્રફળ
મોબીલીટી	μ	$[M L^3 T^{-4} A^{-1}]$	$m^2 V^{-1} s^{-1}$	υ_d/E

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. ભલે આપણે પ્રવાહને તીર (સદિશ) સંજ્ઞા સાથે દર્શાવીએ પરંતુ તે અદિશ રાશિ છે. પ્રવાહ સદિશ સરવાળાના નિયમને અનુસરતો નથી. પ્રવાહ અદિશ છે તેમ તેની વ્યાખ્યા પરથી પણ ફલિત થાય છે. આડછેદના ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ બે સદિશોના અદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવાય છે.

   $I = \mathbf{j} \cdot \Delta\mathbf{S}$

   જ્યાં, **j** અને **ΔS** એ સદિશો છે.

2. પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ અવરોધ અને ડાયોડના V – I વક્રોને ધ્યાનમાં લો. અવરોધ ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે પરંતુ ડાયોડ નહીં. V = IR એ ઓહ્મના નિયમનું કથન છે તેવું નિશ્ચયાત્મક રીતે કહેવું સાચું નથી. આ સમીકરણ અવરોધની વ્યાખ્યા આપે છે અને તે વાહક ઉપકરણો ભલે તે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરતા હોય કે નહીં, તે બધાને લાગુ પાડી શકાય છે. ઓહ્મનો નિયમ I વિરૂદ્ધ Vનો ગ્રાફ સુરેખા છે તેમ સુનિશ્ચિત કરે છે, એટલે કે R એ Vથી સ્વતંત્ર છે.

   સમીકરણ $\mathbf{E} = \rho\mathbf{j}$ ઓહ્મના નિયમના બીજા વિધાન તરફ દોરી જાય છે. એટલે કે સુવાહક દ્રવ્ય, જ્યારે તેની અવરોધકતા લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય અને દિશા ઉપર આધારિત ના હોય ત્યારે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે.

3. ચાંદી (Silver) જેવા સમાંગી સુવાહકો અને શુદ્ધ જર્મેનિયમ અથવા અશુદ્ધિ ધરાવતા જર્મેનિયમ જેવા અર્ધવાહકો અમુક ગાળામાં લગાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય માટે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે. જો લગાડેલ ક્ષેત્ર ખૂબ જ પ્રબળ બને તો બધા જ કિસ્સામાં ઓહ્મના નિયમથી વિચલન થાય છે.

4. વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ની હાજરીમાં (વાહક) ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ (i) અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોથી થતી ગતિ અને (ii) **E**ને કારણે થતી ગતિના સરવાળા બરાબર હોય છે. અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોને કારણે થતી ગતિની સરેરાશ શૂન્ય હોવાથી તે υ_dમાં ફાળો આપતી નથી (પ્રકરણ-11, ધોરણ XIનું પાઠ્ય પુસ્તક). આમ, υ_d એ ઇલેક્ટ્રૉન પર ફક્ત લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે જ હોય છે.
5. $\mathbf{j} = \rho\upsilon$ સંબંધ એ દરેક પ્રકારના વિદ્યુતભાર વાહકોને અલગ અલગ લગાડવું જોઈએ. સુવાહક તારમાં, કુલ પ્રવાહ અને વિદ્યુતભાર ઘનતા એ ધન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારોને કારણે ઉદ્‌ભવે છે :

   $\mathbf{j} = \rho_+\upsilon_+ + \rho_-\upsilon_-$

   $\rho = \rho_+ + \rho_-$

   હવે, વિદ્યુતભારનું વહન કરતા તટસ્થ તારમાં, $\rho_+ = -\rho_-$

   ઉપરાંત, $\upsilon_+ \sim 0$ હોવાથી, $\rho = 0$

   $\mathbf{j} = \rho_-\upsilon_-$ થશે.

   આમ, $\mathbf{j} = \rho\upsilon$ સંબંધ એ કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતાને લાગુ પડતો નથી.
6. કિર્ચોફનો જંક્શનનો નિયમ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પર આધારિત છે અને જંક્શનથી બહાર નીકળતા પ્રવાહો એકબીજામાં ઉમેરાય છે અને તે જંક્શનની અંદર દાખલ થતા પ્રવાહો બરાબર હોય છે. તારને વાળવાથી કે તેને જુદી-જુદી સ્થિતિમાં મૂકવાથી પણ કિર્ચોફના જંક્શનના નિયમની સત્યતા બદલાતી નથી.

સ્વાધ્યાય

3.1 કારની એક સંગ્રાહક બૅટરીનું *emf* 12 V છે. જો બૅટરીનો આંતરિક અવરોધ 0.4 Ω હોય તો બૅટરીમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય ?

3.2 10 V જેટલું *emf* અને 3 Ω જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બૅટરીને એક અવરોધક સાથે જોડવામાં આવે છે. જો પરિપથમાં પ્રવાહ 0.5 A હોય તો અવરોધકનો અવરોધ કેટલો હશે ? જ્યારે પરિપથ બંધ (જોડેલો) હોય તે સ્થિતિમાં બૅટરીનો ટર્મિનલ વૉલ્ટેજ કેટલો હશે ?

3.3 (a) 1 Ω, 2 Ω અને 3 Ωના ત્રણ અવરોધો શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?

(b) જો આ સંયોજનને 12 V જેટલું *emf* અને અવગણ્ય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બૅટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધને છેડે વૉલ્ટેજ તફાવત શોધો.

3.4 (a) 2 Ω, 4 Ω અને 5 Ωના ત્રણ અવરોધો સમાંતરમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનોનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?

(b) જો આ સંયોજનને 20 V જેટલું *emf* અને અવગણ્ય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બૅટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ અને બેટરીમાંથી ખેંચાતો કુલ પ્રવાહ શોધો.

3.5 એક ગરમ કરવા વપરાતા ઘટક તાર (Heating element)નો ઓરડાના તાપમાને (27.0 °C) અવરોધ 100 Ω છે. જો અવરોધકના દ્રવ્યની અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક $1.70 \times 10^{-4}\ ^\circ C^{-1}$ આપેલ હોય તો તારનો અવરોધ 117 Ω થાય ત્યારે તારનું તાપમાન શોધો.

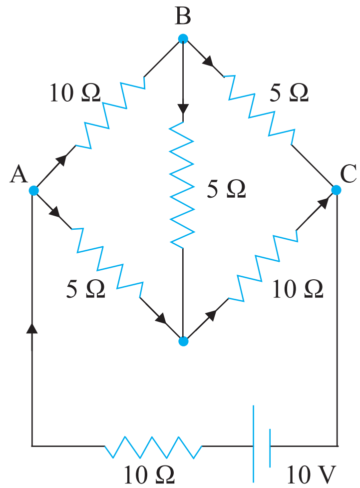
3.6 15 m લંબાઈના અને $6.0 \times 10^{-7} m^2$ જેટલું નિયમિત ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તારમાંથી અવગણી શકાય તેટલો ઓછો પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે તેનો અવરોધ 5.0 Ω માપવામાં આવે છે. આ પ્રયોગ કરવાના તાપમાને તારના દ્રવ્યની અવરોધકતા કેટલી હશે ?

3.7 એક ચાંદીના તારનો 27.5 °C તાપમાને અવરોધ 2.1 Ω અને 100 °C તાપમાને અવરોધ 2.7 Ω છે. ચાંદીનો અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક શોધો.

3.8 નિક્રોમના બનેલા એક ગરમ કરવાના તાર (Heating element)ને 230 Vના ઉદ્‌ગમ સાથે જોડતાં પ્રારંભમાં તે 3.2 A પ્રવાહ ખેંચે છે કે જે અમુક સેકન્ડ બાદ 2.8 A જેટલું સ્થાયી થાય છે. જો ઓરડાનું

તાપમાન 27.0 °C જેટલું હોય તો ગરમ કરતાં તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે ? સંકળાયેલ તાપમાનના ગાળા માટે નિક્રોમના અવરોધના તાપમાન ગુણાંકનું સરેરાશ મૂલ્ય 1.70×10^{-4} $^{\circ}C^{-1}$ છે.

3.9 આકૃતિ 3.30 દર્શાવેલ નેટવર્ક માટે દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.30

3.10 (a) એક મીટરબ્રિજ (આકૃતિ 3.27)માં જ્યારે Y અવરોધ 12.5 Ω હોય ત્યારે છેડા Aથી તટસ્થબિંદુ 39.5 cm અંતરે મળે છે. અવરોધ X શોધો. શા માટે વ્હીટસ્ટન અથવા મીટરબ્રિજમાં અવરોધો વચ્ચેનું જોડાણ જાડી ધાતુની પટ્ટી દ્વારા કરવામાં આવે છે ? (આકૃતિમાં Rને સ્થાને X, Sને સ્થાને Y લો.)

(b) હવે જો X અને Yના સ્થાનો અદલબદલ કરવામાં આવે તો ઉપરના બ્રિજમાં તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુનું સ્થાન શોધો.

(c) બ્રિજના તટસ્થ બિંદુ આગળ ગૅલ્વેનોમીટર અને બૅટરીને અદલાબદલી કરતાં શું થશે ? શું ગૅલ્વેનોમીટર કોઈ પ્રવાહ બતાવશે ?

3.11 8.0 V *emf*ની અને 0.5 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી સંગ્રાહક (Storage) બૅટરીને 120 V વાળા *dc* સપ્લાય વડે 15.5 Ωના અવરોધ મારફતે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. વિદ્યુતભારણની પ્રક્રિયા દરમિયાન બૅટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલો હશે ? વિદ્યુતભારણ માટેના પરિપથમાં શ્રેણી અવરોધ રાખવાનો હેતુ શો છે ?

3.12 એક પોટેન્શિયોમીટરની રચનામાં 1.25 Vની એક બૅટરી તારના 35.0 cm અંતરે તટસ્થ બિંદુ આપે છે. હવે આ કોષને બદલીને બીજો કોષ લગાવતાં તટસ્થબિંદુ ખસીને 63 cm આગળ મળે છે. તો બીજા કોષનું *emf* કેટલું હશે ?

3.13 ઉદાહરણ 3.1માં કૉપર સુવાહકમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનની અંદાજિત સંખ્યા ઘનતા 8.5×10^{28} m^{-3} છે. આવા ઇલેક્ટ્રૉનને 3.0 m લાંબા તારના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી ડ્રિફ્ટ થતા કેટલો સમય લાગશે ? તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 2.0×10^{-6} m^2 અને તેમાંથી 3.0 A જેટલો પ્રવાહ વહે છે.

વધારાના સ્વાધ્યાય

3.14 પૃથ્વીની સપાટી પર ઋણ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા 10^{-9} Cm^{-2} છે. વાતાવરણના ટોચના ભાગ અને સપાટી વચ્ચેના 400 kV સ્થિતિમાનના તફાવતને પરિણામે (વાતાવરણના નીચેના ભાગની ઓછી વાહકતાને કારણે) આખીય પૃથ્વી પર ફક્ત 1800 A જેટલો પ્રવાહ રચાય છે. હવે, જો વાતાવરણમાં વિદ્યુતક્ષેત્રને જાળવી શકે એવી કોઈ કાર્યપ્રણાલી ના હોય તો પૃથ્વીની સપાટીને તટસ્થ કરવા માટે (અંદાજીત) કેટલો સમય લાગશે ? (વાસ્તવમાં આવું કદાપી થશે નહીં કારણ કે

પૃથ્વીના જુદા જુદા ભાગમાં સતત થતી વીજળી અને ગાજવીજ સાથેના વાવાઝોડાને કારણે સતત વિદ્યુતભાર ઠલવાતાં રહે છે.) (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા 6.37×10^6 m છે.)

