જુન–૨૦૧૯ થી

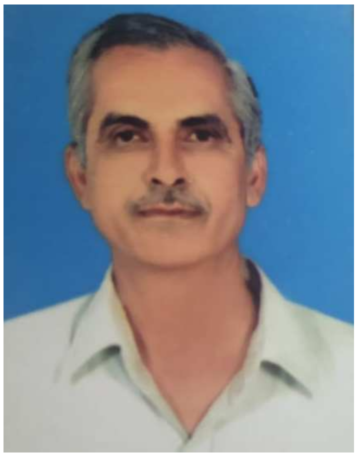
NCERT પ્રમાણેના નવા અભ્યાસક્રમ તથા

નવી પરીક્ષા પદ્ધતિ અનુસાર

સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ – ૧૦

❖ સંકલન અને રજૂઆત ❖
રજનીકાંત સી. ચાવડા
(B.Sc., M.Ed.)
આચાર્યશ્રી
શ્રી મુરલીધર માધ્યમિક શાળા
દાતાર રોડ, જુનાગઢ.
મો. ૯૪૨૭૪ ૧૨૨૩૧

<u>પ્રસ્તાવના</u>



ધોરણ–૧૦ ના વિદ્યાર્થીઓને જાતે ગણિત શીખી શકે, અભ્યાસ કરી શકે અને પોતાનો આત્મવિશ્વાસ વિકસાવી શકે તેવા શુભ અને ઉમદા આશય સાથે રજનીકાંત ચાવડા સાહેબનું ‘‘સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ–૧૦’’ ને PDF સ્વરૂપે નિઃશુલ્ક પ્રસિદ્ધ કરવા માટેનું કાર્ય પ્રસંશનીય અને ધન્યવાદને પાત્ર છે.

દરેક પ્રકરણની શરૂઆતમાં આવશ્યક જરૂરી પાયાનું જ્ઞાન, સૂત્રો, નિયમો, મુદા આપી વિદ્યાર્થીઓના જ્ઞાનની ચકાસણી માટે દરેક રીતના સરળ ઉદાહરણોના મહાવરા આપી જાતે ગણી શકે તે માટે સ્વાધ્યાય અને ઉદાહરણો ધ્યાને લઇને પ્રકરણના અંતે મહાવરા સ્વરૂપે દાખલા આપી વિષયવસ્તુના મૂળભૂત ખ્યાલોને સરળ અને સ્પષ્ટ કરવાનો પ્રયત્ન અભિનંદનીય છે.

દરેક પ્રકરણમાં GSEB અને CBSE પરીક્ષામાં પૂછાયેલાં દાખલાઓ પણ આવરી લઇને વિદ્યાર્થીઓને ગણિત વિષયમાં રસ લેતાં કરવાનો પ્રયત્ન સર્વે શિક્ષકગણ, વાલીગણ અને ગણિતના અભ્યાસુ માટે આશિર્વાદ સમાન રહેશે.

રજનીકાંત ચાવડા સરના આ પ્રયત્નને શુભકામનાઓ આપતાં આનંદ અને ગૌરવ અનુભવીએ છીએ અને વિદ્યાર્થીઓ પૂરેપૂરો લાભ લઇ આગળ વધે તેવી શુભેચ્છાઓ.

હરદાસભાઇ એલ. વાઢેર
(B.Sc., M.Ed.)
પ્રમુખ
શ્રી સોરઠિયા આહિર વિદ્યાર્થી ભવન ટ્રસ્ટ, જુનાગઢ.
મો. ૯૪૨૮૩ ૭૮૦૭૦

<u>મારૂં મંતવ્ય</u>

પરમકૃપાળુ શ્રીજી મહારાજની અસીમ કૃપાથી મારા સ્નેહી મિત્ર શ્રી આર. સી. ચાવડા સરને ધો. ૧૦ માટે વિદ્યાર્થીઓને ‘‘સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ’’ ઉત્તમ સાહિત્ય પુરૂં પાડવા માટે અભિનંદન. પરિણામ સુધારવા માટે હરહંમેશ સતત વિચારશીલ રહે છે. GSEB ગુજરાતી માધ્યમના વિદ્યાર્થીઓ માટે ઉત્તમ પ્રકારનું સાહિત્ય પુરૂં પાડવા તેમનો ઘનિષ્ટ પ્રયાસ રહ્યો છે. તેઓએ શિક્ષણ જગતમાં હરહંમેશ કંઇક નવસર્જનના પ્રયાસ સ્વરૂપે ઉત્તમ રીતે વિણેલાં મોતી સમાન તૈયાર કરેલું નવસાહિત્ય વિદ્યાર્થીઓ માટે પથદર્શક બની રહેશે.

જેમ સમુદ્રમાં દિવાદાંડી પથદર્શક બની રહે છે. તેમ આ સાહિત્ય વિદ્યાર્થીઓ માટે પથદર્શક બની રહેશે. એમાં શંકાને કોઇ સ્થાન નથી જ. આપનું આ યોગદાન અવિરત રહે તેવી શુભેચ્છા સહ.

આચાર્યશ્રી
શ્રી એમ. પી. એચ. શાહ હાઇસ્કૂલ
હરીપુર
ધર્મેન્દ્ર જે. વિરાણી
(M.Sc., B.Ed.)
મો. ૯૪૨૭૭ ૨૨૯૦૪

અભિપ્રાય

વિદ્યાર્થીઓ ગણિત વિષયમાં રસ લેતા થાય અને જાતે શીખી શકે વધુ મહાવરો કરી શકે તે માટે ખૂબ જ મહેનતથી રજનીકાંતભાઇ ચાવડાએ ''સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ–૧૦'' તૈયાર કર્યું છે.

ખૂબ જ અગત્યની બાબત એ છે કે નિઃસ્વાર્થ ભાવે કોઇ ધંધાકીય હેતુ માટે નહી. પરંતુ ગણિત વિષયનું શાળાનું પરિણામ ઉંચું લાવી શકાય તે માટે અથાગ પ્રયત્નો કર્યા છે. તે બદલ ખૂબ–ખૂબ આભાર.

રસીકલાલ ટી. ધાનાણી
બ્રધરન હાઇસ્કૂલ, બોરપાડા
તા. સોનગઢ, જી. તાપી
મો. ૯૯૭૮૭ ૨૦૬૭૩

મારૂં મંતવ્ય

નાનપણથી મોટાભાગનાં વિદ્યાર્થીઓને અને વાલીઓને સતાવતો પ્રશ્ન એટલે ગણિત !!?? સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષામાં પણ ગણિત વિષયનું આગવું સ્થાન છે. મેરીટમાં સ્થાન મેળવવા, વિવિધ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષાઓમાં સૌથી અઘરી લાગતી બાબત એટલે ગણિત !!??

ગણિત, સહેલું કે અઘરૂં તેના કરતાં વ્યક્તિના તર્કશક્તિના વિકાસ માટે આપણા રોજીંદા જીવનમાં વિવિધ ગોઠવણી જાણતા હોઈએ તો આપણું જીવન લયબદ્ધ બને તે રીતે ગણિતમાં પણ વિવિધ સુંદર ગોઠવણીઓ, રચનાઓ, સૂત્રો, સમીકરણો, વ્યાખ્યાઓ, પાયાના સિદ્ધાંતોને સમજીને ગોઠવીને તેનો યોગ્ય ઉપયોગ કરવામાં આવે તો ગણિત ખૂબ સરળતાથી શીખી શકાય છે.

સારસ્વત મિત્રોના સંયુક્ત પ્રયાસથી અને તેમના વર્ષોનાં શિક્ષણમાં ગુણવત્તા સુધારણાના અનુભવના ભાથામાંથી શહેરી અને ગ્રામ્ય વિસ્તારોમાં જોવા મળતી વિદ્યાર્થીઓની ગણિત વિષયમાં કચાશ જાણી તેને કઈ રીતે દૂર કરી શકાય અને વિદ્યાર્થી પોતે જ જાતે શીખવાની વૃત્તિ કેળવી શકે, રકમ વાંચી સમજીને ક્યા સૂત્ર, નિયમના ઉપયોગથી ઉકેલ લાવી શકે તે માટેનો ખૂબ સુંદર પ્રયાસ રજનીકાંત સી. ચાવડાએ ''સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ–૧૦'' માં કર્યો છે.

વિદ્યાર્થી જ્ઞાન, સમજ, ઉપયોજન અને કૌશલ્ય દ્વારા વધુમાં વધુ માર્કસ ગણિત વિષયમાં મેળવી શકે અને હાલનાં સાંપ્રત સમયમાં માનસિક તાણમાંથી મુક્ત થઇ હું ગણિતમાં નાપાસ તો નહીં જ થાઉં તેવો આત્મવિશ્વાસ ધરાવતો થાય તેવા તમામ પ્રયાસો ચાવડા સર દ્વારા આ મટીરીયલ્સમાં કરવામાં આવ્યા છે.

રજનીકાંત એમ. ભીમાણી
(M.Sc., B.Ed.)
આચાર્યશ્રી
ડુંગરકા, જી. રાજકોટ.
મો. ૯૪૨૬૯ ૨૮૪૭૦

આર. સી. ચાવડા સાહેબનો પરિચય

- જન્મ સ્થાન : જૂનાગઢ જીલ્લાનાં શાપુર (સોરઠ) ગામ. (તા. ૧૩–૦૮–૧૯૭૫)
- શાપુરની સરકારી શાળામાં પ્રાથમિક શિક્ષણ. (૧૯૮૦ થી ૧૯૮૭)
- સ્વામિનારાયણ ગુરૂકુળ રાજકોટ–માધ્યમિક શિક્ષણ. (૧૯૮૭ થી ૧૯૯૦)
- જવાહર વિનય મંદિર, શાપુર, ધોરણ–૧૧–૧૨ સાયન્સ. (૧૯૯૦ થી ૧૯૯૨)
- બહાઉદ્દીન સાયન્સ કોલેજ જૂનાગઢ – B.Sc. (Physics) (૧૯૯૨ થી ૧૯૯૫)
- એમ. એસ. શાહ, બી.એડ્. કોલેજ, વઢવાણ – B.Ed. (૧૯૯૬ થી ૧૯૯૭)
- શિક્ષણશાસ્ત્ર ભવન, સૌરાષ્ટ્ર યુનિ., રાજકોટ–M.Ed. (૧૯૯૭ થી ૧૯૯૮)

કારકિર્દીની શરૂઆત, પ્રાથમિક શિક્ષક તરીકે ૧૯૯૯ થી શ્રી છારા કુમાર શાળા, તા. કોડીનારથી કરી. ત્યારબાદ ૨૦૦૦ થી શ્રી વિદ્યાવિહાર હાઈસ્કૂલ, આટકોટ ખાતે ગણિત–વિજ્ઞાન શિક્ષક તરીકે ફરજ બજાવી. ૨૦૧૨ થી શ્રી જામકંડોરણા હાઈસ્કૂલ, જામકંડોરણામાં આચાર્ય તરીકે ફરજ બજાવી. હાલ તા. ૧૬–૦૭–૨૦૧૯ થી જૂનાગઢની શ્રી મુરલીધર માધ્યમિક શાળામાં આચાર્ય તરીકે ફરજ બજાવે છે. આટલા વર્ષોમાં અનેક કર્મયોગી તાલીમમાં RP તાલીમાર્થી તરીકે ભાગ લીધો. જાહેરાત ક્રમાંક : ૧૧૬/૨૦૧૩–૧૪ ની ગુજરાત શિક્ષણ સેવા (વહીવટી સેવા) વર્ગ–૨ લેખિત પરીક્ષા પાસ કરી.

શૈક્ષણિક અને વહીવટી બાબતોમાં ઘણાને મૂંઝવતા પ્રશ્નોમાં મદદરૂપ થવાની તેમની ભાવના રહી છે. એક શિક્ષક તરીકે વિદ્યાર્થી અને સ્ટાફમાં ખૂબ જ લોકપ્રિય છે. હાલ આચાર્ય તરીકે તેમની ફરજ બજાવે છે. ખૂબ જ લાગણીશીલ મૈત્રીપૂર્ણ વ્યવહાર ધરાવનાર મારા મિત્ર જેમને હું ઘણાં વર્ષોથી નિકટ છું તેમનું ''સેલ્ફ લર્નિંગ મેથ્સ–૧૦' તમામને ખૂબ જ ઉપયોગી થશે જ.

કાચા ચંદુલાલ બી.
(B.Sc., B.Ed.)
શ્રી એચ. આર. ગારડી હાઈસ્કૂલ
ભાડલા, તા. જસદણ.
મો. ૯૪૨૮૨ ૭૯૦૨૦

અનુક્રમણિકા

ક્રમ	પ્રકરણનું નામ	માસ	અંદાજીત તાસ	ગુણભાર	પા.નં.
૧	વાસ્તવિક સંખ્યાઓ	જૂન	૧૧	૪	
૨	બહુપદીઓ	જુલાઇ	૧૪	૬	
૩	દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ	ઓગષ્ટ	૧૭	૮	
૪	દ્વિઘાત સમીકરણ	નવેમ્બર	૦૯	૬	
૫	સમાંતર શ્રેણી	જુલાઇ	૧૨	૪	
૬	ત્રિકોણ	ઓક્ટો.	૧૦	૬	
૭	યામ ભૂમિતિ	ઓગષ્ટ	૦૬	૪	
૮	ત્રિકોણમિતિનો પરિચય	ડિસે.	૧૪	૬	
૯	ત્રિકોણમિતિનો ઉપયોગ	ડિસે.	૧૦	૪	
૧૦	વર્તુળ	નવેમ્બર	૦૬	૬	
૧૧	રચના	સપ્ટે.	૧૦	૪	
૧૨	વર્તુળ સંબંધિત ક્ષેત્રફળ	જાન્યુ.	૦૮	૪	
૧૩	પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ	જાન્યુ.	૧૨	૬	
૧૪	આંકડાશાસ્ત્ર	સપ્ટે.	૧૨	૬	
૧૫	સંભાવના	જૂન	૦૬	૪	

ધોરણ–૧૦ ગણિત
નમૂનાનું પ્રશ્નપત્ર

સમય : ૩ કલાક **કુલ ગુણ : ૮૦**

સૂચના :

(૧) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
(૨) આ પ્રશ્નપત્રના કુલ ૩૯ પ્રશ્નો વિભાગ A, B, C અને D માં વહેંચાયેલા છે.
(૩) પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
(૪) જરૂર જણાય ત્યાં આકૃતિ દોરવી, રચનાની રેખાઓ જાળવી રાખવી.
(૫) નવો વિભાગ નવા પાનાથી લખવાનું શરૂ કરવો. પ્રશ્નના જવાબ ક્રમમાં લખો.
(૬) કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરવો નહીં.

