தமிழ்நாடு அரசு

ஆறாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

தொகுதி 2

கணக்கு

அறிவியல்

சமூக அறிவியல்

விற்பனைக்கு அன்று

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

முதல் பதிப்பு - 2012
திருத்திய பதிப்பு - 2013, 2014, 2015, 2016, 2017
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்
மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்
தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது

விலை : ரூ.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பாடநூல் வலைதளம்
www.textbooksonline.tn.nic.in

பொருளடக்கம்

கணக்கு

ஆறாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

1. இயல் எண்கள், முழு எண்கள்
(Natural and Whole Numbers)

1.1. இயல் எண்கள் – மீள்பார்வை

பள்ளியில் ஒரு வகுப்பறை. அங்கென்ன கூச்சல்? அருகில் சென்று கேட்போமா?

"நூறு", "நூற்றுப்பத்து", "இருநூற்றுப் பத்து", "இருநூற்று இருபது", "இருநூற்று ஐம்பது", "முந்நூறு". "ஐந்நூறு". "ஆயிரம்".

ஏன் இப்படி எண்களைச் சொல்லிக் கொண்டிருக்கிறார்கள்? இது என்ன வரிசை?

அது ஒரு விளையாட்டு. ஒருவர் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல, அடுத்தவர் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்ல வேண்டும். யார் எல்லாவற்றையும்விடப் பெரிய்.........ய எண்ணைச் சொல்கிறாரோ அவருக்கே வெற்றி. மீண்டும் கவனித்துக் கேட்போமா?

"பத்தாயிரம்". "இருபதாயிரம்". "ஐம்பதாயிரம்". "லட்சம்". "பத்து லட்சம்".

நீங்களும் விளையாடிப் பாருங்களேன்.

"கோடி". "ஆயிரம் கோடி". "லட்சம் கோடி". "கோடி கோடி".

"கோடி கோடி கோடி". "கோடி கோடி கோடி கோடி கோடி...".

எல்லாக் குழந்தைகளும் ஒரே குரலாகக் "கோடி கோடி கோடி..." என்று கத்துகிறார்கள். எல்லாருமே விளையாட்டில் வெற்றி பெற்றவர்களாக அறிவிக்கப்படுகின்றனர். இந்த விளையாட்டில் யாராவது தோல்வி அடைய முடியுமா? எவராவது "நான்தான் ஜெயிப்பேன்" என்று உறுதி கூற முடியுமா?

ஏறு வரிசையில் எண்களுக்கு முடிவேயில்லை.

யார் எந்த எண்ணைச் சொன்னாலும் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்வது மிக எளிது. நீங்கள் "இருபது" என்றால், நான் "இருபத்து ஒன்று" என்று சொல்ல முடியும். நான் "நூறு" என்றால், நீங்கள் "இருநூறு" எனலாம்.

முன்னி	எண்	தொடரி
999	1000	1001
54	55	56

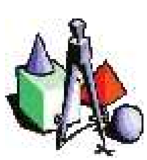
நாம் "முன்னி", "தொடரி" என்ற பெயர்களை அறிவோம்.

எந்த ஓர் எண்ணையும்விட அதன் தொடரி பெரியது. அதுவே இந்த விளையாட்டை எடுத்துச் செல்ல இயலும்.

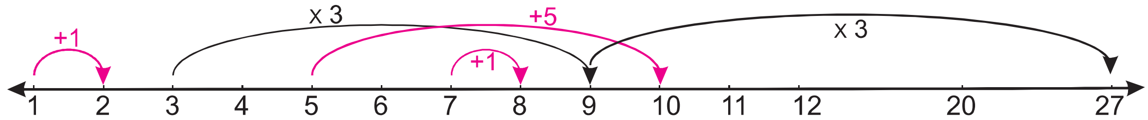
ஆனால், தொடரி மூலம் செல்வது அதிக நேரம் பிடிக்கும். கூட்டலும், பெருக்கலும் கொண்டு வேகமாகச் செல்லலாம்.

"நூறு". "நூற்றுப் பத்து". "நூற்று ஐம்பது"- இது கூட்டல்.

"நூறு". "இருநூறு". "ஐந்நூறு"- இது பெருக்கல்.



எந்த ஓர் இயல் எண்ணையும் வேறு இயல் எண்ணுடன் கூட்டும்போதோ அல்லது பெருக்கும் போதோ இன்னும் ஒரு பெரிய எண் கிடைக்கும். நமக்குத்தான் எண்கோடு தெரியுமே ?



குழுச் செயல்பாடு

வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை 7 குழுக்களாகப் பிரிக்க. ஒவ்வொரு குழுவிலுள்ள மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரையும் அவர்களின் பிறந்த தேதியை பின்வருமாறு பதிவு செய்யச் செய்க. [(எ.கா) 1998–ஆம் வருடம் அக்டோபர் 2–ஆம் தேதி என்பதை 021098]
பின்வருவனவற்றிற்கு விடை காண்க.

1. **ஒவ்வொரு குழுவிலிருந்தும் இளைய மற்றும் மூத்த மாணவர்களின் பெயரைக் கண்டுபிடிக்க.**
2. **ஒரே வயதுடைய மாணவர்களின் பெயர்களைப் பட்டியலிடுக**
3. **அவர்களின் வயது அடிப்படையில் பெயர்களை வரிசைப்படுத்துக.**

பயிற்சி 1.1

1 பின்வரும் எண்களை விடச் சிறிய எண் ஒன்றையும், பெரிய எண் ஒன்றையும் கூறவும்.

(i) பத்தாயிரம் (ii) இருபத்து மூன்று (iii) இருபது லட்சம் (iv) மூன்று கோடி (v) நூறு

2 பின் வரும் எண்களை ஏறுவரிசை, இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.

(i) பத்து லட்சம், இருபது கோடி, முப்பதாயிரம், நானூறு, எட்டாயிரம்.

(ii) 8888 , 55555 , 23456 , 99 , 1111111

1. 2. சிறிய எண்கள்

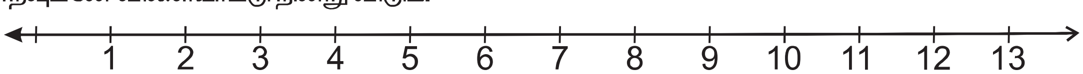
பெரிய எண்களைப்போலச் "சிறிய எண்கள்" மூலம் விளையாடலாமா ? நான் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல நீங்கள் அதைவிடச் சிறிய எண் சொல்லவேண்டும். யார் மிகச்சிறிய எண்ணைச் சொல்கிறார்களோ அவருக்கே வெற்றி. விளையாடிப் பார்ப்போமா ? இது சுவையான விளையாட்டு.

“ஆயிரம்”, “ஐந்நூறு”, “நூறு”, “ஐம்பது” , “நாற்பது.”

“பூச்சியம்”, “பூச்சியம்”, “பூச்சியம்”.

“நான்தான் முதலில் சொன்னேன்”. “இல்லை இல்லை, நான்தான் முதலில் சொன்னேன்”.

ஒன்று நிச்சயம் தெளிவு. இந்த விளையாட்டில் வெல்லுவது மிகமிக எளிது. “பூச்சியம்” என்றவுடனே விளையாட்டு நின்று விடும்.



இவ்விளையாட்டிலும் சிலவற்றை முன்போல் காணலாம். பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லா எண்ணுக்கும் முன்னி உண்டு. எந்த ஓர் எண்ணையும் விட அதன் முன்னி சிறியது. எந்த ஓர் எண்ணிலிருந்தும் ஒரு சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் முன்னதைவிடச் சிறியதே கிடைக்கும்.

எண்ணிக்கைகளை இயல்பாக 1,2,3,... என்று எண்ணுகிறோம். ஆகவே, இந்த எண்களை இயல் எண்கள் என்று அழைக்கிறோம். பூச்சியம் என்பது எதுவும் எண்ணுவதற்கு இருக்காத தன்மை. கழித்தலின் விளைவாக இயல் எண்களுடன் பூச்சியமும் சேருகிறது. 0, 1, 2, 3, 4,... என்று சேர்ந்த எண்கள் முழு எண்கள் எனப்படுகின்றன.

கணிதத்தில் இவை மீண்டும்மீண்டும் இடம்பெறுவதால் அவற்றிற்குக் குறிப்பிட்ட பெயரும் வடிவமும் தரப்பட்டுள்ளன.

மிகப்பெரிய எண்கள் விளையாட்டில் மட்டுமல்ல, நம்மைச் சுற்றிப் பலப்பல இடங்களிலும் காணப்படுகின்றன. இவையெல்லாம் "எண்ணிலடங்காதவை" என்று யாராவது சொன்னால், அது சரியில்லை. நிச்சயம் இவை குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையே, ஆனால், மிகமிகப் பெரிய எண்களாகும். நம்மால் எண்ணுவது கடினம்.

இயல் எண்கள் (Natural numbers) அல்லது எண்ணும் எண்கள் (Counting numbers) அல்லது மிகை முழு எண்கள் (Positive integers) N = {1, 2, 3, 4,…}

முழு எண்கள் (Whole numbers) W = {0, 1, 2, 3, 4,…}
குறிப்பு: முழு எண்களை நிறைவெண்கள் என்றும் குறிப்பிடலாம்.

பயிற்சி 1.2

1 கீழ்க்காணும் வரிசையை இறுதிவரை பூர்த்தி செய்யவும்.

கோடி, பத்து லட்சம், லட்சம், ...

2 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா ?

ஆயிரம், பத்தாயிரம், லட்சம்,...

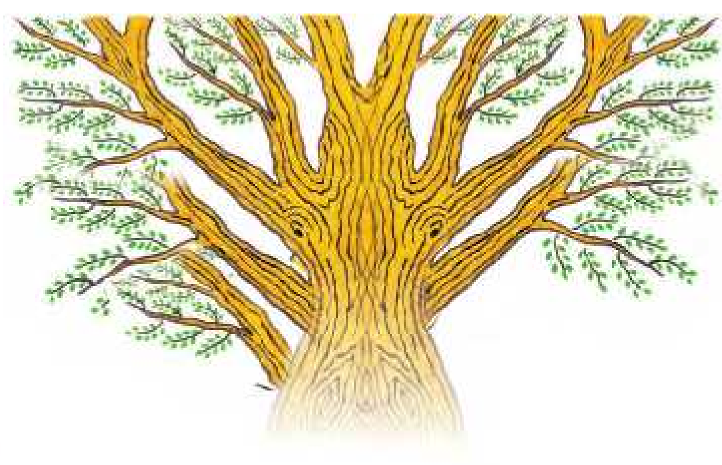
3 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா ?

(i) பத்தாயிரம், இருபதாயிரம்,... (ii) தொண்ணூறாயிரம், லட்சம்,..

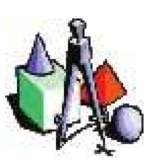
(iii) தொண்ணூறாயிரம், எண்பதாயிரம்,...

1.3. அதிக இலக்கங்கள் உடைய எண்கள்

உங்கள் வீட்டின் அருகே ஒரு வேப்ப மரம் உள்ளது. அதில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன ? உங்களால் எண்ண முடியுமா ? இந்த எண்ணிக்கை ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா ? இதைத் துல்லியமாக “இத்தனை இலைகள்” என்று எண்ணுவது கடினம். ஆனால், தோராயமாக எத்தனை இருக்கும், ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா என்று கூறுவது எளிதானதே.



இப்படத்தைப் பாருங்கள். இங்குள்ள மரத்தில் ஒன்பது பெரிய கிளைகள் உள்ளன என்க. ஒவ்வொரு பெரிய கிளையிலும் ஐந்து சிறிய கிளைகள் உள்ளன என்க. ஒரு சிறிய கிளையை ஒடித்து அதில் எத்தனை இலைகள் என்று நேரடியாய் எண்ணுவோம். எண்ணும்போது கிடைப்பது 48 இலைகள் என்க.



9 பெரிய கிளைகள், ஒவ்வொன்றிலும் 5 சிறிய கிளைகள். ஆக மொத்தம் 9 x 5 = 45 சிறிய கிளைகள். சில பெரிய கிளைகளில் 5க்கும் அதிகமான சிறிய கிளைகள் உள்ளன. ஆக, கிட்டத்தட்ட 50 சிறிய கிளைகள் என்று மதிப்பிடுவோம். ஒன்றில் 48 இலைகள். மொத்தம் 50 x 48= 2400.

ஆக, மரத்தில் 2,000 க்கு மேற்பட்ட இலைகள் இருக்கின்றன எனலாம். உண்மையில் 4000 கூட இருக்கலாம். 8000 – ஆகவும் இருக்கலாம், ஆனால், நிச்சயம் லட்சக் கணக்கில் இல்லை.

