1. **m_A દળવાળો કણ A, v જેટલા વેગથી ગતિ કરતી વખતે તેના સુરેખ માર્ગમાં આવતા સ્થિર પડેલા m_B દળવાળા બીજા કણ B સાથે એક પરિમાણમાં સ્થિતિસ્થાપક સંઘાત અનુભવે તો કણ Aની ડી-બ્રૉગ્લી તરંગલંબાઈમાં થતો ફેરફાર શોધો.**

➠ કણ A માટે સંઘાત પહેલાં પ્રારંભિક ડી-બ્રૉગ્લી તરંગલંબાઈ,

$$\lambda_i = \frac{h}{m_A v_i} = \frac{h}{m_A v} \quad (\because v_i = v) \qquad \dots (1)$$

➠ હવે કણ Aનો અંતિમ વેગ સૂત્રાનુસાર,

$$v_f = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right)v_i = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right)v \quad (\because v_i = v) \qquad \dots (2)$$

$\Rightarrow$ કણ Aની અંતિમ ડી-બ્રૉગ્લી તરંગલંબાઈ,

$$\lambda_f = \frac{h}{m_A v_f} = \frac{h}{m_A} \times \frac{(m_A + m_B)}{(m_A - m_B)v} \qquad \dots (3)$$

➠ સમીકરણ (1) અને (3) પરથી, માંગેલો ફેરફાર,

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_A v}\left(\frac{m_A + m_B}{m_A - m_B} - 1\right)$$

$$= \frac{h}{m_A v}\left(\frac{m_A + m_B - m_A + m_B}{m_A - m_B}\right)$$

$$= \frac{2hm_B}{m_A(m_A - m_B)v}$$

2. **$0.97\ kg/m^3$ ઘનતા ધરાવતા $(10^{-2}\ m)^2$ ક્ષેત્રફળવાળા તથા $10^{-3}\ m$ જાડાઈવાળા સોડિયમના સ્તર પર 660 nm તરંગલંબાઈવાળો $100\ W/m^2$ તીવ્રતાવાળો પ્રકાશ આપાત કરતા સમગ્ર સ્તરમાંથી ઉત્સર્જાતા ઇલેક્ટ્રૉન્સને કારણે $100\ \mu A$ જેટલો ફોટોઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ રચાય છે. હવે જો સોડિયમનો એક પરમાણુ, એક ફોટોનનું શોષણ કરે તો તેમાંથી ફોટોઇલેક્ટ્રૉનનું ઉત્સર્જન થાય તેની સંભાવના શોધો.**

➠ સોડિયમના આપેલા સ્તરમાં સોડિયમના પરમાણુઓની કુલ સંખ્યા N' હોય તો આ સંખ્યાના મોલ,

$$\mu = \frac{N'}{N_A} = \frac{M}{M_0}$$

અત્રે સોડિયમ માટે મોલર પરમાણુ દળ $M_0 = 23\ g/mol$

$$\therefore N' = \frac{MN_A}{M_0}$$

$$= \frac{(V\rho)N_A}{M_0} \quad (\text{જ્યાં } V = \text{કદ}, \rho = \text{ઘનતા})$$

$$= \frac{(Ax\rho)N_A}{M_0} \quad (\text{જ્યાં } A = \text{આડછેદનું ક્ષેત્રફળ}, x = \text{જાડાઈ})$$

$$= \frac{10^{-4} \times 10^{-3} \times 0.97 \times 6.02 \times 10^{23}}{23 \times 10^{-3}}$$

$= 0.254 \times 10^{-7+23+3}$

$N = 2.54 \times 10^{18}$ પરમાણુઓ ... (1)

- હવે, આપાત વિકિરણની તીવ્રતા,

$$I = \frac{E_n}{At} = \frac{nhf}{At} = \frac{nhc}{At\lambda}$$

$\Rightarrow$ એકમ સમયમાં આપેલા સ્તર પર આપાત થતાં ફોટોન્સની સંખ્યા,

$$\left(\frac{n}{t}\right) = \frac{IA\lambda}{hc}$$

$$= \frac{(100)(10^{-4})(660 \times 10^{-9})}{(6.625 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^{8})}$$

$= 3.321 \times 10^{16}$ ફોટોન્સ/સેકન્ડ ... (2)

- જો આપેલા સ્તરમાંથી એકમ સમયમાં ઉત્સર્જાતા ફોટોઇલેક્ટ્રૉન્સની સંખ્યા N હોય તો આ સ્તરમાંથી ફોટોઇલેક્ટ્રૉનના ઉત્સર્જનની સંભાવના P નીચેની વ્યાખ્યા પરથી શોધી શકાય.