વિભાગ–A

સૂચના મુજબ જવાબ આપો. (૧ થી ૧૬)
(પ્રત્યેકનો ૧ ગુણ) (૧૬)

નીચેની ખાલી જગ્યાઓ પૂરો.

(૧) નાનામાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા અને નાનામાં નાની વિભાજ્ય સંખ્યાનો ગુસાઅ: લસાઅ .... છે.
(૨) $7\times11\times13+13$ ને ભિન્ન અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગુણાકાર તરીકે દર્શાવી શકાય છે. આથી $7\times11\times13+13$ એ .... સંખ્યા છે.
(૩) જો α, β અને γ એ ત્રિઘાત બહુપદી ax^3+bx^2+cx+d જ્યાં a શૂન્ય નથીનાં શૂન્યો હોય, તો શૂન્યોનો ગુણાકાર (α,β,γ)=.........
(૪) $8x + ky + 16 = 0$ અને $4x + 4y + 4 = 0$ આપેલ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ અનન્ય મળે છે. તો અજ્ઞાત k ની કિંમત .... મળશે.

એક વાક્ય, શબ્દ કે આંકડામાં જવાબ આપો.

(૫) દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણયુગ્મ $x+y=28$ અને $x-y=8$ આપેલ છે. યોગ્ય રીતનો ઉપયોગ કરી x નો ઉકેલ શોધો.
(૬) $x^2 - 4x = (-4)(6-x)$ આપેલ સમીકરણ દ્વિઘાત સમીકરણ છે કે નહીં તે જણાવો.
(૭) નીચે આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં { } ના ખાનામાં પદ લખો. 4, { }, 52
(૮) બિંદુ (-3, 4) નું ઉગમબિંદુથી અંતર .... એકમ હોય.

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો.

(૯) જેમ જેમ θ નું મૂલ્ય વધે તેમ તેમ $\cos\theta$ નું મૂલ્ય વધે છે.
(૧૦) તદ્દન છેડાની કિંમતો મધ્યકને નોંધપાત્ર અસર કરે છે.
(૧૧) એક વર્તુળનો વ્યાસ 10 સે.મી. છે, આથી તેના દરેક સ્પર્શકની લંબાઇ 10 સે.મી. થી ઓછી હોય.
(૧૨) કોઇ ઘટના A માટે $P(A) = P(\overline{A})$ થાય તે શક્ય છે.

વિધાન સાચું બને તે રીતે યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો.

(૧૩) જો $\sin\theta + \sin^2\theta=1$ હોય તો $\frac{1}{\sec^2\theta}+\frac{1}{\sec^4\theta}=$.........
(A) O (B) 1 (C) -1 (D) 2
(૧૪) જો વર્તુળની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ સમાન સંખ્યા હોય તો વર્તુળનો વ્યાસ .... થાય.
(A) 4 એકમ (B) 2 એકમ (C) 8 એકમ (D) 1 એકમ
(૧૫) બે શંકુઓની ત્રિજ્યાનો ગુણોત્તર 2:3 અને ઊંચાઇનો ગુણોત્તર 5:3 હોય, તો તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર .... થાય.
(A) 27:20 (B) 9:4 (C) 4:9 (D) 20:27
(૧૬) વિકાસ અને રોનક મિત્રો છે. બંનેના જન્મદિવસ જુદા જુદા હોય તેની સંભાવના .... થશે. (લીપ વર્ષને અવગણવું.)
(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{364}{365}$ (D) $\frac{1}{365}$

વિભાગ–B

નીચેના પ્રશ્નોની ગણતરી કરી જવાબ લખો. (૧૭ થી ૨૬)
(પ્રત્યેકનો ૨ ગુણ) (૨૦)

(૧૭) સાબિત કરો કે $3+2\sqrt{7}$ અસંમેય છે.
(૧૮) દ્વિઘાત બહુપદી $-12+t+6t^2$ ના શૂન્યો શોધો.
(૧૯) k ની કઇ કિંમત માટે આપેલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મ $kx+3y-(k-3)=0$ અને $12x+ky-k=0$ ને અનંત ઉકેલો મળે?

અથવા

(૧૯) દ્વિચલ સમીકરણ યુગ્મ અને $a_1x+b_1y+c_1=0$ અને $a_2x+b_2y+c_2=0$ માટે ઉકેલ ન મળે તથા અનન્ય ઉકેલ હોવાની શરતો જણાવો.
(૨૦) અવયવીકરણની રીતનો ઉપયોગ કરી દ્વિઘાત સમીકરણ $3x-13=\frac{30}{x}$ નો ઉકેલ મેળવો.

અથવા

(૨૦) દ્વિઘાત સમીકરણ $2x-4=\frac{-3}{x}$ નો વિવેચક શોધો અને તે પરથી બીજનું સ્વરૂપ નક્કી કરો.
(૨૧) જો P, Q અને R એ ΔPQR ના ખૂણા હોય, તો સાબિત કરો કે $\text{cosec}\left(\frac{P+R}{2}\right)=\sec\frac{Q}{2}$
(૨૨) સાબિત કરો $\sin 30^0 \cos 60^0 + \cos 30^0 \sin 60^0 = \sin 90^0$

અથવા

(૨૨) સાબિત કરો $\sec^4A - \sec^2A = \tan^4A + \tan^2A$
(૨૩) વ્યાખ્યા આપો. (૧) વર્તુળનો સ્પર્શક (૨) વર્તુળની છેદિકા

અથવા

(૨૩) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
(૧) બે વર્તુળો પરસ્પર બે ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદતાં હોય તો કેટલા સામાન્ય સ્પર્શકોની સંખ્યા હોય?
(૨) બે વર્તુળો પરસ્પર બહારથી સ્પર્શે છે. તો કેટલા સામાન્ય સ્પર્શકોની સંખ્યા હોય?

(૨૪) 20 મીટર લાંબી એક નિસરણી જમીનથી 16 મીટર ઊંચે આવેલી એક બારીને અડકે છે. તો નિસરણીના નીચેના છેડાનું દીવાલના તળિયેથી અંતર સેમીમાં કેટલું?

(૨૫) એક ગલ્લામાં 50 પૈસાના 100 સિક્કા, રૂા. 1 ના 50 સિક્કા, રૂા. 2 ના 20 સિક્કા અને રૂા. 5 ના દસ સિક્કા છે. જ્યારે આ ગલ્લાને ઊંધો કરવામાં આવે ત્યારે ગલ્લામાંથી કોઇ એક સિક્કો બહાર પડે, તે સમસંભાવી હોય, તો સિક્કો (i) 50 પૈસાનો સિક્કો હશે (ii) રૂા. 5 નો સિક્કો નહીં હોય તેની સંભાવના કેટલી?

(૨૬) કોઇ માહિતીમાં $l=200$, $f_1=27$, $f_0=18$, $f_2=20$ અને $h=100$ હોય, તો માહિતીનો બહુલક શોધો.

વિભાગ–C

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ લખો. (૨૭ થી ૩૪) (પ્રત્યેકનો ૩ ગુણ) (૨૪)

(૨૭) $P(x) = -5x + x^4 + 6$, $q(x) = -x^2 + 2$ આપેલ બહુપદીઓ છે. $P(x)$ નો $q(x)$ વડે ભાગાકાર કરો અને ભાગપ્રવિધિ ચકાસો.

(૨૮) દ્વિઘાત સમીકરણ $5x = 6 + \frac{2}{x}$ નાં બીજ પૂર્ણવર્ગની રીતે શોધો.

(૨૯) 34+32+30+.....+10 આપેલ સમાંતર શ્રેણીનો સરવાળો શોધો.

અથવા

(૨૯) સમાંતર શ્રેણીનું 11 મું પદ 38 અને 16 મું પદ 73 હોય, તો તેનું 31 મું પદ શોધો.

(૩૦) બિંદુઓ P(2,3), Q(-1,0) અને R (2,-4) દ્વારા રચાતા ત્રિકોણ PQR શોધો.

(૩૧) 20 સે.મી. વ્યાસવાળા વર્તુળની જીવા કેન્દ્ર આગળ કાટખૂણો આંતરે છે. તેને અનુરૂપ (i) લઘુવૃત્તખંડ (ii) ગુરુવૃત્તાંશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (π=3.14) **અથવા**

(૩૧) નીચે આપેલ આકૃતિમાં O કેન્દ્રવાળા વર્તુળના બે વ્યાસ AB અને CD પરસ્પર લંબ છે અને નાના વર્તુળનો વ્યાસ OD છે. જો OA=7 સેમી હોય, તો દર્શાવેલ રંગીન પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(૩૨) સાબિત કરો કે વર્તુળનો કોઇ બિંદુએ દોરેલ સ્પર્શક, સ્પર્શબિંદુમાંથી પસાર થતી ત્રિજ્યાને લંબ હોય છે.

(૩૩) 5.5 સે.મી. $\times$ 10 સે.મી. $\times$ 3.5 સે.મી.ના માપનો લંબઘન બનાવવા 1.75 સેમી વ્યાસ અને 1 ના બમણા મિમી જાડાઇવાળા ચાંદીના કેટલા સિક્કા ઓગાળવા પડે?

(૩૪) નીચે આપેલ આવૃત્તિ–વિતરણનો મધ્યક 18 છે. વર્ગ 19-21 ની આવૃત્તિ x ની કિંમત શોધો.

વર્ગ	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
આવૃતિ	3	6	9	13	x	5	4

અથવા

(૩૪) સ્થાનિક ટેલિફોન યાદીમાંથી 100 અટક યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવી હતી અને અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોમાં અટકોમાં આવતા અક્ષરોની સંખ્યાનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે પ્રમાણે મેળવ્યું હતું.

અક્ષરોની સંખ્યા	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-19
અટકોની સંખ્યા	6	30	40	16	4	4

અટકોમાં આવતા અક્ષરોની સંખ્યાનો મધ્યસ્થ શોધો.

વિભાગ–D

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ લખો. (૩૫થી૩૯) (પ્રત્યેકના ૪ ગુણ) (૨૦)

(૩૫) ΔXYZ માં $XY^2 + YZ^2 = XZ^2$ તો $\angle Y = 90^0$ સાબિત કરો.

અથવા

(૩૫) પાયથાગોરસ પ્રમેયનું વિધાન લખો અને ΔPQR માં $\angle R=90$ છે. તો સાબિત કરો કે $PQ^2 = PR^2 + QR^2$

(૩૬) 4.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો. તેના કેન્દ્રથી 7.5 સેમી દૂર આવેલા બિંદુમાંથી વર્તુળના સ્પર્શકની જોડીની રચના કરો અને તેની લંબાઇ માપો.

(૩૭) એક 80 મીટર પહોળા માર્ગની બંને બાજુએ સમાન ઊંચાઇના બે સ્તંભ શિરોલંબ છે. માર્ગ પર વચ્ચે આવેલ કોઇ બિંદુએથી બંનેની ટોચના ઉત્સેધકોણનાં માપ 60^0 અને 30^0 જણાય છે. તો દરેક સ્તંભની ઊંચાઇ શોધો તથા બંને સ્તંભનું નિરીક્ષણ બિંદુથી અંતર શોધો.

અથવા

(૩૭) એક ઊંચી બેઠક પર 1.6 મીટર એક પ્રતિમા ગોઠવેલ છે. જમીન પરના એક બિંદુએથી પ્રતિમાની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60^0 અને બેઠકની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 45^0 છે, તો બેઠકની ઊંચાઇ શોધો.

(૩૮) રિન્કુ પ્રવાહની દિશામાં 40 કિમી અંતર 4 કલાકમાં અને પ્રવાહની સામેની દિશામાં 8 કિમી અંતર 4 કલાકમાં કાપે છે તેની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહની ઝડપ શોધો.

(૩૯) એક તંબુનો આકાર નળાકાર ઉપર શંકુ મૂકવામાં આવેલ હોય તેવો છે. જો નળાકારની ભાગની ઊંચાઇ અને વ્યાસ અનુક્રમે 4.2 મીટર અને 8 મીટર હોય તથા ઉપરના ભાગની તિર્યક ઊંચાઇ 5.6 મીટર હોય, આ તંબુ બનાવવા વપરાતા કેનવાસનું ક્ષેત્રફળ શોધો અને કેનવાસનો ભાવ રૂા. 1000 પ્રતિ $મીટર^2$ હોય, તો તેમાં વપરાતા કેનવાસની કિંમત પણ શોધો. (નોંધ : તંબુના તળિયાને કેનવાસથી ઢાંકવામાં આવતો નથી તે ધ્યાનમાં લેવું.)

પૂર્વજ્ઞાન

સંકલન : રજનીકાંત સી. ચાવડા
આચાર્યશ્રી – શ્રી મુરલીધર માધ્યમિક શાળા
દાતાર રોડ, જુનાગઢ. મો. ૯૪૨૭૪ ૧૨૨૩૧

શિક્ષક મિત્રો, આપણે સહુ જાણીએ છીએ તેમ SSC બોર્ડનું રીઝલ્ટ ગણિતના રીઝલ્ટ પર આધારિત છે. વિદ્યાર્થીઓને પૂરતા દ્રઢીકરણની જરૂરીયાત હોય છે. જે મારા ગણિત શિક્ષણના ૨૦ વર્ષના અનુભવથી અનુભવ્યું. વિદ્યાર્થીઓ ગણિતમાં ક્યાં અટકે છે અને શા માટે અટકે તે માટેના સઘન પ્રયાસોના અંતે આ A થી Z સુધીનાં પાયાના મુદાઓ તારવ્યા અને છેલ્લાં ઘણા વર્ષોથી SSC નું ગણિતનું પરિણામ ખૂબ જ સારૂં મેળવવામાં સફળતા મળી છે.