						பூச்சியங்கள்
10	ஒன்றுகள்	=	1 பத்து	=	10	1
10	பத்துகள்	=	1 நூறு	=	100	2
10	நூறுகள்	=	1 ஆயிரம்	=	1,000	3
10	ஆயிரம்	=	1 பத்தாயிரம்	=	10,000	4
10	பத்தாயிரம்	=	1 லட்சம்	=	1,00,000	5
10	லட்சம்	=	1 மில்லியன்	=	10,00,000	6
100	லட்சம்	=	1 கோடி (10மில்லியன்)	=	1,00,00,000	7

ஒரு லட்சம் என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 5 பூச்சியங்களைக் கொண்டது. ஒரு கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 7 பூச்சியங்கள் கொண்டது. 10 கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 8 பூச்சியங்கள் கொண்டது. ஆயிரம் கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 10 பூச்சியங்கள் கொண்டது.

ஆக, பெரிய எண்களில் நிறைய இலக்கங்கள் உண்டு. ஒரு கோடியில் எத்தனை இலக்கங்கள் உள்ளன ? எட்டு இலக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு லட்சத்தில் ? ஆறு இலக்கங்கள். ஓர் ஆயிரத்தில் ? நான்கு இலக்கங்கள்.

இதெல்லாம் சரிதான். ஏன் இந்தக் காற்புள்ளி எல்லாம் ? ஒரு லட்சத்தை 100000 என்று எழுதினால் எத்தனை பூச்சியங்கள் என்று எண்ணுவது கடினம், அதற்காகவே கீழ்க்கண்டவாறு எழுதுவது நம் வழக்கம்.

நம் நாட்டில்		உலகளவில்		
பத்தாயிரம்	= 10,000	பத்தாயிரம்		= 10,000
ஒரு லட்சம்	= 1,00,000	ஒரு லட்சம்	= நூறாயிரம்	= 100,000
பத்து லட்சம்	= 10,00,000	பத்து லட்சம்	= ஒரு மில்லியன்	= 1,000,000
ஒரு கோடி	= 1,00,00,000	ஒரு கோடி	= பத்து மில்லியன்	= 10,000,000
நூறு கோடி	= 1,00,00,00,000	நூறு கோடி	= ஒரு பில்லியன்	= 1,000,000,000

பயிற்சி 1.3

1. அருகிலுள்ள மாமரம், வேப்ப மரம் அல்லது புளிய மரத்தில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன என்று குழுவாக விவாதித்து மதிப்பிடவும்.
2. ஒரு லட்சத்தில் எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன ?, அதேபோல் எத்தனை நூறுகள், எத்தனை பத்துகள், எத்தனை ஒன்றுகள் உள்ளன என்றும் கூறவும்.
3. ஒரு கோடியில் எத்தனை லட்சங்கள், எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன ?
4. ஒரு தொழிற்சாலையில் ஆயிரத்துக்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் தொழிலாளர்கள் உள்ளனர். ஒவ்வொருவருக்கும் ரூபாய் 1000 ஊக்கத்தொகை வழங்கவேண்டுமானால், குறைந்தபட்சம் எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும் ?
5. விடை காண்க.
   (i) 6 x 6 = ; 6 x 6 x 6 = ; 6 x 6 x 6 x 6 =
   (ii) 10 x 10 = ; 100 x 100 = ; 10,000 x 10,000 =
6. பின்வருவனவற்றில் எது பெரியது, எது சிறியது என்பதனை '>'அல்லது '<' என்ற குறியீடுகள் மூலம் காட்டவும் : எண்பதாயிரம், பத்தாயிரம், இருபதாயிரம்.

1.4. எண்களைக் குறிக்கும் முறை

பெரிய எண்கள் எப்படியெல்லாம் இருக்கும் ?

1 2 3 4 5 6 7 என்பது 12, 34, 567 என்று எழுதியவுடன் 12 லட்சத்து 34 ஆயிரத்து 567 என்று புரிகிறது.

12345678 என்ற எண் 1,23,45,678 என்று பிரித்தவுடன் 1 கோடியே, 23 லட்சத்து, 45 ஆயிரத்து, 678 என்பது தெளிவாகிறது. சில எண்களை முயன்று பார்ப்போமா ?

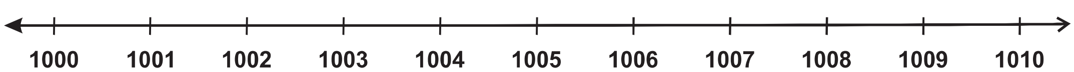
எண்கள்	எண்ணுருக்கள்
6	ஆறு
66	அறுபத்தாறு
666	அறுநூற்று அறுபத்தாறு
6,666	ஆறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
66,666	அறுபத்தாறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
6,66,666	ஆறு லட்சத்து அறுபத்தாறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
1,001	ஆயிரத்து ஒன்று
10,011	பத்தாயிரத்துப் பதினொன்று
1,10,101	ஒரு லட்சத்துப் பத்தாயிரத்து நூற்றொன்று

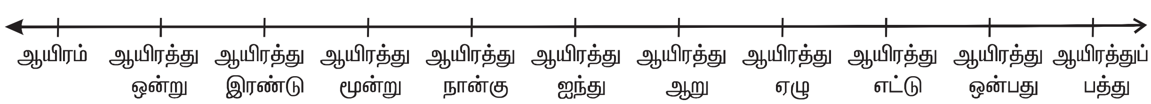
1.5. எண்களில் செயல்பாடுகள்

எண்களைப்பற்றி நமக்கு எத்தனையோ தெரியும். அதெல்லாமே எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்துமா ? ஆம். எவ்வளவு பெரிய எண்ணாக இருந்தாலும், எவ்வளவு சிறிய எண்ணாக இருந்தாலும் அது எண்தான், பிற எண்களைப் போன்ற தன்மைகள் கொண்டதுதான்.

முன்னி	எண்	தொடரி
99, 999	1,00,000	1,00,001
1,10,004	1,10,005	1,10,006
2,27,226	2,27,227	2,27,228
5,55,499	5,55,500	5,55,501

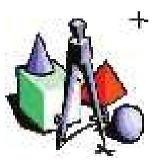
எண்கோடு





1.5.1. கூட்டல்

$$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ +\quad 90 \\ \hline 1,10,200 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ +\quad 990 \\ \hline 1,11,100 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ +\quad 9,990 \\ \hline 1,20,100 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ +\quad 99,990 \\ \hline 2,10,100 \\ \hline \end{array}$$



1.5.2. கழித்தல்

$$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ -\quad 90 \\ \hline 1,10,020 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ -\quad 990 \\ \hline 1,09,120 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ -\quad 9,990 \\ \hline 1,00,120 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,10,110 \\ -\quad 99,990 \\ \hline 10,120 \\ \hline \end{array}$$

1.5.3 .பெருக்கல்

5 லட்சம் x 6 = 30 லட்சம்

22 லட்சம் x 12 = (22 x 12) லட்சம் = 264 லட்சம்

1,00,005 x 5 = (1 லட்சம் + 5) x 5 = 5 லட்சத்து 25

1,23,456 x 5 = ?

$$\begin{array}{r} 1,23,456 \\ \times \quad 5 \\ \hline 6,17,280 \\ \hline \end{array}$$

1,23,456 x 15 = ?

$$\begin{array}{r} 1,23,456 \\ \times \quad 15 \\ \hline 617280 \\ 123456 \\ \hline 18,51,840 \\ \hline \end{array}$$

இவ்வாறு நமக்குப் பழக்கமான முறையிலேயே பெருக்கலாம். ஆனால், சற்றுக் கடினமானது. மேலும் கீழும் சரியான எண்களை எழுதியிருக்கிறோமா என்று சரிபார்ப்பதுதான் கடினம். வரிசையாகப் பல எண்களை எழுதும்போதும் கூட்டும்போதும் கவனமாயிருப்பது அவசியம்.

இங்கு முக்கியமானது இடமதிப்பு. நமக்கு 456 இல் 4 இன் இடமதிப்பு நூறு என்று தெரியும்.

23,456 இல் 2 இன் இடமதிப்பு பத்தாயிரம் ஆகும்.

1,23,456 இல் 1 இன் இடமதிப்பு லட்சம் ஆகும்.

ஆக 1,23,456 ஐ 5 ஆல் பெருக்கும் போது விடை எதுவானாலும் 5 லட்சத்துக்குமேல் என்றறிவோம்.

1.5.4. வகுத்தல்

98,76,543 ÷ 3 = ?

தொடர் கழித்தல் வழிமுறையைக்
கொண்டு விடையை 32,92,181 என்று எழுதலாம்.

வகுத்தல் முறை எந்த எண்ணுக்கும் பொருந்தும்.
இலக்கங்கள் அதிகமாகி,
வகுத்தல் செய்யும்போது கவனம் சிதறும். பிழைகள் ஏற்படும்.
கடினமே தவிர வழிமுறை எளிமையானதுதான்.

பெரிய எண்களைக்கொண்டு வகுக்கும்போது
எப்படி மதிப்பு காண்பது என்று பார்க்கலாம்.

$$\begin{array}{r|l} & 3\,2\,9\,2\,1\,8\,1 \\ 3) & 9\,8,\,7\,6,\,5\,4\,3 \\ & 9 \\ \hline & 8 \\ & 6 \\ \hline & 2\,7 \\ & 2\,7 \\ \hline & 0\,6 \\ & 6 \\ \hline & 0\,5 \\ & 3 \\ \hline & 2\,4 \\ & 2\,4 \\ \hline & 0\,3 \\ & 3 \\ \hline & 0 \\ \hline \end{array}$$

32,32,032 ÷ 16 = ?

இதை (32 லட்சம் + 32 ஆயிரம் + 32) ÷ 16 என்று உணர்ந்தால்,

32 லட்சம் ÷ 16 = 2 லட்சம், 32 ஆயிரம் ÷ 16 = 2 ஆயிரம், 32 ÷ 16 = 2 என்று பிரித்து,

2 லட்சத்து 2 ஆயிரத்து இரண்டு, ஆக 2,02,002 எனலாம்.

18 லட்சம் ÷ 9 = 2 லட்சம்

18 லட்சம் ÷ 9 லட்சம் = 2

18 லட்சம் ÷ 9,000 = 200

18 லட்சம் ÷ 90 = 20,000

ஏன் கோடியுடன் நிறுத்திக் கொள்கிறோம் ?
இன்னும் பெரிய எண்ணிக்கைகளுக்கு (நம் நாட்டில்) ஏன் பெயரிடவில்லை ?

1234567891011 என்பது என்ன எண் ?

இதை, ஒரு லட்சத்து 23 ஆயிரத்து 456 கோடியே, 78 லட்சத்து, 91 ஆயிரத்துப் பதினொன்று என்று படிக்கலாம். ஆனால், அது பயனில்லை.

இந்த எண்ணின் மதிப்பு லட்சம் கோடிகளுக்குமேல் என்று புரிந்து கொள்வதே முக்கியமானது.

பெரும்பாலும் நாம் முழு பத்திலக்க எண்களைக் காண்பது கைபேசி எண்களைக் குறிப்பதில்தான்.

98404 36985 என்ற கைபேசி எண்ணை யாரும் 984 கோடி 4 லட்சத்து, 36 ஆயிரத்து 985 எனப் படிப்பதில்லை.

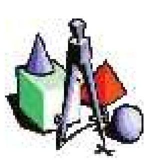
அதேபோல், தபால் முகவரியுடன் 600 113 என்று அஞ்சல் குறியீட்டெண் (பின் கோடு) எழுதுகையில் அதை ஆறு லட்சத்து நூற்றுப் பதின்மூன்று என யாரும் சொல்வதில்லை.

காரணம், இவை எண்ணில்லை, எண் வரிசைகள்.

600 113 என்பதை ஆறு, பூச்சியம், பூச்சியம், ஒன்று, ஒன்று, மூன்று என எண் வரிசையாகவே கருதுகின்றோம்.

எனவேதான் பின் கோடு எண்ணையோ, தொலைபேசி எண்ணையோ,
பேருந்து வண்டியின் எண்ணையோ
நாம் கூட்டுவதில்லை, கழிப்பதில்லை, பெருக்குவதில்லை.

தமிழில் 'எண்ணுவது' என்ற சொல்லுக்கு
'எண்ணிக்கை காண்பது' என்ற பொருள் மட்டுமல்லாது,
'சிந்திப்பது' என்ற பொருளும் உண்டு.