3.15 (a) દરેકને 2.0 V જેટલું *emf* અને 0.015 Ω જેટલો આંતરિક અવરોધ હોય તેવા છ લેડ-એસિડ પ્રકારના ગૌણ વિદ્યુતકોષને શ્રેણીમાં જોડી 8.5 Ωના અવરોધ સાથે ઉદ્‌ગમ તરીકે જોડવામાં આવે છે. ઉદ્‌ગમમાંથી ખેંચાતો પ્રવાહ અને ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલા હશે ?

(b) લાંબા વપરાશ બાદ એક ગૌણ વિદ્યુતકોષનું *emf* 1.9 V અને મોટો આંતરિક અવરોધ 380 Ω છે. આ કોષમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય ? શું આ કોષ કારને ચાલુ કરવાની મોટર ચલાવી શકશે ?

3.16 એક ઍલ્યુમિનીયમ અને બીજા કૉપરના હોય તેવા બે સમાન લંબાઈના તારનો અવરોધ સમાન છે. બેમાંથી કયો તાર હલકો હશે ? અને તે પરથી સમજાવો કે શા માટે Overhead પાવર કેબલ માટે ઍલ્યુમિનિયમના તાર પસંદ કરવામાં આવે છે.
($\rho_{Al} = 2.63 \times 10^{-8}\ \Omega$ m, $\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8}\ \Omega$ m, તેમની સાપેક્ષ ઘનતા $\rho_{Al} = 2.7$, $\rho_{Cu} = 8.9$ છે.)

3.17 મેન્ગેનીન મિશ્રધાતુના બનેલા અવરોધ માટે નીચે મુજબના અવલોકનો પરથી તમે શું તારણ કાઢશો ?

પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V	પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V
0.2	3.94	3.0	59.2
0.4	7.87	4.0	78.8
0.6	11.8	5.0	98.6
0.8	15.7	6.0	118.5
1.0	19.7	7.0	138.2
2.0	39.4	8.0	158.0

3.18 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) એક અસમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ધાતુના સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ વહે છે. નીચેનામાંથી કઈ ભૌતિકરાશિ વાહક માટે અચળ રહેશે. પ્રવાહ, પ્રવાહઘનતા, વિદ્યુતક્ષેત્ર, ડ્રિફ્ટ ઝડપ ?

(b) શું ઓહ્‌મનો નિયમ બધા જ વાહક ઘટકો માટે સાર્વત્રિક રીતે લાગુ પાડી શકાય ? જો ના હોય તો, ઓહ્‌મના નિયમનું પાલન ન કરતા ઘટકોનાં નામ આપો.

(c) નીચા સ્થિતિમાન (વોલ્ટેજ)વાળા ઉદ્‌ગમમાંથી મોટા પ્રવાહો મેળવવા હોય તો તેનો આંતરિક અવરોધ ખૂબ નાનો હોવો જોઈએ. શા માટે ?

(d) High Tension (HT) ધારોકે 6 kVના સપ્લાયનો આંતરિક અવરોધ ઘણો વધારે રાખવામાં આવે છે, શા માટે ?

3.19 સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

(a) મિશ્રધાતુઓની અવરોધકતા સામાન્ય રીતે તેમની ઘટક ધાતુઓની અવરોધકતા કરતાં (વધારે/ઓછી) હોય છે.

(b) સામાન્ય રીતે શુદ્ધ ધાતુઓ કરતા મિશ્રધાતુઓના અવરોધના તાપમાન ગુણાંક (નાના/મોટા) હોય છે.

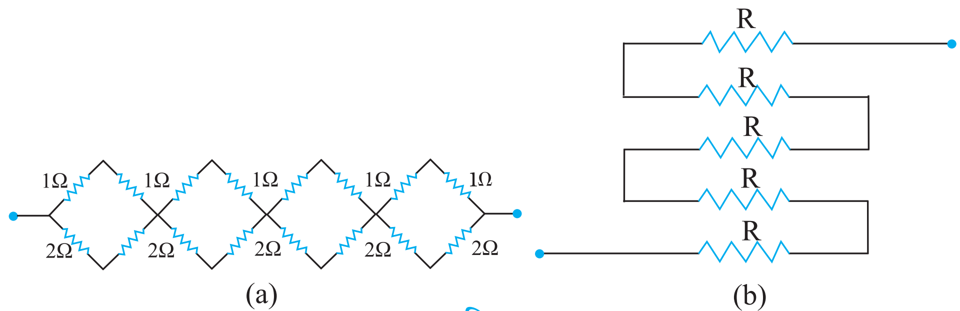
(c) મિશ્રધાતુ મેન્ગેનીન્‌ની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર હોય છે/તાપમાન સાથે ખૂબ ઝડપથી વધે છે.

(d) એક લાક્ષણિક અવાહક (દા.ત., અંબર)ની અવરોધકતા ધાતુ કરતા ($10^{22}/10^{23}$)ના ક્રમ જેટલી વધારે હોય છે.

3.20 (a) દરેક R અવરોધના આપેલા *n* અવરોધોને તમે કેવી રીતે જોડશો કે જેથી તમને (i) મહત્તમ, (ii) લઘુત્તમ અસરકારક અવરોધ મળે ? મહત્તમ અને ન્યૂનતમ અવરોધોનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ?

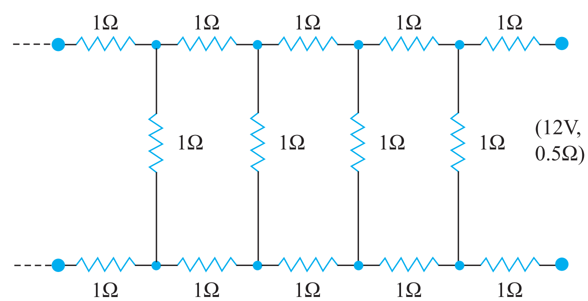
(b) 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω અવરોધો આપેલા છે તો તેમને કેવી રીતે સંયોજિત કરવાથી આપણને સમતુલ્ય અવરોધ (i) (11/3) Ω, (ii) (11/5) Ω, (iii) 6 Ω, (iv) (6/11) Ωનો મળે ?

(c) નીચે આપેલ આકૃતિ 3.31માં દર્શાવેલા નેટવર્ક માટે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો.



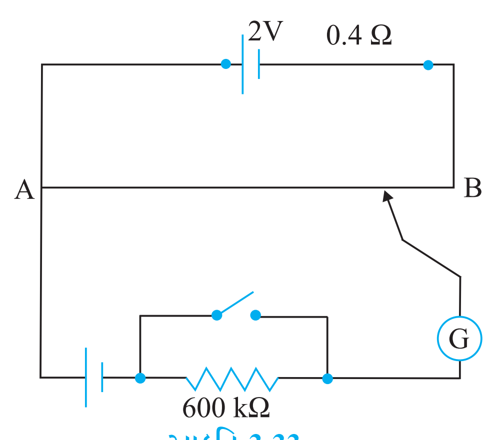
આકૃતિ 3.31

3.21 આકૃતિ 3.32માં દર્શાવેલ એક અનંત પરિપથ વડે 12 Vના અને 0.5 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા સપ્લાયમાંથી ખેંચાતો પ્રવાહ શોધો. દરેક અવરોધનું મૂલ્ય 1 Ω છે.



આકૃતિ 3.32

3.22 આકૃતિ 3.33માં 2.0 V અને 0.40 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો વિદ્યુતકોષ પોટેન્શિયોમીટરના અવરોધતાર ABના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાન જાળવી રાખે છે. અચળ 1.02 V *emf* (ખૂબ જ ઓછા, mA જેટલો પ્રવાહ માટે) જાળવી રાખતો એક પ્રમાણભૂત કોષ તાર પર 67.3 cm અંતરે તટસ્થબિંદુ આપે છે. પ્રમાણભૂત કોષમાંથી ખૂબ ઓછો પ્રવાહ વહે છે તે સુનિશ્ચિત કરવા 600 kΩ જેટલો ખૂબ મોટો અવરોધ તેની સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે છે કે જે તટસ્થબિંદુની નજીક લઘુપથિત(Shorted or Short Circuited) કરેલ છે. ત્યારબાદ આ પ્રમાણભૂત કોષને સ્થાને અજ્ઞાત *emf* ε ધરાવતો કોષ મૂકવામાં આવે છે અને આ જ રીતે તટસ્થબિંદુ શોધવામાં આવે છે, જે તારની 82.3 cm લંબાઈ આગળ મળે છે.



આકૃતિ 3.33

(a) εનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

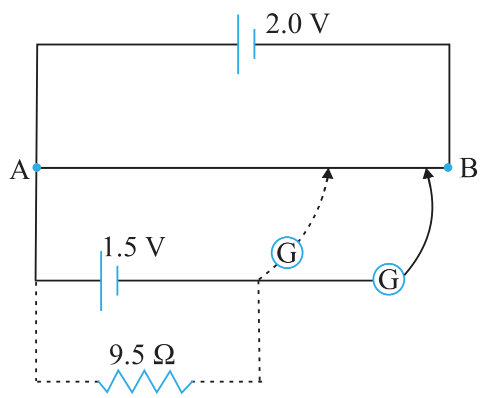
(b) 600 kΩના ખૂબ મોટા અવરોધનો હેતુ શું છે ?

(c) આ મોટા અવરોધથી તટસ્થબિંદુ પર કઈ અસર થશે ?

(d) શું પોટેન્શિયોમીટરના ચાલક (Driver) કોષનું *emf* 2.0 Vને બદલે 1.0 V હોત તો ઉપરની પરિસ્થિતિમાં આ રીત કારગત નીવડત ?

(e) શું આ પરીપથ ખૂબ જ નાના *emf*, જેમકે કેટલાંક mVના ક્રમના (દા.ત., થર્મોકપલમાં મળતા *emf* જેટલા), શોધવા માટે કામ કરી શકશે ? જો ના, તો તમે પરિપથમાં શું ફેરફાર કરશો ?

3.23 આકૃતિ 3.34 એ 1.5 Vના કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટે વપરાયેલા 2.0 Vનો પોટેન્શિયોમીટર દર્શાવે છે. ખુલ્લા પરિપથની સ્થિતિમાં કોષ માટે તટસ્થબિંદુ 76.3 cm આગળ છે. જ્યારે કોષના બાહ્ય પરિપથમાં 9.5 Ωનો અવરોધ વાપરવામાં આવે છે ત્યારે સમતોલન બિંદુ-(તટસ્થબિંદુ) ખસીને પોટેન્શિયોમીટર તારની 64.8 cm લંબાઈએ મળે છે. કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધો.