આપ સહુ પણ ધો. ૯ અને ધો. ૧૦ ના વિદ્યાર્થીઓને આ A થી Z મુદાઓનું દ્રઢીકરણ કરાવો, પૂર્વજ્ઞાન મજબૂત બનાવો. ચોક્કસ વિદ્યાર્થીઓ ગણિતમાં રસ લેતા થશે અને શ્રેષ્ઠ પરિણામ મળશે જ.

વિદ્યાર્થી મિત્રો, આપણે ગણિતનો પાયો મજબૂત કરવા અને ધો. ૯ તથા ધો. ૧૦ ના ગણિતને સહેલું બનાવવા પહેલાં શીખી ગયેલું તાજુ કરવું જ પડશે.

- **સરખી નિશાનીવાળા પદોનો સરવાળો અને વિરુદ્ધ નિશાનીવાળા પદોની બાદબાકી કરવી અને જવાબને મોટા પદની નિશાની આપવી.**

  દા.ત. $8 + 4 = 12$, $-8 -4 = -12$, $-8 + 4 = -4$, $8-4=4$

(A) આ ઉદાહરણનો ધ્યાનપૂર્વક અભ્યાસ કરી નીચેના ઉદાહરણો ગણીએ.

(1) $4 - 3 =$ ______ (2) $-4 + 3 =$ ______
(3) $- 4 - 3 =$ ______ (4) $4 + 3 =$ ______
(5) $18 - 15 =$ ______ (6) $-18 - 15 =$ ______
(7) $-18 + 15 =$ ______ (8) $18 + 15 =$ ______
(9) $21 - 11 =$ ______ (10) $-21 + 11 =$ ______
(11) $-21 - 11 =$ ______ (12) $21 + 11 =$ ______

❖ **નિશાની જોઈ ઉદાહરણ સમજો અને તે મુજબ ગુણાકાર કરવા પ્રયત્ન કરી સાચો જવાબ લખો.**

(1) $8\times4 = 32$ (2) $(-8)\times4 = (-32)$
(3) $(-8)\times(-4) = 32$ (4) $8\times(-4) = (-32)$
(5) $(-8)\times(-4)\times1 = 32$

સમજો. એકી વખત પદોની નિશાની (-) તો જવાબની નિશાની (-) બેકી વખત પદોની નિશાની (-) તો જવાબની નિશાની (+)

(B) ચાલો પ્રયત્ન કરી સાચી ગણતરી કરીએ.

(1) $5\times3 =$ _____ (2) $(-5)\times3 =$ _____
(3) $5\times(-3) =$ _____ (4) $(-5)\times(-3) =$ _____

- **કોઈપણ સંખ્યાનો 0 સાથેનો ગુણાકાર કરતાં જવાબ 0 મળે. જેમકે,** $5\times0=0$, $-5\times0=0$, $x\times0=0$, $125\times0=0$
- **કોઈપણની ઘાત 0 એટલે જવાબ 1 મળે.**

  $5^0 = 1$, $(-5^0) = 1$, $x^0 = 1$, $125^0 = 1$

- **ચાલો સંખ્યાનો વર્ગ અને ઘન કરતાં શીખીએ.**

  ઉદા. 5 નો વર્ગ = $5^2 = 5\times5 = 25$

  5 નો ઘન = $5^3 = 5\times5\times5 = 125$

(C) ઉપરના ઉદાહરણનો ધ્યાનપૂર્વક સમજી નીચેની સંખ્યાઓના વર્ગ અને ઘન કરવાના પ્રયત્ન કરીએ.

(1) $(1)^2 =$ _____ (2) $(1)^3 =$ _____
(3) $(3)^2 =$ _____ (4) $(3)^3 =$ _____
(5) $(4)^2 =$ _____ (6) $(4)^3 =$ _____
(7) $(6)^2 =$ _____ (8) $(6)^3 =$ _____
(9) $(7)^2 =$ _____ (10) $(7)^3 =$ ____
(11) $(8)^2 =$ _____ (12) $(8)^3 =$ _____
(13) $(9)^2 =$ ____ (14) $(9)^3 =$ ____
(15) $(-10)^2 =$ ____ (16) $(-10)^3 =$ _____

- 1 વર્ગ = 1, 1 નો ઘન = 1, 1 નું વર્ગમૂળ = 1,

  1 નું ઘનમૂળ=1, 5 નો વર્ગ 25 તેથી 25 નું વર્ગમૂળ ± 5

  $\sqrt{25} = \pm5$, $(25)^{1/2} = \pm 5$ એમજ 2 નો વર્ગ 4 તેથી 4 નું વર્ગમૂળ = ± 2 $\sqrt{4} = \pm2$ $(4)^{\frac{1}{2}} = \pm 2$

  x^2 નું વર્ગમૂળ = $\sqrt{x^2} = \pm x$, $(x^2)^{1/2} = \pm x$

  y^3 નું ઘનમૂળ = $\sqrt[3]{y^3} = y$, $(y^3)^{1/3} = y$

  5 નો ઘન = 125 તેથી 125 નું ઘનમૂળ = $\sqrt[3]{125} = 5$, $(125)^{\frac{1}{3}} = 5$, x નું વર્ગમૂળ = $\sqrt{x}$

  x^4 નું વર્ગમૂળ = $\sqrt{x^4} = x^2$, x નું ઘનમૂળ = $\sqrt[3]{x}$

- **વર્ગમૂળના સંકેત** $\sqrt{\ }$, $(\ )^{1/2}$
- **ઘનમૂળના સંકેત** $\sqrt[3]{\ }$, $(\ )^{1/3}$

❖ **ચાલો વર્ગમૂળ અને ઘનમૂળ શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.**

(1) $\sqrt{100} =$ _____ (2) $\sqrt[3]{1} =$ _____
(3) $(36)^{\frac{1}{2}}$ _____ (4) $\sqrt{121} =$ _____
(5) $(225)^{\frac{1}{2}} =$ _____ (6) $(8)^{\frac{1}{3}} =$ _____
(7) $(9)^{\frac{1}{2}} =$ _____ (8) $\sqrt{49} =$ _____
(9) $\sqrt[3]{27} =$ _____ (10) $\sqrt[3]{64} =$ ___ ___
(11) $(125)^{\frac{1}{3}} =$ _____ (12) $\sqrt{9} =$ _____

- **જે સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પૂર્ણાંક મળે તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ કહેવાય. જે સંખ્યાનું ઘનમૂળ પૂર્ણાંક સંખ્યા મળે તે સંખ્યા પૂર્ણઘન કહેવાય.**

❖ **વર્ગમૂળ શોધવાની રીત :**

3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$\therefore\ 441 = \underline{3\times3} \times \underline{7\times7}$

$\therefore \sqrt{441} = 3\times7$

$\therefore \sqrt{441} = 21$

❖ **ઘનમૂળ શોધવાની રીત :**

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$\therefore\ 64 = \underline{2\times2\times2} \times \underline{2\times2\times2}$

$\therefore \sqrt[3]{64} = 2\times2$

$\therefore \sqrt[3]{64} = 4$

(D) કેટલાંક સરવાળા શીખીએ. ઉદાહરણ ધ્યાનપૂર્વક ચકાસો.

(1) 5 + 0.5 $\quad \begin{array}{r} 5.0 \\ +\ 0.5 \\ \hline 5.5 \end{array}$

(2) 0.5+0.5 $\quad \begin{array}{r} 0.5 \\ +\ 0.5 \\ \hline 1.0 \end{array}$

(3) 5 + 0.05 $\quad \begin{array}{r} 5.00 \\ +\ 0.05 \\ \hline 5.05 \end{array}$

(4) 1.2 + 12.3 $\quad \begin{array}{r} 1.2 \\ +\ 12.3 \\ \hline 13.5 \end{array}$

(4) 1.2+19.98 $\quad \begin{array}{r} 01.20 \\ +\ 19.98 \\ \hline 21.18 \end{array}$

(6) 8.08+0.05 $\quad \begin{array}{r} 8.08 \\ +\ 0.05 \\ \hline 8.13 \end{array}$

- **D પ્રકારના ઉદાહરણ સમજી નીચેનાં સરવાળા કે બાદબાકી (ગણતરી) કરવા પ્રયત્ન કરીએ.**

(1) 5 - 0.5 (2) 0.5 - 0.05 (3) 5 - 0.05
(4) 12.3 - 1.2 (5) 19.98 - 1.2 (6) 8.08 - 0.05
(7) 19.9 - 18.9 (8) 0.5 + 0.5 (9) 0.5 + 0.6
(10) 1.2 + 1.2 (11) 1.2+12.1 (12) 12.1+12.01

(E) અપૂર્ણાંકના સરવાળા બાદબાકી ઉદાહરણ :

(1) $5 + \frac{1}{3} = \frac{(5\times3)+1}{3} = \frac{15+1}{3} = \frac{16}{3}$

(2) $7 + \frac{1}{2} = \frac{(7\times2)+1}{2} = \frac{14+1}{2} = \frac{15}{2}$

(3) $9 - \frac{2}{5} = \frac{(9\times5)-2}{5} = \frac{45-2}{5} = \frac{43}{5}$

(4) $12 - \frac{2}{3} = \frac{(12\times3)-2}{3} = \frac{36-2}{3} = \frac{34}{3}$

- **E પ્રકારના ઉદાહરણની રીતે નીચેના દાખલા ગણો.**

(1) $6-\frac{1}{3}$ (2) $7-\frac{2}{3}$ (3) $8-\frac{5}{3}$ (4) $9-\frac{2}{5}$

(5) $9+\frac{2}{5}$ (6) $10+\frac{3}{5}$ (7) $11+\frac{4}{5}$ (8) $19+\frac{3}{2}$

(F) સમચ્છેદી (જેનાં છેદ સરખા હોય)ના સરવાળા બાદબાકી ઉદાહરણ :

(1) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3} = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

(1) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{4}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3}$

(3) $\frac{2}{3}-\frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$

(4) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{4}{3} = \frac{2+1-4}{3} = \frac{3-4}{3} = \frac{-1}{3}$

- **(F) પ્રકારના ઉદાહરણ ધ્યાનપૂર્વક સમજી નીચેનાની પ્રેક્ટીસ કરીએ.**

(1) $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$ (2) $\frac{4}{7}+\frac{3}{7}$ (3) $\frac{3}{2}+\frac{7}{2}$

(4) $\frac{3}{4}+\frac{4}{4}$ (5) $\frac{4}{5}+\frac{6}{5}$ (6) $\frac{3}{4}-\frac{4}{4}$

(7) $\frac{4}{5}-\frac{6}{5}$ (8) $\frac{8}{3}-\frac{4}{3}$ (9) $\frac{11}{6}-\frac{7}{6}$

(10) $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$ (11) $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+\frac{2}{2}$ (12) $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}$

(13) $\frac{2}{5}-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}$ (14) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{4}{5}$ (15) $\frac{2}{5}-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$

(G) વિષમચ્છેદી સરવાળા બાદબાકી

ઉદાહરણ :

(1) $\frac{4}{3}+\frac{2}{5} = \frac{(4\times5)+(2\times3)}{(3\times5)} = \frac{20+6}{15} = \frac{26}{15}$

(2) $\frac{5}{3}+\frac{4}{5} = \frac{(5\times5)+(4\times3)}{(3\times5)} = \frac{25+12}{15} = \frac{37}{15}$

(3) $\frac{4}{5}-\frac{3}{8} = \frac{(4\times8)-(3\times5)}{5\times8} = \frac{32-15}{40} = \frac{17}{40}$

- **G પ્રકારના ઉદાહરણ ધ્યાનપૂર્વક સમજી નીચેનાની પ્રેક્ટિસ કરો.**

(1) $\frac{6}{5}+\frac{4}{3}$ (2) $\frac{6}{3}-\frac{4}{5}$ (3) $\frac{6}{5}-\frac{4}{3}$ (4) $\frac{5}{2}-\frac{4}{3}$

(5) $\frac{11}{2}-\frac{10}{3}$ (6) $\frac{13}{2}+\frac{5}{3}$ (7) $\frac{9}{5}+\frac{4}{3}$ (8) $\frac{8}{2}-\frac{1}{3}$

(H) સાદુરૂપ આપતા શીખીએ.

ઉદાહરણ :

(1) $x\times x\times x = x^3$ (2) $(-x)\times(-x) = x^2$
(3) $(-1)\times(-1)\times1= 1$ (4) $(-1)\times(-1)=(-1)^2 = 1$
(5) $(-5)\times(-5)\times(-5) = (-5)^3 = -125$

H પ્રકારના ઉદાહરણની રીતે સાદુરૂપ આપીએ.

(1) (-2)×(-2) **(2)** (-3)×(-3)×(-3) **(3)** (-3)×(-3)
(4) (-2)×(-2)×(-2)×(-2) **(5)** (-2)×(-2)×(-2)
(6) 2×2×(-2) **(7)** (-3)×(-3)×3 **(8)** (-2)×2
(9) (-5)×0

(I) ઉદાહરણ

(1) $x^2 \times x^3 = x^{2+3} = x^5$ (2) $x^3 \times x^3 = x^{3+3} = x^6$ (3) $x^2 \times x = x^{2+1} = x^3$ (4) $x^2 \times x = x^{2+1} = x^3$

(I) પ્રકારના ઉદાહરણથી ગણવા પ્રયત્ન કરો.