பயிற்சி 1.4

1. நீலகிரி மாவட்டத்தின் மக்கள் தொகை கிட்டத்தட்ட 7 லட்சத்து ஐந்தாயிரம். கன்னியாகுமரி மாவட்டத்திலோ கிட்டத்தட்ட 16 லட்சம். என் நண்பர் குமரி மாவட்டத்தில் நீலகிரியைவிட இரண்டு மடங்குக்குமேல் மக்கள் உள்ளனர் என்கிறார். அவர் சொல்வது சரியா ?
2. ஒரு பள்ளியில் 462 பேர் படிக்கின்றனர். ஒவ்வொருவருக்கும் ரூ. 18 விலையுள்ள பேனா பரிசாக வழங்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. ரூ. 10,000 பணமிருந்தால் போதுமா ? ரூ. 7200 இருந்தால் போதுமா ?
3. 52 மாணவர்கள் சுற்றுப்பயணம் செல்ல ரூ. 5184 தேவை எனக் கணக்கிடப்பட்டது. ஒவ்வொருவரிடமும் எத்தனை ரூபாய் வசூல் செய்ய வேண்டும் ?
4. 8,0,5,9,3 ஆகிய எண்களை ஒருமுறை மட்டுமே பயன்படுத்தி மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய எண்களைக் கண்டறிந்து அவற்றைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றிற்கு விடையளிக்க.
   i. அவற்றின் கூடுதல் ii. அவற்றின் வித்தியாசம் iii. அவற்றின் பெருக்கற்பலன்
5. i. 28,760 + 38,530 ii. 22,760 + 40,530 iii. 20,760 + 40,530 iv. 119,800 - 88,565 v. 1,19,800 - 89,565 vi. 1,19,500 - 89,565
6. i. 282 x 5 = ii. 256 x 102 = iii. 3789 x 260 = iv. 807 x 70 = v. 189 x 98 =
7. i. 2568 ÷ 3 = ii. 1424 ÷ 4 = iii. 4485 ÷ 5 = iv. 1246 ÷ 7 = v. 1720 ÷ 10 =
8. i. 1,00,000 ÷ 100 = ii. 1,00,000 ÷ 50 = iii. 10,000 ÷ 25 = iv. 1,00,000 ÷ 200 = v. 5,55,555 ÷ 11 = vi. 90,909 ÷ 9 =

நினைவில் கொள்க

- N = {1,2,3,4,.......} என்பது இயல் எண்கள்.
- W = {0,1,2,3,4,.......} என்பது முழு எண்கள்.
- பூச்சியத்திலிருந்து எண் கோட்டை நீட்டிச் சென்றால், அதற்கு **முடிவேயில்லை.**
- எல்லா முழு எண்களுக்கும் தொடரி உண்டு.
- எல்லா முழு எண்களையும் பெருக்கலாம், கூட்டலாம்.
- பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லா முழு எண்களுக்கும் முன்னி உண்டு.
- எந்த இயல் எண்ணிடமிருந்தும் அதைவிடச் சிறிய இயல் எண்ணை அல்லது அதே எண்ணினைக் கழிக்கலாம்.
- ஒரு பெரிய எண்ணை சிறிய எண்ணால் வகுத்து மீதி காணலாம்.
- இவை எல்லாமே எத்தனை பெரிய எண்ணாகயிருந்தாலும் பொருந்தும்.
- லட்சம், கோடி என்று பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும்போது எல்லா இலக்கங்களுக்கும் ஒரே மாதிரியான பயன்பாடு இல்லை. 1,23,546 என்ற எண்ணை ஒரு லட்சத்து இருபதாயிரத்துக்கு மேல், ஒரு லட்சத்து இருபத்தைந்தாயிரத்துக்குக் குறைவு என்று புரிந்து கொள்வது மிக அவசியம்.

செயல்பாடு

குறுக்கு எண் விளையாட்டுப் புதிர்

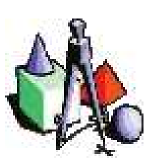
1	2	3	■	4		5	■	6		7
■	8		9		■	10	11		■	
12	■	13			14	■		■	15	
16	17	■		■	18	19	■	20		■
21			■	22			23	■	24	25
■		■	26		■	27		28	■	
29		30		■	31		■	32	33	
	■	34		35		■	36			■
■	37				■	38	■	39		40
41			■	42			43	■	44	
45		■	46		■	47			■	

இடமிருந்து வலம்

1 .. 620+376
4 .. 1809÷9
6 .. 304-3
8 .. 5055÷5
10 .. 25+186
13 .. 3003÷3
15 .. 79+18
16 .. 16+7
18 .. 5+6
20 .. 83+16
21 .. 919+68
22 .. 3306÷3
24 .. 69+23
26 .. 16+7
27 .. 196-92
29 .. 30x107
31 .. 17+5
32 .. 120+8
34 .. 1439+572
36 .. 75x4
37 .. 28328-18418
39 .. 203-98
41 .. 1600÷8
42 .. 963+41
44 .. 17+13
45 .. 33+17
46 .. 54-30
47 .. 611-11

மேலிருந்து கீழ்

2 .. 67+24
3 .. 609-8
4 .. 219-9
5 .. 7+5
6 .. 19+12
7 .. 30+77
9 .. 918÷9
11 .. 11+3
12 .. 403+326
14 .. 222÷2
15 .. 626+373
17 **நிரப்புக** 2122,2977,_____,4687
19 .. 6072÷6
22 .. 9+4
23 .. 13+7
25 .. 67+171
26 .. 1449+552
28 .. 12303÷3
29 .. 21+11
30 .. 1251+39
31 .. 15+6
33 .. 2031-28
35 .. 1075-61
37 .. 918-18
38 .. 205-99
40 .. 302+198
41 .. 5+20
43 .. 11+29



2. வகுத்திகள், காரணிகள்
(Divisors and Factors)

2.1 கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் சிறப்புகள்

1784 ஆம் ஆண்டு ஜெர்மனி நாட்டின் தொடக்கப் பள்ளி ஒன்றில், ஓர் ஆசிரியர், ஒரு நாள் சற்றுக் களைப்பாக இருந்ததால் குழந்தைகளுக்கு வேலை தந்துவிட்டு தான் சற்றே ஓய்வு எடுக்கலாம் என்று நினைத்தார். கொஞ்சம் கடினமான கணக்கு கொடுக்க முடிவு செய்தார். “1 முதல் 100 வரை உள்ள எண்களின் கூடுதலைக் கண்டுபிடியுங்கள்” என்று பணித்தார்.

சில வினாடிகளிலேயே ‘5050’ என்று பதில்வருகிறது. சற்றே அதிர்ந்து ஆசிரியர் விளக்கம் கேட்க, மாணவனிடமிருந்து பதில் வருகிறது.

1 + 2 + 3 + ...+ 98 + 99 + 100

101

101

101

100 எண்கள் என்பது
50 இரட்டைகள் ஆகும்.
(100÷2=50)

இப்படி 50 இரட்டைகளைக் காணலாம். ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 101.

ஆக மொத்தம் 50 X 101 = 5050

இவ்வாறு தன் ஆசிரியரை அசத்திவிட்ட மாணவரின் பெயர் காஸ் (Gauss). கி.பி. 1777 முதல் 1855 வரை வாழ்ந்த காஸ் ‘கணித மேதைகளின் சக்கரவர்த்தி’ என்று போற்றப்படுகிறார்.

அதெப்படிக் கூட்டல் கணக்கைப் பெருக்கல் கணக்காக மாற்றினார் காஸ் ?

எப்போதுமே இது சாத்தியமா ? அடிப்படையாக காஸ் புரிந்துகொண்டது இதுவே.

1+2 +3 +....+ 99 + 100	=	(1 +100) + (2 +99) + (3 +98)....+ (50+51)
	=	101 x 50
	=	5050

இங்கு முதலில் செய்திருப்பதே முக்கியமானது. நூறு எண்களைக்கூட்டவேண்டியிருந்தாலும், அவற்றை வேறுவிதமாக வரிசைப்படுத்தியவுடன் கூட்டல் எளிதாகிவிட்டது. இது இந்த எண்களுக்கு மட்டும் இல்லை, மற்ற இயல் எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

தனக்கு மூன்று வயது
ஆகியிருந்தபோதே,
தந்தையின் அலுவலக
வரவு – செலவு கணக்குகளில்
தப்புக் கண்டுபிடித்து
சரி செய்தவராம் காஸ் !

சரிபார்க்க:	35 + 65	=	65+35 = 100
	33 + 34 + 35	=	33+35+34 = 35 + 34 + 33
		=	34+33+35 = 35 + 33 + 34
		=	102
	1777 + 1784 + 1855	=	1855 + 1777 + 1784 = 5416
	5050 + 50 + 1050	=	50 + 1050 + 5050 = 6150

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் கூட்டினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

இது நமக்குப் பல வகைகளில் உதவும்.

32 + 2057 + 68	=	2057 + (32 + 68)
	=	2057 + 100
	=	2157
125 + 250 + 125 + 250	=	(2x 250) + 125+ 125
	=	(2x 250) + 250
	=	3x 250
	=	750

ஆகவே, பல எண்களைக் கூட்டவேண்டுமானால் அவற்றை நமக்குச் சாதகமாகப் பிரித்துக்கொண்டு தனித்தனியே கூட்டிய பிறகு மொத்தமாகக் கூட்டலாம். கூடுதல் தொகை ஒன்றாகப் பல இடங்களில் அமைந்தால் அதைப் பெருக்கலாக விடை காணலாம்.

இதே தன்மை பெருக்கலுக்கும் உண்டு.

சரிபார்க்க:	5 x 7 x 20	=	(20 x 5) x 7
		=	100 x 7 = 700
	125 x 20 x 8 x 50	=	(125 x 8) X (20 x 50)
		=	1000 x 1000 = 10,00,000

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் பெருக்கினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டும் செய்யவேண்டி இருக்கும்போது கவனம் தேவை.

5 x 8 + 3 என்றால் அதன் விடை என்ன ?

முதலில் 5 x 8 = 40 என்று கண்டு 40 + 3 எனக் கூட்டினால் விடை **43.**

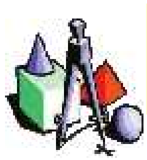
முதலில் 8 + 3 = 11 எனக் கூட்டி, பின் 5 x 11 எனப் பெருக்கினால் விடை **55.**

ஒரே கணக்கிற்கு இருவேறு விடைகள் வரக்கூடாது.

ஆகவேதான் (5 x 8)+3 அல்லது 5 x (8+3) என எழுதுவது நல்லது.

மேலே பல இடங்களில் இதுபோல (· · · ·) என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி உள்ளோம்.

அவற்றைச் சரிபார்க்கவும்.



கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டையும் ஒரேசமயத்தில் கணக்கிடும்பொழுது ( ) என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்துவது நல்லது.

2.1.1 கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலின் போது ஏற்படும் பிரச்சினைகள்

- முழு எண்களைக் கூட்டினாலும் பெருக்கினாலும் கிடைப்பது முழு எண்ணே.
- இதைக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் அடைவுத் தன்மை என்று கூறுவது வழக்கம்.
- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத் தன்மை உண்டா ?
- எந்த எண்ணிலிருந்தும் எந்த எண்ணையும் கழிக்க இயலுமா ?

$5050 - 50 = 5000$

$5050 - 5050 = 0$

$50 - 5050 = ?$

ஆக, கழித்தலின்போது விடை இயல் எண்ணாகவோ, பூச்சியமாகவோ (அல்லது முழு எண்ணாகவோ) கூட இருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை. வகுத்தலிலும் இப்படித்தான்.

$5050 \div 50 = 101$

$5050 \div 5050 = 1$

$50 \div 5050 = ?$

- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத்தன்மை கிடையாது.
- கழித்தலுக்கும் வகுத்தலுக்கும் வரிசை மிக முக்கியம்.

$(23 - 12) - 5 = 6$

$23 - (12 - 5) = 16$

எனவே, மேற்காணும் இரண்டு கூற்றுகளும் ஒரே மாதிரி இல்லை.

$23 - 12 = 11$ ஆனால்

$12 - 23 = ?$

வகுத்தலிலும் வரிசை முக்கியம்.

