नामांक Roll No.

Sl.No. :

Tear Here

No. of Questions – 30
No. of Printed Pages – 11

SS–15–Mathematics (Supp.)

उच्च माध्यमिक पूरक परीक्षा, 2018
SENIOR SECONDARY SUPPLEMENTARY EXAMINATION, 2018
गणित
MATHEMATICS

समय : 3¼ **घण्टे**

पूर्णांक : 80

प्रश्न पत्र को खोलने के लिए यहाँ फाड़ें
TEAR HERE TO OPEN THE QUESTION PAPER

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्नपत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।
   Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.
2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।
   All the questions are compulsory.
3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें ।
   Write the answer to each question in the given answer-book only.
4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।
   For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

यहाँ से काटिए

5) प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

6)

खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1 - 10	1
ब	11 - 15	2
स	16 - 25	3
द	26 - 30	6

Section	**Q. Nos.**	**Marks per question**
A	1 - 10	1
B	11 - 15	2
C	16 - 25	3
D	26 - 30	6

7) प्रश्न संख्या **16, 21, 24, 28** और **30** में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. **16, 21, 24, 28** and **30**. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

8) प्रश्न संख्या **25** का लेखा चित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q. No. **25** on the graph paper.

खण्ड – अ

SECTION - A

1) यदि $f : R \rightarrow R,\ f(x) = x^3 + 2$ है तब $f^{-1}(-6)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f : R \rightarrow R,\ f(x) = x^3 + 2$, then find value of $f^{-1}(-6)$.

2) $\sin\left\{\frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\sin\left\{\frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$

3) यदि $\begin{bmatrix} \lambda - 4 & -3 \\ 1 & 6 - \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ है तब a का मान ज्ञात कीजिए।

If $\begin{bmatrix} \lambda - 4 & -3 \\ 1 & 6 - \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$, then find the value of a.

4) यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 18 वर्ग इकाई व शीर्ष $(x, 7); (2, 2)$ व $(10, 8)$ है तब x का मान ज्ञात कीजिए।
If area of triangle is 18 square unit and vertices are $(x, 7)$; (2, 2) and (10, 8) then find the value of x.

5) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$.

6) बिन्दुओं P (1, 2, –1) और Q (–1, 1, 1) को मिलाने वाली रेखा को 2:1 के अनुपात में अन्तः विभाजित करने वाले बिन्दु R का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।
Find the position vectors of a point R which divides the line joining two points P (1, 2, –1) and Q (–1, 1, 1) in the ratio 2:1 internally.

7) यदि $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ है तब $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

If $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

8) उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (–2, 4, –5) से गुजरती है तथा रेखा $\frac{x+3}{3}=\frac{y-4}{5}=\frac{z+8}{6}$ के समान्तर हैं।

Find the vector equation of the line which passes through the point (–2, 4, –5) and parallel to the line $\frac{x+3}{3}=\frac{y-4}{5}=\frac{z+8}{6}$.

9) निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत सुसंगत हल क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए।
$x + y \le 8; x \ge 5; x \ge 0; y \ge 0.$
Show the region of feasible solution under the following constraints :
$x + y \le 8; x \ge 5; x \ge 0; y \ge 0.$

10) A और B स्वतंत्र घटनाऐं इस प्रकार है कि P (A) = 0.3 व P (B) = 0.6 तब $P(A\cap\bar{B})$ ज्ञात कीजिए।

A and B are two independent events such that P (A) = 0.3 and P (B) = 0.6 then find $P(A\cap\bar{B})$.

खण्ड – ब
SECTION - B

11) समुच्चय R–{1} पर एक द्विआधारी संक्रिया $*$ निम्न प्रकार से परिभाषित है :
$a*b=a+b-ab \ \forall\ a,b\in R-\{1\}$ तब संक्रिया $*$ का तत्समक अवयव एवं किसी अवयव $a\in R-\{1\}$ का प्रतिलोम अवयव भी ज्ञात कीजिए।

A binary operation * defined on set R–{1} as follows
$a*b=a+b-ab \ \forall\ a,b\in R-\{1\}$ then find the identity element for operation $*$ and also find inverse element of $a\in R-\{1\}$.

12) यदि $\begin{bmatrix} x & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}=0$, जहाँ $0, 1\times1$ कोटि का शुन्य आव्यूह है तब x का मान ज्ञात कीजिए।

If $\begin{bmatrix} x & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}=0$, where 0 is zero matrix of order 1×1, then find value of x.

13) यदि फलन $f(x)=e^x \sin x;\ x\in[0,\pi]$ के लिए रोल प्रमेय सत्य है तब बिंदु $C\in(0,\pi)$ ज्ञात कीजिए।

If function $f(x)=e^x \sin x;\ x\in[0,\pi]$ is true for Rolle's theorem then find a point $C\in(0,\pi)$.

14) $\int\frac{dx}{x(x^5+1)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int\frac{dx}{x(x^5+1)}$.

15) सदिश $\vec{a}=4\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ व $\vec{b}=3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}$ है तब सदिश $\vec{b}$ का सदिश $\vec{a}$ की दिशा के अनुदिश घटक ज्ञात कीजिए।

Vector $\vec{a}=4\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ and $\vec{b}=3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}$ then find the components of vector $\vec{b}$ along the direction of vector $\vec{a}$.