આકૃતિ 3.34

પ્રકરણ ચાર

ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ (MOVING CHARGES AND MAGNETISM)

4.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

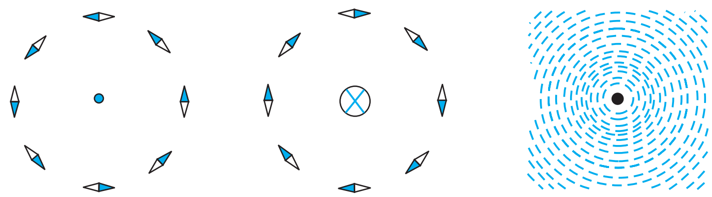
વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બંને લગભગ 2000 કરતાં વધુ વર્ષથી જાણીતા છે. આમ છતાં, 1820માં, આશરે 200 વર્ષ પહેલાં, સ્પષ્ટ રીતે જાણવા મળ્યું કે તે બંને એકબીજા સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલા છે*. 1820ના ઉનાળામાં પિરિયડ દરમિયાન પ્રાયોગિક નિદર્શન કરતી વખતે, ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડે (Hans Christian Oersted) અનુભવ્યું કે સીધા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતી વખતે તેની બાજુમાં રહેલી ચુંબકીય સોયમાં નોંધપાત્ર કોણાવર્તન થાય છે. તેમણે આ ઘટનાની શોધ કરી. તેમણે શોધ્યું કે ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન સીધા તારને કેન્દ્ર તરીકે ગણતાં તારને લંબસમતલમાં રહેલા કાલ્પનિક વર્તુળના સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આ પરિસ્થિતિ આકૃતિ 4.1(a) માં દર્શાવી છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ મોટો હોય અને ચુંબકીય સોય તારથી પુરતી નજીક હોય કે જેથી પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર અવગણી શકાય ત્યારે આમ અનુભવી શકાય છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાવીએ તો સોયનું કોણાવર્તન પણ ઉલટાઈ જાય છે [આકૃતિ 4.1(b)]. પ્રવાહ વધારતાં અથવા ચુંબકીય સોયને તારની નજીક લાવતાં કોણાવર્તન વધે છે. લોખંડની કણીઓ (ભૂકો) તારની આજુબાજુમાં ભભરાવવામાં આવે તો તાર કેન્દ્રમાં રહે તે રીતે કણીઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળોમાં ગોઠવાય છે [આકૃતિ 4.1(c)]. ઑર્સ્ટેડે તારવ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર અથવા પ્રવાહો તેમની આસપાસના અવકાશમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે.

ત્યારબાદ આવા પ્રયોગોની ઘટમાળ ચાલી. 1864માં જેમ્સ મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ જે નિયમોનું પાલન કરે છે તે નિયમો તારવ્યા તથા ત્યારબાદ એવી અનુભૂતિ કરી કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય

---

* પ્રકરણ 1, પાના નંબર 3 પરના બોક્ષમાં જુઓ.

તરંગો છે. રેડિયો તરંગોની શોધ હર્ટ્ઝે કરી અને 19મી સદીના અંતભાગમાં જે. સી. બોઝ તથા જી. માર્કોનીએ તેને ઉત્પન્ન કરી બતાવ્યા. 20મી સદીમાં વિજ્ઞાન અને ટેક્નોલૉજીએ હરણફાળ ભરી. વિદ્યુત ચુંબકત્વ વિશે વધુ માહિતી પ્રાપ્ત થતાં તથા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરવા, વિવર્ધીત કરવા, તેનું પ્રસારણ અને પરખ (Detection, તેમની હાજરીની નોંધ) કરવા માટેનાં સાધનોની શોધને કારણે આ શક્ય બન્યું.



(a) (b) (c)

આકૃતિ 4.1 સીધા-લાંબા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર. તાર આ પાનાના પૃષ્ઠને લંબરૂપે છે. ચુંબકીય સોય તારની આજુબાજુ ગોળાકારમાં ગોઠવાયેલ છે. ચુંબકીય સોયોનું કોણાવર્તન (a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ આવતો હોય, (b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાં અંદર તરફ જતો હોય, (c) લોખંડની કણીઓ (ભૂકો)ની તારની આસપાસ ગોઠવણી. ચુંબકીય સોયનો ઘટ્ટ ભાગ તેમનો ઉત્તરધ્રુવ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર અવગણેલ છે.

ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો જેવા કે ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટોન અને વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરતાં તાર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર કેવી રીતે બળ લગાડે છે તે આપણે આ પ્રકરણમાં જોઈશું. આપણે એ પણ શીખીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ કેવી રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. સાઈક્લોટ્રોનમાં (વિદ્યુતભારીત) કણોને ખૂબ ઊંચી ઊર્જાઓ સુધી કેવી રીતે પ્રવેગિત કરી શકાય તે જોઈશું. ગેલ્વેનોમીટરની મદદથી વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણ (વોલ્ટેજ)ની પરખ કેવી રીતે કરી શકાય તે પણ શીખીશું.

આ પ્રકરણ અને તે પછીના ચુંબકત્વના પ્રકરણમાં આપણે નીચે આપેલી રુઢિ (પ્રણાલિકા, Convention) અનુસરીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ નીકળતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્ર (વિદ્યુત કે ચુંબકીય)ને ટપકાં $\odot$ વડે દર્શાવીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાં પ્રવેશતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્રને ચોકડી $\otimes$ વડે દર્શાવીશું*. આકૃતિઓ 4.1(a) અને 4.1(b)માં આ પરિસ્થિતિઓ, અનુક્રમે દર્શાવી છે.

4.2 ચુંબકીયબળ (MAGNETIC FORCE)

4.2.1 ઉદ્ગમો અને ક્ષેત્રો (Sources and Fields)

ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નો પરિચય કરતાં પહેલાં આપણે પ્રકરણ-1માં વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** વિશે જે ભણ્યા તે યાદ કરી લઈએ. આપણે જોયું હતું કે બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેની આંતરક્રિયા બે ભાગમાં સમજી શકાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રનું ઉદ્ગમ એવો વિદ્યુતભાર Q, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** ઉત્પન્ન કરે છે જ્યાં,

* ટપકું જાણે કે તીરની અણી આપણી તરફ રાખી હોય તેમ દેખાય છે. જ્યારે ચોકડી એ જાણે કે પુચ્છ પર પીંછાં ધરાવતું તીર આપણાથી દૂરની તરફ ગતિ કરે છે એમ દેખાય છે.

હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડ (1777-1851) ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી અને રસાયણશાસ્ત્રી, જે કોપનહેગનમાં પ્રોફેસર હતાં. તેમણે અનુભવ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર પાસે ચુંબકીય સોય લાવતાં તે કોણાવર્તન અનુભવે છે. આ શોધ દ્વારા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ઘટનાઓ વચ્ચે સંકલન હોવાની સૌ પ્રથમ માહિતી મળી.

હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડ (1777-1851)

હેન્ડ્રીક ઍન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928)

હેન્ડ્રીક ઍન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928) ડચ સૈદ્ધાંતિક ભૌતિકશાસ્ત્રી અને લેઈડનમાં પ્રોફેસર તેણે વિદ્યુત, ચુંબકત્વ અને ગતિશાસ્ત્ર વચ્ચેના સંબંધો શોધ્યા હતા. ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે પ્રકાશના ઉત્સર્જકો (Emitters) પર જોવા મળેલી ચુંબકીય ક્ષેત્રોની અસર (ઝીમાન અસર)ને સમજાવવા તેણે પરમાણુમાં વિદ્યુતભારો હોવાની સંકલ્પના કરી હતી. જે માટે તેને 1902માં નૉબલ પારિતોષિક એનાયત થયું હતું. તેણે ગૂંચવણભરી ગાણિતિક દલીલો વડે પરિવર્તન (Transformation) સમીકરણો તારવ્યા હતા (જે તેના માનમાં લોરેન્ઝ પરિવર્તન સમીકરણો તરીકે જાણીતા થયા) પરંતુ તે જાણતો ન હતો કે આ સમીકરણો અવકાશ અને સમયના નવા ખ્યાલ (Concept) તરફ દોરી જશે.

$$\mathbf{E} = Q\hat{r}/(4\pi\varepsilon_0)r^2 \qquad (4.1)$$

જ્યાં $\hat{r}$ એ rની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને ક્ષેત્ર **E** એ સદિશ ક્ષેત્ર છે. વિદ્યુતભાર q આ ક્ષેત્ર સાથે આંતરક્રિયા કરે છે અને બળ **F** અનુભવે છે, જેનું સમીકરણ

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = qQ\hat{r}/(4\pi\varepsilon_0)r^2 \qquad (4.2)$$

વડે અપાય છે. પ્રકરણ-1માં દર્શાવ્યું હતું તેમ ક્ષેત્ર **E** કોઈ માનવસર્જિત વસ્તુ નથી પરંતુ તેનું ભૌતિક મહત્વ છે. તે ઊર્જા અને વેગમાનને વહન કરી શકે છે, તથા તે તત્ક્ષણ ઉદ્ભવતું (સ્થાપિત થતું) નથી, પરંતુ તે વહન માટે ચોક્કસ સમય લે છે. ક્ષેત્રના આ ખ્યાલનો ફેરેડેએ વિશેષ આગ્રહ રાખ્યો હતો અને મૅક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના એકીકીકરણ (Unification)માં તેનો ઉપયોગ કર્યો હતો. અવકાશના દરેક બિંદુ (સ્થાન) પર આધારિત હોવા ઉપરાંત તે સમય સાથે પણ બદલાઈ શકે છે, એટલે કે તે સમયનું વિધેય પણ હોઈ શકે છે. આ પ્રકરણમાં આપણી ચર્ચા દરમ્યાન આપણે માનીશું કે આ ક્ષેત્રો સમય સાથે બદલાતાં નથી.

કોઈ એક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, એક કે વધુ વિદ્યુતભારોના કારણે હોઈ શકે. જો વધારે વિદ્યુતભારો હાજર હોય તો આ ક્ષેત્રોનો સદિશ સરવાળો થાય છે. પ્રકરણ-1માં તમે શીખ્યા કે આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કહે છે. એક વખત ક્ષેત્ર જાણવા મળે એટલે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર (Test Charge) પર લાગતું બળ, સમીકરણ (4.2) પરથી મેળવી શકાય છે.

જેવી રીતે સ્થિર વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે, તેવી રીતે વિદ્યુતપ્રવાહો કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો (વધારાનું) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તેને **B(r)** વડે દર્શાવાય છે, જે પણ સદિશક્ષેત્ર છે. તેને વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવા કેટલાક મૂળભૂત ગુણધર્મો છે. તે અવકાશના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે (અને તે પણ સમય પર આધારિત હોઈ શકે છે). પ્રાયોગિક રીતે, તે સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે તેમ માલુમ પડ્યું છે. ઘણા બધા ચુંબકીય ઉદ્ગમોનું ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ઉદ્ગમના સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે.

4.2.2 ચુંબકીયક્ષેત્ર, લોરેન્ઝબળ (Magnetic Field, Lorentz Force)

ધારો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર **E(r)** અને ચુંબકીયક્ષેત્ર **B(r)**ની હાજરીમાં કોઈ એક બિંદુવત વિદ્યુતભાર q ($\boldsymbol{\upsilon}$ વેગથી ગતિ કરતો અને t સમયે **r** સ્થાને) રહેલો છે. આ બંનેના કારણે વિદ્યુતભાર q પર લાગતું બળ આ મુજબ લખી શકાય.