$120 \div 12 = 10$

$12 \div 120 = ?$

குழுச் செயல்பாடு

பின்வரும் எண்களை அப்படியே கூட்டாமல் சுருக்க முறையில் கூட்டினால் 1000 வரும் வழியினை பயிற்சி செய்க.

i) 155, 124, 16, 45, 484, 176

ii) 111, 222, 333, 78, 167, 89

குழுச் செயல்பாடு

பின்வரும் எண்களை அப்படியே பெருக்காமல் சுருக்க முறையில் பெருக்க 1000 கிடைக்கும் வழியினை பயிற்சி செய்க.

i) 2, 4, 5, 25 ii) 5, 5, 2, 20 iii) 2, 2, 125, 2

பயிற்சி 2.1

1) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 + 69 + 75$ (ii) $119 + 64 + 1 + 80$ (iii) $750 + 60 + 240 + 250$

2) விடை காண்க : $51 + 52 + \ldots + 99 + 100$

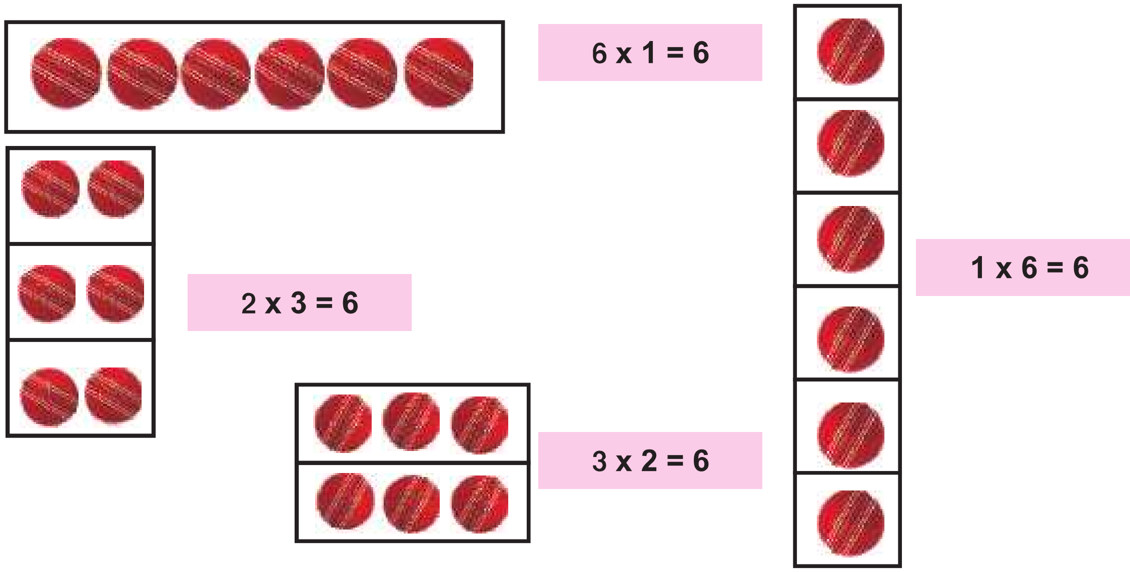
3) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 \times 62 \times 4$ (ii) $5 \times 125 \times 2 \times 2$ (iii) $(75 \times 5) + (30 \times 5) + (25 \times 5)$

2.2. வகுத்திகள்

மனோஜ் என்பவரிடம் 6 கிரிக்கெட் பந்துகள் உள்ளன.

அவர் அவற்றைச் செவ்வக வடிவில் வரிசைப்படுத்த முயற்சிக்கிறார்.



எந்த ஓர் இயல் எண்ணும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கலாக அமையும். (1 ஐத் தவிர)

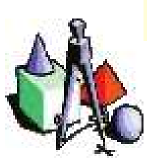
6 பந்துகளை வேறு விதத்தில் செவ்வக வடிவமாக உருவாக்க முடியுமா ?

6 ஐ அதைவிடக் குறைவான எண்களால் வகுப்பதன்மூலம் விடை கூறிவிடலாம்.

6 1) 6 6 ----------- 0 -----------	3 2) 6 6 ----------- 0 -----------
2 3) 6 6 ----------- 0 -----------	1 4) 6 4 ----------- 2 -----------
1 5) 6 5 ----------- 1 -----------	1 6) 6 6 ----------- 0 -----------

6 இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6.

ஓர் எண்ணை மீதியின்றி (அதாவது மீதி = 0) வகுக்கும் எண்கள் அனைத்தும் அந்த எண்ணின் வகுத்திகள் எனப்படும்.



குறிப்பு : வகுத்தி மற்றும் வகுப்பான் ஆகிய இரு வெவ்வேறான பொருள்கொண்ட சொற்களுக்கு 'divisor' என்ற ஆங்கிலச் சொல் பயன்பாட்டில் உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்கவும்.

கீழே உள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க

எண்	வகுத்திகள்	பல்வேறு செவ்வகங்களாக உருவாக்கும் முறை
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	1 x 12 ; 2 x 6 ; 3 x 4
17	1, 17	1 x 17
25	1, 5, 25	1 x 25 ; 5 x 5
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	1 x 28 ; 2 x 14 ; 4 x 7
31	1, 31	1 x 31
35	1, 5, 7, 35	1 x 35 ; 5 x 7
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	1 x 42 ; 2 x 21 ; 3 x 14 ; 6 x 7

அட்டவணையிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வன :

★ எந்த எண்ணுக்கும் எண் 1 மற்றும் அதே எண்ணும் வகுத்திகளாக அமையும்.

★ எந்த எண்ணாலும் வகுபடாத எண் என்று ஏதும் உண்டா ? இல்லை.
ஏனெனில், எந்த எண்ணையும் 1 ஆல் வகுக்க முடியும். ஆனால், கிடைப்பது அதே எண்தான்.

★ சில எண்களுக்கு நிறைய வகுத்திகள் உண்டு. 42 என்ற எண்ணுக்கு 8 வகுத்திகள்.
720 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால் 10 க்குக் கீழ் 7 ஐத் தவிர எல்லா எண்களாலும் வகுபடும்.
இன்னும் சில வகுத்திகளை நீங்களே கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்யலாமே!

★ சில எண்கள் இரண்டு வகுத்திகளை மட்டுமே கொண்டவை.
உதாரணமாக 7 என்ற எண்ணை, 1 மற்றும் 7 மட்டுமே வகுக்கும்.
அது போலவே 11, 13, 17, 19 எல்லாம், இவை பல்லாயிரம் ஆண்டுகளாகக் கணித அறிஞர்களை மிகவும் ஈர்த்து வருபவை. பகா எண்கள் எனப்படும் இவ்வெண்களை எண்ணியலின் கதாநாயகர்கள் எனலாம்.

1 மற்றும் அதே எண்ணால் மட்டும் வகுபடும் தன்மை கொண்ட எண்களே பகா எண்கள் எனப்படும்.

2.2.1. காரணிகள்

மேற்குறிப்பிட்ட எண்களில் வகுத்திகள் 1 மற்றும் அதே எண்கள் இடம்பெற்றுள்ளதை அறிவோம். அவற்றினைத் தவிரப் பிற வகுத்திகளையும் பார்த்தோம். உதாரணமாக 45 இன் வகுத்திகள் 1, 3, 5, 9, 15, 45 எனத் தெரியும். இங்கு 1 மற்றும் அதே எண்ணை நீக்கிய வகுத்திகள் 3, 5, 9, 15 ஆகும். இவற்றைச் சிறப்பு வகுத்திகளாகக் கொள்ளலாம். இதனையே காரணிகள் என்கிறோம்.

எனவே, காரணிகள் என்பது ஓர் எண்ணின் வகுத்திகளில், 1 மற்றும் அதே எண்ணைத் தவிர்த்த பிற வகுத்திகளாகும்.

சிந்திக்க:

"எல்லாக் காரணிகளும் வகுத்திகளே." ஆனால், எல்லா வகுத்திகளும் காரணிகளா ?

ஒரு பகா எண்ணிற்குக் காரணிகளே இல்லை என்பது தெளிவு.

7 ஐ காரணிபடுத்த இயலுமா ?

இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வகுத்திகள் கொண்ட எண்கள் பகு எண்கள் எனப்படும்.

2.2.2. பகா எண்களைக் கண்டறியும் முறை

இரட்டைப்படை எண்கள் எல்லாமே 2 ஆல் வகுபடும்.

ஆகவே, பகா எண்களில் ஒரே ஓர் இரட்டைப்படை எண் மட்டுமே உண்டு. அது 2.

ஓர் எண் பகா எண்ணா என்று எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்? இது கடினம். ஏன்? 200 நான்கால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து ஆம் எனலாம். 200 ஒன்பதால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து இல்லை எனலாம். 131 ஐ 11 வகுக்குமா? இல்லை. 1137 ஐ வகுக்குமா?

1234567 ஐ 133 வகுக்குமா? முயற்சி செய்து விடை காணலாம்.

எந்தக் குறிப்பிட்ட எண்ணும் வேறொரு குறிப்பிட்ட எண்ணால் வகுபடுமா என்று முயற்சி செய்து கண்டுபிடித்து விடலாம். ஆனால், பகா எண்ணா என்று கண்டுபிடிக்க இது போதாது.

1 மற்றும் அதே எண்ணால் மட்டுமே வகுபடும் எண்கள் பகா எண்கள்

ஆகவே, வேறெந்த எண்ணும் அதன் வகுத்தி இல்லை என்று உறுதிகாண வேண்டும். இது கடினமே. 100 வரை உள்ள இயல் எண்களில் எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன? அவை எவை என்று கண்டுபிடிக்கலாம்.

1. ஒன்றுமுதல் நூறுவரை உள்ள எண்களைக் கட்டமாக எழுதிக் கொள்ளவும்.
2. முதலில் 2 தவிர 2இன் மடங்குகள் அனைத்தையும், அதாவது, இரட்டைப்படை எண்களை X – செய்து அடித்து விடவும்.
3. அடுத்தது 3, இது பகா எண். அது தவிர்த்து, 3 இன் மடங்குகள் எல்லாவற்றையும் அடித்து விடவும்.
4. அடுத்தது 5. ஏனெனில், 4 இரட்டைப்படை எண் என்பதால், இரண்டாம் கட்டத்தில் அடிக்கப்பட்டு விட்டது. இப்போது 5 இன் மடங்குகள் அடிக்கப்படும்.
5. தொடர்ந்து இதுபோல் செய்து கொண்டேபோனால், மிஞ்சியிருப்பவை பகா எண்கள். ஏனெனில், அடிக்கப்படாத எண் பகு எண்ணாக இருந்தால், அதைவிடச் சிறிய எண் ஒன்றால் வகுபடும். சிறிய எண்ணின் மடங்குகள் அடிபடும்போது, நாம் கருதும் எண்ணும் அடிபட்டிருக்கும்.

கிரேக்கத்தில் கி.மு. 276 – கி.மு. 175 ஆண்டுகளில் வாழ்ந்த எரடோஸ்தனிஸ் என்பவர் இம்முறையைப் பயன்படுத்தி பல பகா எண்களைப் பட்டியல் இட்டதாகக் கருதப்படுகிறது.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

மொத்தம்
25 பகா எண்கள்
உள்ளன.

ஒரு வகுத்தி மட்டும் கொண்ட எண் '1' ஆனது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல.

2.2.3. மடங்குகள்

கீழே உள்ள பெருக்கல் அட்டவணையைக் கவனிக்க:

மடங்குகள்

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

எடுத்துக்காட்டு : 1

100க்கு மேல் 7 இன் மடங்குகள் நான்கினை எழுதுக.

105, 112, 119, 126

105 என்பது 7இன் மடங்கு என்று பார்த்தோம். அதே சமயம் 105இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 7 ஆகும். எனவே, ஒரு எண் அந்த எண்ணின் வகுத்திகளின் மடங்காக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு : 2

80 க்கு முன்னரும், பின்னரும் உள்ள 5 ஐ மடங்காகக் கொண்ட நான்கு எண்களைத் தருக.

80க்கு முன்னர் உள்ள 5ன் மடங்குகள் : 60, 65, 70, 75,

80க்கு பின்னர் உள்ள 5ன் மடங்குகள் : 85, 90, 95, 100

செயல்பாடு

2, 5 மற்றும் 7 ஆகிய இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி (ஓர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் திரும்ப பயன்படுத்தக் கூடாது) ஈரிலக்க எண்கள் அனைத்தையும் உருவாக்குக. கிடைத்த ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும் காரணிகளை எழுதுக.

பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா ? அல்லது தவறா ? என விடையளிக்க.

   (i) 7 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 4 ஆகும்.

   (ii) 21 இன் காரணிகளில் ஒன்று 3 ஆகும்.

   (iii) 24 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 1 ஆகும்.

   (iv) 45 இன் காரணிகளில் ஒன்று 9 ஆகும்.

   (v) 5 இன் மடங்குகளில் ஒன்று 105 ஆகும்.

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) பின்வருவனவற்றுள் எவை 10 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?

(அ) 1, 2, 5 (ஆ) 2, 5 (இ) 1, 2, 5, 10 (ஈ) 2, 10

(ii) பின்வருவனவற்றுள் எவை 4 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?

(அ) 2, 4 (ஆ) 1, 2 (இ) 1, 2, 4 (ஈ) 2

(iii) 3 ஆனது ____ என்ற எண்ணின் வகுத்தி

(அ) 18 (ஆ) 19 (இ) 20 (ஈ) 29

(iv) 4 ஆனது ______ என்ற எண்ணின் மடங்கு

(அ) 5 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 8

(v) 15 என்பது ____ ன் மடங்கு

(அ) 3 (ஆ) 45 (இ) 7 (ஈ) 11

3. பின்வரும் எண்களின் வகுத்திகளைக் காண்க.

(i) 8 (ii) 15 (iii) 45 (iv) 121 (v) 14

4. 80 க்கும் 100 க்கும் இடையிலுள்ள 3 இன் மடங்குகளை எழுதுக.

5. 21க்கும் 51க்கும் இடையிலுள்ள 5இன் மடங்குகளையும், 10இன் மடங்குகளையும் எழுதுக. இதிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன?

6. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.

(i) மிகச்சிறிய பகா எண் 1 ஆகும்.

(ii) இரட்டைப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும்.