(1) $x^5 \times x^3$ (2) $x^4 \times x^2$ (3) $y^5 \times y^2$ (4) $x^3 \times x^2$ (5) $x^4 \times x$
(6) $y^4 \times y^3$ (7) $y^5 \times y^4$ (8) $z \times z^3$ (9) $z^2 \times z^4$ (10) $z^3 \times z^5$

(J) ઉદાહરણ

(1) $x^2 \div x^3 = x^{2-3} = x^{-1} = \frac{1}{x}$ (2) $x^3 \div x^3 = x^{3-3} = x^0 = 1$ (3) $x^2 \div x = x^{2-1} = x^1 = x$ (4) $x^3 \div x = x^{3-1} = x^2$

(J) પ્રકારના ઉદાહરણથી ગણવા પ્રયત્ન કરો.

(1) $x^5 \div x^3$ (2) $x^4 \div x^2$ (3) $y^5 \div y^2$
(4) $x^3 \div x^2$ (5) $z^2 \div z^4$ (6) $z^3 \div z^5$

(K) ઉદાહરણ

(1) $(x^2)^2 = x^{2\times2} = x^4$ (2) $(x^2)^{1/2} = x^{2\times1/2} = x^1 = x$
(3) $(x^3)^2 = x^{3\times2} = x^6$ (4) $(x^2)^3 = x^{2\times3} = x^6$

(K) પ્રકારના ઉદાહરણથી નીચેના ગણવા પ્રયત્ન કરો.

(1) $(x^2)^4$ (2) $(x^2)^0$ (3) $(x^3)^{1/3}$ (4) $(x^5)^2$ (5) $(x^3)^4$
(6) $(x^2)^{1/2}$

(L) ઉદાહરણ

(1) $\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$ (2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$ (3) $\left(\frac{x^2}{3}\right)^2 = \frac{x^4}{3^2}$

(4) $\left(\frac{x^2}{z^2}\right)^2 = \frac{x^4}{z^4}$

(L) પ્રકારના ઉદાહરણથી નીચેની ગણતરી કરીએ.

(1) $\left[\frac{1}{3}\right]^2$ (2) $\left[\frac{x}{y^2}\right]^2$ (3) $\left[\frac{x^2}{y}\right]^3$ (4) $\left[\frac{x^2}{y^2}\right]^2$

(5) $\left[\frac{x^2}{2}\right]^2$ (6) $\left[\frac{3}{5}\right]^2$ (7) $\left[\frac{1}{2}\right]^3$ (8) $\left[\frac{y^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$

(9) $\left[\frac{y^3}{125}\right]^{\frac{1}{3}}$ (10) $\left[\frac{4}{9}\right]^{\frac{1}{2}}$ (11) $\left[\frac{9}{16}\right]^{\frac{1}{2}}$

(M) ઉદાહરણ

(1) $x \times 2x = 2x^2$ (2) $2x \times 2x = 4x^2$
(3) $2x \times x^2 = 2x^3$ (4) $x \times 2x^2 = 2x^3$ (5) $x \times x^2 = x^3$
(6) $3x \times 4x = 12x^2$

(M) પ્રકારના ઉદાહરણથી નીચેના દાખલા ગણો.

(1) $x \times x$ **(2)** $x \times 2x$ **(3)** $2x \times 2x$ **(4)** $x \times 3x$
(5) $x \times 2x \times x$ **(6)** $x \times x^2$ **(7)** $x \times 2x^2$ **(8)** $2x \times 2x^2$
(9) $x \times 3x^2$ **(10)** $4x \times x^2$ **(11)** $4x \times 3x^2$
(12) $4x^2 \times 3x^2$ **(13)** $4x^3 \times 3x^2$

(N) ઉદાહરણ

(1) $4x + 3x = 7x$ (2) $4x - 3x = x$ (3) $x + 2x = 3x$
(4) $-4x + 3x = -x$ (5) $-4x - 3x = -7x$
(6) $-x + 2x = x$ (7) $-x - 2x = -3x$ (8) $x - 2x = -x$

(N) પ્રકારના ઉદાહરણની રીતે ગણતરી કરવા પ્રયત્ન કરો.

(1) $3x - x$ (2) $3x - 2x$ (3) $3x - 3x$ (4) $3x + x$
(5) $3x + 2x$ (6) $3x + 3x$ (7) $3x - 4x$ (8) $4x - 3x$

(O) ઉદાહરણ

(1) x ના 2 ગણામાં 3 ઉમેરતાં = $2x + 3$
(2) x ના 4 ગણામાંથી 2 બાદ કરતાં = $4x-2$
(3) x ના 3 ગણાને 2 વડે ભાગતા = $\frac{3x}{2}$
(4) x માંથી 2 બાદ કરી 3 વડે ભાગતા = $\frac{x-2}{3}$
(5) x માંથી 3 બાદ કરી 2 વડે ગુણતા = $2(x-3)$

(O) પ્રકારના ઉદાહરણ ચીવટપૂર્વક સમજી નીચેનાનો જવાબ આપવા પ્રયત્ન કરો.

(1) x ના 3 ગણાને 4 વડે ભાગતા
(2) x ના 2 ગણામાંથી 3 બાદ કરતા
(3) x ના 2 ગણામાં 6 ઉમેરતા
(4) x માંથી 3 બાદ કરી 2 વડે ભાગતા
(5) x માંથી 4 બાદ કરી 3 વડે ગુણતા
(6) x માં 3 ઉમેરી 3 વડે ભાગતા
(7) x ના 4 ગણાને 6 વડે ભાગતા
(8) x ના 2 ગણાને 5 વડે ભાગતા
(9) x ના 6 ગણામાંથી 4 બાદ કરતા

(P) 1 એ વિશિષ્ટ સંખ્યા છે. 2 એ બેકી (યુગ્મ) અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.

- **અવિભાજ્ય સંખ્યા :** જે સંખ્યાના માત્ર ને માત્ર બે જ અવયવ હોય, એક 1 અને બીજો સંખ્યા પોતે જ.

  જેમકે, 3 ના અવયવ 1 અને 3, 5 ના અવયવ 1 અને 5

- **વિભાજ્ય સંખ્યા :** જે સંખ્યાના બે કરતા વધુ અવયવ હોય.

  જેમકે, 4 ના અવયવ = 1, 2 અને 4 કેમકે $4\times1=4$, $2\times2=4$, 100 ના અવયવ = 1, 2, 4, 5, 100, 50, 25, 20, 10.

કેમકે, $1\times100=100$, $2\times50=100$, $4\times25=100$, $5\times20=100$, $10\times10=100$

(P) ના આધારે નીચેના જવાબ આપો.

(1) 1 થી 100 સુધીમાં આવતી અવિભાજ્ય સંખ્યાની યાદી બનાવો.
(2) 1 થી 100 સુધીમાં આવતી વિભાજ્ય સંખ્યાની યાદી બનાવો.

(Q) અવયવ

દા.ત. 15 ના અવયવ, 1, 15, 3, 5 છે.
એટલે કે, $1 \times 15 = 15$, $3 \times 5 = 15$ થાય.

- 28 ના અવયવ = 1, 28, 2, 14, 4, 7
  એટલે કે $1\times28 = 28$, $2\times14 = 28$, $4\times7 = 28$

(Q) ના આધારે 1 થી 25 સંખ્યાના અવયવો લખો.

(R) અવયવી

દા.ત. 5 **ના અવયવી** = 5, 10, 15 ....

જેમકે 1×5=5, 2×5=10, 3×5=15 ......

એટલે કે 5 **ના ગુણિત**

દા.ત. 6 **ના અવયવી** = 6, 12, 18, 24, 30 ......

જેમકે, 1×6 = 6, 2×6 = 12, 3×6 = 18 ......

એટલે કે 6 **ના ગુણિત.**

(R) ના આધારે 1 થી 20 ના અવયવીઓ લખો.

(S) ગુરૂત્તમ સામાન્ય <u>અવયવ</u> (ગુ.સા.અ.) એટલે કે મોટામાં મોટો સમાન હોય તેવો અવયવ.

દા.ત. 15 **અને** 10 **નો ગુ.સા.અ. મેળવવાની રીત (૧)**

5	15	10
	3	2

આમ, 15 **અને** 10 **નો ગુ.સા.અ.** 5 **છે.**

રીત (2) 15 **ના અવયવ** = 1, 3, <u>5</u>, 15

10 **ના અવયવ** = 1, 2, <u>5</u>, 10

અહીં બંનેનાં અવયવીમાં સમાન હોય અને મોટામાં મોટો હોય તેવો અવયવ 5 **હોવાથી** 15 **અને** 10 **નો ગુ.સા.અ.** 5 **છે.**

(S) ઉદાહરણોનાં આધારે નીચેનાઓનાં <u>ગુ.સા.અ.</u> શોધો.

(1) 25 **અને** 10 (2) 15 **અને** 20 (3) 100 **અને** 20

(4) 15 **અને** 25 (5) 18 **અને** 12 (6) 22 **અને** 8

(7) 15, 20 **અને** 100 (8) 15, 25 **અને** 35

(T) લઘુત્તમ સામાન્ય <u>અવયવી</u> એટલે કે નાનામાં નાનો સમાન અવયવી શોધવાની રીત.

દા.ત. 5 **અને** 10 **નો લ.સા.અ. મેળવવાની રીત (૧)**

5 **ના અવયવી** = 5, <u>10</u>, 15, 20, 25 ......

10 **ના અવયવી** = <u>10</u>, 20, 30, 40 ......

અહીં 5 **અને** 10 **ના અવયવીઓમાં નાનામાં નાનો સમાન અવયવી** 10 **હોવાથી** 5 **અને** 10 **નો લ.સા.અ.** 10 **થશે.**

લ.સા.અ. શોધવાની બીજી રીત

5	5	10
2	1	2
	1	1

એટલે 5 **અને** 10 **નો લ.સા.અ.** = 10

(T) પ્રકારના ઉદાહરણની રીતે નીચેનાઓનાં લ.સા.અ. શોધો.

(1) 25 **અને** 10 (2) 15 **અને** 20 (3) 100 **અને** 20

(4) 15 **અને** 25 (5) 18 **અને** 12 (6) 22 **અને** 8

(7) 7 **અને** 15 (8) 25, 10 **અને** 15 (9) 15, 20 **અને** 100

(10) 15, 25 **અને** 35

(U) સાદું રૂપ ઝડપથી આપવા માટેના કેટલાંક ઉદાહરણ જ્યારે છેદમાં 2, 5, 20, 25, 4 હોય ત્યારે

ઉદાહરણ :

(1) $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}=0.5$ (2) $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}=0.2$

(3) $\frac{1}{20}=\frac{1\times5}{20\times5}=\frac{5}{100}=0.05$

(4) $\frac{4}{25}=\frac{4\times4}{25\times4}=\frac{16}{100}=0.16$

(5) $\frac{15}{4}=\frac{15\times25}{4\times25}=\frac{375}{100}=3.75$

(U) ઉપરોક્ત ઉદાહરણોનો કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરી નીચેની ગણતરીઓ કરવા પ્રયત્ન કરો.

(1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{15}{2}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{18}{5}$ (6) $\frac{121}{5}$

(7) $\frac{23}{20}$ (8) $\frac{7}{20}$ (9) $\frac{9}{20}$ (10) $\frac{19}{25}$ (11) $\frac{2}{25}$

(12) $\frac{13}{25}$ (13) $\frac{15}{4}$ (14) $\frac{121}{4}$ (15) $\frac{19}{4}$

(V) સાદું રૂપ આપો. ઉદાહરણ સમજો.

ઉદાહરણ :

(1) $\frac{5}{(2)^{(-2)}} = 5\times2^2 = 5\times4 = 20$

(2) $\frac{5}{(3)^{(-3)}} = 5\times3^3 = 5\times27 = 135$

(3) $(-3)\times3^2=(-3)\times9 = -27$

(4) $5\times(2)^{(-2)} = \frac{5}{2^2}=\frac{5}{4}$

(5) $8\times3^{(-3)} = \frac{8}{3^3}=\frac{8}{27}$

(V) ઉપરના V પ્રકારના ઉદાહરણોનો કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરી નીચેનાનાં સાદું રૂપ આપો.

(1) $\frac{1}{(3)^{(-2)}}$ (2) $\frac{1}{(2)^{(-3)}}$ (3) $\frac{3}{(4)^{(-2)}}$ (4) $\frac{2}{(2)^{(-2)}}$

(5) $\frac{3}{(5)^{(-2)}}$ (6) $\frac{4}{(6)^{(-2)}}$ (7) $\frac{(-2)}{(2)^{(-2)}}$ (8) $(-2)\times2^2$

(9) $(-3)\times2^3$ (10) $(-4)\times3^2$ (11) 5×3^2 (12) $2\times5^{(-2)}$

(13) $3\times2^{(-2)}$ (14) 2×2^2 (15) 3×3^2 (16) 3×2^3

(17) 4×2^4

(W) ગુણાકાર કરો : ઉદાહરણ

(1) (x+4) (x+5)	(2) (y+2) (y-4)	(3) (x-5) (x-3)
= x (x+5) +4(x+5)	= y (y-4) +2(y-4)	= x(x-3) -5(x-3)
$= x^2+5x+4x+20$	$= y^2-4y+2y-8$	$= x^2-3x-5x+15$
$=x^2+9x+20$	$=y^2-2y-8$	$=x^2-8x+15$

(W) પ્રકારના ઉપરના ઉદાહરણની રીતે નીચેની ગણતરી કરો.

(1) (x-4) (x+5) **(2)** (x+4) (x+5) **(3)** (x+4) (x-5)

(4) (x-4) (x-5) **(5)** (x+3) (x+2) **(6)** (x-3) (x-2)

(X) અવયવ મેળવવા.

રીત (૧) ઉદાહરણ

(1) $x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$ (2) $x^2-4 = (x-2)(x+2)$

ઉપરના ઉદાહરણની રીતે ગણો.

(1) (x^2-1) (2) (x^2-9) (3) (x^2-25) (4) $(36-x^2)$

(5) $(49-x^2)$ (6) $(4x^2-1)$ (7) $(4x^2-9y^2)$

રીત (૨) ઉદાહરણ

(1) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

(2) $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

ઉપરના ઉદાહરણની રીતે ગણો.