$$P = \frac{N}{n \times N'} = \frac{\text{ઉત્સર્જાતા ફોટોઇલેક્ટ્રૉન્સની કુલ સંખ્યા}}{\left(\text{આપાત ફોટોન્સની કુલ સંખ્યા}\right)\left(\text{સોડિયમ પરમાણુઓની કુલ સંખ્યા}\right)}$$

$$\therefore \ P = \frac{\left(N/t\right)}{\left(n/t\right) \times N'} \quad \text{... (3)}$$

- સોડિયમના આપેલા સ્તરમાં સોડિયમના પરમાણુઓની કુલ સંખ્યા N' હોય તો આ સંખ્યાના મોલ,

$$\mu = \frac{N'}{N_A} = \frac{M}{M_0}$$

અત્રે સોડિયમ માટે મોલર પરમાણુ દળ $M_0 = 23$ g/mol

$$\therefore \ N' = \frac{MN_A}{M_0}$$

$$= \frac{(V\rho)N_A}{M_0}$$ (જ્યાં V = કદ, ρ = ઘનતા)

$$= \frac{(Ax\rho)N_A}{M_0}$$ (જ્યાં A = આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, x = જાડાઈ)

$$= \frac{10^{-4} \times 10^{-3} \times 0.97 \times 6.02 \times 10^{23}}{23 \times 10^{-3}}$$

$= 0.254 \times 10^{-7+23+3}$

$N = 2.54 \times 10^{18}$ પરમાણુઓ ... (1)

- હવે, આપાત વિકિરણની તીવ્રતા,

$$I = \frac{E_n}{At} = \frac{nhf}{At} = \frac{nhc}{At\lambda}$$

$\Rightarrow$ એકમ સમયમાં આપેલા સ્તર પર આપાત થતાં ફોટોન્સની સંખ્યા,

$$\left(\frac{n}{t}\right) = \frac{IA\lambda}{hc}$$

$$= \frac{(100)(10^{-4})(660 \times 10^{-9})}{(6.625 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^{8})}$$

$= 3.321 \times 10^{16}$ ફોટોન્સ/સેકન્ડ ... (2)

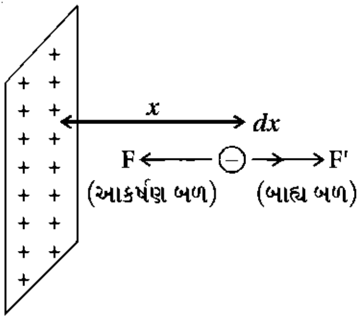
- જો આપેલા સ્તરમાંથી એકમ સમયમાં ઉત્સર્જાતા ફોટોઇલેક્ટ્રૉન્સની સંખ્યા N હોય તો આ સ્તરમાંથી ફોટોઇલેક્ટ્રૉનના ઉત્સર્જનની સંભાવના P નીચેની વ્યાખ્યા પરથી શોધી શકાય.

$$P = \frac{N}{n \times N'} = \frac{\text{ઉત્સર્જાતા ફોટોઈલેક્ટ્રૉન્સની કુલ સંખ્યા}}{\left(\begin{array}{c}\text{આપાત ફોટોન્સની}\\ \text{કુલ સંખ્યા}\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}\text{સોડિયમ પરમાણુઓની}\\ \text{કુલ સંખ્યા}\end{array}\right)}$$

$$\therefore \; P = \frac{\left(N/t\right)}{\left(n/t\right) \times N'} \qquad \dots (3)$$

3. **અનંત વિસ્તારવાળી ધન વિદ્યુતભારિત કરેલી ધાતુની સમતલીય સપાટીથી d અંતરે મૂકેલા ઇલેક્ટ્રૉન પર તે સપાટી વડે લાગતું આકર્ષણ બળ $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\right)\frac{q^2}{d^2}$ (જ્યાં q = ઇલેક્ટ્રૉનનો વિદ્યુતભાર) હોય, તો તે ઇલેક્ટ્રૉનને તે સપાટીથી 0.1 nm અંતરેથી અનંત અંતરે લઈ જવા માટે કરવું પડતું કાર્ય eV માં શોધો.**

➠



➠ રકમમાં આપેલા સૂત્રમાં સરળતા ખાતર d ને બદલે x લખતાં,

$$F = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\right)\frac{q^2}{x^2}$$

➠ હવે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઇલેક્ટ્રૉનને dx જેટલું અતિસૂક્ષ્મ સ્થાનાંતર, સપાટીથી દૂર તરફ આપવા માટે બાહ્ય બળ વડે કરવું પડતું કાર્ય,

$dW = F' dx \cos 0°$

$dW = F' dx$

$\therefore \int dW = \int F' dx$

$$\therefore \; W = \int_d^{\infty} \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\right)\frac{q^2}{x^2}\, dx$$