(iii) 6 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.

(iv) 13 என்பது ஒரு பகு எண் ஆகும்.

(v) 61 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.

7. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) 24 இன் பகாக் காரணிகளில் ஒன்று

(அ) 3 (ஆ) 4 (இ) 6 (ஈ) 12

(ii) 5 க்கும் 11 க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்

(அ) 6 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 10

(iii) ஒற்றை இலக்கப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

(iv) 20 க்கும் 30 க்கும் இடையில் ---- பகா எண்கள் உள்ளன.

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

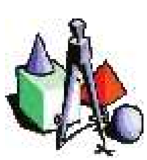
(v) மிகச் சிறிய ஈரிலக்கப் பகா எண்

(அ) 37 (ஆ) 7 (இ) 11 (ஈ) 10

செயல்பாடு

காரணி அடிப்படையிலான விளையாட்டு

மேசையின் மீதுள்ள எண் அட்டைகளிலிருந்து மாணவர்கள் எண் அட்டையை எடுக்க வேண்டும். எடுத்த அட்டை கொடுக்கப்பட்ட (சொல்லப்பட்ட) எண்ணின் காரணியாக இருந்தால் அதற்கு ஒதுக்கப்பட்ட இடத்தில் நிற்க வேண்டும். பின் அவர் அவருக்குரிய இணையைக் கண்டறிந்து அவருடன் நிற்க வேண்டும். இவர்களால் எடுக்கப்பட்ட எண்ணின் பெருக்குத் தொகை கொடுக்கப்பட்ட எண்ணாகும்.



8. 30க்கும் 60க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்களை எழுதுக.

9. இரு பகா எண்களின் கூடுதல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஒரு பகா எண்ணாக இருக்குமா என்பதைச் சான்றுடன் சரிபார்க்க.

2.3 வகுபடுந்தன்மை

ஒரு இயல் எண்ணின் வகுத்திகள் எல்லாவற்றையும் கண்டறிய அந்த எண்ணைவிடச் சிறிய எண்களால் வகுத்துப் பார்க்கவேண்டும். ஆனால், ஒவ்வொரு வகுத்தல் செயலுக்கும் நேரம் அதிகம் எடுக்குமே! நமக்கு வகுத்தலின் விடை (அதாவது ஈவு, மீதி) முக்கியமில்லை.

மீதி இல்லாமல் வகுக்க முடியுமா என்பதைக் கண்டுபிடிப்பது ஒன்றே குறிக்கோள். இதை நீண்ட வகுத்தல் செயல்பாடுகள் செய்யாமல் எளிதாகக் கண்டறியும் முறைகளைப் பார்க்கலாம்.

2 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

37, 453 போன்ற ஒற்றை எண்களிலிருந்து 2ஐ கழித்துக்கொண்டே போனால் மீதம் இருக்கும். ஆனால், 48, 376 போன்ற இரட்டை எண்களில் மீதி 0வைத் தரும். ஆக, எல்லா இரட்டை எண்களும் 2ஆல் வகுபடும்.

1ஆம் இலக்க எண் 0, 2, 4, 6, 8 என்ற இரட்டைப் படை எண்ணாக இருந்தால் மட்டுமே 2ஆல் வகுபடும்.

5 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1005இல் இருந்து 5ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 1000, 995, 900 என்று 5இல் முடியும் எண்ணும் 0இல் முடியும் எண்ணும் மாறி மாறி வரும். கடைசியில் 10, 5, 0 என்று பூச்சியத்தில் முடியும். 7இல் முடியும் எண்ணை (எ.கா: 237) தொடர்ந்து 5 ஐக் கழித்தால் 2,7,2 . . . என்று முடியும் எண்களே கிடைக்கும். இத்தொடர் கடைசியில் 2இல் முடியும். ஆகையால், 237 என்ற எண் 5ஆல் வகுபடாது.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியம் அல்லது 5 ஆக இருப்பின் அது 5ஆல் வகுபடும்.

10 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

3010இலிருந்து 10ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 3000, 2990, 2980 என்று 0வில் முடியும் எண்கள் வரும்.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியமாக இருப்பின் 10ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண் 2, 5, 10 ஆல் வகுபடுமா என்பதைக் கண்டறிய
அந்த எண்ணின் கடைசி இலக்கத்தை மட்டும் பார்த்தால் போதும்!

4 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா ? இதை 138 = 100 + 38 என்று எழுதலாம். 100இலிருந்து 4ஆல் கழித்துக்கொண்டே போனால், பூச்சியம்தான் மிஞ்சும். எனவே, 138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா ? என்று அறிய 38 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா என்று கண்டுபிடித்தால் போதும். அதேபோல், 1792 = 1700 + 92. எனவே, 92 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடும். எனவே, 1792 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடும். 2129 என்பது 4ஆல் வகுபடாது (சரிபார்க்க), ஏனெனில், 29 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடாது.

ஓர் எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் (1, 10 ஆம் இலக்கங்கள்) 4 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 4ஆல் வகுபடும். இல்லையெனில், 4ஆல் வகுபடாது.

8 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா ? 1248 = 1000 + 248. 1000 என்பது 125 x 8.
ஆகையால், 248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா ? என்று பார்த்தால் போதும்.
248 = 31 x 8. எனவே, 1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண்ணின் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் 8 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 8 ஆல் வகுபடும்.

2ஆல் வகுபடும் எண்கள் எல்லாம் 4ஆல் வகுபடும் என்று சொல்ல முடியுமா ? எ.கா: 26 என்பது 2ஆல் வகுபடும். ஆனால், 4ஆல் வகுபடாது. அதேபோல் 4 ஆல் வகுபடும் எண் 8ஆல் வகுபடும் என்று கூறமுடியாது.

4 மற்றும் 8 ஆல் வகுபடுந்தன்மையைக் கண்டறிய முறையே கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள், மூன்று இலக்கங்களைப் பார்த்தாலே போதும்.

9 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

45 என்ற எண் 9ல் வகுபடுமா ?

45 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5
= 9 +1 + 9 +1+ 9 +1 + 9 +1 + 5

9 களைக் கழித்துவிட்டால் மீதி இருப்பது
= 1 + 1 + 1 + 1 + 5
= 4 + 5 = 9

கடைசி 9 ஐயும் கழித்தால் மீதி = 0.
அதனால் 45, 9ஆல் வகுபடும்.

123, 9ல் வகுபடுமா ?

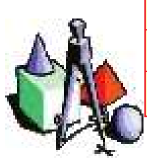
123 = 100 + 10 + 10 + 3
= (99+1) + (9+1) + (9+1) + 3
= (99+1) + (9+9+2) + 3

9 அல்லது 9இன் மடங்குகளைக் கழித்து விட்டால் மீதி இருப்பது =1 + 2 + 3 = 6
ஆகையால், 123 என்ற எண் 9ஆல் வகுபடாது !

9களைக் கழித்தபின் மீதமிருப்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் எனக் கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்	இலக்கங்களின் கூடுதல்	9ஆல் வகுபடுமா ?	பெருக்குத்தொகை வைத்துச் சரிபார்த்தல்
61	6 + 1 = 7	இல்லை	61 = 6 x 9 + 7
558	5 + 5 + 8 = 18; 1 + 8 = 9	ஆம்	558 = 62 x 9
971	9 + 7 + 1 = 17; 1 + 7 = 8	இல்லை	971 = 107 x 9 + 8
54000	5 + 4 + 0 + 0 + 0 = 9	ஆம்	54000 = 6000 x 9



3 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

42இல் இருந்து 3ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் பூச்சியம்தான் மீதம் இருக்கும். (42,39,36. . . . 0 என்று முடியும்.) இதையே வேறு மாதிரியும் பார்க்கலாம்:

42 = 10 + 10 + 10 + 10 + 2

= 9 +1 + 9 +1 + 9 +1 + 9 +1 + 2

மூன்றுகளைக் கழிப்பதற்குப் பதிலாக 9 களை மொத்தமாகக் கழித்துவிடலாம். (ஏனெனில் 9 = 3 x 3) அவ்வாறு கழித்துவிட்டால், மீதி இருப்பது

= 1 + 1 + 1 + 1 + 2

= 4 + 2

= 6

6 ஆனது 3ஆல் வகுபடும். அதனால் 42 என்ற எண் 3ஆல் வகுபடும்.

9களை கழித்த பின் மீதமிருப்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் என கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் மூன்றால் வகுபடும்..

குறிப்பு : 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடும் எண் 6ஆல் வகுபடும்

செயல்பாடு

2, 5, 7, 9 மற்றும் 0 ஆகிய இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி (ஓர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் பயன்படுத்தக் கூடாது) ஈரிலக்க எண்களை உருவாக்குக. உருவாக்கப்பட்ட எண்களிலிருந்து 2, 3, 5, 6, 10 ஆல் வகுபடக் கூடிய எண்களைப் பட்டியலிடுக.

11 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

	இலக்கங்கள்						ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	வித்தியாசம்
	6	5	4	3	2	1			
3 x 11					3	3	3	3	0
71 x 11				7	8	1	8 (7+1)	8	0
948 x 11		1	0	4	2	8	13 (1+4+8)	2 (0+2)	11
5102 x 11		5	6	1	2	2	8	8	0
73241 x 11	8	0	5	6	5	1	7	18	11

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 11இன் மடங்காக இருப்பதைக் கவனிக்க.

ஓர் எண்ணின் ஒற்றை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 0 ஆகவோ அல்லது 11 இன் மடங்காகவோ இருந்தால் அந்த எண் 11 ஆல் வகுபடும்.

பொதுவாக 11 ஆல் வகுபடும் தன்மையை அறிவது கடினம். இருந்தாலும் குறிப்பிட்ட வடிவில் உள்ள எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும் என்பதை அறிந்துகொள்ளவேண்டும்.

உதாரணமாக 121, 1331, 4994, 56265, 1234321, 4754574 என்ற எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும். எவ்வாறு?

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:

   (i) 120 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

   (ii) 8ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 2ஆல் வகுபடும்.

   (iii) 10ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 5ஆல் வகுபடும்.

2. பின்வருவனவற்றுள் 8 ஆல் வகுபடும் எண்களை வட்டமிடுக.

   22, 35, 70, 64, 8, 107, 112, 175, 156

3. 3, 5ஆல் வகுபடும் எண்கள் 15ஆல் வகுபடுமா என்பதைத் தக்க எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்க்க.

செயல்பாடு

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் ஒவ்வொன்றும் 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ,10, 11 ஆல் வகுபடுமா ? இல்லையா? என்பதை அட்டவணைப்படுத்துக.

	வகுபடுந்தன்மை								
எண்கள்	2	3	4	5	6	8	9	10	11
77	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்
896	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை
918									
1,453									
8,712									
11,408									
51,200									
732,005									
12,34,321									

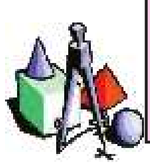
5. கீழே உள்ள அட்டவணையில் கேட்டுக்கொண்டதற்கு ஏற்பச் சிறிய எண் / பெரிய எண் ஏதேனும் ஒரு பொருத்தமான எண்ணைக்கொண்டு விடுபட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.

2 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்	7	6	0	4	3	1	2	
3 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்						7	3	2
4 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்				9	8	2	6	
5 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்			4	3	1	9	6	
6 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்		1		9	0	1	8	4
8 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்	3	1	7	9	5		7	2
9 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்				3	2	0		7
10 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்	1	2	3	4	5	6	7	
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்			8	6	9	4		4
3 ஆல் வகுபடும் சிறிய ஓர் எண்				5	6		1	0
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்			9	2	3		9	3

செயல்பாடு

i) 4 8 3 2 7 * 8 என்ற எண் 11 ஆல் வகுபட்டால் * இன் மதிப்பு காண்க.

ii) 4, 9 மற்றும் 5 ஆகிய எண்களைப் பயன்படுத்தி (ஓர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் பயன்படுத்தக் கூடாது) மூன்றிலக்க எண்களை உருவாக்கி அவற்றில் 5, 6, 7, 9, 11 ஆகிய எண்களால் வகுபடக் கூடிய எண்களைக் குறிப்பிடுக.



2.4. பகாக் காரணிப்படுத்துதல்

எந்தப் பகு எண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக மாற்றும் முறையினைப் 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' என்கிறோம்.

(i) வகுத்தல் முறை (ii) காரணி கிளைத்தல் முறை ஆகிய இருமுறைகளைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளைக் காணலாம்.

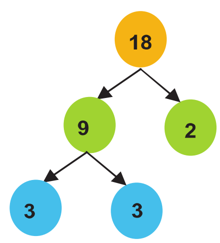
18, 120இன் காரணிகளை வகுத்தல் முறையில் காண்க. மேலும் காரணி கிளைத்தல் முறையிலும் காண்க.