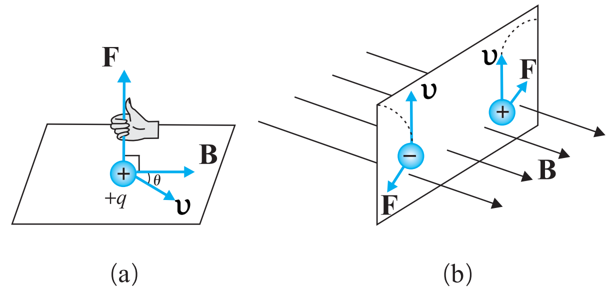
$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E(r)} + \boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B(r)}] = \mathbf{F}_{\text{વિદ્યુત}} + \mathbf{F}_{\text{ચુંબકીય}} \qquad (4.3)$$

આ બળ સૌપ્રથમ એચ.એ. લોરેન્ઝે, ઍમ્પિયર અને બીજાઓએ કરેલા ઘણા પ્રયોગોના આધારે દર્શાવ્યું હતું. તેને લોરેન્ઝ બળ કહે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ વિશે તમે વિગતવાર અભ્યાસ કર્યો હતો. જો આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથેની પ્રતિક્રિયા જોઈએ તો આપણને આ મુજબની લાક્ષણિકતાઓ જાણવા મળે.

(i) તે q, $\boldsymbol{\upsilon}$ અને **B** (કણના વિદ્યુતભાર, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર) પર આધાર રાખે છે. *ઋણ વિદ્યુતભાર પરનું બળ ધન વિદ્યુતભાર પરના બળ કરતાં વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.*

(ii) ચુંબકીય બળ $q[\boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B}]$ એ વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્રનો સદિશ ગુણાકાર ધરાવે છે. સદિશ ગુણાકારના કારણે જ્યારે વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એકબીજાને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતું બળ શૂન્ય થાય છે. આ બળ, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે લાગે છે. તેની દિશા સ્ક્રૂના નિયમ કે જમણા હાથના સદિશ માટેના નિયમ (સદિશ ગુણાકાર) વડે આકૃતિ 4.2માં દર્શાવેલ છે.

(iii) જો વિદ્યુતભાર ગતિ ન કરતાં હોય (કે જેથી $|\boldsymbol{\upsilon}| = 0$) તો ચુંબકીય બળ શૂન્ય હોય છે. ગતિમાન વિદ્યુતભાર જ ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવી શકે છે.



આકૃતિ 4.2 વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતાં ચુંબકીય બળની દિશા. (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** સાથે θ કોણ બનાવતી દિશામાં **υ** વેગથી ગતિ કરતાં ધન વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતું બળ જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાય છે. (b) ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં ગતિ કરતો q વિદ્યુતભારિત કણ $-q$ની સરખામણીમાં વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન અનુભવે છે.

જો ચુંબકીય બળ માટેના સમીકરણ

$$\mathbf{F} = q[\boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B}] = q\,\upsilon\,B \sin\theta\, \hat{\boldsymbol{n}}$$

જ્યાં, θ એ **υ** અને **B** વચ્ચેનો કોણ છે [જુઓ આકૃતિ 4.2(a)], માં આપણે q, **F** અને **υ** બધાને એક એકમ લઈએ તો ચુંબકીય બળ માટેનું સૂત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રનો એકમ વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મદદરૂપ થાય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ને લંબ દિશામાં 1 m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા એકમ વિદ્યુતભાર (1 C) પર લાગતું બળ એક ન્યૂટન હોય તો ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય 1 SI એકમ જેટલું હોય છે.

પરિમાણની રીતે $[B] = [F/q\upsilon]$ હોય છે અને **B**ના એકમો ન્યૂટન સેકન્ડ/કુલંબ મીટર (N s/C m) છે. આ એકમને નિકોલા ટેસ્લા (Nikola Tesla : 1856-1943)ના માનમાં ટેસ્લા (tesla (T)) વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ટેસ્લા મોટો એકમ છે. એક નાનો એકમ (SI એકમ નથી) જેને ગૉસ ($= 10^{-4}$ ટેસ્લા) કહેવાય છે, તે પણ ઉપયોગમાં લેવાય છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે 3.6×10^{-5} T જેટલું છે. કોષ્ટક 4.1માં બ્રહ્માંડમાં વિશાળ વિસ્તારોમાંનાં ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવ્યાં છે.

કોષ્ટક 4.1 જુદી જુદી ભૌતિક પરિસ્થિતિઓમાં ચુંબકીયક્ષેત્રના માનના ક્રમ

ભૌતિક પરિસ્થિતિ	Bનું માન (ટેસ્લામાં)
ન્યુટ્રૉન તારાની સપાટી	10^{8}
કોઈ પ્રયોગશાળામાં મહત્તમ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય	1
નાના લંબચોરસ ચુંબક (Bar Magnet)ની પાસે	10^{-2}
પૃથ્વીની સપાટી પર	10^{-5}
મનુષ્યના ચેતા તંતુ	10^{-10}
તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં	10^{-12}

4.2.3 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર લાગતું ચુંબકીય બળ (Magnetic Force on a Current-Carrying Conductor)

આપણે કોઈ એક ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળનું વિશ્લેષણ આગળ વધારીને વિદ્યુતપ્રવાહધારિત સીધા સળીયા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકીએ. l લંબાઈ અને A આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો નિયમિત (સમાંગ) સળીયો વિચારો. સુવાહકની જેમ આપણે એક પ્રકારના ગતિમાન વિદ્યુતભારો (અહીંયા ઈલેક્ટ્રૉન) ધારી લઈશું. ધારોકે, તેમાં ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા ઘનતા n છે. આથી તેમાં રહેલા કુલ ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા nlA છે. આ સુવાહક સળીયામાં સ્થિર

વિદ્યુતપ્રવાહ I માટે, આપણે ધાર્યું કે દરેક ગતિમાન વાહકનો સરેરાશ ડ્રીફ્ટ (Drift) વેગ $\mathbf{v}_d$ (પ્રકરણ 3 જુઓ) છે. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર Bની હાજરીમાં, આ ગતિમાન વાહક પર લાગતું બળ :

$$\mathbf{F} = (nl\mathrm{A})q\, \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

જ્યાં q, એ વાહક કણ પરનો વિદ્યુતભાર છે. હવે $nq\mathbf{v}_d$ એ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\mathbf{j}$ છે અને $|nq\mathbf{v}_d|\mathrm{A}$ એ વિદ્યુતપ્રવાહ I છે. [વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા વિશે વધુ માહિતી માટે પ્રકરણ-3 જુઓ]. આથી,

$$\mathbf{F} = [(nq\mathbf{v}_d)l\mathrm{A}] \times \mathbf{B} = [\,\mathbf{j}\mathrm{A}l\,] \times \mathbf{B}$$

$$= \mathrm{I}\mathbf{l} \times \mathbf{B} \qquad (4.4)$$

જ્યાં, $\mathbf{l}$ એ સળિયાની લંબાઈ l જેટલા માનનો સદિશ છે અને તેની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહ Iની દિશામાં છે. નોંધો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I એ સદિશ નથી. સમીકરણ(4.4)ના છેલ્લા પદ પર જતી વખતે, આપણે સદિશ ચિહ્નને $\mathbf{j}$ થી $\mathbf{l}$ પર બદલ્યું છે.

સમીકરણ (4.4) સીધા સળીયા માટે લાગુ પાડી શકાય છે. આ સમીકરણમાં B એ બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સળીયા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. જો તારનો બીજો કોઈ યાદચ્છિક આકાર હોય તો આપણે તેના પરનું લોરેન્ઝ બળ, તેને $d\mathbf{l}_j$ લંબાઈના સીધા સૂક્ષ્મ ટુકડાઓનો બનેલો ધારીને તેમના સરવાળા દ્વારા મેળવી શકીએ.

$$\mathbf{F} = \sum_j \mathrm{I}d\mathbf{l}_j \times \mathbf{B}$$

મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં આ સરવાળાને સંકલનના રૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

પરમિટિવિટી (પરાવૈદ્યુતાંક) અને પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) વિષે (On Permittivity and Permeability)

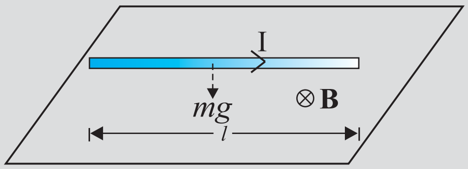
ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમમાં આપણે કહીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે બિંદુવત દ્રવ્યમાનો એકબીજા પર બળ લગાડે છે, જે તેમના દ્રવ્યમાન m_1m_2ના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર rના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આપણે તેને $\mathrm{F} = \mathrm{G}m_1m_2/r^2$ વડે દર્શાવીએ છીએ, જ્યાં G એ ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક છે. તે જ રીતે સ્થિત વિદ્યુતના કુલંબના નિયમ મુજબ, એકબીજાથી r અંતરે રહેલા બે બિંદુવત વિદ્યુતભારો q_1, q_2 વચ્ચે લાગતું બળ $\mathrm{F} = kq_1q_2/r^2$, જ્યાં k એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે. SI એકમ પદ્ધતિમાં, kને $1/4\pi\varepsilon$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે જ્યાં ε એ માધ્યમની પરમિટિવિટી છે. તે જ રીતે ચુંબકત્વમાં, આપણને બીજો અચળાંક મળે છે, જે SI એકમ પદ્ધતિમાં, $\mu/4\pi$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે, જ્યાં μ એ માધ્યમની પરમિએબિલિટી છે.

G, ε અને μ સપ્રમાણતા અચળાંક તરીકે આવતા હોવા છતાં, ગુરુત્વીય બળ અને વિદ્યુતચુંબકીય બળ વચ્ચે તફાવત છે. ગુરુત્વબળ, વચ્ચેના કોઈ માધ્યમ પર આધાર રાખતું નથી, જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ વિદ્યુતભારો કે ચુંબકો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધાર રાખે છે. આમ, G સાર્વત્રિક અચળાંક છે, જ્યારે ε અને μ માધ્યમ પર આધારિત છે. જુદા જુદા માધ્યમમાં તેમના મૂલ્યો અલગ હોય છે. ગુણાકાર $\varepsilon\mu$ એ તે માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વેગ υ સાથે $\varepsilon\mu = 1/\upsilon^2$ સમીકરણ દ્વારા સંકળાયેલ છે.

વિદ્યુત પરમિટિવિટી ε એવી ભૌતિક રાશી છે કે જે વિદ્યુતક્ષેત્ર માધ્યમ પર અને માધ્યમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પર કેવી અસર કરે છે તે દર્શાવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ આપેલ દ્રવ્યની પોલરાઈઝ (ધ્રુવીભૂત) થવાની અને એ રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રને અંશતઃ નાબૂદ કરવાની ક્ષમતા વડે નક્કી થાય છે. તે જ રીતે ચુંબકીય પરમિએબિલિટી μ એ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્રવ્યની ચુંબકત્વ મેળવવા (ધારણ કરવા)ની ક્ષમતા દર્શાવે છે. તે, દ્રવ્ય કેટલી માત્રામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકશે તેનું માપ છે.

ઉદાહરણ 4.1

ઉદાહરણ 4.1 200 ગ્રામ દળનો અને 1.5 m લંબાઈનો એક સીધો તાર 2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ અને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** (આકૃતિ 4.3)માં હવામાં લટકતો (Suspended) રાખેલ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?