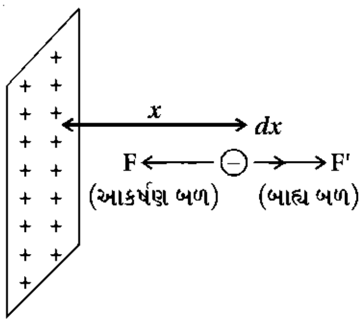
$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi \epsilon_0}\right)\int_d^{\infty} \frac{1}{x^2}\, dx$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi \epsilon_0}\right)\left\{-\frac{1}{x}\right\}_d^{\infty}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi \epsilon_0}\right)\left\{-\frac{1}{\infty} - \left(-\frac{1}{d}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\right) q^2 \times \frac{1}{d}$$

➠



➠ રકમમાં આપેલા સૂત્રમાં સરળતા ખાતર d ને બદલે x લખતાં,

$$F = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{q^2}{x^2}$$

➠ હવે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઇલેક્ટ્રોનને dx જેટલું અતિસૂક્ષ્મ સ્થાનાંતર, સપાટીથી દૂર તરફ આપવા માટે બાહ્ય બળ વડે કરવું પડતું કાર્ય,

$$dW = F'dx\cos 0°$$

$$dW = F'dx$$

$$\therefore \int dW = \int F'dx$$

$$\therefore W = \int_d^\infty \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{q^2}{x^2}dx$$

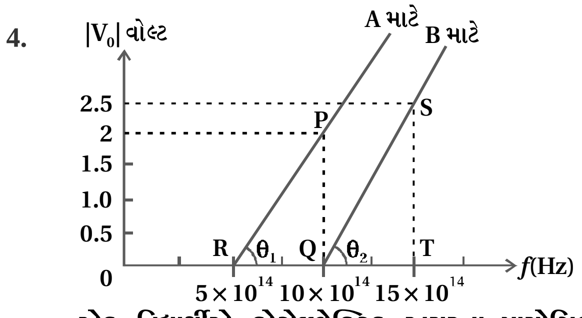
$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\int_d^\infty \frac{1}{x^2}dx$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left\{-\frac{1}{x}\right\}_d^\infty$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left\{-\frac{1}{\infty}-\left(-\frac{1}{d}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)q^2 \times \frac{1}{d}$$

4.



એક વિદ્યાર્થીએ ફોટોઇલેક્ટ્રિક અસરના પ્રાયોગિક અભ્યાસમાં બે જુદી-જુદી ધાતુઓ A અને B માટે સ્ટોપિંગ પોટેન્શિલ V_0 ના માનાંક વિરુદ્ધ આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ f માટેના આલેખો ઉપરોક્ત આકૃતિ પ્રમાણે મેળવ્યા હતા.

(i) ધાતુઓ A અને B પૈકી કઈ ધાતુનું વર્ક ફંક્શન વધારે હશે ?

(ii) બંને આલેખો પરથી પ્લાન્કના અચળાંક h માટેના મૂલ્યો મેળવી આ મૂલ્યો આઇન્સ્ટાઇનની થિયરી સાથે સુસંગત છે કે નહીં તે જણાવો.

➠ (i) વર્ક ફંક્શન $\phi_0 = hf_0$ (જ્યાં f_0 = થ્રેશોલ્ડ આવૃત્તિ)

$\therefore \phi_0 \propto f_0$ ... (1)

➠ આકૃતિ પરથી,

$f_{0A} = 5 \times 10^{14}$ Hz

$f_{0B} = 10 \times 10^{14}$ Hz

$\Rightarrow f_{0B} > f_{0A}$

$\Rightarrow$ સંબંધ (1) પરથી,

$\phi_{0B} > \phi_{0A}$

(ii) $|V_0| \rightarrow f$ના આલેખનો ઢાળ, આપણને $\left(\frac{h}{e}\right)$ નું મૂલ્ય આપે છે તેથી

➠ A માટેના આલેખનો ઢાળ

$$\tan\theta_1 = \frac{PQ}{QR}$$

$$\therefore \frac{h}{e} = \frac{2}{5\times10^{14}} = 0.4\times10^{-14}$$

$\therefore h = 0.4 \times 10^{-14} \times e$

$\therefore h = 0.4 \times 10^{-14} \times 1.6 \times 10^{-19}$

$\therefore h = 6.4 \times 10^{-34}$ Js ... (2)

➠ B માટેના આલેખનો ઢાળ

$$\tan\theta_2 = \frac{ST}{QT}$$

$$\therefore \frac{h}{e} = \frac{2.5}{5\times10^{14}} = 0.5\times10^{-14}$$

$\therefore h = 0.5 \times 10^{-14} \times e$

$= 0.5 \times 10^{-14} \times 1.6 \times 10^{19}$

$h = 8 \times 10^{-34}$ Js ... (3)

➠ આમ, A અને B માટેના આલેખો પરથી મળતાં h ના મૂલ્યો જુદા-જુદા મળે છે. તેથી ઉપરોક્ત પ્રાયોગિક અવલોકનો, આઈનસ્ટાઈનની થિયરી સાથે સુસંગત નથી.