खण्ड – स

SECTION - C

16) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए।

$$\cos^{-1}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right)=\frac{2\pi}{3}$$

अथवा

निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए।

$$\sin 2\left[\cos^{-1}\left\{\cot\left(2\tan^{-1}x\right)\right\}\right]=0$$

Solve the following equation.

$$\cos^{-1}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right)=\frac{2\pi}{3}$$

OR

Solve the following equation.

$$\sin 2\left[\cos^{-1}\left\{\cot\left(2\tan^{-1}x\right)\right\}\right]=0$$

17) सिद्ध कीजिए।

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}=(a+b+c)^3$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}=(a+b+c)^3$$

18) निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए

$x - y + z = 4$
$2x + y - 3z = 0$
$x + y + z = 2$

Solve system of linear equations using matrix method.

$x - y + z = 4$
$2x + y - 3z = 0$
$x + y + z = 2$

19) वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ वर्धमान व ह्रासमान है।

Find intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is increasing and decreasing.

20) एक नली से 12cm^3/sec. की दर से बालू उंडेली जा रही है। उंडेली गई बालू से एक शंकु का निर्माण इस प्रकार होता है कि शंकु की ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का 1/6 वां भाग होती है। बालू के शंकु की ऊँचाई किस गति से वृद्धि हो रही है जब कि ऊँचाई 4cm है।

Sand is pouring from a pipe at the rate of 12cm^3/sec. The falling sand forms a cone in such a way that the height of the cone is always 1/6th of the radius of the base. How fast is the height of the sand cone increasing when the height is 4cm?

21) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_1^e e^x \left\{\frac{1 + x\log x}{x}\right\} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\,dx$.

OR

Find the value of $\int_1^e e^x \left\{\frac{1 + x\log x}{x}\right\} dx$.

22) **परवलय** $x^2 = 4y$ **तथा रेखा** $x = 4y - 2$ **से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

Find the area of region enclosed by the parabola $x^2 = 4y$ and straight line $x = 4y - 2$.

23) **वृत्त** $x^2 + y^2 = a^2$ **एवं रेखा** $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ **से परिबद्ध छोटे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

Find the area of the smaller part of region enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$ and straight line $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

24) **सिद्ध कीजिए कि** $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **समतलीय है यदि और केवल यदि** $\vec{a} \times \vec{b},\ \vec{b} \times \vec{c},\ \vec{c} \times \vec{a}$ **समतलीय है।**

अथवा

यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **समान परिमाण के परस्पर लम्ब सदिश हैं, तब सिद्ध कीजिए कि सदिश** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ **सदिशों** $\vec{a}, \vec{b}$ **और** $\vec{c}$ **के साथ बराबर कोण बनाता है।**

Prove that $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar if and only if $\vec{a} \times \vec{b},\ \vec{b} \times \vec{c},\ \vec{c} \times \vec{a}$ are coplanar.

OR

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are mutually perpendicular vectors of equal magnitudes, show that the vector $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ is equally inclined to $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$.

25) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए

अधिकत्तम $Z = 600x + 400y$

व्यवरोध : $x + 2y \leq 12$

$2x + y \leq 12$

$x + \frac{5}{4}y \geq 5$

$x \geq 0, y \geq 0$

Solve the following linear programming problem by graphical method.

Maximize $Z = 600x + 400y$

Constraints : $x + 2y \leq 12$

$2x + y \leq 12$

$x + \frac{5}{4}y \geq 5$

$x \geq 0, y \geq 0$

खण्ड – द

SECTION - D

26) यदि $x = \cos^{-1}\left\{2t\sqrt{1-t^2}\right\}$ तथा $y = \tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}\right\}$; तब y का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

If $x = \cos^{-1}\left\{2t\sqrt{1-t^2}\right\}$ तथा $y = \tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}\right\}$; then find the derivative of y with respect to x.

27) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{\left(x^2+3x+1\right)}}dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{2x+5}{\sqrt{\left(x^2+3x+1\right)}}dx$.

28) अवकल समीकरण $x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2+y^2}\,dx$ को हल कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $\left(1-x^2\right)\frac{dy}{dx}+2xy = x\sqrt{1-x^2}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2+y^2}\,dx$.

OR

Solve the differential equation $\left(1-x^2\right)\frac{dy}{dx}+2xy = x\sqrt{1-x^2}$.

29) बिन्दु $(1,2,-4)$ से जाने वाली और रेखाओं $\frac{x-8}{3}=\frac{y+19}{-16}=\frac{z-10}{7}$ तथा $\frac{x-15}{3}=\frac{y-29}{8}=\frac{z-5}{-5}$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of straight line which passes through point $(1,2,-4)$ and perpendicular to straight line $\frac{x-8}{3}=\frac{y+19}{-16}=\frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3}=\frac{y-29}{8}=\frac{z-5}{-5}$

30) **एक बहुविकल्पी प्रश्न का उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है। माना कि विद्यार्थी के प्रश्न के उत्तर ज्ञात होने की प्रायिकता 3/4 तथा अनुमान लगाने की प्रायिकता 1/4 हैं। यह मानते हुए कि विद्यार्थी के प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाने पर सही उत्तर देने की प्रायिकता 1/4 है, इस बात की क्या प्रायिकता है कि विद्यार्थी प्रश्न का उत्तर जानता है यदि यह ज्ञात है कि उसने सही उत्तर दिया है?**

अथवा

दो पासों को एक साथ उछाला गया है। यदि X अंक 6 प्राप्त करने की संख्याओं को व्यक्त करता है तब X कि प्रायिकता बंटन, माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let 3/4 be the probability that he knows the answer and 1/4 be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will be correct with probability1/4. What is the probability that the student know the answer given that he answered it correctly?

OR

Two dice are thrown simultaneously. If X denotes the number of sixes then find the probability distribution, expectation and variance of X.

⌘⌘⌘