આકૃતિ 4.3

ઉકેલ સમીકરણ (4.4) પરથી, આપણને ઉર્ધ્વદિશામાં લાગતું $I\,l\,B$ મૂલ્યનું બળ મળે. હવામાં લટકવા માટે, આ બળ ગુરુત્વીય બળને સમતોલતું હોવું જોઈએ :

$$mg = I\,lB$$

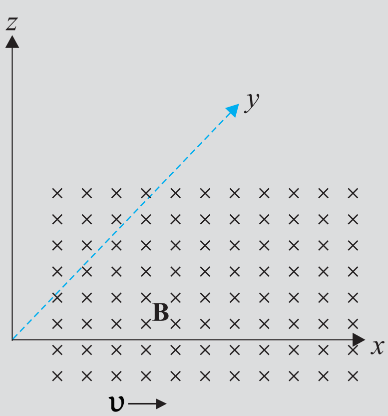
$$B = \frac{mg}{Il}$$

$$= \frac{0.2 \times 9.8}{2 \times 1.5} = 0.65\,T$$

નોંધો કે તારની એકમ લંબાઈ દીઠ દ્રવ્યમાન m/l આપેલ હોત તો તે પણ પુરતું હતું. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે 4×10^{-5} T છે, જે આપણે અવગણ્યું છે.

ઉદાહરણ 4.1

ઉદાહરણ 4.2 જો ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન y-અક્ષને સમાંતર હોય અને વિદ્યુતભારિત કણ ધન x-અક્ષ પર ગતિ કરતો હોય (આકૃતિ 4.4), તો (a) ઈલેક્ટ્રૉન (ઋણ વિદ્યુતભાર), (b) પ્રોટોન (ધન વિદ્યુતભાર) પર કઈ દિશામાં લોરેન્ઝ બળ લાગશે ?



આકૃતિ 4.4

ઉકેલ : કણનો વેગ **υ**, x-અક્ષ પર છે, જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર B, y-અક્ષ પર છે. આથી, **υ** × B એ z-અક્ષ પર (સ્ક્રૂનો નિયમ અથવા જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ) હોય. આમ, (a) ઈલેક્ટ્રૉન માટે તે $-z$ અક્ષ પર હશે, જ્યારે (b) ધન વિદ્યુતભાર (પ્રોટોન) માટે આ બળ $+z$ અક્ષ પર હશે.

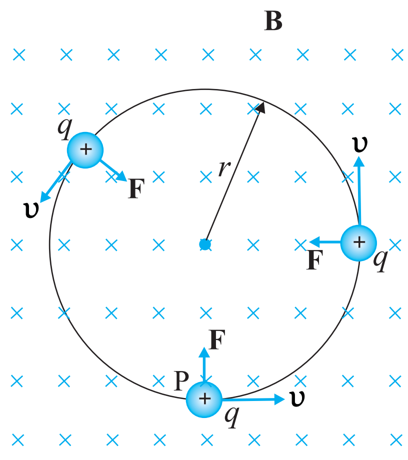
ઉદાહરણ 4.2

PHYSICS

Charged particles moving in a magnetic field. Interactive demonstration :
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html

4.3 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ (MOTION IN A MAGNETIC FIELD)

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું. યંત્રશાસ્ત્ર (ધોરણ XI,ના પુસ્તક, પ્રકરણ-6)માં આપણે શીખ્યા કે જો કણ પર લાગતા બળનો ઘટક, કણની ગતિની દિશા (કે તેથી વિરુદ્ધ)માં હોય તો જ બળ વડે કાર્ય થાય. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારના

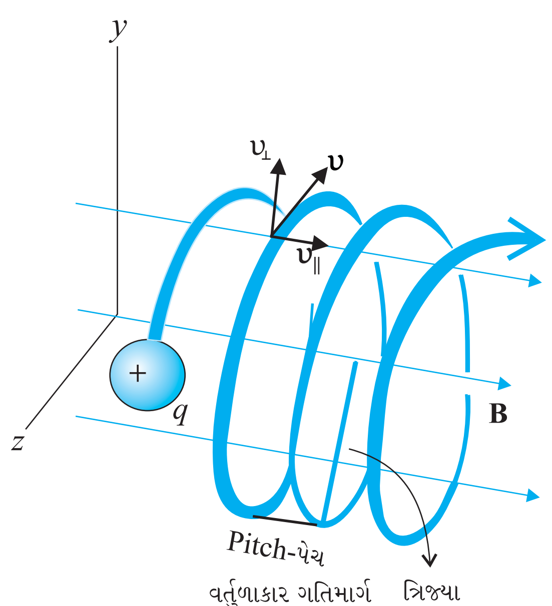


આકૃતિ 4.5 વર્તુળમય ગતિ

કિસ્સામાં, ચુંબકીય બળ કણના વેગને લંબરૂપે લાગે છે. આથી કોઈ કાર્ય થતું નથી અને વેગના મૂલ્યમાં કોઈ ફેર પડતો નથી (ભલે તેના વેગમાનની દિશામાં ફેરફાર થતો હોય). [નોંધો કે આ વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ qE જેવું નથી, જેના ઘટકો ગતિની દિશાને સમાંતર (કે પ્રતિસમાંતર) હોઈ શકે અને તેથી વેગમાનની સાથે ઊર્જાનો પણ ફેરફાર કરી શકે.]

હવે આપણે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લઈશું. પ્રારંભમાં $\mathbf{υ}$ એ **B**ને લંબરૂપે હોય તેમ ધારીએ. લંબરૂપે લાગતું બળ, $q\mathbf{υ} \times \mathbf{B}$, કેન્દ્રગામી બળ તરીકે વર્તે છે અને તે ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે વર્તુળમય ગતિ કરાવે છે. જો $\mathbf{υ}$ અને **B** એકબીજાને લંબરૂપે હોય તો કણનો માર્ગ વર્તુળાકાર હશે (આકૃતિ 4.5).

જો વેગનો કોઈ ઘટક, **B** ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તો ગતિ દરમ્યાન, ચુંબકીય ક્ષેત્રની કોઈ અસર થતી ન હોવાથી આ ઘટક બદલાતો નથી. **B**ને લંબરૂપે રહેલા સમતલમાં ગતિ અગાઉ જણાવ્યા મુજબ વર્તુળમય હોય છે; આથી સર્પિલ (હેલીકલ, Helical) ગતિ ઉદ્ભવે છે (આકૃતિ 4.6).



આકૃતિ 4.6 હેલીકલ ગતિ

અગાઉના ધોરણ (ધોરણ XI, પ્રકરણ-4)માં તમે ભણી ગયા છો કે, જો કણના વર્તુળાકાર ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા r હોય, તો $mυ^2/r$ જેટલું બળ વર્તુળાકાર માર્ગને લંબરૂપે કેન્દ્ર તરફ લાગે છે, જેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે. જો વેગ $\mathbf{υ}$, ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ને લંબરૂપે હોય તો ચુંબકીય બળ $\mathbf{υ}$ અને **B** બંનેને લંબરૂપે કેન્દ્રગામી બળની જેમ લાગે છે. તેનું મૂલ્ય $qυ\mathbf{B}$ જેટલું હોય છે. કેન્દ્રગામી બળના બંને સમીકરણો સરખાવતાં,

$mυ^2/r = qυ\text{B}$, જે પરથી

$$r = mυ / q\text{B} \qquad (4.5)$$

જે વિદ્યુતભારિત કણના વર્તુળાકાર માર્ગની ત્રિજ્યા છે. વેગમાન વધે તેમ ત્રિજ્યા મોટી થાય છે અને વર્તુળાકાર માર્ગ મોટો બને છે. જો કોણીય આવૃત્તિ ω હોય, તો $υ = \omega r$. આથી,

$$\omega = 2\pi \nu = q\text{B}/m \qquad [4.6(a)]$$

જે વેગ કે ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી. અહીંયા ν એ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ છે. અહીં, ν ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી એ બાબત સાયક્લોટ્રોનની રચનામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. (જુઓ વિભાગ 4.4.2).

એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય $\text{T} = 2\pi/\omega = 1/\nu$ છે. જો વેગને ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કોઈ ઘટક ($υ_\parallel$ વડે દર્શાવેલ) હોય, તો તે કણને આ ક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરાવશે અને કણનો ગતિમાર્ગ હેલીકલ હશે (આકૃતિ 4.6). એક પરિભ્રમણ દરમ્યાન ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કાપેલું અંતર પેચ (પીચ, Pitch) p કહેવાય છે. સમીકરણ [4.6(a)]નો ઉપયોગ કરતાં

$$p = υ_\parallel \text{T} = 2\pi m υ_\parallel / q\text{B} \qquad [4.6(b)]$$

ગતિના વર્તુળાકાર ઘટકની ત્રિજ્યાને **હેલીક્ષ**ની ત્રિજ્યા કહે છે.

ઉદાહરણ 4.3 6×10^{-4} T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે 3×10^{7} m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રૉન (દ્રવ્યમાન 9×10^{-31} kg અને વિદ્યુતભાર 1.6×10^{-19} C)ના માર્ગની ત્રિજ્યા કેટલી હશે ? તેની (પરિભ્રમણ) આવૃત્તિ કેટલી હશે ? તેની ઊર્જા keVમાં શોધો. ($1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J)

ઉકેલ સમીકરણ (4.5)નો ઉપયોગ કરતાં

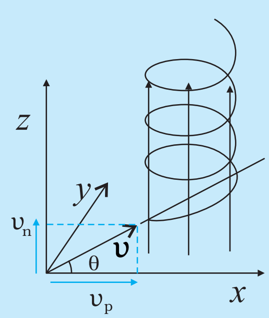
$$r = m\upsilon/(qB) = 9 \times 10^{-31}\ kg \times 3 \times 10^{7}\ m\,s^{-1}/(1.6 \times 10^{-19}\ C \times 6 \times 10^{-4}\ T)$$
$$= 28.12 \times 10^{-2}\ m = 28.12\ cm$$
$$\nu = \upsilon/(2\pi r) = 17 \times 10^{6}\ s^{-1} = 17 \times 10^{6}\ Hz = 17\ MHz$$
$$E = (1/2)m\upsilon^2 = (1/2)\, 9 \times 10^{-31}\ kg \times 9 \times 10^{14}\ m^2/s^2 = 40.5 \times 10^{-17}\ J$$
$$\approx 4 \times 10^{-16}\ J = 2.5\ keV$$

ઉદાહરણ 4.3

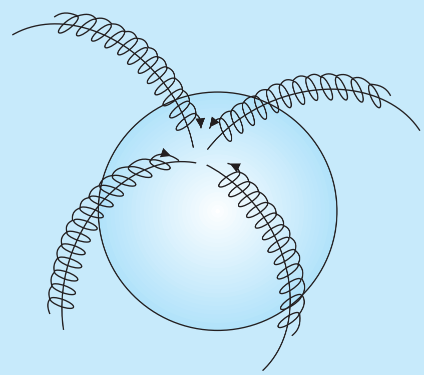
વિદ્યુતભારિત કણોની હેલીકલ ગતિ અને ઓરોરા બોરિઆલીસ (HELICAL MOTION OF CHARGED PARTICLES AND AURORA BOREALIS)

અલાસ્કા અને ઉત્તર કૅનેડા જેવા ધ્રુવ પ્રદેશોમાં, રંગબેરંગી અદ્ભુત નજારો અવકાશમાં જોવા મળે છે. નૃત્ય કરતા લીલા-ગુલાબી રંગના પ્રકાશના નયનરમ્ય નજારા આકર્ષક છે અને એટલા જ કોયડારૂપ છે. આ કુદરતી ઘટનાની સમજૂતી ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આપણે જે શીખ્યા છીએ તેના પદમાં જાણવા મળી છે.