(1) a^3+1 (2) a^3-1 (3) a^3-27 (4) $1-27x^3$ (5) x^3-y^3

(6) $64x^3+1$ (7) $64x^3-27$ (8) x^3-216

રીત (૩) ઉદાહરણ સામાન્ય કાઢતા શીખવું. (ગુ.સા.અ. સામાન્ય કાઢીશું.)

(1) $5x^2 + 125x = 5x [x+25]$ (2) $2x^2+14=2[x^2+7]$
(3) $y^3 - y^2 = y^2 [y-1]$

ઉપરના ઉદાહરણ મુજબ નીચેના ગણવા પ્રયત્ન કરીએ.

(1) $6x^2 + 14$ (2) $y^3 + y^2$ (3) $18x^3 + 3x$
(4) $27x^3 + 18x$ (5) $15x^2 + 10x$ (6) $14x + 28x^2$
(7) $3x^3 + 15x^2$ (8) $7x^3 + 7$ (9) $3x^3 + 9x$

રીત (૪) (ત્રણ પદના ચાર પદ કરી અવયવ મેળવીએ)

ઉદાહરણ :

(1) $12x^2 + 20x + 7$
$= \underline{12x^2 + 14x + 6x + 7}$
બંનેમાંથી સામાન્ય કાઢતાં
$= 2x (6x+7) + 1 (6x+7)$
$= (2x+1) (6x+7)$

મધ્યમ પદના ભાગ પાડવાની સમજ

અહીં $12 \times 7 = 84$
$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$
$\therefore 2 \times 7 \times 2 \times 3 = 84$

84 **ના એવા બે ભાગ પાડો કે ગુણાકાર** +84 **મળે અને સરવાળો** +20 **મળે.**

હવે $\underline{2\times7} + \underline{2\times3}$
$= 14 + 6 = 20$ **અને** $14\times6 = 84$
20 **જે મધ્યમપદનો સહગુણક છે.**

ઉપરના ઉદાહરણની (1) **ની રીતે નીચેનાના અવયવ મેળવો.**

(1) $2x^2 + 19x + 9$ (2) $3x^2 + 17x + 24$
(3) $5x^2 + 14x + 8$ (4) $9x^2 + 49x + 20$
(5) $13x^2 + 31x + 10$ (6) $30x^2+52x+16$

ઉદાહરણ :

(2) $25x^2 - 35x + 6$
$= \underline{25x^2 - 30x - 5x + 6}$
$= 5x (5x-6) -1 (5x-6)$
$= (5x-6) (5x-1)$

મધ્યમપદના ભાગ પાડવાની સમજ અહીં

$25 \times 6 = 150$
$\therefore 5 \times 5 \times 3 \times 2 = 150$
$\therefore \underline{5\times3\times2} \times \underline{5} = 150$

150 **ના એવા બે ભાગ પાડો કે ગુણાકાર** + 150 **મળે અને સરવાળો** -35 **મળે.**

હવે $\underline{5\times3\times2} \times \underline{5}$
$\therefore -30 - 5 = -35$ **અને** $(-30) \times (-5) = 150$

ઉદાહરણ (2) **ની રીતે નીચેનાનાં અવયવ મેળવો.**

(1) $12x^2 - 12x + 3$ (2) $14x^2 - 13x + 3$
(3) $16x^2 - 18x + 5$ (4) $25x^2 - 25x + 6$
(5) $7x^2 - 45x + 50$ (6) $15x^2 - 25x + 10$

ઉદાહરણ :

(3) $11x^2 + 19x - 6$
$\underline{11x^2 + 22x} - \underline{3x-6}$
$11x (x+2) - 3 (x+2)$
$= (11x - 3) (x+2)$

મધ્યમ પદના ભાગ પાડવાની સમજ

અહીં $11 \times (-6) = -66$
$\therefore 11 \times 2 \times (-3) = -66$
$\therefore 22 \times (-3) = -66$ **અને** $22-3 = 19$

અહીં 19 **મધ્યમ પદનો સહગુણક છે.**

ઉદાહરણ (3) **ની રીતે નીચેનાનાં અવયવો મેળવો.**

(1) $3x^2 + 5x - 2$ (2) $5x^2 + 2x - 3$ (3) $3x^2 + 7x - 6$
(4) $3x^2 + 2x - 5$ (5) $12x^2 + 7x - 5$ (6) $35x^2+4x - 4$

ઉદાહરણ

(4) $13x^2 - 61x - 20$
$= 13x^2 - 65x + 4x - 20$
$= 13x (x-5) + 4 (x-5)$
$= (13x + 4) (x-5)$

મધ્યમ પદના પાડવાની સમજ અહીં

$13 \times (-20) = -260$
$= 13 \times 2 \times 2 \times (-5) = -260$
$= (-65) \times 4 = -260$ **અને** $-65 + 4 = -61$

-61 **જે મધ્યમ પદનો સહગુણક છે.**

ઉદાહરણ (4) **ની રીતે નીચેનાનાં અવયવો મેળવો.**

(1) $2x^2 - 5x - 12$ (2) $21x^2 - 6x - 15$
(3) $21x^2 - 40x - 21$ (4) $12x^2 - 7x - 12$
(5) $5x^2 - x - 4$ (6) $9x^2 - 25x - 6$

ઉદાહરણ

(5) **પૂર્ણવર્ગ પદાવલી** $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$ **અને** $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ **પ્રકારના ઉદાહરણ**
$\therefore x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

ઉદાહરણ (5) **ની રીતે નીચેનાના જવાબ મેળવો.**

(1) $x^2 + 6x + 9$ (2) $x^2 + 12x + 36$ (3) $x^2 - 16x+64$
(4) $x^2-22x + 121$ (5) $4x^2 - 12x+9$ (6) $25^2+40x+16$

ઉદાહરણ

(1) $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$
(2) $(x-y)^2 = x^2-2xy+y^2$

ઉદાહરણ 6 **અને** 7 **ની રીતે નીચેનાના જવાબ મેળવીએ.**

(1) $(2a+b)^2$ (2) $(3x-4y)^2$ (3) $(5x-y)^2$ (4) $(x-1)^2$
(5) $(1-x)^2$ (6) $(a+b)^2$ (7) $(a-b)^2$ (8) $(2x-1)^2$

(Y) કિંમત શોધો.

ઉદાહરણ :

$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 7x + 9 .\ x = 0, 1$
$P(o) = 2(o)^3 + 2(o)^2 + 7(0) + 9$
$P(o) = 2 \times 0 + 2 \times 0 + 7 \times 0 + 9$
$= 0 + 0 + 0 + 9 = 9$
$P(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 + 7(1) + 9$
$P(1) = 2\times1 + 3\times1 + 7\times1 + 9$
$P(1) = 2 + 3 + 7 + 9 = 21$

ઉદાહરણ $P(x) = x^2-2x-3$ $\quad x = -1, 2$
$P(-1) = (-1)^2 - 2 (-1) - 3$
$= 1 + 2 - 3 = 0$
$P(2) = (2)^2 - 2 (2) - 3$
$= 4 - 4 - 3 = -3$

ઉપરોક્ત ઉદાહરણનો કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરીને નીચેનાની ગણતરી કરીએ.

(1) $2x^3 - 3x^2 - 7x - 9$ $\quad x = 0, -1$
(2) $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ $\quad x = 1, -2$

(3) $4x^3 - 3x^2 - 2x - 1$ $x = (-1), 2$
(4) $3x^2 + 10x + 7$ $(x + 3), (x - 1)$
(5) $3x^2 - 10x - 7$ $x = 3, -1$
(6) $3x^3 - 2x^2 - 7x - 8$ $x = -2, 2$
(7) $x^3 - x^2 - x - 2$ $x = 1, -2$

(Z) ભૂમિતિના પાયાના ખ્યાલો

- **બિંદુ :** બિંદુએ કલ્પના માત્ર છે. બિંદુને દર્શાવવા • (ટપકું) સંકેત વપરાય છે.

➢ બિંદુને ઓળખવા A, B, C .... જેવા અંગ્રેજી કેપીટલ મૂળાક્ષરો વપરાય છે.

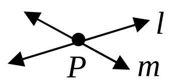
- **રેખા :** અસંખ્ય બિંદુઓને એક જ હરોળમાં ગોઠવતા બનતી રચના રેખા તરીકે ઓળખાય. આમ, રેખાએ બિંદુઓનો ગણ છે.
  - ➢ રેખાનો સંકેત $\leftrightarrow$ છે.
  - ➢ દરેક રેખાને ઓછામાં ઓછાં બે ભિન્ન બિંદુઓ હોય જ.
  - ➢ રેખાને કોઇ અંત્યબિંદુઓ હોતા નથી. તે બંને બાજુ અનંત સુધી વિસ્તરેલી હોય છે.
  - ➢ રેખાને *l*, m, n જેવા સ્મોલ લેટરથી દર્શાવાય.
- **સમરેખ બિંદુઓ :** આપેલા તમામ બિંદુઓ એક જ રેખામાં આવેલ હોય તો તેવા બિંદુઓને સમરેખ બિંદુઓ કહે છે.
- **અસમરેખ બિંદુઓ :** આપેલા તમામ બિંદુઓ એક જ રેખામાં આવેલા ન હોય તેવા બિંદુઓને અસમરેખ બિંદુઓ કહે છે.
- બે ભિન્ન રેખાઓનો છેદગણ ખાલીગણ હોય.

$\ell \cap m = \phi$ $\quad \leftrightarrow \ell$

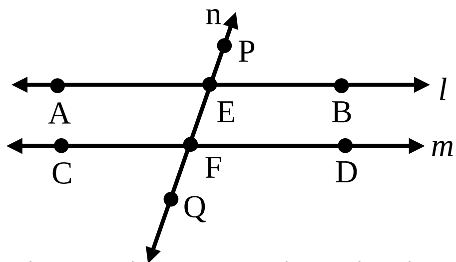
$\leftrightarrow$ m

- બે ભિન્ન રેખાઓનો છેદગણ એકાકીગણ હોય.

$\ell \cap m = \{P\}$



- **રેખાખંડ :** $\overleftrightarrow{AB}$ પરના બે બિંદુઓ A, B તથા તેમની વચ્ચેના તમામ બિંદુઓના ગણને રેખાખંડ AB કહે છે.
  - ➢ $\overline{AB}$ ને રેખાખંડ AB એમ વંચાય.
  - ➢ રેખાખંડને બે અંત્યબિંદુઓ હોય.
  - ➢ સમાન લંબાઇ ધરાવતા રેખાખંડો એકરૂપ રેખાખંડ કહેવાય.
  - ➢ એકરૂપ રેખાખંડોને સંકેતમાં $\overline{AB} \cong \overline{xy}$ વડે દર્શાવાય.
- **કિરણ :** બિંદુ A તથા A થી B તરફના બધા જ બિંદુઓના ગણને કિરણ AB કહેવાય. જેને સંકેતમાં $\overrightarrow{AB}$ કહે છે.
  - ➢ $\overrightarrow{AB}$ ને એક જ અંત્યબિંદુ A છે તેને ઉદ્‌ભવબિંદુ કહે છે.
  - ➢ $\overrightarrow{AP}$ ને $\overrightarrow{PA}$ વડે ન દર્શાવી શકાય.
- **વિરુદ્ધ કિરણો :** એક જ ઉદ્‌ભવ બિંદુવાળા બે ભિન્ન કિરણો એક જ રેખામાં આવેલા હોય તો તે તેને વિરુદ્ધ કિરણો કહે છે.
- **અલગ કિરણો :** જો બે કિરણોનો છેદગણ ખાલીગણ હોય તો આવા કિરણોને અલગ કિરણો કહે છે.
- **રેખાખંડનો દ્વિભાજક :** રેખાખંડના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતા રેખાખંડ, કિરણ કે રેખાને તે રેખાખંડનો દ્વિભાજક કહે છે.
- **સમાંતર રેખાઓ :** એક જ સમતલમાં આવેલી રેખાઓ પરસ્પર છેદતી ન હોય તેવી રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.
  - ➢ જો m અને n રેખા પરસ્પર સમાંતર હોય તો તેને $\ell \parallel m$ વડે દર્શાવાય.
- **બે સમાંતર રેખાઓની છેદિકા :** એક જ સમતલમાં આવેલી બે સમાંતર રેખાઓને કોઇ રેખા બે ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે તો તેને બે સમાંતર રેખાઓની છેદિકા કહે છે.



- યુગ્મકોણની જોડના ખૂણાઓની બે જોડ મળે છે. (Z આકાર)
  $\angle$AEF અને $\angle$EFD, $\angle$BEF અને $\angle$EFC
- અનુકોણની જોડના ખૂણાઓની ચાર જોડ મળે છે. (F આકાર)
  $\angle$BEF અને $\angle$DFQ, $\angle$AEF અને $\angle$CFQ
  $\angle$DFE અને $\angle$BEP, $\angle$CFE અને $\angle$AEP
- છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણની બે જોડ મળે છે. (C આકાર)
  $\angle$BEF અને $\angle$EFD, $\angle$AEF અને $\angle$EFC
- યુગ્મકોણની પ્રત્યેક જોડનાં બંને ખૂણાઓના માપ સરખાં હોય.
- અનુકોણની પ્રત્યેક જોડનાં બંને ખૂણાઓનાં માપ સરખાં હોય છે.
- છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણોની જોડના બંને ખૂણાનાં માપનો સરવાળો 180^0 થાય.
- અભિકોણોની જોડો. $\angle$PEB અને $\angle$AEF, $\angle$BEF અને $\angle$PEA, $\angle$CFQ અને $\angle$EFD, $\angle$DFQ અને $\angle$EFC એકરૂપ હોય છે.

➢ **વિશિષ્ટ શબ્દ સમૂહ :**

- **વધારેમાં વધારે (At most)**
  x ની કિંમત વધારેમાં વધારે ત્રણ છે.
  અર્થ :
  (1) x ની કિંમત 3 થી વધારે નથી.
  (2) x ની કિંમત 3 કે 3 થી ઓછી હોઇ શકે.
- **ઓછામાં ઓછા (At least)**
  x ની કિંમત ઓછામાં ઓછી ત્રણ છે.