5. **20 W નો એક બલ્બ, તેમાંથી ઉત્સર્જાતા 5000 Å તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશ વડે, તેનાથી 2 m દૂર રાખેલી 2 eV વર્ક ફંક્શન ધરાવતી ધાતુની સપાટીને પ્રકાશિત કરે છે. ધાતુમાંના દરેક પરમાણુને 1.5 Å ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતી તરીકે લો.**

(i) બલ્બમાંથી ફોટોનના ઉત્સર્જનનો સમય દર શોધો.

(ii) શું ઉપરોક્ત કિસ્સામાં ફોટો ઉત્સર્જન મળશે ?

(iii) વર્ક ફંક્શન જેટલી ઊર્જા એકઠી કરવામાં એક પરમાણુને લાગતો સમય t_0 શોધો.

(iv) ઉપરોક્ત પરમાણુ ઉપરોક્ત t_0 સમયમાં કેટલા ફોટોન્સ મેળવશે ?

(v) શા માટે ફોટોઇલેક્ટ્રિક અસર તાત્ક્ષણિક કહેવાય છે ?

➠ (i) $P = \frac{E_n}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nhc}{t\lambda}$

$$\therefore \left(\frac{n}{t}\right) = \frac{P\lambda}{nc}$$

$$= \frac{(20)(5000\times10^{-10})}{(6.625\times10^{-34})(3\times10^{8})}$$

$= 5.03 \times 10^{19}$ ફોટોન/સેકન્ડ

(ii) એક ફોટોનની ઊર્જા,

$$E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\therefore E_1 = \frac{(6.625\times10^{-34})(3\times10^{8})}{(5000\times10^{-10})(1.6\times10^{-19})} \text{eV}$$

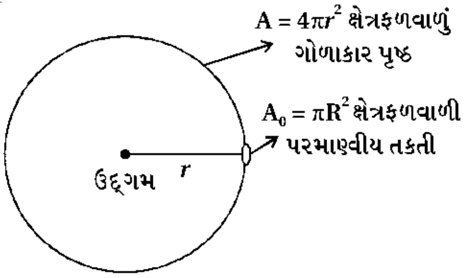
$\therefore E_1 = 2.49$ eV

અત્રે $\phi_0 = 2$ eV

$\therefore E_1 > \phi_0$

$\Rightarrow$ ફોટો ઉત્સર્જન થશે.

(iii)



વિકિરણની તીવ્રતા $I = \dfrac{E_0}{A_0 t_0} = \dfrac{P}{A}$

$$\therefore t_0 = \frac{E_0 A}{P A_0}$$

$$\therefore t_0 = \frac{(2 \times 1.6 \times 10^{-19})(4 \times 3.14 \times (2)^2)}{(20)(3.14 \times (1.5 \times 10^{-10})^2)}$$

$\therefore t_0 = 11.38$ s

➠ (i) $P = \dfrac{E_n}{t} = \dfrac{nhf}{t} = \dfrac{nhc}{t\lambda}$

$$\therefore \left(\frac{n}{t}\right) = \frac{P\lambda}{nc}$$

$$= \frac{(20)(5000 \times 10^{-10})}{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})}$$

$= 5.03 \times 10^{19}$ ફોટોન/સેકન્ડ

(ii) એક ફોટોનની ઊર્જા,

$$E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\therefore E_1 = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})}{(5000 \times 10^{-10})(1.6 \times 10^{-19})} \text{eV}$$

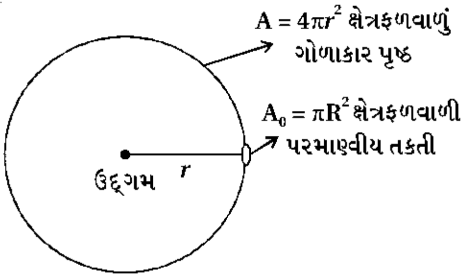
$\therefore E_1 = 2.49$ eV

અત્રે $\phi_0 = 2$ eV

$\therefore E_1 > \phi_0$

$\Rightarrow$ ફોટો ઉત્સર્જન થશે.

(iii)



વિકિરણની તીવ્રતા $I = \dfrac{E_0}{A_0 t_0} = \dfrac{P}{A}$

$$\therefore \; t_0 = \frac{E_0 A}{P A_0}$$

$$\therefore \; t_0 = \frac{(2 \times 1.6 \times 10^{-19})(4 \times 3.14 \times (2)^2)}{(20)(3.14 \times (1.5 \times 10^{-10})^2)}$$

$$\therefore \; t_0 = 11.38 \text{ s}$$