ધારોકે m દળ અને q વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક વિદ્યુતભારિત કણ, પ્રારંભિક વેગ $\boldsymbol{\upsilon}$ થી ચુંબકીયક્ષેત્ર Bમાં પ્રવેશે છે. ધારો કે તેના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ઘટક υ_p અને લંબઘટક υ_n છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં આ કણ પર કોઈ બળ લાગતું નથી. તેથી આ કણ υ_p વેગથી ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ ચાલુ રાખે છે. તેના વેગના લંબ ઘટક υ_nના કારણે લોરેન્ઝ બળ ($\boldsymbol{\upsilon}_n \times \mathbf{B}$) લાગે છે જે, υ_n અને **B** બંનેને લંબરૂપે હોય છે. વિભાગ 4.3.1માં જોયું તે મુજબ કણ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ સમતલમાં વર્તુળાકાર ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે. આ ગતિ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ સાથે સંકળાય એટલે આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પરિણામી ગતિપથ સર્પિલ (હેલીક્ષ, Helix) આકારનો બને છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખા વળે, તો પણ હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરતો કણ સપડાયેલો (બંધીત, Trapped) રહીને આ ક્ષેત્રરેખાની આસપાસ ગતિ કરે છે. લોરેન્ઝ બળ દરેક બિંદુએ વેગને લંબરૂપે હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર કણ પર કોઈ કાર્ય કરતું નથી અને વેગનું માન એક સરખું રહે છે.



(a)

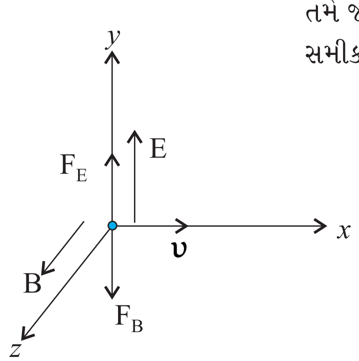

(b)

જ્યારે સૌર જ્વાળાઓ સક્રિય થાય, ત્યારે સૂર્યમાંથી મોટા પ્રમાણમાં ઈલેક્ટ્રૉન્સ અને પ્રોટોન્સ ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમાંના કેટલાક પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સપડાઈને (ટ્રેપ થઈને) ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ પર હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે આકૃતિ (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બીજાની નજીક આવે છે. આથી ધ્રુવો પાસે વિદ્યુતભારોની ઘનતા વધે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાતાવરણના અણુ અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. ઉત્તેજીત થયેલા ઑક્સિજનના પરમાણુઓ લીલો પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે અને ઉત્તેજીત થયેલા નાઈટ્રોજન પરમાણુઓ ગુલાબી પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે. આ ઘટનાને ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ઑરોરા બોરિઆલિસ કહે છે.

4.4 સંયુક્ત એવા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોમાં ગતિ (Motion in Combined Electric and Magnetic Fields)

4.4.1 વેગ પસંદગીકાર (સિલેક્ટર) (Velocity Selector)

તમે જાણો છો કે, વિદ્યુત અને ચુંબકીય એ બંને ક્ષેત્રોની હાજરીમાં υ વેગથી ગતિ કરતો વિદ્યુતભાર q, સમીકરણ (4.3) મુજબ બળ અનુભવે છે, એટલે કે,



આકૃતિ 4.7

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

આકૃતિ 4.7માં દર્શાવ્યા મુજબ, આપણે એક સામાન્ય કિસ્સો વિચારીએ કે જેમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોય અને તે બંને કણના વેગને પણ લંબરૂપે હોય. આથી,

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} = qE\hat{\mathbf{j}} \text{ અને } \mathbf{F}_B = q\boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B} = q(\upsilon\,\hat{\mathbf{i}} \times B\hat{\mathbf{k}}) = -q\upsilon B\hat{\mathbf{j}}$$

જે પરથી, $\mathbf{F} = q(E - \upsilon B)\hat{\mathbf{j}}$

આમ, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. ધારોકે, આપણે **E** અને **B**ના મૂલ્યો એવા રાખીએ કે જેથી બંને બળના મૂલ્યો સમાન થાય. તો, વિદ્યુતભાર પરનું કુલ બળ શૂન્ય થશે અને વિદ્યુતભારિત કણ કોઈ પણ કોણાવર્તન પામ્યા વગર આ ક્ષેત્રોમાં ગતિ કરશે. આ ત્યારે શક્ય બને કે જ્યારે

$$qE = q\upsilon B \text{ અથવા } \upsilon = \frac{E}{B} \tag{4.7}$$

આ શરતનો ઉપયોગ કરીને જુદી જુદી ઝડપથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારોની કિરણાવલિ (શેરડા, બીમ)માંથી ચોક્કસ વેગના વિદ્યુતભારિત કણોને (તેમના વિદ્યુતભાર અને દળ પર આધાર રાખ્યા વગર) પસંદ કરી (જુદા પાડી) શકાય. આમ, પરસ્પર લંબ E અને B ક્ષેત્રો વેગ પસંદગીકાર તરીકે વર્તે છે. પરસ્પર લંબ ક્ષેત્રોમાંથી ફક્ત E/B ઝડપ ધરાવતા (વિદ્યુતભારિત) કણો જ કોઈ પણ કોણાવર્તન વગર પસાર થઈ શકે છે. આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ 1897માં જે. જે. થોમસને ઈલેક્ટ્રૉનના વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર (e/m) માપવા માટે કર્યો હતો. આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ માસ સ્પેક્ટ્રોમીટર (Mass Spectrometer) નામના સાધનમાં થાય છે. જે આયનોને તેમના વિદ્યુતભાર અને દળના ગુણોત્તર મુજબ જુદા પાડવા માટે ઉપયોગી છે.

4.4.2 સાઈક્લોટ્રોન (Cyclotron)

સાઈક્લોટ્રોન એ વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનોને ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટેનું સાધન છે. તેની શોધ E. O. Lawrence અને M. S. Livingston એ 1934માં ન્યુક્લીયસનું બંધારણ જાણવા માટે કરી હતી. સાઈક્લોટ્રોનમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનો સંયુક્ત રીતે ઉપયોગ વિદ્યુતભારીત કણોની ઊર્જા વધારવા માટે થાય છે. બંને ક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોવાથી તેઓ ક્રોસ્ડ ફીલ્ડ્સ (Crossed Fields) કહેવાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણની પરિભ્રમણ આવૃતિ તેની ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી, આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે. મોટાભાગના સમય માટે વિદ્યુતભારિત કણો ધાતુના બે અર્ધવર્તુળાકાર–પાત્રો જેવી, તક્તિઓ D_1 અને D_2માં ગતિ કરે છે, જેમનો આકાર અંગ્રેજી D જેવો હોવાથી તેમને Dees કહે છે. આકૃતિ 4.8માં સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા દર્શાવી છે. ધાતુના પાત્રોમાં (વિદ્યુતભારિત) કણ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થતી નથી કારણ કે તે ડબ્બામાં પ્રવેશી શકતું નથી (વિદ્યુતભાર માટે પાત્ર કવચ તરીકે કાર્ય કરે છે). પરંતુ, ચુંબકીયક્ષેત્ર (વિદ્યુતભારિત) કણ પર લાગે છે અને તેને ડી (Dee)ની અંદર વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરાવે છે. જેટલી વખત આ કણ એક Deeમાંથી બીજામાં જાય, એટલી દરેક વખત તેના પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આ કણની ગતિ સાથે અનુરૂપ રીતે વારાફરતી ઉલટ સુલટ થયા કરે છે. આ એવી રીતે થાય છે કે જેથી દરેક વખતે આ કણ પ્રવેગિત થાય. દરેક વખતે પ્રવેગના કારણે આ કણની ઊર્જા વધતી જાય છે. જેમ ઊર્જા

Cyclotron Interactive demonstration :
http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=33.0

PHYSICS

વધે તેમ તેના વર્તુળાકાર ગતિ પથની ત્રિજ્યા પણ વધતી જાય છે. આથી, આ માર્ગ સ્પાઈરલ (Spiral) હોય છે.

આયનો અને હવાના અણુઓ વચ્ચેની અથડામણ નિવારવા આ આખી રચના શૂન્યાવકાશિત (Evacuated) કરવામાં આવે છે. ઊંચી આવૃત્તિનું વીજદબાણ બંને Dees વચ્ચે લગાડવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.8માં દર્શાવેલ રૂપ રેખા મુજબ, કેન્દ્ર P પાસે ધન આયનો કે ઋણ વિદ્યુતભારિત કણો (દા.ત. પ્રોટોન્સ)ને મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે કોઈ પણ એક Deeમાં અર્ધવર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરીને બે Dee વચ્ચેની જગ્યા (Gap)માં T/2 સમય અંતરાલમાં આવે છે, જ્યાં, T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય છે, જે સમીકરણ (4.6) પરથી

$$T = \frac{1}{\nu_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{અથવા } \nu_c = \frac{qB}{2\pi m} \qquad (4.8)$$

મળે છે. આ આવૃત્તિને દેખીતી રીતે સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે જેને ν_c વડે દર્શાવાય છે.