અર્થ :

(1) x ની કિંમત 3 થી ઓછી નથી.

(2) x ની કિંમત 3 કે 3 થી વધારે હોઇ શકે.

- **એક અને માત્ર એક (અનન્ય) (Only and Only One)**

  ખાલી ગણને એક અને માત્ર એક ઉપગણ છે.

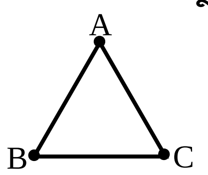
  અર્થ :

  (1) ખાલી ગણને એક ઉપગણ તો છે જ.

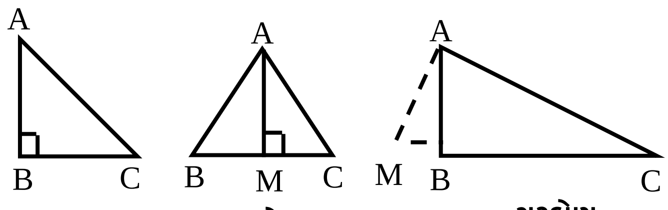
  (2) ખાલીગણને એકથી વધારે ઉપગણ નથી.

  (3) ખાલીગણને એકથી ઓછો ઉપગણ નથી.

- **ત્રિકોણ :** ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ દ્વારા નિશ્ચિત થતા ત્રણ રેખાખંડોના યોગગણને ત્રિકોણ કહે છે.
  - A, B અને C ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ છે. $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC} = \Delta ABC$
  - ત્રિકોણની બાજુઓ ત્રિકોણના ઉપગણ છે.
  - Δ ABC ના સંદર્ભમાં ∠A, ∠B અને ∠C વડે દર્શાવાય.
  - ખૂણાએ ત્રિકોણના ઉપગણ નથી.
  - દરેક ત્રિકોણને ત્રણ બાજુઓ અને ત્રણ ખૂણાઓ હોય છે.
  - આમ, દરેક ત્રિકોણને છ અંગો હોય છે.
  - ΔABC માં ∠A એ બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{AC}$ ને અંતર્ગત ખૂણો છે.
  - ∠B એ બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ ને અંતર્ગત ખૂણો છે.
  - ∠C એ બાજુઓ $\overline{AC}$ અને $\overline{BC}$ ને અંતર્ગત ખૂણો છે.



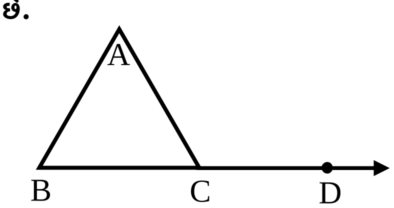
  - $\overline{AB}$ ની સામેનો ∠C
  - $\overline{BC}$ ની સામેનો ∠A
  - $\overline{AC}$ ની સામેનો ∠B
  - ∠A અને ∠B ને અંતર્ગત બાજુ $\overline{AB}$ છે.
  - ∠B અને ∠C ને અંતર્ગત બાજુ $\overline{BC}$ છે.
  - ∠A અને ∠C ને અંતર્ગત બાજુ $\overline{AC}$ છે.
- **કાટકોણ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણનો કોઇપણ એક ખૂણો કાટખૂણો (90^0) હોય તે ત્રિકોણને કાટકોણ ત્રિકોણ કહે છે.
- **લઘુકોણ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણા લઘુકોણ ($< 90^0$) હોય તે ત્રિકોણને લઘુકોણ ત્રિકોણ કહે છે.
- **ગુરૂકોણ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણનો કોઇપણ એક ખૂણો ગુરૂકોણ ($> 90^0$) હોય તે ત્રિકોણને ગુરૂકોણ ત્રિકોણ કહે છે.
- **સમભૂજ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુઓ એકરૂપ હોય તેને સમભૂજ ત્રિકોણ કહેવાય. (તેને સમકોણ ત્રિકોણ પણ કહે છે.)
- **સમદ્વિભૂજ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણની કોઇ બે બાજુઓ એકરૂપ હોય તેને સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ કહેવાય.
- **વિષમભૂજ ત્રિકોણ :** જે ત્રિકોણની કોઇપણ બે બાજુઓ એકરૂપ ન હોય તેને વિષમભૂજ ત્રિકોણ કહેવાય.



કાટકોણ ત્રિકોણ — લઘુકોણ ત્રિકોણ — ગુરૂકોણ ત્રિકોણ

- કાટકોણ ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = 1/2×પાયો×વેધ (પાયાને અનુરૂપ)

  = 1/2 × BC × AB
- ΔABC ની પરિમિતિ = AB + BC + CA
- ΔABC ની અર્ધપરિમિતિ $S = \dfrac{AB + BC + AC}{2}$
- ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)}$
- **ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ :** ત્રિકોણના કોઇપણ ખૂણા સાથે રૈખિક જોડ બનાવના ખૂણાને ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ કહે છે.



- અહીં ∠ACD એ ΔABC ના ∠ACB સાથે રૈખિક જોડ બનાવે છે. તેથી ∠ACD એ ΔABC નો બહિષ્કોણ છે.
- ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુએ બે બહિષ્કોણ મળે તેથી ત્રિકોણને કુલ છ બહિષ્કોણ છે.
- **અંતઃસમુહકોણ :** ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ ત્રિકોણના જે ખૂણા સાથે રૈખિક જોડ બનાવે તે ખૂણા સિવાયનો ત્રિકોણનો દરેક ખૂણો આપેલા બહિષ્કોણના અંતઃસંમુખ કોણ કહેવાય.
- આકૃતિમાં ∠ACD ના અંતઃસંમુખકોણો ∠A અને ∠B છે.
- ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો 180^0 થાય.
- **વર્તુળ :** સમતલના કોઇ નિશ્ચિત બિંદુથી નિશ્ચિત (અચળ) ધન અંતરે આવેલા તમામ બિંદુઓના ગણને વર્તુળ કહે છે.
- જે રેખાખંડનું એક અંત્યબિંદુ વર્તુળનું કેન્દ્ર અને બીજું અંત્યબિંદુ વર્તુળ પરનું કોઇ બિંદુ હોય, તેવા રેખાખંડને વર્તુળની ત્રિજ્યા (r) કહે છે.
- જે રેખાખંડના બંને અંત્યબિંદુ વર્તુળ પરના બિંદુ હોય તેવા રેખાખંડને તે વર્તુળની જીવા કહે છે.
- વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવાને વર્તુળનો વ્યાસ કહે છે.
- વ્યાસ એ વર્તુળની સૌથી મોટી જીવા છે.
- વ્યાસની લંબાઇ ત્રિજ્યાથી બમણી છે. d = 2r
- **ચાપ :** વર્તુળના કોઇપણ બે ભિન્ન બિંદુઓને જોડતી રેખાના પ્રત્યેક બંધ અર્ધતલમાં આવેલ વર્તુળના બિંદુઓના ગણને વર્તુળનું ચાપ કહે છે.
- ચાપ PQ ને સંકેતમાં $\overset{\frown}{PQ}$ વડે દર્શાવાય.

- **લઘુચાપ :** જીવા $\overline{PQ}$ ને સમાવતી રેખા દ્વારા બનતા જે બંધ અર્ધતલમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર ન હોય તે બંધ અર્ધતલમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર ન હોય તે બંધ અર્ધતલમાં આવેલા વર્તુળના બિંદુઓના ગણને વર્તુળનું લઘુચાપ PQ કહે છે.
- **ગુરૂચાપ :** જીવા $\overline{PQ}$ ને સમાવતી રેખા દ્વારા બનતા જે બંધ અર્ધતલમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર હોય તે બંધ અર્ધતલમાં આવેલા વર્તુળના બિંદુઓના ગણને વર્તુળની ગુરૂચાપ PQ કહે છે.
- **અર્ધવર્તુળ ચાપ :** જો જીવાએ વર્તુળનો વ્યાસ હોય તો તે જીવાને અનુરૂપ પ્રત્યેક ચાપને અર્ધવર્તુળ ચાપ કહે છે.
- **એકરૂપ વર્તુળો :** જો બે કે તેથી વધારે વર્તુળોની ત્રિજ્યા એકરૂપ હોય અને કેન્દ્ર ભિન્ન હોય, તો તેવા વર્તુળોને એકરૂપ વર્તુળ કહે છે.
- **સમકેન્દ્રીય વર્તુળો :** એક જ સમતલમાં આવેલા બે કે તેથી વધુ વર્તુળોના કેન્દ્ર એક જ હોય અને ત્રિજ્યાના માપ જુદાં-જુદાં હોય તેવા વર્તુળોને સમકેન્દ્રીય વર્તુળો કહે છે.
- **પરિવર્તુળ :** ત્રિકોણના તમામ શિરોબિંદુઓમાંથી પસાર થતા વર્તુળને પરિવૃત્ત કહે છે.
- **ચક્રિય ચતુષ્કોણ :** જો કોઇ ચતુષ્કોણના બધાં જ શિરોબિંદુઓ એક જ વર્તુળ પર આવેલા હોય, તો તે ચતુષ્કોણને ચક્રીય ચતુષ્કોણ કહે છે.
- ચક્રીય ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓ પૂરકકોણ હોય છે.
- અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો હોય છે.
- **પૂરકકોણો :** જે બે ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180^0 થાય તે બે ખૂણાઓને પૂરકકોણો કહે છે.
- **કોટીકોણ :** જે બે ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 90^0 થાય તે બે ખૂણાઓને એકબીજાના કોટીકોણ કહે છે.

❖ પૂર્વજ્ઞાન ચકાસીએ ❖

❖ જવાબ ❖

(A) (1) 1 (2) -1 (3) -7 (4) 7 (5) 3 (6) -33 (7) -3 (8) 33 (9) 10 (10) -10 (11) -32 (12) 32

(B) (1) 15 (2) -15 (3) -15 (4) 15 (5) -10 (6) -10 (7) 10

(C) (1) 1 (2) 1 (3) 9 (4) 27 (5) 16 (6) 64 (7) 36 (8) 216 (9) 49 (10) 343 (11) 64 (12) 512 (13) 81 (14) 729 (15) 100 (16) -1000

---

(1) 10 (2) 1 (3) 6 (4) 11 (5) 15 (6) 2 (7) 3 (8) 7 (9) 3 (10) 4 (11) 5 (12) 3

(D) (1) 4.5 (2) 0.45 (3) 4.95 (4) 11.1 (5) 18.78 (6) 8.03 (7) 1 (8) 1.0 (9) 1.1 (10) 2.4 (11) 13.3 (12) 24.11

(E) (1) $\frac{17}{3}$ (2) $\frac{19}{3}$ (3) $\frac{19}{3}$ (4) $\frac{43}{5}$ (5) $\frac{47}{5}$ (6) $\frac{53}{5}$ (7) $\frac{59}{5}$ (8) $\frac{41}{2}$

(F) (1) $\frac{7}{5}$ (2) $\frac{7}{7}=1$ (3) $\frac{10}{2}=5$ (4) $\frac{7}{4}$ (5) $\frac{10}{5}=2$ (6) $\frac{-1}{4}$ (7) $\frac{-2}{5}$ (8) $\frac{4}{3}$ (9) $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ (10) $\frac{1}{5}$ (11) 0 (12) $\frac{-4}{2}=-2$ (13) $\frac{-5}{5}=-1$ (14) $\frac{1}{5}$ (15) $\frac{3}{5}$

(G) (1) $\frac{38}{15}$ (2) $\frac{18}{15}$ (3) $\frac{-2}{15}$ (4) $\frac{7}{6}$ (5) $\frac{13}{6}$ (6) $\frac{49}{6}$ (7) $\frac{47}{15}$ (8) $\frac{22}{6}=\frac{11}{3}$

(H) (1) 4 (2) (-27) (3) 9 (4) 16 (5) (-8) (6) (-8) (7) 27 (8) (-4) (9) 0

(I) (1) x^8 (2) x^6 (3) y^7 (4) x^5 (5) x^5 (6) y^7 (7) y^9 (8) z^4 (9) z^6 (10) z^8

(J) (1) x^2 (2) x^2 (3) y^3 (4) $x^1=x$ (5) $z^{-2} = \frac{1}{z^2}$ (6) $z^{-2} = \frac{1}{z^2}$

(K) (1) x^8 (2) $x^0=1$ (3) $x^1=x$ (4) x^{10} (5) x^{12} (6) $x^1=x$

(L) (1) $\frac{1^2}{3^2}=\frac{1}{9}$ (2) $\frac{x^2}{y^4}$ (3) $\frac{x^6}{y^3}$ (4) $\frac{x^4}{y^4}$ (5) $\frac{x^4}{4}$ (6) $\frac{9}{25}$ (7) $\frac{1}{8}$ (8) $\frac{y}{2}$ (9) $\frac{y}{5}$ (10) $\frac{2}{3}$ (11) $\frac{3}{4}$

(M) (1) x^2 (2) $2x^2$ (3) $4x^2$ (4) $3x^2$ (5) $2x^3$ (6) x^3 (7) $2x^3$ (8) $4x^3$ (9) $3x^3$ (10) $4x^3$ (11) $12x^3$ (12) $12x^4$ (13) $12x^5$

(N) (1) 2x (2) x (3) 0 (4) 4x (5) 5x (6) 6x (7) -x (8) x

(O) (1) $\frac{3x}{4}$ (2) 2x-3 (3) 2x+6 (4) $\frac{(x-3)}{2}$ (5) 3(x-4) (6) $\frac{(x+3)}{3}$ (7) $\frac{4x}{6}=\frac{2x}{3}$ (8) $\frac{2x}{5}$ (9) 6x-4

(P) (1) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, **જે** 1 **થી** 100 **વચ્ચેની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.**

(2) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100

(Q) (1) 2 (2) 1, 2 (3) 1, 3 (4) 1, 2, 4 (5) 1, 5 (6) 1, 2, 3, 6 (7) 1, 7 (8) 1, 2, 4, 8 (9) 1, 3, 9 (10) 1, 2, 5, 10 (11) 1, 11 (12) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (13) 1, 13 (14) 1, 2, 7, 14 (15) 1,3,5,15 (16) 1, 2, 4, 8, 16 (17) 1, 17 (18) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (19) 1, 19 (20) 1, 2, 5, 4, 10, 20 (21) 1, 3, 7, 21 (22) 1, 2, 11, 22 (23) 1, 2, 3 (24) 1, 2, 3, 8, 4, 6, 12, 24 (25) 1, 5, 25

(R) (1) 1,2,3 ... (2) 2,4,6 ... (3) 3,6,9 ... (4) 4,8,12 ... (5) 5,10,15 ... (6) 6,12,18 ... (7) 7,14,21 ... (8) 8,16,24 ... (9) 9,18,27 ... (10) 10,20,30 ... (11) 11,22,33 ... (12) 12,24,36... (13) 13,26,39 ... (14) 14,28,42 ... (15) 15,30,45... (16) 16,32,48 ... (17) 17,34,51 ... (18) 18,36,54... (19) 19,38,57 ... (20) 20,40,60 ...