கொடுக்கப்பட்ட எண் 18

வகுத்தல் முறை

		மீதி
2	18	
3	9	– 0
3	3	– 0
	1	– 0

காரணி கிளைத்தல் முறை



18 இன் பகாக் காரணிகள்

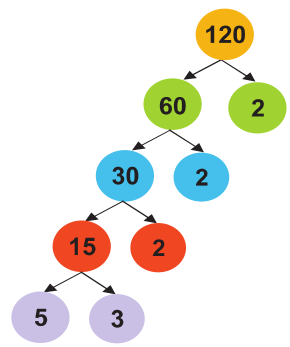
18 = 2 x 3 x 3

கொடுக்கப்பட்ட எண் 120

வகுத்தல் முறை

		மீதி
2	120	
2	60	–0
2	30	–0
3	15	–0
5	5	–0
	1	–0

காரணி கிளைத்தல் முறை



120 இன் பகாக் காரணிகள்

120 = 2 x 2 x 2 x 3 x 5

பயிற்சி 2.4

1. கீழ்க்காணும் எண்களைப் பகாக் காரணிப்படுத்தி எழுதுக

(i)	6	(ii)	15	(iii)	21	(iv)	30	(v)	121
(vi)	145	(vii)	162	(viii)	170	(ix)	180	(x)	200

2. 21, 8 இதில் எதற்கு அதிகமான பகாக் காரணிகள் இருக்கின்றன ? காரணிக் கிளைத்தலை வரைந்து கண்டுபிடியுங்கள்.
3. நான் நான்கு வெவ்வேறு பகாக்காரணிகள் கொண்ட மிகச் சிறிய எண். நான் யார் ?
4. கீழ்க்காணும் கோவைகளில் எவை பகாக் காரணிகளைக் கொண்டவை ?

   (i) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (ii) $54 = 2 \times 3 \times 9$ (iii) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$ (iv) $70 = 2 \times 5 \times 7$
5. மிகப்பெரிய நான்கிலக்க எண்ணிற்கு பகாக்காரணிகளைக் காண்க.
6. மிகச் சிறிய ஐந்திலக்க எண்ணிற்கு பகாக்காரணிகளைக் காண்க.

2.5 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (G.C.D.), மீச்சிறு பொதுமடங்கு (L.C.M.)

(Greatest Common Divisor , Least Common Multiple)

2.5.1 மீச்சிறு பொதுமடங்கு (மீச்சிறு பொ.ம.)

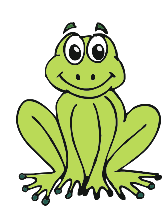
முயல் ஒன்று ஒரு துள்ளலில் 3 அடி தூரத்தை எட்டுகிறது.

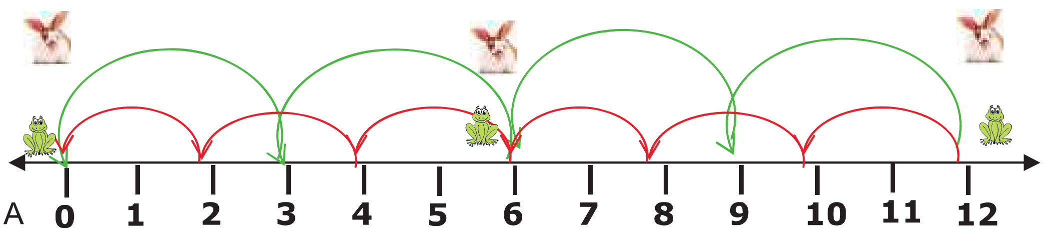
ஆனால், தவளை ஒரு துள்ளலில் 2 அடி தூரத்தைத்தான் எட்டுகிறது.

A இலிருந்து இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் குதிக்கத் தொடங்கின.

A இலிருந்து 3, 6, 9, 12, ___ அடி தூரத்தில் முயலின் கால் பதியும்.

A இலிருந்து 2, 4, 6, 8, ___ அடி தூரத்தில் தவளையின் கால் பதியும்.





இரண்டின் கால் தடமும் 6, 12, ___ அடி தூரத்தில் ஒரே இடத்தில் பதியும்.

இங்கு 6 ஆனது 2, 3 ஆகிய எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம.

எண்களின் மடங்குகளில் சில மடங்குகள் பொதுவானதாக அமையும். அவ்வாறு இருக்கும் பொது மடங்குகளில் மிகவும் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. – கை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுமடங்கு முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மடங்குகளை வரிசைப்படுத்துக.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளை வட்டமிட்டு பின்னர் அதனை எழுதுக.

படி 3 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் மடங்குகள் = 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144, 160,.....

24 இன் மடங்குகள் = 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168,....

16, 24 இன் பொது மடங்குகள் = 48, 96, 144, ...

(பொதுமடங்குகளில் மிகவும் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. என்பதை அறிக)

∴ 16, 24 இன் மீச்சிறு பொ.ம = 48

காரணி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணிகளைக் காண்க.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.

படி 3 பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகையுடன் அதைத் தவிர்த்த காரணிகளையும் பெருக்கக் கிடைப்பது, அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் காரணிகள்

2	16	மீதி
2	8	– 0
2	4	– 0
2	2	– 0
	1	

24 இன் காரணிகள்

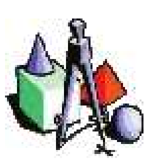
2	24	மீதி
2	12	– 0
2	6	– 0
3	3	– 0
	1	

16 இன் காரணிகள் = 2 x 2 x 2 x 2

24 இன் காரணிகள் = 2 x 2 x 2 x 3

மீச்சிறு பொ.ம என்பது இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகள் x விடுபட்ட காரணிகள்

= 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 48



2.5.2 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (மீப்பெரு பொ.வ.)

வெவ்வேறு எண்களுக்குப் பொதுவான வகுத்திகள் இருக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம். அவ்வாறு இருக்கும் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. யை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுவகுத்தி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வகுத்திகளை வரிசைப்படுத்துக.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளை வட்டமிட்டுப் பின்னர் அதனை எழுதுக.

படி 3 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளில் பெரியது மீப்பெரு பொ.வ ஆகும்

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் : 30, 42

30 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

42 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

பொது வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 6

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் : 35, 45, 60

35 இன் வகுத்திகள் : 1, 5, 7, 35

45 இன் வகுத்திகள் : 1, 3, 5, 9, 15, 45

60 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

பொதுவகுத்திகள் : 1, 5

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 5

காரணி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணி காண்க.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.

படி 3 பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகை, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 30 , 42

30 இன் காரணிகள்

		மீதி
2	30	
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

42 இன் காரணிகள்

		மீதி
2	42	
3	21	–0
7	7	–0
	1	–0

30 இன் காரணிகள் = 2 x 3 x 5

42 இன் காரணிகள் = 2 x 3 x 7

(இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. = 2 x 3 = 6

எடுத்துக்காட்டு : **3**

காரணி முறையில் 85 ,45, 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொ.வ காண்க.

85 இன் காரணிகள்

5	85	மீதி
17	17	– 0
	1	– 0

45 இன் காரணிகள்

3	45	மீதி
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

60 இன் காரணிகள்

2	60	மீதி
2	30	– 0
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

85 இன் காரணிகள் $= 5 \times 17$

45 இன் காரணிகள் $= 3 \times 3 \times 5$

60 இன் காரணிகள் $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

(மூன்றுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. = 5

2.5.3 சார்பகா எண்கள் (Relatively prime numbers)

ஏதேனும் இரு இயல் எண்களைக் கொண்டு வரிசைச்சோடிகளை அமைக்கலாம். உதாரணமாக (5, 12), (9, 17), (11, 121).......

(3, 5) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 1 ஆகும்.

(5, 15) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 5 ஆகும்.

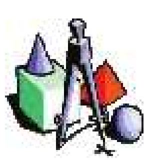
எந்த ஒரு வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. '1' எனில் அவை சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : **4**

பின்வரும் வரிசைச்சோடிகள் சார்பகா எண்களா? என ஆராய்க.

(13, 17), (7, 21), (101, 201), (12, 13)

1. (13, 17) – சார்பகா எண்கள்
   (13, 17) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1
2. (7, 21) – சார்பகா எண்கள் அல்ல
   (7, 21) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 7
3. (101, 201) – சார்பகா எண்கள்
   (101, 201) இன் மீப்பெரு பொவ. = 1
4. (12, 13) – சார்பகா எண்கள்
   (12, 13) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1



அடுத்தடுத்துள்ள இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. 1 ஆதலால் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.

2.5.4 மீச்சிறு பொது மடங்கு மற்றும் மீப்பெரு பொது வகுத்தி பற்றிய கணக்குகள்.

அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படும் மீச்சிறு பொது மடங்கு, மீப்பெரு பொது வகுத்தியின் கருத்துக்களை சார்ந்தது அதன் பயன்பாடுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு : 5

36 லிட்டர், **48** லிட்டர் மற்றும் **60** லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்ட பீப்பாய்களில் உள்ளவற்றை காலியாக்க தேவைப்படும் மிகப்பெரிய கொள்ளளவு கொண்ட பீப்பாய் ஒவ்வொன்றையும் எத்தனை முறை காலியாக்கும் ?

மிகப்பெரிய கொள்ளளவு கொண்ட பீப்பாய்க்காண, **36, 48, 60** ஆகிய மூன்று எண்களுக்கு மீப்பெரு பொது வகுத்தி கண்டறிந்தால் போதுமானது.

36–இன் பகாக்காரணிகள்

2	36	மீதி
3	18	- 0
2	6	- 0
3	3	- 0
	1	- 0

48–இன் பகாக்காரணிகள்

2	48	மீதி
3	24	- 0
2	8	- 0
2	4	- 0
2	2	- 0
	1	- 0

60–இன் பகாக்காரணிகள்

2	60	மீதி
3	30	- 0
2	10	- 0
5	5	- 0
	1	- 0

36–இன் பகாக்காரணிகள் = 2 x 3 x 2 x 3

48–இன் பகாக்காரணிகள் = 2 x 3 x 2 x 2 x 2

60–இன் பகாக்காரணிகள் = 2 x 3 x 2 x 5

(பொதுக்காரணிகளை வட்டமிடவும்)

$\therefore$ 36, 48, 60 இன் மீப்பெரு பொது வகுத்தி = 2 x 3 x 2 = 12

$\therefore$ **12** லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்ட பீப்பாய் பயன்படுத்தி **3** மடங்கு, **4** மடங்கு மற்றும் **5** மடங்கு பயன்படுத்தி பீப்பாய்களை காலியாக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

மூன்று மருந்து விற்பனை பிரதிநிதிகள் ஒரு மருத்துவரை குறிப்பிட்ட நாளில் சந்திக்கிறார்கள். பின்னர் முதல் பிரதிநிதி **10** நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் இரண்டாவது பிரதிநிதி **15** நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் மூன்றாவது பிரதிநிதி **20** நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் தொடர்ந்து மருத்துவரைச் சந்திக்கின்றனர் எனில், மூவரும் மருத்துவரை எப்பொழுது ஒன்றாகச் சந்திப்பார்கள் ?

மூன்று பேரும் மருத்துவரை ஒரே நாளில் சந்திக்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த கால அளவு காண 10,15,20 இன் மீச்சிறு பொது மடங்கு காணவேண்டும்.

10 – இன் மடங்குகள் : 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120.......

15 – இன் மடங்குகள் : 15,30,45,60,75,90,105,120........

20 – இன் மடங்குகள் : 20,40,60,80,100,120................

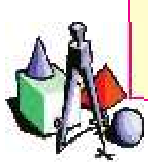
10, 15, 20 – இன் பொது மடங்குகள்: 60,120 ....