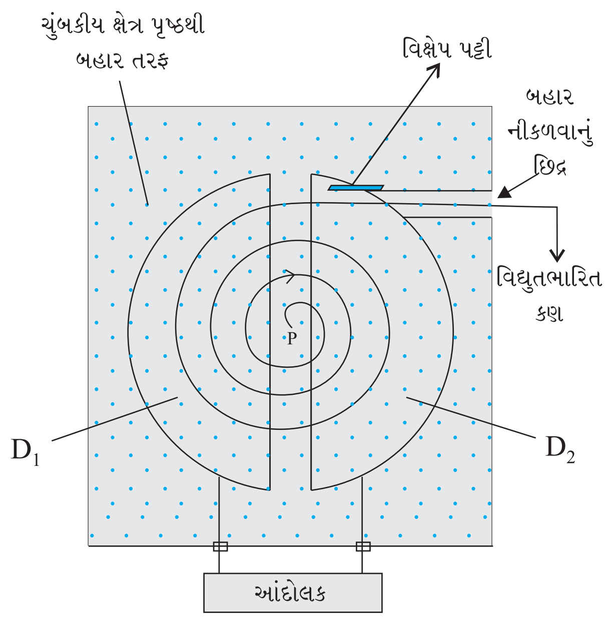
આપેલ વિદ્યુતદબાણની આવૃત્તિ ν_a બદલીને એવી રાખવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે આયનો અડધું પરિભ્રમણ પુરું કરે ત્યારે Dee પરના ધ્રુવની દિશા બદલાય. $\nu_a = \nu_c$ હોવા માટેની જરૂરીયાતને અનુનાદ (Resonance) શરત કહે છે. વિદ્યુતસ્રોત (વીજ સપ્લાય)ની કળા એવી રીતે બદલવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે પણ ધન આયનો D_1ની ધાર પર આવે ત્યારે D_2 ઓછા (ઋણ) વીજદબાણ પર હોય કે જેથી, આયનો પ્રવેગિત થાય. ડી (Dee)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્રથી મુક્ત અવકાશમાં આયનો ગતિ કરે છે. જેટલી વખત આયનો એક ડી (Dee)માંથી બીજામાં જાય ત્યારે તેમની ઊર્જામાં થતો વધારો eV (જ્યાં V એ તે સમયે બંને Dee વચ્ચેનું વીજદબાણ છે) જેટલો હોય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી જોઈ શકાય કે જેટલી વખત તેમની ગતિ ઊર્જા વધે, તેટલી વખત તેમના (વર્તુળમય) માર્ગની ત્રિજ્યા વધતી જાય છે. જ્યાં સુધી આયનો એટલી ઊર્જા પ્રાપ્ત ન કરે કે જેથી તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા Dees જેટલી ન થાય, ત્યાં સુધી જેટલી વખત તેઓ એક Deeમાંથી બીજી Deeમાં જાય ત્યારે તે પ્રવેગિત થતા રહે છે. ત્યાર બાદ તેઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે કોણાવર્તન અનુભવે છે અને (બહાર નીકળવાના) છિદ્ર (Slit)માંથી આ પ્રણાલીની બહાર નીકળી જાય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી આપણને

$$\upsilon = \frac{qBR}{m} \qquad (4.9)$$

મળે. જ્યાં, R એ બહાર નીકળતી વખતે તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા છે, જે Deeની ત્રિજ્યા જેટલી હોય છે. આથી, આયનોની ગતિ ઊર્જા,

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \qquad (4.10)$$

સાઈક્લોટ્રોનનું કાર્ય એ હકીકત પર આધારિત છે કે જેમાં આયનના એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય તેની ઝડપ કે તેની ભ્રમણ કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતો નથી. સાઈક્લોટ્રોનનો ઉપયોગ, તેના દ્વારા પ્રવેગિત થયેલા ઊંચી ઊર્જાવાળા કણો (આયનો)ને ન્યુક્લિયસ પર પ્રતાડિત (બોમ્બાર્ડ) કરીને પરિણામે થતી ન્યુક્લિઅર પ્રક્રિયાનો અભ્યાસ કરવા માટે થાય છે. તેનો ઉપયોગ ઘન પદાર્થોમાં બીજા આયનો ઘુસાડીને (Implant કરીને) તેમના ગુણધર્મો બદલવા



આકૃતિ 4.8 સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા. ઉદ્ગમ Pમાંથી ઉત્સર્જીત થતા વિદ્યુતભારીત કણો કે આયનો, સમાન લંબ ચુંબકીયક્ષેત્ર Bના કારણે, D_1 અને D_2માં વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે. ઉલટ સુલટ થતું વીજદબાણ આ આયનોને પ્રવેગિત કરીને તેમની ઝડપ વધારે છે. અંતમાં આ આયનોને બહાર નીકળવાના માર્ગ પાસેથી મેળવી (ઝડપી) લેવામાં આવે છે.

માટે અથવા નવા પ્રકારના દ્રવ્યો બનાવવા (સિન્થેસાઈઝ કરવા) માટે પણ થાય છે. તેનો ઉપયોગ હોસ્પિટલોમાં રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થો બનાવવા માટે થાય છે, જે રોગ નિદાન અને તેના નિવારણ માટે ઉપયોગી છે.

ઉદાહરણ 4.4 એક સાઈક્લોટ્રોનની દોલન આવૃત્તિ 10 MHz છે. પ્રોટોન્સને પ્રવેગિત કરવા માટે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે ? જો Deesની ત્રિજ્યા 60 cm હોય, તો આ પ્રવેગક વડે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોનની કિરણાવલિ (બીમ)ની ગતિઊર્જા કેટલી હશે ?
($e = 1.60\times10^{-19}$ C, $m_p = 1.67\times10^{-27}$ kg, 1 MeV $= 1.6 \times 10^{-13}$ J)

ઉકેલ દોલન આવૃત્તિ, પ્રોટોનની સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ જેટલી હોવી જોઈએ. સમીકરણ (4.5) અને [4.6(a)] પરથી

$B = 2\pi m\nu/q = 6.3 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 10^{7}/(1.6\times10^{-19}) = 0.66\,T$

પ્રોટોનનો અંતિમ વેગ

$\upsilon = r \times 2\pi\nu = 0.6\,m \times 6.3 \times 10^{7} = 3.78 \times 10^{7}$ m/s છે.

$E = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = 1.67\times10^{-27}\times14.3\times10^{14}/(2 \times 1.6 \times 10^{-13}) = 7\,MeV$

ઉદાહરણ 4.4

ભારતમાં પ્રવેગકો (ACCELERATORS IN INDIA)

પ્રવેગક આધારિત સંશોધન (રીસર્ચ)માં ભારત પહેલેથી પ્રવેશેલું છે. સ્વપ્નદ્રષ્ટા ડૉ. મેઘનાથ સહાએ, 1953માં કોલકતામાં, સહા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ન્યુક્લિઅર ફિઝીક્સમાં 37”નું સાઈક્લોટ્રોન બનાવ્યું હતું. આના પછી આવા ઘણા બધા કોક્રોફ્ટ-વૉલ્ટન (Cockroft–Walton) પ્રકારના પ્રવેગકોની શ્રેણી ટાટા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ફંડામેન્ટલ રિસર્ચ (TIFR), મુંબઈ, અલીગઢ મુસ્લિમ યુનિવર્સિટી (AMU), અલિગઢ, બૉઝ ઈન્સ્ટીટ્યુટ, કોલકાતા અને આન્ધ્ર યુનિવર્સિટી, વૉલ્ટર(વિશાખાપટ્ટનમ)માં રચાઈ હતી.

ઓગણીસસો સાઈઠ (~1960)ના દશકમાં ઘણાં બધાં વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર બન્યા : 5.5 MVનું ટર્મિનલ મશીન ભાભા ઍટમિક રિસર્ચ સેન્ટર (BARC), મુંબઈ (1963); એક 2 MVનું ટર્મિનલ મશીન ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ટેક્નોલૉજી (IIT), કાનપુરમાં; એક 400 kVનું ટર્મિનલ મશીન બનારસ હિન્દુ યુનિવર્સિટી (BHV), વારાણસીમાં; અને પંજાબ યુનિવર્સિટી, પતિયાલામાં બન્યા. એક 66 cmનું સાઈક્લોટ્રોન USAની રોચસ્ટર યુનિવર્સિટીએ દાનમાં આપ્યું હતું, જે પંજાબ યુનિવર્સિટી, ચંદીગઢમાં કાર્યરત થયું હતું. પુના યુનિવર્સિટી, પુનામાં એક નાનું ઈલેક્ટ્રૉન પ્રવેગક બનાવવામાં આવ્યું હતું.

સિત્તેર અને એંસીના દાયકામાં મોટા પાયે શરૂઆત કરવા, વેરીઍબલ એનર્જી સાઇક્લોટ્રૉન સેન્ટર (VECC), કોલકાતામાં વેરીઍબલ એનર્જી (બદલી શકાય તેવી ઊર્જાના) સાઇક્લોટ્રૉનની સ્વદેશી રચના કરવામાં આવી; BARCમાં 2 MVનું ટેન્ડમ વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર ઊભુ કરવામાં આવ્યું તથા TIFRમાં 14 MVનું ટેન્ડમ (Tandem) પેલેટ્રોન એક્સીલરેટર (પ્રવેગક) સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું.

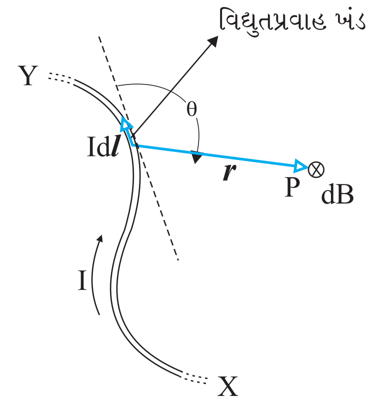
ત્યાર બાદ યુનિવર્સિટી ગ્રાન્ટસ કમિશન (UGC) દ્વારા, આંતર યુનિવર્સિટી ઉપયોગીતા માટે ઈન્ટર યુનિવર્સિટી ઍક્સિલરેટર સેન્ટર (IUAC), ન્યુ દિલ્હીમાં 15 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું; એક 3 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન ભૂવનેશ્વરના ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ફિઝિક્સમાં; અને બે 1.7 MVના ટેન્ડેટ્રૉનને હૈદ્રાબાદ સ્થિત ઍટોમિક મિનરલ્સ ડાઈરેક્ટોરેટ ફોર એક્સપ્લોરેશન એન્ડ રિસર્ચ તથા કલ્પક્કમ સ્થિત ઇન્દિરા ગાંધી સેન્ટર ફોર ઍટોમિક રિસર્ચ ખાતે સ્થાપિત કરવામાં આવ્યા. TIFR અને IUAC બંને એ આયનોને વધુ ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટે સુપરકન્ડક્ટીંગ LINAC ઉમેરીને મૉડ્યુલ્સનો સગવડતામાં વધારો કર્યો છે.

આ આયન પ્રવેગકો ઉપરાંત, ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ એટમિક એનર્જી (DAE) એ બીજા ઘણા ઇલેક્ટ્રૉન પ્રવેગકો વિકસાવ્યા છે. ઈન્દોર સ્થિત, રાજા રામન્ના સેન્ટર ફોર એડવાન્સ્ડ ટેકનોલૉજીસ ખાતે એક 2 MeVના સિન્ક્રોટ્રૉન રેડિએશન સોર્સનું કાર્યરત છે.

ઍક્સિલરેટર ડ્રીવન સિસ્ટિમ્સ (ADS)ને ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ ઍટમિક એનર્જી ભવિષ્યના પાવર ઉત્પાદન અને અણુ ઊર્જા માટે જરૂરી વિખંડનિય દ્રવ્યના સંવર્ધન કેન્દ્રો તરીકે ગણી રહ્યું છે.