(S) (1) 5 (2) 5 (3) 20 (4) 5 (5) 6 (6) 2 (7) 5 (8) 5

(T) (1) 50 (2) 60 (3) 100 (4) 75 (5) 36 (6) 88 (7) 105 (8) 150 (9) 300 (10) 525

(U) (1) 2.5 (2) 1.5 (3) 7.5 (4) 0.6 (5) 3.6 (6) 24.2 (7) 1.15 (8) 0.35 (9) 0.45 (10) 0.76 (11) 0.08 (12) 0.52 (13) 3.75 (14) 30.25 (15) 4.75

(V) (1) 9 (2) 8 (3) $2\times16 = 32$ (4) $2\times4 = 8$ (5) $3\times25 = 75$ (6) $4\times36 = 144$ (7) $(-2)\times4 = (-8)$ (8) (-8) (9) (-24) (10) (-36) (11) 45 (12) $\frac{2}{25}$

(13) $\frac{3}{4}$ (14) 8 (15) 27 (16) 24 (17) 64

(W) (1) x^2+x-20 (2) $x^2+9x+20$ (3) x^2-x-20 (4) $x^2-9x+20$ (5) x^2+x-20 (6) x^2+5x+6

(X) રીત–૧

(1) (x-1) (x+1) (2) (x-3) (x+3) (3) (x-5) (x+5) (4) (6-x) (6+x) (5) (7-x) (7+x) (6) (2x-1) (2x+1) (7) (2x-3y) (2x+3y)

રીત–૨

(1) $(a+1)(a^2-a+1)$ (2) $(a-1)(a^2+a+1)$
(3) $(a-3)(a^2+3a+9)$ (4) $(1-3x)(1+3x+9x^2)$
(5) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$ (6) $(4x+1)(16x^2-4x+1)$
(7) $(4x-3)(16x^2+12x+9)$ (8) $(x-6)(x^2+6x+36)$

રીત–૩

(1) $2(3x^2+7)$ (2) $y^2(y+1)$ (3) $3x(6x^2+1)$
(4) $9x(3x^2+2)$ (5) 5x (3x+2) (6) 14x (1+2x)
(7) $3x^2(x+5)$ (8) $7(x^3+1)$ (9) $3x(x^2+3)$

રીત–૪ ઉદાહરણ (૧)

(1) (x+9) (2x+1) (2) (3x+8) (x+3) (3) (5x+4) (x+2) (4) (9x+4) (x+5) (5) (13x+5) (x+2) (6) (10x+4) (3x+4)

ઉદાહરણ (૨)

(1) (6x-3) (2x-1) (2) (7x-3) (2x-1) (3) (2x-1) (8x-5) (4) (5x-2) (5x-3) (5) (7x-10) (x-5) (6) (15x-10) (x-1)

ઉદાહરણ (૩)

(1) (3x-1) (x+2) (2) (5x-3) (x+1) (3) (3x-2) (x+3) (4) (3x+5) (x-1) (5) (12x-5) (x+1) (6) (7x-2) (5x+2)

ઉદાહરણ (૪)

(1) (2x+3) (x-4) (2) (21x+15) (x-1) (3) (3x-7) (7x+3) (4) (3x-4) (4x+3) (5) (5x+4) (x-1) (6) (9x+2) (x-3)

ઉદાહરણ (૫)

(1) $(x+3)^2$ (1) $(x+6)^2$ (3) $(x-8)^2$ (4) $(x-11)^2$
(5) $(2x-3)^2$ (6) $(5x+4)^2$

ઉદાહરણ (૬) અને (૭)

(1) $4a^2 + 4ab + b^2$ (2) $9x^2 - 24xy + 16y^2$
(3) $25x^2-10xy+y^2$ (4) $x^2 - 2x - 1$ (5) $1 - 2x + x^2$
(6) $a^2 + 2ab + b^2$ (7) $a^2 - 2ab + b^2$ (8) $4x^2 - 4x + 1$

(Y) (1) 9, -7 (2) 10, -23 (3) -6 , 15 (4) 4, 20 (5) -10, 6 (6) -54, 22 (7) -3, -12

૧–વાસ્તવિક સંખ્યાઓ

સંકલન : રજનીકાંત સી. ચાવડા
આચાર્યશ્રી – શ્રી મુરલીધર માધ્યમિક શાળા
દાતાર રોડ, જુનાગઢ. મો. ૯૪૨૭૪ ૧૨૨૩૧

❖ **આટલું સમજીએ અને યાદ રાખીએ :**

- પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ N = {1,2,3,4,5....} પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને ધનપૂર્ણાંકો પણ કહે છે.
- પૂર્ણ સંખ્યાઓ W = {0,1,2,3,4.....}
- પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ I અથવા Z = {.... 2,-1,0,1,2....} 0 એ ધનપૂર્ણાંક પણ નથી તેમજ ઋણપૂર્ણાંક પણ નથી.
- જે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને 2 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે તે સંખ્યાઓને <u>યુગ્મ (બેકી)</u> સંખ્યા કહે છે. જેના સમુહને E વડે દર્શાવાય છે. E = {2,4,6,8,...}
- જે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને 2 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતી નથી તે સંખ્યાઓને <u>અયુગ્મ (એકી)</u> સંખ્યા કહે છે. જેના સમુહને O વડે દર્શાવાય છે. O = {1,3,5...}
- 1 સિવાયની કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યાના અવયવો જો ફક્ત 1 અને તે સંખ્યા પોતે જ હોય, તો તેવી સંખ્યાને <u>અવિભાજ્ય</u> સંખ્યા કહે છે. જેના સમુહને P દ્રારા દર્શાવાય છે. P = {2,3,5,7,11,13,17,19....}
- યુગ્મ (બેકી) સંખ્યાઓ પૈકી ફક્ત 2 જ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. 2 એ સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
- 1 સિવાયની કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા જો અવિભાજ્ય ન હોય, તો તેને વિભાજ્ય સંખ્યા કહે છે. જેના સમુહને C વડે દર્શાવાય છે.
  C = {4,6,8,9,10,12,14,15,16,.....}
- 1 એ વિભાજ્ય સંખ્યા પણ નથી કે અવિભાજ્ય સંખ્યા પણ નથી.
- જે બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને 1 સિવાય કોઈપણ સામાન્ય અવયવ ન હોય તેવી સંખ્યાઓને પરસ્પર અવિભાજ્ય સંખ્યા કહે છે. જેમકે, 4 અને 15 પરસ્પર અવિભાજ્ય છે.
- **સંમેય સંખ્યાઓ :** જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં (જ્યાં P અને q પૂર્ણાંકો છે તથા q≠0) દર્શાવી શકાય તેવી સંખ્યાઓને સંમેય સંખ્યા કહે છે. જેને q વડે દર્શાવાય છે. $Q = \left\{ \frac{p}{q} / p \in z, q \in N \right\}$
- **અસંમેય સંખ્યા :** જે સંખ્યા સંમેય સંખ્યા નથી તેવી સંખ્યાને અસંમેય સંખ્યા કહે છે. જેને $\overline{Q}$ વડે દર્શાવાય છે.
- જો P એ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હોય તો $\sqrt{p}$ અસંમેય સંખ્યા છે. જેમકે, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \pi, ...$ વગેરે.
- બધી જ સંમેય સંખ્યાઓ તેમજ બધી જ અસંમેય સંખ્યાઓનો સમુહ વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો સમૂહ છે. જેને R વડે દર્શાવવામાં આવે છે.
- યુક્લિડનું ભાગાકારનું પૂર્વપ્રમેય (પ્રમેય 1.1)

આપેલ ધન પૂર્ણાંકો a અને b ને સંગત અનન્ય અનૃણ પૂર્ણાંકો q અને r એવા મળે કે જેથી

$$a = bq + r,\ O \le r < b$$

ભાજ્ય = ભાજક . ભાગફળ + શેષ

- બિઝોટ નિત્યસમ
  ગુ.સા.અ. (a,b) = ax-by જ્યાં x,y પૂર્ણાંકો છે.
  ગુ.સા.અ. (a,b) × લ.સા.અ. (a,b) = a×b
- π એ અબૈજીક અસંમેય સંખ્યા છે.
- $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ અને $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ અનુબદ્ધ કરણી છે.
- યુક્લિડની ભાગ પ્રવિધિથી ગુ.સા.અ. શોધવો.

Ex.1 4052 અને 12576 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$a = b . q + r,\ o \le r < b$
$12576 = 4052 \times 3 + 420$
$4052 = 420 \times 9 + 272$
$420 = 272 \times 1 + 148$
$272 = 148 \times 1 + 124$
$148 = 124 \times 1 + 24$
$124 = 24 \times 5 + 4$
$24 = 4 \times 6 + 0$

∴ અંતિમ શૂન્યેતર શેષ 4 છે.
∴ ગુ.સા.અ. (4052, 12576) = 4

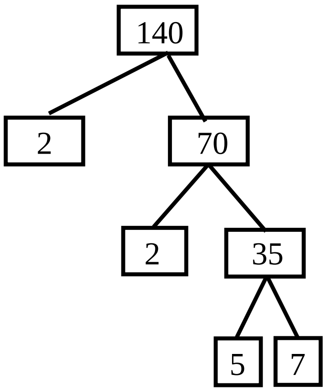
Ex. 1 ની રીતે ગણો.

યુક્લિડની ભાગ પ્રવિધિનો ઉપયોગ કરીને ગુ.સા.અ. શોધો.

(૧) 135 અને 225
(૨) 196 અને 38220
(૩) એક મિઠાઇવાળા પાસે 420 નંગ કાજુ, બરફી અને 130 નંગ બદામ બરફી છે. તે એવી રીતે ગોઠવવા માગે છે કે દરેક થપ્પીમાં સમાન સંખ્યા હોય અને તાસક (તળિયું)માં ઓછામાં ઓછી જગ્યા રોકે. આ હેતુ દરેક થપ્પીમાં કેટલી સંખ્યામાં બરફી રાખવી જોઈએ?
(૪) એક લશ્કરનું 616 સભ્યોનું જૂથ લશ્કરના બેન્ડના 32 સભ્યોની પાછળ કૂચ કરી રહ્યું છે. બંને જૂથ સમાન સંખ્યાના સ્તંભમાં કૂચ કરી રહ્યા છે. તેઓ જે સ્તંભમાં કૂચ કરી રહ્યા છે. તેવા કોઈપણ સ્તંભમાં મહત્તમ કેટલા સભ્યો હશે?
(૫) ગુ.સા.અ. (150 અને 32) શોધો.
(૬) ગુ.સા.અ. (144 અને 610) શોધો.

- **અવયવ વૃક્ષ :** કોઇ વિભાજ્ય સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ કરવામાં આવે તેને અવયવ વૃક્ષ કહે છે.

Ex. 2

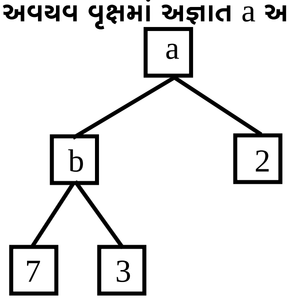


પ્રમેય 1.2 : (અંકગણિતનું મૂળભૂત પ્રમેય) દરેક વિભાજ્ય સંખ્યાને તેના અવયવોના ક્રમને અવગણીને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગુણાકાર તરીકે અનન્ય રીતે દર્શાવી શકાય છે.

Ex. 2 ની રીતે ગણો.

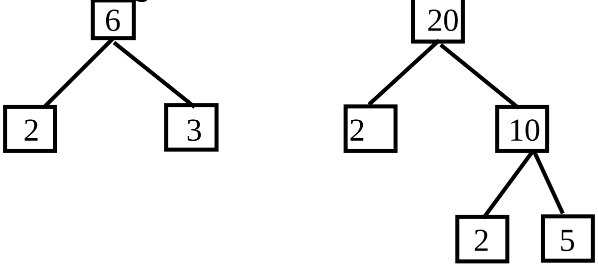
(7) 156 (8) 5005 (9) 7500 (10) 3825

(11) **નીચેના અવયવ વૃક્ષમાં અજ્ઞાત** a **અને** b **શોધો.**



- **ગુ.સા.અ. (ગુરૂત્તમ સામાન્ય અવયવ) : બે કે તેથી વધુ આપેલી સંખ્યાઓમાં રહેલા સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવના નાનામાં નાના ઘાતાંકવાળા પદોના ગુણાકારને આપેલ સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. કહે છે.**
- **લ.સા.અ. (લઘુત્તમ સામાન્ય અવયવ) : બે કે તેથી વધુ આપેલી સંખ્યાઓમાં રહેલા તમામ અવિભાજ્ય અવયવોના મહત્તમ ઘાતાંકવાળા પદોના ગુણાકારને આપેલ સંખ્યાનો લ.સા.અ. કહે છે.**
- **જો** a **અને** b **પરસ્પર અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હોય, તો ગુ.સા.અ.** (a,b) = 1 **અને લ.સા.અ.** (a,b) = a×b
- **બે કે તેથી વધુ આપેલ સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. એ તેમના લ.સા.અ.નો અવયવ હોય જ.**

Ex. 3 અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પધ્ધતિથી 6 અને 20 નો લ.સા.અ. અને ગુ.સા.અ. શોધો.