10, 15, 20 – இன் மீச்சிறு பொது மடங்கு = 60

∴ மூன்று பேரும் மீண்டும் ஒன்றாக சந்திக்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த கால அளவு 60 நாள்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 2.5

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:
   (i) 2, 3 இன் மீப்பெரு பொ. வ. 1 (ii) 4, 6 இன் மீச்சிறு பொ.ம. 24
   (iii) (5, 15) என்பன சார்பகா எண்கள்.
   (iv) இரு எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ. என்பது மீச்சிறு பொ.ம. வைவிடச் சிறியது.
2. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.
   (i) 3, 6 இன் மீப்பெரு பொ. வ.
   (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6
   (ii) 5, 15 இன் மீச்சிறு பொ.ம.
   (அ) 5 (ஆ) 10 (இ) 15 (ஈ) ஏதுமில்லை
   (iii) இரு பகா எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. என்பது
   (அ) 1 (ஆ) ஒரு பகா எண் (இ) ஒரு பகு எண் (ஈ) 0
   (iv) (3, 5) என்ற சார்பகா எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ, மீச்சிறு பொ.ம.
   (அ) 1, 3 (ஆ) 1, 5 (இ) 1, 15 (ஈ) 1, 8
3. மீப்பெரு.பொ.வ மற்றும் மீச்சிறு.பொ.ம காண்க
   (i) 30, 42 (ii) 34, 102 (iii) 12, 45, 75 (iv) 48, 72, 108
4. புஷ்பா 75 கிகி, 60 கிகி எடையுள்ள இரண்டு அரிசி மூட்டைகளை வாங்குகிறார். இம்மூட்டைகளில் உள்ள அரிசியைத் தனித்தனியாகச் சம எடையுள்ள பைகளில் நிரப்ப வேண்டும் (மீதம் இல்லாமல்). ஒரு பையின் அதிகபட்ச எடை எவ்வளவு இருக்கலாம் ?
5. 6, 8, 12 ஆகிய எண்களால் மிகச் சரியாக வகுப்படக்கூடிய மிகச் சிறிய ஈரிலக்க எண்ணைக் காண்க.
6. ஓர் அறையின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரங்கள் முறையே 825 செ.மீ., 675 செ.மீ., 450 செ.மீ., எனில் மூன்று அளவுகளையும் சரியாக அளக்கத் தேவைப்படும் அளவு நாடாவின் அதிகபட்ச நீளம் என்ன ?
7. வெவ்வேறு சாலைகள் சந்திக்கும் மூன்று இடங்களில் சாலை பாதுகாப்பு விளக்கு (Traffic Lights) வைக்கப்பட்டுள்ளன, அவை ஒவ்வொன்றும் 48 வினாடிகள், 72 வினாடிகள், 108 வினாடிகளில் முறையே மாற்றமடைகின்றன. இவை மூன்றும் காலை 8.00 மணிக்கு ஒரே நேரத்தில் மாற்றமடைகின்றன. திரும்பவும் எப்பொழுது அவை மூன்றும் ஒரே நேரத்தில் மாற்றமடையும் ?



செயல்பாடு

i)	இரண்டு கூடையில் உள்ள பழங்கள் முறையே 77 மற்றும் 121. அவைகள் சம எண்ணிக்கையில் வெவ்வேறு கூடைகளில் இடம் பெறுகிறது என்றால் அதிகபட்சம் ஒவ்வொரு கூடைகளிலும் இடம்பெறும் பழங்களின் எண்ணிக்கை யாது ?
ii)	இரண்டு குவளைகளில் 1248 மற்றும் 704 லிட்டர் தண்ணீர் உள்ளது. எத்தனை கொள்ளளவு பாத்திரத்தை கொண்டு அவ்விரண்டு குவளையிலும் உள்ள தண்ணீரை அளப்பாய் ?
iii)	நீளம் 16 செ.மீ., அகலம் 12 செ.மீ. கொண்ட செவ்வகத் தாளைக் கருதுக. அதிக பக்க அளவுக் கொண்ட சதுரத்தைப் பயன்படுத்தி அச் செவ்வகத்தாளை நிரப்பினால் (மீதமில்லாமல்) அச்சதுரத்தின் பரப்பு யாது ?
iv)	மேரி, பாத்திமா, மற்றும் சீதா ஆகியோர் தடவாளத்தில் மாலை 4 மணிக்கு ஓடத் தொடங்கினர். ஒரு முறை தடவாளத்தை கடக்க 6, 30 மற்றும் 5 நிமிடங்கள் அவர்களுக்கு தேவைப்பட்டது. அவர்கள் சமவேகத்தில் ஓடத் தொடங்கினால், அவர்கள் ஆரம்ப இடத்தை அடைய மூன்று பேரும் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு என்பதைக் கூறு.
v)	ஒரு பிறந்த நாள் விழாவில் ஒவ்வொருவருக்கும் 6 அல்லது 12 அல்லது 15 சாக்லேட்டுகள் வழங்கப்படுகிறது என்றால் அவர்களுக்கு வழங்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த அளவு சாக்லேட்டுகள் எத்தனை ?

2.6. மீப்பெரு.பொ.வ., மீச்சிறு.பொ.ம. ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு

பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனித்து விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.

முதல் எண்	இரண்டாவது எண்	பெருக்குத் தொகை	மீச்சிறு பொ.ம.	மீப்பெரு பொ.வ.	மீப்பெரு பொ. வ.x மீச்சிறு பொ.ம.
8	12	96	24	4	96
18	36	648	36	18	648
5	?	75	15	5	75
3	9	27	?	3	27

அட்டவணையிலிருந்து,

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. x மீச்சிறு. பொ.ம.

எடுத்துக்காட்டு : 7

36, 156 என்ற இரு எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 12 எனில் அவற்றின் மீச்சீறு பொ.ம. காண்க.

முதல் எண் = 36

இரண்டாவது எண் = 156

மீப்பெரு பொ.வ. = 12

$$\text{மீச்சிறு பொ.ம.} = \frac{\text{இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன்}}{\text{மீப்பெரு.பொ.வ.}}$$

$$= \frac{36 \times 156}{12}$$

$$= 468$$

எடுத்துக்காட்டு : 8

இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. 3, மீச்சிறு பொ.ம. 72, ஒரு எண் 24 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

ஒரு எண் = 24

மீப்பெரு பொ. வ. = 3

மீச்சிறு பொ.ம. = 72

$$\text{மற்றொரு எண்} = \frac{\text{மீப்பெரு பொ. வ.} \times \text{மீச்சிறு பொ.ம.}}{\text{ஒரு எண்}}$$

$$= \frac{3 \times 72}{24}$$

$$= 9$$

பயிற்சி 2.6

1. இரு வெவ்வேறு எண்களின் சரியான தொடர்பு

   (i) மீப்பெரு.பொ.வ = மீச்சிறு பொ.ம. (ii) மீப்பெரு பொ.வ ≤மீச்சிறு பொ.ம.

   (iii) மீச்சிறு பொ.ம ≤ மீப்பெரு பொ.வ. (iv) மீச்சிறு பொ.ம > மீப்பெரு பொ.வ.

2. 78, 39 ஆகியவற்றின் மீச்சிறு பொ.ம 78 எனில் மீப்பெரு பொ.வ காண்.

3. இரு எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 2 மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. 28 என்க. ஒரு எண் 4 எனில் மற்றொரு எண் என்ன?

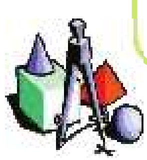
4. 36 மற்றும் 54 என்ற எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 18 எனில் அவ்வெண்களின் மீச்சிறு. பொ.ம.வைக் காண்க.

5. காலி இடங்களை நிரப்புக.

	மீப்பெரு. பொ.வ.	மீச்சிறு. பொ.ம.	எண்கள்
(i)	12		24, 36
(ii)		3360	84,160
(iii)	12	144	36,
(iv)	4		12, 16
(v)		20088	, 124
(vi)	5		10, 135

உங்கள் சிந்தனைக்கு

1. அடுத்தடுத்துள்ள இரு இரட்டை எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
2. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் மீப்பெருபொ.வ. என்ன?
3. அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
4. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 4ஆல் வகுபடுமா என்பதைச் சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.
5. அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்களின் பெருக்கற்பலன் 6ஆல் வகுபடுமா என்பதைச் சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.



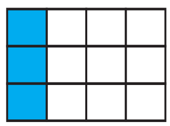
நினைவில் கொள்க.

- எண்களை எந்த வரிசையிலும் கூட்டலாம், பெருக்கலாம். (கழித்தல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்களுக்கு இது பொருந்தாது)
- ஓர் எண்ணை மற்றொரு எண் மீதியின்றி வகுக்குமானால் (அதாவது மீதி 0ஆக இருக்குமானால்) அவ்வகுப்பான் அவ்வெண்ணின் வகுத்தி எனப்படும்.
- 1 என்பது எல்லா எண்களுக்கும் வகுத்தியாக அமையும். ஓர் எண் அதற்கு வகுத்தியாக அமையும்.
- 1 அந்த எண்ணால் மட்டுமே வகுபடும் எண்கள் பகா எண்கள் ஆகும். மற்ற எண்கள் பகு எண்கள் ஆகும்.
- ஓர் எண்ணின் 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11 ஆகியவற்றால் வகுபடுந்தன்மையை எளிதாக அறிய முடியும்.
- எந்த ஓர் எண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக எழுதும் முறை 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' ஆகும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி ஆகும்.
- இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. 1 எனில் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது மடங்குகளில் மிகச் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு ஆகும்.
- இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமமாகும்.

3. பின்னங்கள், தசம எண்கள்
(Fractions and Decimal Numbers)

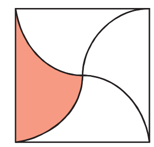
3.1 பின்னங்கள் – மீள்பார்வை

பின்னம் என்பது முழுப்பகுதியைச் சம பாகங்களாகப் பிரித்து, அதில் ஒரு பாகம் அல்லது பல பாகங்களைக் குறிக்கின்ற எண் ஆகும். முழுப் பகுதியின் பாகங்கள் **சமமாக** இருக்கவேண்டும்.

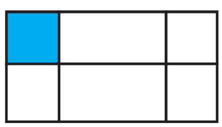


$\frac{3}{12}$ பின்னம்

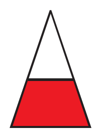
$\frac{2}{6}$ பின்னம்



$\frac{1}{4}$ பின்னம்



இது $\frac{1}{6}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள் இல்லை)



இது $\frac{1}{2}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள் இல்லை)

இது $\frac{2}{8}$ ஆகும்

பின்னத்தில் மேலிருக்கும் எண் **தொகுதி** என்றும் கீழிருக்கும் எண் **பகுதி** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{பின்னம்} = \frac{\text{தொகுதி}}{\text{பகுதி}}$$

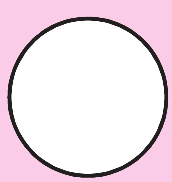
நமக்குக் கால்பங்கு, அரைப்பங்கு, முக்கால் பங்கு என்று பங்கு போடத் தெரியும். இம்மாதிரிப் பாகங்களை $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என எண்களால் குறிப்பிடலாம். இத்தகைய எண்களைப் **பின்னங்கள்** என அழைக்கிறோம்.

செயல்பாடு

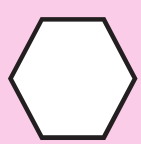
செய்து பார்க்க :

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களில் பின்னங்களை நிழலிட்டுக் காட்டவும்.

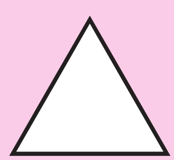
$\frac{2}{7}$



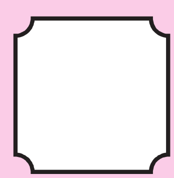
$\frac{3}{8}$



$\frac{1}{3}$



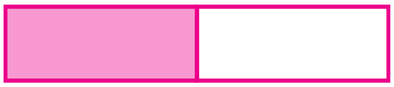
$\frac{3}{4}$



$\frac{1}{4}$

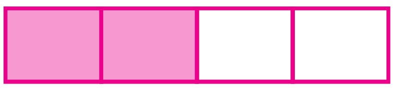
3.1.1 சமான பின்னங்கள்–மீள்பார்வை

முதலில் ஒரு செவ்வகத்தை 2 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம். இரண்டில் ஒரு பகுதியை நிழலிடலாம்.



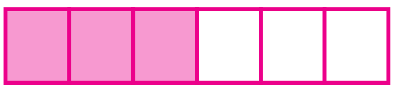
நிழலிடப்பட்டப் பகுதி $= \frac{1}{2}$

இப்போது அதே செவ்வகத்தை 4 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



நிழலிடப்பட்டப் பகுதி $= \frac{2}{4}$

அடுத்து அதே செவ்வகத்தை 6 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



நிழலிடப்பட்டப் பகுதி $= \frac{3}{6}$

நிழலிட்ட பகுதியின் அளவு மாறவில்லை. ஆனால், அதைப் பல பின்னங்களை வைத்துக் குறிப்பிடலாம்.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

இதேபோன்று **ஒரே அளவை** அல்லது **ஒரே மதிப்பைக்** குறிக்கும் பின்னங்களைச் **சமான பின்னங்கள்** என்று கூறுகிறோம்.

சமான பின்னங்களுக்கான செயல்பாடு:

சமான பின்னங்கள் செயல்பாட்டிற்கு ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொண்டு, கீழிருப்பதுபோல் ஒன்றின் மடங்கு, இரண்டின் மடங்கு எனப் பத்தின் மடங்குவரை எழுதி வெட்டி வைத்துக்கொள்ளவும்.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75

8 16 24 32 40 48 56 64 72 80 88 96 104 112 120

இதை மடங்கு அட்டை எனக் கூறலாம்.

இப்போது $\frac{2}{3}$ இன் சமான பின்னங்களைப் பார்க்கலாம்.

தீர்வு:

மேலே உள்ள தொகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும், கீழே உள்ள பகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும் படத்தில் உள்ளதுபோல் வைக்கவும்.

2 இன் மடங்கு அட்டை	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3 இன் மடங்கு அட்டை	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

இவை அனைத்தும் சமான பின்னங்களே!