4.5 વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડના કારણે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાયૉ-સાવરનો નિયમ (MAGNETIC FIELD DUE TO A CURRENT ELEMENT, BIOT-SAVART LAW)

આપણે જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રો જાણીએ છીએ તે કાં તો વિદ્યુતપ્રવાહ (અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો)ના કારણે અથવા કણોની આંતરિક / પ્રાકૃતિક ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓના કારણે હોય છે. અહીં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને તેના કારણે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર વચ્ચેના સંબંધનો અભ્યાસ કરીશું. તે બાયૉસાવરના નિયમ વડે આપવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.9માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત વાહક XY દર્શાવ્યો છે. આ વાહકનો અતિ સૂક્ષ્મ ખંડ dl ધ્યાનમાં લો. આ ખંડના કારણે તેનાથી r અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારો કે d$\boldsymbol{l}$ અને સ્થાનાંતર સદિશ r વચ્ચેનો કોણ θ છે. બાયૉસાવરના નિયમ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર dBનું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહ I અને ખંડ લંબાઈ |d$\boldsymbol{l}$|ના સમપ્રમાણમાં તથા અંતર r ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. તેની દિશા* d$\boldsymbol{l}$ અને rને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આમ, સદિશ સ્વરૂપે,



આકૃતિ 4.9 બાયૉસાવરના નિયમનું દૃષ્ટાંત. વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ I$\boldsymbol{dl}$ તેનાથી r અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર $d\mathbf{B}$ ઉત્પન્ન કરે છે. ⊗ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનાના સમતલને લંબરૂપે તથા તેની અંદરની દિશામાં છે.

$$dB \propto \frac{Id\,\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\,\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3} \qquad [4.11(a)]$$

જ્યાં, $\mu_0/4\pi$ એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.
શૂન્યાવકાશ માટે ઉપરનું સમીકરણ લાગુ પડે છે.
આ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\,l\sin\theta}{r^2} \qquad [4.11(b)]$$

જ્યાં, આપણે સદિશ ગુણાકારના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે. સમીકરણ [4.11(a)] આપણા માટે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂળભૂત સમીકરણ રચે છે. SI એકમોમાં સપ્રમાણતા અચળાંકનું ચોક્કસ મૂલ્ય

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ \text{T m/A} \qquad [4.11(c)]$$

છે. આપણે μ_0ને મુક્ત અવકાશ (કે શૂન્યાવકાશ) ની પરમીએબિલિટી કહીએ છીએ.

ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનો બાયૉસાવરનો નિયમ, સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમ સાથે કેટલીક સામ્યતાઓ તેમજ કેટલીક વિષમતાઓ દર્શાવે છે. જેમાંની કેટલીક આ મુજબ છે :

(i) બંને લાંબા અંતર (Long Range) સુધી લાગે છે, કારણ કે બંને ઉદ્ગમથી આપેલ બિંદુ સુધીના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણ પર આધાર રાખે છે.
સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત બંને ક્ષેત્રો માટે લાગુ પડે છે. [આ સંદર્ભમાં નોંધો કે, જેવી રીતે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ, વિદ્યુતભારના રેખીય સમપ્રમાણમાં છે તે જ રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ I$\boldsymbol{dl}$ના રેખીય સમપ્રમાણમાં હોય છે.]

(ii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અદિશ ઉદ્ગમ, એટલે કે વિદ્યુતભાર વડે ઉદ્ભવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ ઉદ્ગમ I$\boldsymbol{dl}$ વડે ઉદ્ભવે છે.

* d$\boldsymbol{l} \times r$ની દિશા જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ વડે પણ અપાય છે. સદિશો $d\boldsymbol{l}$ અને rને સમાવતું સમતલ જુઓ. પહેલા સદિશથી બીજા સદિશ તરફ જવાનું કલ્પો. જો આ ગતિ વિષમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારી તરફ હોય. જો તે સમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારાથી દૂર તરફ હોય.

(iii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જે ઉદ્‌ગમ અને અવકાશમાં રહેલા બિંદુને જોડતા સ્થાનાંતર સદિશની દિશામાં છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર, સ્થાનાંતર સદિશ r અને વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ I**d*l***ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે છે.

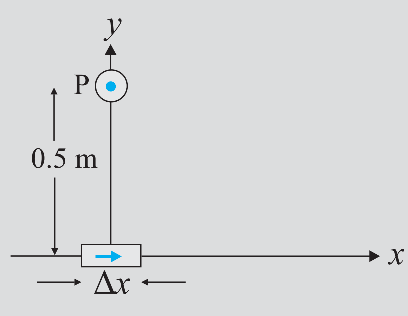
(iv) બાયૉસાવરનો નિયમ કોણ પર આધારિત છે. જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સામાં નથી હોતું. આકૃતિ 4.9માં, d***l***ની દિશા (ત્રુટક રેખા વડે દર્શાવેલ)માં આવેલ કોઈ પણ બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ દિશામાં $\theta = 0$, $\sin\theta = 0$ અને તેથી સમીકરણ [4.11(*a*)] પરથી, $|dB| = 0$.

મુક્ત અવકાશની પરમિટીવિટી ε_0, મુક્ત અવકાશની પરમીએબિલિટી μ_0 અને શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ c વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે :

$$\varepsilon_0\mu_0 = (4\pi\varepsilon_0)\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{1}{9\times10^9}\right)\ (10^{-7}) = \frac{1}{(3\times10^8)^2} = \frac{1}{c^2}$$

વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગોના પ્રકરણ-8માં આ સંબંધ વિશે વધુ ચર્ચા કરીશું. શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ અચળ હોવાથી, $\varepsilon_0\mu_0$ ગુણાકારનું મૂલ્ય અચળ હોય છે. કોઈ પણ એક ε_0 અથવા μ_0નું મૂલ્ય ધારીએ એટલે બીજાનું મૂલ્ય નક્કી થઈ જાય છે. SI એકમોમાં, μ_0નું મૂલ્ય $4\pi\times10^{-7}$ જેટલું નિશ્ચિત કરેલ છે.

ઉદાહરણ 4.5 સૂક્ષ્મ ખંડ $\Delta \boldsymbol{l} = \Delta x\,\hat{i}$ ને ઉદ્‌ગમ બિંદુ પર મુકેલો છે, અને તેમાંથી મોટો વિદ્યુતપ્રવાહ I = 10 A પસાર થાય છે (આકૃતિ 4.10). *y*–અક્ષ પર 0.5 m અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ? $\Delta x = 1$ cm.



આકૃતિ 4.10

ઉકેલ

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2}$$ [સમીકરણ (4.11) પરથી]

$dl = \Delta x = 10^{-2}$m, I = 10 A, $r = 0.5$ m $= y$, $\mu_0/4\pi = 10^{-7}\dfrac{\text{T m}}{\text{A}}$

$\theta = 90^{\circ}$; $\sin\theta = 1$

$$|dB| = \frac{10^{-7}\times10\times10^{-2}}{25\times10^{-2}} = 4\times10^{-8}\ \text{T}$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા +*z*-દિશામાં છે. આ એટલા માટે છે કે,

$d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}\times y\,\hat{\mathbf{j}} = y\Delta x(\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}}) = y\Delta x\,\hat{\mathbf{k}}$

સદિશ ગુણાકાર માટેનો ચક્રિય નિયમ યાદ કરો,

$\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}$; $\hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}}$; $\hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}$.

નોંધો કે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય નાનું છે.

ઉદાહરણ 4.5

હવે પછીના વિભાગમાં આપણે બાયૉસાવરના નિયમનો ઉપયોગ વર્તુળાકાર ગાળા વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે કરીશું.

4.6 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર પ્રવાહગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર (MAGNETIC FIELD ON THE AXIS OF A CIRCULAR CURRENT LOOP)

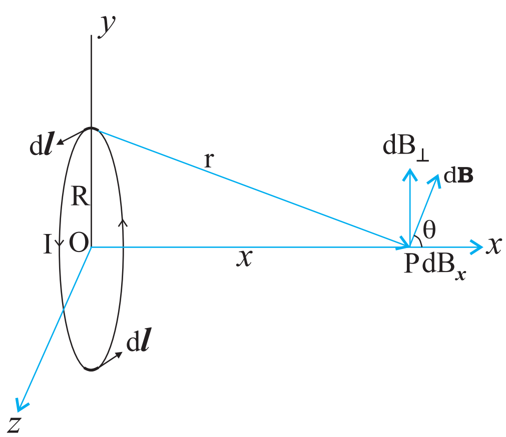
આ વિભાગમાં, ગોળાકાર ગુંચળા (Coil) વડે તેની અક્ષ (ધરી) પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરીશું. આ ગણતરીમાં આપણે અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સૂક્ષ્મ ખંડો (I$d\boldsymbol{l}$) વડે થતી અસરોનો સરવાળો કરીશું. ધારો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I સ્થિર છે (બદલાતો નથી) અને આ ગણતરી મુક્ત અવકાશ (શૂન્યાવકાશ)માં કરીએ છીએ.

આકૃતિ 4.11માં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત ગોળાકાર ગાળો દર્શાવ્યો છે. આ ગાળાની ત્રિજ્યા R છે. તેમજ તેનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ O પર રહે તે રીતે તેને y-z સમતલમાં મુક્યું છે. x-અક્ષ એ આ ગાળાની અક્ષ છે. આપણે તેની અક્ષ પર આવેલા P બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારોકે ગાળાના કેન્દ્ર Oથી Pનું અંતર x છે.

આ ગાળાનો વાહક ખંડ $d\boldsymbol{l}$ ધારો.

તે આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલ છે. $d\boldsymbol{l}$ના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્ર $d\mathbf{B}$નું માન બાયૉસાવરના નિયમ (સમીકરણ 4.11(a)) પરથી મળે છે.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,|d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}|}{r^3} \qquad (4.12)$$



આકૃતિ 4.11 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર ગાળાની અક્ષ (ધરી) પર ચુંબકીયક્ષેત્ર. અહીં ચુંબકીયક્ષેત્ર $d\mathbf{B}$ (સૂક્ષ્મ ખંડ $d\boldsymbol{l}$ના કારણે) અને તેના અક્ષ (ધરી) પરના તેમજ તેને લંબ ઘટકો દર્શાવ્યા છે.

હવે $r^2 = x^2 + R^2$. બીજું, આ ગાળાનો કોઈ પણ ખંડ, તે ખંડથી અક્ષ પર આવેલા બિંદુ સુધીના સ્થાનાંતર સદિશને લંબ હશે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ 4.11માં $d\boldsymbol{l}$ એ y-z સમતલમાં છે જ્યારે $d\boldsymbol{l}$થી અક્ષ પરના બિંદુ P સુધીનો સ્થાનાંતર સદિશ $\mathbf{r}$ એ x-y સમતલમાં છે. આથી $|d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}| = r\,dl$. આથી,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{(x^2 + R^2)} \qquad (4.13)$$

$d\mathbf{B}$ની દિશા આકૃતિ 4.11માં દર્શાવી છે, જે $d\boldsymbol{l}$ અને r વડે બનતા સમતલને લંબ છે. તેનો x-ઘટક dB_x છે અને x-અક્ષને લંબ ઘટક $dB_\perp$ છે. જ્યારે x-અક્ષને લંબ ઘટકોનો સરવાળો કરવામાં આવે, ત્યારે તે એકબીજાને નાબુદ કરે છે અને પરિણામ શૂન્ય મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે, $d\boldsymbol{l}$ના કારણે મળતા ઘટક $d\mathbf{B}_\perp$નું મૂલ્ય (Contribution) તેના વ્યાસની સામેના આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલા ઘટક વડે મળતા મૂલ્ય વડે નાબુદ થાય છે. આમ, ફક્ત x-ઘટક જ બચે છે. સંપૂર્ણ ગાળા પર $dB_x = dB\cos\theta$નું સંકલન કરતાં આપણને x-દિશા પરનું પરિણામી મૂલ્ય મળે. આકૃતિ 4.11 માટે,

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{R}}{(x^2 + \mathbf{R}^2)^{1/2}} \qquad (4.14)$$

($\because$ **R** અને r વચ્ચેનો કોણ પણ θ થાય)

સમીકરણ (4.13) અને (4.14) પરથી,

$$d\mathbf{B}_x = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi}\;\frac{\mathbf{R}}{(x^2 + \mathbf{R}^2)^{3/2}}$$