ગુ.સા.અ. (6, 20) = 2 ⇐ Ans.

લ.સા.અ. (6, 20) = 2×2×3×5 = 60 ⇐ Ans.

Ex. 3 ની રીતે ગણવા પ્રયત્ન કરો.

(૧૨) **અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પદ્ધતિથી** 6, 72 **અને** 120 **નો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધો.**

(૧૩) **અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પદ્ધતિથી** 8, 9 **અને** 25 **નો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધો.**

(૧૪) **એક રમતના મેદાનમાં વર્તુળાકાર માર્ગ છે. સોનિયાને તેનું એક પરિભ્રમણ પૂર્ણ કરતાં** 18 **મિનિટ લાગે છે. રવિને તેનું એક પરિભ્રમણ પૂર્ણ કરતાં** 12 **મિનિટ લાગે છે. ધારોકે બંને એક જ સમયે, એક જ બિંદુએથી, એક જ દિશામાં પરિભ્રમણ કરવાનું પ્રારંભ કરે છે, તો કેટલી મિનિટ બાદ બંને ફરી પ્રારંભ બિંદુએ ભેગા થાય?**

Ex. 4 **(કોઈપણ બે ધનપૂર્ણાંકો માટે** a **અને** b **માટે ગુ.સા.અ.** (a,b) × **લ.સા.અ.** (a, b) = a×b**)** 96 **અને** 404 **નો ગુ.સા.અ. અવિભાજ્ય અવયવની રીતે મેળવો અને તે પરથી લ.સા.અ. શોધો.**

$96 = 2\times2\times2\times2\times2\times3$

$= 2^5 \times 3$

$404 = 2\times2\times101$

$= 2^2$

ગુ.સા.અ. (96, 404) = 2×2 = 4

હવે ગુ.સા.અ. (96, 404)×**લ.સા.અ.** (96, 404)=96×404

∴ 4 × **લ.સા.અ.** (96, 404) = 96 × 404

∴ **લ.સા.અ.** (96, 404) = $\frac{96\times404}{4}$ = 9696 Ans.

Ex. 4 ની રીતે ગણતરી કરીએ.

(૧૫) 100 **અને** 109 **નો ગુ.સા.અ.** (a,b) × **લ.સા.અ.** (a,b) **શોધો.**

(૧૬) **જો ગુ.સા.અ.** (306, 657) = 9 **આપેલ હોય તો લ.સા.અ.** (306, 657) **શોધો.**

(૧૭) **બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર** 3072 **હોય અને બે સંખ્યાઓનો લ.સા.અ.** 192 **હોય તો ગુ.સા.અ. શોધો.**

(૧૮) **બે સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ.** 145 **અને લ.સા.અ.** 2175 **છે. એક સંખ્યા** 435 **છે તો બીજી સંખ્યા શોધો.**

- **પ્રમેય ૧.૩ : ધારોકે** p **એ એક અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. ધન પૂર્ણાંક** a **માટે,** a^2 **એ** p **વડે વિભાજ્ય હોય, તો** a **પણ** p **વડે વિભાજ્ય હોય.**
- **પ્રમેય ૧.૪ :** $\sqrt{2}$ **એ અસંમેય છે.**
- **પ્રમેય ૧.૫ : દરેક સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ નિરૂપણ સાન્ત અથવા અનંત અને આવૃત્ત હોય છે.**
- **પ્રમેય ૧.૫ : જો** X **એ સાન્ત દશાંશ નિરૂપણવાળી સંમેય સંખ્યા હોય, તો** x **ને જ્યાં** p **અને** q **પરસ્પર અવિભાજ્ય પૂર્ણાંકો હોય અને** q **નું અવિભાજ્યમાં અવયવીકરણ** 2^n5^m **સ્વરૂપમાં હોય તેવા** $\frac{p}{q}$ **સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય** n, m **એ અનૃણ પૂર્ણાંકો છે.**

  જેમકે, $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9\times5}{20\times5} = \frac{9}{20} = \frac{9}{2^2\times5}$

  $1.3 = \frac{13}{10} = \frac{13}{2\times5}$

- **પ્રમેય ૧.૬ : જો** $x=\frac{p}{q}$ **માં** q **નું અવિભાજ્યોમાં અવયવીકરણ** 2^n5^m **સ્વરૂપે હોય અને** n, m **એ અનૃણ પૂર્ણાંકો હોય, તો** X **નું દશાંશ નિરૂપણ સાન્ત હોય.**

  જેમકે, $\frac{25}{32}=\frac{5^2}{2^5}=\frac{5^2\times5^5}{2^5\times5^5}=\frac{78125}{100000}=0.78125$

  $\frac{13}{25}=\frac{13}{5^2}=\frac{13\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{52}{100}=0.52$
- **પ્રમેય ૧.૭ : જો** q **નું અવિભાજ્યોમાં અવયવીકરણ અનૃણ પૂર્ણાંકો** n, m **માટે** $2^n\ 5^m$ **સ્વરૂપે ન હોય તો** $x=\frac{p}{q}$ **નું દશાંશ નિરૂપણ અનંત અને આવૃત્ત છે.**

  જેમકે, $\frac{13}{30}=\frac{13}{2\times3\times5}=0.43333333...=0.4\overline{3}$
- **જો કોઈ સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ નિરૂપણ અનંત અને આવૃત્ત હોય, તો તેના** $\frac{p}{q}$ **સ્વરૂપમાં** q **નું અવિભાજ્યોમાં અવયવીકરણ** 2^n5^m **સ્વરૂપે ન હોય. જ્યાં** n **અને** m **અનૃણ પૂર્ણાંકો છે.**
- **કોઈપણ અસંમેય સંખ્યાનું દશાંત નિરૂપણ અનંત અને અનાવૃત્ત હોય છે.**

Ex. 5 : $\frac{13}{3125}$ **સંમેય સંખ્યાનું નિરૂપણ સાન્ત છે કે અનંત અને આવૃત્ત તે જણાવો.**

$\frac{13}{3125}=\frac{13}{5^5\times2^0}$

$\therefore$ q = $5^5\times2^0$

શાન્ત દશાંશ સ્વરૂપે છે. Ans.

Ex. 5 ની રીતે ગણતરી કરીએ.

(19) $\frac{17}{8}$ (20) $\frac{64}{455}$ (21) $\frac{15}{1600}$ (22) $\frac{29}{343}$

Ex. 6 $\frac{13}{3125}$ **સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ નિરૂપણ દર્શાવો.**

$$\frac{13}{3125}=\frac{13}{5^5\times2^0}\times\frac{2^5}{2^5}=\frac{13\times32}{100000}=\frac{416}{100000}=0.00416$$

Ex. 6 ની રીતે ગણતરી કરીએ.

(23) $\frac{35}{50}$ (24) $\frac{23}{2^35^2}$ (25) $\frac{17}{8}$ (26) $\frac{15}{1600}$

Ex. 7 43.123456789 **દશાંશ સ્વરૂપમાં છે તેઓ સંમેય છે કે નહીં તે શોધો.** $\frac{p}{q}$ **સ્વરૂપની હોય તો** q **ના અવિભાજ્ય અવયવ વિશે શું કહી શકો?**

$$43.123456789=\frac{43123456789}{1000000000}$$

દશાંશ અભિવ્યક્તિ સાન્ત છે. $\therefore$ **સંમેય સંખ્યા છે અને** q **એ** $2^m\times5^n$ **સ્વરૂપમાં છે.**

Ex. 7 ની રીતે ગણતરી કરો.

(27) 0.120120012000120000

(28) 0.01001000100001

(29) $2.3\overline{12}$

❖ અસંમેય સંખ્યાઓ ❖

Ex. 8 $\sqrt{2}$ **અસંમેય સંખ્યા છે. સાબિત કરો.**

ધારોકે $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ **સંમેય છે.**

a **અને** b **પરસ્પર અવિભાજ્ય લઈ શકીએ.**

$\therefore\ b\sqrt{2}=a$

બંને બાજુ વર્ગ કરતાં

$2b^2=a^2$ **મળે.**

a^2 **એ** 2 **વડે વિભાજ્ય છે.**

હવે પ્રમેય 1.3 **અનુસાર** a **એ** 2 **વડે વિભાજ્ય છે.**

આથી આપણે કોઈ પૂર્ણાંક C **માટે** a = 2c **લખી શકીએ** a **ની કિંમત મૂકતાં આપણને** $2b^2=4c^2$ **મળે.**

$\therefore\ b^2=2a^2$ **થાય.**

એટલે કે b^2 **એ** 2 **વડે વિભાજ્ય છે.**

આથી, b **પણ** 2 **વડે વિભાજ્ય છે.**

માટે a **તથા** b **ને ઓછામાં ઓછો એક સામાન્ય અવયવ** 2 **છે.**

આથી a **અને** b **ને** 1 **સિવાય કોઈ જ સામાન્ય અવયવ નથી. તે ધારણાનો વિરોધાભાસ મળે** $\sqrt{2}$ **સંમેય છે તે ધારણા ખોટી છે.**

$\therefore\ \sqrt{2}$ **અસંમેય છે.**

Ex. 8 ની રીતે ગણો.

(30) **સાબિત કરો કે** $\sqrt{3}$ **એ અસંમેય છે.**

(31) **દર્શાવો કે** $5-\sqrt{3}$ **અસંમેય છે.**

(32) **સાબિત કરો કે** $\sqrt{5}$ **એ અસંમેય છે.**

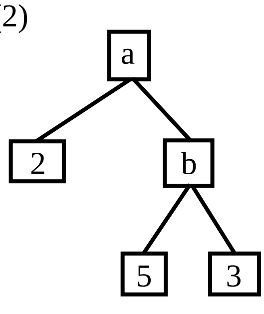
(33) **દર્શાવો કે** $3\sqrt{2}$ **અસંમેય છે.**

(34) **સાબિત કરો કે** $3+2\sqrt{5}$ **એ અસંમેય છે.**

❖ મહાવરાના દાખલા ❖

(1) p/q **સ્વરૂપની સંખ્યાનું સ્વરૂપ શાંત દશાંશ સ્વરૂપનું હોવા માટેની શરત લખો.**

(2)



a **અને** b **શોધો.**

(3) $\frac{4^3}{2^4\times5^3}$ **નું દશાંશ વિસ્તરણમાં દશાંશ ચિહ્ન પછી કેટલા અંકો હશે?**

(4) $\frac{441}{2^2\times5^7\times7^2}$ **નું સ્વરૂપ શાન્ત છે કેમ તે જણાવો.**

(5) $\frac{2\sqrt{45}+3\sqrt{40}}{2\sqrt{5}}$ સંમેય સંખ્યા છે કે અસંમેય તે જણાવો.

(6) જો a, b, c ભિન્ન અવિભાજ્ય પૂર્ણાંક હોય તો તેમનો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.નો ગુણોત્તર કેટલો થાય?

(7) 23, 35 અને 46 નો લ.સા.અ. કેટલો થાય?

(8) વર્ણવો કે $17\times5\times11\times3\times2+2\times11$ એ વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

(9) $7\times5\times3\times2+3$ શા માટે વિભાજ્ય સંખ્યા છે?

(10) ગુ.સા.અ. (x, 45) = 9 અને લ.સા.અ. (x, 45) = 360 હોય તો x શોધો.

(11) જો ગુ.સા.અ. (306, 657) = 9 આપેલ હોય તો લ.સા.અ. (306, 657) શોધો.

(12) અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પદ્ધતિથી 6 અને 20 નો લ.સા.અ. અને ગુ.સા.અ. શોધો.

(13) 140 ને અવિભાજ્ય અવયવ સ્વરૂપે દર્શાવો.

(14) અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પદ્ધતિથી 8, 9 અને 25 નો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધો.

(15) બે ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર કઇ સંખ્યા વડે હંમેશા વિભાજ્ય છે?

(16) કોઈપણ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાના વર્ગને 6 વડે ભાગતાં શેષ તરીકે કઇ સંખ્યા ન હોઇ શકે?

(17) નાનામાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા અને નાનામાં નાની વિભાજ્ય સંખ્યાનો લ.સા.અ. કેટલો?

❖ જવાબ ❖

(1) 45 (2) 196 (3) 10 (4) 8 (5) 2 (6) 2
(7) $2^2\times3\times13$ (8) $5\times7\times11\times13$ (9) $2^2\times5^4\times3$
(10) $3^2\times5^2\times17$ (11) a = 42, b = 21
(12) ગુ.સા.અ. = 6, લ.સા.અ. = 360 (13) ગુ.સા.અ.=1, લ.સા.અ. = 1800 (14) 36 મિનિટ (લ.સા.અ.)
(15) 19000 (16) 22338 (17) 16 (18) 435
(19) સાન્ત દશાંશ સ્વરૂપ (20) અનંત અને આવૃત
(21) સાન્ત દશાંશ સ્વરૂપ (22) અનંત અને આવૃત
(23) 0.7 (24) 0.115 (25) 2.125 (26) 0.009375
(27) અસંમેય (28) સંમેય નથી (29) $\frac{763}{330}$

---

(1) $2^n\times5^m$ (2) a = 30, b = 15 (3) 4 (4) 4
(5) સંમેય સંખ્યા (6) 1 : abc (7) 1610
(8) અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હોવાથી
(9) અંક ગણિતના મૂળભૂત સિદ્ધાંત પ્રમાણે ઓછામાં ઓછી બે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હોય તો તે વિભાજ્ય સંખ્યા છે. (10) 72 (11) લ.સા.અ.=22338
(12) ગુ.સા.અ.=2, લ.સા.અ.=60 (13) $2^2\times5\times7$
(14) ગુ.સા.અ. = 1, લ.સા.અ. = 1800
(15) 2 (16) 5 (17) 4