அதாவது, தொகுதியையும், பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கும்போது, சமான பின்னம் கிடைக்கிறது.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

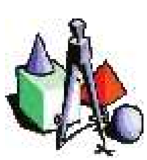
$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{18}{27}$$

ஆக, $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10}$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27} = \frac{20}{30}$$



எடுத்துக்காட்டு : 1

கீழிருக்கும் சமான பின்னங்களில் விடுபட்டுள்ள எண்ணை மடங்கு அட்டை வைத்துக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{\square}{45} = \frac{32}{\square}$$

4 இன்மடங்கு அட்டை	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
9 இன் மடங்கு அட்டை	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135

மேலே உள்ள படத்திலிருந்து

1. பகுதி எண் 45 என்றால், தொகுதி எண் 20 எனப் பார்க்கலாம்.
2. அதேபோல், தொகுதி எண் 32 என்றால், பகுதி எண் 72 ஆக இருக்கவேண்டும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{\boxed{20}}{45} = \frac{32}{\boxed{72}}$$

எடுத்துக்காட்டு : 2

$\frac{3}{7}$ இன் ஏதாவது ஐந்து சமான பின்னங்களை எழுதவும்.

சமான பின்னம் கண்டறிய தொகுதியையும் , பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கவும்.

$$\frac{3}{7} = \frac{3x2}{7x2} = \frac{3x4}{7x4} = \frac{3x5}{7x5} = \frac{3x9}{7x9} = \frac{3x10}{7x10}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35} = \frac{27}{63} = \frac{30}{70}$$

3.1.2 பின்னங்களை எளிய (சுருங்கிய) வடிவில் எழுதுதல்

இப்போது , நாம் $\frac{15}{18}$ என்ற பின்னத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

15இன் வகுத்திகள் = 1, 3, 5, 15

18இ ன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6, 9, 18

$$\frac{15}{18} = \frac{3x5}{3x6}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{\cancel{3}x5}{\cancel{3}x6} = \frac{5}{6}$$

15 மற்றும் 18 இரண்டும் மூன்றால் வகுபடும். எனவே இரண்டையும் மூன்றின் மடங்குகளால் எழுதலாம். இப்போது 3ஐ 3ஆல் வகுத்தால் விடை 1 ஆகும். அதனால், மேலும் கீழும் ஒரே எண் இருந்தால் அதை நீக்கி விடுவது வழக்கம்.

5 இன் வகுத்திகள் =1, 5

6 இன் வகுத்திகள் =1, 2, 3, 6

இப்போது 5க்கும், 6க்கும் பொதுவான வகுத்தி (1 தவிர) இல்லாததால், $\frac{5}{6}$ தான் $\frac{15}{18}$ இன் எளிய வடிவம் ஆகும்.

சமான பின்னங்கள் எல்லாம் ஒரே மதிப்பைக் கொண்டவை. அம்மதிப்பை ஒரே எண்ணாகக் குறிப்பிட்டால் போதுமே! ஆகவேதான் தொகுதிக்கும், பகுதிக்கும் பொதுவான காரணி இல்லாத எளிய வடிவத்தில் தருகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : 3

$\frac{12}{16}$ எளிய பின்னமாக மாற்றுக.

12 இன் காரணிகள் : 2, 3, 4, 6 ; 16 இன் காரணிகள் : 2, 4, 8

2, 4 என்ற இரண்டு காரணிகள் உள்ளதால், ஏதேனும் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

2 என எடுத்துக் கொண்டால்

$$\frac{12}{16} = \frac{2x6}{2x8} = \frac{6}{8}$$

6 இன் காரணிகள் : 2, 3

8 இன் காரணிகள் : 2, 4

$$\frac{6}{8} = \frac{\cancel{2}x3}{\cancel{2}x4} = \frac{3}{4}$$

3க்கும், 4க்கும் பொதுவான காரணிகள் வேறு ஏதும் இல்லை.

எனவே, $\frac{12}{16}$ இன் எளிய வடிவம் $\frac{3}{4}$ ஆகும்.

2 க்கு பதில் 4ஐக் காரணியாக எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\frac{12}{16} = \frac{4x3}{4x4} = \frac{3}{4}$$

எனவே, பெரிய காரணியை எடுக்கும்போது, விடை எளிதாகக் கிடைத்துவிடுகிறது. எனவே, ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகள் உள்ளபோது, பெரிய காரணியை எடுத்துக்கொண்டால், எளிதாக விடை கண்டறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

$\frac{24}{40}$ இன் எளிய வடிவத்தை எழுதுக.

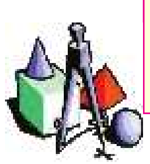
24 இன் காரணிகள் = 2, 3, 4, 6, 8, 12

40 இன் காரணிகள் = 2, 4, 5, 8, 10, 20

8 என்பது பெரிய காரணி. எனவே, $\frac{24}{40} = \frac{8x3}{8x5} = \frac{3}{5}$

பயிற்சி 3.1

1. ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் 4 சமான பின்னங்களை எழுதுக: (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{3}{10}$
2. $\frac{2}{5}, \frac{12}{16}, \frac{1}{3}, \frac{5}{15}, \frac{16}{40}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}$ பின்னங்களில் சமான பின்னங்களைக் கண்டறிக.
3. கீழுள்ள பின்னங்களின் எளிய வடிவத்தைக் கணக்கிடுக.
   (i) $\frac{12}{14}$ (ii) $\frac{35}{60}$ (iii) $\frac{48}{64}$ (iv) $\frac{27}{81}$ (v) $\frac{50}{90}$
4. விடுபட்ட எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
   (i) $\frac{1}{4} = \frac{?}{20} = \frac{3}{?}$ (ii) $\frac{3}{5} = \frac{21}{?} = \frac{?}{20}$ (iii) $\frac{5}{9} = \frac{35}{?} = \frac{?}{72}$



3.1.3 பின்னங்களை ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல்

மீள்பார்வை

இரு பின்னங்களின் பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால் அவை ஓரினப்பின்னங்கள் ஆகும்.

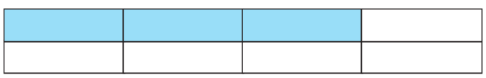
எடுத்துக்காட்டு : $\frac{2}{7}, \frac{5}{7}$

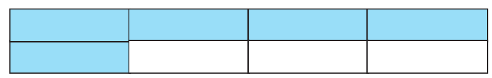
எண்களில் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்பாடுகள் நமக்குத் தெரியும். பின்னங்களிலும் இதுபோன்ற செயல்பாடுகளைக் காண முடியுமா ?

ஒப்பிடுதல்

$\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ என்ற இரு பின்னங்களில் எது பெரியது ?

ஒரு செவ்வகத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.


$\frac{3}{8}$


$\frac{5}{8}$

$\frac{5}{8}$ என்ற பின்னம் $\frac{3}{8}$ என்ற பின்னத்தைவிடப் பெரியதாக உள்ளதைப் படத்தின்மூலம் பார்க்கலாம். இது போன்று பகுதி ஒன்றாக உள்ள பின்னங்களில், தொகுதியை மட்டும் ஒப்பிட்டு எந்தப் பின்னம் பெரியது என்று கூறிவிடலாம்.

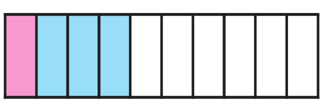
அதாவது, $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$

எடுத்துக்காட்டு : 5

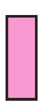
$\frac{9}{11}, \frac{7}{11}$ என்ற பின்னங்களில் பகுதி ஒரே எண்ணாக உள்ளது. எனவே, தொகுதியில் எது பெரியது என்று பார்க்கலாம்.

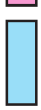
9, 7 ஐவிடப் பெரியதாக உள்ளதால் $\frac{9}{11}$ பெரியது. அதாவது, $\frac{9}{11} > \frac{7}{11}$

ஓரினப் பின்னக் கூட்டல்



இந்தப் படத்தில்


வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{1}{10}$ என்று நமக்குத் தெரியும் .


வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{3}{10}$

மொத்த வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி $\frac{4}{10}$ என்று படத்தில் பார்க்கலாம்.

எனவே, $\boxed{\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}}$

மேலே இரு பின்னங்களிலும் பகுதி ஒன்றாகஉள்ளதைப் பார்க்கலாம்.

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

1. $\frac{3}{11}+\frac{1}{11}=?$
2. $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}+\frac{2}{8}=?$
3. $\frac{1}{31}+\frac{15}{31}+\frac{7}{31}=?$

பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால், தொகுதியை மட்டும் கூட்டினால் பின்னங்களின் கூடுதல் கிடைத்துவிடும்.

ஓரினப் பின்னக் கழித்தல்

ஓரினப் பின்னங்களில் எது பெரியது ? எது சிறியது ? என்று தெரிந்தவுடன் பெரிய பின்னத்திலிருந்து சிறிய பின்னத்தினைக் கழிக்கலாம்.

1. $\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$
2. $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=\frac{6-4}{7}=\frac{2}{7}$

சிறிய பின்னத்திலிருந்து பெரிய பின்னத்தினைக் கழிக்க இயலுமா ?

பயிற்சி 3.2

1) கீழ்வரும் பின்னங்களில் எது பெரியது எனக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) $\frac{3}{7},\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{2}{12},\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{19},\frac{16}{19}$ (iv) $\frac{13}{34},\frac{31}{34}$ (v) $\frac{37}{137},\frac{33}{137}$

2) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னங்களைக் கூட்டுக.

(i) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=?$ (ii) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=?$ (iii) $\frac{3}{13}+\frac{9}{13}=?$ (iv) $\frac{5}{7}+\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=?$

(v) $\frac{5}{124}+\frac{43}{124}+\frac{33}{124}=?$ (vi) $\frac{23}{432}+\frac{23}{432}+\frac{32}{432}=?$

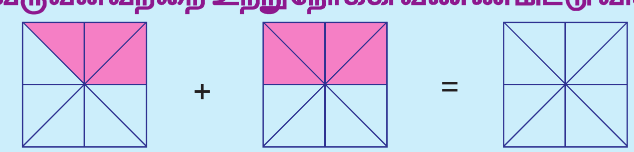
3) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னக் கணக்குகளுக்கு விடை காண்க.

(i) $\frac{12}{13}-\frac{4}{13}=?$ (ii) $\frac{9}{17}-\frac{6}{17}=?$ (iii) $\frac{34}{39}-\frac{33}{39}=?$ (iv) $\left\{\frac{75}{47}+\frac{3}{47}\right\}-\frac{14}{47}=?$

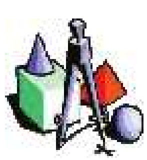
(v) $\left\{\frac{125}{214}-\frac{25}{214}\right\}+\frac{50}{214}=?$ (vi) $\left\{\frac{24}{122}+\frac{2}{122}\right\}-\frac{13}{122}=?$

செயல்பாடு

பின்வருவனவற்றை உற்றுநோக்கி வண்ணமிட்டு விடையளிக்க.



$\frac{3}{8}$ + $\frac{4}{8}$ =



3.1.4 வேற்றினப் பின்னங்கள்: ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல்

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ ஆகியவற்றில் எது பெரியது ?

இங்குப் பகுதிகள் வெவ்வேறாக உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்க.

இரு பின்னங்களின் பகுதிகள் வெவ்வேறாக இருந்தால், அவை "வேற்றினப் பின்னங்கள்" எனப்படும்.

வேற்றினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்களுக்கு, அவற்றினை முதலில் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும் .

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றுவது எப்படி ?

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற இரு வேற்றினப் பின்னங்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.
இவற்றினை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்ற வேண்டும். ஆனால், பின்னங்களின் மதிப்பு மாறக் கூடாது. மதிப்பு மாறாமல் எப்படி ஒரே பகுதி உடைய பின்னங்களாக எழுத முடியும் ?
சமான பின்னங்கள் கண்டறிவதன்மூலம் வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம்.

$\frac{1}{4}$ இன் சமான பின்னங்கள் $\rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28}$

$\frac{2}{5}$ இன் சமான பின்னங்கள் $\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35}$

இரண்டு பின்னங்களில் பகுதி எங்கு சமமாகிறது என்று பார்ப்பதுதான் முக்கியம்.

ஆக $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற பின்னங்களை அதன் மதிப்பு மாறாமல் $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என எழுதலாம்.

இப்போது $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என்பவை ஓரினப் பின்னங்கள் ஆகும்.

இப்போது $\frac{8}{20} > \frac{5}{20}$. எனவே, $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$ எனத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ என்ற வேற்றினப் பின்னங்களில் எது பெரியது ?

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \frac{10}{20}$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} = \frac{24}{40} = \frac{27}{45} = \frac{30}{50}$

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம். இதில், எந்தப் பின்னம் பெரியது என எளிதில் காணலாம்.

$\frac{6}{10} > \frac{5}{10}$ எனவே, $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$ அல்லது $\frac{12}{20} > \frac{10}{20}$ எனவே, $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$